Matrice di Scattering e diagrammi di Feynman per interazione tra due particelle di Dirac (fermioni)

Matrice di Scattering

L'ampiezza di transizione $\langle \psi_f | S | \psi_i \rangle$ non ha un significato fisico ma il suo quadrato

$$|\langle \psi_f | S | \psi_i \rangle|^2 \cdot \frac{1}{T} = w$$

rappresenta la probabilità di transizione tra due stati discreti per unità di tempo.

Per avere la probabilità di transizione in uno stato continuo occorre moltiplicare per la densità di stato $\frac{V\, d^3p''}{(2\pi)^3}$.

Infine la sezione d'urto è definita come la probabilità di transizione per unità di tempo diviso il flusso delle particelle incidenti

$\left(\frac{v_{rel}}{V} = \frac{\text{velocità relativa}}{V} \right)$ diventa

$$d\sigma = w \frac{V}{v_{rel}} \prod_{out} \frac{V \, d^3p}{(2\pi)^3}$$

$$\langle \psi_f | S | \psi_i \rangle = (2\pi)^4 \delta^4\left(\sum_{in} \vec{p}_{in} - \sum_{out} \vec{p}_{out}\right) \prod_{\substack{\text{fermioni} \\ \text{esterni}}} \sqrt{\frac{m}{EV}} \, M$$

dove M detta ampiezza di Feynmann nel caso di fermioni è così definita:

1) Per ogni linea fermionica esterna entrante o uscente aggiungere un fattore

$u_{in}(p)$ e $\bar{u}_{out}(p)$

2) Per ogni linea fotonica interna aggiungere il fattore

$-i g^{\mu\nu}/q^2$ (propagatore fotonico)

3) Per ogni linea fermionica interna aggiungere il fattore $i \dfrac{(\hat{q}-m)}{q^2-m^2}$ (propagatore fermionic)

4) Per ogni vertice spinoriale aggiungere un fattore $-ie\gamma_\mu$.

Si dimostra che $\left|(2\pi)^4 \delta\left(\sum_{in} \vec{p}_{in} - \sum \vec{p}_{out}\right)\right|^2 =$

$= TV(2\pi)^4\left(\sum_{in} \vec{p}_{in} - \sum_{out} \vec{p}_{out}\right)$

La probabilità di transizione per unità di tempo tra due stati discreti vale

$$W = |\langle \psi_f | S | \psi_i \rangle|^2 \frac{1}{T} = V(2\pi)^4 \delta^4\left(\sum_{in} \vec{p}_{in} - \sum_{out} \vec{p}_{out}\right) \prod_{\substack{\text{fermioni}\\\text{esterni}}} \frac{m}{VE} |M|^2$$

Per avere la transizione tra due stati continui occorre moltiplicare per la densità di stati $\dfrac{V d^3 p}{(2\pi)^3}$.

La sezione d'urto è definita come la probabilità (5)

per unità di tempo di transizione diviso il

flusso di particelle incidenti.

Il flusso vale $\frac{v_{relativa}}{V}$

$$d\sigma = w \frac{V}{v_{rel}} \prod_{\substack{\text{fermioni} \\ \text{out}}} \frac{V \, d^3 p}{(2\pi)^3}$$