

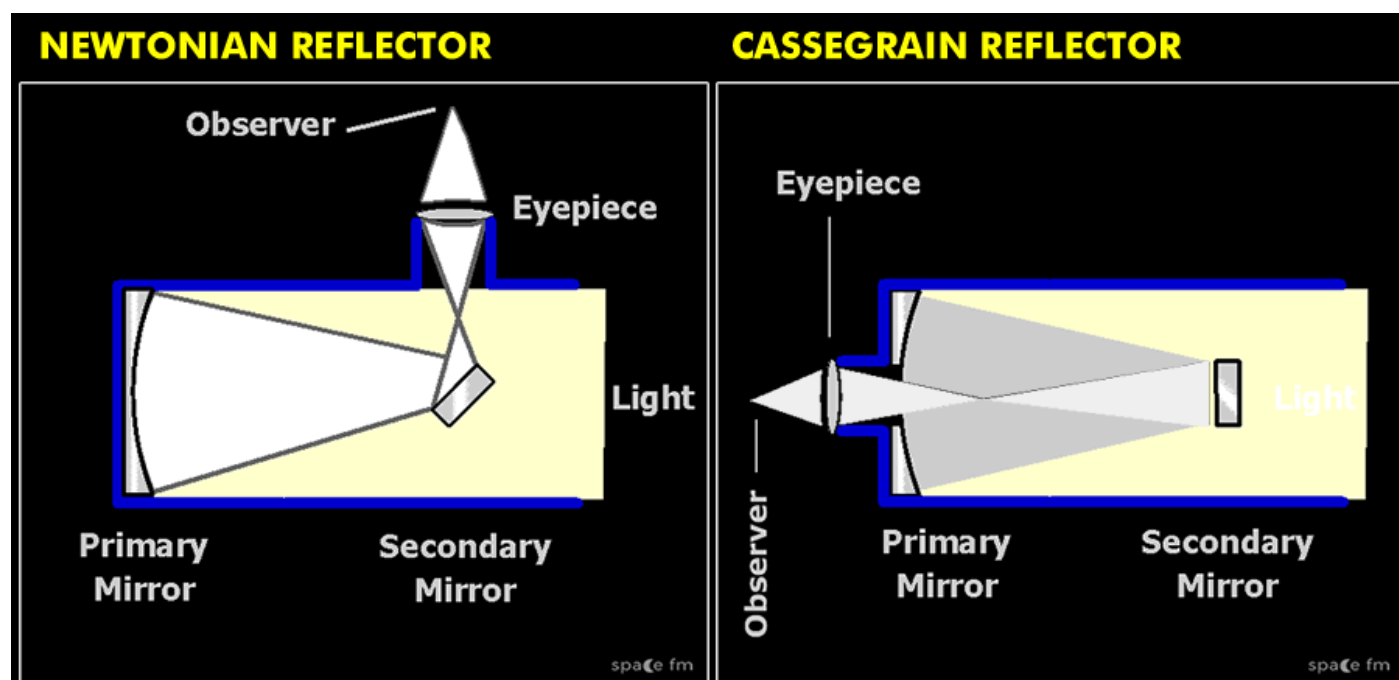
## GEOMETRIA ANALÍTICA - TRABALHO T4



Neste trabalho você irá construir no GeoGebra ([www.geogebra.org](http://www.geogebra.org)) dois modelos de telescópios em que são utilizadas as propriedades focais da parábola e da hipérbole.

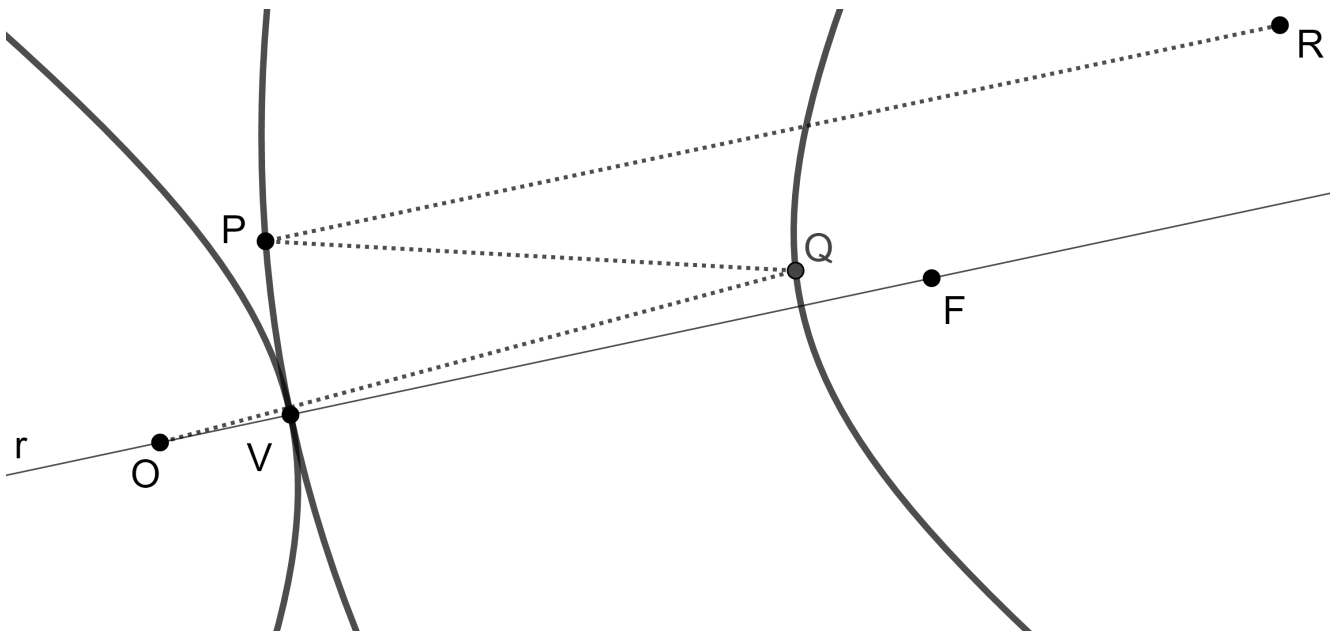
No primeiro modelo (Telescópio Refletor de Newton), o raio de luz incide em um espelho principal parabólico, e depois em um espelho secundário plano.

No segundo modelo (Telescópio Refletor de Cassegrain), o raio de luz incide em um espelho principal parabólico, e depois em um espelho secundário hiperbólico.



# Construção do Modelo de Telescópio Refletor de Cassegrain

1. Construa dois pontos  $A$  e  $B$ , e uma reta  $r$  passando por esses dois pontos. Essa reta  $r$  será o eixo central do telescópio. Os pontos  $A$  e  $B$  não precisam ficar exibidos na construção, pois não serão usados.<sup>1</sup>
2. Na reta  $r$ , construa os pontos  $O$ ,  $V$  e  $F$ , nessa ordem. O ponto  $V$  será o vértice do espelho parabólico principal; o ponto  $F$  será o foco do espelho parabólico principal e também o foco do espelho hiperbólico secundário, no lado interno ao telescópio; o ponto  $O$  será o outro foco do espelho hiperbólico secundário, no lado externo ao telescópio, onde ficará o observador. Na verdade o espelho hiperbólico secundário será só um pedacinho de um dos ramos da hipérbole próximo ao ponto  $F$ .
3. Construa uma parábola  $p$  e uma hipérbole  $h$  com os elementos dados.<sup>2</sup>
4. Para ilustrar a trajetória de um raio de luz, construa um ponto  $R$  na frente da parábola; marque o ponto  $P$  na interseção da parábola com a reta paralela à  $r$  passando por  $R$ ; marque o ponto  $Q$  na interseção da hipérbole com o segmento  $PF$ ; por fim, construa a poligonal  $RPQO$ .<sup>3</sup>
5. Arraste o ponto  $R$  e perceba que um raio de luz paralelo ao eixo do telescópio vai incidir, após refletir nos dois espelhos, no ponto  $O$ .



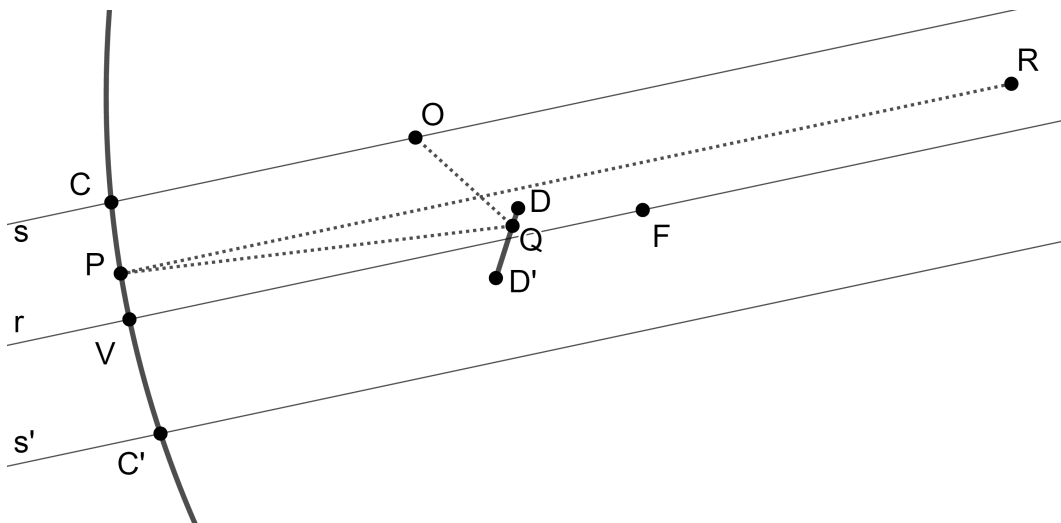
<sup>1</sup>Para formatar um objeto no GeoGebra (exibir, esconder, colorir, renomear, etc...) posicione o cursor do mouse sobre o objeto e clique no botão direito do mouse

<sup>2</sup>No GeoGebra, uma parábola é construída a partir de um ponto e de uma reta (foco, diretriz); neste caso, a diretriz é a reta perpendicular à  $r$  pela reflexão de  $F$  em relação ao ponto  $V$ ; para construir a parábola digite o comando  $p=\text{Parábola}(F,\text{Perpendicular}(\text{Reflexão}(F,V),r))$  no campo de entrada. Já uma hipérbole é construída a partir de três pontos (foco, foco, ponto da hipérbole); para construir a hipérbole, digite o comando  $h=\text{Hipérbole}(O,F,V)$  no campo de entrada

<sup>3</sup> $P=\text{Interseção}(p,\text{Reta}(R,r))$ ,  $Q=\text{Interseção}(h,\text{Segmento}(P,F))$ ,  $\text{CaminhoPoligonal}(R,P,Q,O)$

# Construção do Modelo de Telescópio Refletor de Newton

1. Construa dois pontos  $A$  e  $B$ , e uma reta  $r$  passando por esses dois pontos. Essa reta  $r$  será o eixo central do telescópio. Os pontos  $A$  e  $B$  não precisam ficar exibidos na construção, pois não serão usados.
2. Na reta  $r$ , construa o vértice  $V$  e o foco  $F$  do espelho parabólico principal;
3. Construa uma parábola  $p$  de vértice  $V$  e foco  $F$ .<sup>4</sup>
4. Construa um ponto  $C$  na parábola e sua reflexão  $C'$  em relação a  $r$  para determinar o tamanho do espelho parabólico. Construa também retas  $s$  e  $s'$  paralelas a  $r$  por  $C$  e  $C'$ , respectivamente.<sup>5</sup>
5. Construa um ponto  $O$  na reta  $s$ , no lado da frente do espelho parabólico. O ponto  $O$  será o ponto de observação do telescópio.
6. Construa pontos  $D$  e  $D'$  na interseção da mediatriz do segmento  $OF$  com os segmentos  $CF$  e  $C'F$ , respectivamente. Construa também o segmento  $DD'$ , que será o espelho plano do telescópio. A definição (existência) dos pontos  $D$  e  $D'$  vai depender da posição dos pontos  $C$ ,  $F$  e  $O$ .<sup>6</sup>
7. Para ilustrar a trajetória de um raio de luz, construa um ponto  $R$  na frente do espelho parabólico e entre as retas  $s$  e  $s'$ ; marque o ponto  $P$  na interseção do espelho parabólico com a reta paralela à  $r$  por  $R$ ; marque o ponto  $Q$  na interseção do segmento  $PF$  com o espelho plano; por fim, construa a poligonal  $RPQO$ .<sup>7</sup>
8. Arraste o ponto  $R$  e perceba que um raio de luz paralelo ao eixo do telescópio vai incidir, após refletir nos dois espelhos, no ponto  $O$ .



<sup>4</sup> $p = \text{Parábola}(F, \text{Perpendicular}(\text{Reflexão}(F, V), r))$

<sup>5</sup> $C' = \text{Reflexão}(C, r)$ ,  $s = \text{Reta}(C, r)$ ,  $s' = \text{Reta}(C', r)$

<sup>6</sup> $D = \text{Interseção}(\text{Mediatriz}(O, F), \text{Segmento}(C, F))$ ,  $D' = \text{Interseção}(\text{Mediatriz}(O, F), \text{Segmento}(C', F))$

<sup>7</sup> $P = \text{Interseção}(p, \text{Reta}(R, r))$ ,  $Q = \text{Interseção}(\text{Segmento}(P, F), \text{Segmento}(D, D'))$ ,  $\text{CaminhoPoligonal}(R, P, Q, O)$