Flussi e forze elettromotrici indotte (

Ministero dell'Istruzione dell'Università e della Ricerca

ESAME DI STATO DI ISTRUZIONE SECONDARIA SUPERIORE

SECONDA PROVA SCRITTA - ESEMPIO

Indirizzi: LI02 – SCIENTIFICO

LI03 - SCIENTIFICO - OPZIONE SCIENZE APPLICATE

LI15 – SCIENTIFICO – SEZIONE AD INDIRIZZO SPORTIVO

Tema di:

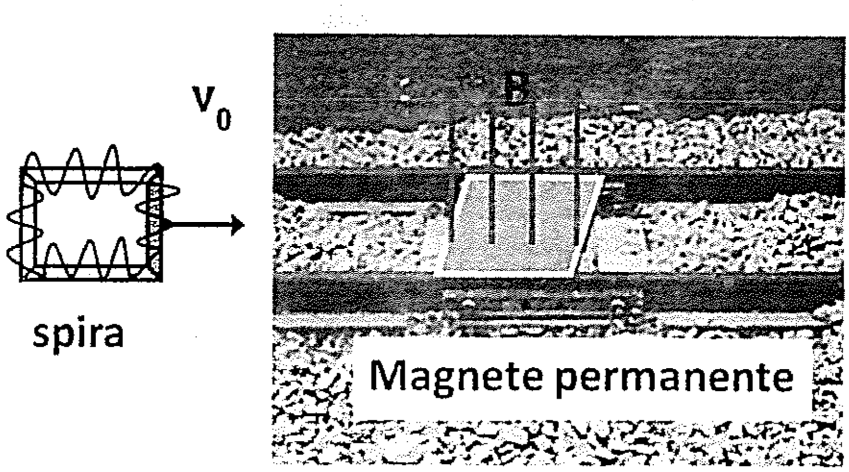
MATEMATICA

FISICA

Il candidato risolva uno dei due problemi e risponda a 4 quesiti del questionario.

PROBLEMA 1

Hai giocato con il tuo fratellino con un trenino elettrico da lui ricevuto in regalo per il compleanno. Osservandolo, più volte ti sei chiesto quale sia il principio di funzionamento delle varie parti. In particolare hai osservato che quando un vagone viene immesso in un binario morto, nei pressi del respingente finale il vagone subisce un forte rallentamento fino quasi a fermarsi; questo consente al vagone di raggiungere il respingente finale con velocità molto bassa e quindi di colpirlo senza conseguenze. Per capire il funzionamento di questo freno, hai analizzato in dettaglio il binario morto e un vagone; hai notato che sulla parte finale del binario morto è presente un piccolo magnete permanente di forma quadrata di lato $L = 5{,}0cm$ fissato tra le due rotaie del binario. Inoltre sul fondo del vagone è presente una cornice quadrata di dimensione uguale al magnete su cui è avvolto un filo a formare una spira quadrata di resistenza elettrica $R = 0{,}020\Omega$. Analizzando il moto del vagone hai compreso che quando il vagone passa sopra il magnete, anche la spira passa sopra il magnete (come mostrato in figura) e che in questo passaggio il vagone rallenta.



1. Spiega qualitativamente l'origine della azione frenante dovuta al passaggio della spira sopra al magnete.

2. Assumendo che il magnete permanente generi sopra di sé un campo magnetico $B = 0{,}85T$ uniforme, perpendicolare al magnete stesso (e quindi anche alla spira) e trascurando tutti gli effetti di bordo, dimostra che l'equazione del moto della spira durante il passaggio sul magnete è:

$$m\frac{dv}{dt} = -\frac{B^2L^2}{R}v$$

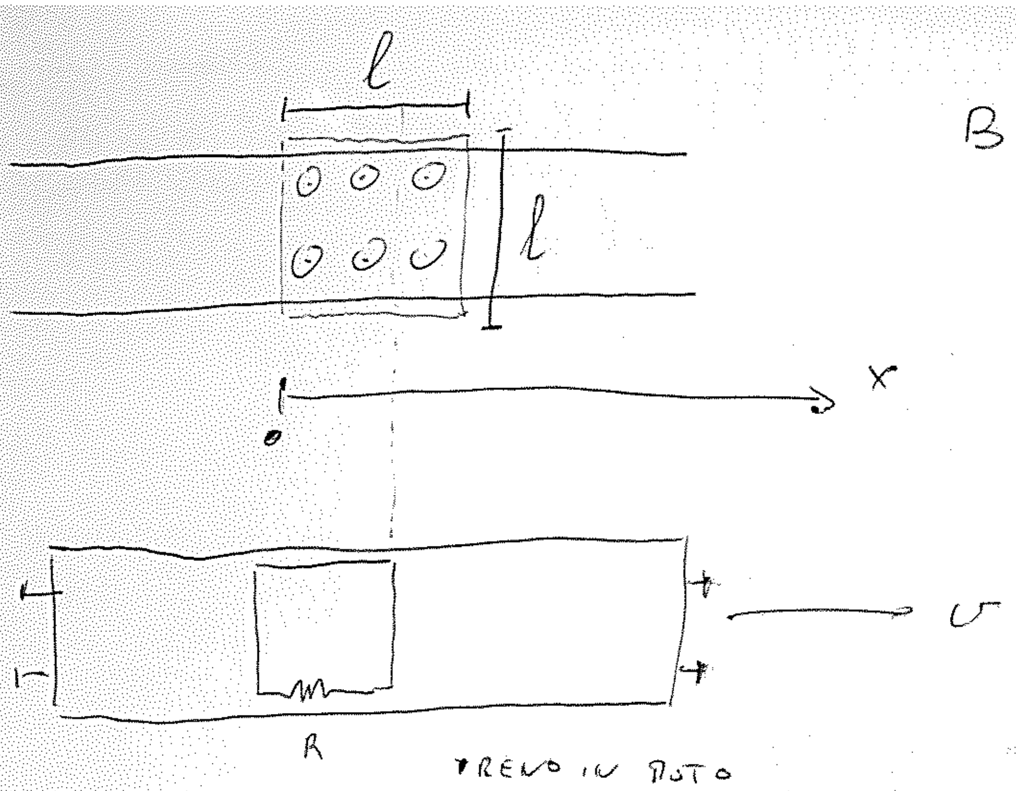
dove $m = 50g$ è la massa del vagone.

3. Verifica che l'equazione del moto ha come soluzione $v = v_0e^{-t/\tau}$ dove v_0 è la velocità del vagone (e quindi della spira) quando entra nel campo del magnete permanente, esprimendo la costante τ in termini delle altre grandezze presenti nell'equazione del moto e calcolandone il valore numerico.

4. Assumendo per la velocità iniziale il valore $v_0 = 0{,}20\, {}^{m}/_{s}$, determina il tempo che la spira impiega ad attraversare completamente il magnete e la velocità che essa ha dopo aver attraversato il magnete.

5. Dimostra che se la velocità iniziale v_0 è inferiore ad un valore limite, la spira non riesce a superare il magnete permanente: in queste condizioni il freno agisce come un blocco insormontabile per il vagone. Determina il valore numerico della velocità limite.

1)

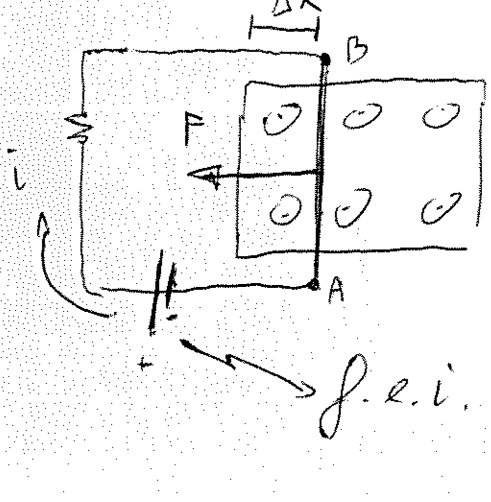


B = costante

a) definiamo la corrente circolante nella spira applicando la II legge di Maxwell

$$f.e.i = \oint \vec{E}\, d\vec{l} = -\frac{d\,\phi(\vec{B})}{dt}$$

b) calcolo il flusso di B sulla spira sotto al treno



$$\phi(B) = BA$$

B = costante

$$(\Delta A) = (\Delta x)\, l$$

~~B.A~~ $$\frac{d\phi(B)}{dt} = \frac{BL\,\Delta x}{\Delta t} = BLv$$

c) Nel circuito per la legge di Ohm

$$f.e.i = Ri$$

$$\Downarrow$$

$$-\frac{d\phi(B)}{dt} = Ri \quad \text{(sostituendo)}$$

$$-BLv = Ri$$

$$\Downarrow$$

$$i = -\frac{BLv}{R}$$

d) Per la legge di Lorentz

sul tratto di spira AB agisce una forza frenante $\vec{F} = \vec{i}\vec{L} \times \vec{B}$

$$F = iLB$$

sostituendo i

$$F = \frac{BLv}{R} LB = \frac{B^2L^2v}{R}$$

e) Per la prima legge di Newton

$$F = ma$$

sostituendo

$$m\frac{dv}{dt} = -\frac{B^2L^2v}{R}$$

$\parallel$ F

f)

$$m \frac{dv}{dt} = -\frac{B^2 L^2}{R} v$$

(integrando per separazioni di variabili)

$$m \frac{dv}{v} = -\frac{B^2 L^2}{R} dt$$

$$\int_{v_i}^{v_f} \frac{dv}{v} = -\frac{B^2 L^2}{mR} \int_{t_i}^{t_f} dt$$

$$\ln v \Big|_{v_i}^{v_f} = -\frac{B^2 L^2}{mR} t \Big|_{t_i}^{t_f}$$

$$\ln v_f - \ln v_i = -\frac{B^2 L^2}{mR} t$$

$$\ln \frac{v_f}{v_i} = -\frac{B^2 L^2}{mR} t$$

$$v_f = v(t)$$

$$v = v_i \, e^{-\frac{B^2 L^2 t}{mR}}$$

$$v = v_i \, e^{-\frac{t}{\tau}} \qquad \tau = \frac{mR}{B^2 L^2}$$

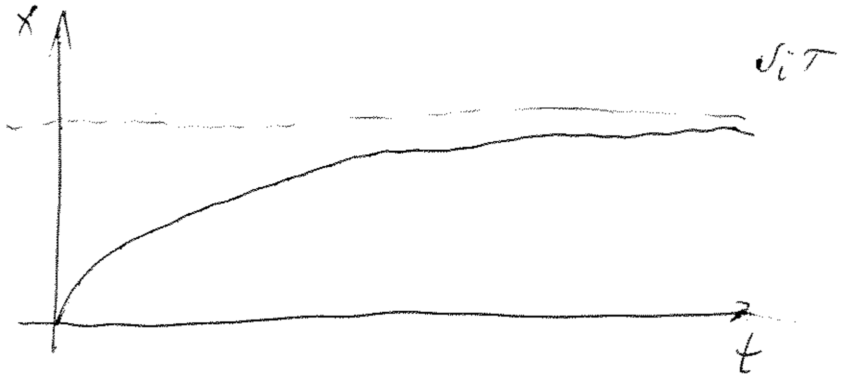
$$\frac{dx}{dt} = v_i \, e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$dx = v_i \, e^{-\frac{t}{\tau}} \, dt$$

$$dx = -v_i \, e^{-\frac{t}{\tau}} \, \tau \, d\left(-\frac{t}{\tau}\right)$$

$$x = -v_i \, e^{-\frac{t}{\tau}} \, \tau \Big|_{t_i = 0}^{t_f}$$

$$x = -v_i \, e^{-t/\tau} \tau + v_i \tau = v_i \tau \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$



Se $x = 2L$

$$x = v_i \tau \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

$$2L = v_i \tau \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

$$\frac{2L}{v_i \tau} - 1 = -e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$1 - \frac{2L}{v_i \tau} = e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$\ln\left(1 - \frac{2L}{v_i \tau}\right) = -\frac{t}{\tau}$$

$$\tau \ln\left(\frac{v_i \tau - 2L}{v_i \tau}\right) = -t$$

$$t = \tau \ln\left(\frac{v_i \tau}{v_i \tau - 2L}\right)$$

$$v_{2L} = v_i \, e^{-\ln\left(\frac{v_i \tau}{v_i \tau - 2L}\right)}$$

$$v_{2L} = v_i \left(\frac{v_i \tau - 2L}{v_i \tau}\right)$$

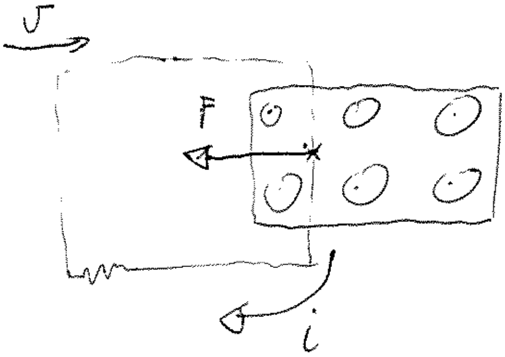
Condizioni di blocco treno prima del superamento del campo

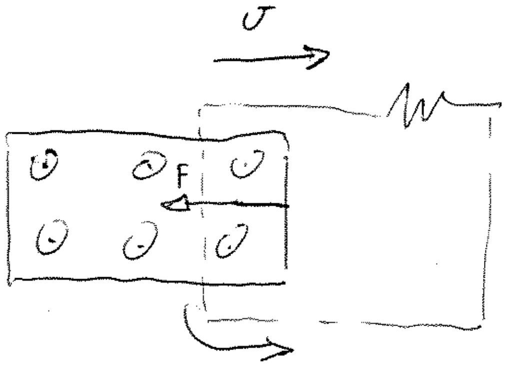
$$v_{2L} = 0$$

$$v_i \tau = 2L$$

$$\boxed{v_i = \frac{2L}{\tau} = \frac{2L^3 B^2}{mR}}$$

Condizione di ~~...~~ blocco treno prima di superare il magnete permanente.





1) spira entrante

il flusso aumenta

$$\frac{d\Phi}{dt} > 0$$

vedi direzione corrente

vedi direzione forza

2) spira uscente

il flusso diminuisce

$$\frac{d\Phi}{dt} < 0$$

vedi direzione corrente

vedi direzione forza

8) Se $v_i \tau < 2L$ il treno si ferma

prima di superare il magnete permanente

$$v_i \frac{mR}{B^2L^2} < 2L \Rightarrow v_i < \frac{2L^3B^2}{mR}$$

h) L'equazione del moto può essere individuata anche dal principio di ~~conserv~~ conservazione dell'energia.

L'energia dissipata dalla spira per effetto Joule vale $dE_J = R I^2 dt$

$$dE_J = R \frac{B^2 L^2 v^2}{R^2} dt = \frac{B^2 L^2 v^2}{R} dt \qquad \boxed{dE_J = -dE_c}$$

uguaglia l'energia cinetica del treno

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2$$

$$dE_c = m v \, dv$$

$$-m v \, dv = \frac{B^2 L^2 v^2}{R} dt$$

$$-m \frac{dv}{dt} = \frac{B^2 L^2 v}{R}$$