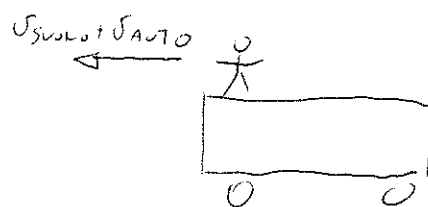
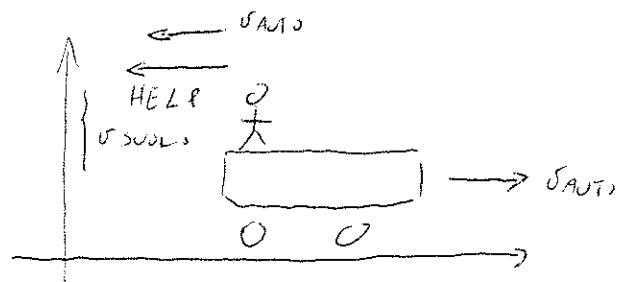
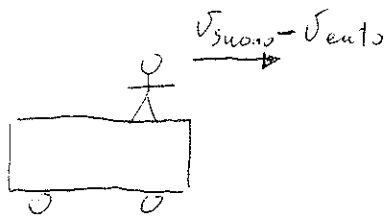
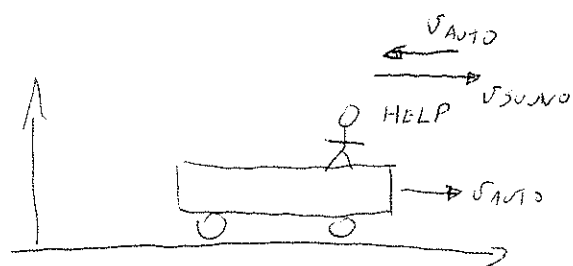


La fisica del '900

(61)

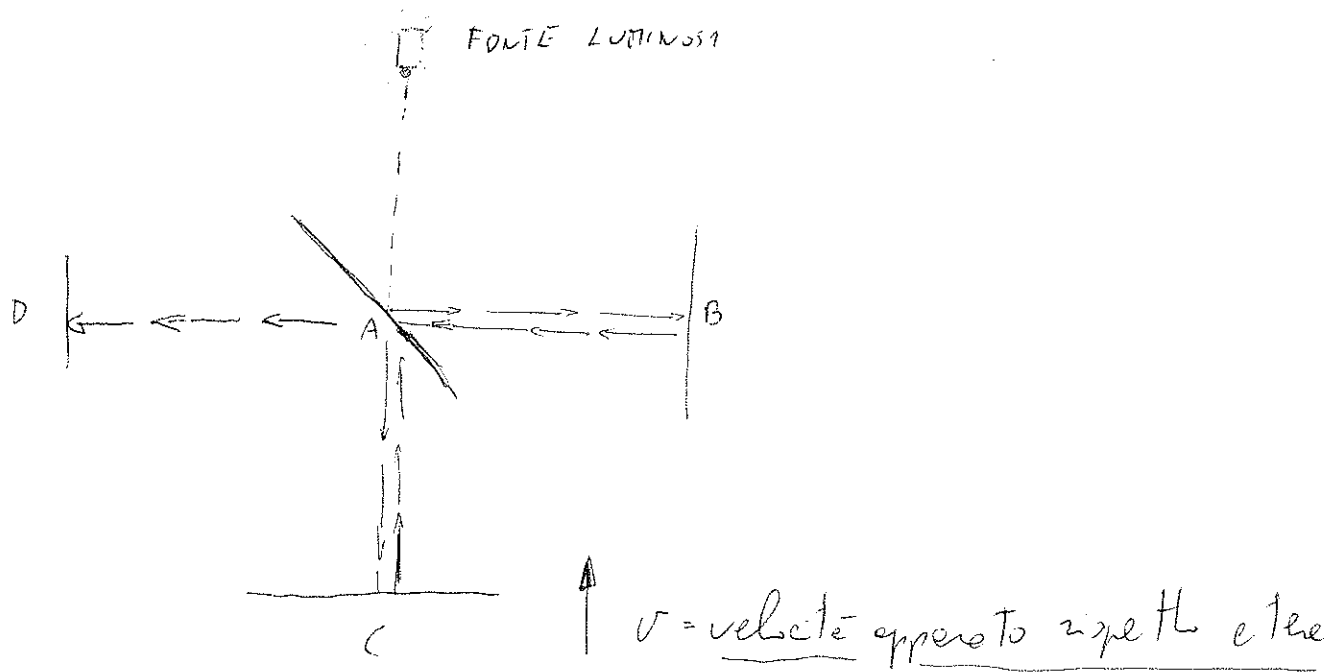
→ Esperimento di Michelson e Morley.

Individuate teoricamente la velocità della luce
gli scienziati Michelson e Morley si chiesero
quale fosse il mezzo rispetto al quale la luce
si muove a velocità c . Chiamarono questo
mezzo etere in analogia all'aria mezzogià cui
si muove il suono.



(67)

Mitchelson e Morley proposero il seguente esperimento.



Un raggio luminoso viene indirizzato verso lo specchio trasparente inclinato a 45° e si divide in due fasci AB e AC .

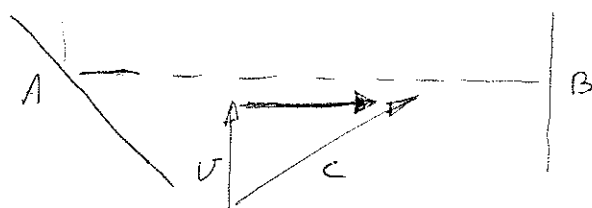
Le distanze AB e AC sono uguali e misurano l .

Riflessi degli specchi C e B ritornano in A e poi insieme vengono raccolti sullo schermo D .

Supponiamo che l'apparato si muova con una velocità \vec{v} rispetto all'etere come mostrato in figura.

Secondo la fisica classica la luce si muove
con velocità c rispetto all'etere.

La velocità $c-v$ nel tratto \overline{AC}
" " $c+v$ nel tratto \overline{CA}



Rispetto all'
appareato
sperimentale

La velocità $\sqrt{c^2 - v^2}$ nel tratto AB

" " nel tratto BA

$$\Delta t_{(ACA)} = \frac{l}{c-v} + \frac{l}{c+v} = \frac{l(c+v) + l(c-v)}{c^2 - v^2} = \frac{2lc}{c^2 - v^2} = \frac{2l}{c \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)}$$

$$\Delta t_{(ABA)} = \frac{2l}{\sqrt{c^2 - v^2}} = \frac{2l}{c \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$\Delta t_{(ACA)} - \Delta t_{(ABA)} = \frac{2l}{c} \left(\frac{1}{1 - \frac{v^2}{c^2}} - \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \right)$$

(65)

La differenza di tempo creerebbe uno sfasamento dei:

due raggi nel punto A e quindi una figura di interferenza sullo schermo D.

Michelson e Morley non trovarono nessuna figura di interferenza.

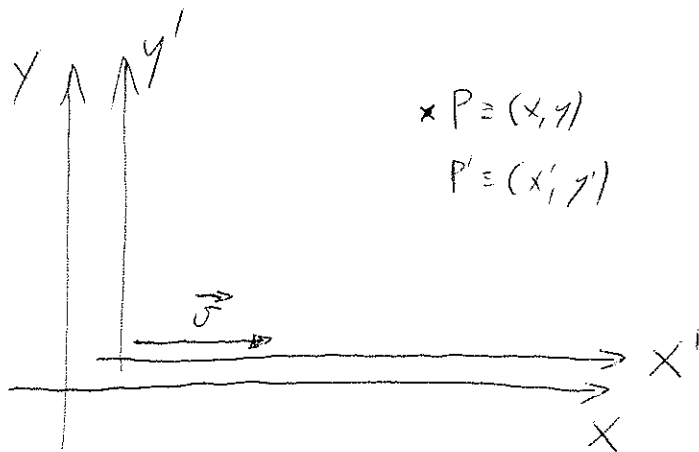
Interpretazione di Einstein dell'esperimento

L'interpretazione di Einstein dell'esperimento pose la base allo sviluppo della relatività ristretta.

- 1) L'etere non esiste
- 2) La luce si muove nel vuoto con velocità c indipendentemente dal moto dell'osservatore
- 3) Le leggi della fisica sono le stesse in tutti i sistemi di riferimento inerziali.

La relatività speciale o ristretta

L'ipotesi fatta da Einstein che la velocità della luce fosse la stessa in ogni sistema inerziale portò a scrivere delle equazioni dette trasformate di Lorentz per passare da un sistema di riferimento XY ad un sistema di riferimento $X'Y'$ in moto con velocità \vec{v} rispetto al primo.



$$\left\{ \begin{array}{l} X' = (X - vt) \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \\ y' = y \\ z' = z \\ t' = \left(t - \frac{vx}{c^2} \right) \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \end{array} \right.$$

TRASFORMATE DI
LORENTZ.

→ Effetti della relatività ristretta

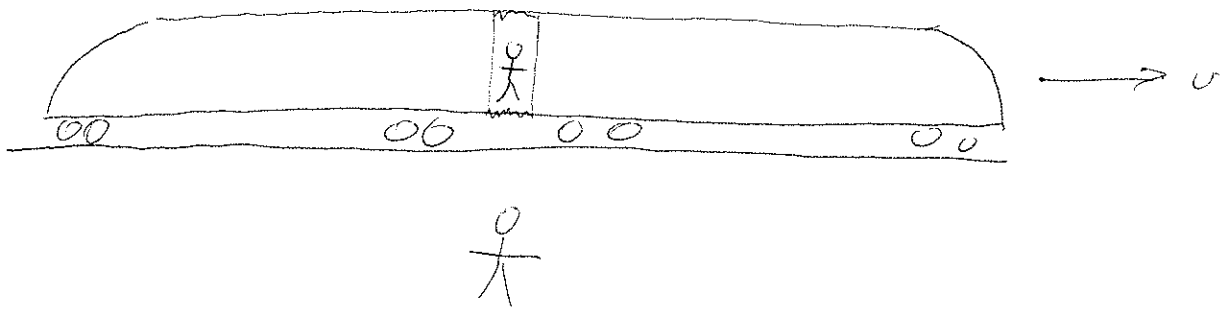
1) Perdita di simultaneità degli eventi.

Due eventi simultanei in un sistema di riferimento
non lo sono in un altro sistema di riferimento
inerziale in moto rispetto al primo.

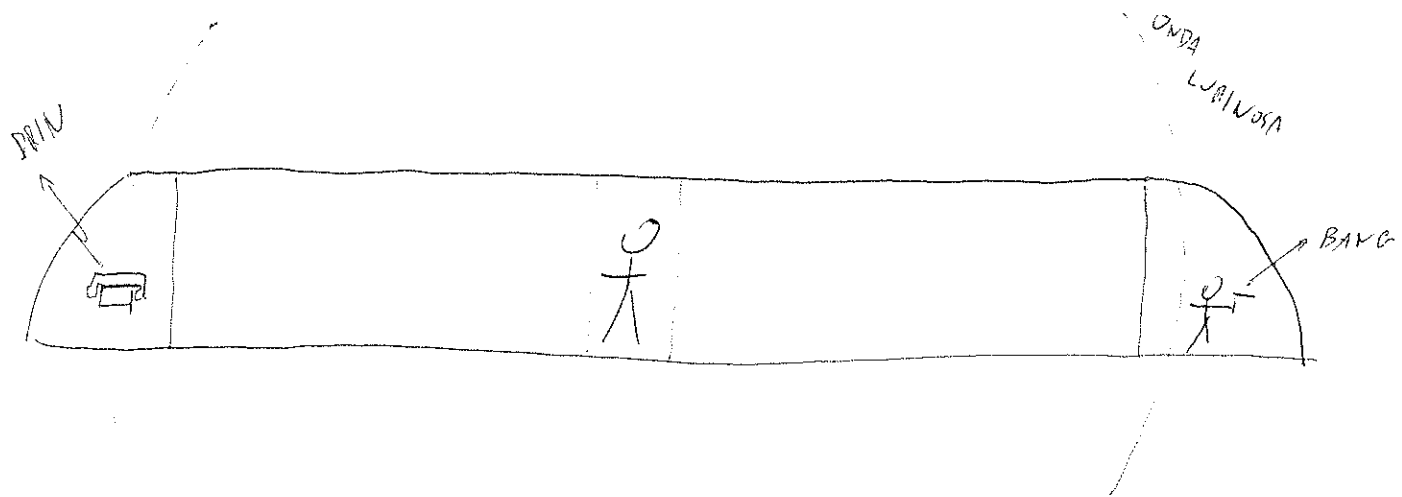
Considero un treno composto da due carrozze di uguale
lunghezza in moto con velocità v rispetto alle
stazioni. Un osservatore è sul treno nella sua
mezzina, un altro osservatore sulla banchina è
fermo rispetto al primo.

Quando i due osservatori si incrociano viene emesso un
raggio sperico luminoso.

Vediamo cosa avviene per i due osservatori.



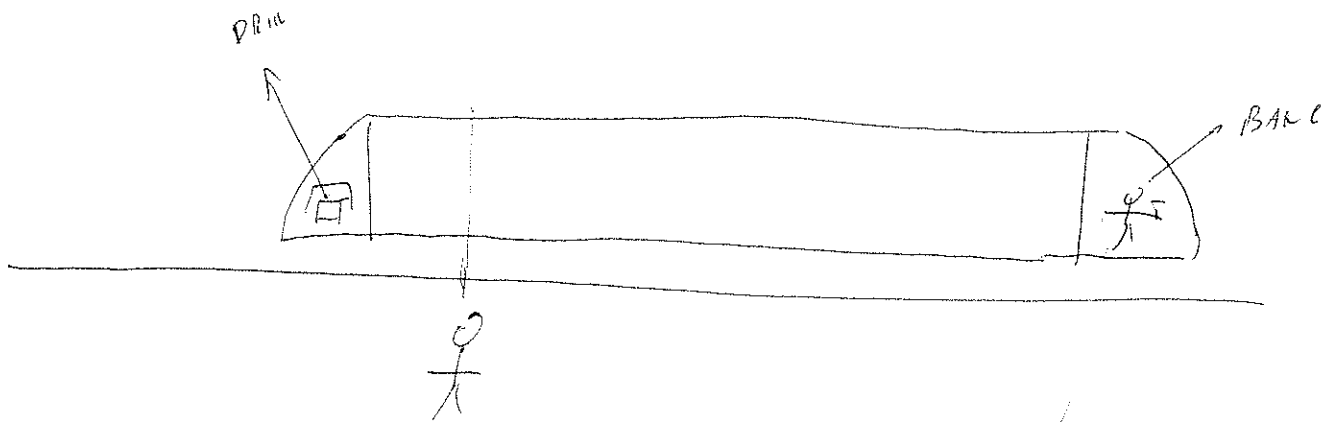
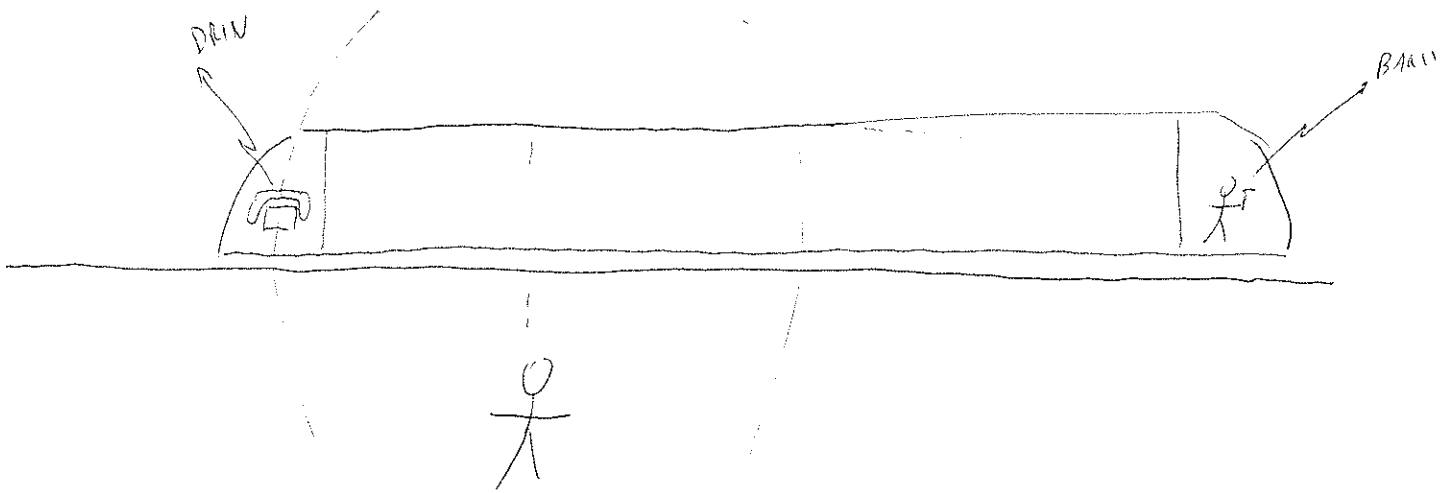
1) Osservatore sul treno



Per l'osservatore sul treno il BANG che avviene in testa al treno è simultaneo al bang che avviene in coda.

2) Osservatore fermo

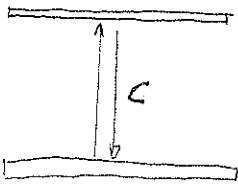
(18)



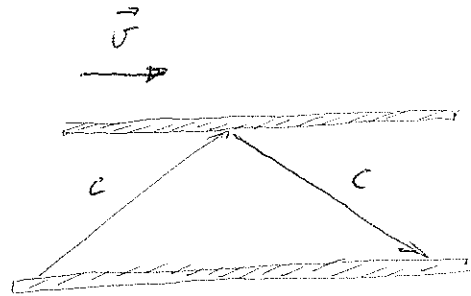
Per l'osservatore fermo sulle banchine il DIN di coda precede il BANCHI di testa.

2) Dilatazione dei Tempi

Il tempo per un osservatore fisso trascorre più velocemente rispetto ad un osservatore in moto rispetto al primo con velocità v .



tempo trascorso
e tiene



tempo trascorso sull'orologio.

Lo stesso fenomeno (riflessione di un raggio di luce tra due specchi) avviene diversamente e l'appareto (orologio imprigionato) è fermo a terra o è solidale all'astronave.

Nel secondo caso per ritornare sul I specchio deve percorrere un spazio maggiore quindi l'osservatore fissa vede l'orologio sull'astronave latere

più lentamente.

(70)

Se e Terra trascorre un tempo t sull'orizzonte

trascorre un tempo $t' = \frac{1}{\gamma} t$ dove

$$\gamma = 1 - \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

Questo fenomeno è detto dilatazione dei tempi e
si ricava direttamente dalle trasformate di
Lorentz.

$$\left\{ \begin{array}{l} x' = \gamma (x - vt) \\ y' = y \\ z' = z \\ t' = \gamma \left(t - \frac{\beta}{c} x \right) \end{array} \right.$$

A questo punto definiamo Tempo proprio

il tempo misurato in un sistema di riferimento solidale con il fenomeno che si vuole misurare.

Nel nostro caso il tempo proprio è il tempo misurato dall'astronave sull'astro:

Per l'astronave $x' = 0$

da cui $\gamma x = vt$

sostituendo nella III equazione

$$t' = \gamma \left(t - \frac{\beta}{c} \frac{vt}{\gamma} \right) = \gamma \left(t - \beta^2 \frac{t}{\gamma} \right) =$$

$$= \gamma t - \beta^2 t = \gamma t (1 - \beta^2) = \gamma t \frac{1}{\gamma^2} = \frac{t}{\gamma}$$

$$t' = \frac{t}{\gamma} \quad \boxed{t' < t}$$

3) Contrazione delle lunghezze.

In un sistema di riferimento fisso una lunghezza nella direzione del moto del sistema mobile risulta inferiore a quella misurata nel sistema mobile.

Anche questa equazione si ricave dalle trasformate di Lorentz.

Se pongo $t = \phi$ X è una misura fatta nel sistema fisso nello stesso istante sostituendo nelle I equazione

$$t = \phi \quad X' = \gamma X$$

X' è la stessa misura fatta dall'osservatore solidale all'astronave. $X' > X$.

Invarianza intervalli spazio-temporale

(73)

Considera un osservatore fisso e un osservatore solidale ad un sistema inerziale in moto con velocità v rispetto al primo.

Quando i due osservatori si trovano nella stessa posizione viene emessa un'onda di luce sferica.

Poiché la velocità della luce è indipendente dal sistema di riferimento inerziale nel sistema di riferimento fisso la sfera di luce descriverà l'equazione $x^2 + y^2 + z^2 = ct^2$

mentre nel sistema di riferimento in moto

descriverà l'equazione $x'^2 + y'^2 + z'^2 = c^2 t'^2$.

Donando le due sfere coincidere

possiamo dire che un quadretto (t, x, y, z)

che si trasforma tramite Lorentz in (t', x', y', z')

gode della proprietà di invarianza dell'intervallo

$$ds^2 = (ct)^2 - x^2 - y^2 - z^2 = (ct')^2 - x'^2 - y'^2 - z'^2.$$

(25)

Il quadrivettore (ct, x, y, z) si trasforma
 secondo le trasformate di Lorentz e l'intervallo
 $(ct)^2 - x^2 - y^2 - z^2 = ds^2$ è invariante.

Perché del quadrivettore spazio-tempo il
quadrivettore Energia - quantità di moto.

$$ds^2 = c^2 dt^2 - (dx)^2 - (dy)^2 - (dz)^2 \quad \text{è invariante}$$

$$= c^2 dt^2 \left(1 - \left[\left(\frac{dx}{dt} \right)^2 + \left(\frac{dy}{dt} \right)^2 + \left(\frac{dz}{dt} \right)^2 \right] \frac{1}{c^2} \right) = c^2 dt^2 \left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right)$$

$$ds = c dt \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \quad \text{è invariante.}$$

diviso $(c dt; dx; dy; dz)$ per $c dt \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$

Ottengo un nuovo quadrivettore

$$\left(\frac{m_0 \cancel{c} dt}{\cancel{c} dt \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \frac{m_0 v_x}{c \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \frac{m_0 v_y}{c \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \frac{m_0 v_z}{c \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \right)$$

$$\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \gamma > 1$$

$$\left(\overbrace{\frac{E/c}{c}}^{P_x}, \overbrace{m_0 v_x \gamma}^{P_y}, \overbrace{m_0 v_y \gamma}^{P_z}, \overbrace{m_0 v_z \gamma}^{P_z} \right)$$

è un quadrivettore. Si trasforma con le trasformate di Lorentz.

In un sistema fermo il quadrivettore diventa

$$(m_0 c; 0; 0; 0)$$

Considera il termine

$$\frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \approx m_0 c^2 \left(1 + \frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2} \right) = m_0 c^2 + \frac{1}{2} m_0 v^2$$

Si ricava che $\frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$ è l'energia totale

della particella data dell'energia cinetica

più un nuovo termine detto energia a riposo

è pari a $m_0 c^2$ -

Quadrivettore Energia - Quantità di moto

$$\left(\frac{m_0 c^2}{c}, 0, 0, 0 \right) = \left(\frac{E}{c}, 0, 0, 0 \right)$$

sistema a riposo

$$\left(\frac{m_0 c^2}{c}, m_0 \gamma v_x, m_0 \gamma v_y, m_0 \gamma v_z \right) = \left(\frac{E}{c}, p_x, p_y, p_z \right)$$

sistema in mot. con velocità \vec{v} .

In un sistema a riposo l'equazione dell'energia diventa $E = m_0 c^2$

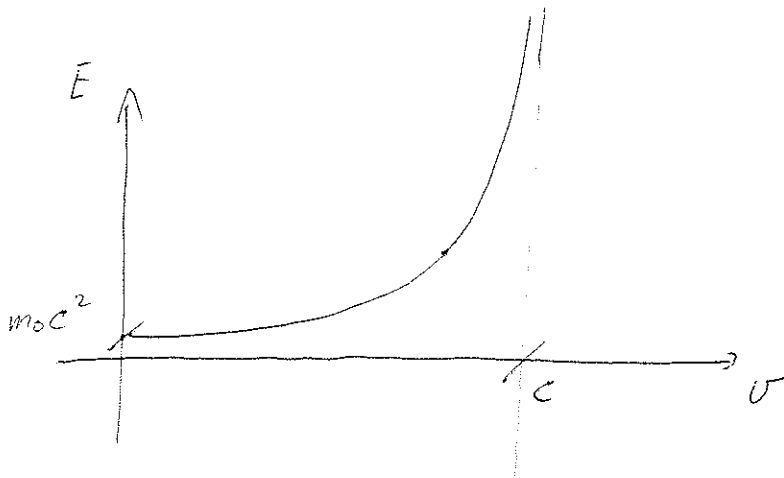
In un sistema in moto diventa invece l'intervallo

$$\boxed{\frac{E^2}{c^2} - p^2 = (m_0 c)^2}$$

Energia totale di una particella in moto

Per una particella in moto l'energia totale vale

$$E = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$



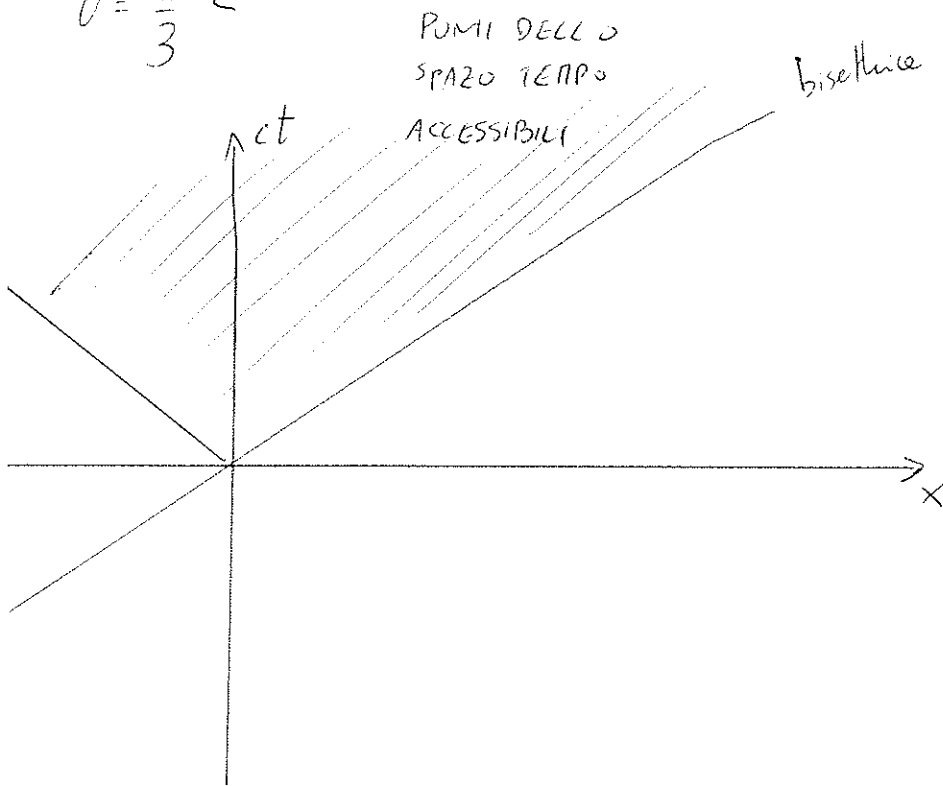
Il grafico ha un asintoto verticale per $v=c$

Occorre energia infinita per accelerare una particella di massa m_0 a velocità prossime a quella della luce.

Interpretazione grafica delle trasformate di Lorentz

Considera un sistema di riferimento fisso xy e un sistema di riferimento mobile $x'y'$ con velocità

$$v = \frac{1}{3} c$$

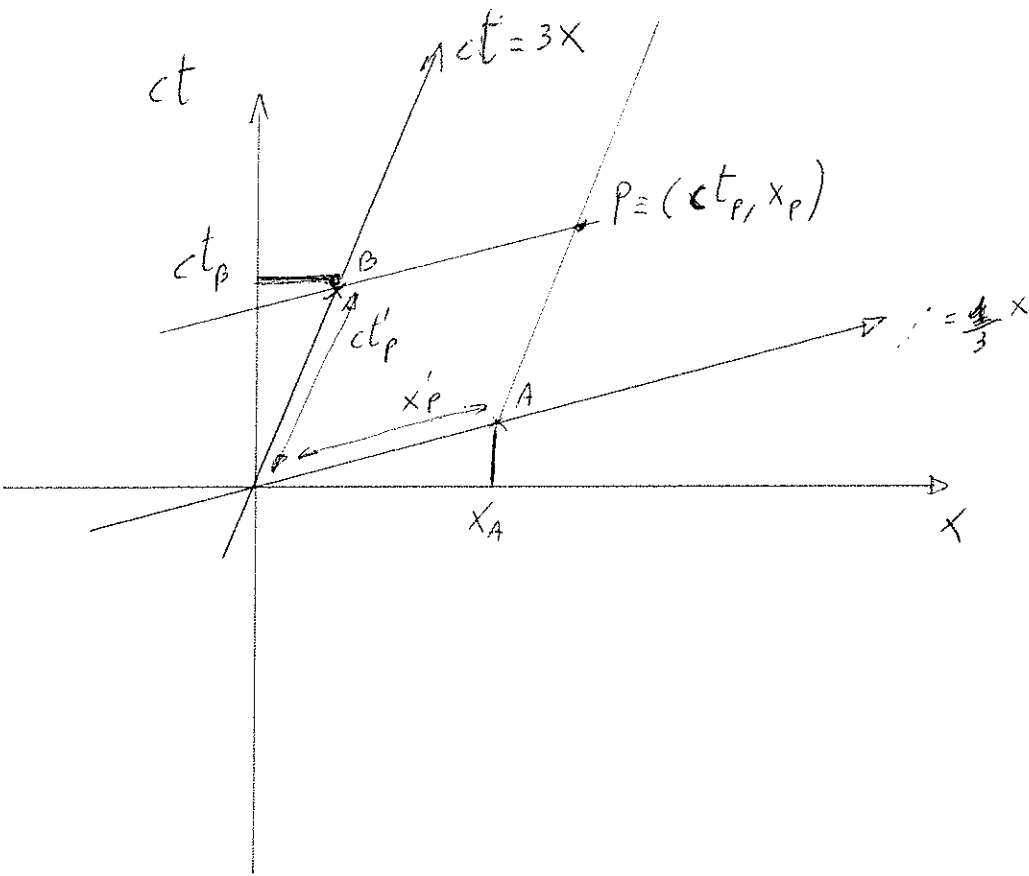


I punti dello spaziotempo accessibili hanno un intervallo spaziotemporale positivo.

$$(ct)^2 - x^2 - y^2 - z^2 = ds^2 > 0$$

(20)

$$v = \frac{1}{3} c$$



Intersecando la retta parallela a $x' = \frac{1}{3}x$ passante per P con la retta $ct' = 3x$ ottengo le coordinate del punto $B \equiv (ct_B; x_B)$

$$\begin{cases} ct = 3x \\ ct - ct_p = -\frac{1}{3}(x - x_p) \end{cases} \Rightarrow B \equiv (ct_B; x_B)$$

dalla conservazione degli intervalli.

$$(ct_B)^2 - x_B^2 = (ct'_p)^2 \quad \text{cioè } ct'_p$$

Analizzare intersezione le rette
parallele a $ct = 3x$ passante per P con le
rette $ct = \frac{1}{3}x$ ottenere le coordinate del punto

$$A \equiv (ct_A; x_A)$$

$$\begin{cases} ct = \frac{1}{3}x \\ ct - ct_P = 3(x - x_P) \end{cases} \Rightarrow A \equiv (ct_A; x_A)$$

della conservazione degli intervalli.

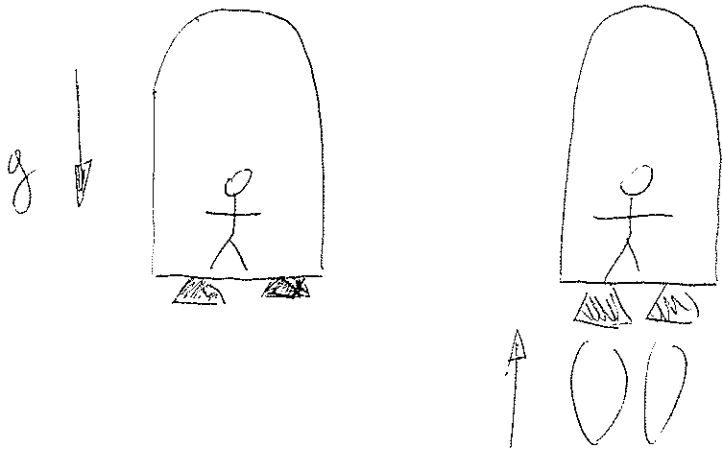
$$(ct_A)^2 - x_A^2 = -(x_P')^2 \text{ ricavo } x_P'.$$

Année de relativité générale

Malgré la relativité spéciale requise un temps relativement bref pour être développée et peut être considérée rassemblée in un article de Einstein publié en 1905 sur une revue scientifique, la relativité générale requise plus d'années pour être développée et implique d'une mathématique plutôt complexe développée par les mathématiciens tels que Hermann Weyl.

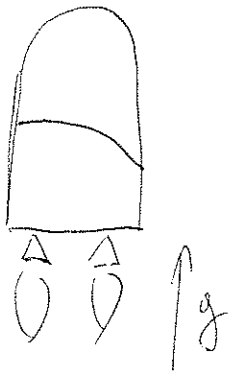
Les résultats de la relativité générale sont obtenus complètement le mode classique Newtonien de l'interprétation de la force gravitationnelle.

1) Principio di equivalenza



Secondo il principio di equivalenza non c'è modo
 di distinguere un'astronave di coprire se l'astronave è
 ferma e soggetta ad una forza di gravità g
 oppure è in moto verso l'alto e soggetta ad un'accelerazione
 uguale $-g$.

Una prime conseguenza di questo principio è che
in un'astronave accelerata verso l'alto un
raggio di luce subisce una curvatura.



Se il principio di equivalenza
è vero anche la gravità
provoca una curvatura dei
raggi luminosi.

E poiché abbiamo visto è possibile creare un
orologio sfruttando il ripetuto riflesso dei
raggi luminosi, la gravità ha un'influenza
anche sull'andare del Tempo:

dove la gravità è maggiore il Tempo
scorre più lentamente.

La concezione della gravità per Einstein è
totalmente diversa da quella di Newton.

Secondo Einstein la massa-energia presente
nello spazio genera una curvatura dello
spazio-tempo (N.B. si parla di spazio a 4 dimensioni)

I corpi immersi in questo spazio tempo curvato
si muovono in modo da ridurre l'intervallo
spazio-temporale come nella meccanica classica
i corpi non soggetti a forze si muovono di
moto rettilineo uniforme in modo da ridurre
l'intervallo spaziale $x^2 + y^2 + z^2 = \Delta S^2$.

Il tensore energia-impulso è definito.

$$T_{ij} = \frac{m_0}{2} u_i u_j \quad i, j = 0-3 \quad e$$

la sorgente delle curvature dello spaziotempo.

Le equazioni di campo sono delle funzioni

$$f(g_{ij}) = T_{ij}$$

che permettono di calcolare la curvatura dello spaziotempo espresso dalle funzioni g_{ij} .

Nella relatività speciale

$$\Delta S^2 = \Delta t^2 - \Delta x^2 - \Delta y^2 - \Delta z^2 \quad (\text{spazio piatto})$$

In uno spazio curvo

$$\Delta S^2 = g_{ij} \Delta x_i \Delta x_j$$

i casi per portarsi da una posizione iniziale

ad una posizione finale $(x_i, y_i, z_i, t_i) \rightarrow (x_f, y_f, z_f, t_f)$

percorrono una traiettoria che minimizza

$$\int_{x_i}^{x_f} \Delta S^2 = \int_{x_i}^{x_f} g_{ij} \Delta x_i \Delta x_j$$

Le equazioni di campo $f(g_{ij}) = T_{ij}$

sono scritte da Einstein in modo tale che

le equazioni fossero invarianti per cambio di

coordinate e che siano invarianti per trasformate

di Lorentz.

(88)

Mentre prima del '900 si effettuavano esperimenti e poi si ricavevano le equazioni generali dopo il '900 le equazioni vengono scritte sfruttando invarianze e simmetrie, solo dopo si verifica sperimentalmente la validità di queste equazioni.

Alcune verifiche sperimentali successive alla relatività speciale e ad esempio il decadimento del muone. Quando la particella raggiunge alte velocità il tempo di decadimento cambia in accordo alle leggi della relatività speciale. Degli orologi installati su aerei supersonici collaudo ripetuti ed orologi fermi sulla Terra e

(89)
sincronizzati prime del moto.

La gravità come i raggi di luce furono fotografati i primi anni del '900 quando durante un'eclissi di sole furono fotografate delle stelle che sarebbero dovute essere coperte dal sole.

Infine le equazioni di campo permettono di calcolare le funzioni g_{ij} che si propagano come onde alla velocità della luce.

A differenza di quanto pensava Newton la forza di gravità non si trasmette istantaneamente ma attraverso le curvature dello spazio tempo che si trasmette alla velocità-

della luce.

20

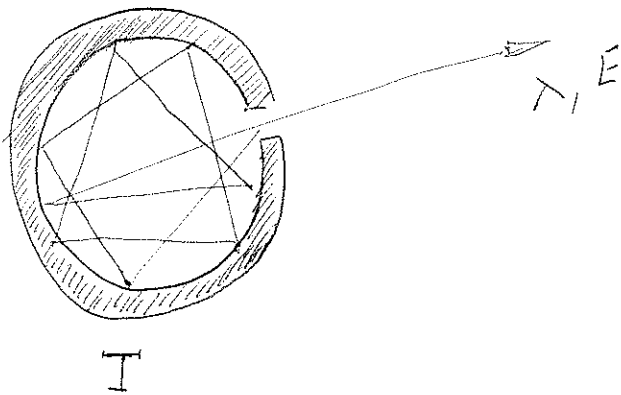
La meccanica quantistica

La nascita della meccanica quantistica è da attribuire a Planck quando nei primi anni del 1900 studiando l'emissione del corpo nero per far coincidere i risultati sperimentali con quelli teorici dovette introdurre un'ipotesi nuova: le onde elettromagnetiche sono composte da corpuscoli di energia discreta proporzionale a $\frac{h}{\lambda} \omega = h \nu$.

Questi quanti di energia vennero chiamati fotoni.

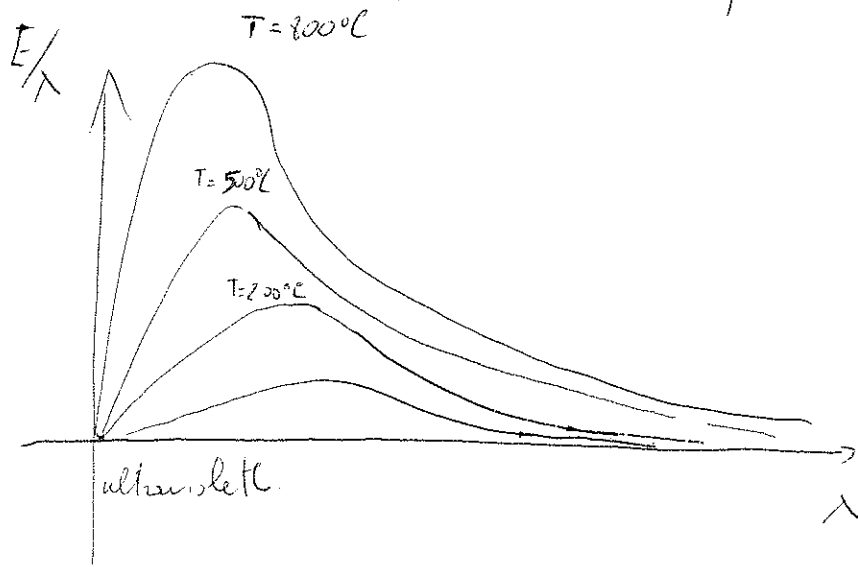
Il corpo nero è una sfera cava
con un piccolo foro.

Tale corpo (il corpo nero) posto ad una
data temperatura T emette tutti i fotoni
che intrappolati al suo interno si portano
in equilibrio termico con il corpo stesso.

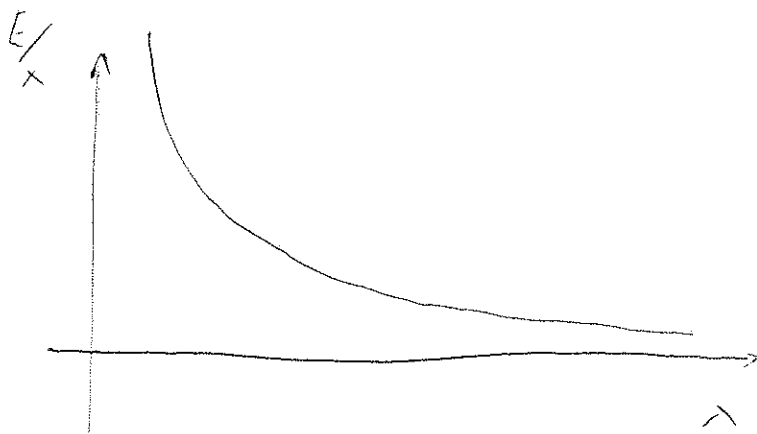


Ogni fotone uscente dal corpo nero aveva una
particolare energia e una particolare
lunghezza d'onda.

Si grafica le curve sperimentali
che riportate sulle ascisse la lunghezza d'onda
e sull'asse y l'energia in funzione della lunghezza d'onda
si ricorre un grafico di questo tipo



curve sperimentali



curve teorica.

La curva teorica prevede che per λ piccoli
la curva tende all'infinito.

Questo fenomeno venne chiamato catastrofe ultravioletta.

Per ogni regione energetica finita una temperatura T $\int f d\lambda = \text{costante} \propto T^4$

Questa proprietà non era supportata dalle teorie.

Indagando le onde elettromagnetiche

sono costituiti da quanti di energia finite per cui le curve teoriche coincidono con quelle sperimentali.

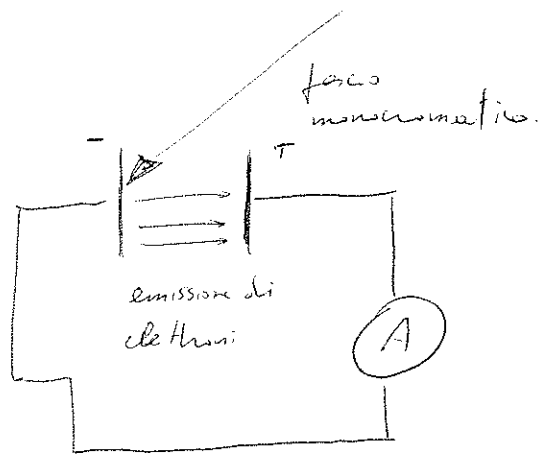
Planck fu il primo a discretizzare e quantizzare l'energia.

Effetto fotoelettrico

(95)

L'effetto fotoelettrico fu il primo esperimento a essere giustificato tramite i principi della meccanica quantistica.

Consideriamo due piastre poste ad una differenza di potenziale variabile colpite da radiazioni monocromatiche di lunghezza d'onda λ .



L'emissione di elettroni tra le piastre avviene soltanto se la frequenza f delle radiazioni incidente supera un valore minimo detto

valore di soglia f_{\min} .

(96)

Se la frequenza $f > f_{\min}$ emette l'energia cinetica degli elettroni che sfuggono dalla piastra.

Einstein giustificò questo fenomeno considerando la radiazione elettromagnetica composta da singoli pacchetti di energia detti quanti di energia $E = hf$

Se $hf > W_e = \text{potenziale di estrazione}$ la

differenza di energia $hf - W_e = hf - hf_{\min} = \Delta E_e$

si trasforma in energia cinetica degli elettroni estratti dalla piastra.

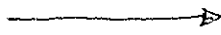
Per l'effetto fotoelettrico Einstein vinse il premio Nobel per la fisica. ~~Ma~~ Non lo

vinse mer per la relatività.

(22)

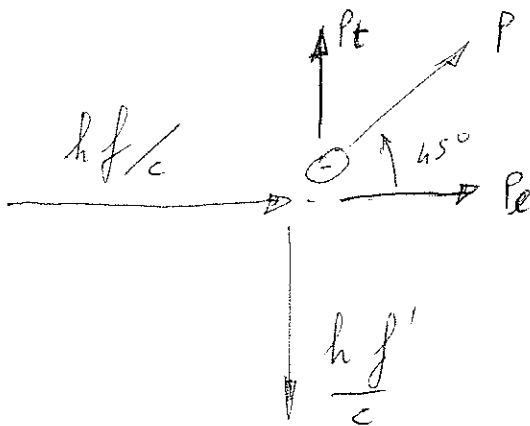
Effetto Compton

L'effetto Compton descrive l'interazione tra un fotone e un elettrone.

$$p = hf/c$$

$$E = hf$$

⊖
elettrone fermo

Prendiamo per semplicità un angolo di 45° tra il fotone e l'elettrone.



Dalla conservazione della quantità di moto

prima e dopo l'urto

(98)

$$\frac{hf}{c} = p_e$$

$$\frac{hf'}{c} = p_t$$

Dalla conservazione dell'energia

$$hf = hf' + p^2 \frac{1}{2m} = hf' + \frac{(\sqrt{2} hf/c)^2}{2m} =$$
$$= hf' + \frac{2 h^2 f^2}{c^2 2m}$$

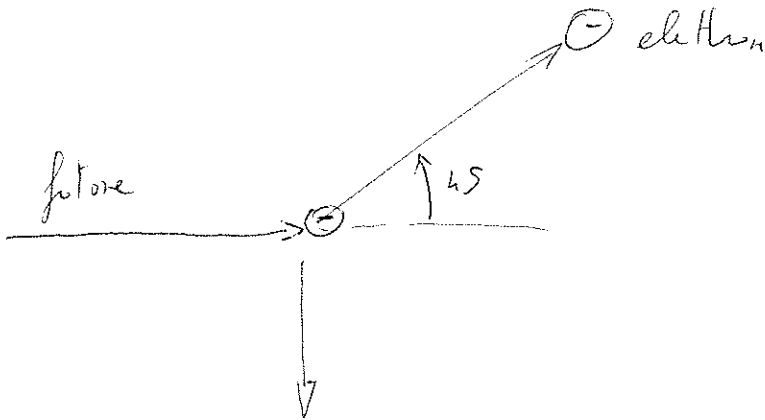
$$hf - hf' = h \frac{c}{\lambda} - h \frac{c}{\lambda'} = \frac{2 h^2 f^2}{c^2 2m}$$

$$\frac{hc}{\lambda} - \frac{hc}{\lambda'} = \frac{2 h^2}{\lambda^2 2m}$$

$$\frac{\lambda' hc + \lambda hc}{\lambda \lambda'} = \frac{h^2}{\lambda^2 m}$$

$$\Delta \lambda = \frac{h}{cm}$$

$$\Delta \lambda = \frac{h}{m_e c}$$



l'equazione sopra scritta descrive bene la variazione di lunghezza d'onda per un fotone che incide su un elettrone che si muove in movimento con un angolo di 45° rispetto all'onda incidente.

Lunghezza d'onda di De Broglie

Nel 1923 il fisico francese Louis de Broglie ipotizzò che a ogni particella dotata di quantità di moto $mv = p$ è possibile associare una lunghezza d'onda $\lambda = \frac{h}{p}$.

Una conseguenza dell'ipotesi di De Broglie è che anche particelle come elettroni, protoni e nuclei diffraggono e fatti passare attraverso un reticolo cristallino mostrando il fenomeno dell'interferenza tipica delle onde elettromagnetiche.

Equazione di Schrödinger

(101)

Considero una funzione elementare dello spazio o del tempo

$$\psi = A e^{i(\vec{k}\vec{x} - \omega t)} \quad \dots \quad \psi_n = A_n e^{i(\vec{k}_n\vec{x} - \omega_n t)}$$

Una qualsiasi funzione può essere vista come somma delle funzioni elementari tramite la Trasformata di Fourier.

Secondo l'ipotesi di Planck alla funzione elementare

$$\psi = A e^{i(\vec{k}\vec{x} - \omega t)} \quad \text{è associata un'energia}$$

$$E = \frac{h}{2\pi} \omega = \hbar \omega$$

Secondo l'ipotesi di De Broglie alla funzione elementare

$$\psi = A e^{i(\vec{k}\vec{x} - \omega t)} \quad \text{è associata una lunghezza d'onda}$$

$$p = \frac{h}{\lambda} = \frac{h}{2\pi} k = \hbar k$$

Sostituendo

(102)

$$\psi = A e^{\frac{i}{\hbar} (\vec{p} \cdot \vec{x} - Et)}$$

da cui si ricave

$$\begin{cases} \frac{\partial \psi}{\partial x} = \frac{i}{\hbar} p_x A e^{\frac{i}{\hbar} (\vec{p} \cdot \vec{x} - Et)} = \frac{i}{\hbar} p_x \psi \\ \frac{\partial \psi}{\partial y} = \frac{i}{\hbar} p_y A e^{\frac{i}{\hbar} (\vec{p} \cdot \vec{x} - Et)} = \frac{i}{\hbar} p_y \psi \\ \frac{\partial \psi}{\partial z} = \frac{i}{\hbar} p_z A e^{\frac{i}{\hbar} (\vec{p} \cdot \vec{x} - Et)} = \frac{i}{\hbar} p_z \psi \\ \frac{\partial \psi}{\partial t} = -\frac{i}{\hbar} E A e^{\frac{i}{\hbar} (\vec{p} \cdot \vec{x} - Et)} = -\frac{i}{\hbar} E \psi \end{cases}$$

E encore

103

$$\left\{ \begin{array}{l} p_x \psi = -i \hbar \frac{\partial \psi}{\partial x} \\ p_y \psi = -i \hbar \frac{\partial \psi}{\partial y} \\ p_z \psi = -i \hbar \frac{\partial \psi}{\partial z} \\ E \psi = +i \hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} \end{array} \right.$$

Per une particella libera vale la relazione

$$E = \frac{p_x^2}{2m} + \frac{p_y^2}{2m} + \frac{p_z^2}{2m} \quad \text{cioè} \quad \text{e}$$

l'equazione di Schrödinger si scrive

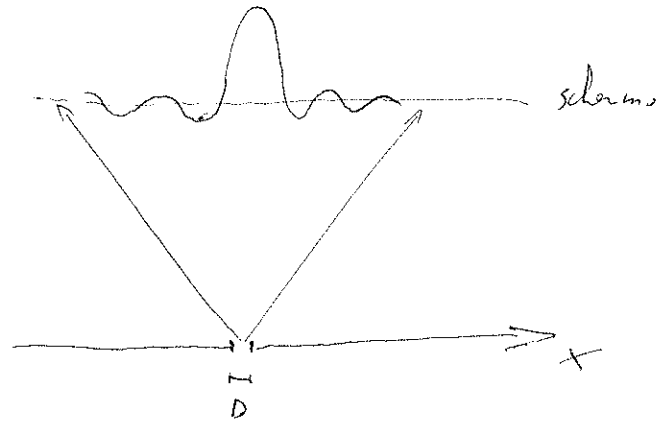
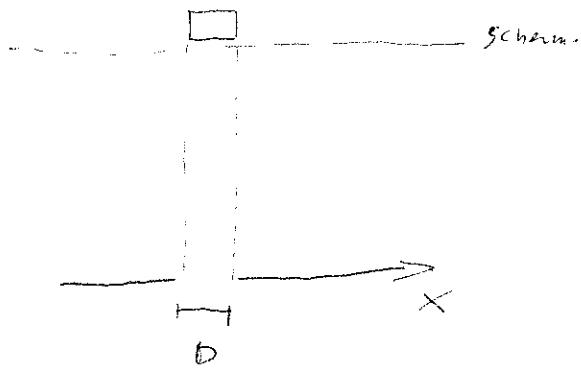
$$E \psi = -\frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} \right)$$

Principio di indeterminazione di Heisenberg

Il principio di indeterminazione di Heisenberg afferma che alcune grandezze quali ad esempio la posizione x di una particella e la sua quantità di moto p_x oppure l'energia E ed il tempo t non possono essere misurate in modo preciso senza commettere un errore valutando secondo la formula $\Delta x \Delta p \geq \frac{\hbar}{2}$.

Questa incertezza non è dovuta ad una mancanza di accuratezza o del difetto degli strumenti di misura ma è una condizione intrinseca nelle realtà stesse.

Bast. pensare ad un raggio di luce
costretto ad attraversare una fenditura di
larghezza D .



Se la fenditura è ampia $D \gg \lambda$ sullo schermo
non si verificano fenomeni di interferenza.

Si può ipotizzare che i fotoni hanno tutti una velocità
 $v_x = 0$ e colpiscono lo schermo incidendo ortogonalmente.

Se si restringe la fenditura $D \approx \lambda$ i fotoni

la velocità v_x dei fotoni non può essere nulla

ma oscilla tra un valore pari a $\pm m \Delta v = \frac{h}{2D}$

$$\pm \Delta v_x = \frac{h}{2mD}$$

Essendo D piccolo

(106)

i fotoni hanno una componente v_x non nulla

e colpiscono lo schermo incidendo obliquamente

al centro. Ciò genera il fenomeno di interferenza.

Interpretazione della funzione di Schrodinger (107)

→ Onde di probabilità

Secondo l'interpretazione di Copenhagen della meccanica quantistica all'inizio di un esperimento si prepara lo stato facendo interagire gli strumenti di misura (macro-sistemi) con una particella elementare (micro-sistemi) definendo la funzione $\phi(x, y, z, t=0)$.

Applicando le equazioni di Schrodinger la funzione $\phi(x, y, z, t=0)$ evolve nel tempo e possiamo calcolare la funzione ϕ al tempo t $\phi(x, y, z, t)$.

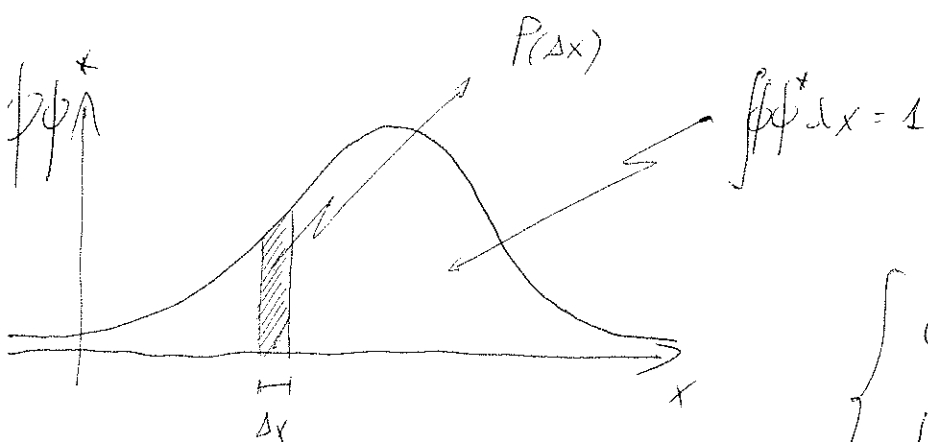
La funzione $\psi(x, y, z, t)$ è normalizzata

secondo la relazione $\int \psi^*(x, y, z, t) \psi(x, y, z, t) dx dy dz = 1$

Secondo l'interpretazione di Copenhagen facendo interagire la funzione d'onda con gli strumenti di misura (meas - sistema) la funzione d'onda "collassa".

Il collasso della funzione d'onda permette di rilevare la particella al tempo t come puntiforme in un volume $\Delta x \Delta y \Delta z$ con

la probabilità data da $\int \psi^*(x, y, z, t) \psi(x, y, z, t) \Delta x \Delta y \Delta z$



$$\begin{cases} \psi = a + ib \\ \psi^* = a - ib \text{ (complex conjugate)} \end{cases}$$

Il collasso della funzione d'onda
dissolve la funzione facendola materializzare le
particelle rilevate dagli strumenti di misura
nel volume elementare considerato secondo
la probabilità sopra definita e matematica-
mente calcolata da opportune leggi della
meccanica quantistica.

Ma cosa determina il collasso della funzione
d'onda?

Secondo l'interpretazione di Copenhagen
l'interazione con un macrosistema (strumenti
di misura) determina questo collasso.

Il paradosso del gatto di Schrödinger coglie
i limiti dell'interpretazione di Copenhagen.

Paradosso gatto di Schrodinger

(110)

Supponiamo di avere un gatto chiuso in una scatola e di colpire un sistema macroscopico anch'esso chiuso nella scatola con una funzione d'onda che ha $\frac{1}{2}$ di probabilità di attivare il sistema facendo fuoriuscire erlenico e $\frac{1}{2}$ di probabilità di lasciare la fiola di erlenico chiusa.

A questo punto sembrerebbe logico pensare che l'interazione della funzione d'onda con il macro-sistema e poi con il gatto porterebbe ad avere due stati "gatto vivo" e "gatto morto" con entrambi probabilità pari a $\frac{1}{2}$.

Attualmente la maggior parte dei fisici
invece di considerare un unico universo che
evolve secondo le leggi della meccanica
quantistica e di tanto in tanto collassa
accetta l'ipotesi di universi paralleli in cui
tutti i possibili esiti degli esperimenti sono
contemplati ed hanno una loro intrinseca
realt .

Prima di chiudere questo paragrafo due
puntualizzazioni molto importanti da
fare:

Il termine "probabilistico" utilizzato
nella meccanica quantistica per descrivere

l'esito di un esperimento non è
~~ma~~ conseguenza di una mancanza di
 informazioni come nella meccanica classica
 ma è intrinseco al modello stesso e non
 può essere eliminato.

In particolare nasce dal principio di
 Heisenberg che afferma l'impossibilità
 di conoscere contemporaneamente il valore
 di alcune grandezze quali posizione e
 quantità di moto o energia e tempo
 senza commettere un errore dato dalle
 relazioni $\Delta x \Delta p \geq \frac{\hbar}{2}$ $\Delta E \Delta t \geq \frac{\hbar}{2}$.

Per cui più si riduce l'incertezza e il margine

d'errore nel calcolare la prima
grandezza maggiore sarà l'incertezza delle
seconda.

Infine osserviamo un comportamento delle
particelle microscopiche isolate che produce
effetti ondulatori come diffrazione ed interferenze
che non si osservano nel mondo macroscopico.

Lo è dovuto al fatto che la lunghezza
d'onda associata ad una particella
microscopica isolata è piccola mentre, una
volta che la particella interagisce con
il mondo esterno la quantità di moto
del sistema aumenta enormemente e così
anche l'onda di De Broglie $\lambda = \frac{h}{p}$

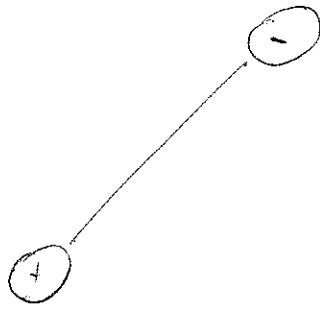
diventa particolarmente nulla e
non produce effetti ondulatori.

Questo fenomeno è detto "decoerenza".

Il modello di Bohr dell'atomo di idrogeno

Il modello dell'atomo di Bohr secondo il modello planetario che vede i protoni fissi al centro e gli elettroni che ruotano intorno permette di superare i seguenti limiti della meccanica classica:

- 1) Caduta degli elettroni sul nucleo per perdita di energia dovuta all'emissione di onde elettromagnetiche
- 2) Giustificazione teorica dello spettro di emissione dell'atomo di idrogeno.



Force attractive positive electron

$$F = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 R^2}$$

Force centrifuge electron $F_c = \frac{m_e v^2}{R}$

equilibrium between the two forces

$$\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 R^2} = \frac{m_e v^2}{R} \Rightarrow E_c = \frac{1}{2} m_e v^2 = \frac{e^2}{8\pi\epsilon_0 R}$$

energie potentiële

$$U = - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 R}$$

$$E_{t,t} = E_c + U = - \frac{e^2}{8\pi\epsilon_0 R}$$

Quantizzazione del momento angolare

$$2\pi r_n p_n = n h$$

$$4\pi^2 r_n^2 p_n^2 = n^2 h^2$$

$$4\pi^2 r_n^2 \cdot m_e^2 v_n^2 = n^2 h^2$$

Dall'equazione critica si ricave

$$v_n^2 = \frac{h^2}{4\pi^2 \epsilon_0 m_e r_n}$$

sostituendo

$$\frac{4\pi^2 r_n^2 m_e^2 \frac{h^2}{4\pi^2 \epsilon_0 m_e r_n}}{4\pi^2 \epsilon_0 m_e r_n} = n^2 h^2$$

$$r_n = n^2 h^2 \frac{\epsilon_0}{\pi m_e e^2}$$

il più piccolo r per $n=1$ $r_1 = \frac{h^2 \epsilon_0}{\pi m_e e^2}$

e dette raggi di Bohr.

(17)

$$E_n = - \frac{l^2}{8\pi\epsilon_0 r_n} = - \frac{l^2}{8\pi\epsilon_0} \frac{\pi m_e l^2}{h^2 \epsilon_0 n^2} =$$
$$= - \frac{m_e l^4}{8\epsilon_0^2 h^2} \left(\frac{1}{n^2} \right) \approx - \frac{13.6 \text{ eV}}{n^2}$$

→ Un atomo emette un fotone quando uno dei suoi elettroni passa da un'orbita perennare di energia maggiore (più esterna) a un'altra di energia minore (più interna).

$$\Delta E = \frac{m_e l^4}{8\epsilon_0^2 h^2} \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{n'^2} \right)$$

L'energia del fotone emesso è pari al salto energetico $\Delta E = h f$. f = frequenza fotone.

gli elettroni sono dei "fermioni" e

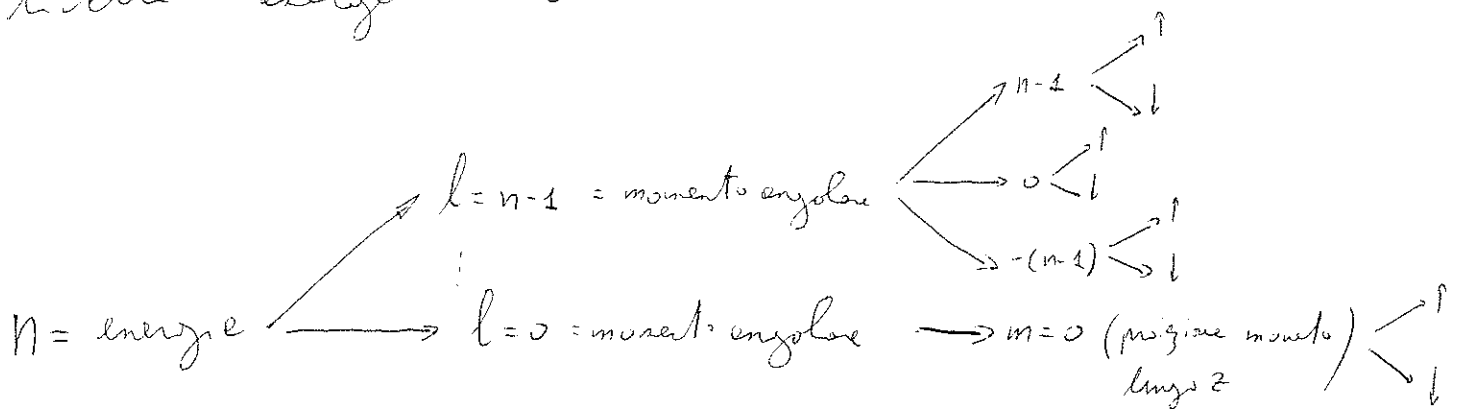
soddisfanno il principio di esclusione di Pauli:

cioè due fermioni con le stesse caratteristiche

non possono occupare la stessa posizione.

Vediamo come gli elettroni occupano i vari

livelli energetici dell'atomo



Fermioni e Bosoni

(120)

Le particelle elementari si dividono in due

famiglie:

i Fermioni particelle a spin $\pm \frac{1}{2} \hbar$ che soddisfano

il principio di esclusione di Pauli

i Bosoni particelle a spin intero (0, 1, 2, ...)

responsabili delle forze presenti in natura.

Attraverso lo scambio di Bosoni i Fermioni

risentono delle forze present. in natura

{	gravitazionale = neutrino
	elettromagnetica = fotoni
	elettrodebole = Z, W^{+-}
	forte = gluoni

I Bosoni non rispettano il principio di esclusione di Pauli pertanto in un sistema è possibile trovare un gran numero di bosoni che occupano lo stesso stato (è il caso del laser).

Famiglie particelle elementariFermioni

$$\begin{array}{l}
 \left\{ \begin{array}{l} \text{quark's} \\ \text{leptoni} \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} (q = \frac{2}{3}) \\ u = \text{up} \\ (q = -\frac{1}{3}) \\ d = \text{down} \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} (q = \frac{2}{3}) \\ c = \text{charm} \\ (q = -\frac{1}{3}) \\ s = \text{strange} \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} (q = \frac{2}{3}) \\ t = \text{top} \\ (q = -\frac{1}{3}) \\ b = \text{bottom} \end{array} \right. \\
 \left\{ \begin{array}{l} e \quad \mu \quad \tau \\ \nu_e \quad \nu_\mu \quad \nu_\tau \end{array} \right.
 \end{array}$$

Bosoni

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Forza forte} \quad g = \text{gluoni} \\ \text{Forza elettromagnetica} \quad \gamma = \text{fotoni} \\ \text{Forza debole} \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{Bosone } Z \\ \text{Bosone } W^+ \quad \text{Bosone } W^- \end{array} \right. \\ \text{Forza gravitazionale} \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{gravitoni} \end{array} \right. \end{array} \right.$$

Forza forte

(123)

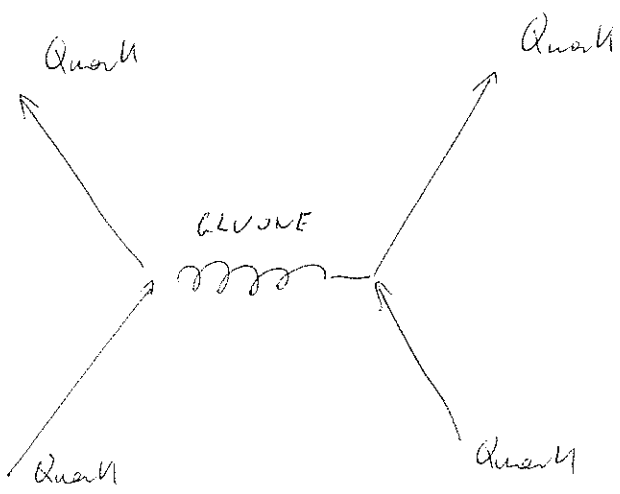
La forza forte è responsabile dell'unione dei quark all'interno di un protone, di un neutrone (entrambi composti da 3 quark) o degli adroni composti da due quark.

protone $p = (up, up, down)$

neutrone $n = (up, down, down)$

I gluoni che vengono scambiati fra i quark generano una forza di grande intensità che vince la repulsione delle cariche e tiene uniti tre quark all'interno di un protone o di un neutrone.

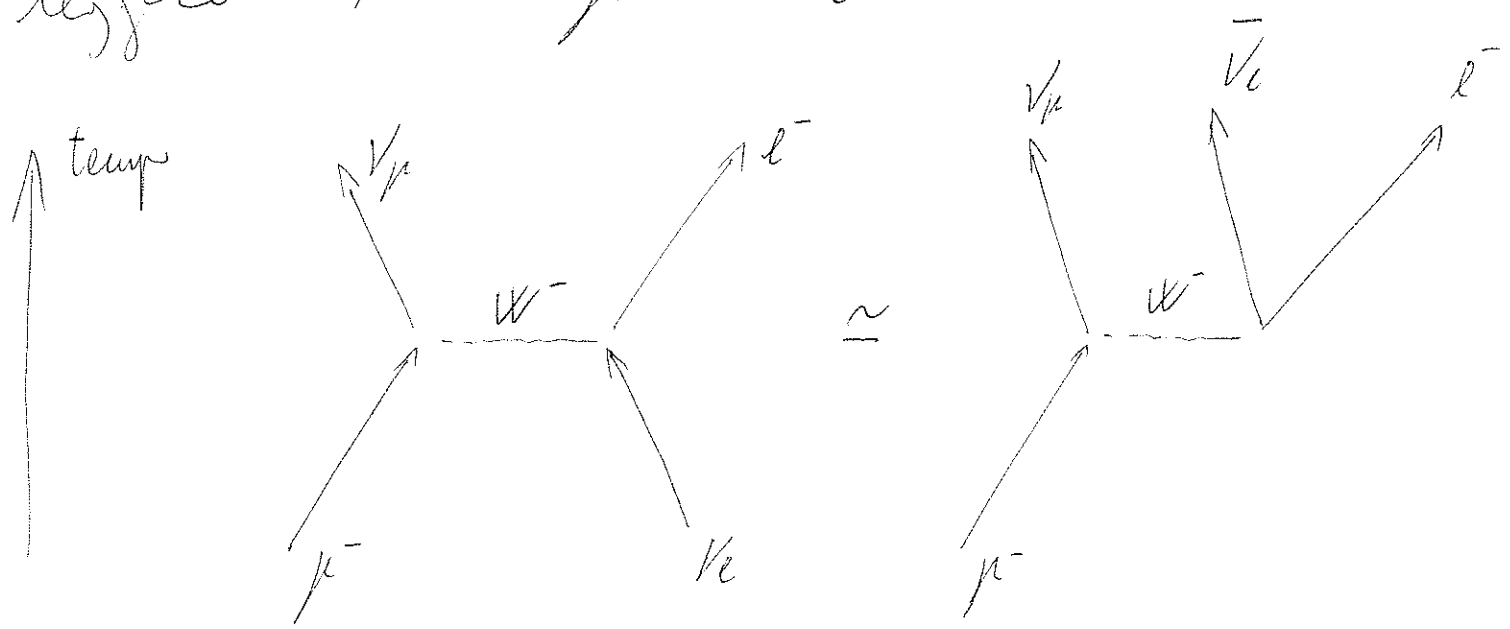
I gluoni hanno massa nulla e spin 1.



La forza debole

La forza debole è responsabile del decadimento di un leptone pesante in un leptone più

leggero $\tau^- \rightarrow \mu^- \rightarrow e^-$

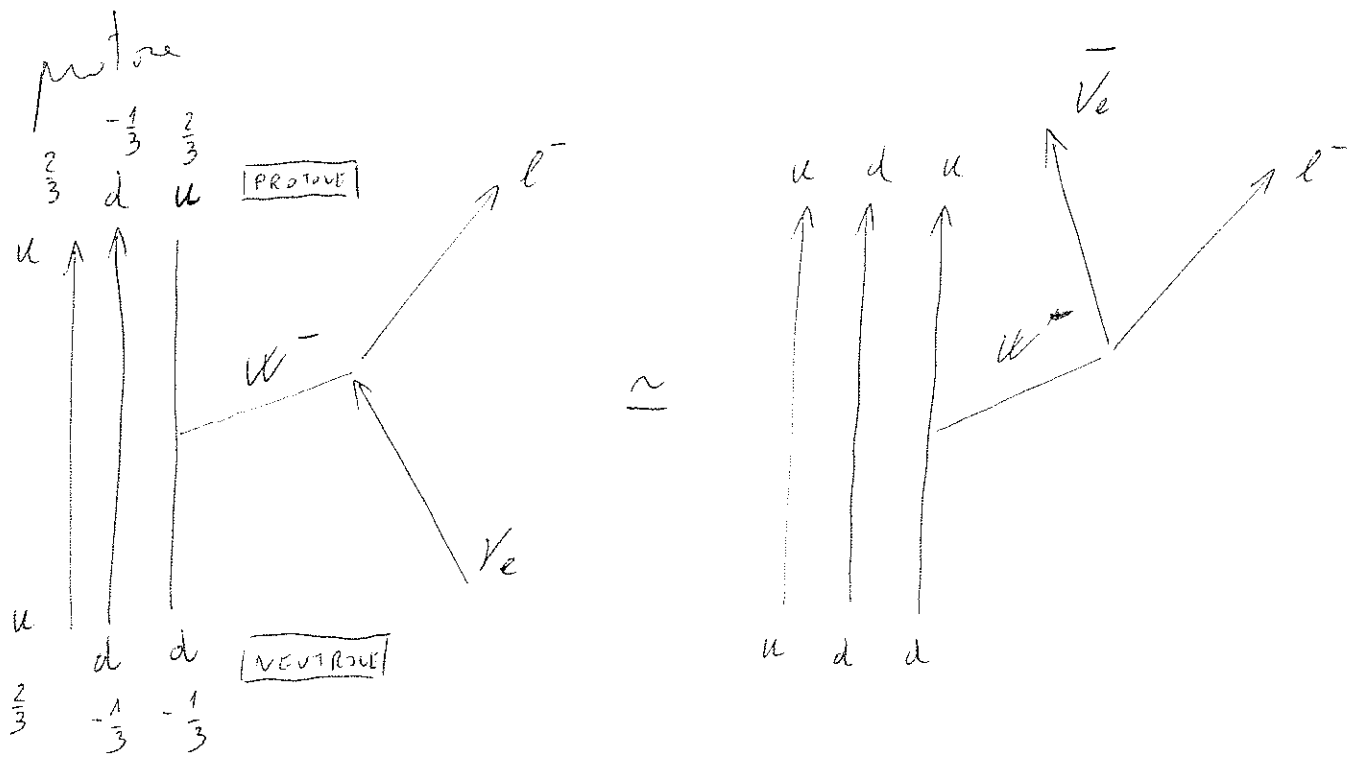


$$\mu^- \rightarrow e^- + \nu_\mu + \bar{\nu}_e$$

un muone decade in un elettrone, in un neutrino ν_μ e in un antineutrino $\bar{\nu}_e$.

La force faible e^- est responsable

de la transformation d'un neutron en un



$$d \rightarrow u + e^- + \bar{\nu}_e$$

un quark down se transforme en un quark up +
un électron et un antineutrino $\bar{\nu}_e$.

Fu Enrico Fermi nei primi anni del '900 e a studiare i fenomeni di decadimento

1) Decadimento α

Il nucleo emette una particella α composta da due protoni e due neutroni

2) Decadimento β^-

Un neutrone si trasforma nell'atomo in un protone con l'emissione di un elettrone e di un anti-neutrino $\bar{\nu}_e$.

3) Decadimento β^+

Un protone si trasforma in un neutrone con l'emissione di un positrone e di un neutrino ν_e .

5) Emissione gemme

Emissione di fotoni per lo spontaneo salto
un elettrone da uno stato con maggiore
energia a uno stato con minore energia.

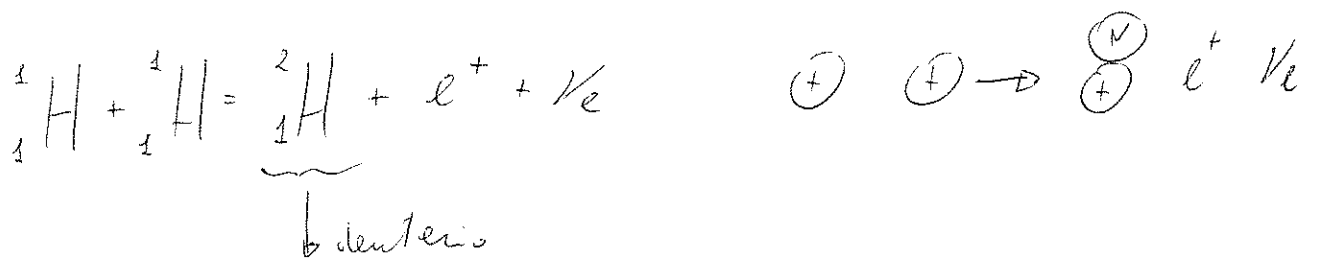
La fusione nucleare

All'interno delle stelle avviene un processo di fusione nucleare (grazie alle forze deboli) che è un processo esotermico e permette di produrre calore.

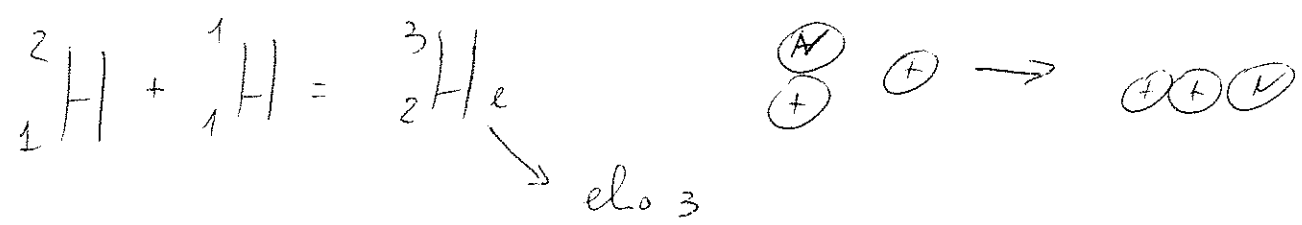
1) $\oplus \rightarrow \leftarrow \oplus$ due protoni si uniscono e

grazie al decadimento beta inverso un protone si trasforma in un neutrone con

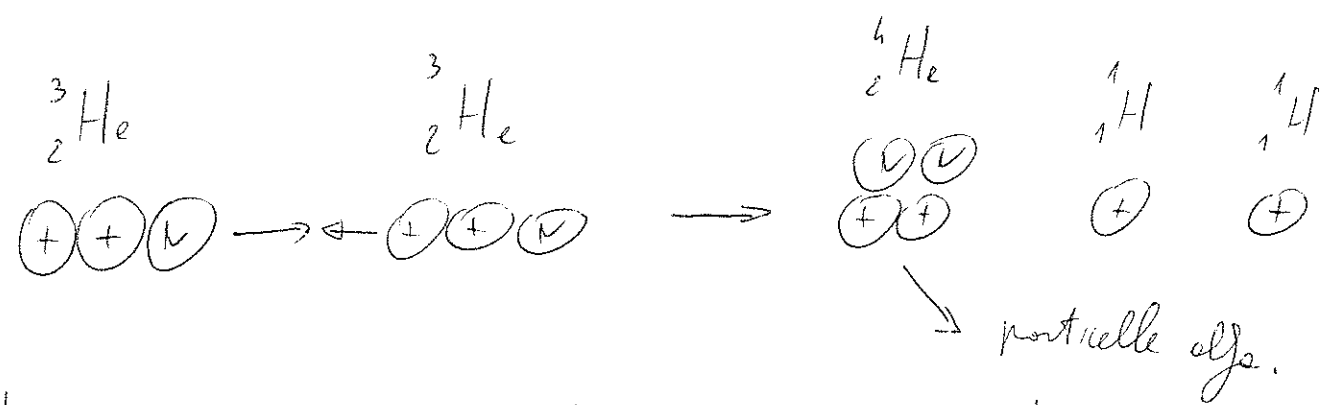
l'emissione di un positrone e un neutrino $\bar{\nu}_e$.



2) $\oplus \text{N} \rightarrow \leftarrow \oplus$ il deuterio si scontra con un protone dando vita ad un nucleo di elio 3.



3) Due nuclei di elio 3 si scontrano e danno

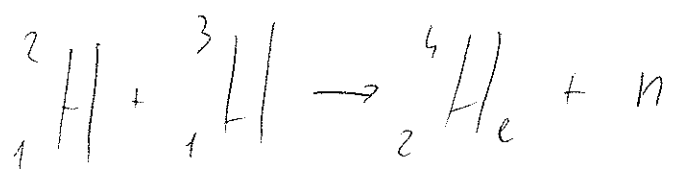


cioè è un nucleo di elio 4 e due protoni.

In generale la fusione del

deuterio (${}^2_1\text{H}$) con il trizio (${}^3_1\text{H}$) dà

origine all'elio 4 (particelle alfa) ${}^4_2\text{He}$



Presente il prodotto della reazione

${}^4_2\text{He} + n$ risulta minore del peso

dei costituenti ed è trizio ${}^2_1\text{H} + {}^3_1\text{H}$.

Lo- significa che la reazione è esotermica e la differenza di massa si trasforma in energia.

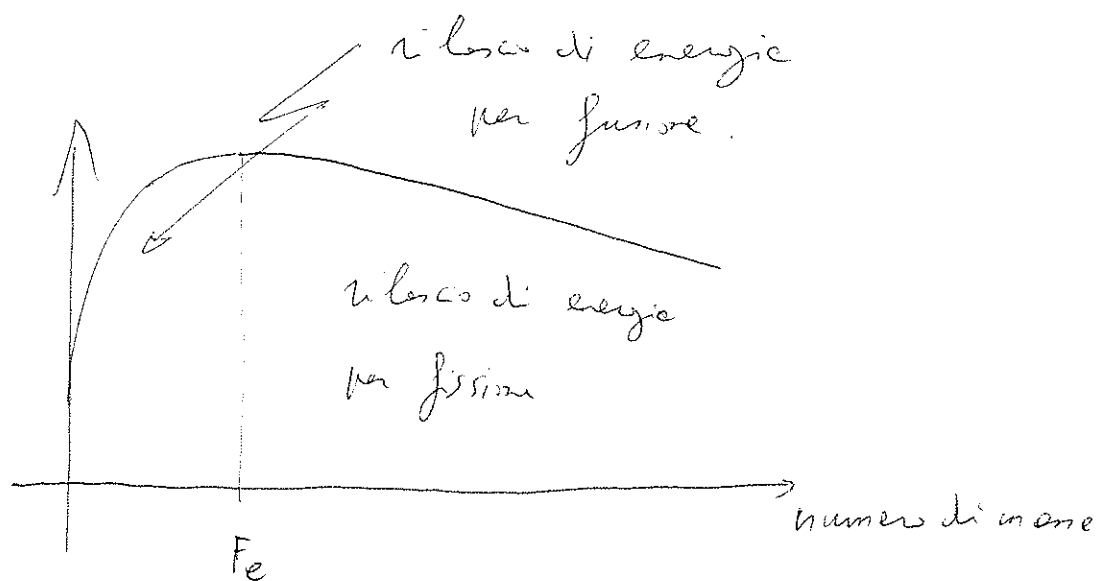
Tuttavia due difficoltà non permettono ancora di ottenere una fusione nucleare artificiale:

1) Temperature troppo alte raggiunte

2) Confinamento del plasma affinché non venga a contatto con le pareti o altre parti solide del contenitore.

La fusione nucleare

Si chiamano regioni nucleari esterne, che
quelli che producono energia tramite fusione
in quanto la massa totale dei nuclei finali è
inferiore a quella dei nuclei iniziali.

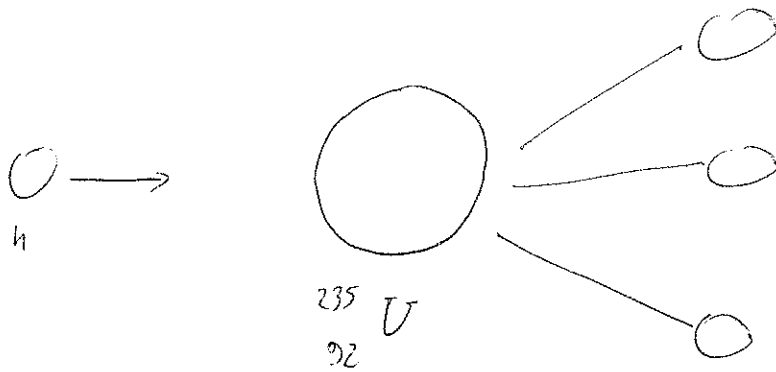


Nel grafico sopra riportato risulta che per
alcuni elementi si ha generazione di energia
quando due nuclei leggeri si uniscono
(fusione nucleare) per altri si ha generazione
di energia quando un nucleo pesante si

specie -

(133)

Si chiama fissione nucleare la reazione che tramite un neutrone divide un nucleo di grande massa in due nuclei più piccoli.



L'uranio 235 ha la proprietà che dopo la sua scissione espelle altri neutroni che a loro volta colpiscono altri atomi d'uranio innescando una reazione nucleare a catena.

La differenza è però tra i prodotti della reazione e l'atomo di uranio si trasforma in energia secondo la nota formula $E=mc^2$.