

Serie di Dyson per una particella

---

di Dirac

---

## Evoluzione dell'equazione di Dirac in un campo esterno e sviluppo perturbativo di Dyson

(22)

Di seguito vogliamo scrivere l'equazione di una  
particella di Dirac che si muove in un campo  
elettromagnetico esterno.

Partiamo dall'equazione delle particelle libere

$$(i\hat{\partial}_\mu - m)\psi = 0$$

Si sostituisce alle derivate

$$\hat{\partial}_\mu \rightarrow \hat{\partial}_\mu + ie\hat{A}_\mu \quad \text{secondo quanto richiesto}$$

dalla sostituzione minimale.

Si ottiene

$$(i\hat{\partial}_\mu - m)\psi = e\hat{A}_\mu\psi$$

l'equazione non omogenea per l'introduzione del potenziale d'interazione può essere risolta tramite successive approssimazioni usando la teoria perturbativa proposta da Dyson.

### 1) Approssimazione al I ordine

$$i \hat{\mathcal{D}}_{\mu} \psi^{(1)} - m \psi^{(1)} = e \hat{A}_{\mu} \psi^{(1)} \quad (1)$$

dove l'apice (1) indica l'approssimazione del primo ordine.

Indicando con  $\psi^{(0)}$  l'equazione delle particelle libere

In prima approssimazione l'equazione (1) diventa

$$\boxed{i \hat{\mathcal{D}}_{\mu} \psi^{(1)} - m \psi^{(1)} = e \hat{A}_{\mu} \psi^{(0)}} \quad (2)$$

Se considero

$$\psi^{(1)} = e \hat{A}_\mu \psi^{(0)} + \psi^{(0)}$$

approssimazione del primo ordine della funzione  $\psi$

Sostituendo nella (1) verifico l'uguaglianza

$$\begin{aligned} i \hat{J}_\mu (e \hat{A}_\mu \psi^{(0)} + \psi^{(0)}) - m (e \hat{A}_\mu \psi^{(0)} + \psi^{(0)}) &= \\ = e \hat{A}_\mu \psi^{(0)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} i \hat{J}_\mu e \hat{A}_\mu \psi^{(0)} + \cancel{i \hat{J}_\mu \psi^{(0)}} - m e \hat{A}_\mu \psi^{(0)} - \cancel{m \psi^{(0)}} &= \\ = e \hat{A}_\mu \psi^{(0)} \end{aligned}$$

$$i \hat{J}_\mu (e \hat{A}_\mu \psi^{(0)}) - m (e \hat{A}_\mu \psi^{(0)}) = e \hat{A}_\mu \psi^{(0)}$$

Da cui ricavo che

$$\psi^{(1)} = \psi^{(0)} + e \hat{A}_\mu \psi^{(0)}$$