

ANALISI MATEMATICA II

ESERCITAZIONE 4

Argomenti: equazioni non lineari

1. Si implementi il metodo di Newton per la determinazione delle radici reali di un'equazione non lineare $f(x) = 0$. Si fissino un numero massimo di iterazioni $nmax$ ed una tolleranza relativa $toll$ per definire i seguenti criteri d'arresto: $n < nmax$ e $|x_{n+1} - x_n| < toll |x_{n+1}|$, ove x_{n+1} e x_n sono due iterate successive.

Si applichi il metodo di Newton (scegliendo $nmax = 100$ e $toll = 1.0e - 10$) all'equazione $f(x) = 0$ con:

1. $f(x) = x^2 - a$ con $a > 0$, per il calcolo della radice positiva di f ;
2. $f(x) = x^3 - x - 1$, per il calcolo dell'unica radice reale di f ;
3. $f(x) = (x - 2^{-x})^3$, per il calcolo delle radici di f ;
4. $f(x) = \exp(x) - 2x^2$, per il calcolo della radice negativa di f .

Si osservi l'andamento dell'ordine sperimentale di convergenza e se ne dia una giustificazione per ciascuna funzione assegnata.

2. Si implementi il metodo iterativo $x_{n+1} = g(x_n)$ per la ricerca di un punto fisso della funzione $g(x)$. Si fissino un numero massimo di iterazioni $nmax$ ed una tolleranza relativa $toll$ per definire i seguenti criteri d'arresto: $n < nmax$ e $|x_{n+1} - x_n| < toll |x_{n+1}|$, ove x_{n+1} e x_n sono due iterate successive.

Si applichi il metodo di punto fisso scegliendo $nmax = 100$, $toll = 1.0e - 10$ e

1. $g(x) = -\sqrt{\frac{\exp(x)}{2}}$ per il calcolo della radice negativa di $f(x) = \exp(x) - 2x^2$;
2. $g(x) = \frac{2x^3 + 4x^2 + 10}{3x^2 + 8x}$ per il calcolo dell'unica radice reale di $f(x) = x^3 + 4x^2 - 10$ appartenente all'intervallo $[1, 2]$.

Si osservi l'andamento dell'ordine sperimentale di convergenza e se ne dia una giustificazione per ciascuna funzione assegnata.

3. Determinare la radice $\xi \approx 0.5$ dell'equazione $x + \log(x) = 0$, utilizzando le seguenti formule iterative:

- i) $x_{n+1} = -\log(x_n)$;
- ii) $x_{n+1} = \exp(-x_n)$;
- iii) $x_{n+1} = \frac{x_n + \exp(-x_n)}{2}$

Quale di queste tre formule produce una successione convergente? Quale delle tre è da preferirsi? Costruirne una quarta migliore di quelle date.