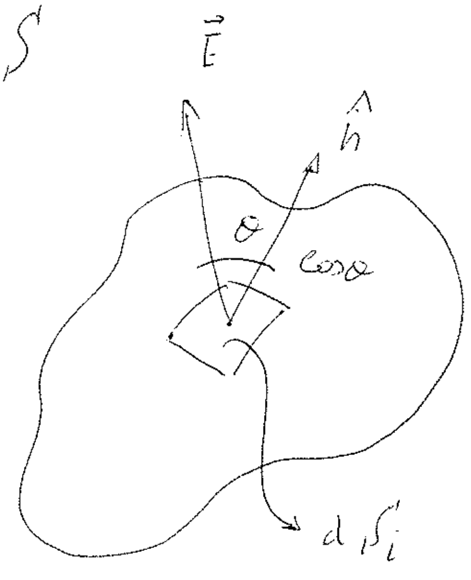
Equazioni di Maxwell in caso stazionario

1) Equazione di Gauss

$$\phi(\vec{E}) = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

Q = carica interna alla superficie su cui si calcola il flusso.

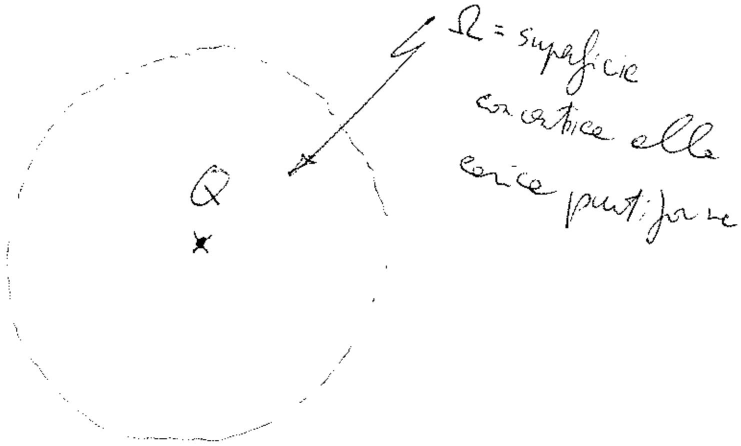
$$\phi(\vec{E}) = \text{scalare} = \int_{\Omega} \vec{E}\,\vec{n}\,dS$$



$$\phi(\vec{E}) = \sum_i E\cos\theta\, dS_i$$

Applicazione della I legge di Maxwell

- Campo elettrico generato da una carica puntiforme.



1) Le linee di forza divergono dalla carica Q.

2) Per ragioni di simmetria sono normali alla superficie Ω

3) Per ragioni di simmetria $|\vec{E}|$ è costante sulla superficie Ω

$$\phi(\vec{E}) = \int_{\Omega} E \cos\theta \, dS$$

$\theta = 0 \Rightarrow \cos\theta = 1$ (il campo elettrico è parallelo alla normale alla superficie)

$|E|$ = costante sulla superficie

$$\phi(\vec{E}) = E S = E \, 4\pi R^2$$

$$\frac{Q}{\varepsilon_0} = E \, 4\pi R^2 \qquad \boxed{E = \frac{Q}{4\pi \varepsilon_0 R^2}}$$

Definizione di campo elettrico

Il campo elettrico è un campo vettoriale definito in ogni punto dello spazio.

I generatori del campo elettrico sono delle cariche ferme o in movimento.

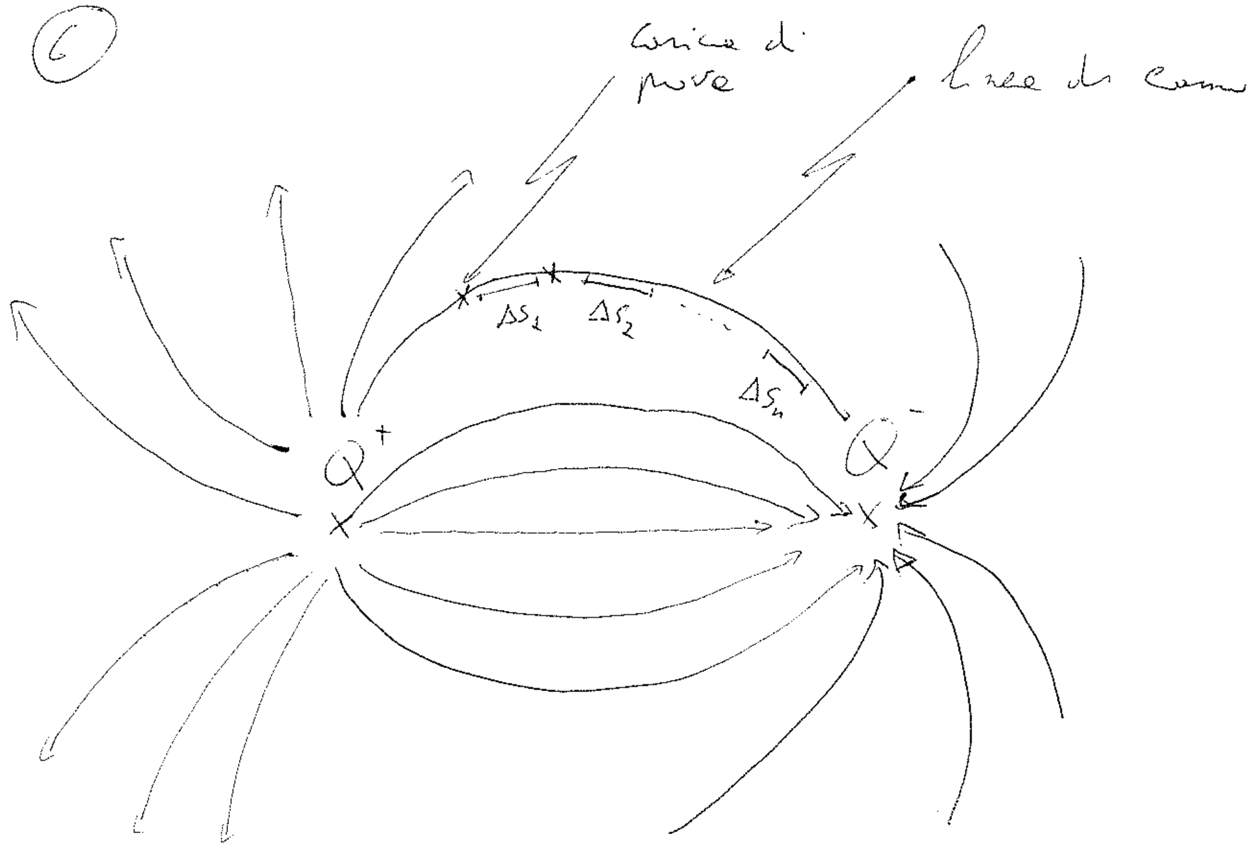
Se misuro il valore del campo elettrico in un punto dello spazio (grandezza vettoriale) e divido questa grandezza per una carica di prova q, il risultato è il vettore forza agente sulla carica di prova in quel punto.

Definizione di linee di forza

Le linee di forza di un campo elettrico sono linee tangenti al campo elettrico in ogni punto.

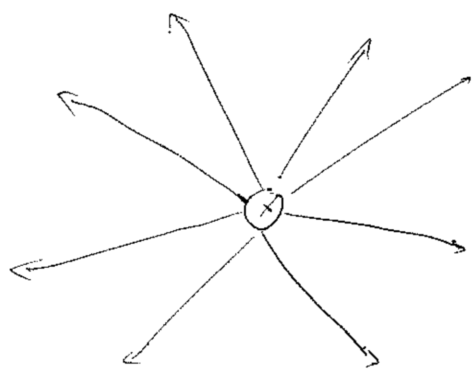
Per disegnare le linee di campo occorre introdurre una carica infinitesima puntiforme, carica di prova, per non modificare il campo elettrico pre-esistente e misurare lo spostamento elementare $\vec{\Delta s}$ che la carica subisce sotto l'azione del campo.

6



Campo elettrico generato da una carica puntiforme

$$\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R^2} = E$$



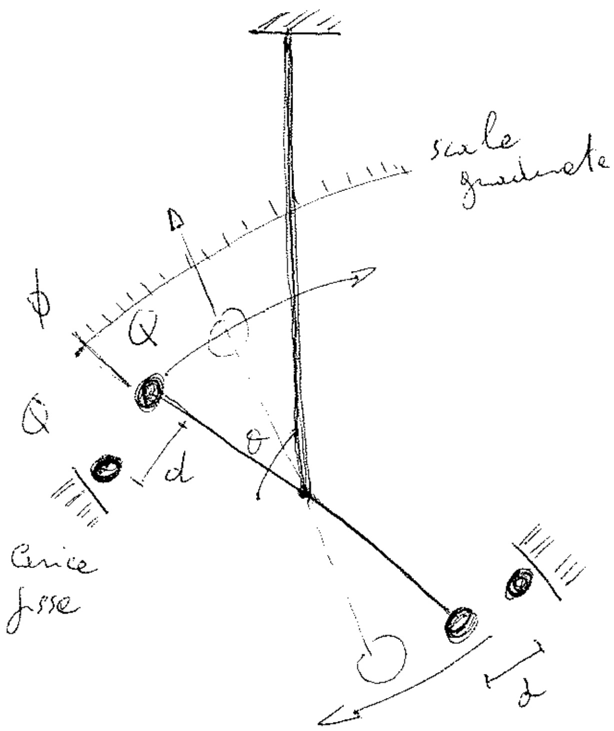
La forza esercitata da due cariche puntiformi vale

$$\vec{F} = \frac{Q_1 Q_2}{4\pi \varepsilon_0 R^2}$$

è diretta lungo la congiungente i due centri ed è inversamente proporzionale al quadrato della distanza.

Bilancia di Torsione

La bilancia di Torsione è uno strumento di precisione che permette di calcolare la forza esercitata tra due cariche poste ad una certa distanza.



È costituita da un filo la cui torsione è proporzionale al momento agente e per piccoli spostamenti all'angolo θ di torsione.

Dalla scala graduata si ricava la forza $\vec{F}$ agente sulle due cariche Q.

e ε_0 è la costante dielettrica del vuoto (la forza dipende dal fluido in cui viene effettuato l'esperimento)

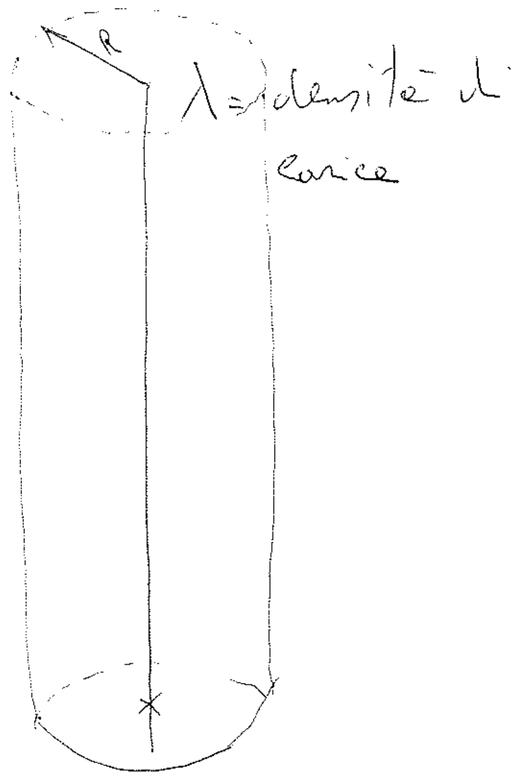
La carica di 1 Coulomb è tale

Da esercitare su una carica identica posta ad 1 m di distanza una forza pari a

$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$ Newton.

– Campo elettrico generato da una carica sferica
(dimostrazione simile a quella puntiforme)

– Campo elettrico generato da una carica filiforme infinita uniformemente distribuita



1) Considero un cilindro con asse coincidente con il filo
2) Per ragioni di simmetria le linee di campo sono normali alla superficie laterale del cilindro.

3) Per ragioni di simmetria il campo elettrico è costante sulla superficie laterale del cilindro.

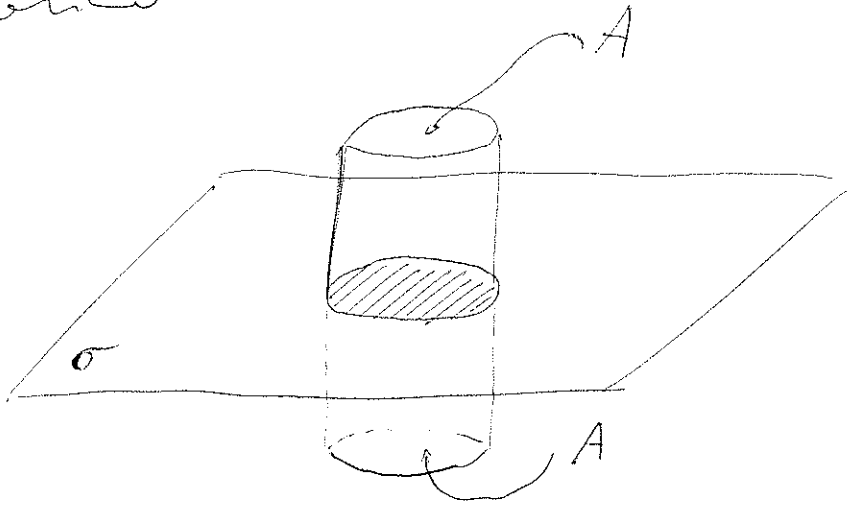
4) Il flusso attraverso le basi del cilindro è nullo essendo la direzione del campo ortogonale alla normale alla superficie.

Applicando la I legge di Maxwell

$$\oint(\vec{E}) = 2\pi R h E = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

$$E = \frac{Q}{h} \frac{1}{2\pi R \varepsilon_0} = \frac{\lambda}{2\pi R \varepsilon_0}$$

- Campo elettrico generato da un piano infinito uniformemente carico



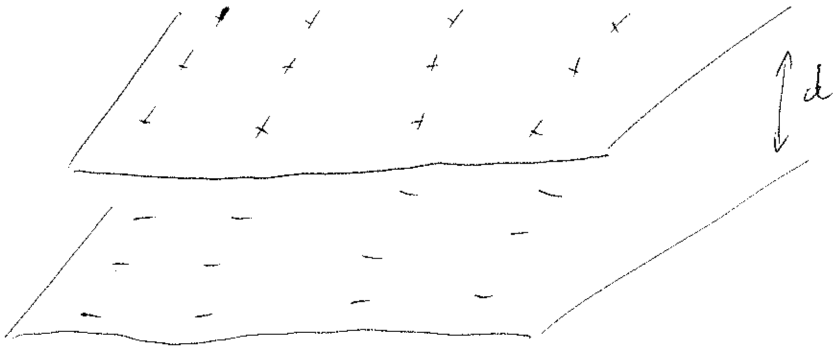
1) Per ragioni di simmetria il campo elettrico è normale al piano

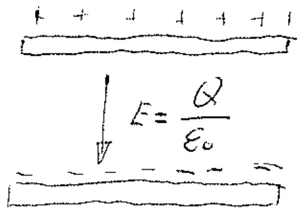
2) Il flusso non è nullo solo sulle basi del cilindro

$$\phi(\vec{E}) = 2AE = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

$$E = \frac{Q}{A}\frac{1}{2\varepsilon_0} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

– Campo elettrico tra due piani carichi



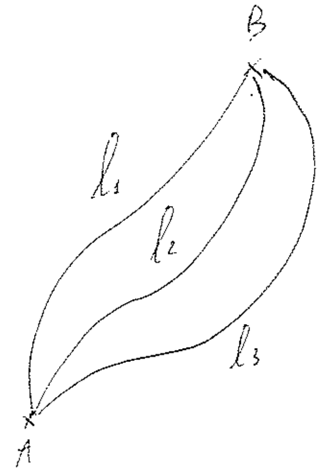


2) Seconda equazione di Maxwell in caso stazionario.

$$\oint \vec{E} \, d\vec{l} = 0$$

$$[E] = \frac{\text{Newton}}{\text{Coulomb}}$$

"Il lavoro fatto dal campo elettrico su una carica di prova q è nullo su una linea chiusa"



$$L_{AB}(l_1) + L_{BA}(l_2) = 0$$

$$L_{AB}(l_1) - L_{AB}(l_2) = 0$$

$$\Downarrow$$

$$L_{AB}(l_1) = L_{AB}(l_2)$$

" Il lavoro
fatto dal campo elettrico per portare la carica

di prove dal punto A al punto B
non dipende dal percorso seguito ma
solo dalla posizione di A e B."

"Si dice che il campo elettrico è
conservativo".

"Per tutti i campi conservativi è possibile
introdurre una funzione potenziale tale
che $L_{AB} = \int_A^B \vec{F} \, d\vec{l} = U_A - U_B$ "

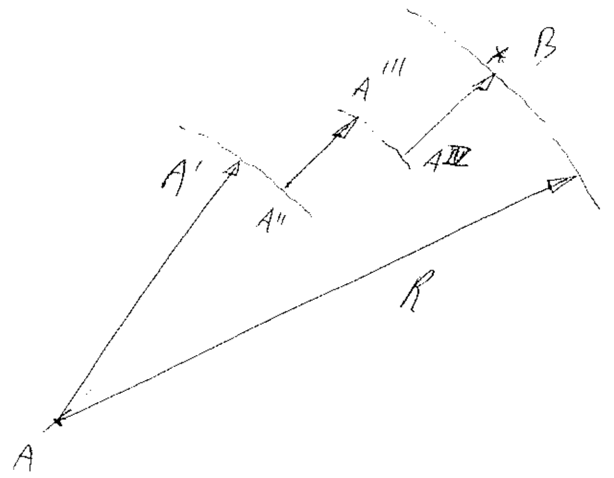
$$L_{AB} = F_x \, dx + F_y \, dy = - dU$$

$$\Downarrow$$

$$\begin{cases} F_x = -\dfrac{\partial U}{\partial x} \\ F_y = -\dfrac{\partial U}{\partial y} \end{cases}$$

- Il campo elettrico generato da una carica puntiforme è un campo centrale perché la forza agente sulla carica puntiforme di prova è diretta sempre verso un punto.

"Le forze centrali sono conservative"



$$L_{AB} = L_{AA'} + \cancel{L_{A'A''}} + L_{A''A'''} + \cancel{L_{A'''A^{IV}}} + L_{A^{IV}B}$$

$L_{A'A''} = L_{A'''A^{IV}} = 0$ perché la forza è ortogonale allo spostamento.

$$L_{AB} = \int_0^R \frac{Q_1 Q_2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\, dr = \begin{cases} -\dfrac{Q_1 Q_2}{4\pi\varepsilon_0 R} & \text{(forze attrattive)} \\[2ex] \dfrac{Q_1 Q_2}{4\pi\varepsilon_0 R} & \text{(forze repulsive)} \end{cases}$$

– Legge di conservazione dell'energia meccanica.

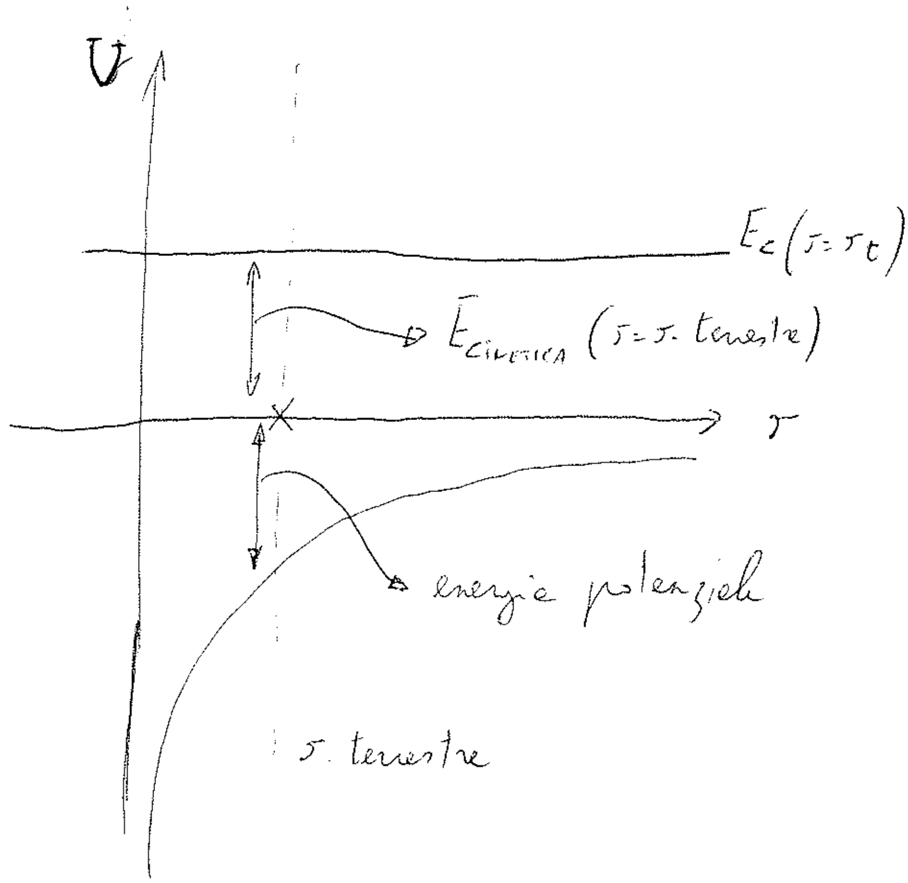
In un sistema isolato (su cui non agiscono forze esterne) l'energia meccanica si conserva.

$$E_{MECCANICA} = E_{CINETICA} + E_{POTENZIALE}$$

– Esempi di forze conservative

Il campo gravitazionale è una forza centrale ed è conservativa.

$$V = -\frac{M_1 M_2}{K r}$$

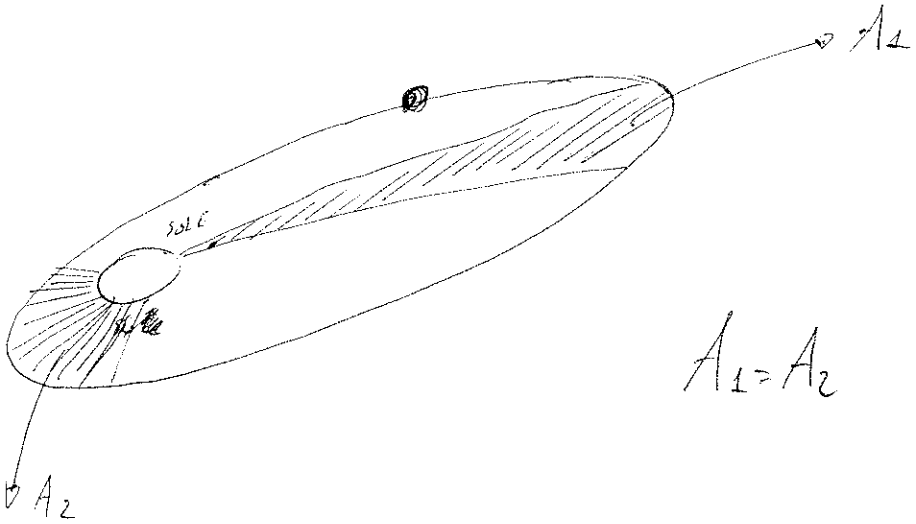


- La velocità di fuga richiede un'energia meccanica maggiore di 0.

Quindi deve essere $|E_p(r = r. \text{terrestre})| < |E_c(r = r. \text{terrestre})|$

$$\frac{1}{2} m v_0^2 > \frac{M_1 M_2}{K r_t}$$ r_t = raggio terrestre.

— Conservazione delle velocità areolare dei pianeti:



$A_1 = A_2$

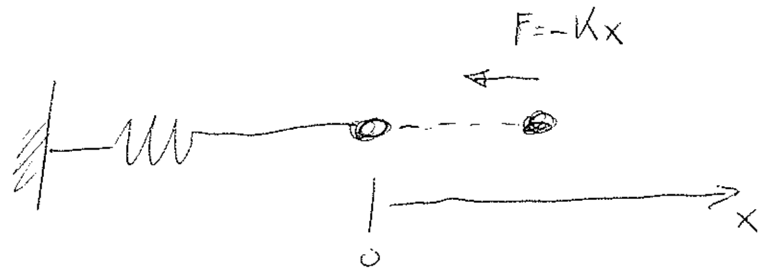
Per distanze lontane dal sole l'energia potenziale è piccola e quindi anche l'energia cinetica è piccola.

$$\boxed{E_c(r) - \frac{M_1 M_2}{K r} = \text{costante}}$$

$$E_c(r) = \underbrace{K_1}_{E_m} + \underbrace{\frac{M_1 M_2}{K_2 r}}_{E_p}$$

Al contrario per distanze vicine al sole "r piccolo" l'energia potenziale cresce e quindi anche l'energia cinetica.

– Energia potenziale di una molla



La forza elastica di una molla non soggetta ad attriti è conservativa

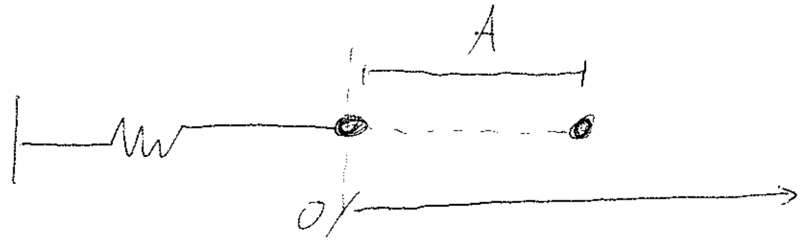
$$\int \vec{F} d\vec{s} = -dU$$

$$-\int K x \, dx = -dU$$

$$U = +\frac{K x^2}{2}$$

Conservazione energia meccanica

$$E_m = E_p + E_c = +\frac{K x^2}{2} + \frac{1}{2} m v^2$$



A = elongazione massima

$\boxed{x=0}$ $E_m = E_c = \frac{1}{2} m v_0^2$ $\boxed{x=A}$ $E_m = E_p = \frac{K A^2}{2}$

equazioni del moto

$$\frac{Kx^2}{2} + \frac{1}{2} m v^2 = \text{costante}$$

$$\frac{Kx^2}{2} + \frac{1}{2} m \left(\frac{dx}{dt}\right)^2 = \text{costante}$$

$$\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 = -\frac{K}{m} x^2 + \text{costante}$$

$$\frac{dx}{dt} = \pm\sqrt{\frac{K}{m}}\, i\, x + \text{costante}$$

equazione differenziale lineare del I ordine

per separazione di variabile

$$\overset{\text{I ordine lineare}}{\textcircled{1}} \;\; \mp\sqrt{\frac{K}{m}}\, i\, x(t)$$

separazione di variabili

$$\frac{1}{x}\, dx = \pm\sqrt{\frac{K}{m}}\, i\, dt + \text{costante}$$

$$\ln x = \pm\sqrt{\frac{K}{m}}\, i\, t + \text{costante}$$

$$x = C_1 \sin\sqrt{\frac{K}{m}}\, t + C_2 \cos\sqrt{\frac{K}{m}}\, t$$

Condizione iniziale

$$\begin{cases} x(t=0) = 0 & (1) \\ \dot{x}(t=0) = v_0 & (2) \end{cases}$$

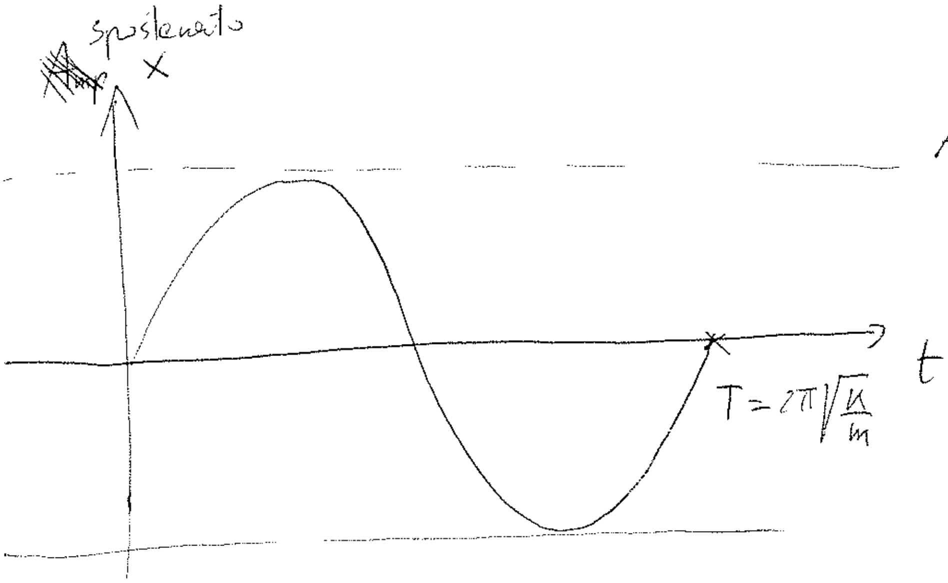
Dalla (1) $\boxed{C_2 = 0}$

Dalla (2)

$$\dot{x} = \sqrt{\frac{k}{m}}\, C_1 \cos\sqrt{\frac{k}{m}}\, t$$

$$\dot{x}(t=0) = v_0$$

$$v_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}\, C_1 \implies C_1 = v_0\sqrt{\frac{m}{k}}$$



Ampiezza $= C_1 = v_0\sqrt{\frac{m}{k}}$

L'equazione del moto si ricava anche direttamente dalla legge di Newton

$$m\ddot{x} + Kx = 0$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x(t) \to y(x) \\ my'' + Ky = 0 \end{array} \right.$$

coefficienti costanti

* II ordine
* lineare y e y' non compaiono elevate al quadrato o a n.
$= 0$ (omogenea)

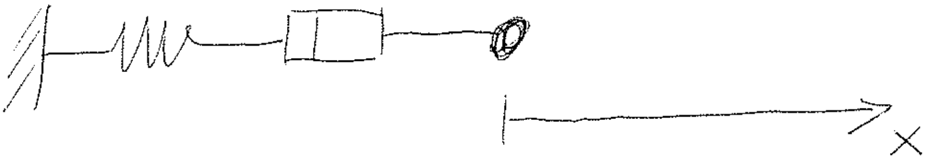
(equazione differenziale del II ordine omogenea a coefficienti costanti)

$$\boxed{x = e^{zt}}$$

$$mz^2 + K = 0 \qquad z = \pm\sqrt{\frac{K}{m}}\, i$$

$$z = C_1 \operatorname{sen}\sqrt{\frac{K}{m}}\, t + C_2 \cos\sqrt{\frac{K}{m}}\, t$$

-- Equazione del moto di una molla in un fluido viscoso



$$-m\ddot{x} - Kx - \eta\dot{x} = 0$$

$$\boxed{m\ddot{x} + Kx + \eta\dot{x} = 0}$$

K = costante elastica

η = coefficiente attrito

Equazione del II ordine a coefficienti costanti

$$x = e^{zt}$$

$$m z^2 + K + \eta z = 0$$

$$z^2 + \frac{\eta}{m} z + \frac{K}{m} = 0$$

$$z = -\frac{\gamma}{2m} \pm \frac{1}{2}\sqrt{\left(\frac{\gamma}{m}\right)^2 - 4\frac{k}{m}} = -\frac{\gamma}{2m} \pm \sqrt{\Delta}/2$$

1 caso) $\Delta > 0$

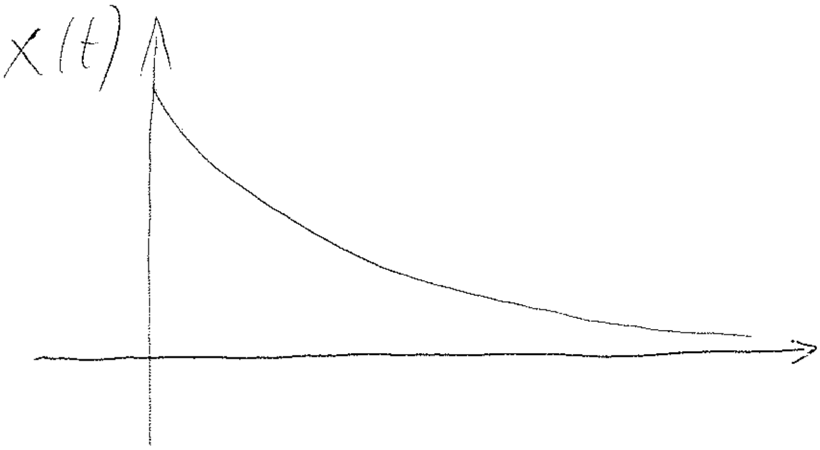
$$z_1 = -\frac{\gamma}{2m} + \sqrt{\Delta}/2$$

$$z_2 = -\frac{\gamma}{2m} - \sqrt{\Delta}/2$$

$$x = C_1 e^{-\frac{\gamma}{2m} + \sqrt{\Delta}/2} + C_2 e^{-\frac{\gamma}{2m} - \sqrt{\Delta}/2}$$

$$\boxed{|\sqrt{\Delta}| < |\gamma/m|}$$

esponente sempre negativo

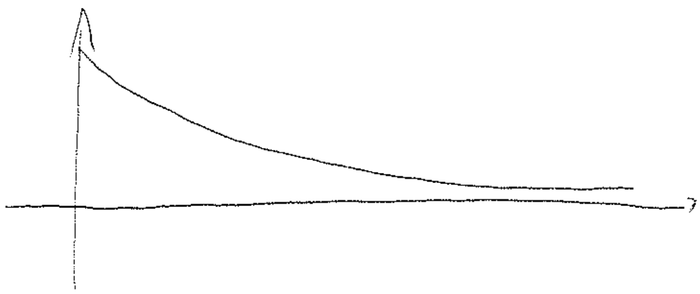


equazione smorzata senza oscillazioni

2 caso) $\Delta = 0$

$$z_1 = z_2 = -\gamma/m$$

$$x(t) = (C_1 + C_2 x)\, e^{-\frac{\gamma}{2m} t}$$

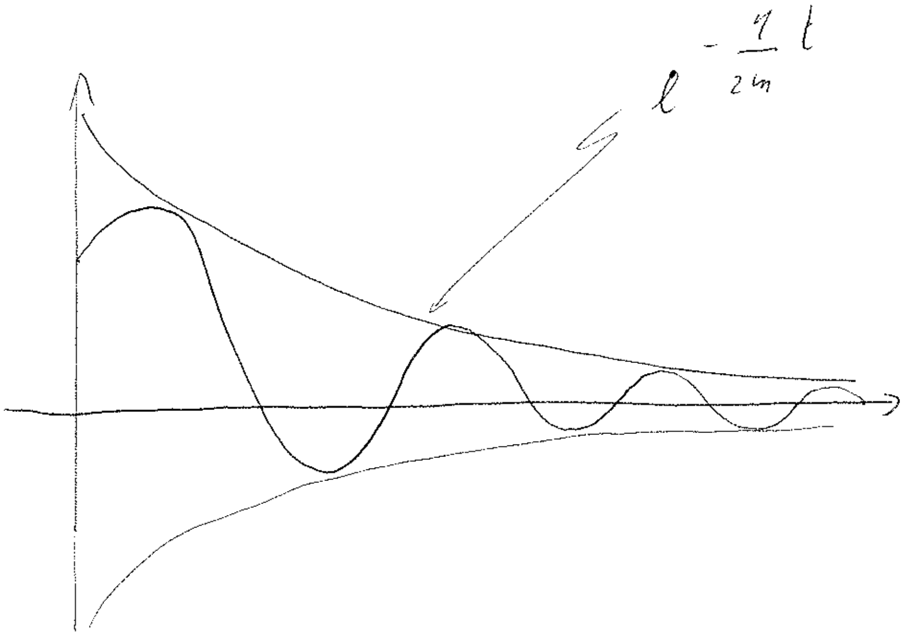


3 caso) $\Delta < 0$

$$z_1 = -\frac{\gamma}{2m} + \frac{\sqrt{\Delta}}{2} i$$

$$z_2 = -\frac{\gamma}{2m} - \frac{\sqrt{\Delta}}{2} i$$

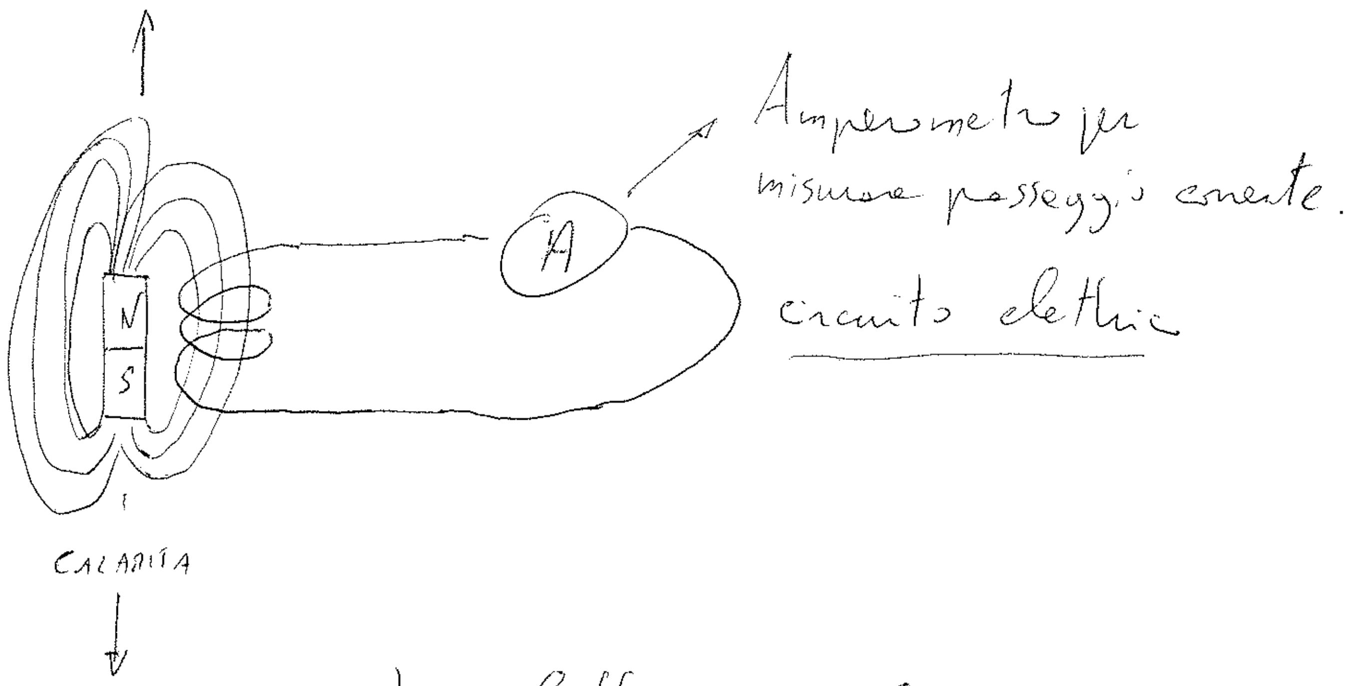
$$x(t) = e^{-\frac{\gamma}{2m} t} \left(C_1 \operatorname{sen} \frac{\sqrt{\Delta}}{2} t + C_2 \cos \frac{\sqrt{\Delta}}{2} t \right)$$



oscillazioni smorzate.

2bis) Modifica II equazione di Maxwell in caso non stazionario

→ Esperimento di Faraday



Considero un circuito elettrico collegato ad un amperometro.

1) Se muovo la calamita si verifica un passaggio di corrente elettrica nel circuito misurato dall'amperometro.

2) E muovo il circuito elettrico lasciando ferme le calamite si verifica un passaggio di corrente elettrica nel circuito rilevato dall' amperometro.

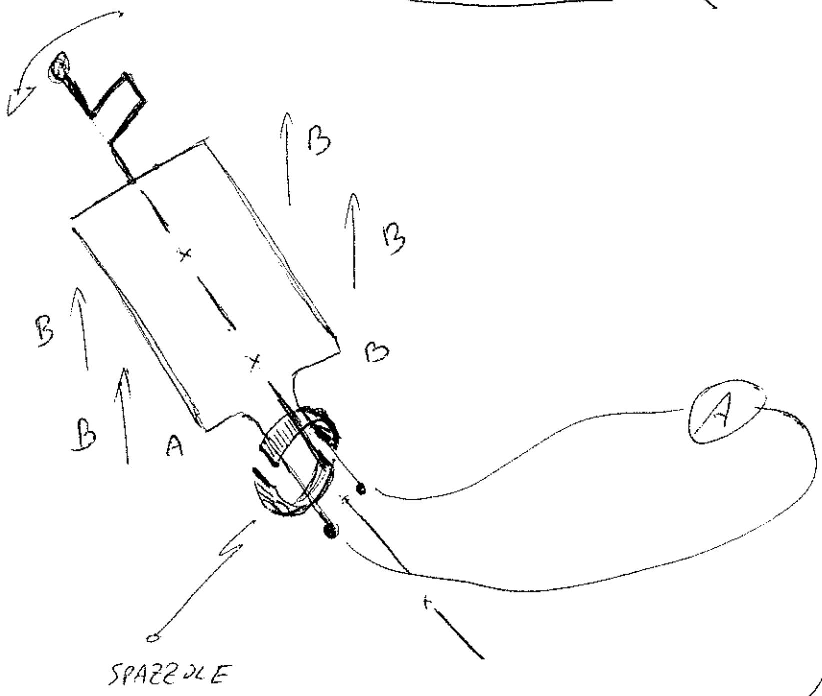
<u>Modifica II legge di Maxwell</u> (modificata per caso non statico)

$$\begin{cases} \oint \vec{E}\, d\vec{l} = f.e.i. \\ f.e.i. = -\dfrac{d\,\phi(\vec{B})}{dt} \end{cases}$$

f.e.i. = forza elettromotrice indotta

→ Applicazione della II legge di Maxwell in caso non stazionario

Dinamo (Generatore)



N.B. i grafici di seguito riportati sono relativi ... un sistema privo di spazzole.
Le spazzole invertono il verso del flusso e quindi della corrente. Il grafico in questione si ottiene ribaltando la parte negativa del grafico.

Facendo ruotare il circuito con una manovella si ha una variazione di flusso e un passaggio di corrente elettrica generata da una forza elettromotrice indotta f.e.i.

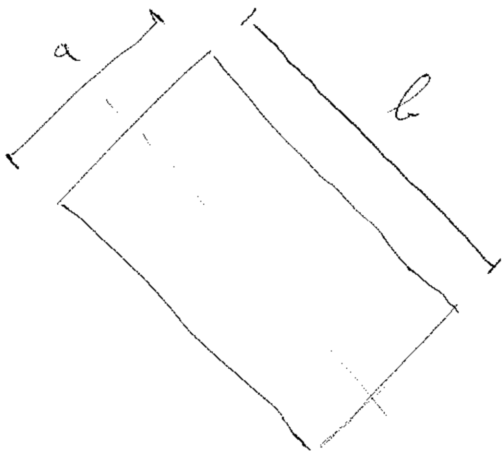
f.e.i = forza elettromotrice indotta =

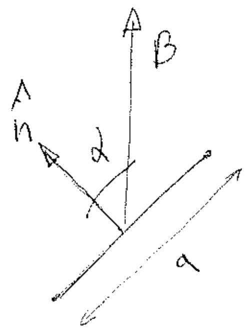
$$= -\frac{d\phi(\vec{B})}{dt}$$

$\phi(\vec{B}) = BA\cos\alpha$

A = sezione circuito

α = angolo tra campo e normale alla superficie del circuito



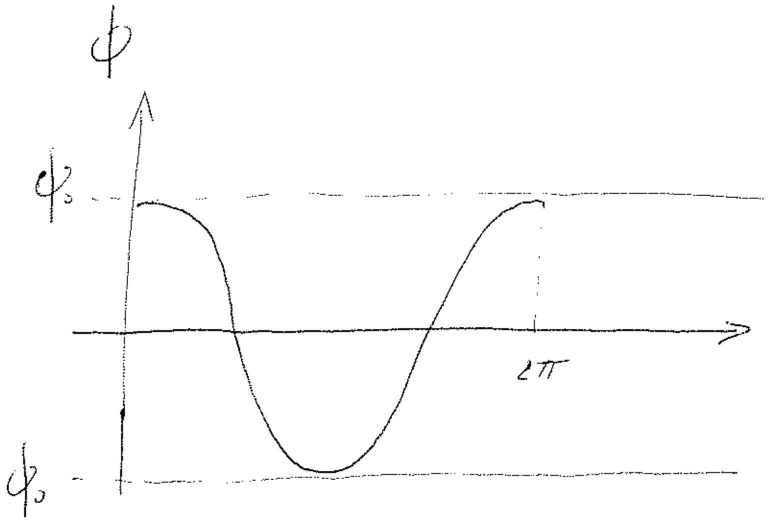


$\boxed{\alpha = \omega t}$ velocità rotazione circuito

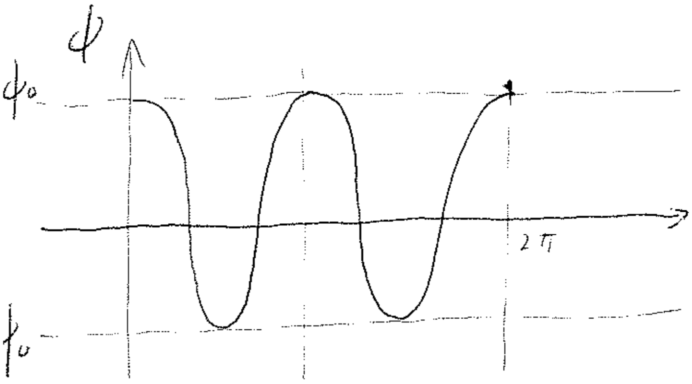
$$\phi(\vec{B}) = a\,b\,B\cos(\omega t) = \phi_0\cos(\omega t)$$

$$-\frac{d\phi}{dt}(\vec{B}) = \underbrace{a\,b\,B\,\omega}_{V_0}\,\mathrm{sen}(\omega t)$$

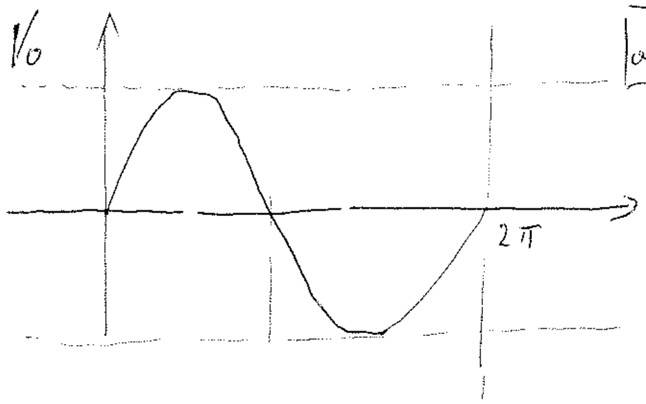
fattore moltiplicativo



$\omega = 1$



$\omega = 2$

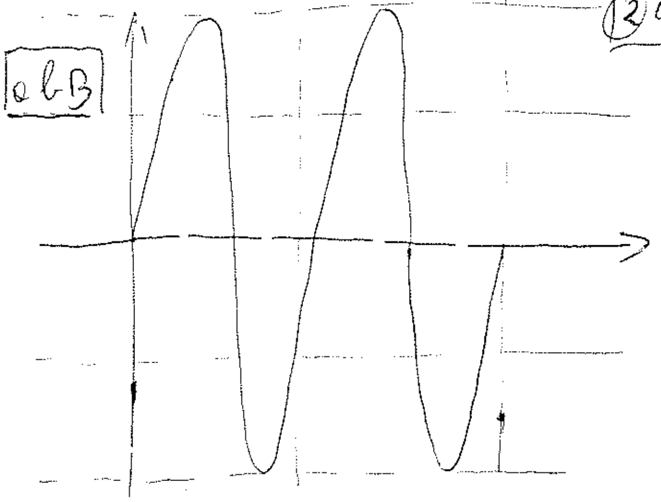


$|abB|$

$|\omega = 1|$

fattore moltiplicativo

$|2abB|$

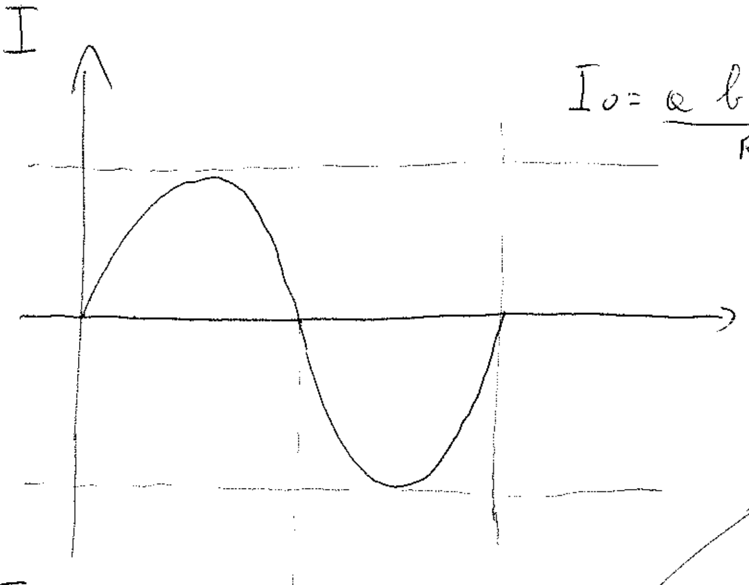


$|\omega = 2|$

$$f.e.i = -\frac{d\phi(\vec{B})}{dt} = a\,b\,B\,\omega \operatorname{sen}(\omega t)$$

$$f.e.i = R\,i$$

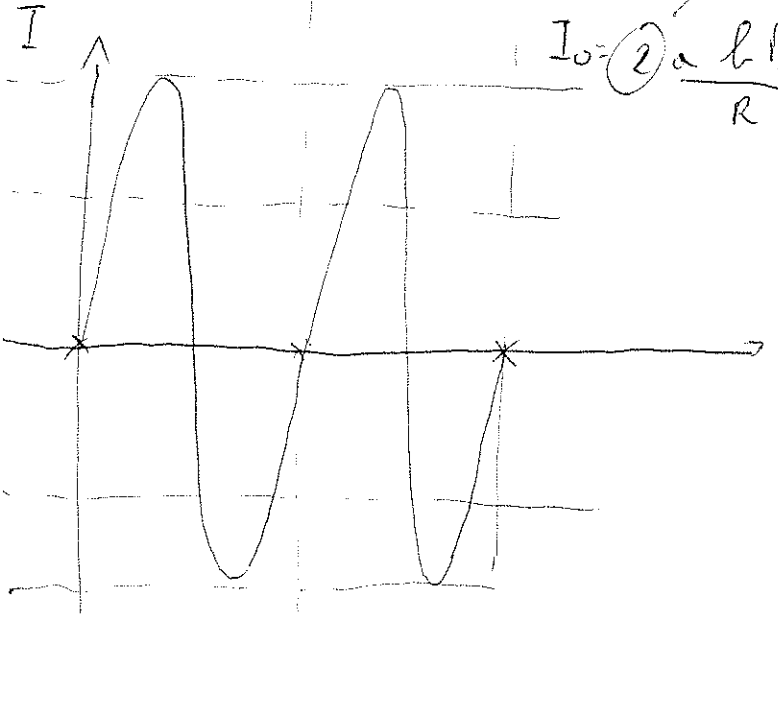
$$i = \frac{a\,b\,B\,\omega}{R} \operatorname{sen}(\omega t) = I_0 \operatorname{sen}(\omega t)$$



$$I_0 = \frac{a\,b\,B}{R}$$

$$\boxed{\omega = 1}$$

fattore moltiplicativo.



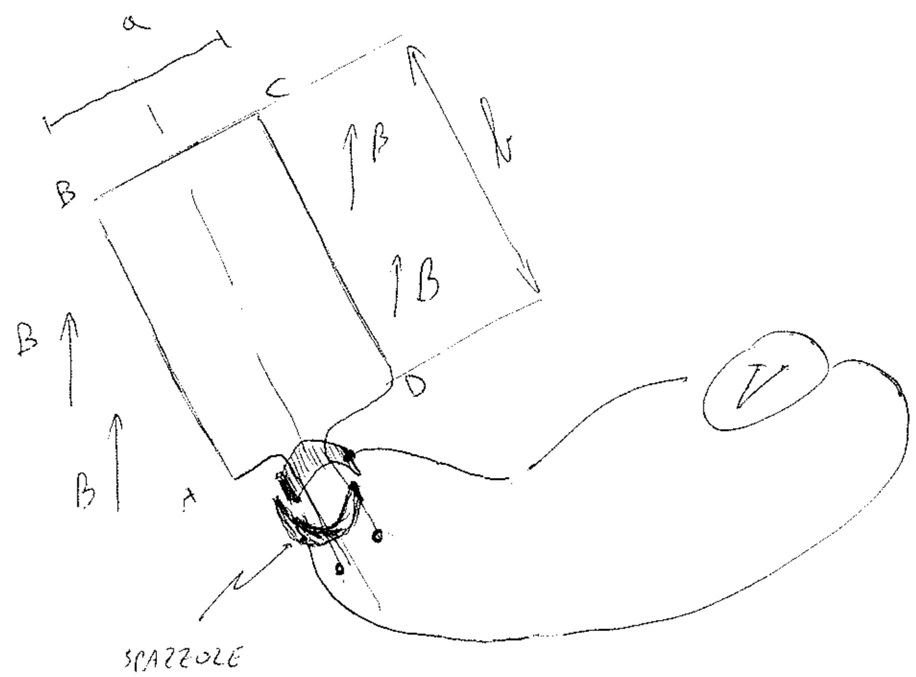
$$I_0 = 2\,\frac{a\,b\,B}{R}$$

$$\boxed{\omega = 2}$$

(corrente alternata)

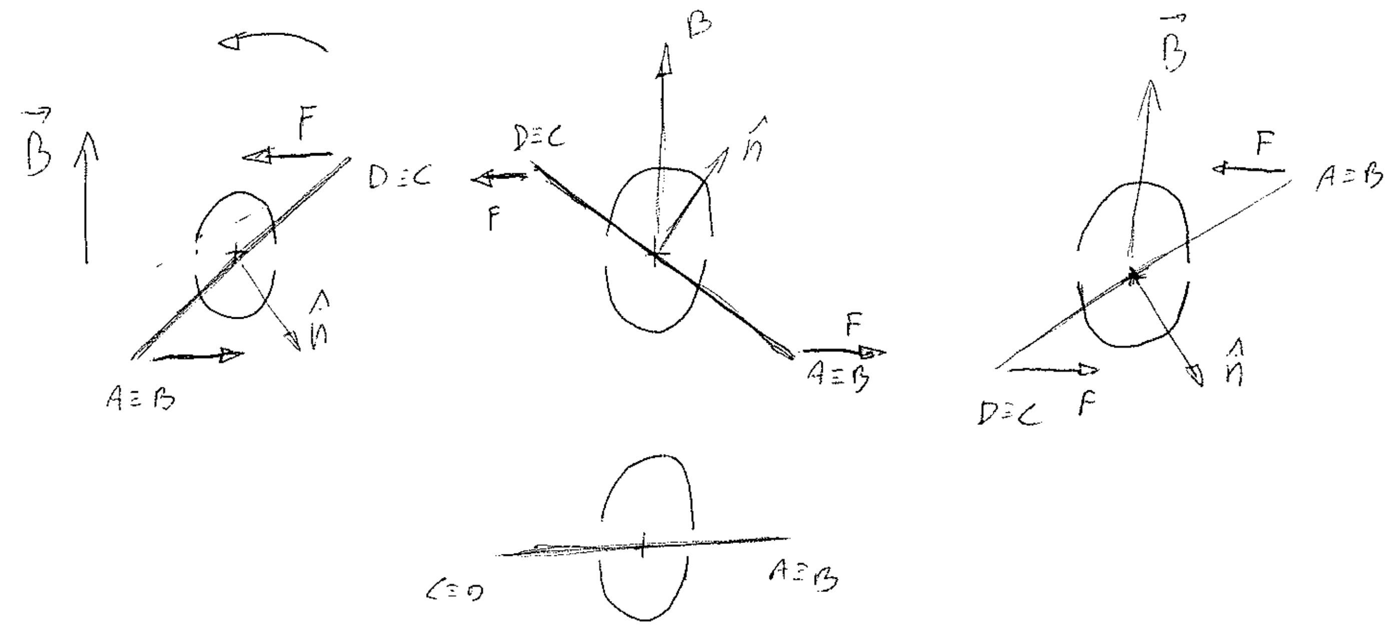
→ Applicazione della II legge di Maxwell in caso non stazionario

Motore



Alle spazzole si collega un generatore che fa circolare corrente nel circuito.

Sui lati $\overline{AB}$ e $\overline{CD}$ si genera una forza di Lorentz $\vec{F} = i\, \vec{l} \wedge \vec{B}$ ed un momento sulla spira che tende ad allineare la normale al campo B.



POSIZIONE NEUTRA } inversione normale

Le spazzole invertono il verso della corrente nel circuito e quindi del momento agente sul circuito in modo da evitare un'oscillazione rispetto alla posizione di equilibrio data dall'allineamento di $\hat{n}$ con $\vec{B}$ ma permettendo una rotazione continua invertendo di volta in volta il verso della normale al circuito dato dal verso della corrente.

Legge di Lentz

Consideriamo il generatore di corrente elettrica.

La spira immersa in un campo elettrico $\vec{B}$ è

allegato ad un generatore V.

All'interno del circuito circola una corrente

elettrica che genera un momento e mette in

rotazione la spira.

La corrente circolante nel circuito genera

un campo che a sua volta produce una

f.e.i. sulla spira.

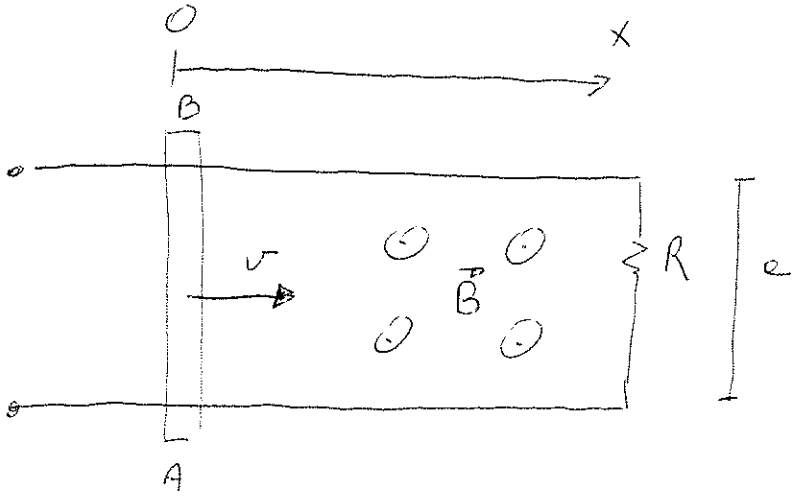
Secondo la legge di Lenz la forza elettro=

motrice indotta si oppone alla corrente che

la ha generata.

In generale in un circuito immerso in un campo magnetico si generano delle correnti indotte che si oppongono alle grandezze che le hanno generate.
Se non fosse così si avrebbe un aumento esponenziale dell'energia.

→ Applicazione della II legge di Maxwell in caso non stazionario.



Consideriamo un circuito immerso in un campo elettrico ortogonale al foglio e una barra conduttrice $\overline{AB}$ messa in moto con velocità $\vec{v}$.

La variazione di flusso in questo caso è dovuta alla riduzione di area

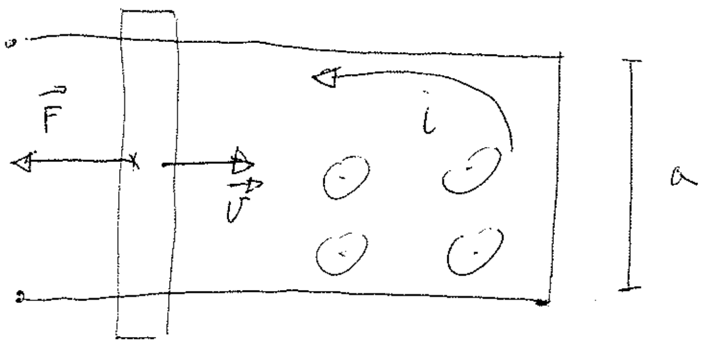
$$\Delta\phi = \Delta S\, B = \Delta x \; a\, B = v\, \Delta t\, a\, B$$

da cui $\dfrac{\Delta\phi}{\Delta t} = a\, v\, B$

$$f.e.i. = -\frac{d\phi(B)}{dt} = -av B$$

$$f.e.i. = -avB = Ri$$

$$i = -\frac{avB}{R}$$



Sulla barra, come suggerito dalla legge di Lentz si genera una forza che si oppone allo spostamento della barra in direzione di $\vec{v}$.

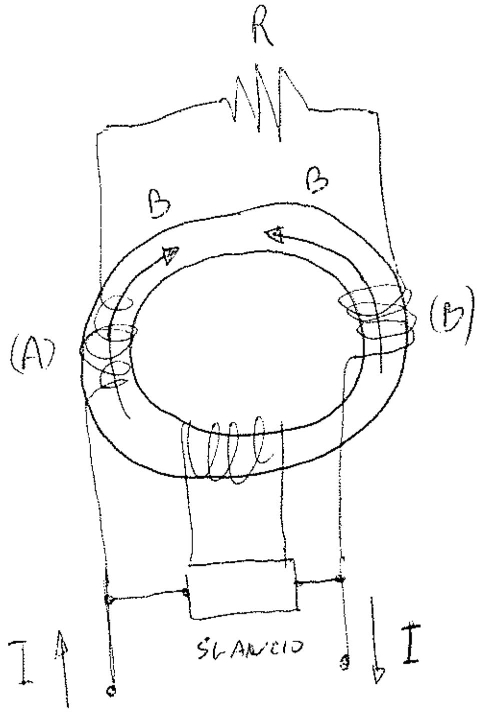
$$\vec{F} = \vec{i}\, a \wedge \vec{B}$$

→ Applicazione della II legge di Maxwell

in caso non stazionario

interruttore differenziale

L'interruttore differenziale è un componente elettrico di sicurezza che apre il circuito elettrico quando è presente una dispersione di corrente



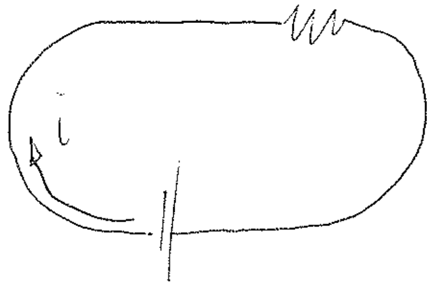
Se la corrente entrante uguaglia la corrente uscente le spire avvolte in A e B generano due campi magnetici che si annullano all'interno del conduttore e forma di ciambella.

Poiché il campo totale è nullo il flusso attraverso il circuito di sgancio è nullo pertanto non circola corrente e lo sgancio non interviene.

Se c'è una dispersione di corrente ad esempio dovuta ad un contatto inavvertito di un circuito elettrico da parte di un uomo, parte della corrente viene scaricata a terra attraverso il suo corpo.

In questo caso I entrante sarà diversa da I uscente, il campo magnetico nel conduttore diverso da ϕ, il flusso attraverso la bobina di sgancio è diverso da ϕ ciò provoca l'attivazione del sistema di sgancio e l'apertura del circuito.

→ Autoinduttanza e mutua induttanza.



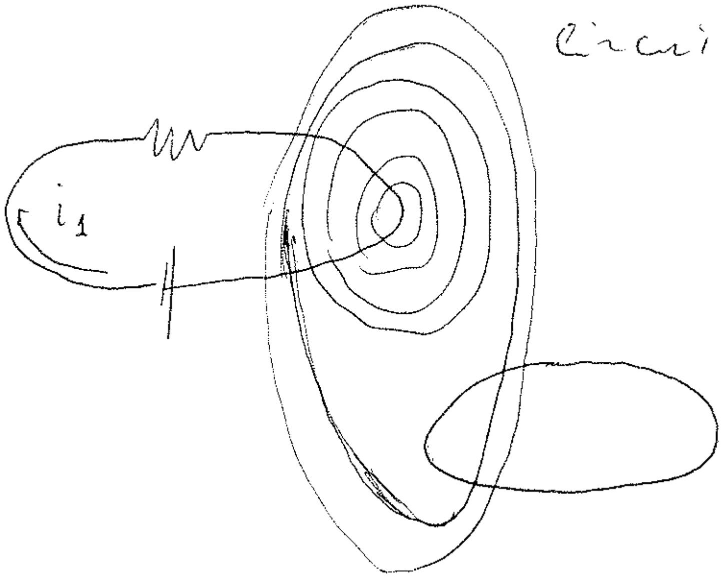
considero un circuito percorso da corrente elettrica.

La corrente elettrica genera un campo le cui linee di forza si concatenano al circuito generando un flusso.

Secondo la legge di Lentz questo flusso genera una corrente che si oppone alla corrente che la ha generato.

Vale la legge

$$V = -L \frac{di}{dt}$$ dove L = coefficiente di induttanza dipende dal circuito.

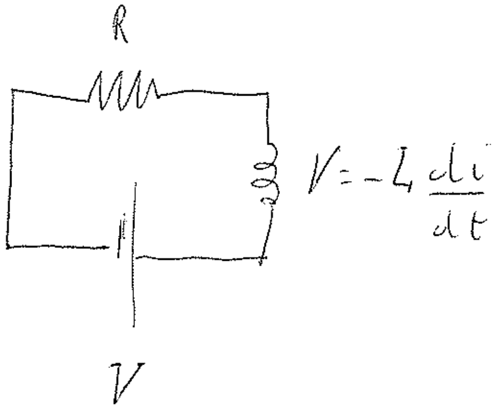


Alcune linee di campo generate da i_1 si concatenano anche al II circuito generando un flusso e una

$$f.e.m. = -M \frac{di_1}{dt}$$ dove M è detto

coefficiente di mutua induttanza.

Circuito LR



Il circuito RL è costituito da una resistenza e da un'induttanza per cui vale la relazione

$$V = -L \frac{di}{dt}$$

L'equazione della corrente è

$$V - RI - L \frac{dI}{dt} = 0$$

equazion lineare del I ordine risolvibile x separazione di variabili.

$$(V - RI) = L\frac{dI}{dt}$$

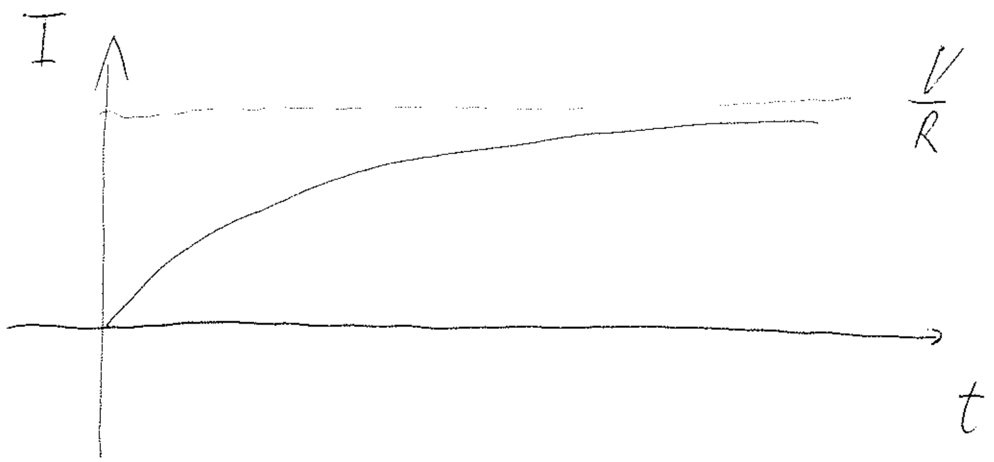
$$\frac{1}{L}\,dt = \frac{1}{(V-RI)}\,dI$$

$$-\frac{R}{L}\,dt = \frac{1}{(V-RI)}\,d(V-RI) \qquad \underline{\text{integrando}}$$

$$-\frac{R}{L}t = \ln(V-RI) - \ln(V) = \ln\left(1 - \frac{R}{V}I\right)$$

$$e^{-\frac{R}{L}t} = \left(1 - \frac{R}{V}I\right) \qquad -\frac{R}{L} = \text{costante di smorzamento}$$

$$I = \frac{V}{R}\left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right)$$

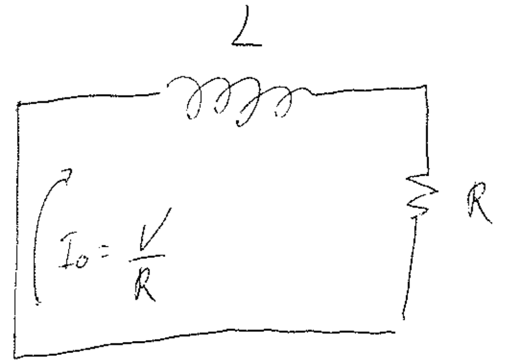


FASE DI CARICA

Consideriamo ora il circuito con una corrente

circolante pari a $\frac{V}{R}$

e togliamo il generatore



$$-L\frac{dI}{dt} - RI = 0 \qquad I(t=0) = \frac{V}{R}$$

equazione differenziale del I ordine x separazione di variabili.

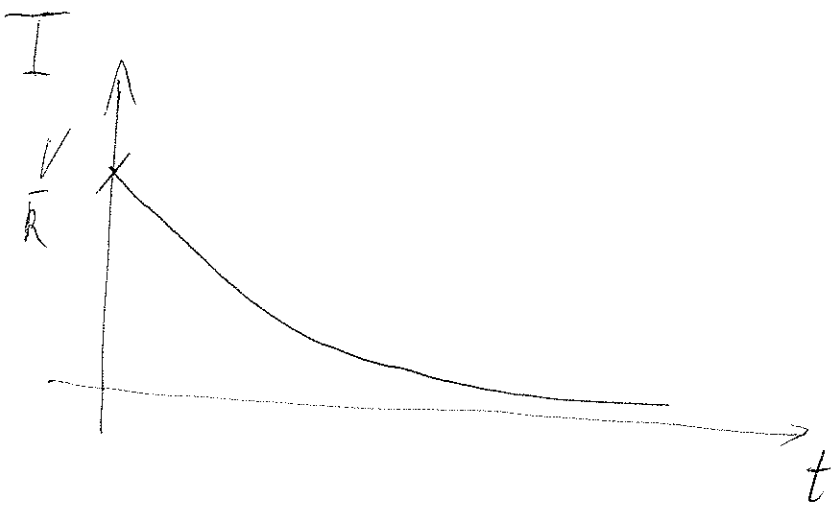
$$\frac{dI}{I} = -\frac{R}{L}dt$$

$$\ln I - \ln\frac{V}{R} = -\frac{R}{L}t$$

$$\ln \frac{IR}{V} = -\frac{R}{L} t$$

$$\frac{IR}{V} = e^{-\frac{R}{L} t}$$

$$I = \frac{V}{R} e^{-\frac{R}{L} t}$$



FASE DI SCARICA

Durante la fase di carica la potenza dissipata dalla resistenza è

$$R I^2 = W_{dissipata}$$

la potenza assorbita dall'induttanza è

$$\frac{1}{2} L I^2 .$$

Questa potenza assorbita sarà successivamente dissipata sulla resistenza nella fase di scarica.

3) III equazione di Maxwell

$$\Phi(\vec{B}) = 0$$

Quest'equazione afferma che non esistono monopoli magnetici cioè essendo il flusso del campo magnetico nullo attraverso qualsiasi superficie vuol dire che le linee uscenti sono costrette a richiudersi su se stesse.

1) IV equazione di Maxwell

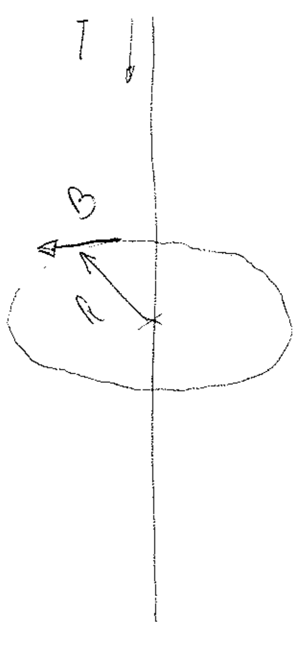
caso stazionario.

$$\oint \vec{B}\, d\vec{l} = \mu_0 i$$ dove $i = \sum$ correnti che si concatenano al circuito.

Applicazione IV equazione di Maxwell

caso stazionario.

Considero un filo infinito percorso da corrente elettrica.



Poiché le linee del campo B si chiudono su loro stesse e il campo magnetico sarà costante e tangente ad una circonferenza con centro

il filo percorso
da corrente elettrica.

Applicando la IV equazione di Maxwell

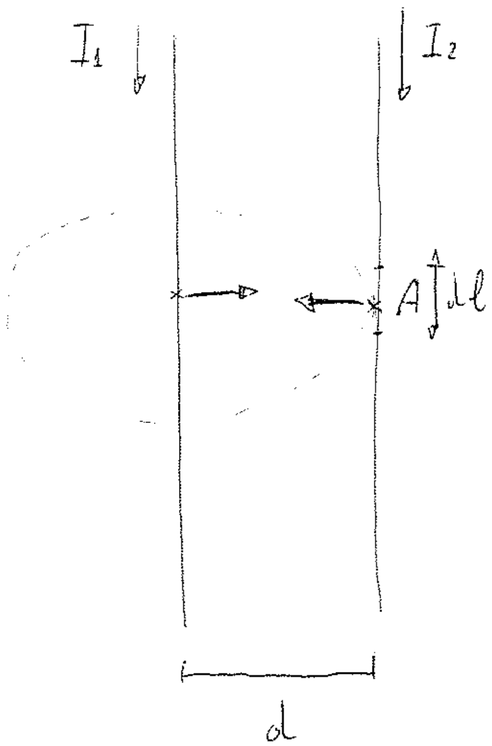
$$B \, 2\pi R = \mu_0 i$$

$$B = \frac{i}{2\pi R \mu_0}$$

il campo magnetico di un filo infinito percorso da corrente elettrica decresce con

$\frac{1}{R}$.

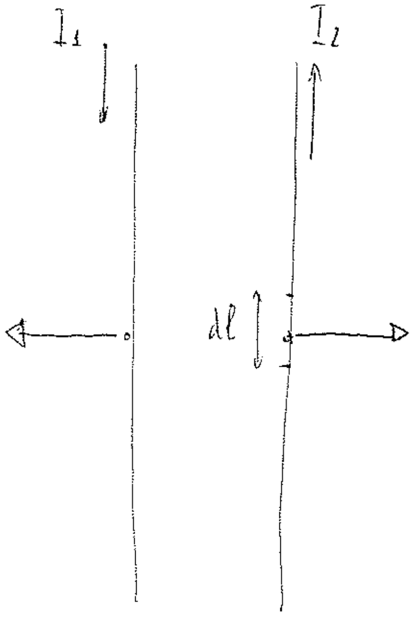
Forze agenti tra due fili percorsi da corrente elettrica



nel punto A

$$B = \frac{i_1}{2\pi d \mu_0}$$

applicando la legge di Lorentz



$$dF = i\, d\vec{l} \wedge \vec{B}$$

$$dF = \frac{i_2 i_1}{2\pi d \mu_0}\, dl$$

→ Modifica IV equazione di Maxwell in presenza di campo elettrico.

In analogia a quanto fatto per la II equazione Maxwell modificò la IV equazione aggiungendo un termine proporzionale al flusso del campo elettrico.

$$\oint \vec{B}\, d\vec{l} = \mu_0 \left[i + \underbrace{\varepsilon_0 \frac{d\phi(\vec{E})}{dt}}_{\text{corrente di spostamento}} \right]$$

Il termine aggiuntivo è detto corrente di spostamento.

Le onde elettromagnetiche

Considero una carica elettrica in moto ad esempio una carica che oscilla nel vuoto

l'oscillazione della carica genererà un campo elettrico variabile.

Dalla IV equazione di Maxwell il campo elettrico variabile genererà un campo magnetico variabile il quale a sua volta produrrà un campo elettrico variabile (II equazione).

Questi due campi riusciranno ad auto sostenersi senza bisogno della carica q che li ha generati.

In questo caso si è creata un'onda elettromagnetica che si propaga nello spazio.

Si dimostra che in assenza di cariche e di correnti l'onda elettromagnetica soddisfa l'equazione

$$\boxed{\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \phi}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}\, \partial t^2} = 0}$$

che è soddisfatta da una funzione $\phi = \phi(ct - x)$

ad esempio se

$$\begin{cases} \phi = \operatorname{sen}(ct - x) \\ \dfrac{d\phi}{dt} = \cos(ct - x)\, c \\ \dfrac{d^2\phi}{dt^2} = -c^2 \operatorname{sen}(ct - x) \end{cases} \qquad \begin{cases} \phi = \operatorname{sen}(ct - x) \\ \dfrac{d\phi}{dx} = -\cos(ct - x) \\ \dfrac{d^2\phi}{dx^2} = -\operatorname{sen}(ct - x) \end{cases}$$

Sostituendo

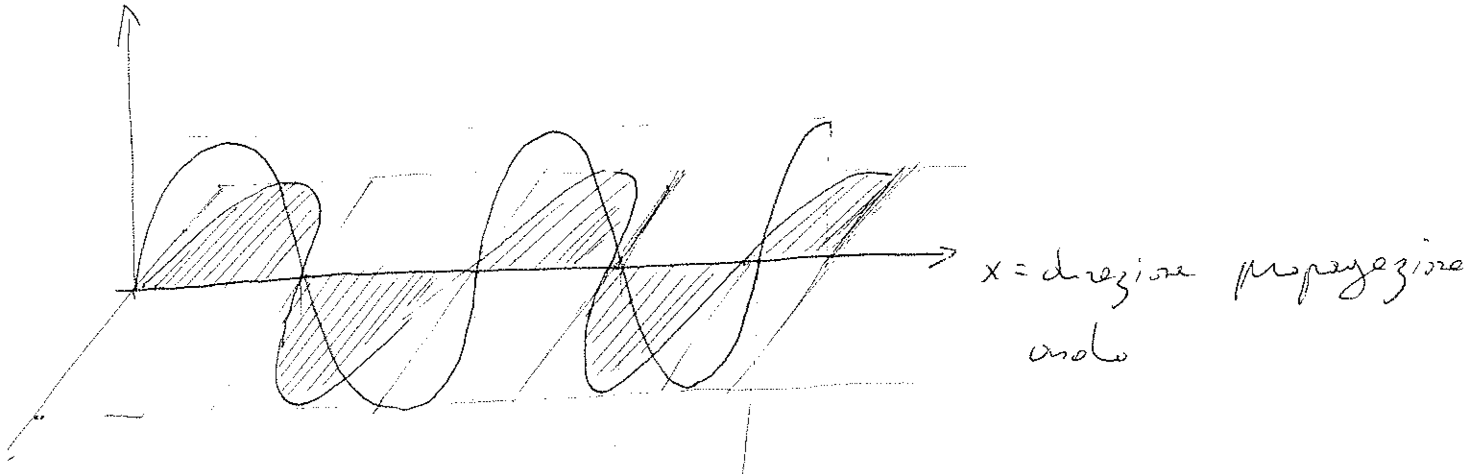
$$-\operatorname{sen}(ct-x) + \frac{c^2}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}} \operatorname{sen}(ct-x) = 0$$

valida per $\boxed{c = \mu_0 \varepsilon_0}$

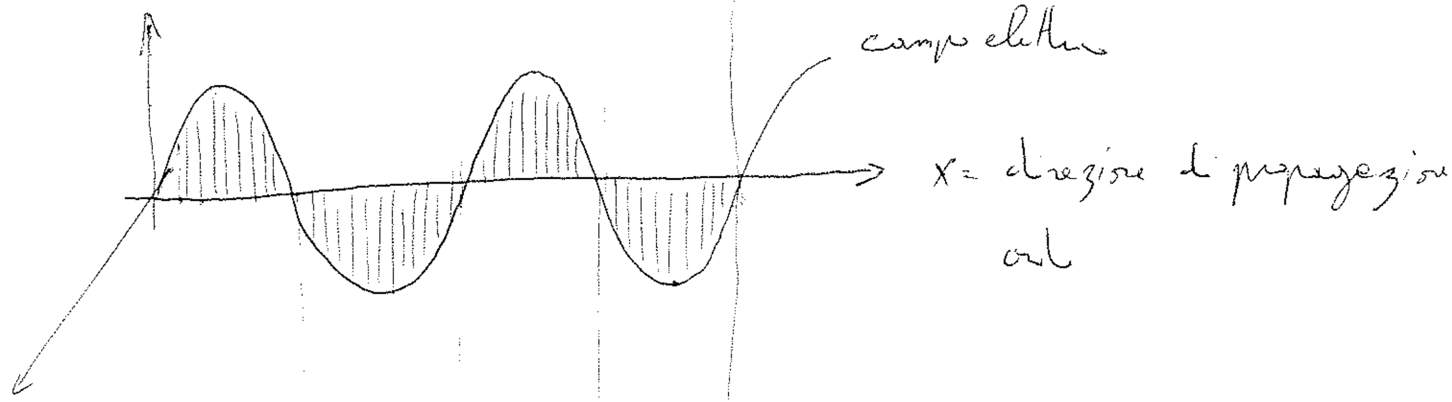
L'onda elettromagnetica più comune, quella che si genera a grandi distanze dalla sorgente è l'onda piana.

Essa è costituita da un campo elettrico e un campo magnetico che oscillano su due piani ortogonali come in figura.

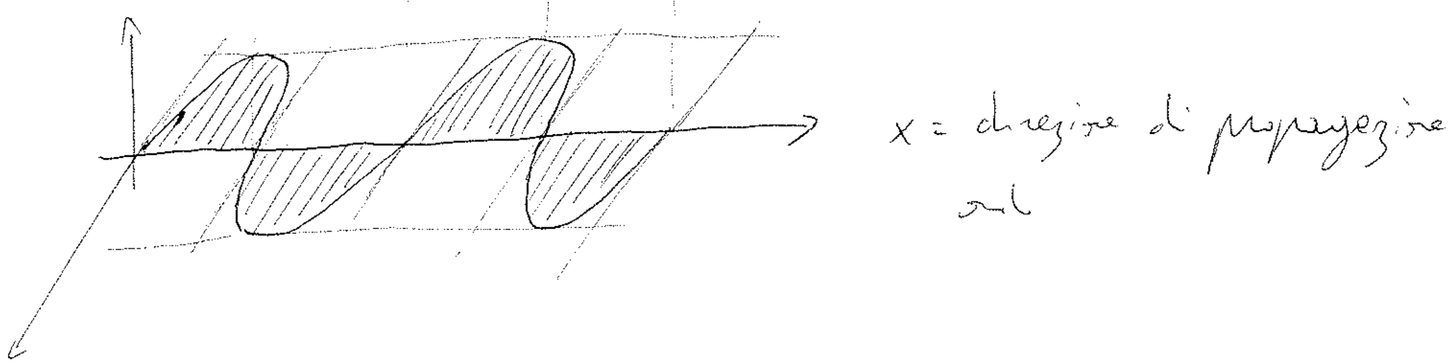
ONDA ELETTROMAGNETICA



CAMPO ELETTRICO



CAMPO MAGNETICO

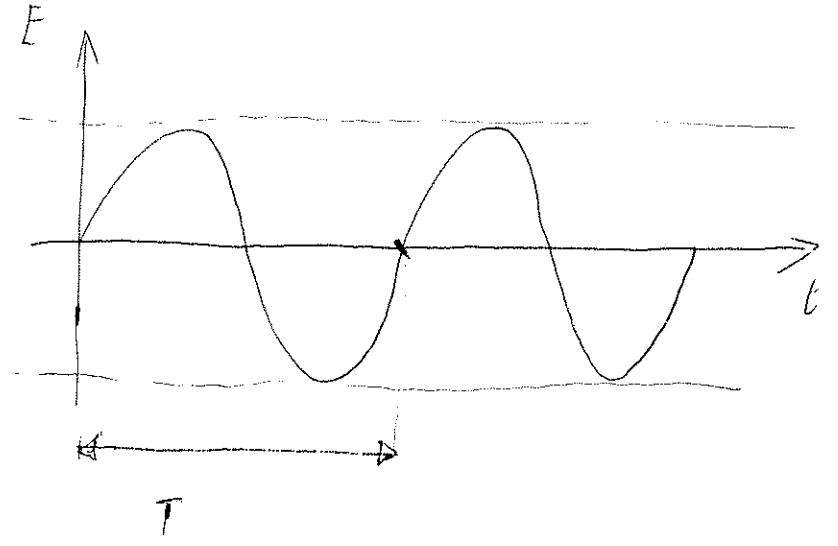


Il campo elettrico e magnetico sono ortogonali tra loro e vale la relazione

$$\boxed{E = Bc}$$

dove c è la velocità della luce.

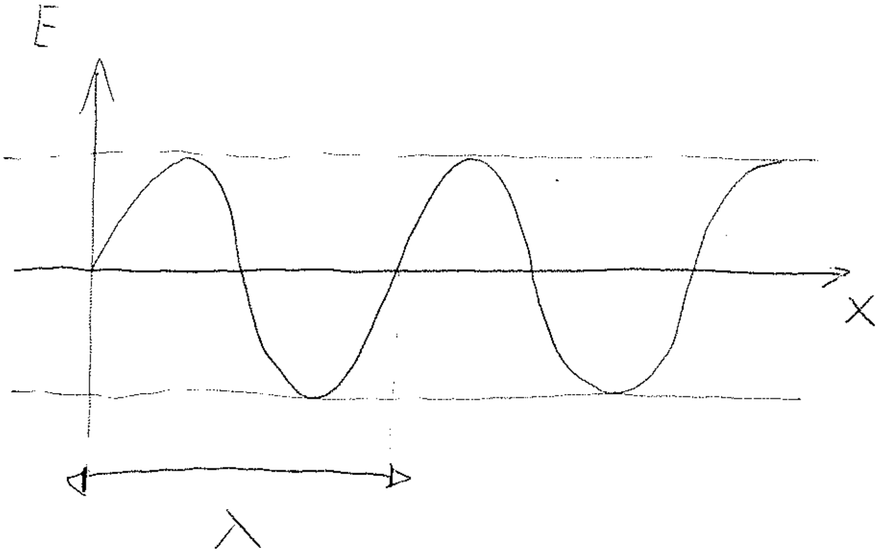
Fissiamoci in un punto dello spazio e consideriamo un'onda come funzione solo del tempo



T = periodo dell'onda = tempo impiegato a compiere un ciclo.

$\frac{1}{T} = f$ = frequenza = numero di cicli fatti in un secondo

Fissiamoci in un determinato istante e consideriamo un'onda come funzione solo dello spazio



λ = lunghezza d'onda = spazio percorso dall'onda in un ciclo

$$\frac{\lambda}{T} = \text{velocità di propagazione} = c$$

$$\boxed{\lambda f = c}$$

Spettro di emissione di un'onda elettromagnetica.