

Elicite, chiralite e formule di P.H

Elicità, chiralità e formule di P.H

①

L'elicità di una particella è definita come la proiezione del suo vettore di spin nella direzione del suo impulso.

$$h = \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{p}}{|\vec{p}|}$$

Considero l'equazione di Dirac

$$(i\hat{\gamma}_\mu - m)\psi = 0$$

considero uno spinore ad energia positiva

$$\psi = u e^{-i\vec{p} \cdot \vec{x}}$$

$$i\hat{\gamma}_\mu \psi = m\psi$$

$$\hat{\gamma}_0 u = u$$

$$\gamma^0 p^0 u = \gamma^i p^i u - m u$$

(2)

$$\text{con } \gamma^0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \quad \gamma^i = \begin{bmatrix} 0 & \sigma_i \\ -\sigma_i & 0 \end{bmatrix}$$

$$\text{Siccome } u = \begin{Bmatrix} \varphi \\ \chi \end{Bmatrix} \quad e \quad m=0$$

$$p^0 \varphi = \vec{\sigma}_i \vec{p}^i \chi$$

$$p^0 \chi = \vec{\sigma}_i \vec{p}^i \varphi$$

$$\text{Considerando la matrice } \gamma^5 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$p^0 u = \vec{\sigma}_i \vec{p}^i \gamma^5 u$$

$$\text{dove } \vec{\sigma}_i \vec{p}^i = \begin{bmatrix} \vec{\sigma} \vec{p} & 0 \\ 0 & \vec{\sigma} \vec{p} \end{bmatrix}$$

(3)

$$u = \frac{\vec{\sigma}_i \cdot \vec{p}^i}{|\vec{p}|} \gamma^5 u$$

$$\gamma^5 u = \frac{\vec{\sigma}_i \cdot \vec{p}^i}{|\vec{p}|} u$$

Alle alte energie quando la massa a riposo può essere trascurata l'operatore elicità

$$\frac{\vec{\sigma}_i \cdot \vec{p}^i}{|\vec{p}|} = 1 \quad \text{per energie positive (lo spin si allinea alla direzione del moto)} \quad \text{invece}$$

$$- \frac{\vec{\sigma}_i \cdot \vec{p}^i}{|\vec{p}|} = -1 \quad \text{per energie negative (lo spin si oppone alla direzione del moto)}.$$

Inoltre dovendo essere

$$p^0 u = \vec{\sigma}_i \cdot \vec{p}^i \gamma^5 u \quad \text{e} \quad \frac{\vec{\sigma}_i \cdot \vec{p}^i}{|\vec{p}|} = \gamma^5$$

entrambi gli operatori $\frac{\sigma_i \vec{p}_i}{|\vec{p}|}$ e j^5 (4)

commutano con $p^0 = H$ e quindi si
conservano durante il moto.

È possibile scomporre un generico quadrispinore (5)
a nullo ma parte destrorsa u_R e nullo
ma parte destrorsa u_L secondo le relazioni:

$$u_R = \frac{1 + \gamma^5}{2} u$$

$$u_L = \frac{1 - \gamma^5}{2} u$$

Valgono le seguenti proprietà:

$$\bar{u}_R = u_R^\dagger \gamma^0 = u^\dagger \frac{1 + \gamma^5}{2} \gamma^0 = u^\dagger \gamma^0 \frac{1 - \gamma^5}{2} = \bar{u} \frac{1 - \gamma^5}{2}$$

$$\bar{u}_L = \bar{u} \frac{1 + \gamma^5}{2}$$

$$\bar{u} \gamma^\mu u = (\bar{u}_R + \bar{u}_L) \gamma^\mu (u_R + u_L) = \bar{u}_R \gamma^\mu u_R + \bar{u}_L \gamma^\mu u_L$$

i termini misti:

$$\begin{aligned} \bar{u}_R \gamma^\mu u_L &= \frac{1}{4} (1 - \gamma^5) \gamma^\mu (1 - \gamma^5) = \frac{1}{4} (1 - \gamma^5) (1 + \gamma^5) \gamma^\mu = \\ &= (1 - (\gamma^5)^2) \gamma^\mu = 0 \end{aligned}$$

Formule di P.H

(6)

Considera lo scattering di un elettrone in un campo elettrostatico esterno.

$\sqrt{\frac{m}{E_+ V}}$

$\sqrt{\frac{m}{E_- V}}$

$-ie \bar{u}_f \gamma^\mu u_i$

$-i/q^2$

$\times (-i z_e, 0)$

Il risultato della regione d'into è

$$d\sigma = \frac{E^2 Z^2 d^2 \left(1 - \beta^2 \sin^2 \frac{\theta}{2}\right)}{4 p^4 \sin^4 \frac{\theta}{2}} d\Omega \quad \text{con } \beta = \frac{v}{c}$$

Rispetto alle formule di Rutherford compare il termine $\left(1 - \beta^2 \sin^2 \frac{\theta}{2}\right)$

Per basse velocità d'impetto β tende a zero (2)
e la regione d'urto di R.H coincide con quella
di Rutherford.

Per velocità prossime a quella della luce β
tende a 1 ed il fattore $(1 - \beta^2 \sin^2 \frac{\theta}{2})$ si annulla
per valori di $\theta = 180^\circ$.

Cio significa che ad alte velocità per i fermioni è
impegnata una deflessione a 180° .

Questo fenomeno può essere qualitativamente spiegato
con la conservazione dell'elicità alle alte
energie. Supponiamo che la particella venga
ricevuta di spin.

Deve conservarsi lo spin totale prima e
dopo l'impetto una deflessione a 180°
non è possibile

un cambio di segno delle quantità di moto \vec{p} e ⁽⁸⁾
quindi un'inversione dello spin dovendo
conservarsi l'elicità. Tutto ciò in contraddizione
con la conservazione dello spin totale.

Se viceversa il bersaglio e^- è dotato di spin,
la proiezione dello spin dell'elettrone in seguito
ad una diffusione a 180° può cambiare di
segno purché sia compensato da un cambiamento
della direzione dello spin delle particelle
bersaglio.