Modello di Bohr dell'atomo di idrogeno

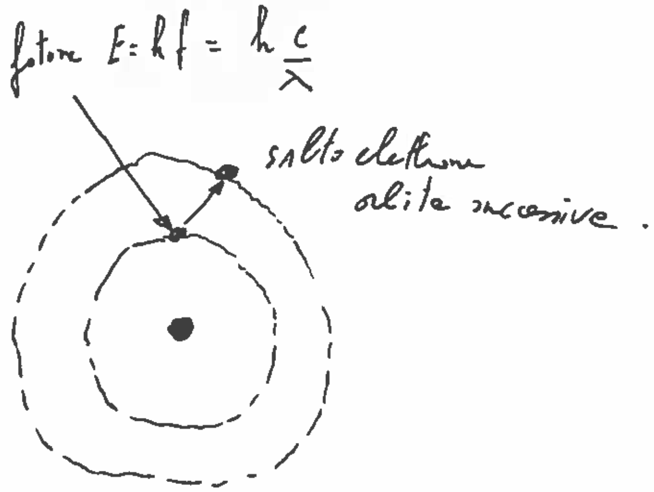
Atomo di Bohr e spettro di emissione

Agli inizi del '900 l'ipotesi di un modello atomico costituito da protoni al centro e elettroni rotanti su orbite esterne analogamente ad un sistema planetario dovette essere presto abbandonato.
Un'importante incongruenza di questo modello è dovuta al fatto che gli elettroni orbitanti sono cariche elettriche soggette ad accelerazioni centrifughe.
Tali accelerazioni provocano delle onde elettromagnetiche che disperdono energia perciò entro pochi secondi gli elettroni orbitanti dovrebbero collassare sul nucleo.

L'ipotesi di quantizzazione dell'energia, tuttavia, metteva il modello a riparo da questo pericolo.

Gli elettroni orbitano ~~xx~~ conservando un'energia discreta e ben definita.

Il passaggio da un'orbita all'altra avviene per salti discreti quando dei fotoni incidenti, cedono agli elettroni il gap di energia mancante secondo la legge $\Delta E = hf$.



Uno dei più grandi successi della quantizzazione dell'energia fu la possibilità di descrivere lo spettro di emissione dell'atomo di idrogeno cioè le lunghezze d'onda dei fotoni che, dopo aver assorbito o ceduto energia agli elettroni, permettendo il passaggio da un orbitale ad un altro vengono rilevati su uno schermo.

La formula di Rydberg-Ritz è la seguente:

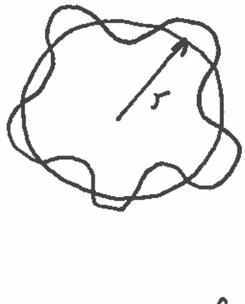
$$\boxed{\frac{1}{\lambda_{mn}} = R\left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2}\right) \qquad \text{con } n > m \quad R = \text{costante}}$$

Cerchiamo di seguito di dare una spiegazione teorica di questo fenomeno utilizzando l'aspetto corpuscolare delle onde.

1) Secondo de Broglie ad una quantità di moto p è associabile un'onda la cui lunghezza vale $p = \frac{h}{\lambda}$

Consideriamo un elettrone orbitante su una circonferenza di raggio r.

Poiché la circonferenza deve essere un multiplo della lunghezza d'onda deve valere la relazione



$$2\pi r = n\lambda$$

e ancora $$2\pi r = n\frac{h}{p} = n\frac{h}{mv}$$

$$\boxed{mvr = \frac{nh}{2\pi} = n\hbar}$$

Dall'ipotesi di de Broglie si ricava immediatamente la legge di conservazione del momento angolare

$$\boxed{m v r = L = n\hbar}$$

da cui ricavo $r = \dfrac{n\hbar}{m v}$ (*)

2) Scriviamo ora l'energia per l'atomo (Z = 1 atomo di idrogeno) $\left(K = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\right)$

$$E = \frac{1}{2} m v^2 - \frac{K Z e^2}{r} \quad (*)(*)$$

3) Uguagliando la forza centrifuga alla forza coulombiana ricavo la velocità in funzione del raggio

$$\frac{K Z e^2}{r^{\cancel{2}}} = \frac{m v^2}{\cancel{r}} \Rightarrow \begin{cases} v = \left(\dfrac{K Z e^2}{r\, m}\right)^{\frac{1}{2}} \quad (*)(*)(*) \\ \dfrac{1}{2} m v^2 = \dfrac{1}{2} \dfrac{K Z e^2}{r} \end{cases}$$

Sostituendo $\frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} \frac{KZe^2}{r}$ nella (*)(*)

$$E = \frac{1}{2}\frac{KZe^2}{r} - \frac{KZe^2}{r} = -\frac{KZe^2}{2r} \quad (****)$$

1) Ricavo la quantizzazione del raggio degli orbitali

$$r = \frac{n\hbar}{mv} = \frac{n\hbar}{m}\left(\frac{r m}{KZe^2}\right)^{\frac{1}{2}}$$

elevando al quadrato

$$r^{\cancel{2}} = \frac{n^2 \hbar^2}{m^{\cancel{2}}}\frac{\cancel{r}\,\cancel{m}}{KZe^2}$$

$$\frac{1}{r} = \frac{KZme^2}{n^2\hbar^2}$$

5) Ricavo la quantizzazione dell'energia

$$E = -\frac{kZe^2}{2}\,\frac{kZme^2}{n^2\hbar^2} = -\frac{E_0 Z^2}{n^2} \qquad n = 1, 2 \ldots K$$

c) Ma $h f = E_{n_i} - E_{n_j} = E_0 Z^2 \left(\frac{1}{n_j^2} - \frac{1}{n_i^2}\right)$

ricordando che $f = \frac{c}{\lambda}$

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{E_0 Z^2}{hc}\left(\frac{1}{n_j^2} - \frac{1}{n_i^2}\right)$$