Effetto Compton

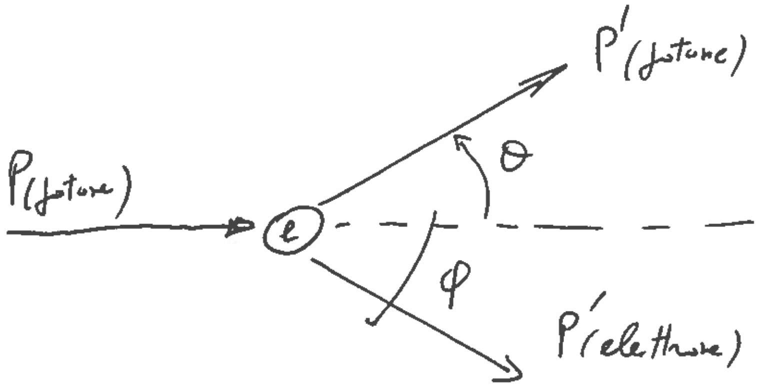
Effetto Compton

L'effetto Compton dimostra il comportamento corpuscolare delle onde elettromagnetiche.

I fotoni che costituiscono le onde elettromagnetiche hanno energia hf e quantità di moto

$$p = \frac{hf}{c}.$$

Le onde elettromagnetiche colpiscono gli elettroni in una lamina di grafite e riemergono con una lunghezza d'onda maggiore cioè ad una frequenza minore. Questa riduzione in frequenza indica che il fotone uscente riduce la sua energia (proporzionale alla frequenza) per averla ceduta all'elettrone presente nella lamina di grafite colpita.



L'energia di legame degli elettroni di grafite presenti nella lamina può essere considerato nullo.

$$\Delta\lambda = \frac{h}{m_0 c}(1-\cos\theta)$$

$$E_{fotone} = h f = h \frac{c}{\lambda}$$

$$P_{fotone} = \frac{E_{fotone}}{c}$$

$$(m_0 c^2)^2 = E'^2_{(elettrone)} - P^2_{(elettrone)} c^2$$

m_0 = massa a riposo elettrone

1) conservazione energia

$$E_{(elettrone)} + E_{(fotone)} = E'_{(elettrone)} + E'_{(fotone)}$$

2) conservazione quantità di moto

$$\begin{cases} p_{(fotone)} = p'_{(fotone)} \cos\theta + p'_{(elettrone)} \cos\varphi \\ p'_{(fotone)} \operatorname{sen}\theta = p'_{(elettrone)} \operatorname{sen}\varphi \end{cases}$$

$$\begin{cases} p_{(fotone)} - p'_{(fotone)} \cos\theta = p'_{(elettrone)} \cos\varphi \\ p'_{(fotone)} \operatorname{sen}\theta = p'_{(elettrone)} \operatorname{sen}\varphi \end{cases}$$

$$p^2_{(fotone)} + p'^2_{(fotone)} \cos^2\theta - 2\, p_{(fotone)}\, p'_{(fotone)} \cos\theta + p'^2_{(fotone)} \operatorname{sen}^2\theta =$$
$$= p'^2_{(elettrone)} \qquad (*)$$

3) $$(m_0 c^2)^2 = E'^2_{(elettrone)} - p'^2_{(elettrone)}\, c^2$$

$$\Big\downarrow \text{ dalla 1)}$$

$$\left(E_{(elettrone)} + E_{(fotone)} - E'_{(fotone)}\right)^2$$

$$\cancel{(m_0 c^2)^2} = \cancel{E^2_{(elettrone)}} + E^2_{(fotone)} + E'^2_{(fotone)} +$$

$$+ 2 E_{(elettrone)} E_{(fotone)} - 2 E_{(elettrone)} E'_{(fotone)} - 2 E_{(fotone)} E'_{(fotone)} +$$

$$- P'^2_{(elettrone)} c^2$$

$$P'^2_{(elettrone)} = \frac{E^2_{(fotone)}}{c^2} + \frac{E'^2_{(fotone)}}{c^2} + 2\frac{E_{(elettrone)} E_{(fotone)}}{c^2}$$

$$- 2\frac{E_{(elettrone)} E'_{(fotone)}}{c^2} - 2\frac{E_{(fotone)} E'_{(fotone)}}{c^2}$$

uguagliando con le (*)

e ricordando $P_{(fotone)} = \frac{hf}{c} = \frac{E_{(fotone)}}{c}$

$$P'_{(fotone)} = \frac{hf'}{c} = \frac{E'_{(fotone)}}{c}$$

$$E_{(elettr.)} = m_0 c^2$$

m_0 = massa a riposo elettrone

$$\cancel{\left(\frac{hf}{c}\right)^2} + \left(\frac{hf'}{c}\right)^2\cos^2\theta - 2\left(\frac{hf}{c}\right)\left(\frac{hf'}{c}\right)\cos\theta +$$

$$+ \left(\frac{hf'}{c}\right)^2 \sin^2\theta = \cancel{\left(\frac{hf}{c}\right)^2} + \left(\frac{hf'}{c}\right)^2 +$$

$$+ 2\,\frac{m_0 \cancel{c^2}\, hf}{\cancel{c^2}} - 2\,\frac{m_0 \cancel{c^2}\, hf'}{\cancel{c^2}} - 2\,\frac{h^2 ff'}{c^2}$$

$$\cancel{\left(\frac{hf'}{c}\right)^2} - \cancel{2}\,\frac{h^2}{c^2}\,ff'(\cos\theta - 1) = \cancel{2}\,m_0 c^2 h(f-f') +$$

$$+ \cancel{\left(\frac{hf'}{c}\right)^2}$$

$$ff'(1-\cos\theta) = \frac{m_0 c^2}{h}(f-f')$$

$$\frac{\cancel{c}}{\lambda}\,\frac{\cancel{c}}{\lambda'}(1-\cos\theta) = \frac{m_0 \cancel{c^2}}{h}\left(\frac{c}{\lambda} - \frac{c}{\lambda'}\right) = \frac{m_0 c}{h}\left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda'}\right)$$

$$\frac{1}{\cancel{\lambda\lambda'}}(1-\cos\theta) = \frac{m_0 c}{h}\,\frac{(\lambda'-\lambda)}{\cancel{\lambda\lambda'}}$$

$$\boxed{\Delta\lambda = \frac{h}{m_0 c}(1-\cos\theta)}$$