

Trường THPT chuyên Lê Quý Đôn, Khánh Hòa

Môn học: **ĐẠI SỐ 10**

Ngày giảng: 01/05/2020

GV: Dương Thị Lan Phương

Bài giảng: BÀI TẬP CÔNG THỨC LUẬN GIÁC (tiết 1)

Dạng 1 : Tính giá trị lượng giác, biểu thức lượng giác.

Phương pháp :

- Vận dụng công thức cộng, công thức nhân, hạ bậc, biến đổi đưa về góc đặc biệt đã biết.
- Phối hợp với các hệ thức cơ bản và công thức về góc liên quan đặc biệt: đối, bù, phụ, hơn kém $\frac{\pi}{2}$, hơn kém π .

Ví dụ 1: Tính giá trị biểu thức lượng giác sau:

$$a) A = \left(1 + \tan 20^\circ\right) \left(1 + \tan 25^\circ\right)$$

$$b) B = \tan 9^\circ - \tan 27^\circ - \tan 63^\circ + \tan 81^\circ$$

$$c) C = \sin \frac{\pi}{9} - \sin \frac{5\pi}{9} + \sin \frac{7\pi}{9}$$

$$d) D = \sin^2 \frac{\pi}{9} + \sin^2 \frac{2\pi}{9} + \sin \frac{\pi}{9} \sin \frac{2\pi}{9}$$

Lời giải

$$a) \text{ Cách 1: Ta có } A = \left(1 + \frac{\sin 20^\circ}{\cos 20^\circ}\right) \left(1 + \frac{\sin 25^\circ}{\cos 25^\circ}\right) = \frac{\sin 20^\circ + \cos 20^\circ}{\cos 20^\circ} \cdot \frac{\sin 25^\circ + \cos 25^\circ}{\cos 25^\circ}$$

$$= \sqrt{2} \cdot \frac{\sin 20^\circ \cos 45^\circ + \cos 20^\circ \sin 45^\circ}{\cos 20^\circ} \cdot \sqrt{2} \cdot \frac{\sin 25^\circ \cos 45^\circ + \cos 25^\circ \sin 45^\circ}{\cos 25^\circ}$$

$$= 2 \frac{\sin 65^\circ \sin 70^\circ}{\cos 20^\circ \cos 25^\circ} = 2$$

$$\text{Cách 2: Ta có } \tan 45^\circ = \tan(20^\circ + 25^\circ) = \frac{\tan 20^\circ + \tan 25^\circ}{1 - \tan 20^\circ \tan 25^\circ}$$

$$\text{Suy ra } 1 = \frac{\tan 20^\circ + \tan 25^\circ}{1 - \tan 20^\circ \tan 25^\circ} \Leftrightarrow \tan 20^\circ + \tan 25^\circ + \tan 20^\circ \tan 25^\circ = 1$$

$$\Leftrightarrow (1 + \tan 20^\circ)(1 + \tan 25^\circ) = 2.$$

Vậy $A = 2$

$$b) B = \tan 9^\circ + \tan 81^\circ - (\tan 27^\circ + \tan 63^\circ)$$

$$= \frac{\sin 9^\circ \cos 81^\circ + \sin 81^\circ \cos 9^\circ}{\cos 9^\circ \cos 81^\circ} - \frac{\sin 27^\circ \cos 63^\circ + \sin 63^\circ \cos 27^\circ}{\cos 27^\circ \cos 63^\circ}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{\cos 9^0 \sin 9^0} - \frac{1}{\cos 27^0 \sin 27^0} = \frac{2}{\sin 18^0} - \frac{2}{\sin 54^0} = \frac{2(\sin 54^0 - \sin 18^0)}{\sin 18^0 \sin 54^0} \\
&= \frac{4 \cos 36^0 \cdot \sin 18^0}{\sin 18^0 \cdot \sin 54^0} = 4
\end{aligned}$$

c) $C = \left(\sin \frac{\pi}{9} + \sin \frac{7\pi}{9} \right) - \sin \frac{5\pi}{9} = 2 \sin \frac{4\pi}{9} \cdot \cos \frac{\pi}{3} - \sin \frac{5\pi}{9} = \sin \frac{4\pi}{9} - \sin \frac{5\pi}{9} = 0$

d) $D = \sin^2 \frac{\pi}{9} + \sin^2 \frac{2\pi}{9} + \sin \frac{\pi}{9} \sin \frac{2\pi}{9} = \left(\sin \frac{\pi}{9} + \sin \frac{2\pi}{9} \right)^2 - \sin \frac{\pi}{9} \sin \frac{2\pi}{9}$

$$\begin{aligned}
&= \left(2 \sin \frac{\pi}{6} \cos \frac{\pi}{18} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\cos \frac{\pi}{3} - \cos \frac{\pi}{9} \right) = \cos^2 \frac{\pi}{18} + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} - \cos \frac{\pi}{9} \right) \\
&= \frac{1 + \cos \frac{\pi}{9}}{2} + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} - \cos \frac{\pi}{9} \right) = \frac{3}{4}
\end{aligned}$$

Ví dụ 2: Tính giá trị biểu thức lượng giác sau:

a) $A = \sin \frac{\pi}{32} \cos \frac{\pi}{32} \cdot \cos \frac{\pi}{16} \cdot \cos \frac{\pi}{8}$	b) $B = \sin 10^0 \cdot \sin 30^0 \cdot \sin 50^0 \cdot \sin 70^0$
c) $C = \cos \frac{\pi}{5} + \cos \frac{3\pi}{5}$	

Lời giải

a) $A = \frac{1}{2} \left(2 \sin \frac{\pi}{32} \cos \frac{\pi}{32} \right) \cdot \cos \frac{\pi}{16} \cdot \cos \frac{\pi}{8} = \frac{1}{2} \sin \frac{\pi}{16} \cdot \cos \frac{\pi}{16} \cdot \cos \frac{\pi}{8} = \frac{1}{4} \sin \frac{\pi}{8} \cdot \cos \frac{\pi}{8} = \frac{1}{8} \sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{16}$

b) Ta có $B = \frac{1}{2} \cos 20^0 \cos 40^0 \cos 80^0$ do đó

$$16 \sin 20^0 \cdot B = 8 \sin 20^0 \cos 20^0 \cos 40^0 \cos 80^0$$

$$\begin{aligned}
&= 4 \sin 40^0 \cos 40^0 \cos 80^0 \\
&= 2 \sin 80^0 \cos 80^0 = \sin 160^0
\end{aligned}$$

Suy ra $B = \frac{\sin 160^0}{16 \sin 20^0} = \frac{1}{16}$.

c) Ta có $C = 2 \cos \frac{\pi}{5} \cos \frac{2\pi}{5}$. Vì $\sin \frac{\pi}{5} \neq 0$ nên

$$2 \sin \frac{\pi}{5} \cdot C = 4 \sin \frac{\pi}{5} \cos \frac{\pi}{5} \cos \frac{2\pi}{5} = 2 \sin \frac{2\pi}{5} \cos \frac{2\pi}{5} = \sin \frac{4\pi}{5}$$

Suy ra $C = \frac{1}{2}$

Ví dụ 3: Tính giá trị biểu thức lượng giác sau: $E = \cos^2 \frac{\pi}{7} + \cos^2 \frac{2\pi}{7} + \cos^2 \frac{3\pi}{7}$

Lời giải

$$E = \frac{1 + \cos \frac{2\pi}{7}}{2} + \frac{1 + \cos \frac{4\pi}{7}}{2} + \frac{1 + \cos \frac{6\pi}{7}}{2} = \frac{3}{2} + \frac{1}{2} \left(\cos \frac{2\pi}{7} + \cos \frac{4\pi}{7} + \cos \frac{6\pi}{7} \right)$$

Xét $T = \cos \frac{2\pi}{7} + \cos \frac{4\pi}{7} + \cos \frac{6\pi}{7}$, vì $\sin \frac{\pi}{7} \neq 0$ nên

$$\begin{aligned} 2 \sin \frac{\pi}{7} T &= 2 \sin \frac{\pi}{7} \cos \frac{2\pi}{7} + 2 \sin \frac{\pi}{7} \cos \frac{4\pi}{7} + 2 \sin \frac{\pi}{7} \cos \frac{6\pi}{7} \\ &= \left(\sin \frac{3\pi}{7} - \sin \frac{\pi}{7} \right) + \left(\sin \frac{5\pi}{7} - \sin \frac{3\pi}{7} \right) + \left(\sin \pi - \sin \frac{5\pi}{7} \right) \\ &= -\sin \frac{\pi}{7} \end{aligned}$$

Suy ra $T = -\frac{1}{2}$.

$$\text{Vậy } D = \frac{3}{2} + \frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{1}{2} \right) = \frac{5}{4}.$$

Ví dụ 4: Rút gọn các biểu thức sau

a) $A = 96\sqrt{3} \sin \frac{\pi}{48} \cos \frac{\pi}{48} \cos \frac{\pi}{24} \cos \frac{\pi}{12} \cos \frac{\pi}{6}$.

b) $B = \sin 160^\circ \cos 110^\circ + \sin 250^\circ \cos 340^\circ + \tan 110^\circ \tan 340^\circ$

Lời giải

a) Ta có $A = 48\sqrt{3} \left(2 \sin \frac{\pi}{48} \cos \frac{\pi}{48} \right) \cos \frac{\pi}{24} \cos \frac{\pi}{12} \cos \frac{\pi}{6} = 48\sqrt{3} \sin \frac{\pi}{24} \cos \frac{\pi}{24} \cos \frac{\pi}{12} \cos \frac{\pi}{6}$
 $= 24\sqrt{3} \sin \frac{\pi}{12} \cos \frac{\pi}{12} \cos \frac{\pi}{6} = 12\sqrt{3} \sin \frac{\pi}{6} \cos \frac{\pi}{6} = 6\sqrt{3} \sin \frac{\pi}{3} = 6\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 9$.

b) Ta có

$$\begin{aligned} \sin 160^\circ \cos 110^\circ + \sin 250^\circ \cos 340^\circ &= \sin(180^\circ - 20^\circ) \cos(180^\circ - 70^\circ) + \sin(180^\circ + 70^\circ) \cos(360^\circ - 20^\circ) \\ &= -\sin 20^\circ \cos 70^\circ - \sin 70^\circ \cos 20^\circ = -\sin(20^\circ + 70^\circ) = -\sin 90^\circ = -1. \end{aligned}$$

Lại có $\tan 110^\circ \tan 340^\circ = \tan(180^\circ - 70^\circ) \tan(360^\circ - 20^\circ) = \tan 70^\circ \tan 20^\circ = \tan 70^\circ \cot 70^\circ = 1$.

Vậy $B = -1 + 1 = 0$.

BÀI TẬP VỀ NHÀ

Bài 1: Tính các giá trị lượng giác sau $\sin \frac{\pi}{8}$, $\sin \frac{\pi}{16}$, $\cot \frac{11\pi}{12}$

Bài 2: Tính giá trị của biểu thức sau:

a) $A = 4 \sin 45^\circ \cos 12^\circ \cos 3^\circ - \sin 54^\circ - \sin 36^\circ$

b) $B = (1 - \cot 23^\circ)(1 - \cot 22^\circ)$

c) $C = \cos \frac{\pi}{9} + \cos \frac{5\pi}{9} + \cos \frac{7\pi}{9}$

d) $D = \frac{2 \sin \frac{\pi}{5} + \sqrt{2} \sin \frac{\pi}{20}}{2 \cos \frac{\pi}{5} - \sqrt{2} \sin \frac{\pi}{20}}$

Bài 2: Tính:

a) Tính giá trị lượng giác của góc $\frac{\pi}{12}$

b) $\cos^4 \frac{\pi}{24} - \sin^4 \frac{\pi}{24}$

c) $\cos 36^\circ - \cos 72^\circ$

d) $\sin 10^\circ \sin 50^\circ \sin 70^\circ$

Bài 3: Tính giá trị của các biểu thức sau:

a) $A = \cos^2 73^\circ + \cos^2 47^\circ + \cos 73^\circ \cos 47^\circ$

b) $B = \sin 6^\circ \sin 42^\circ \sin 66^\circ \sin 78^\circ$

c) $C = \cos \frac{\pi}{7} \cos \frac{4\pi}{7} \cos \frac{5\pi}{7}$

d) $D = \frac{1}{\sin 10^\circ} - 4 \sin 70^\circ$

Bài 4: Tính giá trị của các biểu thức sau:

a) $A = \sin \frac{\pi}{30} \sin \frac{7\pi}{30} \sin \frac{13\pi}{30} \sin \frac{19\pi}{30} \sin \frac{25\pi}{30}$

b) $\cos 24^\circ + \cos 48^\circ - \cos 84^\circ - \cos 12^\circ$

c) $\cos \frac{\pi}{7} - \cos \frac{2\pi}{7} + \cos \frac{3\pi}{7}$

Bài 5: Tính giá trị của biểu thức sau:

a) $A = \cos \frac{\pi}{7} \cdot \cos \frac{4\pi}{7} \cdot \cos \frac{5\pi}{7}$

b) $B = \cos 10^\circ \cdot \cos 50^\circ \cdot \cos 70^\circ$