Esercizio da svolgere con R

a.a. 2021/2022

L'esercizio assegnato deve essere svolto per mezzo del software statistico R. Il codice e i risultati devono essere riportati in un documento, insieme al testo di commento ed eventuali grafici. L'esercizio svolto va inviato per mail entro il giorno che precede la prova orale.

Esercizio

Sia (y_1, y_2, \dots, y_n) una sequenza di numeri pseudo-casuali generati da $Y \sim U(0, 1)$:

- 1. Per n arbitrario, scrivere una funzione che restituisca la probabilità approssimata mediante simulazione della $Pr(\max\{Y_1, Y_2, \dots, Y_n\} > 0.5)$.
- 2. È vero che i valori $(-\log(1-y_1)/\theta, -\log(1-y_2)/\theta, \dots, -\log(1-y_n)/\theta)$ sono determinazioni iid da $X \sim Esp(\theta)$?
- 3. Posto n=5, come si può valutare con un piccolo studio di simulazione il comportamento di $T=-\sum_{i=1}^5\log(1-Y_i)/\theta$, dove (Y_1,\ldots,Y_5) è un campione casuale generato da $Y\sim U(0,1)$? Si confronti la distribuzione simulata con quella esatta. Cosa si osserva se n viene posto pari ad un valore molto più grande di 5?