Ampiezza di transizione tra due particelle scalari

Ampiezze di transizione tra due particelle scalari relativistiche

1) Approssimazione al I ordine

l'ampiezza di transizione si scrive

$$\langle \phi_f | S^{(1)} | \phi_i \rangle = J_\mu(\vec{x})\, A^\mu(\vec{x})\, d^4x$$

il campo $A^\mu(\vec{x})$ si ricava dalle equazioni del campo elettromagnetico

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} A^\mu(\vec{x}) - \frac{\partial^2}{\partial (X^i)^2} A^\mu(\vec{x}) = \underline{J}^\mu(\vec{x})$$

dove $\underline{J}^\mu(\vec{x})$ è la corrente generata da una seconda particella di Klein Gordon.

$$\underline{J}^\mu(\vec{x}) = \frac{e}{\sqrt{2\underline{V}\underline{E}'2\underline{V}\underline{E}''}} \left(\underline{p}'+\underline{p}''\right)^\mu e^{-i\left(\underline{\vec{p}}'-\underline{\vec{p}}''\right)\vec{x}}$$

l'underscore inserito sotto le grandezze distingue le II particelle scalari rispetto alla prima.

Riscrivo l'ampiezza di transizione

$$\langle \phi_f | S^{(1)} | \phi_i \rangle = J_\mu(\vec{x})\, \tilde{G}(\vec{x}-\vec{y})\, \underline{J}^\mu(\vec{y})\, d^4x\, d^4y$$

dove
$\tilde{G}(\vec{x}-\vec{y})$ è il propagatore fotonico soluzione dell'equazione del campo

$$\frac{\partial^2}{c^2\partial t^2} A^\mu - \frac{\partial^2}{\partial (x^i)^2} A^\mu = \delta^4(\vec{x}-\vec{y})$$

dove $\delta^4(\vec{x}-\vec{y})$ è la delta di Dirac.

$$\tilde{G}(\vec{x}-\vec{y}) = \frac{e^{-i\vec{q}(\vec{x}-\vec{y})}}{q^2} \, d^4q$$

$$\langle \psi_f | S^{(1)} | \psi_i \rangle = J_\mu(\vec{x}) \, \tilde{G}(\vec{x}-\vec{y}) \, J^\mu(\vec{y}) \, d^4x \, d^4y$$

$$= \frac{e}{\sqrt{2VE' 2VE''}} (p'+p'')_\mu \, e^{-i(\vec{p}'-\vec{p}''+\vec{q})\vec{x}}$$

$$\frac{e}{\sqrt{2\underline{V}\underline{E}' 2\underline{V}\underline{E}''}} (\underline{p}'+\underline{p}'')^\mu \, e^{-i(\underline{\vec{p}}'+\underline{\vec{p}}''-\vec{q})\vec{y}} \, \frac{1}{q^2} \, d^4x \, d^4y \, d^4q$$

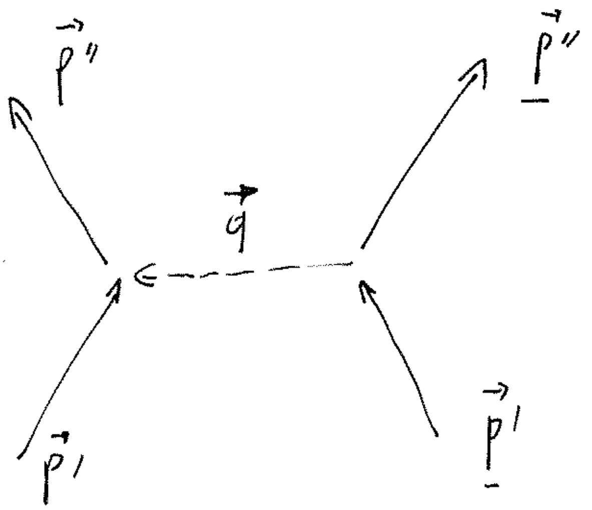
$$= \frac{e^2}{\sqrt{2VE'2VE''}\sqrt{2\underline{V}\underline{E}'2\underline{V}\underline{E}''}} \frac{(p'+p'')_\mu (\underline{p}'+\underline{p}'')^\mu}{q^2} (2\pi)^4 \delta(\vec{p}'-\vec{p}''+\vec{q})$$

$$(2\pi)^4 \delta(\underline{\vec{p}}'+\underline{\vec{p}}''-\vec{q}) \quad d^4q$$

Le due delte di Dirac

$$\delta(\vec{q} + \vec{p}\,' - \vec{p}\,'') \quad e \quad \delta(\underline{\vec{p}}\,' - \underline{\vec{p}}\,'' - \vec{q})$$

forniscono il bilancio delle quantità di moto ai nodi



$$\delta(\vec{q} + \vec{p}\,' - \vec{p}\,'') \Rightarrow \vec{p}\,'' = \vec{q} + \vec{p}\,'$$

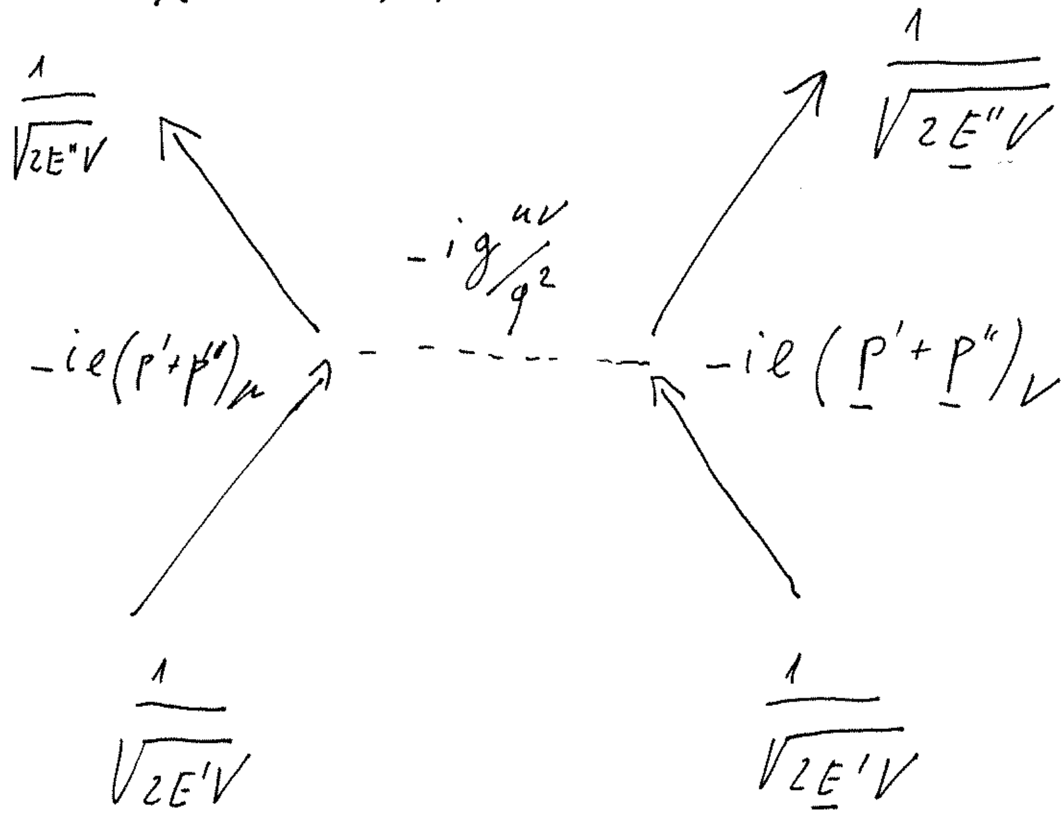
$$\delta(\underline{\vec{p}}\,' - \underline{\vec{p}}\,'' - \vec{q}) \Rightarrow \underline{\vec{p}}\,'' = \underline{\vec{p}}\,' - \vec{q}$$

Integrando infine in $d^4 q$

$$\langle \psi_f | S^{(1)} | \psi_i \rangle = \frac{e^2 \,(p'+p'')_\mu \,(p'+p'')^\mu}{\sqrt{2VE'\,2VE''}\,\sqrt{2\underline{V}\underline{E}'\,2\underline{V}\underline{E}''}} (2\pi)^4 \delta(p' + \underline{p}' - p'' - \underline{p}'')$$

Rappresentazione grafica di

$\langle \phi_f | S^{(1)} | \phi_i \rangle$



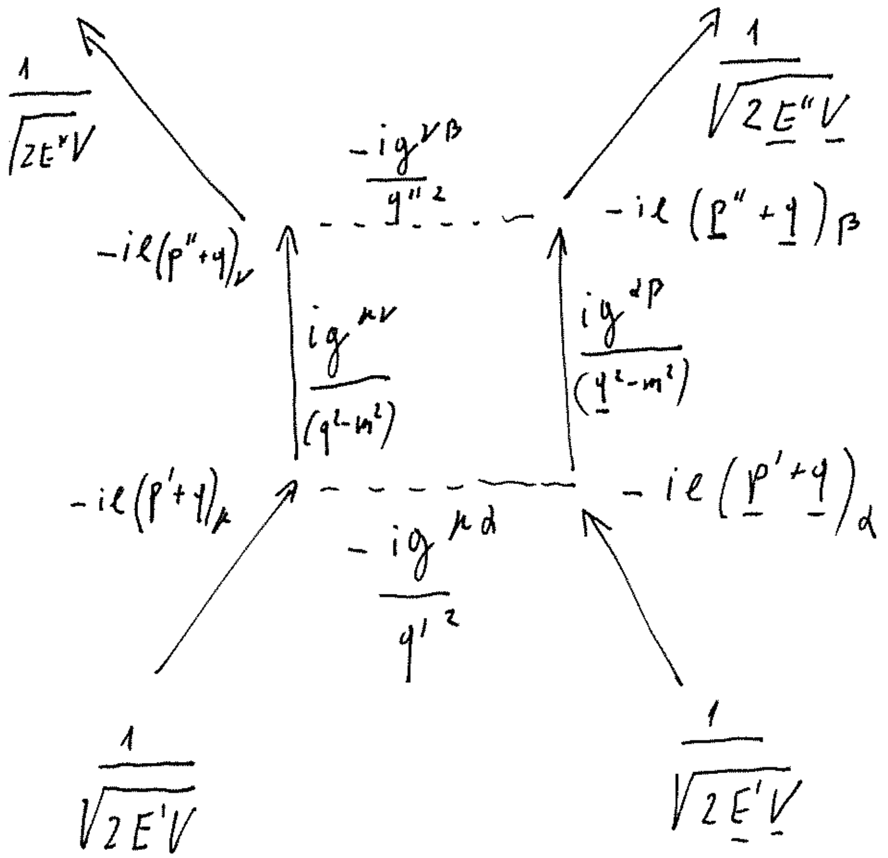
più la condizione di bilancio energia + quantità di moto

$$(2\pi)^4 \, \delta^4 \left(\vec{p}' + \underline{\vec{p}}' - \vec{p}'' - \underline{\vec{p}}''\right)$$

che rappresenta la conservazione del quadrimpulso prima e dopo l'interazione.

Ricordare infine il bilancio quantità di moto ai nodi

Rappresentazione di $\langle \phi_f | S^{(2)} | \phi_i \rangle$



moltiplicato per

$$(2\pi)^4 \delta^4(\vec{p}' + \vec{\underline{p}}' - \vec{p}'' - \vec{\underline{p}}'')$$

Che rappresenta la conservazione del quadrimpulso totale prima e dopo l'interazione.

Ricordare infine il bilancio della quantità di moto ai nodi.