MECCANISMO DI HIGGS

Nel 1964 Peter Higgs per conservare la forma invariante per trasformazioni di gauge alla lagrangiana descrivente le interazioni elettrodeboli e per fornire una corretta espressione che tenesse conto delle masse dei fermioni e dei bosoni interessati, introdusse un campo scalare ϕ, un doppietto Φ, un potenziale

$U = -\mu^2\phi^*\phi - \lambda(\phi^*\phi)^2 = -\mu^2|\phi|^2 - \lambda(|\phi|^2)^2$

per il campo scalare e un potenziale

$U = -\mu^2\Phi^\dagger\Phi - \lambda(\Phi^\dagger\Phi)^2$

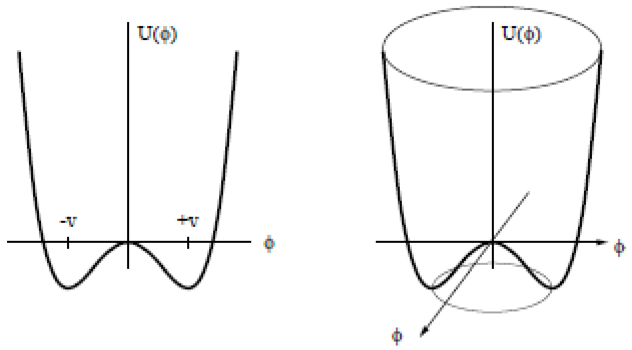
per il doppietto.

Di seguito riportiamo l'andamento del campo di Higgs considerando $\mu^2 < 0$ e $\lambda > 0$.

Il minimo si ha per $|\phi|(\mu^2 + 2\lambda|\phi|^2) = 0$

che rappresenta una circonferenza definita dall'espressione

$$|\phi| = \sqrt{-\frac{\mu^2}{2\lambda}} = \frac{\mathrm{v}}{\sqrt{2}}$$



Iniziamo considerando i termini aggiuntivi della lagrangiana relativi al campo scalare di Higgs.

$L = D^\nu\phi^* D_\nu\phi - \mu^2|\phi|^2 - \lambda(|\phi|^2)^2$

Lo stato di minima energia è lo stato di assenza di particelle, di vuoto, e $\mathrm{v}/\sqrt{2}$ il valore di aspettazione del vuoto.

Scriviamo il campo scalare di Higgs nella forma

$$\phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2}}(\eta(x) + \mathrm{v})\exp(i\vartheta(x))$$

Dove v e $\eta(x)$ sono numeri reali.

Dato che la lagrangiana ha un'invarianza U(1) è possibile effettuare la sostituzione

$$\phi(x) \to \phi(x)\exp\big(-i\vartheta(x)\big) = \frac{1}{\sqrt{2}}(\eta(x) + \mathrm{v})$$

e scrivere la lagrangiana

$L = D^\nu\phi^* D_\nu\phi - \mu^2|\phi|^2 - \lambda(|\phi|^2)^2$

$L = (\partial^\nu - ig_Y B^Y)\phi^*(\partial_\nu + ig_Y B^Y)\phi - \mu^2|\phi|^2 - \lambda(|\phi|^2)^2$

Considerando che v e $\eta(x)$ sono numeri reali

$$L = \frac{1}{2}(\partial^\nu - ig_Y B^Y)(\eta(x) + \mathrm{v})(\partial_\nu + ig_Y B^Y)(\eta(x) + \mathrm{v}) - \frac{1}{2}\mu^2(\eta(x) + \mathrm{v})^2 - \frac{1}{4}\lambda(\eta(x) + \mathrm{v})^4$$

Sviluppando i termini della lagrangiana otteniamo

$$L = \frac{1}{2}(\partial^\nu\eta - ig_Y B^Y\eta - ig_Y B^Y\mathrm{v})(\partial_\nu\eta + ig_Y B^Y\eta + ig_Y B^Y\mathrm{v}) - \frac{1}{2}\mu^2(\eta(x) + \mathrm{v})^2 - \frac{1}{4}\lambda(\eta(x) + \mathrm{v})^4$$

Trascurando i termini di autointerazione fra i campi e le costanti irrilevanti nella lagrangiana

$$L = \frac{1}{2}(\partial^\nu\eta - ig_Y B^Y\mathrm{v})(\partial_\nu\eta + ig_Y B^Y\mathrm{v}) - \frac{1}{2}\mu^2(\eta^2 + 2\eta\mathrm{v}) - \frac{1}{4}\lambda(\eta^4 + 4\eta^3\mathrm{v} + 6\eta^2\mathrm{v}^2 + 4\eta\mathrm{v}^3)$$

$L = \frac{1}{2}[\partial^\nu \eta \partial_\nu \eta + g_Y{}^2 \mathrm{v}^2 (B^Y)^2] - \frac{1}{2}\mu^2\eta^2 - \mu^2 \eta \mathrm{v} - \frac{1}{4}\lambda\eta^4 - \lambda\eta^3\mathrm{v} - \frac{3}{2}\lambda\eta^2\mathrm{v}^2 - \lambda\eta\mathrm{v}^3$

Sostituendo $\mu^2 = -\lambda \mathrm{v}^2$

$L = \frac{1}{2}[\partial^\nu \eta \partial_\nu \eta + g_Y{}^2 \mathrm{v}^2 (B^Y)^2] + \frac{1}{2}\lambda\mathrm{v}^2\eta^2 + \lambda\mathrm{v}^3\eta - \frac{1}{4}\lambda\eta^4 - \lambda\eta^3\mathrm{v} - \frac{3}{2}\lambda\eta^2\mathrm{v}^2 - \lambda\eta\mathrm{v}^3$

$L = \frac{1}{2}[\partial^\nu \eta \partial_\nu \eta + g_Y{}^2 \mathrm{v}^2 (B^Y)^2] - \frac{1}{4}\lambda\eta^4 - \lambda\eta^3\mathrm{v} - \lambda\eta^2\mathrm{v}^2$

Dalla lagrangiana sopra riportata consideriamo il termine

$\frac{1}{2} g_Y{}^2 \mathrm{v}^2 (B^Y)^2$

che fornisce massa $m^2 = g_Y{}^2 \mathrm{v}^2$ al campo B^Y

il termine $\lambda\eta^2\mathrm{v}^2$ che fornisce massa $m^2 = 2\lambda\mathrm{v}^2$ al bosone scalare di Higgs ed infine i termini

$-\frac{1}{4}\lambda\eta^4 - \lambda\eta^3\mathrm{v}$

che forniscono i termini di autointerazione del campo di Higgs.

In modo analogo si procede per il doppietto di Higgs così definito

$\Phi = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{\mathrm{v} + \rho(x)}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \exp(i\vec{\xi}(x)\vec{\tau})$

Effettuando la trasformata di gauge

$\Phi \rightarrow \Phi \exp\left(-i\vec{\xi}(x)\vec{\tau}\right) = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{\mathrm{v} + \rho(x)}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$

A questo punto scriviamo la lagrangiana relativa al doppietto di Higgs

$L = (D^\nu\Phi)^\dagger D_\nu \Phi - \mu^2|\Phi|^2 - \lambda(|\Phi|^2)^2$

e aggiungiamo i termini relativi ai campi bosonici

$L = (D^\nu\Phi)^\dagger D_\nu \Phi - \mu^2|\Phi|^2 - \lambda(|\Phi|^2)^2 - \frac{1}{4}\left(B_{\mu\nu}B^{\mu\nu}\right) - \frac{1}{4}(\overrightarrow{W}_{\mu\nu}\overrightarrow{W}^{\mu\nu})$

Sostituendo la derivata covariante

$D_\mu = \partial_\mu + ig_I\vec{\tau}\overrightarrow{W} + \frac{1}{2}ig_Y Y B^Y$

procedendo come fatto per il bosone scalare e considerando la matrice unitaria che lega i campi B^Y e W^3 al campo elettromagnetico A e al campo generato dal bosone Z

$\begin{pmatrix} A \\ Z \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} cos\vartheta_w & sen\vartheta_w \\ -sen\vartheta_w & cos\vartheta_w \end{bmatrix} \begin{pmatrix} B^Y \\ W^3 \end{pmatrix}$

e

$\begin{pmatrix} B^Y \\ W^3 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} cos\vartheta_w & -sen\vartheta_w \\ sen\vartheta_w & cos\vartheta_w \end{bmatrix} \begin{pmatrix} A \\ Z \end{pmatrix}$

si ottiene dallo sviluppo della lagrangiana a meno dei termini di interazione tra i campi l'espressione

$L = \frac{1}{2}\partial^\nu\rho\partial_\nu\rho - \lambda\mathrm{v}^2\rho^2 - \frac{1}{4}W^1{}_{\mu\nu}W^{1\mu\nu} - \frac{1}{4}W^2{}_{\mu\nu}W^{2\mu\nu} - \frac{1}{4}Z_{\mu\nu}Z^{\mu\nu} - \frac{1}{4}A_{\mu\nu}A^{\mu\nu} +$

$-\frac{1}{8}g_I{}^2\mathrm{v}^2W^1{}_\mu W^{1\mu} - \frac{1}{8}g_I{}^2\mathrm{v}^2W^2{}_\mu W^{2\mu} - \frac{g_I{}^2\mathrm{v}^2}{8cos^2\vartheta_w}Z_\mu Z^\mu$

da cui si ricava la massa dei bosoni $W^1 \; e \; W^2$ pari a

$\frac{g_I \mathrm{v}}{2}$

la massa nulla del fotone (campo A)

la massa del bosone Z pari a

$\frac{g_I \mathrm{v}}{2cos\vartheta_w}$

la massa del bosone di Higgs pari a $\sqrt{2\lambda\mathrm{v}}$.