

## ANALISI MATEMATICA II

### ESERCITAZIONE 1

**Argomenti: vettori, matrici, grafici, aritmetica del calcolatore**

1. Definire il vettore  $x=[1:-0.1:0]$  e comprendere il significato dei seguenti comandi MATLAB:

- a)  $x([1 \ 4 \ 3]);$
- b)  $x([1:2:7 \ 10])=\text{zeros}(1,5);$
- c)  $x([1 \ 2 \ 5])=[0.5*\text{ones}(1,2) \ -0.3];$
- d)  $y=x(\text{end}:-1:1).$

2. Definire la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ 9 & 10 & 11 & 12 \end{pmatrix}$$

e comprendere il significato dei seguenti comandi MATLAB:

- a)  $\text{size}(A);$
  - b)  $B=A.*A;$
  - c)  $B=A*A;$
  - d)  $B=A'*A;$
  - e)  $B=A*A';$
  - f)  $A(1:2,4), A(:,3), A(1:2,:), A(:,[2 \ 4]), A([2 \ 3 \ 3],:);$
  - g)  $A(3,2)=A(1,1);$
  - h)  $A(1:2,4)=\text{zeros}(2,1);$
  - i)  $A(2,:)=A(2,:)-A(2,1)/A(1,1)*A(1,:).$
3. Definire la matrice tridiagonale  $B$  di dimensione  $10 \times 10$ , i cui elementi della diagonale principale sono tutti uguali a 5 e quelli delle codiagonali inferiore e superiore sono rispettivamente uguali a  $-1$  e a 3. Quindi porre uguale a 2 gli elementi  $B_{5,6}, B_{5,9}, B_{8,6}, B_{8,9}$ .
4. Definire la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 5 & 6 & 7 \end{pmatrix}.$$

Successivamente generare le matrici

$$P_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad P_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad P_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & \lambda & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

con  $\lambda = 10$ , e calcolare i prodotti

- a)  $L_1 = P_1 A$  e  $R_1 = A P_1;$

- b)  $L_2 = P_2 A$  e  $R_2 = A P_2$ ;  
 c)  $L_3 = P_3 A$  e  $R_3 = A P_3$ .

Commentare i risultati. Generare infine le matrici  $L_i$  e  $R_i$ ,  $i = 1, 2, 3$ , a partire dalla matrice  $A$ , senza utilizzare le matrici  $P_i$ ,  $i = 1, 2, 3$ .

5. Utilizzare il comando MATLAB più appropriato per rappresentare graficamente le seguenti funzioni:

$$f_1(x) = \tan(x), \text{ in } [0, \pi/4]$$

$$f_2(x) = \tan(x), \text{ in } [\pi/4, \pi/2)$$

$$f_3(x) = \sqrt{\frac{100(1 - 0.01x^2)^2 + 0.02x^2}{(1 - x^2)^2 + 0.1x^2}}, \text{ in } [0.1, 100].$$

6. Utilizzare il comando MATLAB più appropriato per rappresentare graficamente un'elica circolare, la cui equazione parametrica è

$$x = a \cos(t); y = a \sin(t); z = bt;$$

dove  $a$  è il raggio del cerchio dell'elica e  $b$  è una costante che determina la "densità dei passi" dell'elica. Si scelga i)  $t \in [0, 10\pi]$ ,  $a = 1, b = -0.1$ ; ii)  $t \in [0, 20\pi]$ ,  $a = 1, b = 0.1$ .

7. Utilizzare i comandi `mesh` e `surf` per il grafico delle funzioni

$$f_1(x, y) = x(x - 1)y(y - 1)$$

$$f_2(x, y) = x(x - 1) \sin(8x)y(y - 1) \cos(8y)$$

sul quadrato  $Q = [0, 1] \times [0, 1]$ .

8. I seguenti numeri vengono introdotti in un calcolatore nel quale i numeri vengono rappresentati in aritmetica floating-point, con base  $N = 10$  e  $t = 5$  cifre riservate alla mantissa (tecnica di arrotondamento (ii)):

$$a = 1.483593,$$

$$b = 1.484111.$$

Utilizzare il comando `chop` di MATLAB per determinare il risultato  $\bar{s} = \bar{a} \ominus \bar{b}$ , ove  $\bar{x}$  denota il numero di macchina corrispondente ad  $x$  e  $\ominus$  denota l'operazione di macchina corrispondente all'operazione aritmetica della sottrazione. Confrontare  $\bar{s}$  con  $c = a - b$  e calcolare l'errore relativo corrispondente.

9. Valutare le espressioni

$$f_1(x) = \frac{1 - \cos(x)}{x^2},$$

$$f_2(x) = \frac{1 - e^x}{x},$$

$$f_3(x) = 1 - \sqrt{1 - x^2},$$

$$f_4(x) = \frac{(x + 1)^2 - 1}{x}$$

in  $x = 10^{-n}$  per  $n = 1, 2, \dots, 16$ . Successivamente riformulare le funzioni assegnate al fine di evitare il fenomeno della cancellazione numerica e, assumendo come valori esatti quelli che si ottengono mediante la riformulazione proposta, calcolare i corrispondenti errori relativi e confrontarli con la precisione di macchina. Stampare e rappresentare graficamente per ogni valore di  $x$  l'errore relativo corrispondente.