

Binary Search

Giuseppe Persiano

Università di Salerno

Ottobre, 2021

Cercare un elemento in una Lista

Impieghiamo tempo $O(N)$

Se la lista è **ordinata** riusciamo a farlo in tempo $O(\log N)$

Ricerca binaria

- 1 Abbiamo una lista ordinata A di N elementi: $A[0], \dots, A[N - 1]$

Ricerca binaria

- 1 Abbiamo una lista ordinata A di N elementi: $A[0], \dots, A[N - 1]$
- 2 Vogliamo cercare l'elemento x

Ricerca binaria

- 1 Abbiamo una lista ordinata A di N elementi: $A[0], \dots, A[N - 1]$
- 2 Vogliamo cercare l'elemento x
 - ▶ trovare i tale che $A[i] = x$

Ricerca binaria

- ① Abbiamo una lista ordinata A di N elementi: $A[0], \dots, A[N - 1]$
- ② Vogliamo cercare l'elemento x
 - ▶ trovare i tale che $A[i] = x$
 - ★ Se $A = [3, 5, 8, 9, 14]$ e $x = 8$ allora $i = 2$

Ricerca binaria

- ① Abbiamo una lista ordinata A di N elementi: $A[0], \dots, A[N - 1]$
- ② Vogliamo cercare l'elemento x
 - ▶ trovare i tale che $A[i] = x$
 - ★ Se $A = [3, 5, 8, 9, 14]$ e $x = 8$ allora $i = 2$
 - ▶ trovare i tale che se inseriamo x alla posizione i , A resta ordinato.

Ricerca binaria

- ① Abbiamo una lista ordinata A di N elementi: $A[0], \dots, A[N - 1]$
- ② Vogliamo cercare l'elemento x
 - ▶ trovare i tale che $A[i] = x$
 - ★ Se $A = [3, 5, 8, 9, 14]$ e $x = 8$ allora $i = 2$
 - ▶ trovare i tale che se inseriamo x alla posizione i , A resta ordinato.
 - ★ Se $A = [3, 5, 8, 9, 14]$ e $x = 4$ allora $i = 1$

Ricerca binaria

- ① Abbiamo una lista ordinata A di N elementi: $A[0], \dots, A[N - 1]$
- ② Vogliamo cercare l'elemento x
 - ▶ trovare i tale che $A[i] = x$
 - ★ Se $A = [3, 5, 8, 9, 14]$ e $x = 8$ allora $i = 2$
 - ▶ trovare i tale che se inseriamo x alla posizione i , A resta ordinato.
 - ★ Se $A = [3, 5, 8, 9, 14]$ e $x = 4$ allora $i = 1$
 - ★ $A.\text{insert}(1, 4) = [3, 4, 5, 8, 9, 14]$

Ricerca binaria

- ① Abbiamo una lista ordinata A di N elementi: $A[0], \dots, A[N-1]$
- ② Vogliamo cercare l'elemento x
 - ▶ trovare i tale che $A[i] = x$
 - ★ Se $A = [3, 5, 8, 9, 14]$ e $x = 8$ allora $i = 2$
 - ▶ trovare i tale che se inseriamo x alla posizione i , A resta ordinato.
 - ★ Se $A = [3, 5, 8, 9, 14]$ e $x = 4$ allora $i = 1$
 - ★ $A.insert(1, 4) = [3, 4, 5, 8, 9, 14]$
- ③ All'inizio so che $l = 0 \leq i \leq h = N - 1$

Ricerca binaria

- ① Abbiamo una lista ordinata A di N elementi: $A[0], \dots, A[N-1]$
- ② Vogliamo cercare l'elemento x
 - ▶ trovare i tale che $A[i] = x$
 - ★ Se $A = [3, 5, 8, 9, 14]$ e $x = 8$ allora $i = 2$
 - ▶ trovare i tale che se inseriamo x alla posizione i , A resta ordinato.
 - ★ Se $A = [3, 5, 8, 9, 14]$ e $x = 4$ allora $i = 1$
 - ★ $A.insert(1, 4) = [3, 4, 5, 8, 9, 14]$
- ③ All'inizio so che $l = 0 \leq i \leq h = N - 1$
- ④ Se $l > h$, return l

Ricerca binaria

- ① Abbiamo una lista ordinata A di N elementi: $A[0], \dots, A[N - 1]$
- ② Vogliamo cercare l'elemento x
 - ▶ trovare i tale che $A[i] = x$
 - ★ Se $A = [3, 5, 8, 9, 14]$ e $x = 8$ allora $i = 2$
 - ▶ trovare i tale che se inseriamo x alla posizione i , A resta ordinato.
 - ★ Se $A = [3, 5, 8, 9, 14]$ e $x = 4$ allora $i = 1$
 - ★ $A.insert(1, 4) = [3, 4, 5, 8, 9, 14]$
- ③ All'inizio so che $l = 0 \leq i \leq h = N - 1$
- ④ Se $l > h$, return l
- ⑤ Calcolo indice centrale $m = (h + l) // 2$

Ricerca binaria

- ① Abbiamo una lista ordinata A di N elementi: $A[0], \dots, A[N - 1]$
- ② Vogliamo cercare l'elemento x
 - ▶ trovare i tale che $A[i] = x$
 - ★ Se $A = [3, 5, 8, 9, 14]$ e $x = 8$ allora $i = 2$
 - ▶ trovare i tale che se inseriamo x alla posizione i , A resta ordinato.
 - ★ Se $A = [3, 5, 8, 9, 14]$ e $x = 4$ allora $i = 1$
 - ★ $A.insert(1, 4) = [3, 4, 5, 8, 9, 14]$
- ③ All'inizio so che $l = 0 \leq i \leq h = N - 1$
- ④ Se $l > h$, return l
- ⑤ Calcolo indice centrale $m = (h + l) // 2$
- ⑥ Tre casi sono possibili

Ricerca binaria

- ① Abbiamo una lista ordinata A di N elementi: $A[0], \dots, A[N-1]$
- ② Vogliamo cercare l'elemento x
 - ▶ trovare i tale che $A[i] = x$
 - ★ Se $A = [3, 5, 8, 9, 14]$ e $x = 8$ allora $i = 2$
 - ▶ trovare i tale che se inseriamo x alla posizione i , A resta ordinato.
 - ★ Se $A = [3, 5, 8, 9, 14]$ e $x = 4$ allora $i = 1$
 - ★ $A.insert(1, 4) = [3, 4, 5, 8, 9, 14]$
- ③ All'inizio so che $l = 0 \leq i \leq h = N - 1$
- ④ Se $l > h$, return l
- ⑤ Calcolo indice centrale $m = (h + l) // 2$
- ⑥ Tre casi sono possibili
 - ▶ $A[m] = x$. Return $i = m$

Ricerca binaria

- ① Abbiamo una lista ordinata A di N elementi: $A[0], \dots, A[N - 1]$
- ② Vogliamo cercare l'elemento x
 - ▶ trovare i tale che $A[i] = x$
 - ★ Se $A = [3, 5, 8, 9, 14]$ e $x = 8$ allora $i = 2$
 - ▶ trovare i tale che se inseriamo x alla posizione i , A resta ordinato.
 - ★ Se $A = [3, 5, 8, 9, 14]$ e $x = 4$ allora $i = 1$
 - ★ $A.insert(1, 4) = [3, 4, 5, 8, 9, 14]$
- ③ All'inizio so che $l = 0 \leq i \leq h = N - 1$
- ④ Se $l > h$, return l
- ⑤ Calcolo indice centrale $m = (h + l) // 2$
- ⑥ Tre casi sono possibili
 - ▶ $A[m] = x$. Return $i = m$
 - ▶ $A[m] < x$. Allora so che $l \leq i \leq h = m - 1$

Ricerca binaria

- ① Abbiamo una lista ordinata A di N elementi: $A[0], \dots, A[N - 1]$
- ② Vogliamo cercare l'elemento x
 - ▶ trovare i tale che $A[i] = x$
 - ★ Se $A = [3, 5, 8, 9, 14]$ e $x = 8$ allora $i = 2$
 - ▶ trovare i tale che se inseriamo x alla posizione i , A resta ordinato.
 - ★ Se $A = [3, 5, 8, 9, 14]$ e $x = 4$ allora $i = 1$
 - ★ $A.insert(1, 4) = [3, 4, 5, 8, 9, 14]$
- ③ All'inizio so che $l = 0 \leq i \leq h = N - 1$
- ④ Se $l > h$, return l
- ⑤ Calcolo indice centrale $m = (h + l) // 2$
- ⑥ Tre casi sono possibili
 - ▶ $A[m] = x$. Return $i = m$
 - ▶ $A[m] < x$. Allora so che $l \leq i \leq h = m - 1$
 - ▶ $A[m] > x$. Allora so che $l = m + 1 \leq i \leq h$

Ricerca binaria

- ① Abbiamo una lista ordinata A di N elementi: $A[0], \dots, A[N - 1]$
- ② Vogliamo cercare l'elemento x
 - ▶ trovare i tale che $A[i] = x$
 - ★ Se $A = [3, 5, 8, 9, 14]$ e $x = 8$ allora $i = 2$
 - ▶ trovare i tale che se inseriamo x alla posizione i , A resta ordinato.
 - ★ Se $A = [3, 5, 8, 9, 14]$ e $x = 4$ allora $i = 1$
 - ★ $A.\text{insert}(1, 4) = [3, 4, 5, 8, 9, 14]$
- ③ All'inizio so che $l = 0 \leq i \leq h = N - 1$
- ④ Se $l > h$, return l
- ⑤ Calcolo indice centrale $m = (h + l) // 2$
- ⑥ Tre casi sono possibili
 - ▶ $A[m] = x$. Return $i = m$
 - ▶ $A[m] < x$. Allora so che $l \leq i \leq h = m - 1$
 - ▶ $A[m] > x$. Allora so che $l = m + 1 \leq i \leq h$
- ⑦ Torna al passo 4

3	12	14	24	37	54	67	79	89
---	----	----	----	----	----	----	----	----

$x=12$



$l=0$



$h=8$

Cerchiamo x tra l'indice $l = 0$ e l'indice $h = 8$

3	12	14	24	37	54	67	79	89
---	----	----	----	----	----	----	----	----

$x=12$



$l=0$



$m=4$

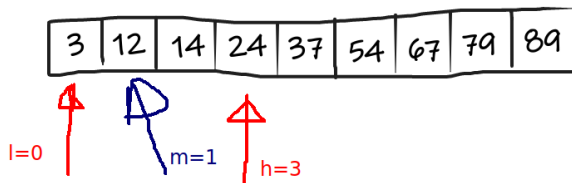


$h=8$

Cerchiamo x tra l'indice $l = 0$ e l'indice $h = 8$

$m = 4$ e $A[m] > x$

$x=12$



Cerchiamo x tra l'indice $l = 0$ e l'indice $h = 3$

$m = 1$ e $A[m] = x$

Complessità di Ricerca Binaria

- Ad ogni passo, l'intervallo si dimezza

Complessità di Ricerca Binaria

- Ad ogni passo, l'intervallo si dimezza
- Ci fermiamo quando l'intervallo ha solo 1

Complessità di Ricerca Binaria

- Ad ogni passo, l'intervallo si dimezza
- Ci fermiamo quando l'intervallo ha solo 1
- Al massimo $O(\log N)$ passi