Ampiezze di transizione tra due particelle di Dirac

Ampiezza di transizione tra due particelle di Dirac

1) Approssimazione del I ordine

l'ampiezza di transizione si scrive

$$< \psi_f | S^{(1)} | \psi_i > = J_\mu (\vec{x}) \hat{G} (\vec{x} - \vec{y}) \underline{J}^\mu (\vec{y}) d^4x \, d^4y$$

con

$$J_\mu (\vec{x}) = e \sqrt{\frac{m}{E' V}} \sqrt{\frac{m}{E'' V}} \; \bar{u}_f \gamma_\mu u_i \; e^{-i(\vec{p}' - \vec{p}'')\vec{x}}$$

$$\underline{J}^\mu (\vec{y}) = e \sqrt{\frac{m}{\underline{E}' \underline{V}}} \sqrt{\frac{m}{\underline{E}'' \underline{V}}} \; \underline{\bar{u}}_f \gamma^\mu \underline{u}_i \; e^{-i(\underline{\vec{p}}' - \underline{\vec{p}}'')\vec{y}}$$

(con l'underscore si indicano le grandezze relative alla II particella)

Equazioni del campo elettromagnetico

$$\frac{\partial^2}{c^2\partial t^2} A^\mu - \frac{\partial^2}{\partial (x^i)^2} A^\mu = J^\mu$$

$\tilde{G}(\vec{x}-\vec{y})$ soluzione dell'equazione

$$\frac{\partial^2}{c^2\partial t^2} A^\mu - \frac{\partial^2}{\partial (x^i)^2} A^\mu = \delta^4(\vec{x}-\vec{y})$$

$\tilde{G}(\vec{x}-\vec{y})$ = propagatore fotonico =

$$= \frac{\hat{q}-m}{q^2-m^2}\, e^{-i\vec{q}(\vec{x}-\vec{y})}$$

Sostituendo nella matrice di transizione

$$\langle \psi_f | S^{(1)} | \psi_i \rangle =$$

$$= e^2 \sqrt{\frac{m}{E'V}} \sqrt{\frac{m}{E''V}} \; \bar{u}_f \gamma_\mu u_i \; e^{-i(\vec{q}+\vec{p}'-\vec{p}'')\vec{x}} \frac{(\hat{q}-m)}{q^2-m^2}$$

$$\sqrt{\frac{m}{\underline{E}'\underline{V}}} \sqrt{\frac{m}{\underline{E}''\underline{V}}} \; \underline{u}_f \gamma^\mu \underline{u}_i \; e^{-i(-\vec{q}+\underline{p}'-\underline{p}'')\vec{y}} \; d^4x \, d^4y$$

integrando in $d^4x \, d^4y$

$$\langle \psi_f | S^{(1)} | \psi_i \rangle =$$

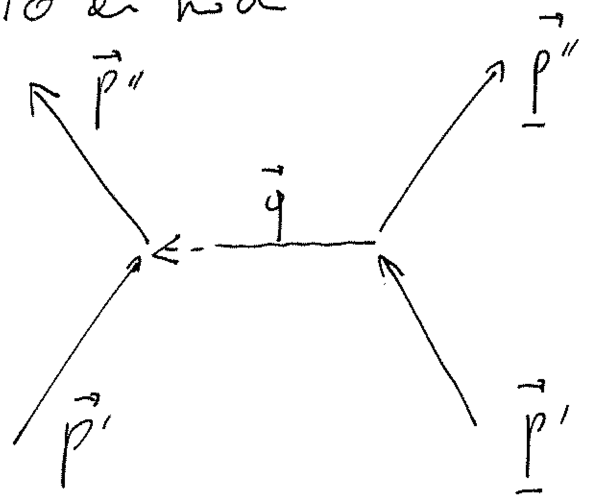
$$= e^2 \sqrt{\frac{m}{E'V}} \sqrt{\frac{m}{E''V}} \sqrt{\frac{m}{\underline{E}'\underline{V}}} \sqrt{\frac{m}{\underline{E}''\underline{V}}} \; \bar{u}_f \gamma_\mu u_i$$

$$\bar{\underline{u}}_f \gamma^\mu \underline{u}_i \frac{(\hat{q}-m)}{q^2-m^2} \; (2\pi)^4 \delta(\vec{q}+\vec{p}'-\vec{p}'') (2\pi)^4 \delta(-\vec{q}+\underline{p}'-\underline{p}'')$$

Le due delta di Dirac

$$\delta(\vec{q} + \vec{p}' - \vec{p}'') \quad e \quad \delta(-\vec{q} + \underline{\vec{p}}' - \underline{\vec{p}}'')$$

forniscono il bilancio delle quantità di moto ai nodi



$$\delta(\vec{q} + \vec{p}' - \vec{p}'') \Rightarrow \vec{p}'' = \vec{q} + \vec{p}'$$

$$\delta(\underline{\vec{p}}' - \underline{\vec{p}}'' - q) \Rightarrow \underline{\vec{p}}'' = \underline{\vec{p}}' - \vec{q}$$

Integrando in $d^4 q$

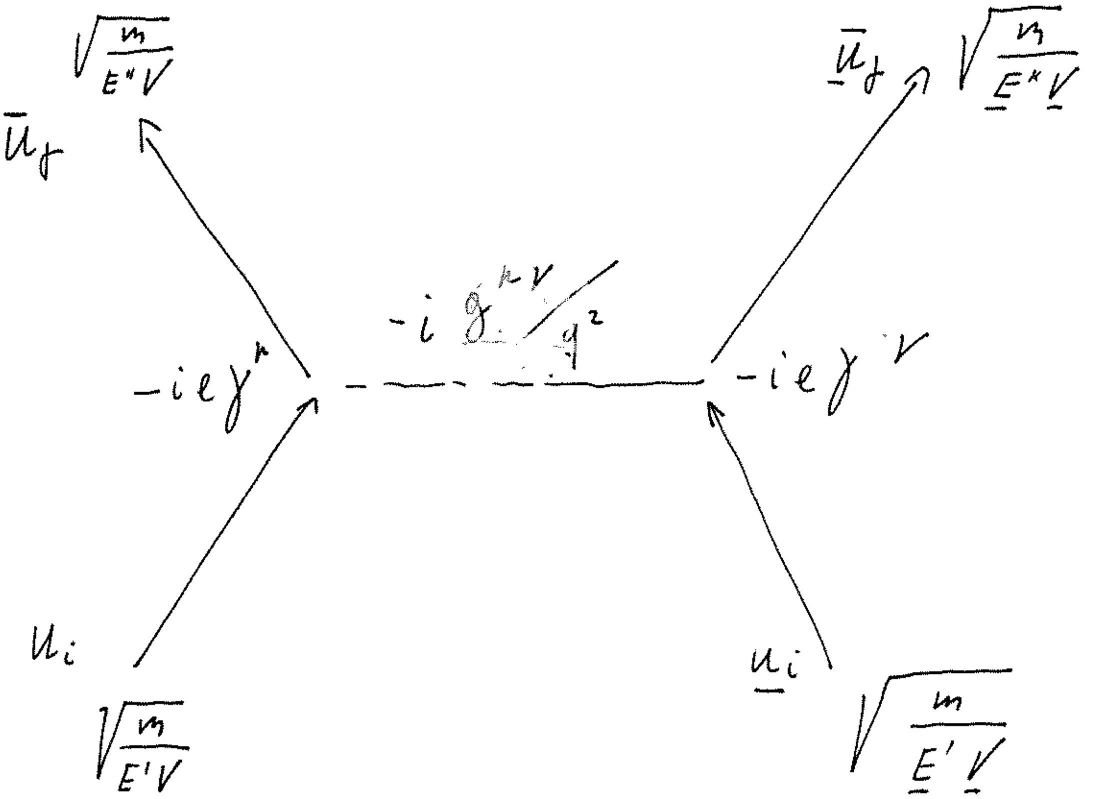
$$\langle \psi_f | S^{(2)} | \psi_i \rangle =$$

$$= -i \sqrt{\frac{m}{E'V}} \sqrt{\frac{m}{E''V}} \sqrt{\frac{m}{\underline{E}'\underline{V}}} \sqrt{\frac{m}{\underline{E}''\underline{V}}} \; \bar{u}_f \gamma_\mu u_i$$

$$\bar{\underline{u}}_f \gamma^\mu \underline{u}_i \frac{(\hat{q} - m)}{q^2 - m^2} (2\pi)^4 \delta(p' + \underline{p}' - p'' - \underline{p}'')$$

Rappresentazione grafica di

$\langle \psi_f | S^{(1)} | \psi_i \rangle$:



più la condizione di bilancio

energia + quantità di moto

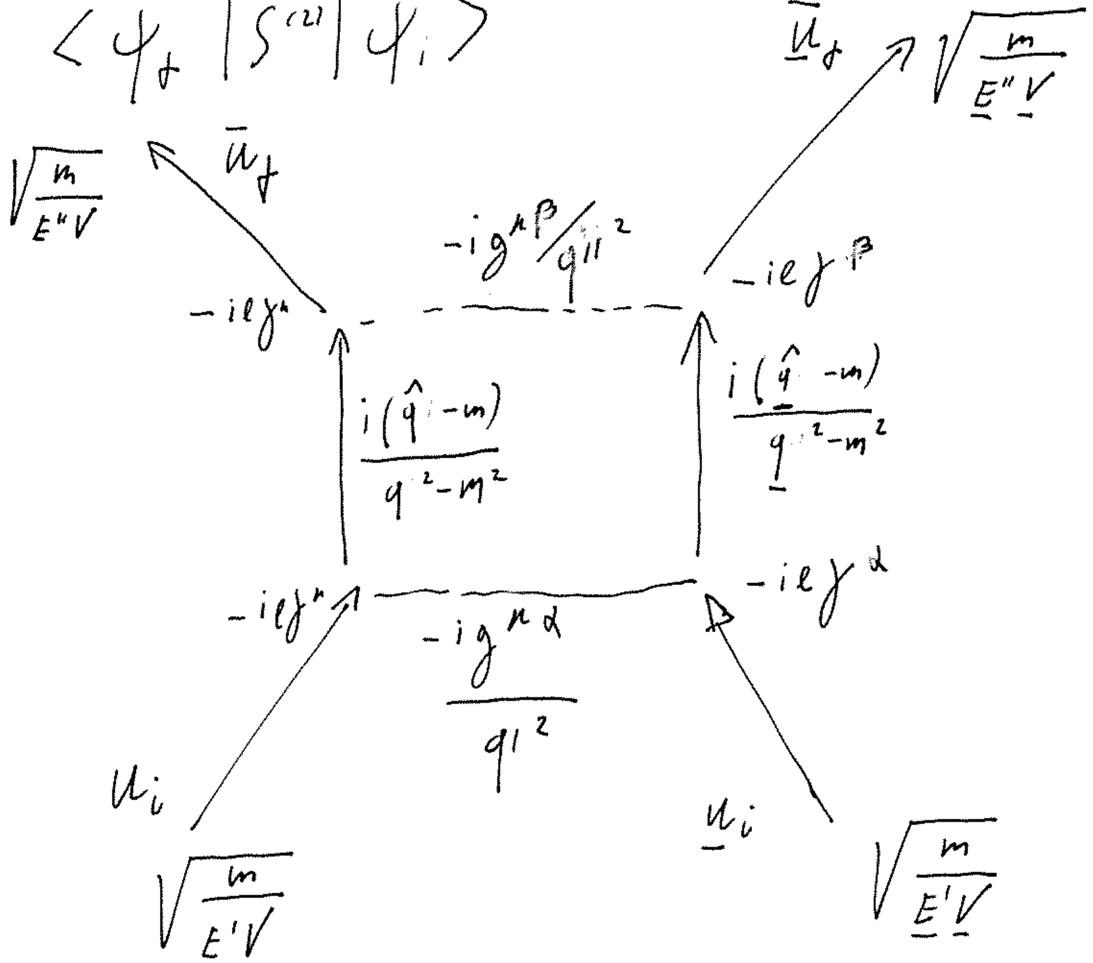
$$(2\pi)^4\, \delta^4 \left(\vec{p}\,' + \underline{\vec{p}}\,' - \vec{p}\,'' - \underline{\vec{p}}\,'' \right)$$

che rappresenta la conservazione del quadrimpulso prima e dopo l'interazione.

Ricordare infine il bilancio delle quantità di moto ai nodi.

Rappresentazione di

$\langle \psi_f | S^{(2)} | \psi_i \rangle$



moltiplicato per $(2\pi)^4 \delta(\vec{p}' + \underline{\vec{p}}' - \vec{p}'' - \underline{\vec{p}}'')$

che rappresenta la conservazione del quadrimpulso prima e dopo l'interazione.

Ricordare infine il bilancio delle quantità di moto ai nodi.