

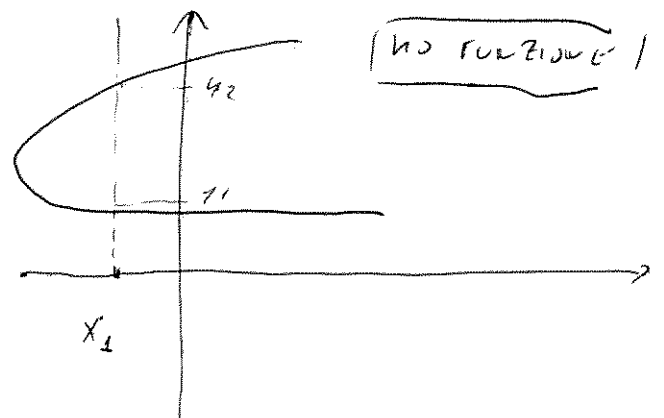
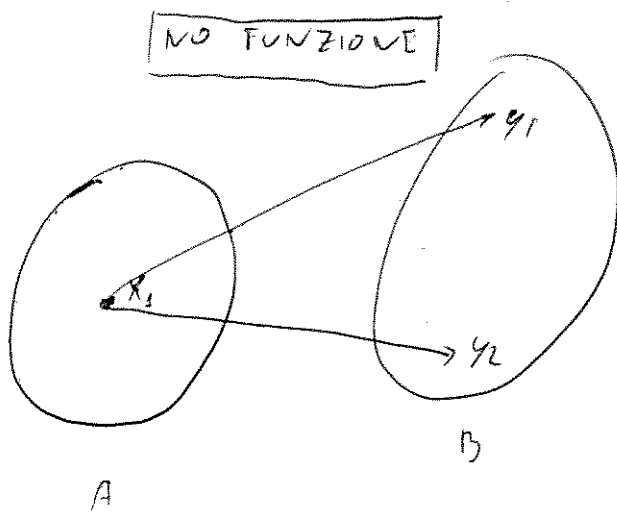
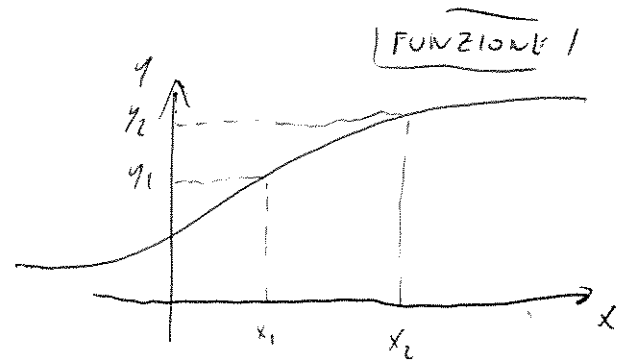
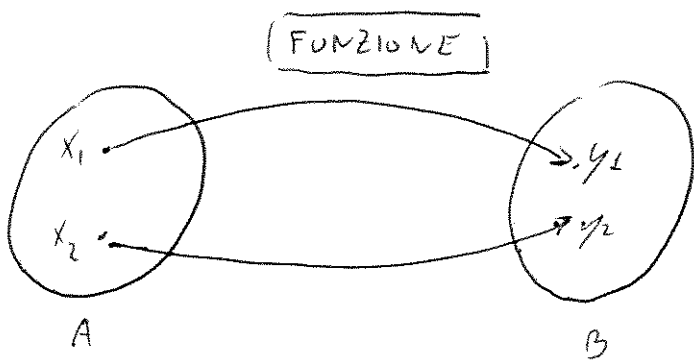
Funzioni e grafici di funzioni

Definizione di funzione

Dati due insiemi A e B si definisce funzione

$f: A \rightarrow B$ un'applicazione che ad ogni elemento

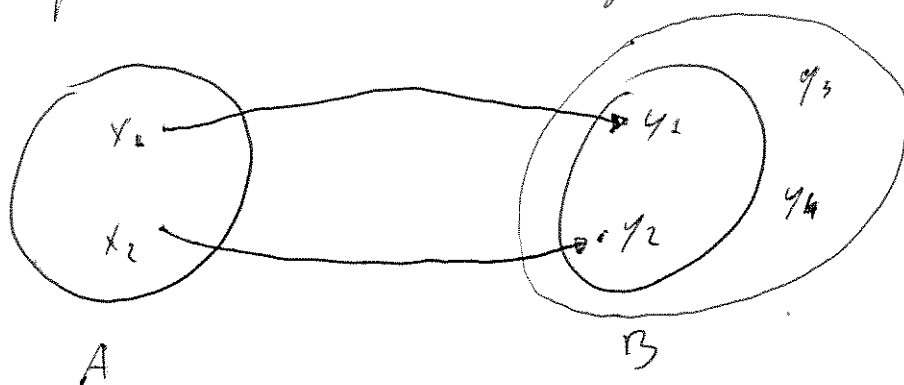
$x \in A$ associa uno e un solo elemento $y \in B$



Definizione funzione iniettiva

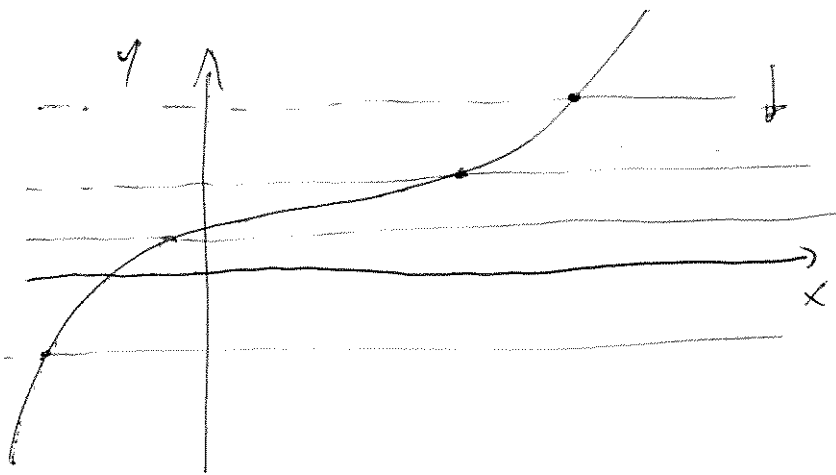
Sio $f: A \rightarrow B$

f è iniettiva se due elementi differenti di A
corrispondono due elementi differenti di B



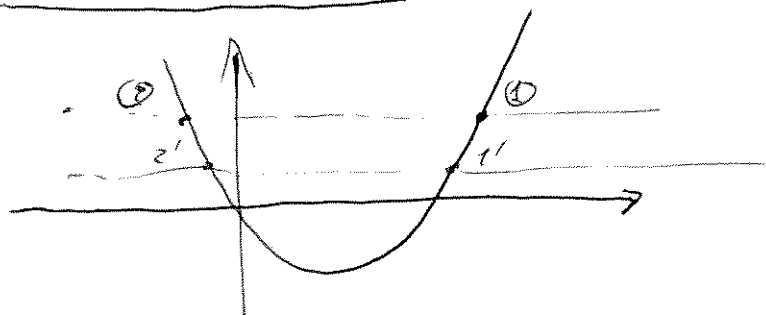
y_3, y_4 non
hanno una
corrispondenza in A

f è iniettiva se $x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$



La funzione è iniettiva
se esiste un solo
punto di intersezione
tra la funzione ed
ogni retta parallela
all'asse x

NON INIETTIVA

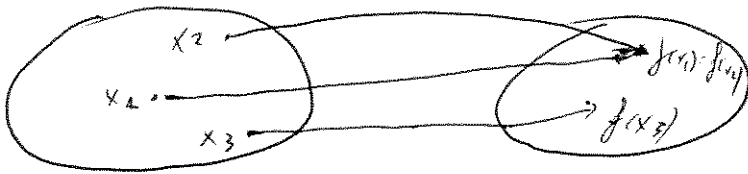


Definizione di funzione suriettiva

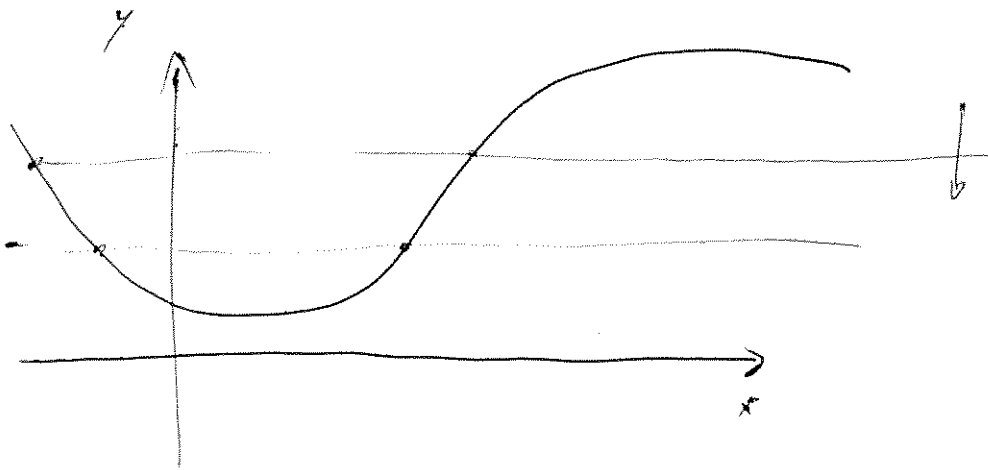
(b)

Sia $f: A \rightarrow B$

f è suriettiva se per tutti gli elementi $y \in B$ esiste almeno un elemento $x \in A$ t.c. $y = f(x)$



NON ESISTONO IN B
elementi che
non sono immagini
di almeno un
elemento in A



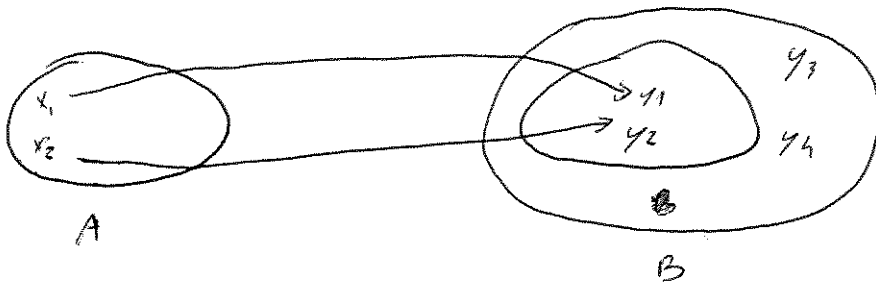
Sono possibili
più punti d'
intersezione tra
le funzioni ed
ogni retta parallela
all'asse x

Funzione invertibile

Una funzione è invertibile se è iniettiva e suriettiva.

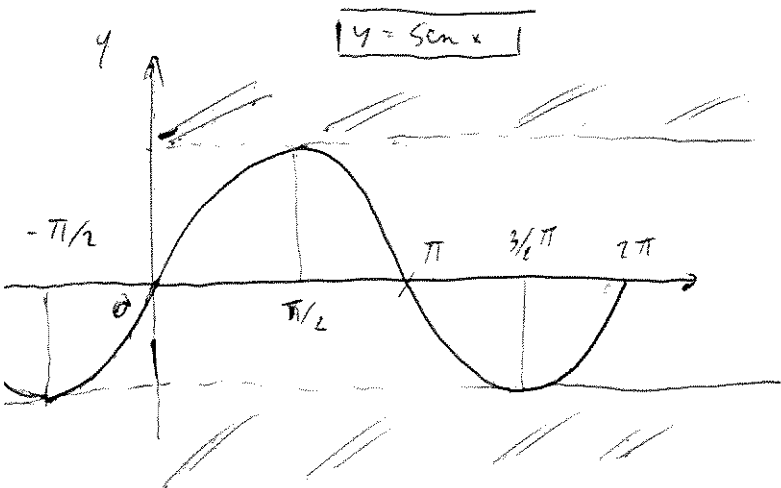
FUNZIONE INIETTIVA RISTRETTA

escludendo i
punti y_3 e y_4



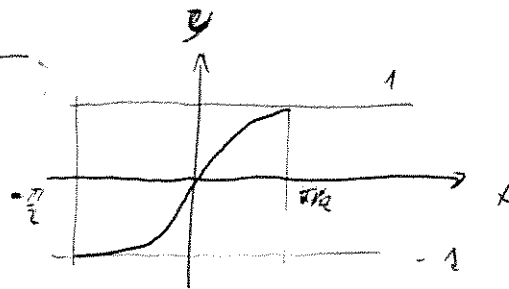
$$f: A \rightarrow f(A)$$

Costruzione di una funzione inversa



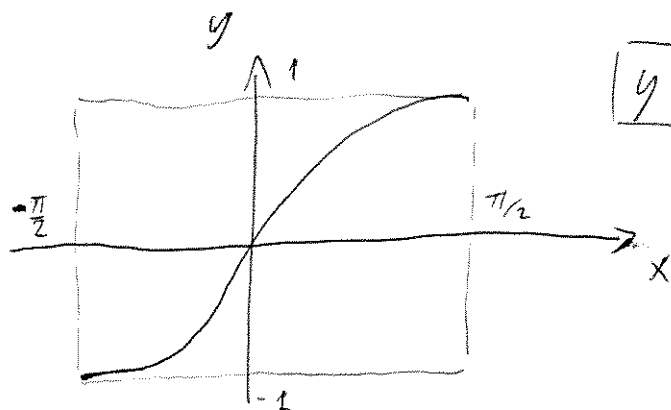
1) Restrizione del dominio
dove è iniettiva

$$f: \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$$



$$y = \sin x \quad x \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right] \rightarrow [-1, 1]$$

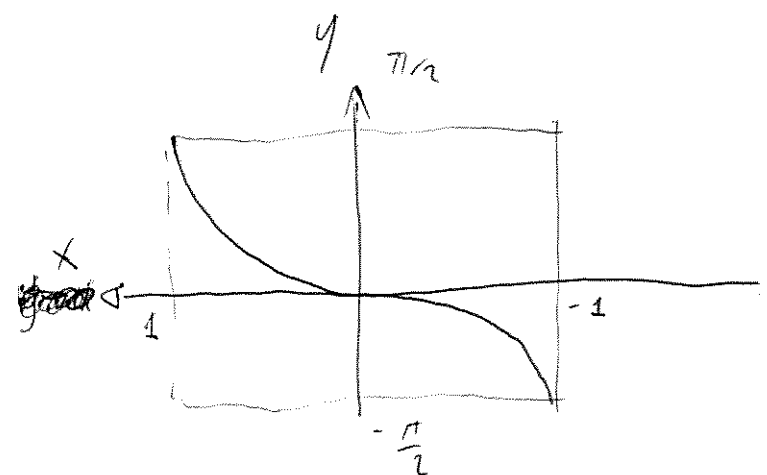
(C)



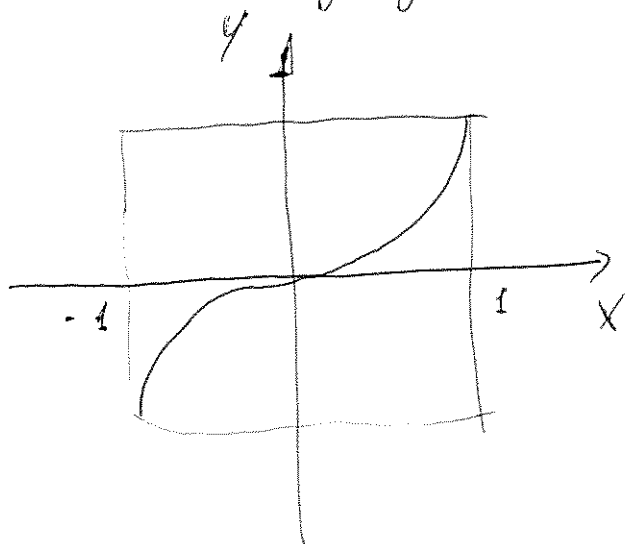
$$\boxed{y = \sin x} \quad \text{ristrette}$$

2) Ruota la funzione di 90°

scambiando
x con y



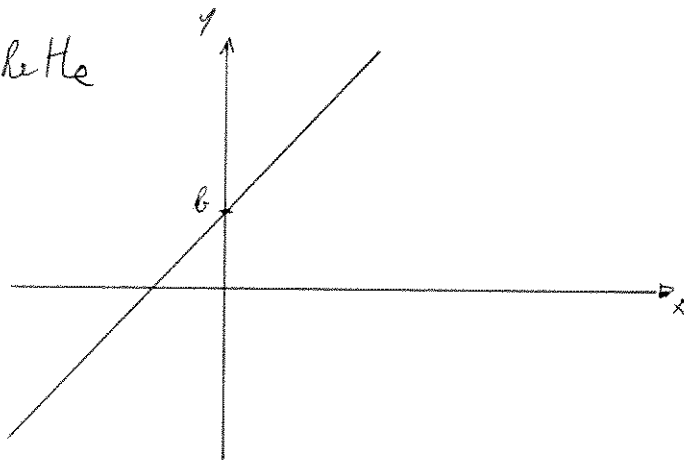
3) Ribatte il grafico rispetto all'asse y



$$\boxed{y = \arcsin x}$$

Funzioni notevoli

1) Retta

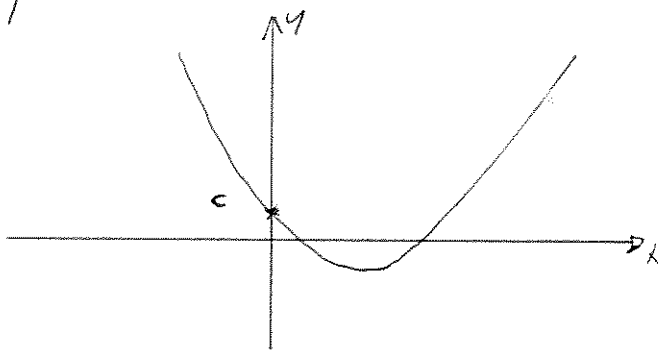


$$y = ax + b$$

a = coefficiente

$$\text{angolare} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

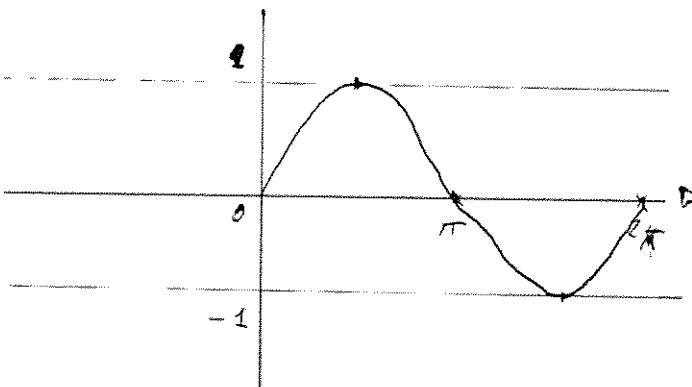
2) parabola



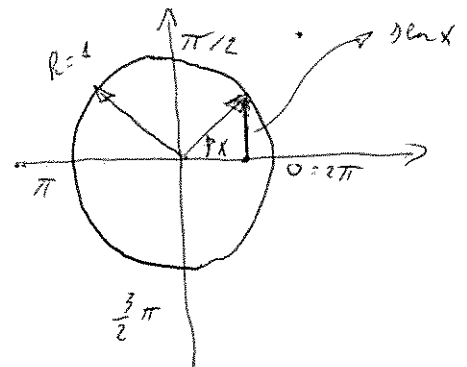
$$y = ax^2 + bx + c$$

non iniettiva e non invertibile

3) $\text{Sen } x \quad x \in [0, 2\pi] \rightarrow [-1, 1]$

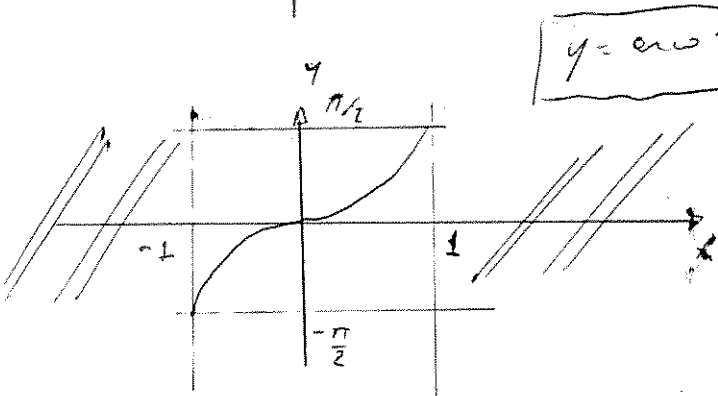
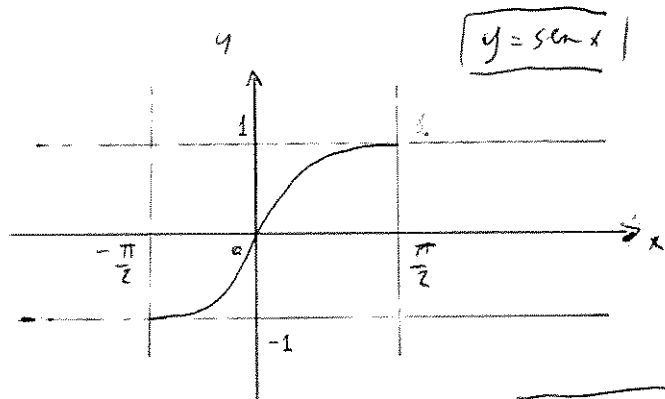


$$y = \sin x$$



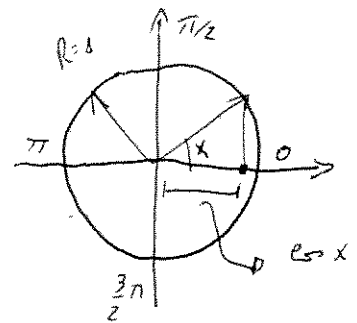
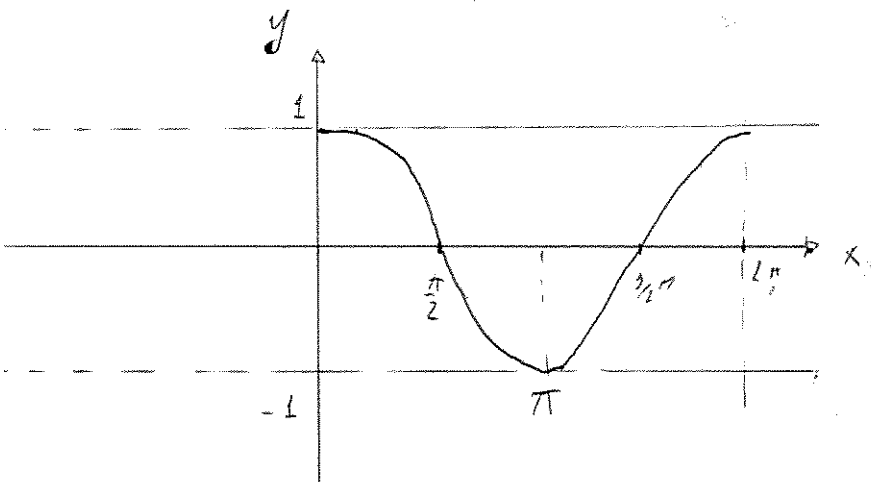
4) Arco sen x (La funzione sen x non è iniettiva globalmente)

La funzione sen x è iniettiva per $x \in [-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$



non è definita per $x > 1$
per $x < -1$

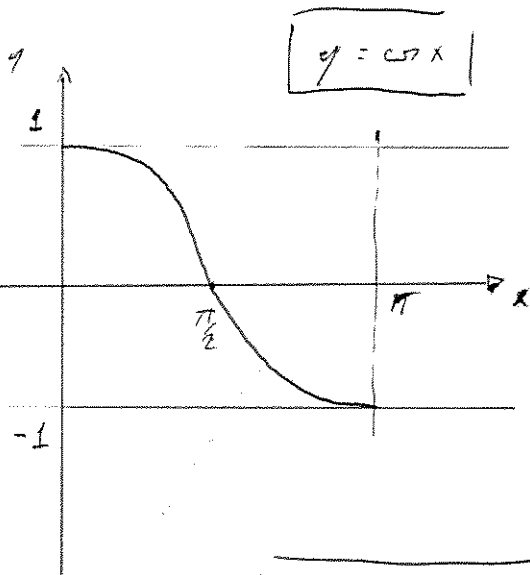
5) Arc cos x $x \in [0, 2\pi] \rightarrow [0, 1]$



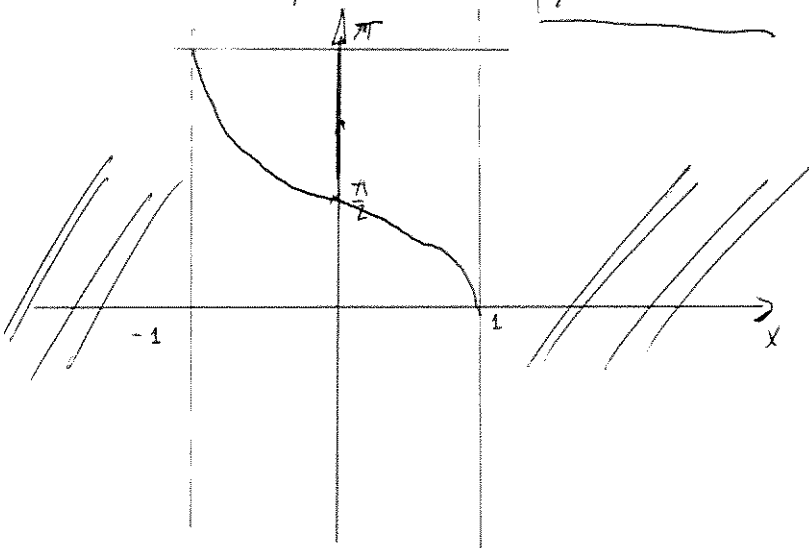
c) Arco $\cos x$ (La funzione $\cos x$
non è iniettiva generalmente)

(2)

La funzione $\cos x$ è iniettiva per $x \in [0, \pi]$



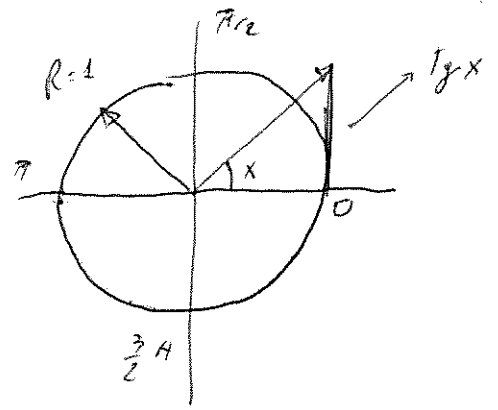
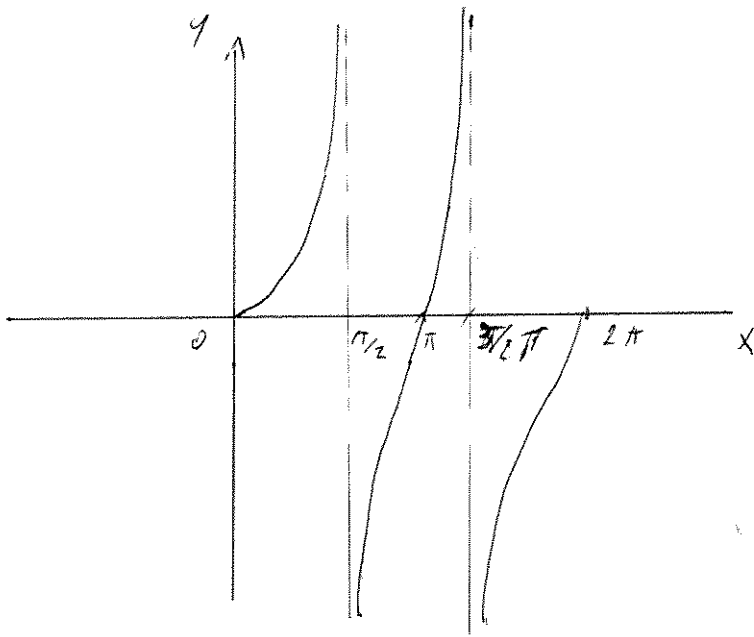
$y = \arccos x$



non è definita per

$x > 1$ e per $x < -1$

7) $\operatorname{tg} x = \frac{\sin x}{\cos x} \quad x \in [0, 2\pi] \rightarrow [-\infty, +\infty]$

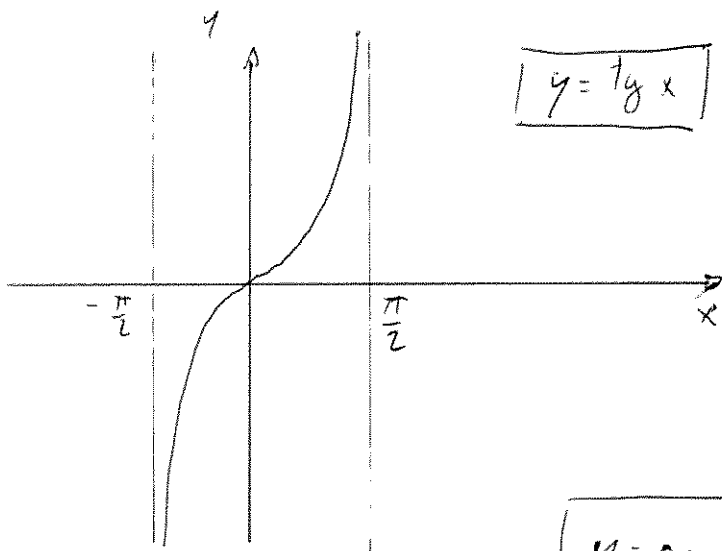


8) $\operatorname{arctg} x$

↳ funzione $\operatorname{tg} x$ non è iniettiva

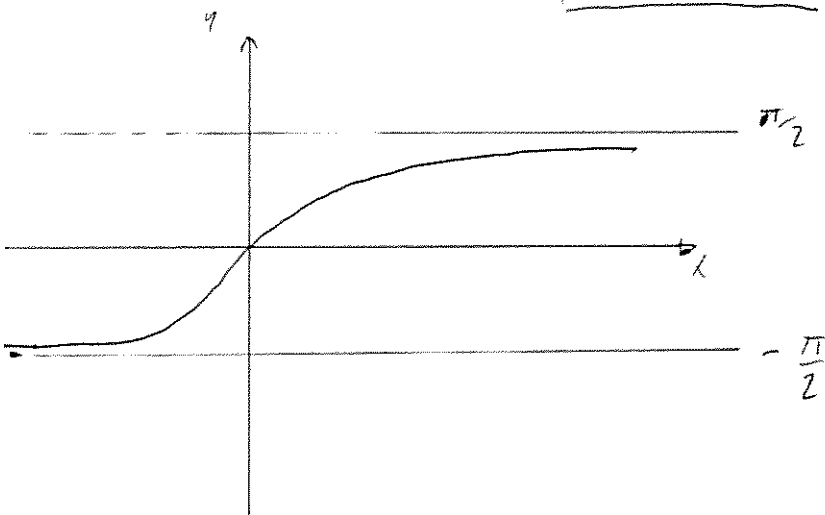
risulte iniettiva e invertibile

e limitata all'intervallo $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$



$$y = \operatorname{tg} x$$

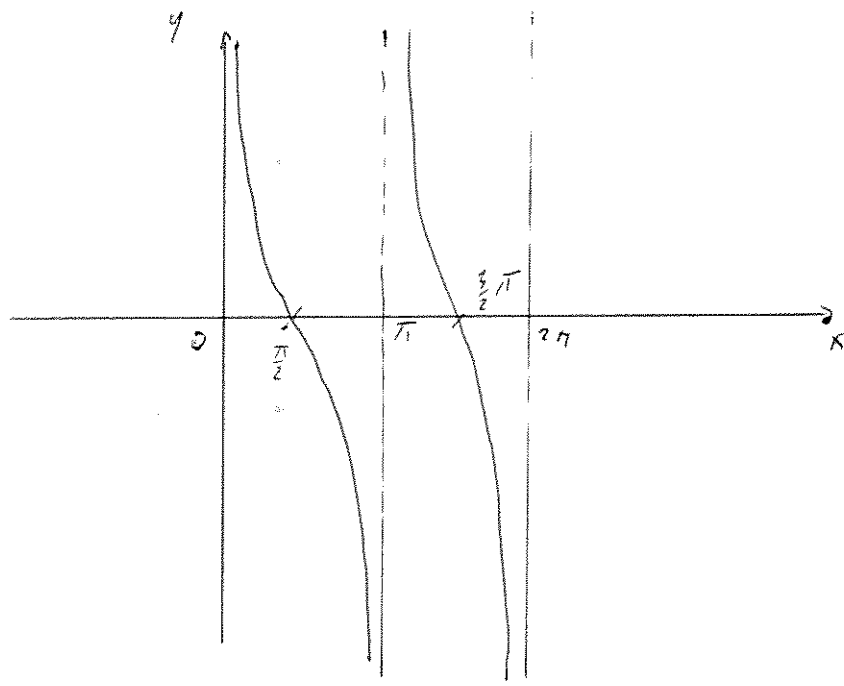
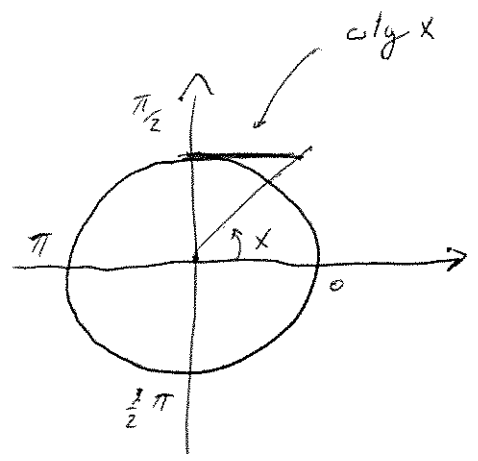
$$y = \operatorname{arctg} x$$



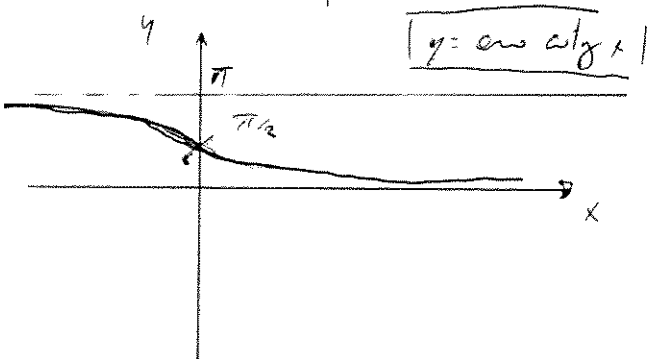
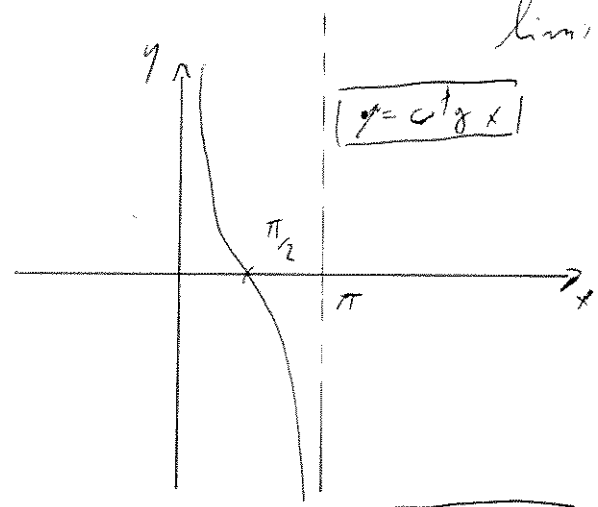
(3)

7) $y = \cot x = \frac{\cos x}{\sin x}$

$x \in [0, \pi] \rightarrow (-\infty, +\infty)$



10) $\cos \cot x$ La funzione $\cot x$ non è iniettiva,
risulta iniettiva e invertibile se
limitata all'intervallo $(0, \pi)$

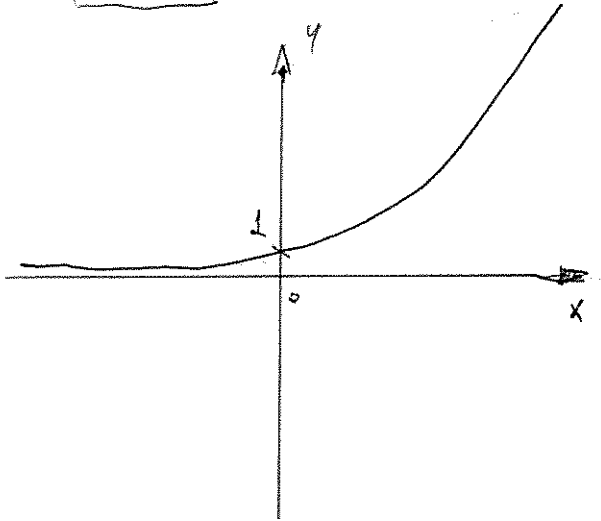


11) esponenziale

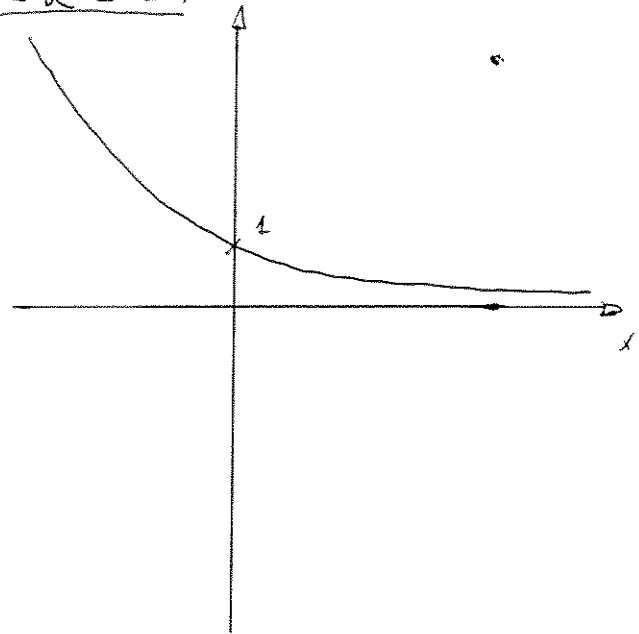
$$y = a^x$$

La funzione esponenziale a^x è definita solo per $a > 0$

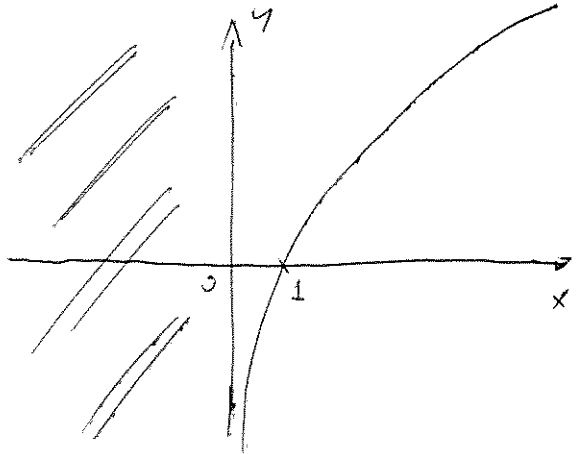
$$a > 1$$



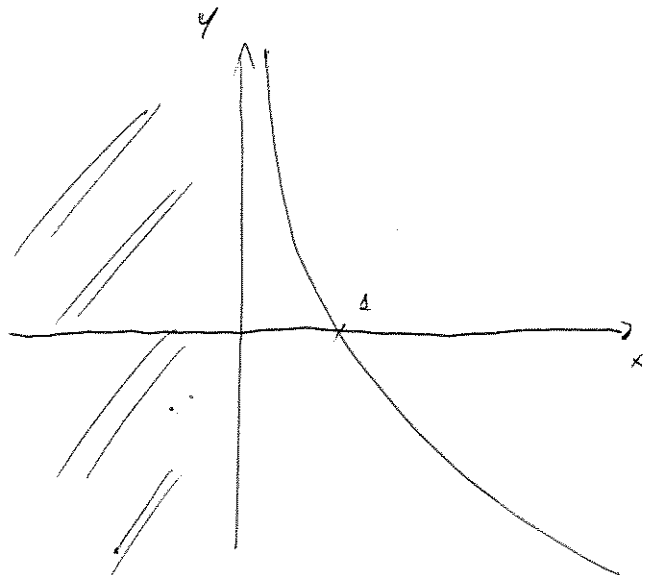
$$0 < a < 1$$



12) logaritmica per $a > 1$
 $\log_a x$



logaritmica per $0 < a < 1$



La funzione logaritmica è definita solo per $x \in (0, \infty)$