

Considere a cônica descrita pela equação

$$C: 3x^2 - 12xy + 12y^2 - 18x + 36y + 24 = 0,$$

dada no sistema  $xOy$  formado pela origem  $O$  e pela base canônica ortonormal  $\mathcal{E} = \{\vec{i}, \vec{j}\}$ .

**Item 1)** Qual é a equação dessa cônica após efetuarmos a translação  $x = \bar{x} + 1, y = \bar{y} - 1$ ?

a)  $3\bar{x}^2 - 12\bar{x}\bar{y} + 12\bar{y}^2 = 0$

b)  $3\bar{x}^2 + 12\bar{y}^2 - 3 = 0$

c)  $3\bar{x}^2 - 12\bar{x}\bar{y} - 3 = 0$

d)  $3\bar{x}^2 - 12\bar{x}\bar{y} + 12\bar{y}^2 - 3 = 0$

e)  $3\bar{x}^2 + 12\bar{y}^2 = 0$

$$3(\bar{x}+1)^2 - 12(\bar{x}+1)(\bar{y}-1) + 12(\bar{y}-1)^2 - 18(\bar{x}+1) + 36(\bar{y}-1) + 24 = 0$$

$$3\bar{x}^2 + 6\bar{x} + 3 - 12\bar{x}\bar{y} + 12\bar{x} - 12\bar{y} + 12 + 12\bar{y}^2 - 24\bar{y} + 12 - 18\bar{x} - 18 + 36\bar{y} - 36 + 24 = 0$$

$$3\bar{x}^2 - 12\bar{x}\bar{y} + 12\bar{y}^2 - 3 = 0 \quad \textcircled{d}$$

**Item 2)** Considere agora a cônica obtida no item anterior após realizada a translação. Para eliminar o termo misto, devemos fazer uma rotação de ângulo  $0 < \theta < 90^\circ$ . Qual é o valor do ângulo  $\theta$  para que isso aconteça? (dê o valor do ângulo em graus)

$$H = \sqrt{144 + 81} = 15$$

$$\cos 2\theta = \text{sign}\left(\frac{-9}{-12}\right) \cdot \frac{9}{15} = \frac{9}{15} = \frac{3}{5}$$

$$2c^2 - 1 = \frac{3}{5} \rightarrow c^2 = \frac{8}{10} = \frac{4}{5} \rightarrow c = \frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

$$s^2 + c^2 = 1 \rightarrow s^2 + \frac{4}{5} = 1 \rightarrow s = \frac{1\sqrt{5}}{5}$$

utilizando arc cos tem-se:  $\theta \simeq 26,56$

Giullio Emmanuel da Cruz Di Gerolamo  
RA: 790965

Considere a cônica descrita pela equação

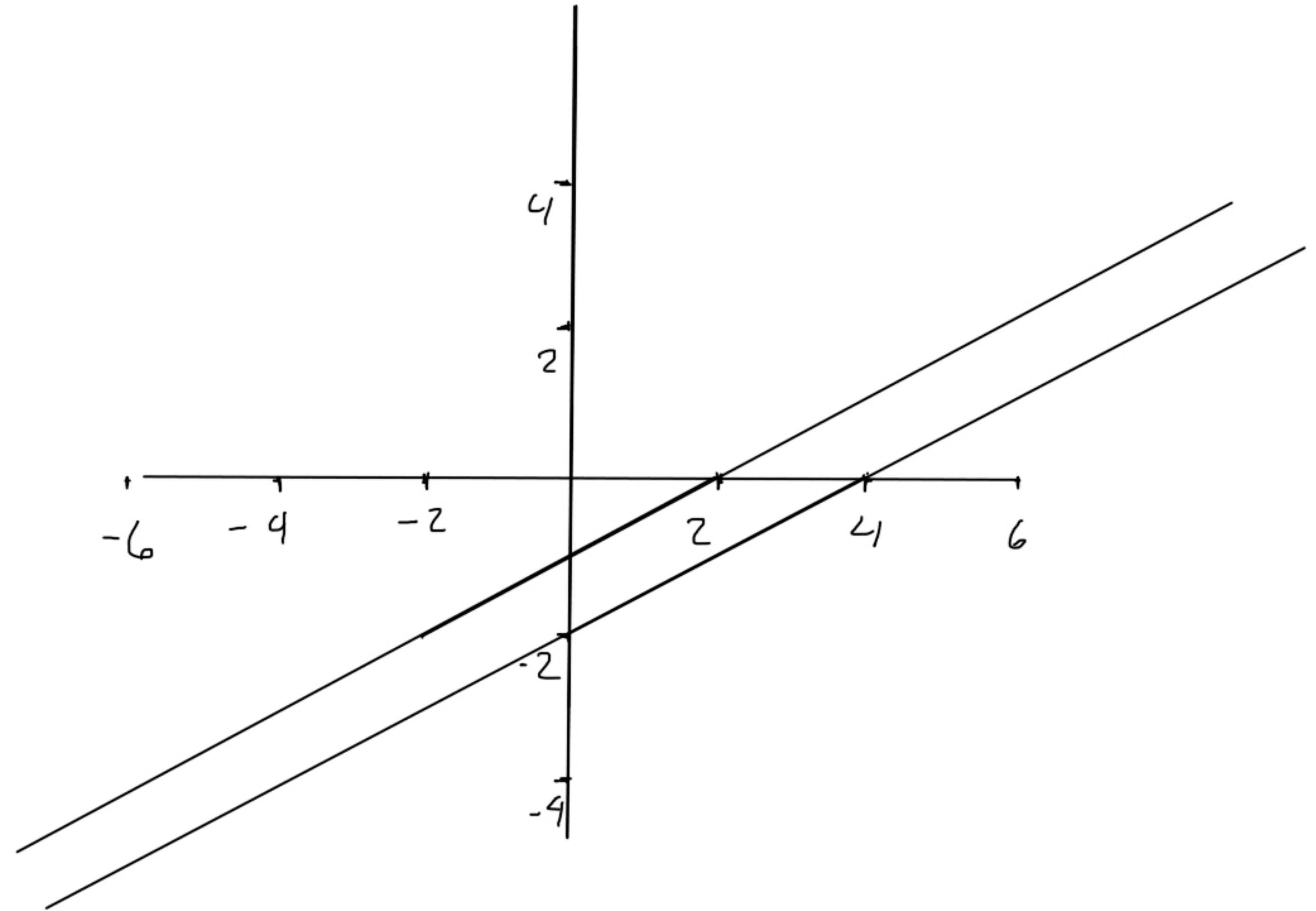
$$C: 3x^2 - 12xy + 12y^2 - 18x + 36y + 24 = 0,$$

dada no sistema  $xOy$  formado pela origem  $O$  e pela base canônica ortonormal  $\mathcal{E} = \{\vec{i}, \vec{j}\}$ .

**Item 3)** Escreva a equação da cônica após essa rotação de ângulo  $\theta$ .

$$\begin{aligned} A &= 3 & A' &= \frac{12}{5} - \frac{24}{5} + \frac{12}{5} = 0 \\ B &= -12 & B' &= 0 \\ C &= 12 & C' &= \frac{3}{5} + \frac{24}{5} + \frac{48}{5} = 15 \\ F &= -3 \\ \Delta &= \frac{\sqrt{5}}{5} \\ C &= \frac{2\sqrt{5}}{5} \end{aligned}$$
$$15\bar{y}^2 - 3 = 0$$

**Item 4)** Desenhe a cônica do início do enunciado utilizando o sistema de coordenadas original  $xOy$ .



Giullio Emmanuel da Cruz Di Gerolamo  
RA: 790965