

BÀI TẬP 02/11/2020

Cắt tôn (catton.*)

Một tấm tôn hình chữ nhật có chiều dọc là M chiều ngang là N đơn vị diện đo độ dài. Cần cắt tấm tôn trên bằng những nhát cắt dọc hoặc ngang song song với các cạnh bên để có được những tấm tôn có tổng diện tích nguyên bằng K đơn vị diện tích. Mỗi nhát cắt được cắt tại vị trí nguyên sẽ chia tấm tôn ra thành hai phần có tổng diện tích bằng tấm tôn ban đầu. Chi phí cho mỗi nhát cắt được tính bằng bình phương của chiều dọc (nếu cắt theo chiều dọc) hay bình phương của chiều ngang (nếu cắt theo chiều ngang).

Yêu cầu: Hãy tìm cách cắt tấm tôn để lấy được K đơn vị diện tích nguyên cho trước sao cho tổng chi phí để cắt là ít nhất.

Dữ liệu vào: tệp văn bản CATTON.INP chỉ một dòng duy nhất ghi ba số nguyên M , N và K cách nhau một dấu cách.

Kết quả: Tệp văn bản CATTON.OUT chỉ ghi một số nguyên duy nhất là tổng chi phí nhỏ nhất để cắt tấm tôn.

Ví dụ:

CATTON.INP	CATTON.OUT
2 2 1	5
2 2 3	5
2 2 2	4
2 2 4	0

Gợi hạn

Dữ liệu: $(1 \leq M, N \leq 30, 1 \leq K \leq \text{Min}(M \times N, 50))$

Thời gian: 2 giây.

BIỂU ĐỒ

Cho một biểu đồ gồm N cột được đánh số thứ tự từ 1 đến N . Cột thứ i ($i = 1..N$) có chiều cao X_i đơn vị. Biểu đồ có hình dạng nóc nhà và nóc nhà nằm tại vị trí thứ i phải thỏa mãn các điều kiện sau:

- Cột ở vị trí thứ i ($i = 1..N$) có độ cao lớn nhất.
- Độ cao của cột tại vị trí thứ j ($j = 1..N$) phải bằng $X_i - |i - j|$.
- Độ cao của tất cả các cột trong biểu đồ phải là số nguyên dương.

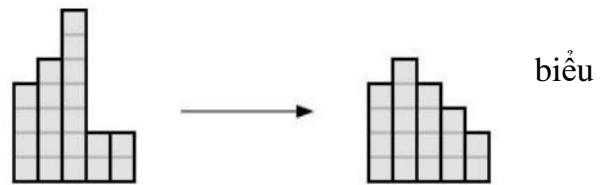
Yêu cầu: Hãy tìm cách đổi biểu đồ đã cho thành biểu đồ có hình dạng nóc nhà với số thao tác ít nhất. Mỗi thao tác biến đổi là một lần tăng hoặc giảm độ cao của một cột bất kỳ một đơn vị.

Dữ liệu vào: Từ tệp văn bản BIEUDO.INP gồm:

+ Dòng đầu ghi số nguyên dương N ($1 \leq N \leq 10^5$).

+ Dòng thứ hai ghi N số nguyên dương không vượt quá 10^9 là độ cao tương ứng của N cột trong biểu đồ. Các số trên cùng dòng được ghi cách nhau một dấu cách.

Kết quả: Ghi ra tệp BIEUDO.OUT một số nguyên là số lần biến đổi ít nhất để có được đồ hình dạng nóc nhà theo yêu cầu bài toán (hình vẽ bên mô tả cho ví dụ thứ hai).



Ví dụ:

BIEUDO.INP	BIEUDO.OUT
4 1 1 2 3	3

BIEUDO.INP	BIEUDO.OUT
5 4 5 7 2 2	4

BIEUDO.INP	BIEUDO.OUT
6 4 5 6 5 4 3	0

Bài 1: Select

Cho bảng vuông A kích thước $n \times n$ ($1 \leq n \leq 20$). Các hàng được đánh số từ trên xuống dưới bắt đầu từ 1, các cột được đánh số từ trái sang phải bắt đầu từ 1. Ô nằm giao của hàng i và cột j chứa một số nguyên dương.

Yêu cầu: Hãy chọn trên bảng n ô sao trong cho các ô được chọn không có hai ô bất kỳ cùng nằm trên một dòng và không cùng nằm trên một cột, và tổng các ô được chọn là lớn nhất.

Dữ liệu vào: Từ tệp văn bản SELECT.INP:

- Dòng đầu ghi số nguyên dương n ;
- Trong n dòng tiếp theo, mỗi dòng ghi n số nguyên dương không vượt quá 10^4 thể hiện dòng thứ i của bảng. Các số trên cùng dòng cách nhau một dấu cách.

Kết quả: Ghi ra tệp văn bản SELECT.OUT trên một dòng là tổng lớn nhất tìm được.

Ví dụ:

SELECT.INP	SELECT.OUT
3	9
3 1 2	
1 1 2	
1 4 2	