

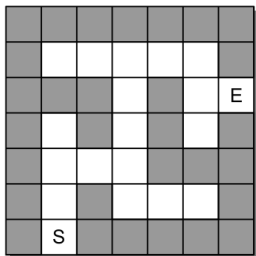
Solving a Maze

Giuseppe Persiano

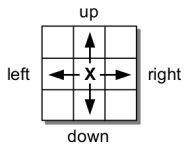
Università di Salerno

Ottobre, 2020

*Capitolo 7.4 di
Data Structures and Algorithms Using Python di Rance D. Nicaise*



- 1 Determinare se esiste un cammino da *start S* a *exit E*
- 2 Descrivere il cammino



Mosse consentite dalla posizione x

	0	1	2	3	4
0					
1					
2					
3					E
4		S			

Numerazione delle righe e delle colonne

	0	1	2	3	4
0					
1					
2					
3					E
4		S			

Numerazione delle righe e delle colonne

Trovare un cammino da $S = (4, 1)$ a $E = (3, 4)$

Backtrack

- 1 si parte dallo *stato* iniziale

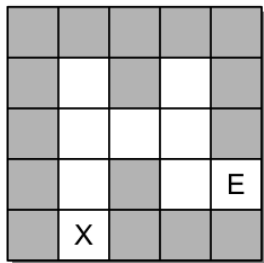
Backtrack

- 1 si parte dallo *stato* iniziale
- 2 in ogni stato effettuare le mosse *ammissibili* per lo stato una per volta in un ordine fissato

Backtrack

- 1 si parte dallo *stato* iniziale
- 2 in ogni stato effettuare le mosse *ammissibili* per lo stato una per volta in un ordine fissato
- 3 se si arriva in uno *stato* in cui non ci sono più mosse ammissibili, si torna ad uno stato precedente e si prova una mossa non ancora provata

mosse in senso orario: N, E, S, O



si parte dallo stato iniziale

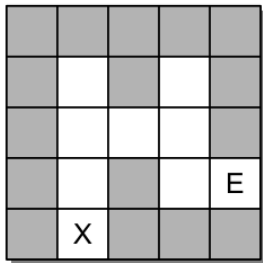
mosse in senso orario: N, E, S, O

				E
	X			

si parte dallo stato iniziale

- ogni casella è *percorribile* o *bloccata*

mosse in senso orario: N, E, S, O



si parte dallo stato iniziale

- ogni casella è *percorribile* o *bloccata*
- la casella di start è *occupata* (X)

	X			E
	x			

Mossa N – ammissibile

	X			E
	x			

Mossa N – ammissibile

- la casella di start diventa *visitata* (x)

	X			E
	x			

Mossa N – ammissibile

- la casella di start diventa *visitata* (x)
- casella (3,1) diventa *occupata* (X)

	X			
	x			E
	x			

	X			
	x			E
	x			

Mossa N – ammissibile

	X			
	x			E
	x			

Mossa N – ammissibile

- la casella (3,1) diventa *visitata* (x)

	X			
	x			E
	x			

Mossa N – ammissibile

- la casella (3,1) diventa *visitata* (x)
- casella (2,1) diventa *occupata* (X)

	X			
	x			
	x			E
	x			

Mossa N – ammissibile

	X			
	x			
	x			E
	x			

Mossa N – ammissibile

- la casella $(2,1)$ diventa *visitata* (x)

	X			
	x			
	x			E
	x			

Mossa N – ammissibile

- la casella (2,1) diventa *visitata* (x)
- casella (1,1) diventa *occupata* (X)

	O			
	X			
	x			E
	x			

- mossa N – non ammissibile perché bloccata

	O			
	X			
	x			E
	x			

- mossa N – non ammissibile perché bloccata
- mossa E – non ammissibile perché bloccata

	O			
	X			
	x			E
	x			

- mossa N – non ammissibile perché bloccata
- mossa E – non ammissibile perché bloccata
- mossa S – non ammissibile perché già visitata

	O			
	X			
	x			E
	x			

- mossa N – non ammissibile perché bloccata
- mossa E – non ammissibile perché bloccata
- mossa S – non ammissibile perché già visitata
- mossa O – non ammissibile perché bloccata

	O			
	X			
	x			E
	x			

- mossa N – non ammissibile perché bloccata
- mossa E – non ammissibile perché bloccata
- mossa S – non ammissibile perché già visitata
- mossa O – non ammissibile perché bloccata
- casella (1,1) diventa *esaurita* (o)

	O			
	X			
	x			E
	x			

- mossa N – non ammissibile perché bloccata
- mossa E – non ammissibile perché bloccata
- mossa S – non ammissibile perché già visitata
- mossa O – non ammissibile perché bloccata
- casella (1,1) diventa *esaurita* (o)
- casella (2,1) diventa *occupata* (X)

	o			
	x	X		
	x			E
	x			

- si torna alla casella precedente (2,1)

	o			
	x	X		
	x			E
	x			

- si torna alla casella precedente (2,1)
- si prova la prossima mossa: E – ammissibile

	o			
	x	X		
	x			E
	x			

- si torna alla casella precedente (2,1)
- si prova la prossima mossa: *E* – ammissibile
- Dobbiamo ricordarci

	o			
	x	X		
	x			E
	x			

- si torna alla casella precedente (2,1)
- si prova la prossima mossa: E – ammissibile
- Dobbiamo ricordarci
 - ▶ ultima casella visitata

	o			
	x	X		
	x			E
	x			

- si torna alla casella precedente (2,1)
- si prova la prossima mossa: E – ammissibile
- **Dobbiamo ricordarci**
 - ▶ ultima casella visitata
 - ▶ ultima mossa effettuata

	o			
	x	X		
	x			E
	x			

- si torna alla casella precedente (2,1)
- si prova la prossima mossa: E – ammissibile
- Dobbiamo ricordarci
 - ▶ ultima casella visitata
 - ▶ ultima mossa effettuata
- usiamo uno **stack**

	O			
	x	x	X	
	x			E
	x			

- mossa N – non ammissibile perché bloccata

	O			
	x	x	X	
	x			E
	x			

- mossa N – non ammissibile perché bloccata
- mossa E – ammissibile

	o		X	
	x	x	x	
	x			E
	x			

- mossa N – ammissibile

	o		o	
	x	x	X	
	x			E
	x			

- mossa N – non ammissibile perché bloccata

	O		O	
	x	x	X	
	x			E
	x			

- mossa N – non ammissibile perché bloccata
- mossa E – non ammissibile perché bloccata

	O		O	
	x	x	X	
	x			E
	x			

- mossa N – non ammissibile perché bloccata
- mossa E – non ammissibile perché bloccata
- mossa S – non ammissibile perché visitata

	O		O	
	x	x	X	
	x			E
	x			

- mossa N – non ammissibile perché bloccata
- mossa E – non ammissibile perché bloccata
- mossa S – non ammissibile perché visitata
- mossa O – non ammissibile perché bloccata

	O		O	
	x	x	X	
	x			E
	x			

- mossa N – non ammissibile perché bloccata
- mossa E – non ammissibile perché bloccata
- mossa S – non ammissibile perché visitata
- mossa O – non ammissibile perché bloccata
- $(1,3)$ diventa esaurita (o)

	O		O	
	x	x	X	
	x			E
	x			

- mossa N – non ammissibile perché bloccata
- mossa E – non ammissibile perché bloccata
- mossa S – non ammissibile perché visitata
- mossa O – non ammissibile perché bloccata
- (1,3) diventa esaurita (o)
- (2,3) diventa occupata (X)

	O		O	
	X	X	X	
	x		X	E
	X			

- Dallo stack prendiamo ultima casella visitata e ultima mossa effettuata

	O		O	
	X	X	X	
	x		X	E
	X			

- Dallo stack prendiamo ultima casella visitata e ultima mossa effettuata
 - ▶ casella: (2,3)

	O		O	
	X	X	X	
	x		X	E
	X			

- Dallo stack prendiamo ultima casella visitata e ultima mossa effettuata
 - ▶ casella: (2,3)
 - ▶ mossa: *N*

	O		O	
	X	X	X	
	x		X	E
	X			

- Dallo stack prendiamo ultima casella visitata e ultima mossa effettuata
 - ▶ casella: (2,3)
 - ▶ mossa: *N*
- Mossa *E* – non ammissibile perché bloccata

	O		O	
	X	X	X	
	x		X	E
	X			

- Dallo stack prendiamo ultima casella visitata e ultima mossa effettuata
 - ▶ casella: (2,3)
 - ▶ mossa: *N*
- Mossa *E* – non ammissibile perché bloccata
- Mossa *S* – ammissibile

	O		O	
	X	X	X	
	X		X	X
	X			

- Mossa *N* – non ammissibile perché visitata

	O		O	
	X	X	X	
	X		X	X
	X			

- Mossa *N* – non ammissibile perché visitata
- Mossa *E* – ammissibile

	O		O	
	X	X	X	
	X		X	X
	X			

- Mossa N – non ammissibile perché visitata
- Mossa E – ammissibile
- Fine!!

L'Algoritmo di BackTrack per il Maze

- 1 inizia dallo stato in cui tutte le caselle sono *libere* o *bloccate*

L'Algoritmo di BackTrack per il Maze

- 1 inizia dallo stato in cui tutte le caselle sono *libere* o *bloccate*
- 2 poni nello stack $(S = (sr, sc), 0)$ ad indicare che l'ultima casella visitata è S e che nessuna mossa è stata effettuata.

L'Algoritmo di BackTrack per il Maze

- 1 inizia dallo stato in cui tutte le caselle sono *libere* o *bloccate*
- 2 poni nello stack $(S = (sr, sc), 0)$ ad indicare che l'ultima casella visitata è S e che nessuna mossa è stata effettuata.
- 3 segna S come visitata

L'Algoritmo di BackTrack per il Maze

- 1 inizia dallo stato in cui tutte le caselle sono *libere* o *bloccate*
- 2 poni nello stack ($S = (sr, sc), 0$) ad indicare che l'ultima casella visitata è S e che nessuna mossa è stata effettuata.
- 3 segna S come visitata
- 4 finché lo stack è non vuoto:

L'Algoritmo di BackTrack per il Maze

- 1 inizia dallo stato in cui tutte le caselle sono *libere* o *bloccate*
- 2 poni nello stack ($S = (sr, sc), 0$) ad indicare che l'ultima casella visitata è S e che nessuna mossa è stata effettuata.
- 3 segna S come visitata
- 4 finché lo stack è non vuoto:
 - ▶ fai pop dallo stack ($r, c, lmove$),

L'Algoritmo di BackTrack per il Maze

- 1 inizia dallo stato in cui tutte le caselle sono *libere* o *bloccate*
- 2 poni nello stack $(S = (sr, sc), 0)$ ad indicare che l'ultima casella visitata è S e che nessuna mossa è stata effettuata.
- 3 segna S come visitata
- 4 finché lo stack è non vuoto:
 - ▶ fai pop dallo stack $(r, c, lmove)$,
 - ▶ se non ci sono altre mosse ammissibili

L'Algoritmo di BackTrack per il Maze

- 1 inizia dallo stato in cui tutte le caselle sono *libere* o *bloccate*
- 2 poni nello stack ($S = (sr, sc), 0$) ad indicare che l'ultima casella visitata è S e che nessuna mossa è stata effettuata.
- 3 segna S come visitata
- 4 finché lo stack è non vuoto:
 - ▶ fai pop dallo stack ($r, c, lmove$),
 - ▶ se non ci sono altre mosse ammissibili
 - ★ marca (r, c) come *esaurita*

L'Algoritmo di BackTrack per il Maze

- ① inizia dallo stato in cui tutte le caselle sono *libere* o *bloccate*
- ② poni nello stack ($S = (sr, sc), 0$) ad indicare che l'ultima casella visitata è S e che nessuna mossa è stata effettuata.
- ③ segna S come visitata
- ④ finché lo stack è non vuoto:
 - ▶ fai pop dallo stack ($r, c, lmove$),
 - ▶ se non ci sono altre mosse ammissibili
 - ★ marca (r, c) come *esaurita*
 - ★ continue

L'Algoritmo di BackTrack per il Maze

- ❶ inizia dallo stato in cui tutte le caselle sono *libere* o *bloccate*
- ❷ poni nello stack ($S = (sr, sc), 0$) ad indicare che l'ultima casella visitata è S e che nessuna mossa è stata effettuata.
- ❸ segna S come visitata
- ❹ finché lo stack è non vuoto:
 - ▶ fai pop dallo stack $(r, c, lmove)$,
 - ▶ se non ci sono altre mosse ammissibili
 - ★ marca (r, c) come *esaurita*
 - ★ continue
 - ▶ sia $nmove$ prossima mossa ammissibile

L'Algoritmo di BackTrack per il Maze

- ❶ inizia dallo stato in cui tutte le caselle sono *libere* o *bloccate*
- ❷ poni nello stack $(S = (sr, sc), 0)$ ad indicare che l'ultima casella visitata è S e che nessuna mossa è stata effettuata.
- ❸ segna S come visitata
- ❹ finché lo stack è non vuoto:
 - ▶ fai pop dallo stack $(r, c, lmove)$,
 - ▶ se non ci sono altre mosse ammissibili
 - ★ marca (r, c) come *esaurita*
 - ★ continue
 - ▶ sia $nmove$ prossima mossa ammissibile
 - ▶ marca (r, c) come *visitata*

L'Algoritmo di BackTrack per il Maze

- ❶ inizia dallo stato in cui tutte le caselle sono *libere* o *bloccate*
- ❷ poni nello stack $(S = (sr, sc), 0)$ ad indicare che l'ultima casella visitata è S e che nessuna mossa è stata effettuata.
- ❸ segna S come visitata
- ❹ finché lo stack è non vuoto:
 - ▶ fai pop dallo stack $(r, c, lmove)$,
 - ▶ se non ci sono altre mosse ammissibili
 - ★ marca (r, c) come *esaurita*
 - ★ continue
 - ▶ sia $nmove$ prossima mossa ammissibile
 - ▶ marca (r, c) come *visitata*
 - ▶ fai push di $(r, c, nmove)$

L'Algoritmo di BackTrack per il Maze

- ❶ inizia dallo stato in cui tutte le caselle sono *libere* o *bloccate*
- ❷ poni nello stack $(S = (sr, sc), 0)$ ad indicare che l'ultima casella visitata è S e che nessuna mossa è stata effettuata.
- ❸ segna S come visitata
- ❹ finché lo stack è non vuoto:
 - ▶ fai pop dallo stack $(r, c, lmove)$,
 - ▶ se non ci sono altre mosse ammissibili
 - ★ marca (r, c) come *esaurita*
 - ★ continue
 - ▶ sia $nmove$ prossima mossa ammissibile
 - ▶ marca (r, c) come *visitata*
 - ▶ fai push di $(r, c, nmove)$
 - ▶ fai mossa $nmove$ e calcola la nuova posizione $(newr, newc)$

L'Algoritmo di BackTrack per il Maze

- ❶ inizia dallo stato in cui tutte le caselle sono *libere* o *bloccate*
- ❷ poni nello stack $(S = (sr, sc), 0)$ ad indicare che l'ultima casella visitata è S e che nessuna mossa è stata effettuata.
- ❸ segna S come visitata
- ❹ finché lo stack è non vuoto:
 - ▶ fai pop dallo stack $(r, c, lmove)$,
 - ▶ se non ci sono altre mosse ammissibili
 - ★ marca (r, c) come *esaurita*
 - ★ continue
 - ▶ sia $nmove$ prossima mossa ammissibile
 - ▶ marca (r, c) come *visitata*
 - ▶ fai push di $(r, c, nmmove)$
 - ▶ fai mossa $nmmove$ e calcola la nuova posizione $(newr, newc)$
 - ▶ if $(newr, newc) == E$, return TRUE

L'Algoritmo di BackTrack per il Maze

- ❶ inizia dallo stato in cui tutte le caselle sono *libere* o *bloccate*
- ❷ poni nello stack $(S = (sr, sc), 0)$ ad indicare che l'ultima casella visitata è S e che nessuna mossa è stata effettuata.
- ❸ segna S come visitata
- ❹ finché lo stack è non vuoto:
 - ▶ fai pop dallo stack $(r, c, lmove)$,
 - ▶ se non ci sono altre mosse ammissibili
 - ★ marca (r, c) come *esaurita*
 - ★ continue
 - ▶ sia $nmove$ prossima mossa ammissibile
 - ▶ marca (r, c) come *visitata*
 - ▶ fai push di $(r, c, nmove)$
 - ▶ fai mossa $nmove$ e calcola la nuova posizione $(newr, newc)$
 - ▶ if $(newr, newc) == E$, return TRUE
 - ▶ fai push di $(newr, newc, 0)$

L'Algoritmo di BackTrack per il Maze

- ❶ inizia dallo stato in cui tutte le caselle sono *libere* o *bloccate*
- ❷ poni nello stack $(S = (sr, sc), 0)$ ad indicare che l'ultima casella visitata è S e che nessuna mossa è stata effettuata.
- ❸ segna S come visitata
- ❹ finché lo stack è non vuoto:
 - ▶ fai pop dallo stack $(r, c, lmove)$,
 - ▶ se non ci sono altre mosse ammissibili
 - ★ marca (r, c) come *esaurita*
 - ★ continue
 - ▶ sia $nmmove$ prossima mossa ammissibile
 - ▶ marca (r, c) come *visitata*
 - ▶ fai push di $(r, c, nmmove)$
 - ▶ fai mossa $nmmove$ e calcola la nuova posizione $(newr, newc)$
 - ▶ if $(newr, newc) == E$, return TRUE
 - ▶ fai push di $(newr, newc, 0)$
- ❺ return FALSE

La prossima mossa ammissibile (se esiste)

Abbiamo

- la posizione corrente (r, c)

La prossima mossa ammissibile (se esiste)

Abbiamo

- la posizione corrente (r, c)
- l'ultima mossa $lmove \in \{0, 1, 2, 3, 4\}$

La prossima mossa ammissibile (se esiste)

Abbiamo

- la posizione corrente (r, c)
- l'ultima mossa $lmove \in \{0, 1, 2, 3, 4\}$

La prossima mossa ammissibile (se esiste)

Abbiamo

- la posizione corrente (r, c)
- l'ultima mossa $lmove \in \{0, 1, 2, 3, 4\}$

$$MOVES = [[0, 0], [-1, 0], [0, 1], [1, 0], [0, -1]]$$

$MOVES[i][0]$ spiazamento di riga per la i -esima mossa

$MOVES[i][1]$ spiazamento di riga per la i -esima mossa

La prossima mossa ammissibile (se esiste)

Abbiamo

- la posizione corrente (r, c)
- l'ultima mossa $lmove \in \{0, 1, 2, 3, 4\}$

$MOVES = [[0, 0], [-1, 0], [0, 1], [1, 0], [0, -1]]$

$MOVES[i][0]$ spiazamento di riga per la i -esima mossa

$MOVES[i][1]$ spiazamento di riga per la i -esima mossa

❶ if $lmove = 4$ return NONE

La prossima mossa ammissibile (se esiste)

Abbiamo

- la posizione corrente (r, c)
- l'ultima mossa $lmove \in \{0, 1, 2, 3, 4\}$

$MOVES = [[0, 0], [-1, 0], [0, 1], [1, 0], [0, -1]]$

$MOVES[i][0]$ spiazamento di riga per la i -esima mossa

$MOVES[i][1]$ spiazamento di riga per la i -esima mossa

- 1 if $lmove = 4$ return NONE
- 2 for m in range($lmove + 1, 5$)

La prossima mossa ammissibile (se esiste)

Abbiamo

- la posizione corrente (r, c)
- l'ultima mossa $lmove \in \{0, 1, 2, 3, 4\}$

$MOVES = [[0, 0], [-1, 0], [0, 1], [1, 0], [0, -1]]$

$MOVES[i][0]$ spiazamento di riga per la i -esima mossa

$MOVES[i][1]$ spiazamento di riga per la i -esima mossa

- 1 if $lmove = 4$ return NONE
- 2 for m in range($lmove + 1, 5$)
 - ▶ $newr = r + MOVES[m][0]$

La prossima mossa ammissibile (se esiste)

Abbiamo

- la posizione corrente (r, c)
- l'ultima mossa $lmove \in \{0, 1, 2, 3, 4\}$

$MOVES = [[0, 0], [-1, 0], [0, 1], [1, 0], [0, -1]]$

$MOVES[i][0]$ spiazamento di riga per la i -esima mossa

$MOVES[i][1]$ spiazamento di riga per la i -esima mossa

- 1 if $lmove = 4$ return NONE
- 2 for m in range($lmove + 1, 5$)
 - ▶ $newr = r + MOVES[m][0]$
 - ▶ $newc = c + MOVES[m][1]$

La prossima mossa ammissibile (se esiste)

Abbiamo

- la posizione corrente (r, c)
- l'ultima mossa $lmove \in \{0, 1, 2, 3, 4\}$

$MOVES = [[0, 0], [-1, 0], [0, 1], [1, 0], [0, -1]]$

$MOVES[i][0]$ spiazamento di riga per la i -esima mossa

$MOVES[i][1]$ spiazamento di riga per la i -esima mossa

- 1 if $lmove = 4$ return NONE
- 2 for m in range($lmove + 1, 5$)
 - ▶ $newr = r + MOVES[m][0]$
 - ▶ $newc = c + MOVES[m][1]$
 - ▶ Controllare:

La prossima mossa ammissibile (se esiste)

Abbiamo

- la posizione corrente (r, c)
- l'ultima mossa $lmove \in \{0, 1, 2, 3, 4\}$

$MOVES = [[0, 0], [-1, 0], [0, 1], [1, 0], [0, -1]]$

$MOVES[i][0]$ spiazamento di riga per la i -esima mossa

$MOVES[i][1]$ spiazamento di riga per la i -esima mossa

- 1 if $lmove = 4$ return NONE
- 2 for m in range($lmove + 1, 5$)
 - ▶ $newr = r + MOVES[m][0]$
 - ▶ $newc = c + MOVES[m][1]$
 - ▶ Controllare:
 - ★ $(newr, newc)$ non esce dalla griglia

La prossima mossa ammissibile (se esiste)

Abbiamo

- la posizione corrente (r, c)
- l'ultima mossa $lmove \in \{0, 1, 2, 3, 4\}$

$MOVES = [[0, 0], [-1, 0], [0, 1], [1, 0], [0, -1]]$

$MOVES[i][0]$ spiazamento di riga per la i -esima mossa

$MOVES[i][1]$ spiazamento di riga per la i -esima mossa

- 1 if $lmove = 4$ return NONE
- 2 for m in range($lmove + 1, 5$)
 - ▶ $newr = r + MOVES[m][0]$
 - ▶ $newc = c + MOVES[m][1]$
 - ▶ Controllare:
 - ★ $(newr, newc)$ non esce dalla griglia
 - ★ $(newr, newc)$ non è bloccata

La prossima mossa ammissibile (se esiste)

Abbiamo

- la posizione corrente (r, c)
- l'ultima mossa $lmove \in \{0, 1, 2, 3, 4\}$

$MOVES = [[0, 0], [-1, 0], [0, 1], [1, 0], [0, -1]]$

$MOVES[i][0]$ spiazamento di riga per la i -esima mossa

$MOVES[i][1]$ spiazamento di riga per la i -esima mossa

- 1 if $lmove = 4$ return NONE
- 2 for m in range($lmove + 1, 5$)
 - ▶ $newr = r + MOVES[m][0]$
 - ▶ $newc = c + MOVES[m][1]$
 - ▶ Controllare:
 - ★ $(newr, newc)$ non esce dalla griglia
 - ★ $(newr, newc)$ non è bloccata
 - ★ $(newr, newc)$ non è visitata

La prossima mossa ammissibile (se esiste)

Abbiamo

- la posizione corrente (r, c)
- l'ultima mossa $lmove \in \{0, 1, 2, 3, 4\}$

$MOVES = [[0, 0], [-1, 0], [0, 1], [1, 0], [0, -1]]$

$MOVES[i][0]$ spiazamento di riga per la i -esima mossa

$MOVES[i][1]$ spiazamento di riga per la i -esima mossa

- 1 if $lmove = 4$ return NONE
- 2 for m in range($lmove + 1, 5$)
 - ▶ $newr = r + MOVES[m][0]$
 - ▶ $newc = c + MOVES[m][1]$
 - ▶ Controllare:
 - ★ $(newr, newc)$ non esce dalla griglia
 - ★ $(newr, newc)$ non è bloccata
 - ★ $(newr, newc)$ non è visitata
 - ★ $(newr, newc)$ non è esaurita

La prossima mossa ammissibile (se esiste)

Abbiamo

- la posizione corrente (r, c)
- l'ultima mossa $lmove \in \{0, 1, 2, 3, 4\}$

$MOVES = [[0, 0], [-1, 0], [0, 1], [1, 0], [0, -1]]$

$MOVES[i][0]$ spiazamento di riga per la i -esima mossa

$MOVES[i][1]$ spiazamento di riga per la i -esima mossa

- 1 if $lmove = 4$ return NONE
- 2 for m in range($lmove + 1, 5$)
 - ▶ $newr = r + MOVES[m][0]$
 - ▶ $newc = c + MOVES[m][1]$
 - ▶ Controllare:
 - ★ $(newr, newc)$ non esce dalla griglia
 - ★ $(newr, newc)$ non è bloccata
 - ★ $(newr, newc)$ non è visitata
 - ★ $(newr, newc)$ non è esaurita
- 3 return NONE