Tarefa 3 - Prof Sávio

Nome: Giullio Emmanuel da Cruz Di Gerolamo RA: 790965

$$y = e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-m}{\sigma}\right)^2}$$

1-

a) $y' = e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-m}{\sigma}\right)^2} \cdot \left[\frac{-1}{2} \cdot \left(\frac{x-m}{\sigma}\right)^2\right]' = e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-m}{\sigma}\right)^2} \cdot \left[\frac{-1}{2} \cdot \left(\frac{x^2-2xm+m^2}{\sigma^2}\right)\right]' = e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-m}{\sigma}\right)^2} \cdot \frac{-1}{2} \cdot \frac{2x-2m}{\sigma^2} = e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-m}{\sigma}\right)^2} \cdot \frac{m-x}{\sigma^2}$

$y' = e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-m}{\sigma}\right)^2} \cdot \frac{m-x}{\sigma^2}$ * Somente possui 1 raiz, $\boxed{m}$. Acima de m a função é negativa, portanto no intervalo $]m;+\infty[$ f é decrescente. Abaixo de m a função é positiva, portanto no intervalo $]-\infty;m[$ f é crescente.

b) $y_{(m)} = e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{m-m}{\sigma}\right)^2} = 1$ f possui apenas 1 ponto máximo local, o ponto $(m; 1)$

c) $y'' = \left(e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-m}{\sigma}\right)^2} \cdot \frac{m-x}{\sigma^2}\right) \cdot \left(\frac{m-x}{\sigma^2}\right) + e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-m}{\sigma}\right)^2} \cdot \frac{-1}{\sigma^2} = \left(e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-m}{\sigma}\right)^2} \cdot \frac{m-x}{\sigma^2}\right) \cdot \left(\frac{m-x}{\sigma^2}\right) - \frac{e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-m}{\sigma}\right)^2}}{\sigma^2} = \frac{-1}{\sigma^2}\left[e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-m}{\sigma}\right)^2} \cdot \left(\frac{-(x-m)^2}{\sigma^2} + 1\right)\right]$

$y'' = 0 \therefore$

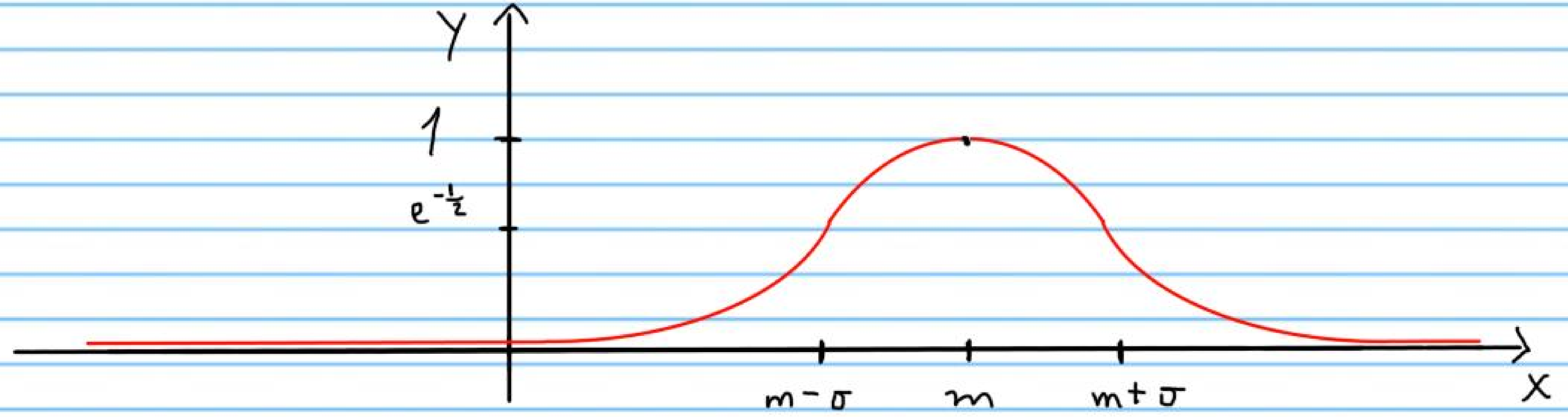
$$\frac{-1}{\sigma^2}\left[e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-m}{\sigma}\right)^2} \cdot \left(\frac{-(x-m)^2}{\sigma^2} + 1\right)\right] = 0 \rightarrow \frac{-(x-m)^2}{\sigma^2} + 1 = 0 \rightarrow (x-m)^2 = \sigma^2 \rightarrow x - m = \pm \sigma \begin{cases} \rightarrow \boxed{x_1 = m + \sigma} \\ \rightarrow \boxed{x_2 = m - \sigma} \end{cases}$$

* Nos intervalos $]-\infty; m-\sigma[$ e $]m+\sigma; \infty[$ a curva é côncava para cima. No intervalo $]m-\sigma; m+\sigma[$ a curva é côncava para baixo.

d) Os pontos de inflexão da curva são $PI_1(m+\sigma; e^{-\frac{1}{2}})$ e $PI_2(m-\sigma; e^{-\frac{1}{2}})$

f) $\lim_{x \to +\infty} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-m}{\sigma}\right)^2} = 0$

$\lim_{x \to -\infty} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-m}{\sigma}\right)^2} = 0$



$(h=0)$

No nível do mar: $P \cdot V = nRT$

$10^5 \cdot 1 = nR \cdot 300$

$nR = \frac{10^5}{300}$

2 - $P = 10^5 e^{\frac{-gMh}{300R}} \rightarrow P' = 10^5 \cdot e^{\frac{-gMh}{300R}} \cdot \frac{-gM}{300R}$

$T = 300 - \frac{6{,}5h}{1000} \rightarrow T' = \frac{-6{,}5}{1000}$

$PV = nRT \longrightarrow (PV)' = \left(\frac{10^3}{3}T\right)'$

$P'V + PV' = \frac{10^3}{3}T' \rightarrow 10^5 \cdot e^{\frac{-gMh}{300R}} \cdot \left(\frac{-gM}{300R}\right) \cdot V + 10^5 e^{\frac{-gMh}{300R}} \cdot V' = \frac{-6{,}5}{3}$

$-\frac{gM \cdot 10^5}{300R} + 10^5 V' = \frac{-6{,}5}{3} \longrightarrow V' = \frac{-6{,}5}{3 \cdot 10^5} + \frac{gM}{300R} = \frac{2842 \cdot 10^{-6}}{24{,}9} - \frac{65 \cdot 10^{-6}}{3} = 10^{-6}\left(\frac{8{,}3 \cdot 342{,}41}{8{,}3 \cdot 3} - \frac{65}{3}\right) = 10^{-6} \cdot 92{,}47$

$V' \simeq 9{,}247 \cdot 10^{-5}$

3 - $$P = P_b \cdot \left(\frac{T_b}{T_b + L_b \cdot (h - h_b)} \right)^{\frac{gM}{R \cdot L_b}}$$

$$\lim_{L_b \to 0} P_b \cdot \left(\frac{T_b}{T_b + L_b \cdot (h - h_b)} \right)^{\frac{gM}{R \cdot L_b}} = P_b \cdot \lim_{L_b \to 0} e^{\ln\left[\frac{T_b}{T_b + L_b \cdot (h - h_b)}\right]^{\frac{gM}{R \cdot L_b}}} = P_b \cdot \lim_{L_b \to 0} e^{\frac{gM}{R \cdot L_b} \ln\left[\frac{T_b}{T_b + L_b \cdot (h - h_b)}\right]} = P_b \cdot e^{\frac{gM}{R} \lim_{L_b \to 0} \frac{1}{L_b} \ln\left[\frac{T_b}{T_b + L_b \cdot (h - h_b)}\right]}$$

$$= P_b \cdot e^{\frac{g \cdot M}{R} \cdot \lim_{L_b \to 0} \frac{1}{L_b} \left[\ln(T_b) - \ln(T_b + L_b \{h - h_b\})\right]} = P_b \cdot e^{\frac{g \cdot M}{R} \cdot \lim_{L_b \to 0} \frac{\ln(T_b) - \ln(T_b + L_b \{h - h_b\})}{L_b}}$$ × L'hôpital

$$= P_b \cdot e^{\frac{g \cdot M}{R} \cdot \lim_{L_b \to 0} \frac{\cancelto{0}{\ln(T_b)'} - \ln(T_b + L_b (h - h_b))'}{\cancelto{1}{L_b'}}} = P_b \cdot e^{\frac{g \cdot M}{R} \cdot \lim_{L_b \to 0} - \frac{1}{T_b + L_b (h - h_b)} \cdot (h - h_b)} = P_b \cdot e^{\frac{g \cdot M}{R} \cdot \lim_{L_b \to 0} \frac{h_b - h}{T_b + \cancelto{0}{L_b (h - h_b)}}}$$

$$= P_b \cdot e^{\frac{-g \cdot M \cdot (h - h_b)}{R \cdot T_b}}$$

4) — $y = ax + \cos X \longrightarrow y' = a - \operatorname{sen} X \longrightarrow y'' = -\cos X$

$y' = 0$

$a = \operatorname{sen} X$

$\cos x = 0$

A função será crescente quando a constante "a" for maior que sen(x), [-1;1].
A mesma será decrescente quando a constante "a" for menor que sen(x), [-1;1].
Porém a concavidade da função não depende da constante "a", isso pode ser provado efetuando a constante da constante (f''), esta não possui "a".
Quando a constante apresenta valor maior ou igual a 1, ou menor ou igual a -1 encontram-se pontos críticos estes sempre maiores que os anteriores, portanto os valores de máx. e mín. locais vão aumentando a cada período.
A função decresce em $a \leq -1$ e cresce em $a \geq 1$.

ESBOÇO DO GRÁFICO