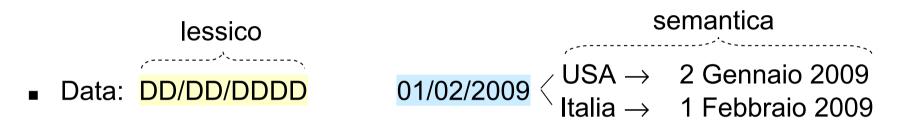
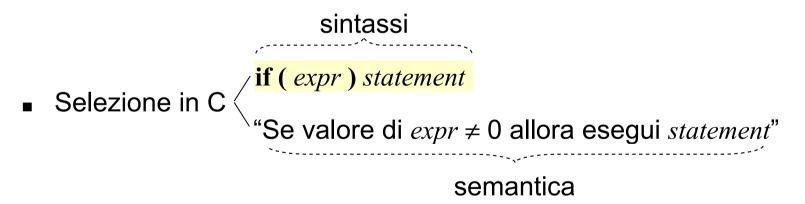
Specifica di un Linguaggio di Programmazione

- Successo di un LP \rightarrow descrizione $\langle \begin{array}{c} concisa \\ comprensibile \end{array}$
- Pb livello di formalizzazione (notazione rigorosa per evitare ambiguità):
 - Formale → incomprensibile → pb di accettazione del LP (barriera, Es: ALGOL)
 - Informale → comprensibile → proliferazione di dialetti (ambiguità)
- Pb diversificazione dei destinatari ("audience") → specifica polimorfa:
 - Revisori (potenziali utenti) → successo = f (chiarezza, eleganza, ...)
 - Implementatori del LP → chiaro significato dei costrutti (tutti!)
 - Utenti del LP → necessità del Reference Manual

Specifica di un Linguaggio di Programmazione (ii)

• Definizione di un L (anche naturale) comprende sintassi semantica delle sue frasi





ullet Sintassi: non garantisce una frase semanticamente corretta ightarrow però: semplicità ...

Specifica di un Linguaggio di Programmazione (iii)

	Complessità	Standardizzazione	Formalismo
Lessico	piccola	si	Espressioni regolari
Sintassi	media	si	G non contestuali
Semantica	grossa	no	Sem. Operazionale Assiomatica Denotazionale

- Sebbene separate nella descrizione, intimamente collegate:
 - Sintassi: deve "suggerire" la semantica (if, while, + ...)
 - Semantica: guidata dalla sintassi

Lessico

stringa lessicale = sequenza significativa di caratteri (parola) • Terminologia | simbolo = astrazione di una classe di stringhe lessicali: estensione = { stringhe } pattern = regola per descrivere l'estensione dei simboli

Simbolo	Istanze	Pattern]
while	while while while		
begin	begin	begin	enumerazine
relop	< <= > >= != ==	{ <, <=, >, >=, !=, == }	J
id	partenza tempo m24 X2	lettera seguita da lettere e/o cifre	
num	3 25 3.5 4.37E12	parte intera seguita opzionalmente da parte decimale e/o parte esponenziale	
strconst	"Hello world!"	sequenza di caratteri racchiusa tra "	

 ◆ Attributi lessicali: quando Card(estensione) > 1
 while → Ext(while) = { while }
 relop → Ext(relop) = { <,<=,>,>=,!=,=== }
 id → Ext(id) = { ... } (per evitare perdita di informazione)

id, ↑alfa⟩ ⟨assign, ⟩ ⟨left, ⟩ ⟨id, ↑beta⟩ ⟨times, ⟩ ⟨num, 3⟩ ⟨right, ⟩

Specifica dei Simboli

◆ Alfabeto ≡ insieme finito di caratteri { a, b, c, d }
 ASCII = alfabeto per computer
 Unicode

- Stringa su un alfabeto ≡ sequenza finita di caratteri dell'alfabeto
 - |x| = lunghezza della stringa x
 - \bullet ϵ = stringa nulla \rightarrow | ϵ | = 0
 - Operatore di **concatenazione**: $\begin{cases} xy & x = alfa, \ y = beta \ \rightarrow \ xy = alfabeta \\ \epsilon = elemento identità nella concatenazione: \ x\epsilon = \epsilon x = x \end{cases}$

pensato come prodotto

possibilità di definire l'operatore **potenza** su stringhe
$$\begin{cases} x^0 = \epsilon \\ x^1 = x \\ x^2 = xx \\ \dots \end{cases}$$

Specifica dei Simboli (ii)

• Linguaggio ≡ insieme di stringhe su un certo alfabeto

```
    Ø (valenza formale)
    {ε}
    { frasi sintatticamente corrette del Pascal }
    { bytes }
```

Operazione	Forma	Definizione			
Unione	L U M	$\{x \mid x \in L \lor x \in M\}$			
Concatenazione	L M	$\{ xy \mid x \in L \land y \in M \}$			
Potenza	L ⁿ	$\begin{cases} \{\epsilon\} & \text{se } n = 0 \\ L^{n-1} L & \text{se } n \ge 1 \end{cases}$			
Chiusura di Kleene	L*	$\bigcup_{i=0}^{\infty} L^{i}$			
Chiusura Positiva	L ⁺	$\bigcup_{i=1}^{\infty} L^{1} \cup L^{2} \cup L^{3} \cup$			

Specifica dei Simboli (iii)

- Esempio di linguaggio: $L = \{A, B, ..., Z, a, b, ..., z\}$ $M = \{0, 1, ..., 9\}$ isomorfismo tra $A = \{A, B, ..., Z, a, b, ..., z\}$
 - 1. $L \cup M = \{ lettere e cifre \}$
 - 2. L M = { stringhe composte da una lettera seguita da una cifra }
 - 3. $L^3 = \{ \text{ stringhe di 3 lettere } \}$
 - 4. L* = { stringhe di lettere, inclusa ε }
 - id 5. L (L \cup M) * = { stringhe alfanumeriche che iniziano con una lettera }
 - **num** 6. M⁺ = { stringhe di almeno una cifra } = { costanti intere senza segno }

Espressioni Regolari

• Potente formalismo per specificare (un pattern (id, num, ...)
identificatore = lettera (lettera | cifra)*

• Similitudine espressioni regolari espressioni aritmetiche (34+25) * (12+3) caratteri numeri alfabeto

Differenza
 espressioni aritmetiche → risultato = numero
 espressioni regolari → "risultato" = { stringhe } = linguaggio = estensione del simbolo

Definizione di Espressione Regolare

- Def di espressione regolare (su un alfabeto Σ) → mediante regole induttive:
 - 1. ϵ è una espressione regolare che denota il linguaggio $\{\epsilon\}$
 - 2. Se $\frac{1}{a} \in \Sigma$, allora $\frac{1}{a}$ è una espressione regolare che denota il linguaggio $\{\frac{1}{a}\}$
 - 3. Se x, y sono expr regolari che denotano rispettivamente L(x), L(y), allora:
 - (x) è una expr regolare che denota L(x) \Longrightarrow possibilità di includere parentesi (non intrusive)
 - $(x) \mid (y)$ è una expr regolare che denota $L(x) \cup L(y)$
 - (x)(y) è una expr regolare che denota L(x)L(y)
 - \blacksquare $(x)^*$ è una expr regolare che denota $(L(x))^*$
- Regola 2 \rightarrow diversi significati di a carattere dell'alfabeto Σ espressione regolare stringa
- Eliminazione delle parentesi mediante regole di (precedenza associatività

Associazione	Operatore
sinistra	
sinistra	Concatenazione
sinistra	*

Insieme regolare ≡ linguaggio determinato da una espressione regolare

Esempi di Espressioni Regolari

1. $\Sigma = \{ a, b, c \}$. Determinare l'expreg corrispondente alle stringhe che contengono <u>esattamente</u> un b: $(a \mid c)^*$ b $(a \mid c)^*$

2. $\Sigma = \{a, b, c\}$. Determinare l'expreg corrispondente alle stringhe che contengono <u>al più</u> un b:

$$(a | c)^* (b | \epsilon) (a | c)^*$$

Oss: expreg equivalente: $(a | c)^* | (a | c)^* b (a | c)^*$ \exists diverse expreg per lo stesso L!

Formalmente: $L(x) = L(y) \Rightarrow x \approx y$

3. Limite della potenzialità espressiva (insiemi non regolari):

 $\Sigma = \{a, b\}$. L = $\{a^n b a^n \mid n > 0\} = \{aba, aabaa, aaabaaa, ...\}$ = astrazione di costrutti bilanciati



non specificabile con una espressione regolare \rightarrow non può contare!

a* b a* complete ma non sound

Espressioni Regolari (v)

• Proprietà algebriche delle espressioni regolari (analogamente alle espressioni aritmetiche)

Proprietà	Descrizione		
$x \mid y = y \mid x$	è commutativo		
$x \mid (y \mid z) = (x \mid y) \mid z$	è associativo		
(x y) z = x (y z)	Concatenazione è associativa		
x (y z) = xy xz	Proprietà distributiva della concatenazione rispetto a		
$(x \mid y) z = xz \mid yz$			
$\varepsilon x = x \varepsilon = x$	ε = elemento identità per concatenazione		
$x^* = (x \mid \varepsilon)^*$	Relazione tra ripetizione ed ε		
x** = x*	Ripetizione è idempotente		

Espressioni Regolari Estese

- Non cambia il potere espressivo (però: concisione, scrivibilità)
- 1. Una o più ripetizioni: $x^+ \equiv xx^* \rightarrow (L(x))^+$ <u>Esempio</u>: Numeri naturali in forma binaria $(0|1)^+ \approx (0|1)(0|1)^*$
- 2. Qualsiasi carattere in Σ : •

Esempio: Tutte le stringhe che contengono almeno un b *b.*

- 3. Un range di caratteri: [...] $[abc] \equiv a \mid b \mid c$ $[a-z] \equiv a \mid b \mid ... \mid z$ $[0-9] \equiv 0 \mid 1 \mid ... \mid 9$ $[a-zA-Z] \equiv \{lettere minuscole e maiuscole\}$ $[A-Za-z] \neq [A-z]$ (anche in ASCII)
- 4. Qualsiasi carattere al di fuori di un certo insieme: ~

$$\sim a \equiv \Sigma - \{a\}$$
 $\sim (a \mid b \mid c) \equiv \Sigma - \{a, b, c\}$

5. Sottoespressioni opzionali: ? (+ | -)? $[0-9]^+ \equiv$ naturale con possibile segno

$$(x)? \equiv (x \mid \varepsilon)$$

Definizioni Regolari

Associazioni di nomi a espressioni regolari (semantica MACRO) → modularizzazione

```
nome_1 \rightarrow x_1
nome_2 \rightarrow x_2
...
nome_n \rightarrow x_n
```

- Nomi distinti
- f f = expreg sui simboli in f f (nome₁, nome₂, ..., nome₁)
- Non ricorsive! (altrimenti → aumento potere espressivo)

Esempi:

Identificatori Pascal:

lettera
$$\rightarrow$$
 [A-Za-z]

$$\textbf{cifra} \rightarrow [0\text{-}9]$$

$$id \rightarrow lettera \; (lettera \; | \; cifra)^*$$

$$\approx$$
 [A-Za-z] ([A-Za-z] | [0-9])*

intera

2. Numeri con esponente $7.25E-2 = 7.25 * 10^{-2} = 0.0725$: 3 parti decimale esponenziale

$$\mathbf{nat} \rightarrow [0\text{-}9]^+$$

$$\mathbf{snat} \rightarrow (+|-) ? \mathbf{nat}$$

$$\mathbf{num} \rightarrow \mathbf{snat} \ (\text{``."nat}) ? \ (\mathsf{E} \ \mathbf{snat}) ?$$

Espressioni Regolari per Token nei LP

- Classificazione elementi lessicali:
 - **Keywords** = { if, then, while, do, begin, end, procedure, function, case, repeat ... }
 - Simboli speciali = { +, -, *, /, =, >, >=, !=, ++, --, &&, | |, ... }
 - Identificatori = { stringhe alfanumeriche che iniziano con una lettera }
 - Costanti = { 25, .34, 2.7E-3, "alfa", 'a', ... }
 - Pseudosimboli (spaziatura, commenti)
- Keywords:

```
if \rightarrow if then \rightarrow then ....
while \rightarrow while keyword \rightarrow if | then | ... | while
```

Simboli speciali:

```
plus \rightarrow "+"

minus \rightarrow "-"

...

equal \rightarrow ==

assign \rightarrow =

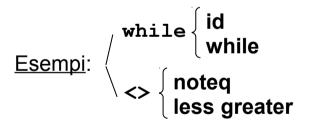
plusplus \rightarrow "++"

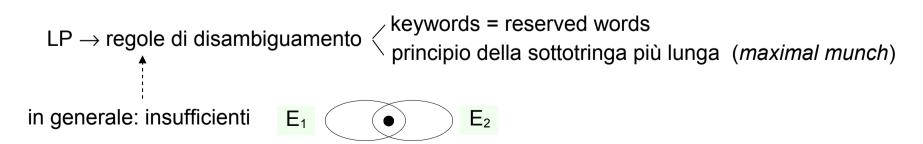
minusminus \rightarrow "--"
```

Costanti:

Espressioni Regolari per Token nei LP (ii)

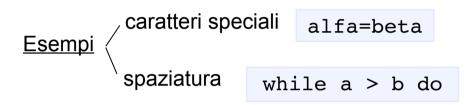
• Ambiguità: quando la stessa stringa di caratteri è compatibile con più espressioni regolari





Espressioni Regolari per Token nei LP (iii)

• Delimitatori: caratteri sui quali una stringa cessa di rappresentare un simbolo ("confini" dei token)



Def di pseudosimbolo: whitespace → (blank | tab | newline | comment)⁺

quando riconosciuto, viene ignorato → Linguaggi liberi dal formato

Sintassi

- L = { stringhe di caratteri su un certo alfabeto } ≡ { frasi }
- Regole sintattiche: specificano la struttura delle frasi di L

$$\underline{\text{Oss}}\text{: L} \quad \begin{array}{c} \text{naturale} \rightarrow \text{regole} & \text{numerose} \\ \text{complesse} \\ \text{artificiale} \rightarrow \text{poche (semplici) regole} \end{array}$$

sintassi semantica

Sintassi (ii)

$$\bullet \ \ \text{Def formale di un L per} \left\langle \begin{array}{c} \text{riconoscimento} \\ \text{generazione} \end{array} \right\} \ \ \text{non pratica!}$$

1. Riconoscitori del linguaggio

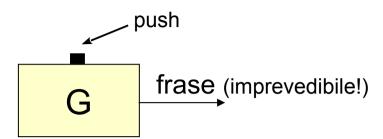
<u>Hp</u>: L su alfabeto $\Sigma \rightarrow R \equiv$ strumento di riconoscimento:

Pb: L infinito \rightarrow R $\stackrel{<}{\leftarrow}$ non adatto per enumerare le frasi di L usato per verificare la correttezza sintattica di un programma

Sintassi (iii)

2. Generatori del linguaggio

• G ≡ strumento per generare le frasi di L:



Doppio pb

 R: strumento poco utile per definire L poichè usato "per tentativi"
 G: aleatorietà della frase generata

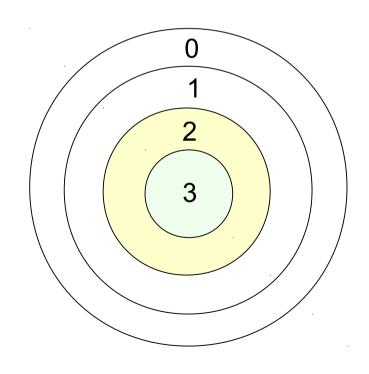
• Stretta connessione tra (generazione riconoscimento = scoperta della computer science



Meccanismo di R basato su quello di G

Metodi formali per la definizione della sintassi

Chomsky (linguista): specifica 4 classi di strumenti generativi di grammatiche → definiscono 4 classi di linguaggi



Classe
$$\langle 2 \equiv G \text{ non-contestuali} \rightarrow \text{sintassi} \\ 3 \equiv G \text{ regolari} \rightarrow \text{lessico}$$

Metodi formali per la definizione della sintassi (ii)

Backus (1959): presenta ALGOL 58 → sintassi specificata in BNF

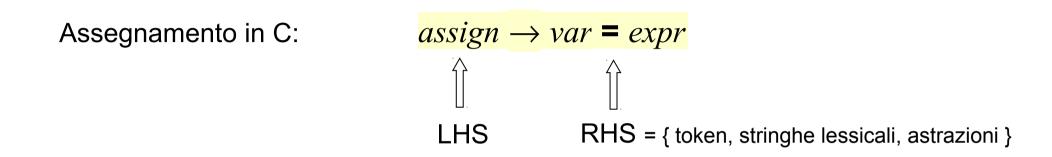
• BNF (Backus-Naur Form) : quasi identica allo strumento 2 di Chomsky

Paradosso: BNF (non accettata prontamente dagli utenti dei LP poi, standard per la descrizione della sintassi dei LP

BNF = linguaggio per descrivere un LP → metalinguaggio

BNF

• Idea di fondo della notazione BNF: astrazioni per definire le strutture sintattiche



Parafrasi della regola (produzione):

"Un'istanza dell'astrazione assign è definita come un'istanza dell'astrazione var, seguita dalla stringa lessicale '=', seguita da un'istanza dell'astrazione expr".

```
netto = lordo - tara
```

Necessario definire <u>tutte</u> le astrazioni (tipicamente: ricorsivamente)

BNF (ii)

Nomenclatura: nella produzione
 (astrazione ≡ (simbolo) nonterminale token / stringa lessicale ≡ (simbolo) terminale

<u>Def</u>: Grammatica ≡ { produzioni }

• Formalmente: G = (T, N, P, A) terminali nonterminali produzioni assioma (astro assioma (astrazione di più alto livello)

Astrazione: può essere definita in ≠ modi → alternative in un'unica regola (leggibilità)

BNF (iii)

1. Selezione in Pascal:

$$if\text{-}stat \rightarrow \text{if } bool\text{-}expr \text{ then } stat$$

 $if\text{-}stat \rightarrow \text{if } bool\text{-}expr \text{ then } stat \text{ else } stat$



if-stat \rightarrow if bool-expr then stat | if bool-expr then stat else stat

- 2. Specifica sintetica di liste (finite ma illimitate)
- In matematica: 1, 2, ...
- In BNF $\not\equiv$ '...' \Longrightarrow ricorsione: $id-list \rightarrow id \mid id$, id-list

(piede ricorsione, passo ricorsivo)

• BNF = strumento < semplice potente

BNF (iv)

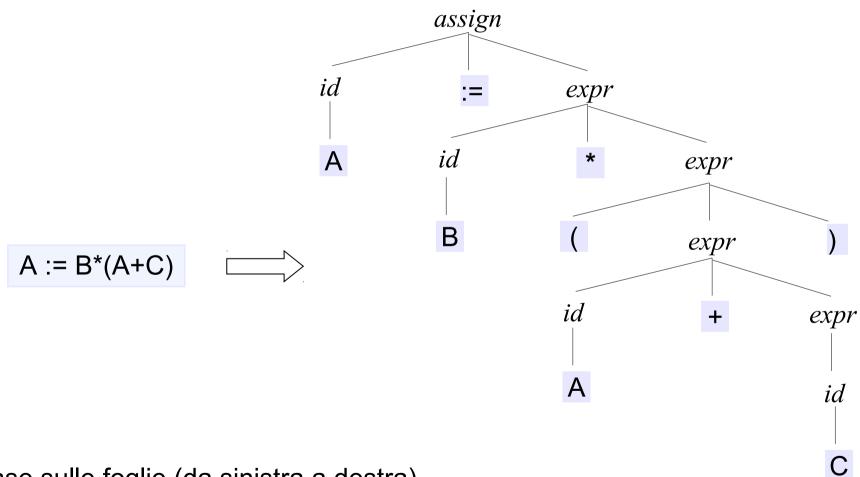
- BNF = strumento **generativo** per definire LP
- Derivazione ≡ "Frase generata mediante una serie di applicazioni delle regole (riscrittura), partendo dall'assioma"

$$assign \rightarrow id := expr$$
 $id \rightarrow A \mid B \mid C$
 $expr \rightarrow id + expr \mid id * expr \mid (expr) \mid id$

assign
$$\Rightarrow$$
 $id := expr$
 \Rightarrow A := $expr$
 \Rightarrow A := $id * expr$
 \Rightarrow A := B * $expr$
 \Rightarrow A := B * $(expr)$
 \Rightarrow A := B * $(id + expr)$
 \Rightarrow A := B * $(A + expr)$
 \Rightarrow A := B * $(A + expr)$
 \Rightarrow A := B * $(A + expr)$

BNF (v)

• Rappresentazione della struttura gerarchica delle frasi mediante alberi sintattici



• Frase sulle foglie (da sinistra a destra)

BNF: Linguaggio per tabelle

R

Α	В	С
3	alfa	true
5	beta	false

```
def R (A: integer, B: string, C: boolean)
def S (D: integer, E: string)
R := {(3, "alfa", true)(5, "beta", false)}
S := {(125, "sole")(236, "luna")}
```

```
        D
        E

        125
        sole

        236
        luna
```

```
program \rightarrow stat-list

stat-list \rightarrow stat-list stat | stat

stat \rightarrow def-stat | assign-stat

def-stat \rightarrow def id ( def-list )

def-list \rightarrow def-list, domain-decl | domain-decl

domain-decl \rightarrow id: domain

domain \rightarrow integer | string | boolean

assign-stat \rightarrow id := { tuple-list }

tuple-list \rightarrow tuple-list tuple-const | \varepsilon

tuple-const \rightarrow ( simple-const-list )

simple-const-list \rightarrow simple-const | simple-const

simple-const \rightarrow intconst | strconst | boolconst
```

BNF: Linguaggio per tabelle (ii)

```
program \rightarrow stat-list
stat-list \rightarrow stat-list stat \mid stat
stat \rightarrow def-stat | assign-stat
def-stat \rightarrow def id ( def-list )
def-list \rightarrow def-list, domain-decl | domain-decl
                                                                                                              program
domain-decl \rightarrow id: domain
domain → integer | string | boolean
                                                                                                               stat-list
assign\text{-}stat \rightarrow id := \{ tuple\text{-}list \}
tuple-list \rightarrow tuple-list tuple-const \mid \mathbf{\epsilon} \mid
                                                                                            stat-list
                                                                                                                                             stat
tuple-const \rightarrow (simple-const-list)
simple-const-list \rightarrow simple-const-list, simple-const \mid simple-const
                                                                         stat-list
                                                                                                                         stat
                                                                                                                                          assign-stat
simple-const → intconst | strconst | boolconst
                                                     stat-list
                                                                                            stat
                                                                                                                      assign-stat
                                                                                         def-stat
                                                        stat
                                                    def-stat
                                                                       def
                                                                                                       def-list
                                                                                       id
                                                                                        S
                                                                                            def-list
                                                                                                                                 domain-decl
       def R (A: integer, B: string, C: boolean)
       def S (D: integer, E: string)
                                                                                        domain-decl
       R := \{(3, "alfa", true)(5, "beta", false)\}
                                                                                                                                                     domain
       S := \{(125, "sole")(236, "luna")\}
                                                                                                                           F
                                                                                                           domain
                                                                                                                                                    string
                                                                                 id
                                                                                 D
                                                                                                          integer
```

EBNF

- Stesso potere espressivo → aumento di leggibilità
- Estensioni → nuovi metacaratteri: [] { } () +

1. Opzionalità

$$if$$
- $stat \rightarrow if (expr) stat [else stat]$

2. Ripetizione

$$id$$
-list $\rightarrow id \{, id \}$

3. Disgiunzione

 $for\text{-}stat \rightarrow \text{for } var := expr \text{ (to | downto) } expr \text{ do } stat$

EBNF (ii)

• BNF:

$$expr \rightarrow expr + term \mid expr - term \mid term$$

 $term \rightarrow term * factor \mid term \mid factor \mid factor$

• EBNF:

$$expr \rightarrow term \{(+ | -) term\}$$
$$term \rightarrow factor \{(* | /) factor\}$$

Ripetizione non vuota:

comp- $stat o begin stat { stat } end$



comp- $stat \rightarrow begin \{ stat \}^+ end$

EBNF: Linguaggio per tabelle

R

Α	В	С
3	alfa	true
5	beta	false

```
def R (A: integer, B: string, C: boolean)
def S (D: integer, E: string)
R := {(3, "alfa", true)(5, "beta", false)}
S := {(125, "sole")(236, "luna")}
```

 D
 E

 125
 sole

 236
 luna

31

```
program → {stat }<sup>+</sup>

stat → def-stat | assign-stat

def-stat → def id "(" def-list ")"

def-list → domain-decl {, domain-decl}

domain-decl → id: domain

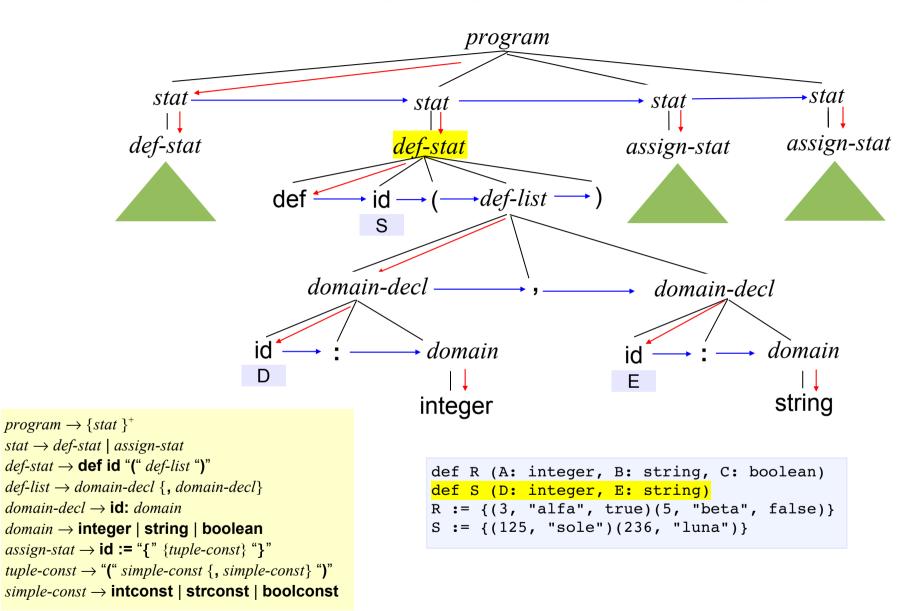
domain → integer | string | boolean

assign-stat → id := "{" {tuple-const} "}"

tuple-const → "(" simple-const {, simple-const} ")"

simple-const → intconst | strconst | boolconst
```

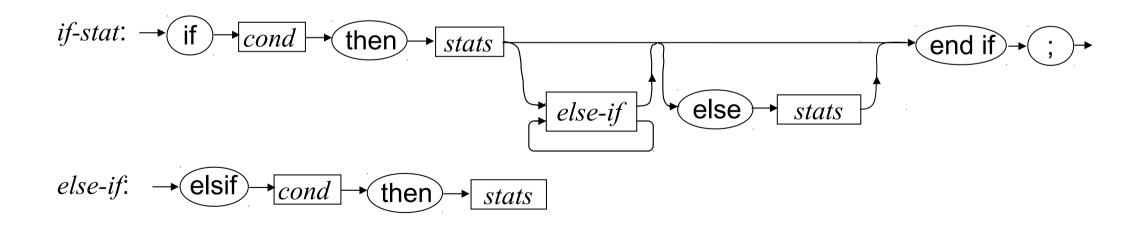
EBNF: Linguaggio per tabelle (ii)



Diagrammi sintattici

∃ un diagramma ∀ unità sintattica (nonterminale)

- Selezione Ada: if-stat o if cond then stats { else-if } [else stats] end if ; else-if \to elsif cond then stats



Semantica dinamica

• Per descrivere il significato dei programmi

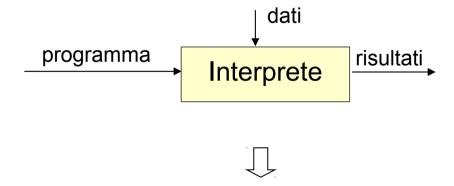
vantaggi possibilità di generazione automatica del compilatore supporto alla prova formale di correttezza dei programmi

• Formalismi: semantica operazionale assiomatica denotazionale

Semantica operazionale

(PL/I, 1972)

- Significato di un costrutto descritto dall'esecuzione su macchina (reale (< livello) virtuale (interprete)
- Se virtuale \rightarrow necessità di costruire 2 componenti \langle traduttore L \rightarrow L' macchina virtuale di L'
- Macchina virtuale (interprete) di L':



Semantica di una istruzione = cambiamento di stato della macchina virtuale

Semantica operazionale (ii)

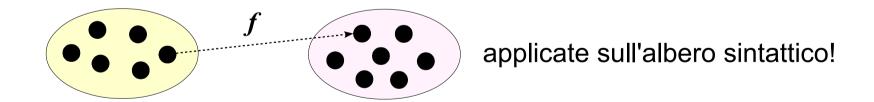
Istruzione C	Semantica operazionale		
for(expr ₁ ; expr ₂ ; expr ₃) statements	<pre>expr₁; loop: if expr₂ = 0 goto out</pre>		

Oss: Semantica operazionale espressa algoritmicamente, non matematicamente

Semantica denotazionale

 Semantica denotazionale = formalismo rigoroso più usato per descrivere il significato dei programmi (basato sulla teoria delle funzioni ricorsive)

• Idea: \forall astrazione del LP: $def < \frac{dominio matematico}{f}$: istanze della astrazione \rightarrow elementi del dominio

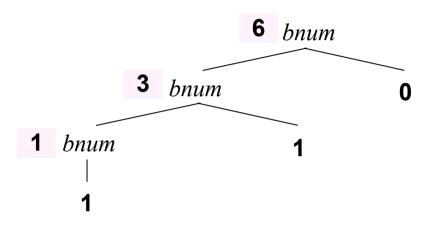


• Oggetti matematici denotano il significato delle corrispondenti entità linguistiche

Semantica denotazionale (ii)

Es: Numeri binari:

$$bnum \rightarrow 0 \mid 1 \mid bnum \mid 0 \mid bnum \mid 1$$



 $110 \rightarrow \text{possibili diverse semantiche:}$

- numero binario
- and / or logico
- vettore di booleani

• $\mathcal{N} = \{ \text{ naturali } \} \equiv \text{ dominio degli oggetti matematici associati}$

•
$$M_b$$
 = funzione di mapping
$$\begin{cases} M_b('0')=0\\ M_b('1')=1\\ M_b(\mathit{bnum}\ '0')=2*M_b(\mathit{bnum})\\ M_b(\mathit{bnum}\ '1')=2*M_b(\mathit{bnum})+1 \end{cases}$$

Semantica denotazionale (iii)

Es: Numeri decimali: $\frac{dnum}{dnum} \rightarrow 0 \mid 1 \mid ... \mid 9 \mid dnum}{dnum} \mid 0 \mid dnum} \mid 1 \mid ... \mid dnum} \mid 9$

$$M_d('0') = 0, M_d('1') = 1, ..., M_d('9') = 9$$

$$M_d(dnum '0') = 10 * M_d(dnum)$$

$$M_d(dnum '1') = 10 * M_d(dnum) + 1$$

. . .

$$M_d(dnum '9') = 10 * M_d(dnum) + 9$$

Semantica denotazionale (iv)

- Stato di un programma $\equiv \{(i_1, v_1), (i_2, v_2), ..., (i_n, v_n)\}$ $\begin{cases} i_k = \text{nome di una variabile} \\ v_k = \text{valore corrente di } i_k \\ \text{(eventualmente } \textit{undef}) \end{cases}$
- $\mu(i_k, s) \equiv \text{funzione che computa } v_k$

<u>Es</u>: **Espressione** (senza effetti collaterali):

$$expr \rightarrow dnum \mid var \mid bexpr$$

 $bexpr \rightarrow expr_1 \ op \ expr_2$
 $op \rightarrow + \mid *$

Dominio associato = $\tilde{z} \cup \{ \text{ errore } \}$

```
M_e(dnum, s) = M_d(dnum).
M_e(var, s) = if \mu(var, s) = undef then
                  errore
               else \mu(var, s).
M_e(bexpr, s) = M_{be}(bexpr, s).
M_{be}(bexpr, s) = if M_{e}(expr_{1}, s) = errore or
                     M_e(expr_2, s) = errore then
                         errore
                  elsif M_o(op) = '+' then
                         M_e(expr_1, s) + M_e(expr_2, s)
                  else
                         M_e(expr_1, s) * M_e(expr_2, s).
M_{o}(+) = ('+').
M_{o}(*) = ('*').
```

Semantica denotazionale (v)

```
expr \rightarrow dnum \mid var \mid bexpr

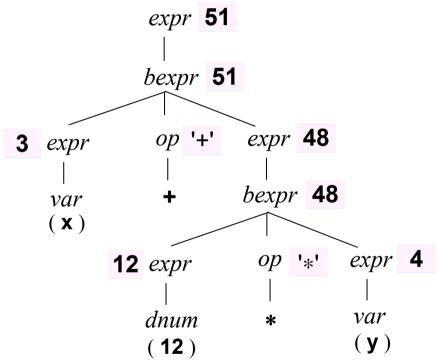
bexpr \rightarrow expr_1 \ op \ expr_2

op \rightarrow + \mid *
```

$$s = \{(x,3), (y,4)\}$$

 $x + 12 * y$

```
M_e(dnum, s) = M_d(dnum).
M_e(var, s) = if \mu(var, s) = undef then
                  errore
              else \mu(var, s).
M_e(bexpr, s) = M_{be}(bexpr, s).
M_{be}(bexpr, s) = if M_{e}(expr_{1}, s) = errore or
                     M_e(expr_2, s) = errore then
                        errore
                  elsif M_o(op) = '+' then
                        M_e(expr_1, s) + M_e(expr_2, s)
                  else
                         M_e(expr_1, s) * M_e(expr_2, s).
M_{o}(+) = ('+').
M_0(*) = ('*').
```



Semantica denotazionale (vi)

$$\begin{aligned} &M_{a}(x:=E,s)=\\ &\text{if } M_{e}(E,s) = \textit{errore} \text{ then}\\ &\textit{errore}\\ &\text{else}\\ &s'=\{(i_{1},\,v_{1}'),\,(i_{2},\,v_{2}'),\,...,\,(i_{n},\,v_{n}')\},\,\forall\,\,k\in[1\,..\,n] \end{aligned} \qquad \begin{array}{l} &\text{confronto fra nomi!}\\ &\downarrow\\ v_{k}'=\{(i_{1},\,s) &\text{if } i_{k}\neq x\\ &\downarrow\\ M_{e}(E,\,s) &\text{otherwise} \end{array}$$

Semantica denotazionale (vii)

Es: Ciclo a condizione iniziale: while B do L

```
 \label{eq:Assumiamo} \text{Assumiamo} \ \exists \ \langle \ \stackrel{M_{list}}{M_{bool}} \ : \ \ \langle \ \text{istruzioni} \ \rangle \rightarrow \text{stato} \\ M_{bool} \ : \ \ \text{expr booleana} \rightarrow \{ \ \textit{true}, \ \textit{false}, \ \textit{errore} \ \}
```

Oss:

- Conversione iterazione → ricorsione
- Se ∄ terminazione: computazione di nulla!

Semantica denotazionale (viii)

```
\begin{split} M_w(\text{while B do L}, s) &= \\ &\quad \text{if } M_{bool}(B, s) = \textit{errore} \text{ then} \\ &\quad \textit{errore} \\ &\quad \text{else if } M_{bool}(B, s) = \textit{false} \text{ then } s \\ &\quad \text{else if } M_{list}(L, s) = \textit{errore} \text{ then } \textit{errore} \\ &\quad \text{else } M_w(\text{while B do L}, M_{list}(L, s)) \end{split}
```

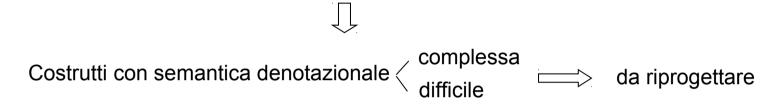
```
while i<3 do
    a[i] := i+1;
    i := i+1
end;</pre>
```

	i	a[0]	a[1]	a[2]	$M_{bool}(B, s)$
Prima iterazione Seconda iterazione Terza iterazione	0	0	0	0	true
	1	1	0	0	true
	2	1	2	0	true
	3	1	2	3	false

Semantica denotazionale (ix)

Valutazione:

• Uso di semantica denotazionale come ausilio alla progettazione del LP



• Semantica denotazionale / poco utile agli utenti del LP (difficile) eccellente per descrivere concisamente un LP