

Trường THPT Chuyên Lê Quý Đôn – Khánh Hòa

Môn học: ĐẠI SỐ 10

Ngày giảng: 13/04/2020

GV: Nguyễn Trung Hưng

Bài giảng: CUNG VÀ GÓC LƯỢNG GIÁC

I. Khái niệm cung và góc lượng giác

1. Đường tròn định hướng là một đường tròn trên đó ta đã chọn một chiều chuyển động gọi là chiều dương, chiều ngược lại là chiều âm.

Ta quy ước chọn chiều ngược với chiều quay của kim đồng hồ làm chiều dương.

2. Cung lượng giác: Trên đường tròn định hướng cho hai điểm A và B . Một điểm M di động trên đường tròn luôn theo một chiều (âm hoặc dương) tạo nên một cung lượng giác có điểm đầu A và điểm cuối B .

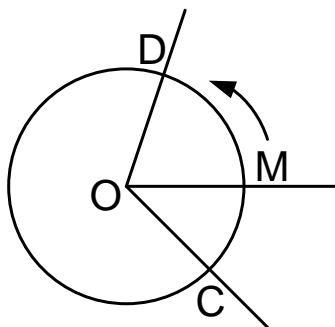
Chú ý: Với hai điểm A, B đã cho trên đường tròn định hướng ta có vô số cung lượng giác điểm đầu A , điểm cuối B .

Kí hiệu AB chỉ một cung hình học

Kí hiệu $\overset{\curvearrowright}{AB}$ chỉ một cung lượng giác điểm đầu A , điểm cuối B .

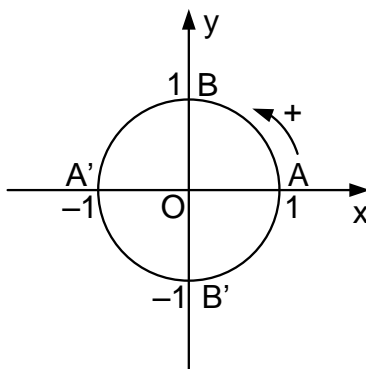
3. Góc lượng giác: Trên đường tròn định hướng cho hai điểm C, D . Một điểm M di động trên đường tròn từ C đến D tạo nên cung lượng giác điểm đầu C , điểm cuối D . Khi đó, tia OM quay xung quanh gốc O từ vị trí OC đến vị trí OD . Ta nói tia OM tạo ra một góc lượng giác có tia đầu là OC , tia cuối là OD .

Kí hiệu góc lượng giác đó là (OC, OD) .



4. Đường tròn lượng giác: Trong mặt phẳng Oxy vẽ đường tròn định hướng tâm O bán kính $R=1$. Đường tròn này cắt 2 trục tọa độ tại bốn điểm $A(1;0), A'(-1;0), B(0;1), B'(0;-1)$. Ta lấy $A(1;0)$ làm điểm gốc của đường tròn đó.

Đường tròn xác định như trên được gọi là đường tròn lượng giác (gốc A).



II. Số đo của cung và góc lượng giác

1. Độ và radian

a) Đơn vị radian: Trên đường tròn tùy ý, cung có độ dài bằng bán kính được gọi là cung có số đo 1 rad.

b) Quan hệ giữa độ và radian $1^\circ = \frac{\pi}{180} \text{ rad}$ và $1 \text{ rad} = \left(\frac{180}{\pi}\right)^\circ$.

Chú ý: Khi viết số đo của một góc (hay cung) theo đơn vị radian người ta thường không viết chữ rad sau số đo.

c) Bảng chuyển đổi thông dụng

Độ	30°	45°	60°	90°	120°	135°	150°	180°
Radian	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π

d) Độ dài của một cung tròn: Trên đường tròn bán kính R , cung nửa đường tròn có số đo là π rad và có độ dài là πR nên cung có số đo α rad thì có độ dài là $l = R\alpha$.

2. Số đo của một cung lượng giác

a) Số đo của một cung lượng giác \widehat{AM} ($A \neq M$) là một số thực âm hoặc dương và được kí hiệu là số \widehat{AM} .

b) Số đo của các cung lượng giác có cùng điểm đầu A và điểm cuối M sai khác nhau một bội của 2π . Ta viết số đo $\widehat{AM} = \alpha + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ trong đó α là số đo (đơn vị rad) của một cung lượng giác tùy ý có điểm đầu A và điểm cuối M .

Công thức tổng quát của số đo bằng độ của các cung lượng giác \widehat{AM} là

$$\text{sđ } \widehat{AM} = a^0 + k360^0, k \in \mathbb{Z}$$

trong đó a^0 là số đo của một cung lượng giác tùy ý có điểm đầu A và điểm cuối M .

3. Số đo của một góc lượng giác: Số đo của góc lượng giác (OA, OM) là số đo của cung lượng giác \widehat{AM} tương ứng.

4. Biểu diễn cung lượng giác trên đường tròn lượng giác

Ta chọn điểm gốc A là điểm đầu của tất cả các cung lượng giác trên đường tròn lượng giác.

Để biểu diễn cung lượng giác có số đo α ta cần chọn điểm cuối M của cung này sao cho số đo $\widehat{AM} = \alpha$.

III. Một số bài tập củng cố lý thuyết có hướng dẫn

Bài 1. Biểu diễn trên đường tròn các cung lượng giác có số đo:

- a) $\frac{25\pi}{4}$ b) -765^0 c) $\frac{3\pi}{4}$ d) 270^0

Hướng dẫn:

a) $\frac{25\pi}{4} = \frac{\pi}{4} + 3.2\pi \Rightarrow$ điểm cuối M là điểm chính giữa cung AB .

b) $-765^0 = -45^0 + (-2).360^0$ nên M là điểm chính giữa cung AB' .

c) M là điểm chính giữa cung $A'B$.

d) M trùng với B' .

Bài 2. Cho góc lượng giác $\alpha = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. Tìm k để $10\pi < \alpha < 11\pi$.

Hướng dẫn:

$$10\pi < \alpha < 11\pi \Leftrightarrow 10\pi < \frac{\pi}{2} + k2\pi < 11\pi \Leftrightarrow \frac{19}{4} < k < \frac{21}{4}. \text{ Ta lại có } k \in \mathbb{Z} \text{ nên ta được } k = 5.$$

Bài 3. Trên đường tròn lượng giác gốc $A(1;0)$, cho cung \widehat{AM} có số đo $\widehat{AM} = \frac{8\pi}{3}$. Tìm tọa độ của điểm M .

Hướng dẫn:

Do $\frac{8\pi}{3} = \frac{2\pi}{3} + 2\pi$ nên M thuộc góc phần tư thứ II. Gọi H là hình chiếu của M lên trục Ox thì

$$\begin{cases} x_H = x_M = -OH < 0 \\ y_H = 0 \end{cases}.$$

Gọi K là hình chiếu của M lên Oy thì $\begin{cases} x_K = 0 \\ y_K = y_M = OK > 0 \end{cases}$. Ta có $MOH = 180^\circ - AOM = 60^\circ$.

Suy ra $OH = R \cdot \cos MOH = \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$ và $OK = MH = R \cdot \sin MOH = \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Từ đó, $M \left(-\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2} \right)$.

IV. Bài tập về nhà

Bài 1. Đổi số đo các góc sau đây ra radian:

- a) 18° b) $57^\circ 30'$ c) -25° d) $-125^\circ 45'$.

Bài 2. Đổi số đo các cung sau đây ra độ, phút, giây:

- a) $\frac{\pi}{18}$ b) $\frac{3\pi}{16}$ c) -2 d) $\frac{3}{4}$

Bài 3. Một đường tròn có bán kính 20cm. Tìm độ dài của các cung trên đường tròn đó có số đo

- a) $\frac{\pi}{15}$ b) 1,5 c) 37° .

Bài 4. Trên đường tròn lượng giác hãy biểu diễn các cung có số đo

- a) $-\frac{5\pi}{4}$ b) 135° c) $\frac{10\pi}{3}$ d) -225° .

Bài 5. Trên đường tròn lượng giác gốc A , xác định các điểm M khác nhau, biết rằng cung \widehat{AM} có số đo tương ứng là (trong đó k là một số nguyên tùy ý)

- a) $k\pi$ b) $\frac{k\pi}{2}$ c) $\frac{k\pi}{3}$.