

A.A. 2019-2020



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI NAPOLI FEDERICO II

FACOLTÀ DI INGEGNERIA
CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA INFORMATICA

TESINA DI FONDAMENTI DI SISTEMI DINAMICI

Tool usati nella tesina:



GIUSEPPE RICCIO
MATRICOLA: N46004297

INDICE

PREFAZIONE	3
OBIETTIVO DELLA TRATTAZIONE	3
RINGRAZIAMENTI	3
1 TRASFORMATORE ELETTRICO	4
1.1 INTRODUZIONE.....	4
1.2 MODELLO MATEMATICO.....	5
1.3 SCHEMA SIMULINK E SIMULAZIONI	7
2 RETI SEQUENZIALI E CONTATORI	12
2.1 INTRODUZIONE.....	12
2.2 ELEMENTI DI MEMORIA.....	12
2.3 CONTATORI.....	13
2.4 CONTATORE DECIMALE MODULO 100.....	13
2.4.1 MODELLO LOGICO.....	13
2.4.2 SCHEMA SIMULINK E SIMULAZIONE	15
2.5 *NUOVO* - CONTATORE DECIMALE MODULO 1000	17
2.5.1 MODELLO LOGICO.....	17
2.5.2 SCHEMA SIMULINK E SIMULAZIONE	18
3 ANTIFURTO.....	20
3.1 INTRODUZIONE.....	20
3.2 MODELLO LOGICO	20
3.3 SCHEMA SIMULINK E SIMULAZIONI	22
4 FORNO ELETTRICO	24
4.1 INTRODUZIONE.....	24
4.2 MODELLO MATEMATICO.....	24
4.3 SCHEMA SIMULINK E SIMULAZIONI	26
5 PIANO DI AMMORTAMENTO DI UN MUTUO	32
5.1 INTRODUZIONE.....	32
5.2 PIANO DI AMMORTAMENTO ALLA FRANCESE DI UN MUTUO	32
5.2.1 MODELLO MATEMATICO.....	32
5.2.2 SIMULAZIONE MATLAB	34
5.3 PIANO DI AMMORTAMENTO ITALIANO DI UN MUTUO	35
5.3.1 MODELLO MATEMATICO.....	35
5.3.2 SIMULAZIONE MATLAB	37
6 ROBOT PLANARE	38
6.1 INTRODUZIONE.....	38
6.2 MODELLO CINEMATICO DI UN ROBOT PLANARE A DUE GRADI DI LIBERTÀ	39

6.3	MODELLO DINAMICO DI UN ROBOT PLANARE A DUE GRADI DI LIBERTÀ	
		41
6.4	SIMULAZIONE MATLAB	43
7	RISCALDAMENTO BILOCALE.....	47
7.1	INTRODUZIONE.....	47
7.2	MODELLO MATEMATICO.....	47
7.3	SCHEMA SIMULINK E SIMULAZIONI	49
8	ALIMENTATORE PER RETI ELETTRICHE.....	52
8.1	INTRODUZIONE.....	52
8.2	MODELLO MATEMATICO.....	53
8.3	SCHEMA SIMULINK E SIMULAZIONE.....	54
9	SERRATURA A COMBINAZIONE	58
9.1	INTRODUZIONE.....	58
9.2	MODELLO LOGICO/MATEMATICO.....	59
9.3	SCHEMA SIMULINK E SIMULAZIONE.....	61
9.4	MODELLO LOGICO/MATEMATICO – MODIFICATO.....	64
9.5	SCHEMA SIMULINK E SIMULAZIONE - MODIFICATO.....	65
10	DRONE.....	67
10.1	INTRODUZIONE.....	67
10.2	MODELLO MATEMATICO.....	69
10.3	SCHEMA SIMULINK E SIMULAZIONE	71

PREFAZIONE

OBIETTIVO DELLA TRATTAZIONE

In questa tesina verranno trattati problemi reali ai quali, attraverso un rigoroso processo di studio e di controllo, si cercherà di pervenire ad una soluzione che sia la più efficiente ed efficace possibile.

A tal fine, si farà uso della libreria software Matlab/Simulink fornita dagli autori G. & L. Celentano, oltre al supporto dei volumi I e II anch'essi scritti dai suddetti autori.

L'approccio ad ogni singolo problema seguirà i medesimi passi, vale a dire, che si seguirà la seguente tecnica:

- **Modellistica:** sarà analizzato il fenomeno dapprima attraverso un formalismo matematico che ci permetterà di scrivere le equazioni che lo caratterizzano;
- **Simulazione:** il modello matematico a questo punto viene tradotto in un modello logico (pratico), con il quale fare delle prove sperimentali per verificare il comportamento del sistema in determinate condizioni, in questa fase ci serviremmo dei grafici e delle simulazioni fornite da Matlab.

Ovviamente, entrambe le fasi saranno corredate di ulteriori schemi e illustrazioni che permetteranno di concentrarci meglio sul comportamento del modello, quindi, adesso siamo pronti per affrontare lo studio dei casi reali a cui ognuno di noi può trovarsi di fronte nella vita.

RINGRAZIAMENTI

Tuttavia, prima di iniziare intendo porgere i miei ringraziamenti al Prof. Ing. Giovanni Celentano, che durante un periodo così duro sia economicamente che culturalmente per la Nostra Italia, è ancora capace di trasmettere in noi la passione per lo studio e l'approfondimento di una materia così varia ed interessante, perché capace di fornire soluzioni a problemi di ogni genere dall'informatica alla biomedica, passando per le telecomunicazioni.

1 TRASFORMATORE ELETTRICO

1.1 INTRODUZIONE

Il trasformatore elettrico è un doppio bipolo che consente di innalzare ed abbassare, in maniera efficiente e senza eccessive perdite, il valore della tensione. Grazie a questa sua caratteristica è ampiamente utilizzato lungo le linee di trasmissione dell'energia elettrica al fine di abbassare il valore della corrente che circola lungo di esse. Infatti, se circolassero correnti troppo elevate avremmo delle potenze perdute, a causa dell'effetto Joule, non trascurabili, ciò non toglie che spesso viene usato anche per adattare un generico carico ad un generatore o amplificatore.

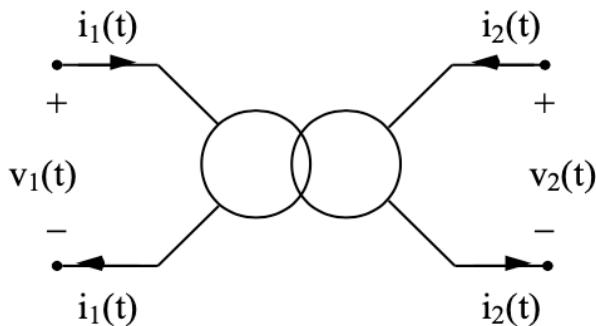


Figura 1.1: simbolo circuitale del trasformatore

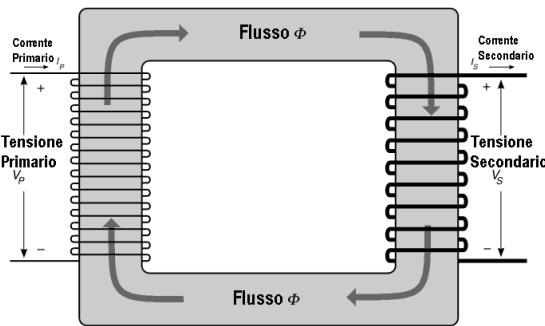


Figura 1.2: rappresentazione grafica del trasformatore

Da un punto di vista circuitale, il trasformatore può essere visto come in Figura 1.1, tuttavia, a noi interessa capire il suo utilizzo pratico nel trasporto dell'energia elettrica e per questo è più interessante vederlo come in Figura 1.2, ovvero come due avvolgimenti attorno ad un nucleo ferromagnetico, si sceglie tale materiale per la sua capacità di trattenere gran parte del campo di induzione magnetica al suo interno.

I trasformatori sono macchine elettriche statiche ad elevato rendimento, fino al 99%, rendimento che viene definito come di seguito:

$$\eta = \frac{\text{Potenza in uscita}}{\text{Potenza in ingresso}} = \frac{P_{us}}{P_{in}} \quad (1.1)$$

Tuttavia, il rapporto (1.1) è difficile da misurare con precisione, infatti spesso capitava che alcuni strumenti facessero degli errori di misura in eccesso sulla potenza in uscita ed errori di misura in difetto per la potenza in ingresso, portando dunque ad un rendimento maggiore di 1, il che è impossibile. Allora la precedente formula può essere riscritta come il rapporto:

$$\eta = \frac{P_{us}}{P_{us} + P_{cu} + P_{fe}} \quad (1.2)$$

Nella formula (1.2), al numeratore abbiamo la potenza in uscita, mentre al denominatore, la potenza in ingresso viene calcolata come la somma della potenza in uscita e delle potenze perdute rispettivamente nel rame e nel ferro del trasformatore.

1.2 MODELLO MATEMATICO

Per studiare il trasformatore elettrico monofase, prenderemo in esame un circuito equivalente come quello in Figura 1.3, in cui R_0 , R_1 , R_2 rappresentano rispettivamente la resistenza dovuta alle perdite del ferro (per isteresi e correnti parassite), la resistenza dell'avvolgimento primario e quella dell'avvolgimento secondario.

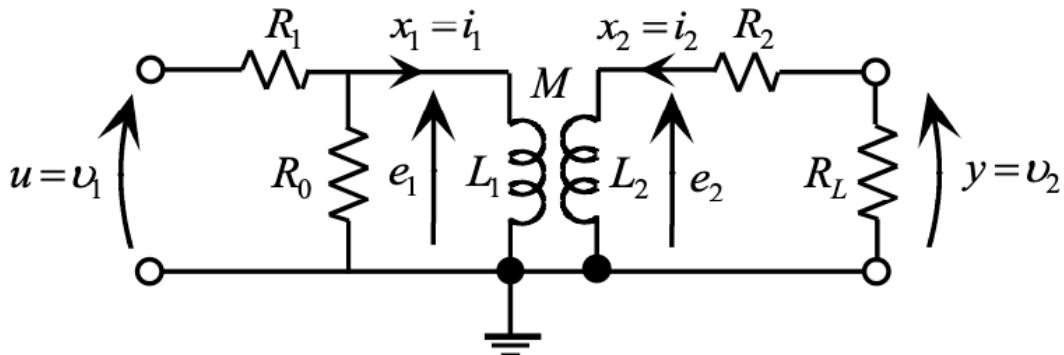


Figura 1.3: circuito equivalente di un trasformatore

Dall'osservazione del circuito possiamo notare come il trasformatore è costituito da due circuiti mutuamente accoppiati. Se le due spire fossero poste a grande distanza, i campi magnetici sostenuti da una spira non interagiscono con quelli dell'altra. In questa situazione, ai capi delle due spire si raccoglieranno le tensioni:

$$v_1 = L_1 \frac{dx_1}{dt} = L_1 \dot{x}_1, \quad v_2 = L_2 \frac{dx_2}{dt} = L_2 \dot{x}_2$$

Questa formula non ci dice nulla di nuovo, infatti era già noto che ai capi di un induttore percorso da una corrente variabile dovesse manifestarsi una tensione variabile, da notare come i coefficienti di autoinduzione L_1 e L_2 siano entrambi positivi.

Adesso, se si avvicinano i due avvolgimenti, notiamo che i campi prodotti dalle due spire interagiranno ed alle due precedenti tensioni si sommeranno due nuovi contributi, che rappresentano i contributi di mutua induzione, avremo dunque la seguente situazione:

$$\begin{cases} v_1 = L_1 \dot{x}_1 + M_{12} \dot{x}_2 \\ v_2 = M_{21} \dot{x}_1 + L_2 \dot{x}_2 \end{cases}$$

In questa nuova espressione sono stati introdotti i cosiddetti coefficienti di mutua induzione M_{12} e M_{21} , che a differenza dei coefficienti di autoinduzione che sono sempre positivi, possono essere sia negativi che positivi a seconda dei versi scelti per le correnti. Tuttavia, accade che le due induttanze mutue M_{12} e M_{21} siano uguali, quindi chiameremo tale coefficiente M . La dimostrazione di tale affermazione discende direttamente dalla condizione di differenziabilità dato che l'energia non può dipendere dal percorso seguito, bensì dipende unicamente dalle condizioni iniziali e finali in cui si porta.

Adesso ci chiediamo se esiste qualche legame per descrivere l'accoppiamento mutuo, partiamo, quindi, dal considerare l'energia elementare:

$$dU_a = L_1 x_1 \dot{x}_1 + L_2 x_2 \dot{x}_2 + M(x_1 \dot{x}_2 + x_2 \dot{x}_1)$$

Integrando membro a membro, a meno di una costante di integrazione, che si assume nulla quando le correnti sono nulle, l'energia assorbita dal trasformatore al generico istante t di funzionamento è:

$$U_a(t) = \frac{1}{2} L_1 x_1^2(t) + M(x_1(t)x_2(t)) + \frac{1}{2} L_2 x_2^2(t)$$

Essendo il trasformatore in esame passivo, questa energia deve descrivere una quantità che non cambi segno e che risulti sempre positiva, allora riscriviamo l'espressione precedente come un trinomio di terzo grado:

$$y = 2 \frac{U_a(t)}{L_1 x_1^2(t)} = 1 + 2 \frac{M}{L_1} \frac{x_2(t)}{x_1(t)} + \frac{L_2}{L_1} \frac{x_2^2(t)}{x_1^2(t)}$$

Affinché questa quantità sia sempre positiva, al più nulla, il discriminante del trinomio deve essere non positivo:

$$M^2 \leq L_1 L_2 \quad (1.3)$$

Nel caso limite di accoppiamento perfetto ($M = \sqrt{L_1 L_2}$) tra avvolgimento primario ed avvolgimento secondario e $R_1 = R_2 = 1/R_0 = 0$, si ha:

$$v_1 = e_1 = L_1 \dot{x}_1 + M \dot{x}_2, \quad v_2 = e_2 = M \dot{x}_1 + L_2 \dot{x}_2$$

Ponendo:

$$\frac{M}{L_2} = \frac{L_1}{M} = \frac{N_1}{N_2} = n$$

In cui N_1 e N_2 sono le spire dell'avvolgimento primario e di quello secondario ed n è il cosiddetto *rapporto di trasformazione*, si ha anche:

$$v_1 = L_1 \dot{x}_1 + n L_2 \dot{x}_2, \quad v_2 = \frac{L_1}{n} \dot{x}_1 + L_2 \dot{x}_2 = \frac{1}{n} (L_1 \dot{x}_1 + n L_2 \dot{x}_2) \Rightarrow$$

$$\frac{v_1}{v_2} = n, v_1 i_1 = v_2 (-i_2), \frac{i_1}{-i_2} = \frac{1}{n}, R_L = \frac{v_1}{i_1} = \frac{n v_2}{-i_2/n} = n^2 R_L$$

Nel caso di *accoppiamento non perfetto* ($M < \sqrt{L_1 L_2}$) si ha:

$$u = R_1 (x_1 + \frac{L_1 \dot{x}_1 + M \dot{x}_2}{R_0}) + L_1 \dot{x}_1 + M \dot{x}_2$$

$$M \dot{x}_1 + L_2 \dot{x}_2 = (R_2 + R_L) x_2$$

Riscrivendo le equazioni in forma matriciale, avremo:

$$P\dot{x} = \begin{bmatrix} \frac{R_1 L_1}{R_0} + L_1 & \frac{R_1 M}{R_0} + M \\ M & L_2 \end{bmatrix} \dot{x} = Qx + Ru = \begin{bmatrix} -R_1 & 0 \\ 0 & R_2 + R_L \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} u. \quad (1.4)$$

Quindi dalla (1.4), si ha:

$$\dot{x} = P^{-1}Qx + P^{-1}Ru = Ax + Bu, \quad y = [0 \quad -R_L]x \quad \text{o} \quad y = \begin{bmatrix} v_2 \\ i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -R_L \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} x. \quad (1.5)$$

1.3 SCHEMA SIMULINK E SIMULAZIONI

Attraverso il codice Matlab del programma: “**s_trasformatore.m**”, fornito dagli autori, riscriviamo le matrici che caratterizzano il modello del trasformatore elettrico. In particolare, i parametri di funzionamento scelti per la simulazione di tale trasformatore sono i seguenti:

$$\begin{aligned} R_1 &= 2 \Omega & L_1 &= 5 \text{ H} \\ R_2 &= 0.025 \Omega & L_2 &= 0.0595 \text{ H} \\ M &= 0.97\sqrt{L_1 L_2} = 0.52865 \\ n &= L_1 / M = 9.174 \\ R_0 &= 5000 \Omega \\ R_L &= 2.5 \Omega \end{aligned}$$

Di seguito viene mostrato il codice che permette di trascrivere il modello matematico del trasformatore all'interno di Matlab, al fine di simulare e fare prove sperimentali su di esso.

```
%%%%%%
%%% Simula un trasformatore per diverse tensioni di ingresso ***
%%% e determina la risposta in frequenza
%%%%%
%%% Autori: G. e L. Celentano
clc, close all, clear all

R1=2;L1=5;
R2=0.025;L2=0.0595;
M=0.97*sqrt(L1*L2);
n=L1/M;
R0=5e3;

RL=2.5;

P=[R1*L1/R0+L1 R1*M/R0+M; M L2];
Q=[-R1 0;0 -R2-RL];
R=[1 0 ]';
```

Ora, attraverso le matrici calcolate con il precedente software, possiamo simulare il nostro trasformatore attraverso lo schema Simulink “**trasformatore.mdl**”, illustrato in Figura 1.4, nella simulazione si procederà all’analisi di tre diverse tensioni che verranno man mano poste in ingresso al trasformatore attraverso l’utilizzo di un Multiport Switch, e si osserveranno le caratteristiche delle tensioni in uscita. Il tempo di simulazione è di 0.1s.

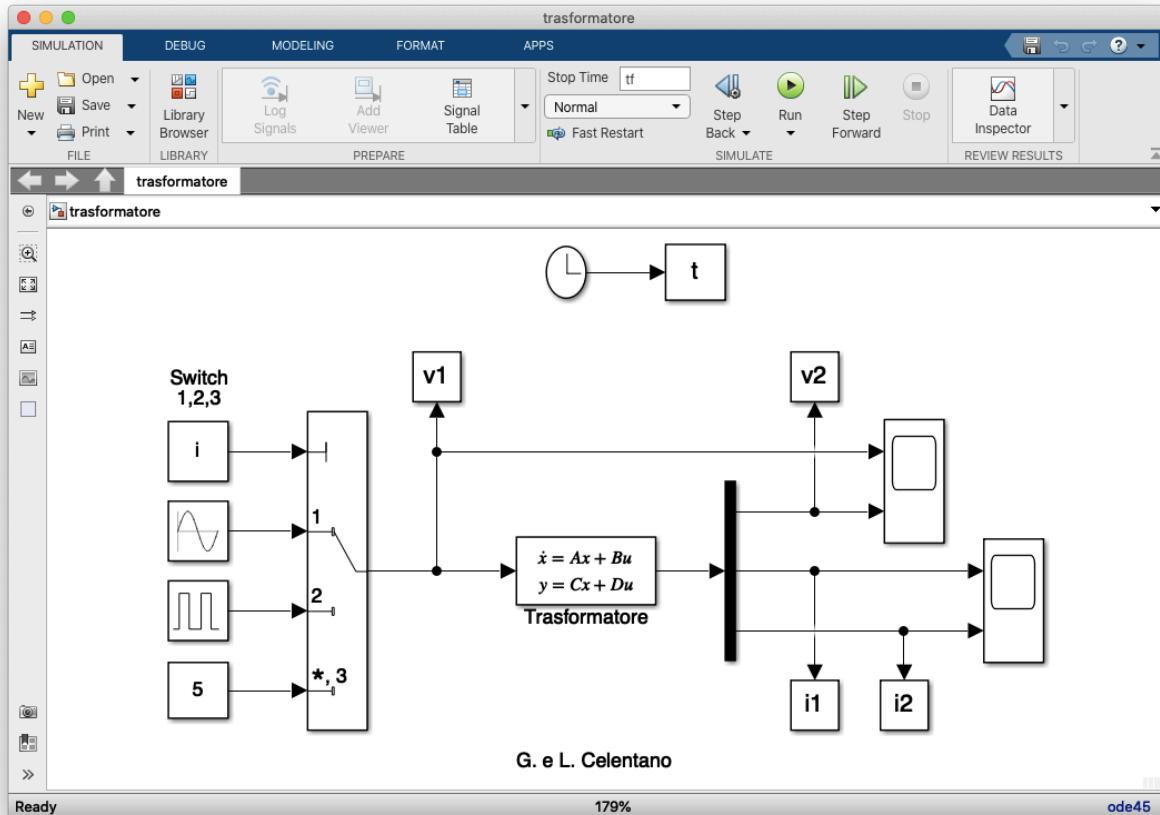


Figura 1.4: modello Simulink del trasformatore

CASO 1 - Tensione in ingresso pari ad una sinusoide di ampiezza $220\sqrt{2}$ V, frequenza di 50Hz e fase di $\frac{\pi}{4}$.

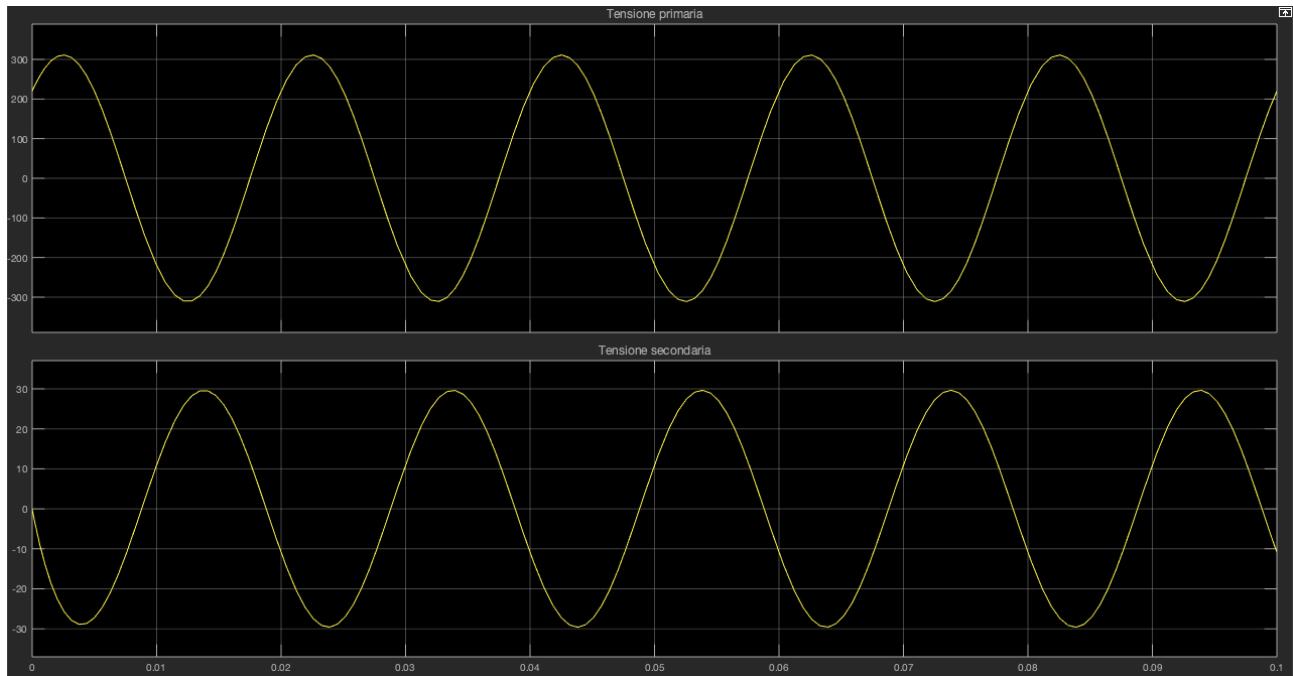


Figura 1.5: Tensione al primario ed al secondario

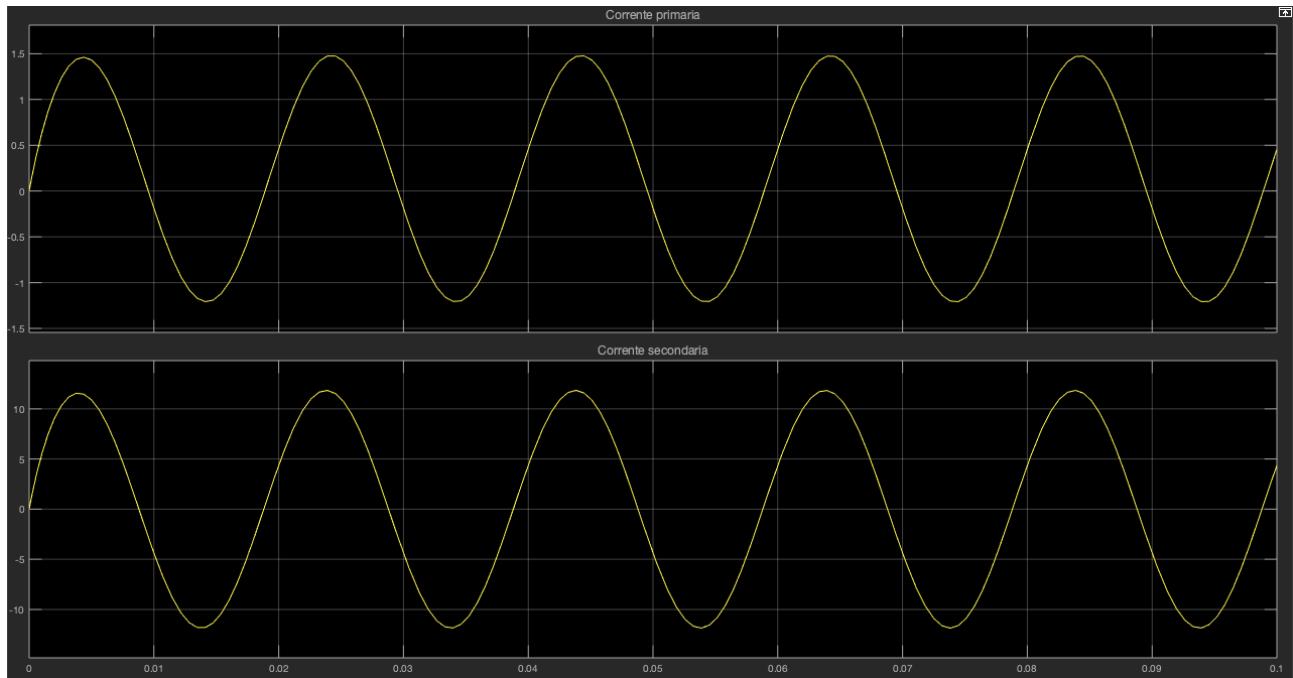


Figura 1.6: Corrente al primario ed al secondario

Come si può notare dalla Figura 1.5 ad una tensione in ingresso con ampiezza $220\sqrt{2}$ V e fase di $\frac{\pi}{4}$, corrisponde in uscita una tensione sinusoidale con ampiezza 30 V ed una fase di π . Al contrario, la corrente al primario ha un'ampiezza di circa 1.5 A, mentre, quella al secondario ha un'ampiezza di circa 12 A, ciò era intuibile dovendo essere la potenza costante, a meno di piccole perdite dovuto alle resistenze.

CASO 2 – Tensione in ingresso pari ad un'onda quadra di ampiezza 100V, periodo 0.02s.

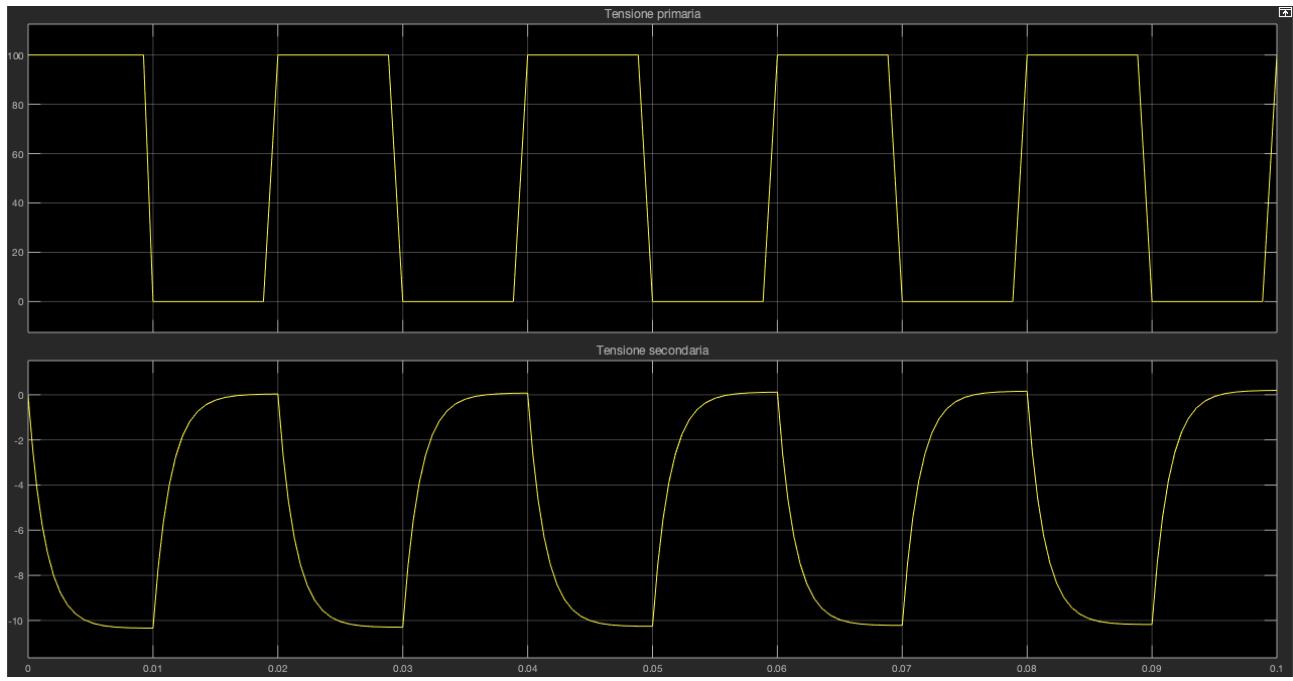


Figura 1.7: Tensione al primario ed al secondario

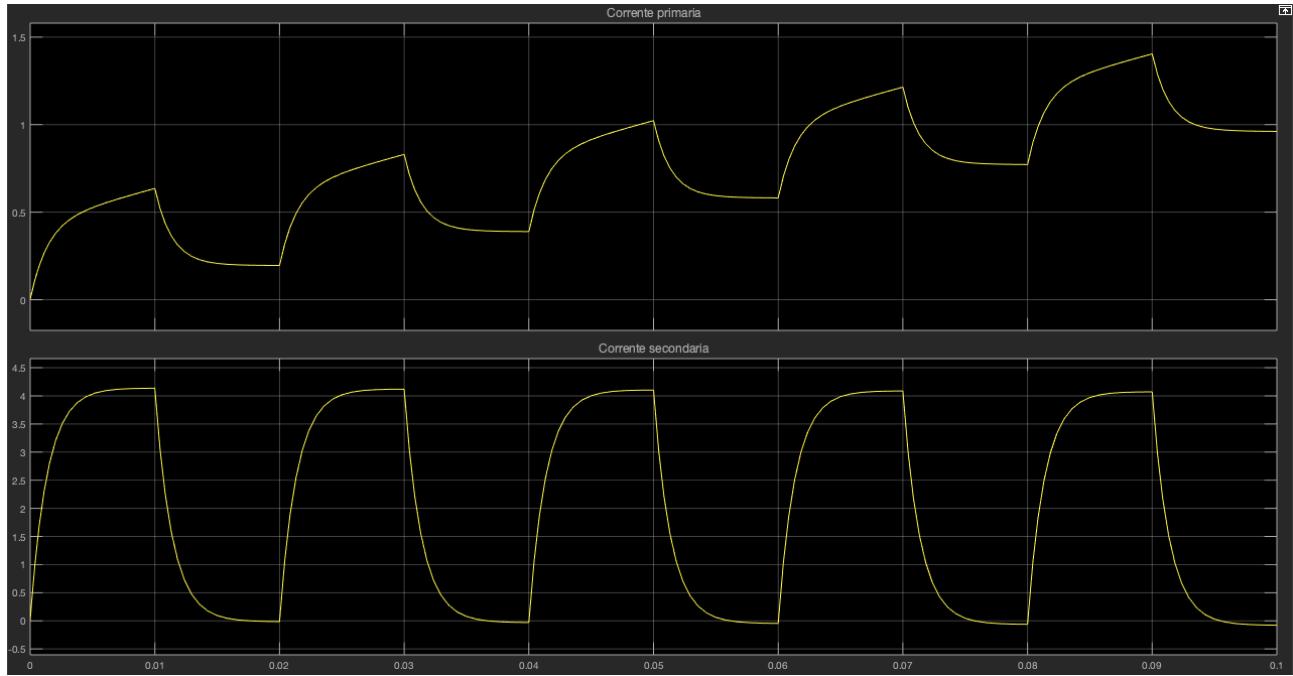


Figura 1.8: Corrente al primario ed al secondario

Anche in questo caso abbiamo che la tensione al primario è più grande della tensione al secondario che viene abbassata di un fattore -0.1, notando anche che ci sono delle salite della tensione al secondario quando la tensione al primario è in discesa. La corrente, invece, viene amplificata, l'andamento è all'incirca quello di un'onda quadra con ampiezza al secondario di 4A. Quello che ci balza subito all'occhio, però, è la corrente al primario che segue un andamento crescente, infatti, partendo da un valore nullo la sua ampiezza cresce fino a raggiungere circa 1.5 A.

CASO 3 - Tensione in ingresso di valore costante 50V e simulazione 10s

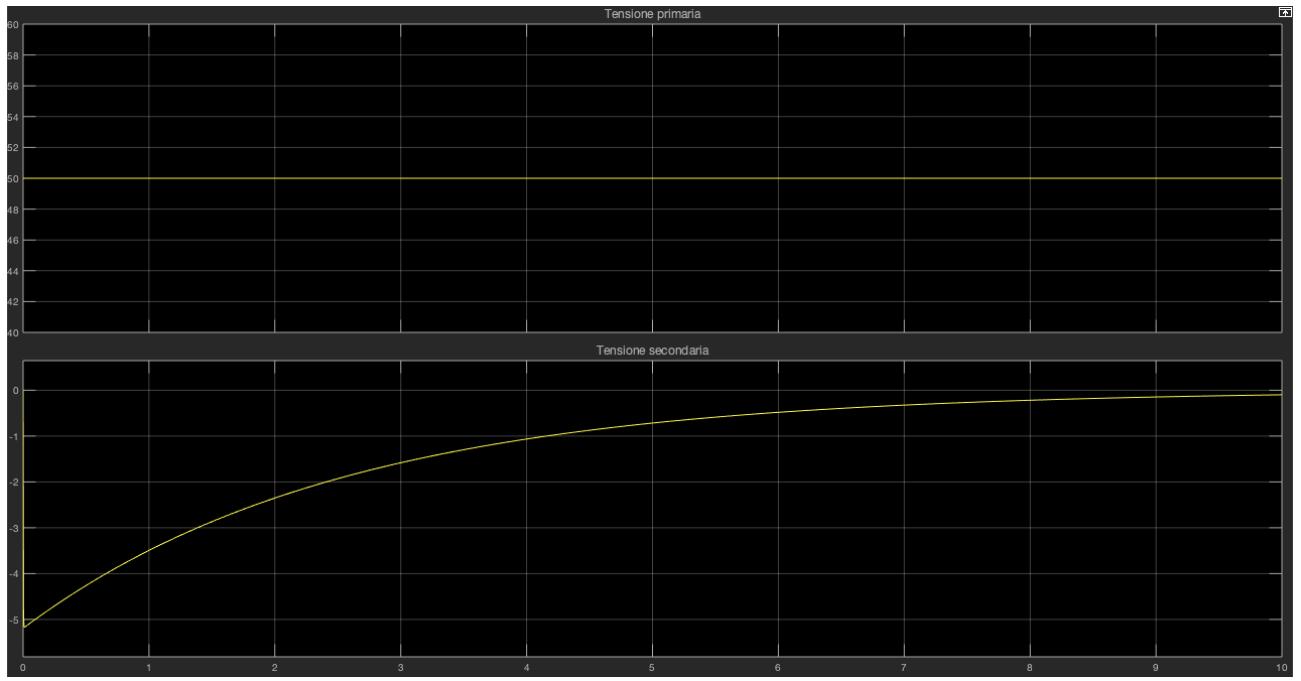


Figura 1.9: Tensione al primario ed al secondario

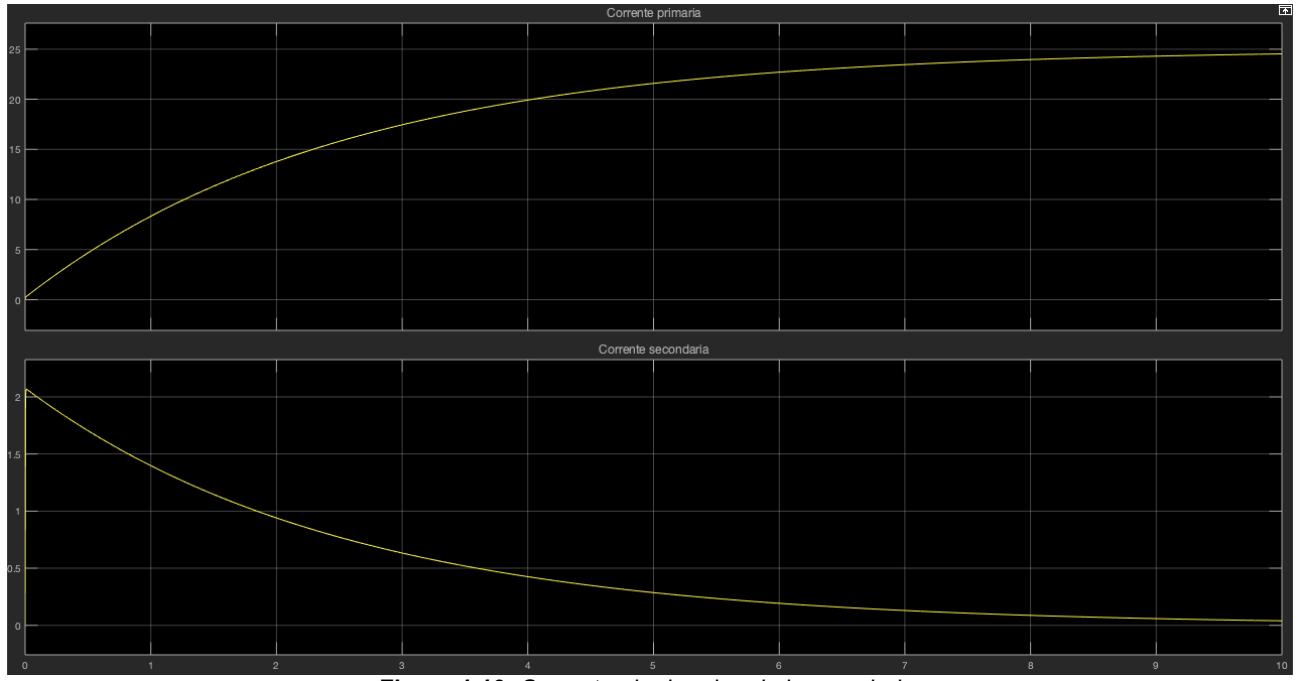


Figura 1.10: Corrente al primario ed al secondario

Dalla Figura 1.9, si evince che mettendo in ingresso una tensione costante di 50V, in uscita si ha una tensione che all'istante iniziale è -5V, per effetto del salto della tensione in ingresso da 0V a 100V, e che pian piano va asintoticamente a zero. La corrente al primario parte da un valore nullo per poi portarsi a regime circa dopo circa 8-9s ad un valore di 25 A, mentre, al contrario la corrente al secondario dopo un valore iniziale di 2 A decade a zero dopo circa 8-9s, ciò è causato dal fatto che il sistema è a regime e, quindi, non ci sono campi di induzione magnetica.

2 RETI SEQUENZIALI E CONTATORI

2.1 INTRODUZIONE

In molti casi è necessario progettare reti logiche **sequenziali**, ovvero dotate di memoria, in cui l'uscita in un determinato istante non è funzione soltanto del valore degli ingressi applicati in quell'istante, ma anche di ingressi applicati in istanti precedenti. Allora risulta chiaro il bisogno di cercare un approccio in grado di costruire reti sequenziali complesse, formate da reti combinatorie (senza memoria) e circuiti elementari dotati di memoria.

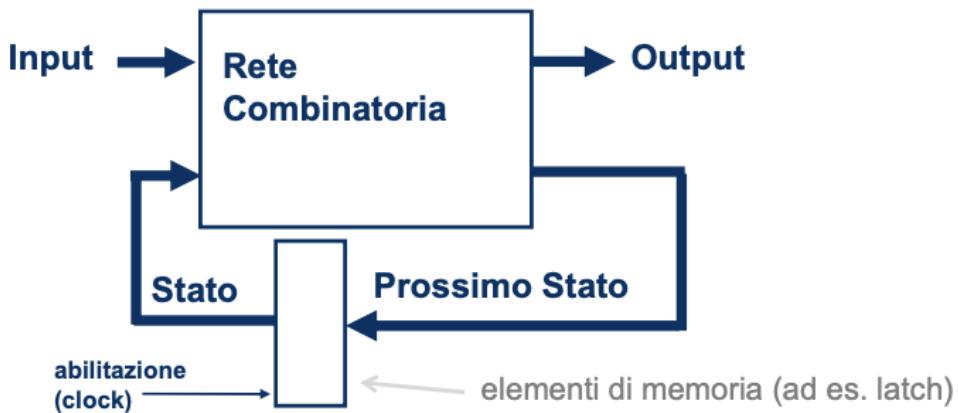


Figura 2.1: Macchina sequenziale

Come si evince, dunque, dalla Figura 2.1 una macchina sequenziale è composta da elementi di memoria come “registri”, che memorizzano lo stato corrente della rete e che posti in ingresso ad una rete combinatoria forniscono gli stati prossimi che andranno ad essere memorizzati anch’essi negli elementi di memoria.

2.2 ELEMENTI DI MEMORIA

Gli elementi di memoria possono essere classificati in base alle proprie caratteristiche, in particolare, avremo che se osserviamo la tempificazione come parametro identificativo di un elemento di memoria si ha la seguente classificazione:

- **Latch;**
- **Flip-flop master-salve;**
- **Flip-flop edge-triggered.**

Se, invece, ci soffermiamo sul funzionamento degli ingressi, gli elementi di memoria si distinguono come di seguito:

- Tipo **RS**;
- Tipo **D**;
- Tipo **JK**;
- Tipo **T**.

2.3 CONTATORI

I contatori sono macchine sequenziali realizzate tramite l'uso di flip-flop JK (come in Figura 2.2) e porte logiche, l'uscita o le uscite del contatore indicano il numero degli impulsi che sono stati applicati all'ingresso.

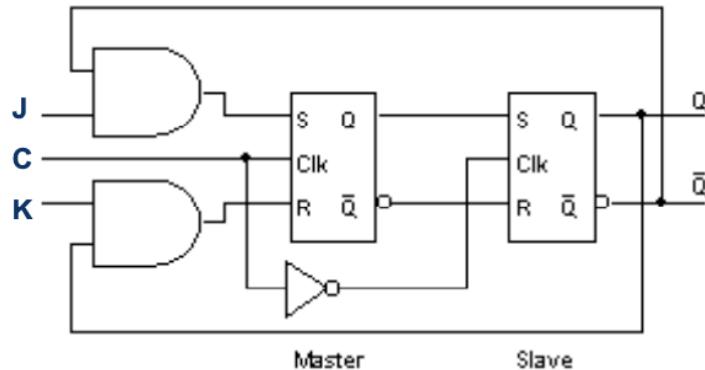


Figura 2.2: Struttura di un Flip-Flop JK

Possono essere definiti diversi tipi di contatori, il primo è il contatore binario che è in grado di contare 2^n impulsi con n il numero di flip-flop utilizzati, in cui l'uscita rappresenta il numero binario corrispondente agli impulsi posti in ingresso al contatore stesso. Il secondo contatore d'interesse è quello decimale o a decade, tale dispositivo è in grado di contare in sequenza binaria da zero fino a nove per poi ricominciare da capo.

Inoltre, è da chiarire il concetto di modulo di un contatore che più avanti utilizzeremo spesso, con tale espressione si intende il numero di stati diversi che il contatore assume prima che si ripeta.

2.4 CONTATORE DECIMALE MODULO 100

Partendo dalle cose precedentemente dette è, quindi, possibile analizzare il comportamento di un contatore decimale modulo 100 come quello presente nella libreria software fornita dagli autori. A differenza dei contatori binari, in cui si fa uso dei flip-flop JK, nel contatore in esame è stato fatto uso di un sistema in retroazione del tipo in Figura 2.3.

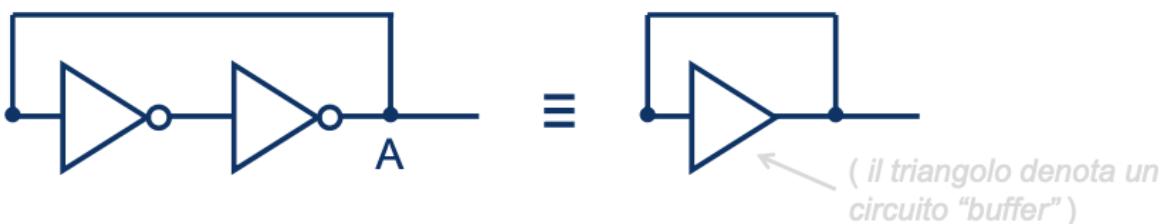


Figura 2.3: Rete combinatoria in retroazione

2.4.1 MODELLO LOGICO

Il modello logico del contatore decimale modulo 100 rappresentato in figura 2.4, prevede in ingresso un valore costante pari ad 1 che viene sommato all'elaborazione effettuata dalla rete combinatoria, tale valore viene posto in ingresso alla rete combinatoria stessa, che produce come output una sequenza crescente di numeri.

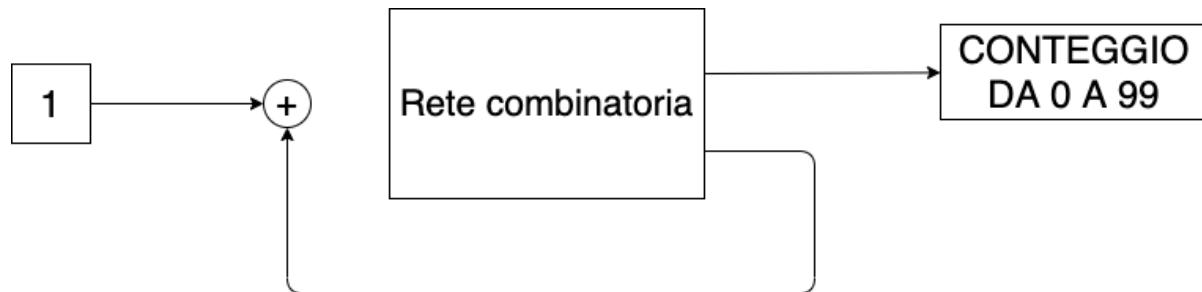
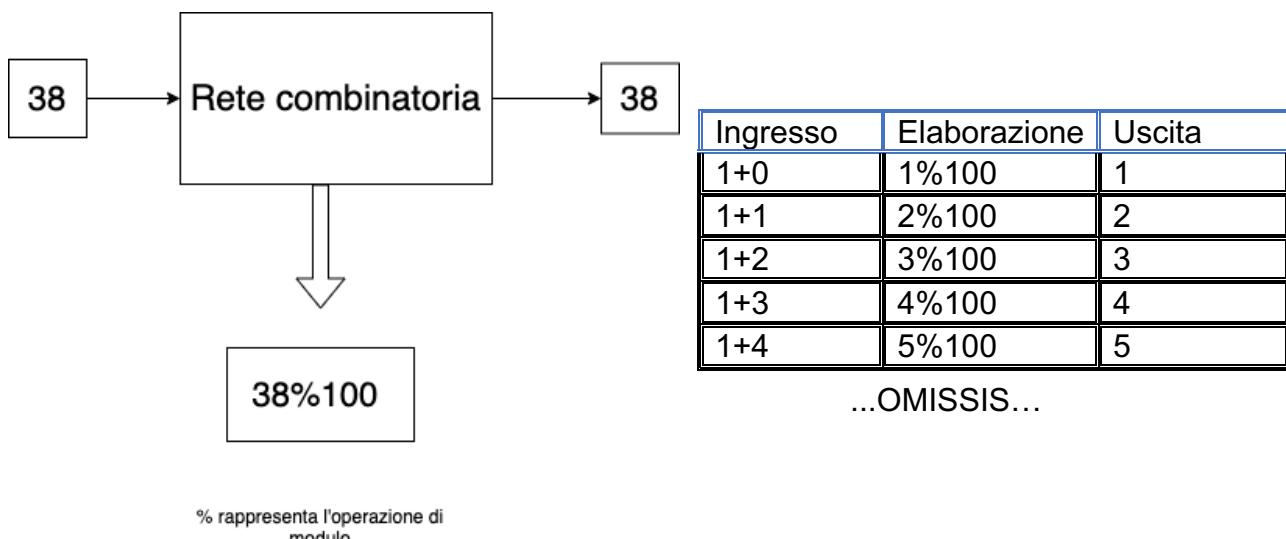


Figura 2.4: Modello logico del contatore modulo 100

Adesso, soffermiamoci su quello che fa la nostra rete combinatoria, schematizzando il suo comportamento e cercando di capire cosa si ottiene ponendo in ingresso determinati valori. La rete combinatoria altro non fa che calcolare il modulo dell'ingresso in base 100, ad esempio, ponendo 38 in ingresso e dividendolo per 100, il modulo, ovvero il resto della divisione altro non sarà che l'ingresso stesso.



2.4.2 SCHEMA SIMULINK E SIMULAZIONE

Lo schema Simulink in Figura 2.5 fa riferimento al programma “**cont_100.mdl**” del pacchetto software fornito dagli Autori.

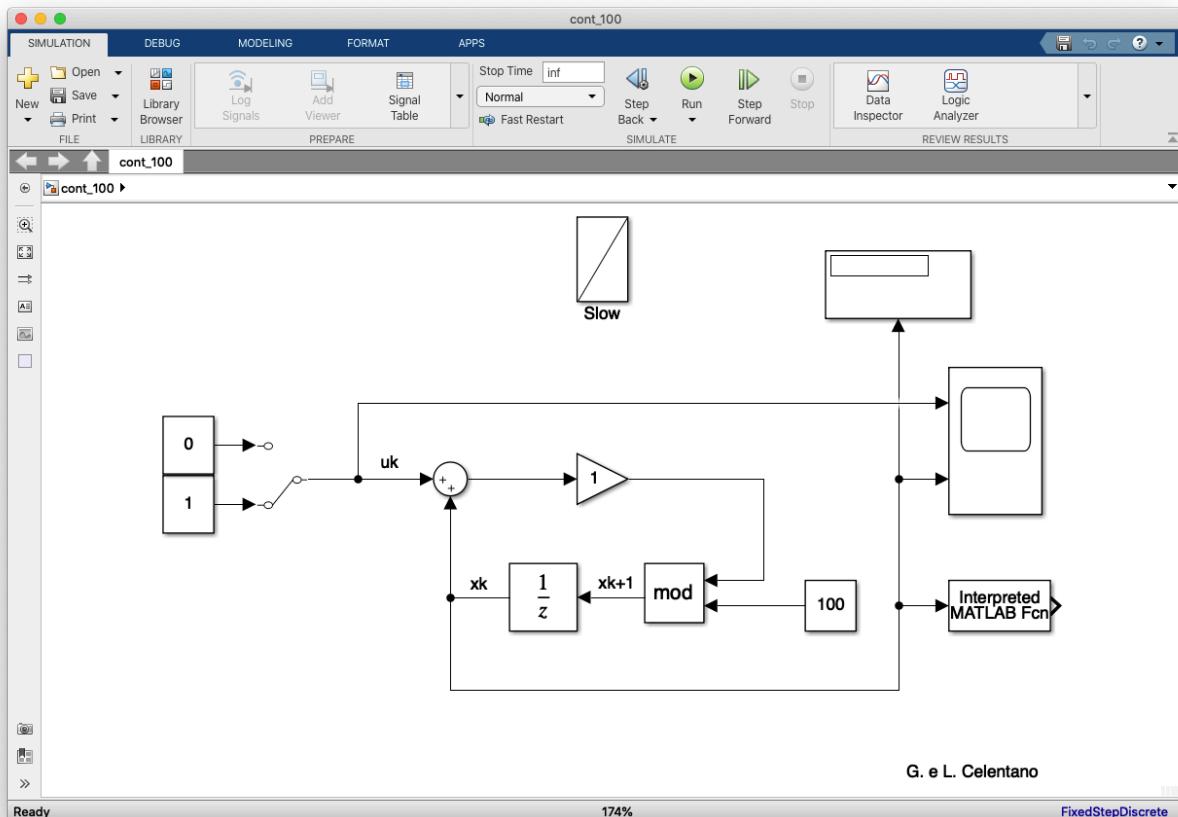


Figura 2.5: Schema Simulink del contatore modulo 100

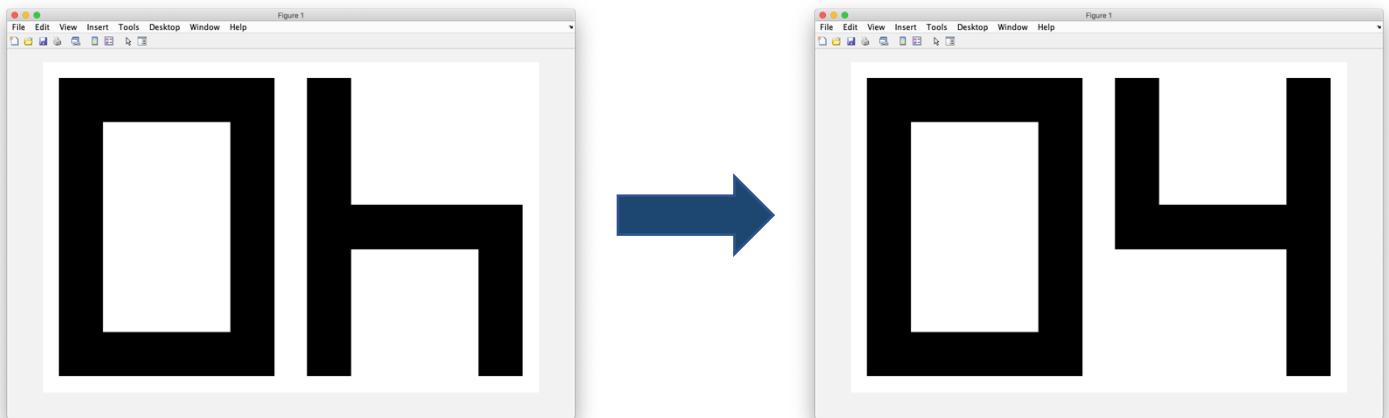
Il modello usato per la simulazione si avvale della funzione Matlab “**fdisp_m100.m**”, per mostrare in output il contatore come un display luminoso.

NOTA BENE: Tuttavia nella funzione succitata in output il numero 4 non era mostrato correttamente, quindi, si è cercati di porre rimedio a tale situazione modificando il codice Matlab come segue:

```
if n==4
% quattro
a=ones(600,450);a(30:570,30:420)=a(30:570,30:420)-1;
a(110:490,110:340)=a(110:490,110:340)+1;
a(260:340,110:340)=a(260:340,110:340)-1;
a(30:110,110:340)=a(30:110,110:340)+1;
a(490:570,110:340)=a(490:570,110:340)+1;
a(30:259,340:420)=a(30:259,340:420)+1;
CC=[CC a];
end
```

```
if n==4
% quattro
a=ones(600,450);a(30:570,30:420)=a(30:570,30:420)-1;
a(110:490,110:340)=a(110:490,110:340)+1;
a(260:340,110:340)=a(260:340,110:340)-1;
a(30:110,110:340)=a(30:110,110:340)+1;
a(490:570,110:340)=a(490:570,110:340)+1;
a(341:570,30:110)=a(341:570,30:110)+1;
CC=[CC a];
end
```

CODICE MODIFICATO



Simulando il modello su Simulink si ottiene in output un display che effettua il conteggio da 0 a 99, una volta arrivato a 99, il conteggio inizia da capo.

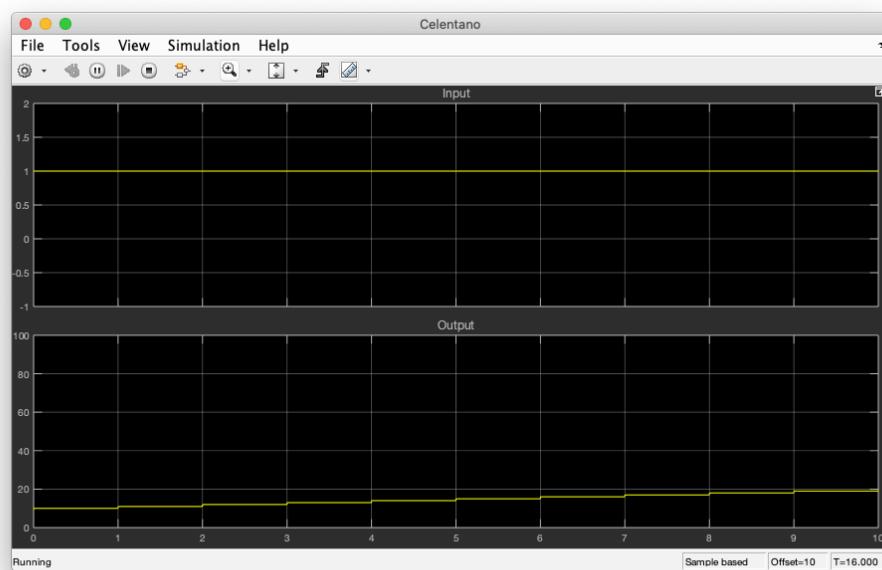
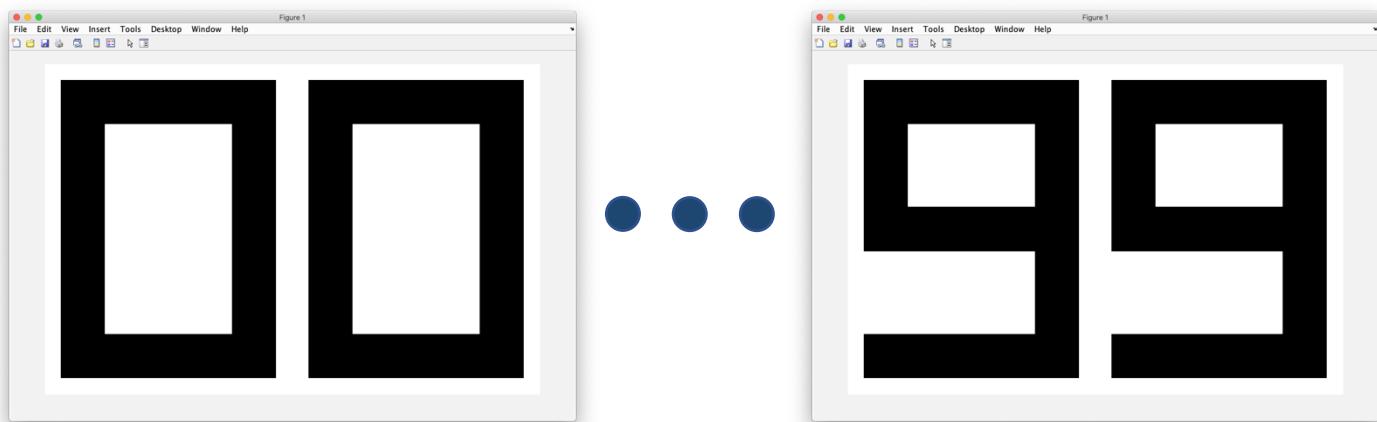


Figura 2.6: Grafico ingresso-uscita del contatore modulo 100

2.5 *NUOVO* - CONTATORE DECIMALE MODULO 1000

Una volta studiato il contatore modulo 100 fornito dagli Autori, ho deciso di creare un nuovo contatore che funziona in maniera analoga al precedente, ma con una importante novità, ovvero, il suo conteggio arriva fino a 999.

2.5.1 MODELLO LOGICO

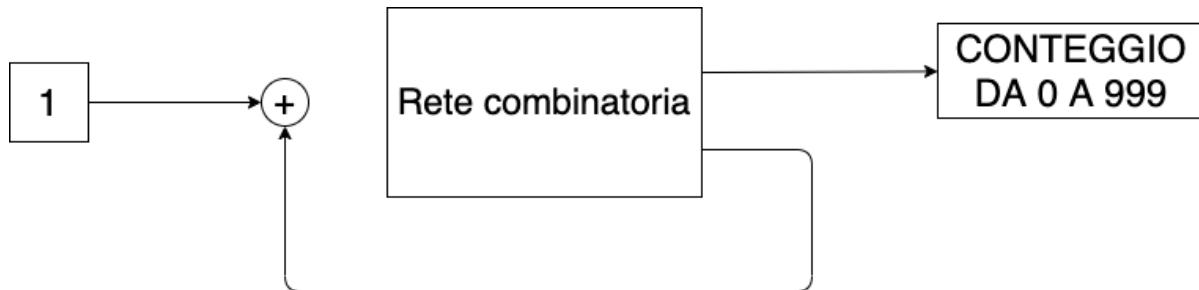
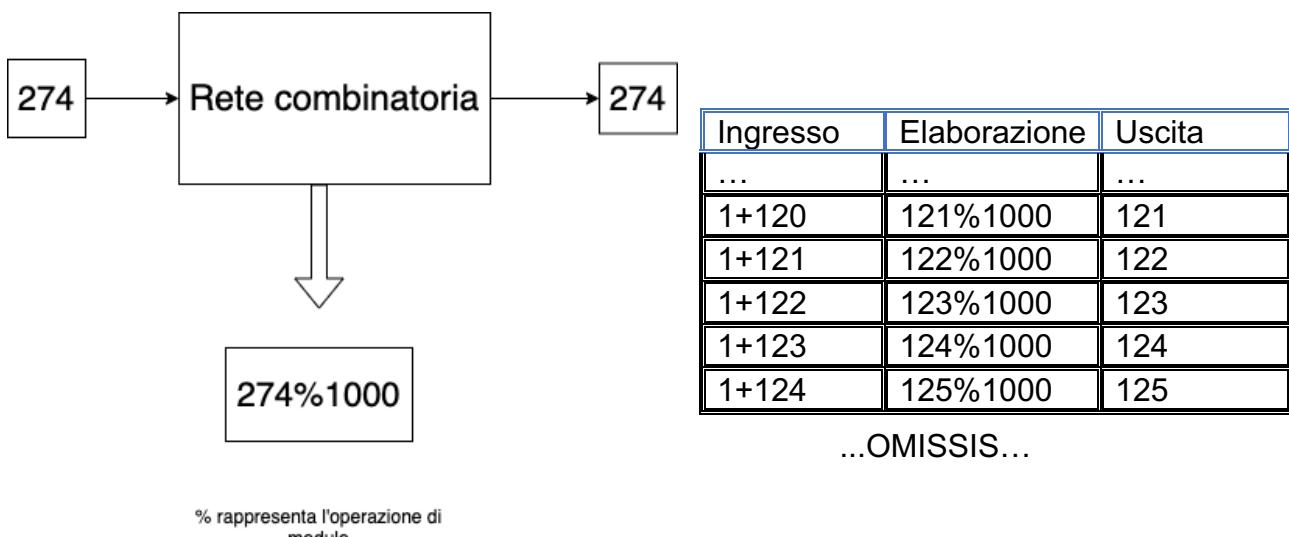


Figura 2.7: Modello logico del contatore modulo 1000



2.5.2 SCHEMA SIMULINK E SIMULAZIONE

Il modello Simulink creato da me, si chiama “**cont_1000.mdl**” ed è rappresentato in Figura 2.8.

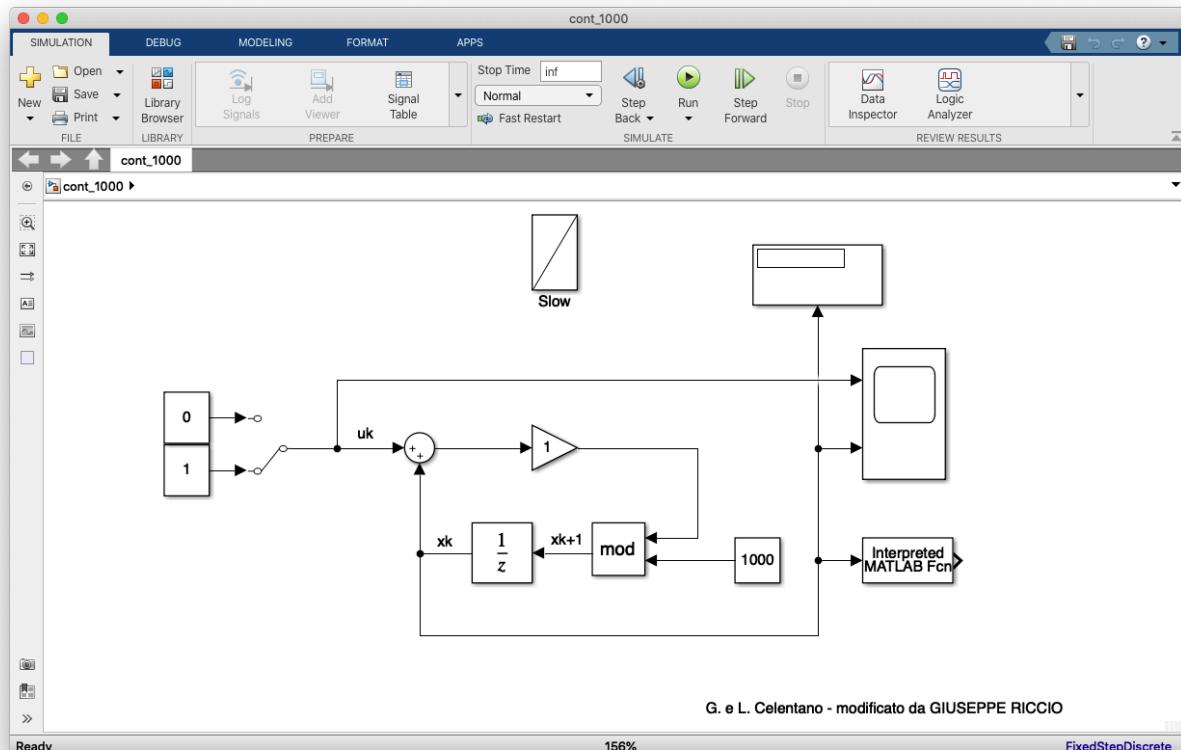


Figura 2.8: Schema Simulink del contatore modulo 1000

Per mostrare in output il display luminoso che fa il conteggio da 0 a 999, è stato necessario modificare la funzione matlab “*fdisp_m100.m*”, che ho rinominato “**fdisp_m1000.m**”.

```
%%%%%
%%% Visualizza un numero intero modulo 100 %%%
%%%%%
%%% G. e L. Celentano -- modificato da GIUSEPPE RICCIO
%
function v=fdisp_m1000(n)
warning off
n=abs(n);

if n>999
sound(sin(2*pi*500*[0:1/5e3:1]),5e3)
disp(' ')
disp('Valore assoluto del numero maggiore di 999')
end

n1000=mod(n,1000);

if n1000==0,close all;end

cc=[floor(n1000./100) floor((n1000 - floor(n1000./100)*100)./10) mod(n1000,10)];
CC=[];

for i=1:3
n=cc(i);
```

NOTA BENE: è stata riportata solo la parte di codice modificata.

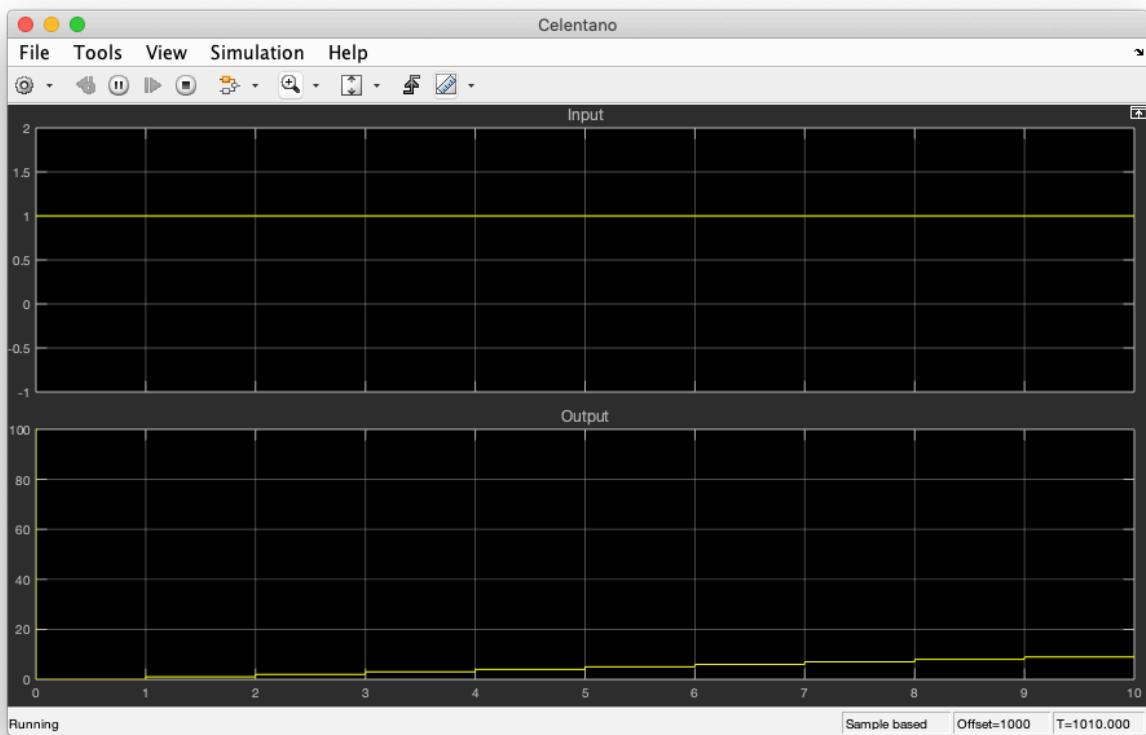
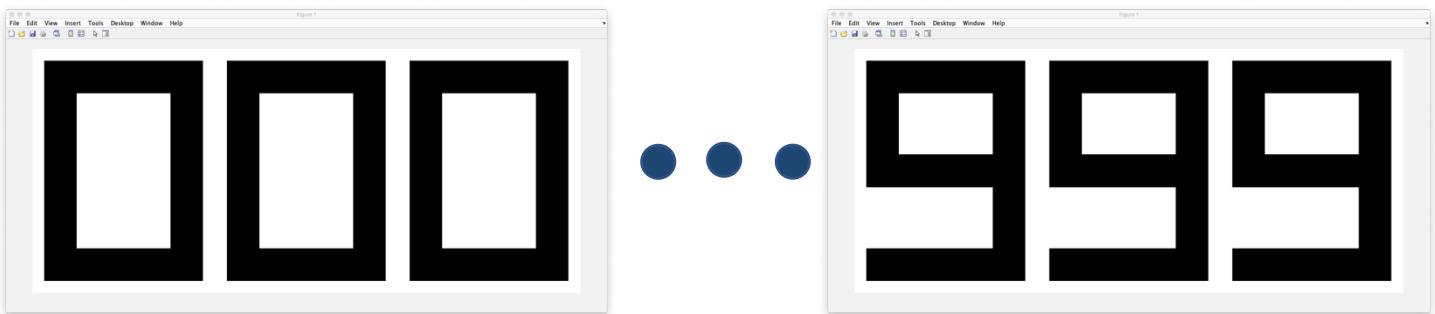


Figura 2.9: Grafico ingresso-uscita del contatore modulo 1000

3 ANTIFURTO

3.1 INTRODUZIONE

L'antifurto è un dispositivo elettronico, che permette di individuare malintenzionati che cercano di intrufolarsi all'interno delle case altrui. Al giorno d'oggi, i sistemi d'allarme stanno evolvendo sempre più verso un'ottica smart, in cui il proprietario di casa può controllare che nessuno stia cercando di derubarlo semplicemente consultando il proprio smartphone.

Sul mercato ormai si trovano sistemi antifurto anche a cifre contenute, un esempio è il sistema d'allarme Somfy, mostrato in Figura 3.1, che nella sua configurazione prevede oltre ai sensori di movimento, di vibrazione e la sirena, anche un dispositivo in grado di collegarsi al Wi-Fi della casa per farsi che il sistema possa essere gestito in maniera remota tramite un'app, Figura 3.2.



Figura 3.1: Sistema antifurto Somfy



Figura 3.2: App Somfy Protect

3.2 MODELLO LOGICO

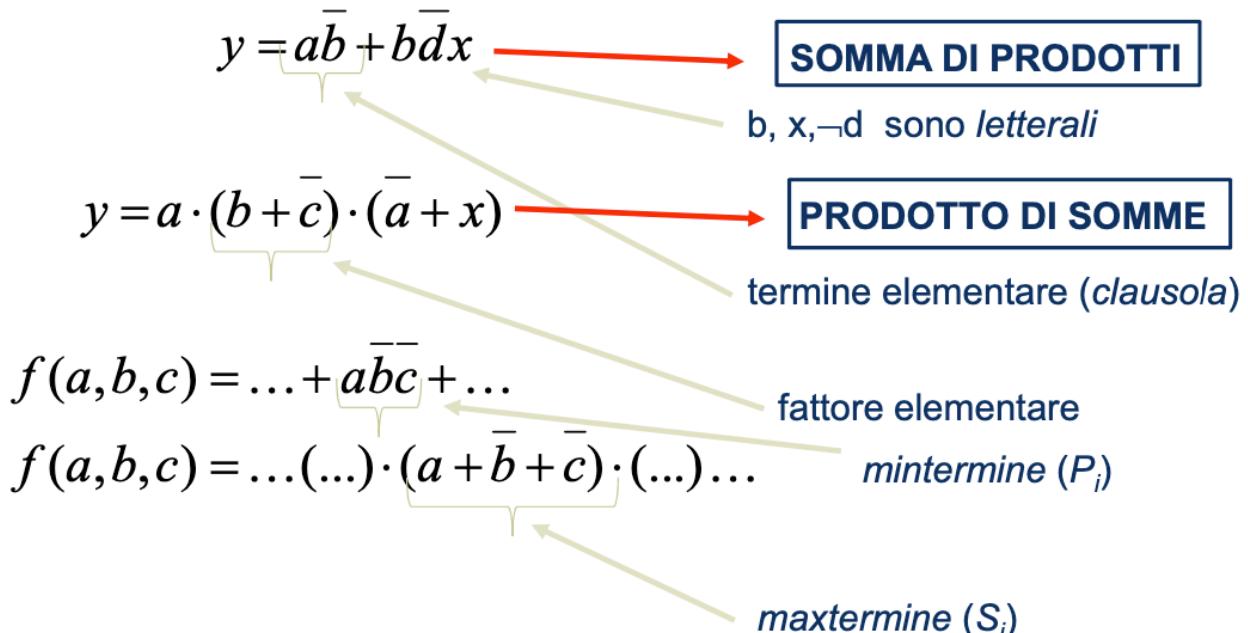
Il nostro sistema di antifurto ha tre diversi ingressi, che rappresentano nell'ordine il sensore di apertura porta u_1 , il sensore di movimento u_2 e, infine, l'interruttore di abilitazione u_3 . In uscita, abbiamo un segnale che è pari ad 1, quando c'è un'intrusione, mentre, è zero se l'allarme è disattivato oppure non c'è nessun ladro.

Tutto questo che è stato appena detto, può essere rappresentato schematicamente attraverso la seguente tabella di verità dell'uscita.

Ingresso u_1	Ingresso u_2	Ingresso u_3	Uscita y
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

A partire, dunque, dalla precedente tabella possiamo costruire la rete logica corrispondente che realizza tale comportamento. Tuttavia, non esiste un'unica rete logica, ma ce ne sono diverse, allora ci chiediamo quale dobbiamo scegliere?

Ed è qui che ci viene in soccorso l'algebra di Boole che attraverso la teoria della minimizzazione ci permette di analizzare e progettare reti logiche minimizzate, ovvero, con un basso costo. Alcune definizioni molto importanti per procedere sono riassunte nella seguente illustrazione:



Adesso per procedere nel processo di minimizzazione possiamo seguire due strade, la prima è rappresentata dalla forma normale di tipo P, in cui la tabella di verità, può essere espressa algebricamente da una somma di prodotti. Ciascun termine della somma è associato ad un "1" presente nella colonna della tabella relativa all'uscita e corrisponde ad un prodotto delle n variabili, ciascuna delle quali nella forma negata o non a seconda che nelle colonne corrispondenti sia presente uno "0" o un "1".

L'altra forma normale è quella di tipo S, in questo caso la tabella di verità può essere espressa algebricamente da un prodotto di somme. Ciascun fattore del prodotto è associato ad uno 0 presente nella colonna della tabella ed è una somma delle n variabili, ciascuna delle quali nella forma negata o non a seconda che nelle colonne corrispondenti sia presente un "1" o uno "0".

Nel nostro caso visto che sono presenti solo tre "1" la forma normale più conveniente è quella di tipo P, quindi avremo:

$$y = \bar{u}_1\bar{u}_2u_3 + u_1\bar{u}_2u_3 + u_1u_2u_3 \quad (3.1)$$

Applicando il *Teorema di algebrizzazione di una funzione booleana* alla (3.1) (cfr. Vol. II degli Autori), possiamo ottenere la funzione algebrica in forma PI, ovvero come un prodotto di soli implicant primi:

$$\begin{aligned} y &= u_3(\bar{u}_1u_2 + u_1\bar{u}_2 + u_1u_2) \\ y &= u_3[u_2(\bar{u}_1 + u_1) + u_1\bar{u}_2] \\ y &= u_3[u_2 + u_1\bar{u}_2] \end{aligned}$$

$$y = u_3[u_2 + u_1] \quad (3.2)$$

3.3 SCHEMA SIMULINK E SIMULAZIONI

Siamo pronti quindi per simulare il nostro antifurto attraverso Simulink con il programma **“antifurto.mdl”** fornito dagli Autori, traducendo quindi l'espressione (3.2) nei rispettivi blocchi otteniamo:

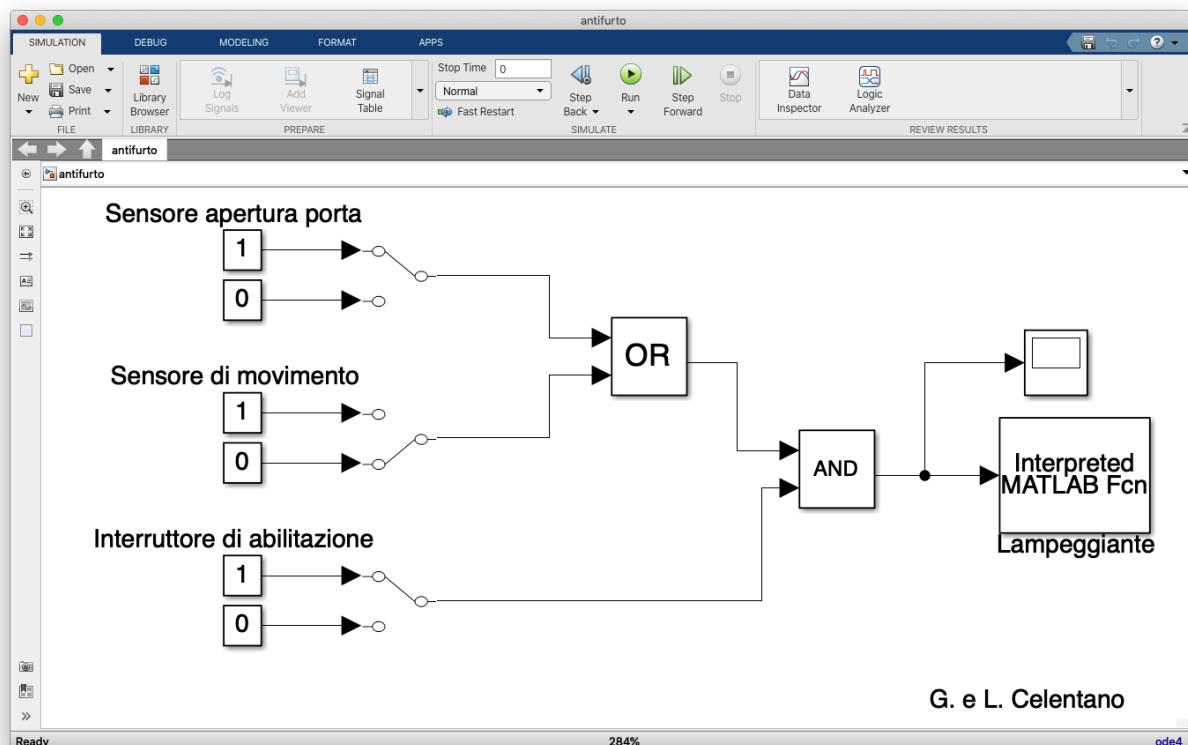
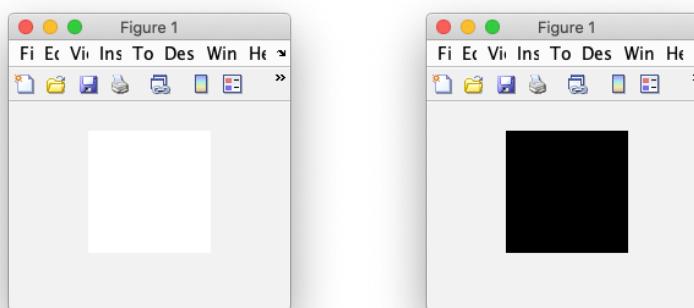


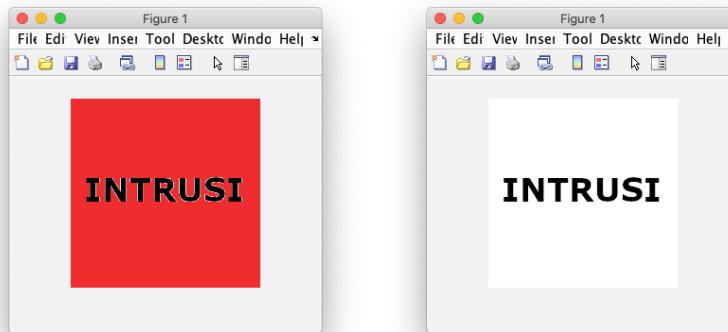
Figura 3.3: Schema Simulink di un antifurto

NOTA BENE: A tale programma ho apportato delle modifiche nella funzione che mostra l'allarme, infatti precedentemente, all'attivazione dell'antifurto venivano mostrati in alternanza le seguenti animazioni:



Nel caso di allarme disattivato oppure nel caso che nessuno sia entrato in casa, avremo solo il blocco nero.

Nel programma modificato da me, vengono invece mostrate le seguenti animazioni nel caso in cui l'allarme sia scattato per l'intrusione di un malintenzionato:



Mentre nel caso di allarme disattivato oppure nel caso che nessuno sia entrato in casa viene mostrato il seguente messaggio:



Per fare questa modifica, ho creato delle immagini tramite l'uso di **GIMP**, poi ho usato il comando Matlab ***imshow*** per leggere tali immagini e mostrarle in output, tutto ciò è stato fatto nella funzione “***fantifurto.m***”, il cui codice è di seguito mostrato:

```
%%%%%%
%%% Function fantifurto.m dello schema simulink antifurto.mdl %%%
%%%%%

%%% Autori: G. e L. Celentano -- modificato da GIUSEPPE RICCIO

function y=fantifurto(u)

t=0:1e-4:1;s=sin(2*pi*1000*t).*sin(3*pi*t);

if u==1
    for l=1:5
        close
        imshow('Allarme.png');pause(.5);imshow('Allarme2.png')
        sound(s,1e4);pause(1)
    end
else
    close
    imshow('Allarme_Disattivato.png')
end
```

4 FORNO ELETTRICO

4.1 INTRODUZIONE

Il forno elettrico è un elettrodomestico che serve per ottenere determinati tipi di cottura per i cibi, fino a qualche decennio fa esistevano solo i forni a gas, con poche funzioni e spesso causa di molti incidenti. Quindi in base al metodo di alimentazione per effettuare la cottura possiamo avere diversi tipi di forno, tuttavia, a noi interessa solo quello elettrico, tale tipo di forno può essere:

- **Freestanding**, solitamente in blocco con il piano di cottura;
- **A incasso** nei mobili della cucina modulare; in questo caso i forni ad incasso possono essere posizionati:
 - sotto il top della cucina componibile, in corrispondenza del piano di cottura;
 - a colonna.



Figura 4.1: Forno elettrico ventilato

Inoltre, i forni elettrici sono dotati di due resistenze, una inferiore e una superiore per cuocere, e di un grill, per dorare la cottura. Tali elementi possono essere azionati insieme oppure separatamente, per ottenere cotture diversificate.

Il forno permette vari tipi di cottura. I principali sono quelli con:

- **Grill:** la serpentina, che si trova nella parte superiore del vano del forno, sopra la resistenza, si riscalda e raggiunge temperature molto elevate;
- **Funzione statica:** il calore è diffuso per convezione naturale tramite le due resistenze, funzionanti contemporaneamente;
- **Funzione ventilata:** entra in funzione anche la ventola, insieme alla sola resistenza inferiore oppure con entrambe le resistenze.

4.2 MODELLO MATEMATICO

Dopo aver fatto una panoramica sul forno elettrico e sulle sue principali componenti, possiamo schematizzarlo, come in Figura 4.2, in maniera tale da poter derivare il relativo modello matematico e farne dunque le opportune simulazioni.

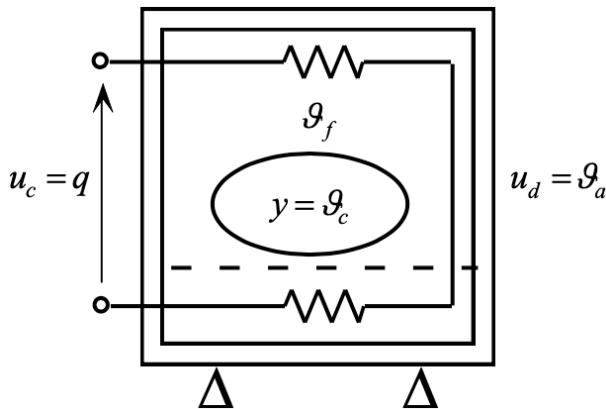


Figura 4.2: Schema di un forno elettrico

In cui i parametri riportati nello schema rappresentano:

- $x_1 = \theta_f$ = temperatura del forno;
- $y = x_2 = \theta_c$ = temperatura del corpo (variabile d'interesse);
- $u_d = \theta_a$ = temperatura dell'ambiente esterno (disturbo);
- $u_c = q$ = potenza termica fornita al forno (ingresso di controllo);
- C_c = capacità termica del corpo;
- G_c = conduttanza termica del corpo-forno;
- C_f = capacità termica del forno;
- G_f = conduttanza termica forno-ambiente.

A questo punto occorre fare un'ipotesi molto importante, infatti, dobbiamo ipotizzare che le temperature di funzionamento del forno non siano troppo elevate perché se fossero tali dovremmo considerare oltre al calore propagato per conduzione e convezione anche quello propagato per irraggiamento. Tale fenomeno si verifica solo ad alte temperature (ad esempio, nella cottura della ceramica che avviene a circa 980-990 °C), perché esso è legato alla temperatura da una potenza quarta (T^4), ed inoltre, si ha che lo scambio di calore per irraggiamento avviene tramite le onde elettromagnetiche il che, quindi, appesantirebbe ulteriormente le formule necessarie allo studio del fenomeno. Dopo questa dovuta precisazione, possiamo scrivere:

$$C_f \dot{x}_1 + G_c(x_1 - x_2) + G_f(x_1 - u_d) = u_c$$

$$C_c \dot{x}_2 = G_c(x_1 - x_2)$$

$$y = x_2$$

Da cui:

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} -\frac{G_c + G_f}{C_f} & \frac{G_c}{C_f} \\ \frac{G_c}{C_c} & -\frac{G_c}{C_c} \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} \frac{1}{C_f} & \frac{G_f}{C_f} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_c \\ u_d \end{bmatrix}, \quad y = [0 \ 1]x$$

Ciò su cui dobbiamo soffermarci è il calcolo della potenza termica u_c che dobbiamo fornire al forno affinché l'uscita y , ovvero la temperatura del corpo all'interno del forno, sia il più

possibile uguale a quella prefissata y_d , anche in presenza di fattori esterni come ad esempio, la temperatura all'esterno u_d .

Tuttavia, non è sempre così facile individuare la potenza termica u_c , allora facciamolo nel caso particolare di u_c e u_d costanti, a regime avremo ($\dot{x} = 0$), quindi:

$$y = y_r = \frac{1}{G_f} u_c + u_d$$

Da cui, se si pone $y_r = y_d$ si ha $u_c = G_f(y_d - u_d)$ (4.1).

4.3 SCHEMA SIMULINK E SIMULAZIONI

Lo schema Simulink che utilizzeremo per simulare il comportamento del forno elettrico al variare dei metodi di gestione degli ingressi, è quello presente nella libreria software fornita dagli Autori **“forno.mdl”**, il cui modello è riproposto in Figura 4.3.

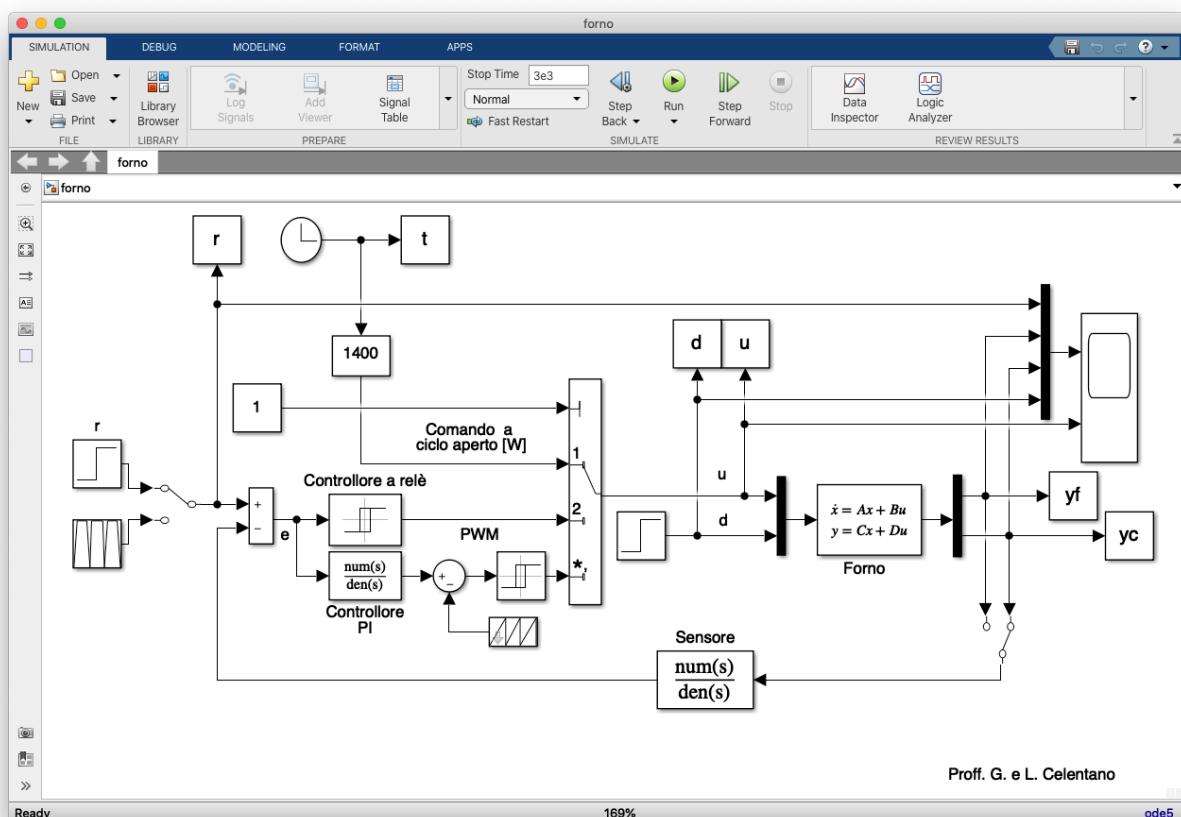


Figura 4.3: Schema Simulink di un forno elettrico

Come parametri per la simulazione del modello sono stati scelti i seguenti:

$$y_d = 150^\circ C, G_c = 10, G_f = 10, C_c = 1000, C_f = 1000, u_d = \begin{cases} -5, & t \leq 3000s \\ 25, & t > 3000s \end{cases}$$

Inoltre, si nota che per la non perfetta chiusura dello sportello, che molto spesso lascia passare il calore, $G_f = 12$ per $t > 1500s$. Ora analizziamo tre differenti casi di alimentazione della potenza termica con cui viene controllata la temperatura del corpo y.

CASO 1 – Legge di controllo a ciclo aperto

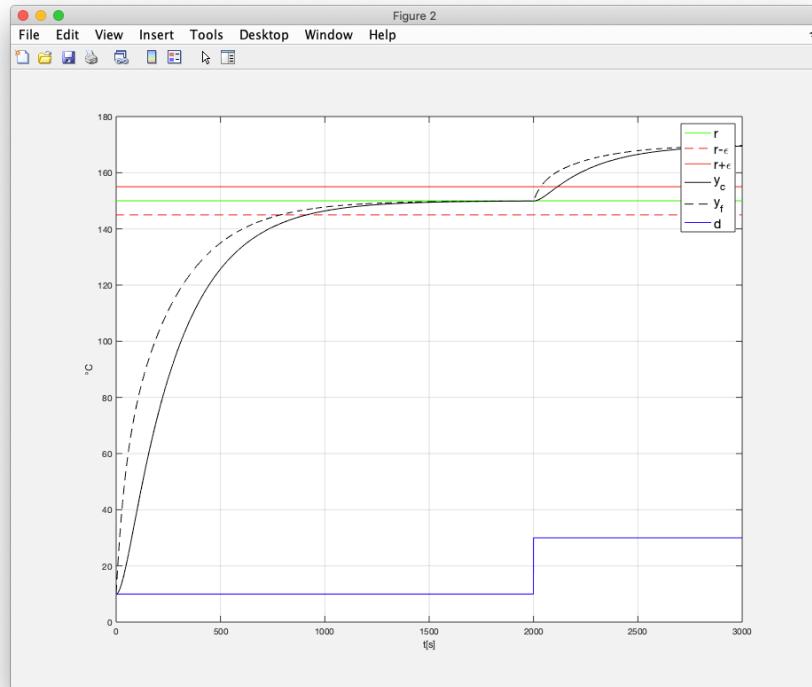


Figura 4.4: Grafico temperatura forno/corpo

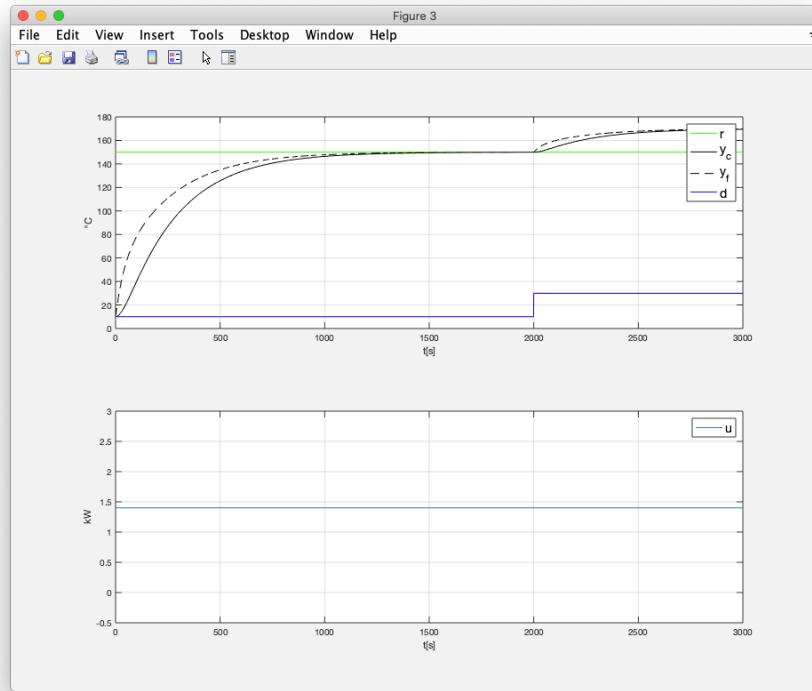


Figura 4.5: Grafico potenza termica fornita al forno

Dalla Figura 4.4, si evince che la temperatura del corpo/forno dopo circa 1000s raggiunge la temperatura desiderata di 150°C, tuttavia dopo 2000s la temperatura dell'ambiente esterno cambia passando da 10°C a 30°C, causando un aumento anche della temperatura del forno. La potenza termica impiegata per alimentare il forno come risulta chiaro dalla

Figura 4.5, è costante ed è pari a 1400W, tale valore non è stato preso a caso ma è uscito fuori sostituendo i valori dei parametri nell'espressione (4.1), ottenendo:

$$u_c = G_f \left(y_d - \frac{u_{d \min} + u_{d \max}}{2} \right) = 10 \left(150 - \frac{-5 + 25}{2} \right) = 1400W$$

CASO 2 – Legge di controllo a ciclo chiuso fornita dal controllore a relè con isteresi

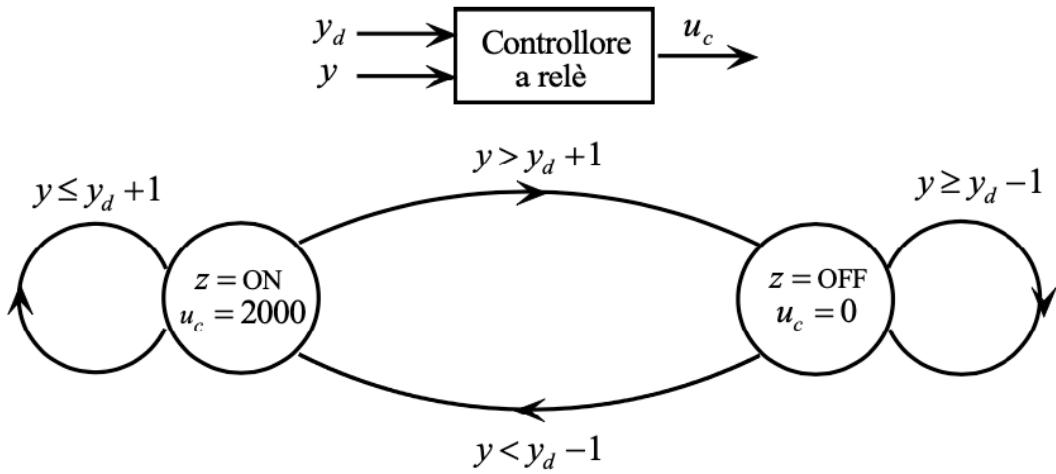


Figura 4.6: Controllore a relè con isteresi

Il comportamento di un controllore a relè con isteresi, rappresentato in Figura 4.6, è molto semplice in ingresso vengono poste la temperatura desiderata e quella del corpo all'interno del forno, finché la temperatura del corpo è inferiore alla temperatura desiderata più un fattore 1, al forno viene erogata una potenza termica di 2000W, quando la temperatura supera quella desiderata, invece, la potenza diventa nulla fino la temperatura non scende di nuovo sotto alla soglia prefissata.

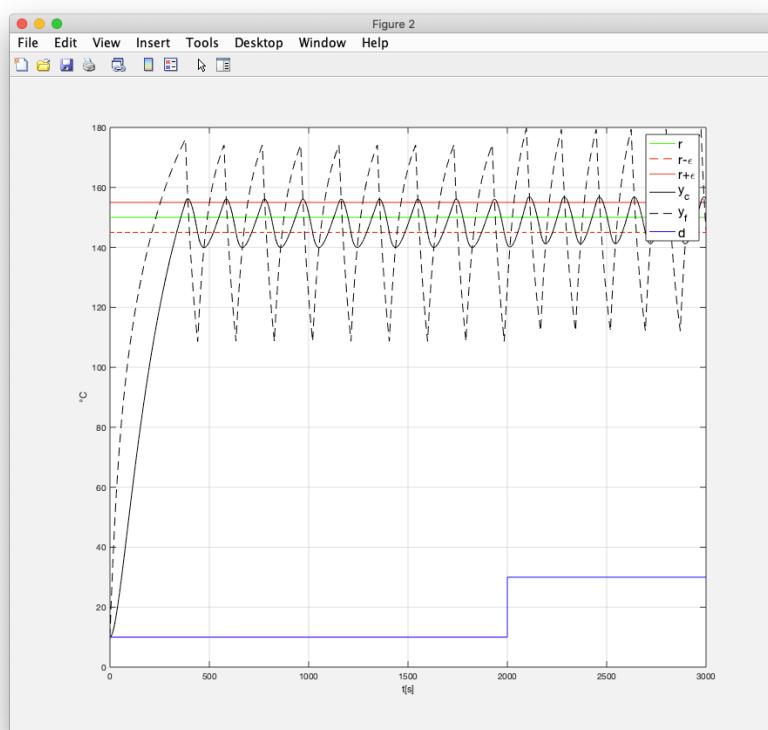


Figura 4.7: Grafico temperatura forno/corpo

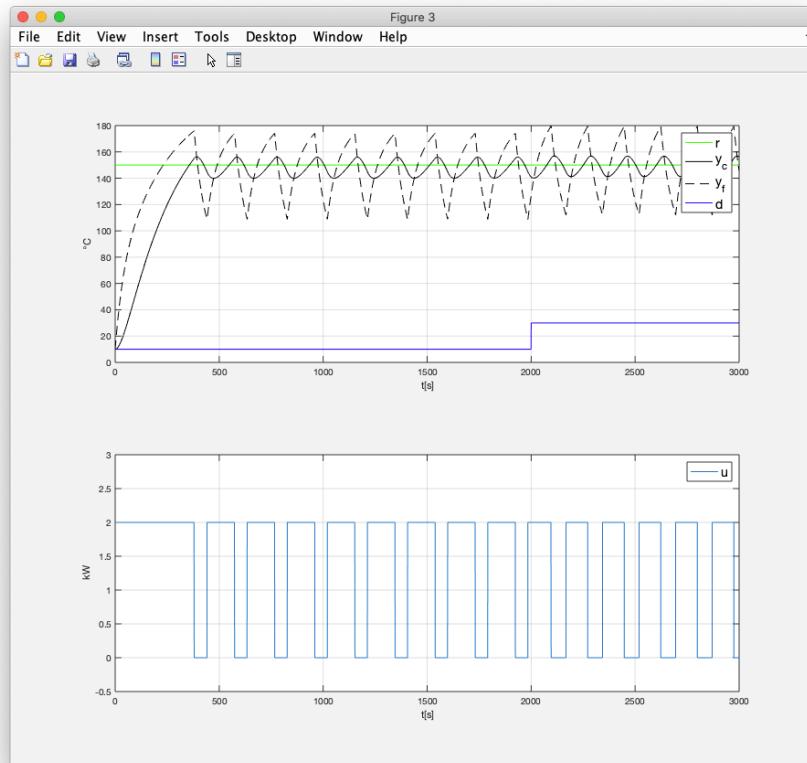


Figura 4.8: Grafico potenza termica fornita al forno

In questo caso la temperatura del corpo all'interno del forno raggiunge la temperatura desiderata di 150°C dopo circa 200s, tuttavia, tale temperatura non rimane costante ma inizia ad oscillare intorno a tale valore causando nel grafico della potenza, Figura 4.8, un andamento ad onda quadra con ampiezza massima pari proprio a 2000W, che rispecchia il comportamento **ON-OFF** del controllore a relè con isteresi precedentemente illustrato.

CASO 3 – Legge di controllo a ciclo chiuso fornita dal controllore proporzionale integrale (**PI**)

Prima di procedere alla simulazione è meglio scrivere la rappresentazione *i-s-u* (ingresso-stato-uscita) di tale sistema che risulta:

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{G_c + G_f}{C_f} & \frac{G_c - K_p}{C_f} & \frac{K_i}{C_f} \\ \frac{G_c}{C_c} & -\frac{G_c}{C_c} & 0 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{K_p}{C_f} & \frac{G_f}{C_f} \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_d \\ u_d \end{bmatrix}$$

$$e = [0 \quad -1 \quad 0] \begin{bmatrix} x \\ z \end{bmatrix} + [1 \quad 0] \begin{bmatrix} y_d \\ u_d \end{bmatrix},$$

Da cui se si scrive il polinomio caratteristico della matrice dinamica vale:

$$p(\lambda) = \lambda^3 + \left(\frac{G_c + G_f}{C_f} + \frac{G_c}{C_c} \right) \lambda^2 + \frac{G_c(G_f + K_p)}{C_f C_c} \lambda + \frac{G_c K_i}{C_f C_c}$$

Se sostituiamo $K_p = 30$ e $K_i = 0.10$ le radici del polinomio saranno:

```
Command Window
Poli:
p =
-0.0134 + 0.0116i
-0.0134 - 0.0116i
-0.0032 + 0.0000i
```

Tali poli avranno tutti parte reale negativa ciò corrisponde al fatto che per qualsiasi temperatura desiderata y_d e qualsiasi disturbo u_d , a patto che entrambi siano valori costanti, le variabili di stato x , z ed e tendono a valori costanti. In parole povere dopo un'iniziale fase transitoria per qualsiasi temperatura desiderata, il forno tenderà a raggiungere tale stato, rimanendoci anche in caso di disturbi esterni facendo in modo che, quindi, l'errore del sistema tenda a zero. Questa proprietà prende il nome di **stabilità asintotica del sistema di controllo**. Queste cose appena dette possono essere riassunte semplicemente attraverso le Figure 4.9 e 4.10, che mostrano come il sistema tenda dopo circa 700s ad assestarsi sulla temperatura desiderata, ed anche in questo caso la potenza ha un andamento di tipo **ON-OFF**.

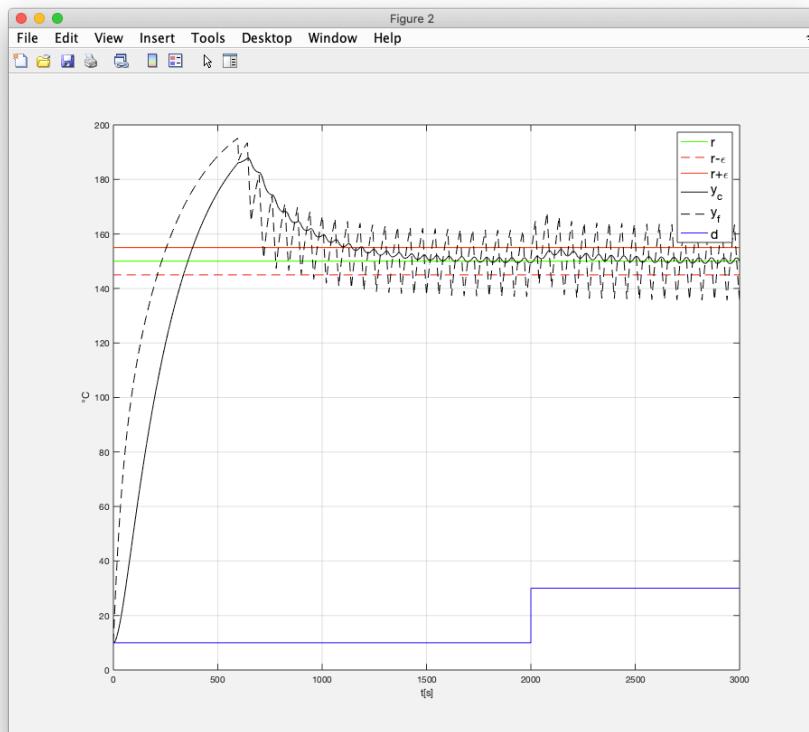


Figura 4.9: Grafico temperatura forno/corpo

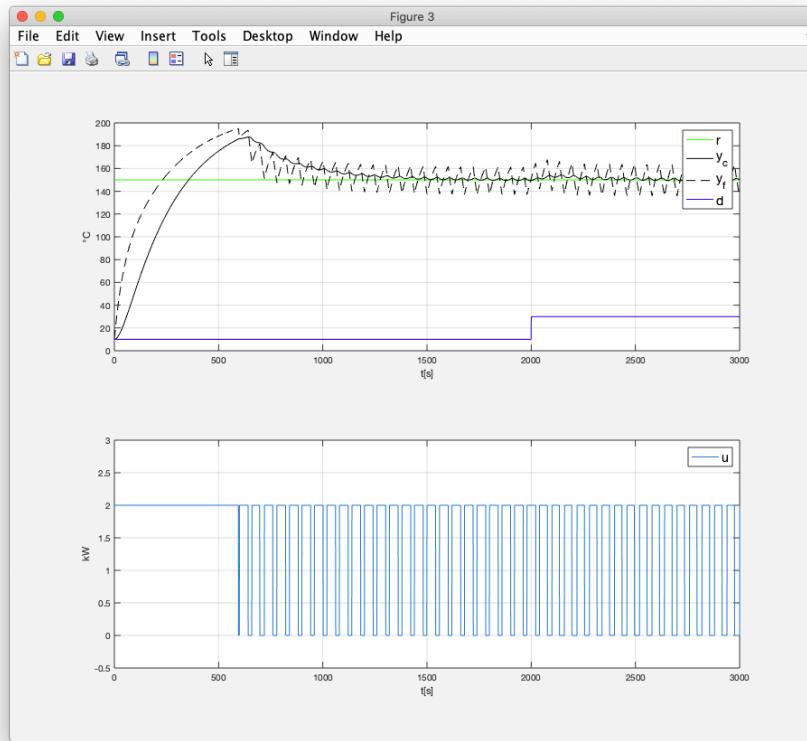


Figura 4.10: Grafico potenza termica fornita al forno

Tuttavia, il controllore PI rappresenta un'arma a doppio taglio se viene progettato in maniera erronea, infatti, se le radici del polinomio $p(\lambda)$ sono a parte reale positiva, tutto quello di cui abbiamo parlato fino ad adesso non vale più. Il sistema con poli a parte reale positiva risulterà instabile e, dunque, tenderà ad esplodere per istanti di tempo prossimi all'infinito. Un esempio di sistema instabile del forno è rappresentato in Figura 4.11, in cui i parametri scelti sono $K_p = 0.40$ e $K_i = 0.45$.

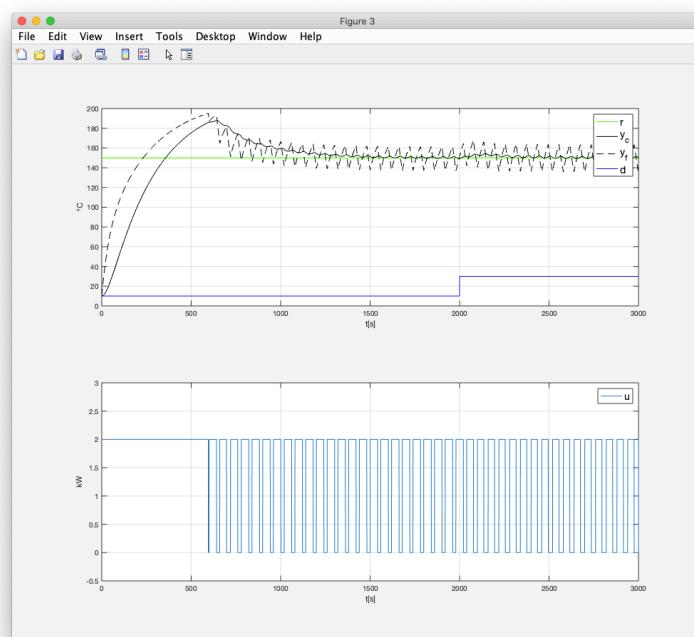


Figura 4.11: Grafico sistema instabile del forno elettrico

5 PIANO DI AMMORTAMENTO DI UN MUTUO

5.1 INTRODUZIONE

Per ammortamento del mutuo si intende il piano di pagamento che suddivide il debito in varie rate, al termine delle quali il debito si considera estinto. Le rate del mutuo sono composte da una **quota capitale** e una **quota di interesse**: la prima è data dal frazionamento della quantità di denaro richiesta in prestito, la seconda è data dalla redistribuzione del tasso di interesse applicato al prestito stesso spalmato per tutta la durata dell'ammortamento.

Esistono varie tipologie di piano di ammortamento per estinguere un debito, in particolare, abbiamo:

- **Piano di ammortamento alla francese**: è la tipologia più diffusa in Italia e può essere applicata sia ai mutui a tasso variabile che a quelli a tasso fisso. Nei primi anni di ammortamento sulle rate pesa maggiormente la quota interessi mentre negli ultimi anni pesa più la quota capitale, tale caratteristica è il motivo per cui questa è la tipologia di ammortamento più diffusa, infatti, le banche in questo modo incassano prima gli interessi rispetto al capitale prestato;
- **Piano di ammortamento italiano**: prevede rate del mutuo decrescenti composte da una quota capitale fissa durante il piano di rimborso e una quota di interessi decrescente mese dopo mese, in questo caso la quota di interessi rimborsata è più bassa del caso di ammortamento alla francese;
- **Piano di ammortamento tedesco**: simile al piano di ammortamento alla francese però prevede il pagamento della quota interessi in anticipo;
- **Piano di ammortamento americano**: prevede che in concomitanza con la richiesta di un mutuo venga fatto un piano di investimento. La rata è fissa e composta solo dalla quota interessi e l'investimento permette di rimborsare le rate del mutuo;
- **Piano di ammortamento libero**: la rata è composta dalla sola quota interessi e calcolata sulla base del capitale residuo, che viene restituito quando si vuole sempre nei limiti delle scadenze, e della periodicità del rimborso.

5.2 PIANO DI AMMORTAMENTO ALLA FRANCESE DI UN MUTUO

5.2.1 MODELLO MATEMATICO

Il modello relativo al piano di ammortamento è un modello del tipo *i-s-u* (ingresso-stato-uscita), l'uscita può quindi essere studiata a partire dallo stato precedente del sistema stesso.

Come si può notare dall'espressione (5.1) in ingresso vi è la somma residua da pagare nell'istante precedente y_{k-1} a cui va sottratta la rata da pagare ogni periodo, scelto in fase di accensione del mutuo, chiamata u_k . In questo modo l'uscita y_k , ovvero la somma residua da pagare nell'istante attuale è funzione del suo valore precedente e della rata da pagare.

$$y_k = y_{k-1} - u_k \quad (5.1)$$

A partire da questa espressione possiamo dedurre l'equazione di stato prossimo, quindi l'ammontare del debito alla rata successiva, ponendo $x_k = y_{k-1}$, avremo:

$$x_{k+1} = x_k - u_k \quad (5.2)$$

Ponendo l'espressione (5.1) e (5.2), in forma matriciale, possiamo ricavare il seguente modello *i-s-u*:

$$\dot{x} = Ax + Bu$$

$$y = Cx + Du$$

Dove:

$$A = C = [1]$$

$$B = D = [-1]$$

Per il calcolo della rata iniziale, dato che nell'ammortamento alla francese la rata è costante, mentre la quota di interessi è decrescente e la quota di capitale crescente, la formula usata è data da:

$$r_0 = \left(1 + \frac{1}{(1 + i_p)^N - 1} \right) y_0 i_p$$

In cui i_p è il tasso d'interesse calcolato sul periodo, ad esempio se la rata è trimestrale ed il tasso di interesse annuale è del 6%, il tasso d'interesse sul periodo sarà $i_p = \frac{i}{4} = 1,5\%$, mentre y_0 rappresenta il debito iniziale ed N il numero totali di rate da pagare per estinguere il mutuo.

In questo caso essendo la rata costante, la rata iniziale sarà uguale anche a tutte le altre quindi avremo:

$$u_k = r_0$$

5.2.2 SIMULAZIONE MATLAB

Per simulare il nostro piano di ammortamento alla francese sono partito dalla funzione Matlab “**ammort.m**” fornita dagli Autori, ed ho apportato le opportune modifiche alle formule ed alle matrici affinché il sistema lavori in maniera corretta. Tali modifiche le ho quindi riassunte nella mia funzione Matlab “**ammort_francese**”, di seguito illustrata:

```
%%%%%%
%%% Calcola il piano di ammortamento alla francese di un mutuo a tasso fisso %%%
%%%%%

%%% Autori: G. e L. Celentano - modificato da GIUSEPPE RICCIO

clc, close all, clear all

disp('Piano di ammortamento alla francese')
disp(' ')
deb=input('Importo da rateizzare ='); %DEBITO INSERITO IN INPUT
i=input('Tasso di interesse annuo =');
nra=input('Numero di rate annue =');
dma=input('Durata del mutuo in anni =');

N=nra*dma; % NUMERO RATE
ip=i/100/nra; % INTERESSE SUL PERIODO%%

A=1;B=-1;C=A;D=B; %MATRICI DEL MODELLO I-S-U

ro=(1+1/((1+ip)^(N)-1))*deb*ip; %CALCOLO RATA INIZIALE
xo=deb;

K=1:N;
u=K*0+ro; %VETTORE DELLE RATE DEL MUTUO
y=dlsim(A,B,C,D,u,xo);
close
tot=sum(u)/1000;
ra=tot/N;

K=[0 K]*12/nra;
y=[deb;y];
y(N+1)=round(y(N+1));
subplot(2,1,1)
plot(K,y/1000,'.k','LineWidth',2),grid,
title(['Andamento del debito se i=',num2str(i),' - Rata=', num2str(round(ra*1000)/1000),...
    ' migliaia di Euro - Somma totale pagata=',num2str(round(tot*1000)/1000), ' migliaia di Euro'])
xlabel('Tempo in mesi'), ylabel('Debito in migliaia di Euro')
```

Simuliamo adesso l'estinzione di un mutuo con i seguenti parametri:

Command Window

```
Piano di ammortamento alla francese

Importo da rateizzare =200000
Tasso di interesse annuo =7
Numero di rate annue =6
Durata del mutuo in anni =20
```

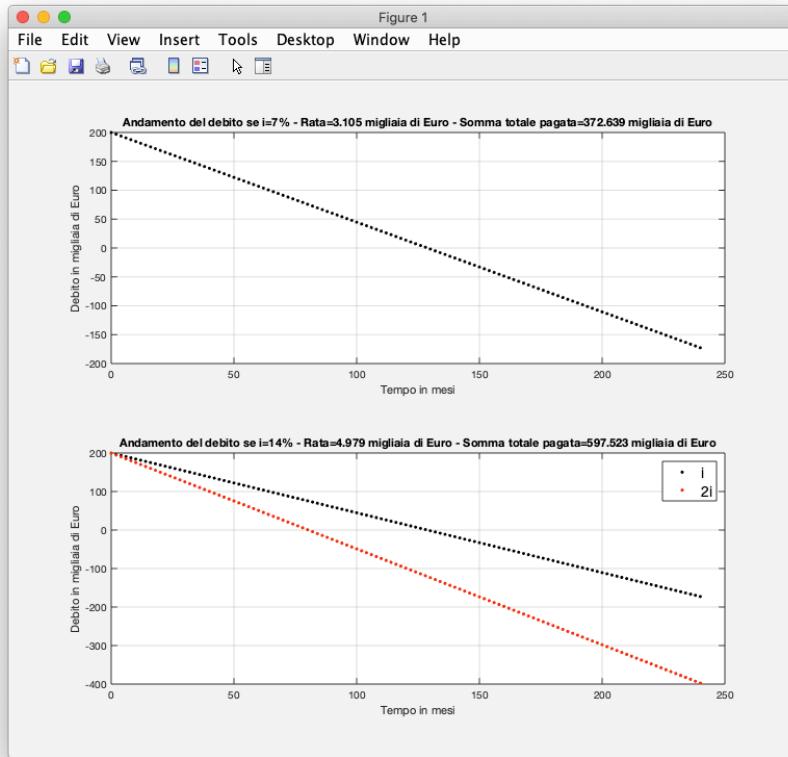


Figura 5.1: Estinzione mutuo con ammortamento alla francese

Come notiamo dalla Figura 5.1, l'estinzione di un mutuo con ammortamento alla francese non risulta particolarmente economico se la restituzione avviene sul lungo periodo, infatti notiamo che su un mutuo di 200.000 euro si pagano circa 175.000 euro di interessi, quasi la stessa cifra del mutuo!

5.3 PIANO DI AMMORTAMENTO ITALIANO DI UN MUTUO

5.3.1 MODELLO MATEMATICO

Anche in questo caso, il modello relativo al piano di ammortamento è un modello del tipo $i-s-u$ (ingresso-stato-uscita), l'uscita può quindi essere studiata a partire dallo stato precedente del sistema stesso.

Come nel modello precedente si può notare che in ingresso al sistema vi è la somma residua da pagare nell'istante precedente y_{k-1} a cui va sottratta la rata da pagare ogni periodo, scelto in fase di accensione del mutuo, chiamata u_k . In questo modo l'uscita y_k , ovvero la somma residua da pagare nell'istante attuale è funzione del suo valore precedente e della rata da pagare.

$$y_k = y_{k-1} - u_k \quad (5.3)$$

A partire da questa espressione possiamo dedurre l'equazione di stato prossimo, quindi l'ammontare del debito alla rata successiva, ponendo $x_k = y_{k-1}$, avremo:

$$x_{k+1} = x_k - u_k \quad (5.4)$$

Ponendo l'espressione (5.3) e (5.4), in forma matriciale, possiamo ricavare il seguente modello *i-s-u*:

$$\dot{x} = Ax + Bu$$

$$y = Cx + Du$$

Dove:

$$A = C = [1]$$

$$B = D = [-1]$$

Per il calcolo della rata iniziale, dato che nell'ammortamento italiano non è la rata ad essere costante, bensì lo è la quota di capitale, mentre, la quota di interessi anche in questo caso è decrescente, quindi, la formula usata è data da:

$$r_0 = y_0 i_p + Q_c$$

In cui i_p è il tasso d'interesse calcolato sul periodo, ad esempio se la rata è trimestrale ed il tasso di interesse annuale è del 6%, il tasso d'interesse sul periodo sarà $i_p = \frac{i}{4} = 1,5\%$, mentre y_0 rappresenta il debito iniziale ed Q_c la quota capitale che viene calcolata all'atto dell'accensione del mutuo, e che rimane fissa nel tempo, ad esempio con un mutuo di 150.000 euro con durata decennale e rate bimestrali, la Q_c sarà pari a $\frac{150000}{10 \cdot 6} = 2500$. Quanto appena detto indica, dunque, che la rata sarà variabile, in particolare, essendo gli interessi decrescenti anche la rata sarà decrescente. Quindi traducendo tutto ciò in formule, avremo:

$$u_k = r_0 - y_0 i_p + (y_0 - kQ_c)i_p \quad \text{con } k = 0, 1, \dots, N - 1$$

In cui N rappresenta il numero di rate totali per estinguere il debito.

5.3.2 SIMULAZIONE MATLAB

Per simulare il nostro piano di ammortamento italiano, come in precedenza, sono partito dalla funzione Matlab “**ammort.m**” fornita dagli Autori, ed ho apportato le opportune modifiche alle formule ed alle matrici affinché il sistema lavori in maniera corretta. Tali modifiche le ho quindi riassunte nella mia funzione Matlab “**ammort_italiano**”, di seguito illustrata:

```
%%%%%%
%%% Calcola il piano di ammortamento italiano di un mutuo a tasso fisso %%%
%%%%%

%%% Autori: G. e L. Celentano - modificato da GIUSEPPE RICCIO

clc, close all, clear all

disp('Piano di ammortamento italiano')
disp(' ')
deb=input('Importo da rateizzare ='); %DEBITO INSERITO IN INPUT
i=input('Tasso di interesse annuo =');
nra=input('Numero di rate annue =');
dma=input('Durata del mutuo in anni =');

N=nra*dma; % NUMERO RATE
ip=i/100/nra; % INTERESSE SUL PERIODO
qc=deb/N; %QUOTA CAPITALE DEL MUTUO

A=1;B=-1;C=A;D=B; %MATRICI DEL MODELLO I-S-U

ro=(deb*ip)+qc; %CALCOLO RATA INIZIALE
xo=deb;

K=0:N-1;
u=K*0+ro-deb*ip+(deb-K*qc)*ip; %VETTORE DELLE RATE DEL MUTUO
y=dlsim(A,B,C,D,u,xo);
close
tot=sum(u)/1000;
ra=tot/N;

K=[0 K]*12/nra;
y=[deb;y];
y(N+1)=round(y(N+1));
subplot(2,1,1)
plot(K,y/1000,'.k','LineWidth',2),grid,
title(['Andamento del debito se i=',num2str(i),'% - Rata=', num2str(round(ra*1000)/1000),...
    ' migliaia di Euro - Somma totale pagata=',num2str(round(tot*1000)/1000), ' migliaia di Euro'])
xlabel('Tempo in mesi'), ylabel('Debito in migliaia di Euro')
```

Simuliamo adesso l'estinzione di un mutuo con gli stessi parametri dell'ammortamento francese, in modo da fare anche una piccola comparazione:

Command Window

```
Piano di ammortamento italiano

Importo da rateizzare =200000
Tasso di interesse annuo =7
Numero di rate annue =6
Durata del mutuo in anni =20
```

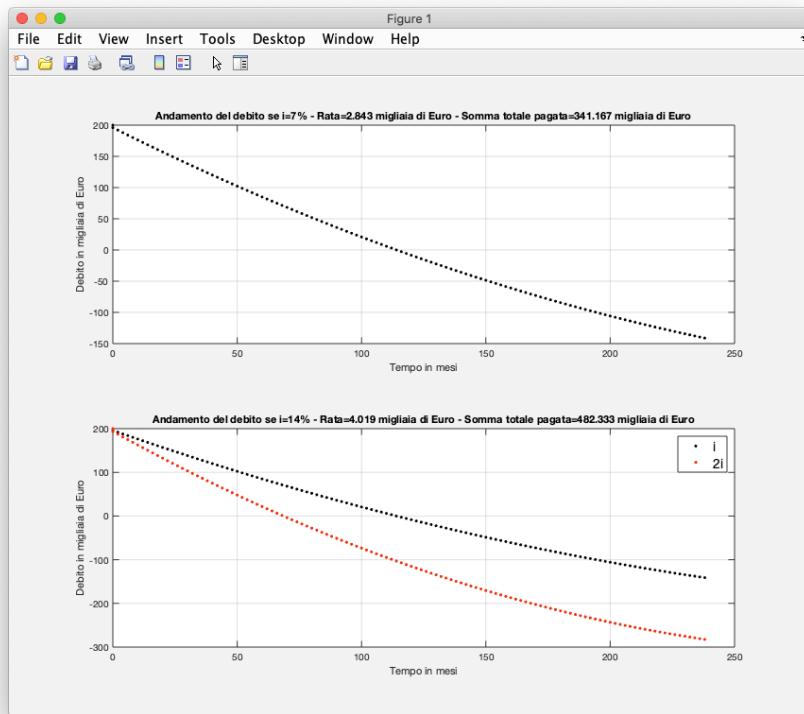


Figura 6.2: Estinzione mutuo con ammortamento italiano

Come notiamo dalla Figura 5.2, rispetto a prima questo piano di ammortamento italiano risulta più economico, infatti notiamo che su un mutuo di 200.000 euro si pagano circa 142.000 euro di interessi, quindi, abbiamo una differenza di ben 30.000 euro nei confronti dell'ammortamento alla francese!

6 ROBOT PLANARE

6.1 INTRODUZIONE

Al giorno d'oggi la rapida evoluzione tecnologica spinge le industrie ad aumentare sempre più il numero di macchine impiegate nei processi produttivi causando d'altra parte una brusca diminuzione del numero degli operai. Infatti, i robot sono spesso in grado di effettuare compiti in maniera rapida ed efficace quanto mai nessun umano potrebbe fare, inoltre, non soffrono di tutti quei vizi dovuti alla stanchezza o alla noia.

Ecco, che quindi, nasce la necessità di progettare e controllare dei robot dotati di componenti hardware di varia natura, da componenti meccanici fino ad arrivare a sensori di movimento e telecamere, tutto integrato attraverso opportune interfacce.



Figura 6.1: Robot planare

6.2 MODELLO CINEMATICO DI UN ROBOT PLANARE A DUE GRADI DI LIBERTÀ

Per studiare il modello cinematico di un robot planare come, in Figura 6.2, conviene introdurre le seguenti grandezze:

n = numero dei bracci

$Lb1$ = lunghezza braccio 1

$Lb2$ = lunghezza braccio 2

$m1$ = massa per unità di lunghezza del braccio 1

$m2$ = massa per unità di lunghezza del braccio 2

$M1m$ = massa aggiuntiva prima estremità braccio 1

$M2m$ = massa aggiuntiva prima estremità braccio 2

$M1p$ = massa aggiuntiva seconda estremità braccio 1

$M2p$ = massa aggiuntiva seconda estremità braccio 2

$I1m$ = momento d'inerzia massa aggiuntiva prima estremità braccio 1

$I2m$ = momento d'inerzia massa aggiuntiva prima estremità braccio 2

$I1p$ = momento d'inerzia massa aggiuntiva seconda estremità braccio 1

$I2p$ = momento d'inerzia massa aggiuntiva seconda estremità braccio 2

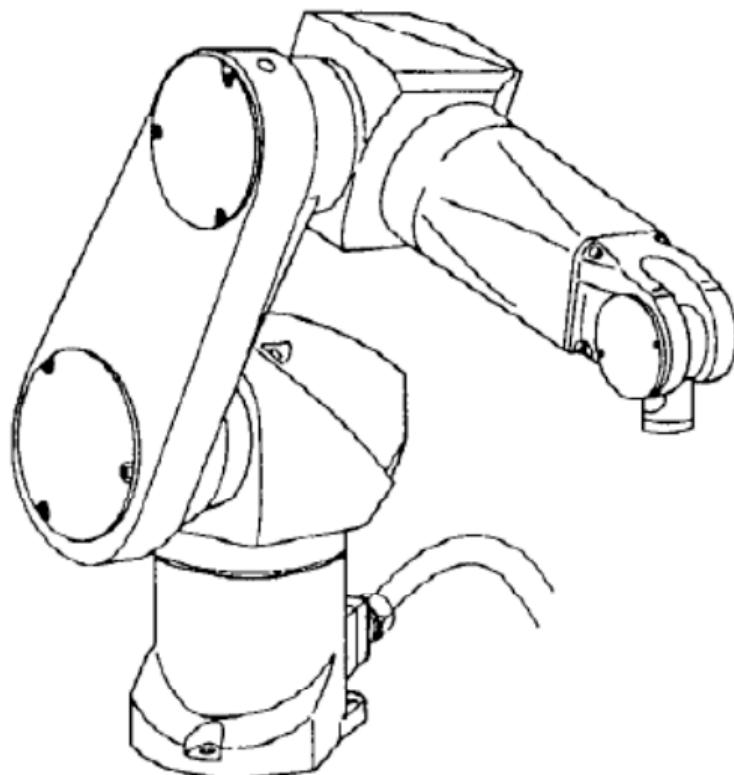


Figura 6.2: Modello Robot planare

Il robot in Figura 6.2, è dotato di una terminazione che può svolgere diverse funzioni a seconda dell'uso che si intende fare della macchina, ad esempio può esserci un laser che ritaglia un determinato disegno da una lastra di acciaio, oppure può esserci una pinza ed il robot potrebbe effettuare un'operazione ad un paziente tramite i comandi impartiti da un dottore e così via.

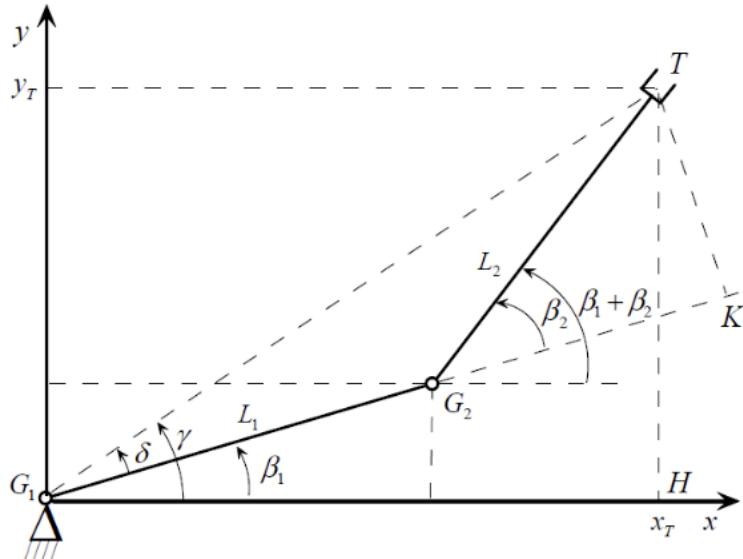


Figura 6.3: Schema di un robot planare

Passiamo adesso allo studio del modello tramite lo schema in Figura 6.3, in cui è possibile determinare le coordinate x_T e y_T , e le relative velocità \dot{x}_T e \dot{y}_T del gancio terminante T, noti gli angoli β_1 e β_2 e le velocità relative $\omega_1 = \dot{\beta}_1$ e $\omega_2 = \dot{\beta}_2$ dei motori posti nei giunti G_1 e G_2 , attraverso le equazioni della cinematica, che applicate alla situazione in Figura 6.3 diventano:

$$x_T = L_1 \cos \beta_1 + L_2 \cos(\beta_1 + \beta_2)$$

$$y_T = L_1 \sin \beta_1 + L_2 \sin(\beta_1 + \beta_2)$$

Derivando rispetto al tempo entrambe le espressioni precedenti, si ha:

$$\dot{x}_T = -L_1 \dot{\beta}_1 \sin \beta_1 - L_2 (\dot{\beta}_1 + \dot{\beta}_2) \sin(\beta_1 + \beta_2)$$

$$\dot{y}_T = L_1 \dot{\beta}_1 \cos \beta_1 + L_2 (\dot{\beta}_1 + \dot{\beta}_2) \cos(\beta_1 + \beta_2)$$

Riscritte in forma matriciale diventano:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_T \\ \dot{y}_T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -L_1 \cdot \sin \beta_1 - L_2 \cdot \sin(\beta_1 + \beta_2) & -L_2 \cdot \sin(\beta_1 + \beta_2) \\ L_1 \cdot \cos \beta_1 + L_2 \cdot \cos(\beta_1 + \beta_2) & L_2 \cdot \cos(\beta_1 + \beta_2) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{\beta}_1 \\ \dot{\beta}_2 \end{bmatrix}$$

Per determinare le posizioni angolari β_1 e β_2 e le velocità relative $\omega_1 = \dot{\beta}_1$ e $\omega_2 = \dot{\beta}_2$ dei motori, bisogna sfruttare la geometria dello schema in Figura 6.3, infatti, notiamo che G_1 , G_2 e T formano un triangolo i cui angoli complementari sono proprio quelli che cerchiamo noi. Allora applicando il *Teorema di Carnot*, avremo:

$$(G_1 T)^2 = x_T^2 + y_T^2 = L_1^2 + L_2^2 - 2L_1 L_2 \cos \beta_2$$

Inoltre, abbiamo che:

$$y_T = x_T \tan \gamma \Rightarrow \gamma = \tan^{-1} \frac{y_T}{x_T} \quad \text{per il triangolo } G_1 HT$$

$$TK = G_1 K \tan \delta \Rightarrow \delta = \tan^{-1} \frac{TK}{G_1 K} = \tan^{-1} \frac{L_2 \sin \beta_2}{L_1 + L_2 \cos \beta_2} \quad \text{per il triangolo } G_1 KT$$

Quindi, in definitiva, si avrà che:

$$\beta_2 = \pm \cos^{-1} \frac{x_T^2 + y_T^2 - L_1^2 - L_2^2}{2L_1 L_2}$$

$$\beta_1 = \tan^{-1} \frac{y_T}{x_T} - \tan^{-1} \frac{L_2 \sin \beta_2}{L_1 + L_2 \cos \beta_2}$$

6.3 MODELLO DINAMICO DI UN ROBOT PLANARE A DUE GRADI DI LIBERTÀ

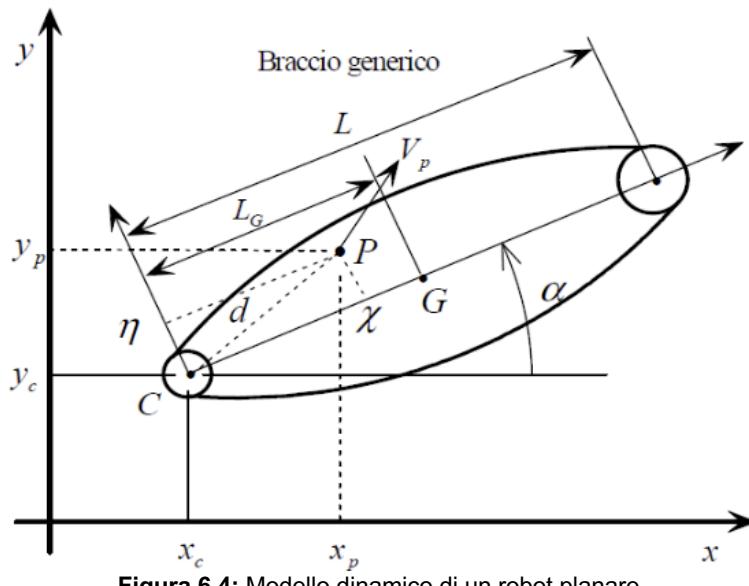


Figura 6.4: Modello dinamico di un robot planare

Per ottenere il modello dinamico bisogna usare il *metodo di Eulero-Lagrange*, tale metodo prevede l'impiego di equazioni differenziali del secondo ordine che rivestono un ruolo cardine come modello matematico in meccanica classica e in ottimizzazione.

Declinate in meccanica classica, le equazioni di Eulero possono descrivere un sistema meccanico conservativo. In questo contesto si chiamano in particolare equazioni di Lagrange e portano alle equazioni del moto. Il teorema fondamentale della meccanica lagrangiana qui assicura che le equazioni di Lagrange sono equivalenti al secondo principio della dinamica, che mette in relazione la posizione e la velocità di ogni elemento del sistema. Le equazioni di Eulero-Lagrange si possono legare direttamente a un principio di minima azione. Nell'ambito del calcolo delle variazioni la loro soluzione è un punto stazionario per un dato funzionale.

L'obiettivo, dunque, è quello di calcolare l'energia cinetica del generico braccio, per farlo partiamo dallo scrivere le coordinate del generico punto P , della Figura 6.4:

$$x_p = x_c + \chi \cos \alpha - \eta \sin \alpha$$

$$y_p = y_c + \chi \sin \alpha + \eta \cos \alpha$$

Da cui derivando ed elevando al quadrato, si ottiene il quadrato della velocità del punto P che vale:

$$\begin{aligned} V_p^2 &= \dot{x}_p^2 + \dot{y}_p^2 = \dot{x}_c^2 + \dot{y}_c^2 + \dot{\alpha}^2(\chi^2 + \eta^2) - 2\dot{x}_c \dot{\alpha}(\chi \sin \alpha + \eta \cos \alpha) + \\ &\quad + 2\dot{y}_c \dot{\alpha}(\chi \cos \alpha - \eta \sin \alpha) \end{aligned}$$

$$V_p^2 = \dot{x}_c^2 + \dot{y}_c^2 + \dot{\alpha}^2 d^2 - 2\dot{x}_c \dot{\alpha}(\chi \sin \alpha + \eta \cos \alpha) + 2\dot{y}_c \dot{\alpha}(\chi \cos \alpha - \eta \sin \alpha)$$

Sapendo che:

$$\int \chi dm = L_G M$$

$$\int \eta dm = 0$$

Dove M è la massa del braccio e L_G è la distanza del baricentro G da C , quindi, adesso siamo pronti per calcolare l'energia cinetica del braccio che vale:

$$T = \frac{1}{2} \int_B V_p^2 dm = \frac{1}{2} M (\dot{x}_c^2 + \dot{y}_c^2) + \frac{1}{2} I \dot{\alpha} + L_G M (\dot{y}_c \cos \alpha + \dot{x}_c \sin \alpha) \dot{\alpha} \quad (6.1)$$

Dove I è il momento d'inerzia del braccio rispetto a C .

Per il primo braccio avremo:

$$\dot{x}_c = 0, \quad \dot{y}_c = 0, \quad \alpha = \beta_1$$

Mentre per il secondo braccio si può scrivere:

$$x_c = L_1 \cos \beta_1, \quad y_c = L_1 \sin \beta_1, \quad \alpha = \beta_1 + \beta_2$$

Esplicitando la (6.1), si ottiene, dunque, l'energia cinetica dei due bracci del robot:

$$T = T_1 + T_2 = \frac{1}{2} (I_1 + M_2 L_1^2) \dot{\beta}_1^2 + I_2 (\dot{\beta}_1 + \dot{\beta}_2)^2 + \dot{\beta}_1 (\dot{\beta}_1 + \dot{\beta}_2) M_2 L_1 L_{G2} \cos \beta_2$$

Scrivendo l'energia in forma matriciale si ha:

$$T = \frac{1}{2} \dot{\beta}^T \cdot B \cdot \dot{\beta}$$

Dove B rappresenta la matrice d'inerzia del robot.

L'energia potenziale gravitazionale risulta:

$$U = M_1 g L_{G1} \sin \beta_1 + M_2 g (L_1 \sin \beta_1 + L_{G2} \sin(\beta_1 + \beta_2))$$

In definitiva, il modello dinamico del robot si ottiene esplicitando le *equazioni di Euler-Lagrange*:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{\beta}} - \frac{\partial L}{\partial \beta} = u$$

Con:

- $L = T - U$ la *lagrangiana del sistema*;
- β il vettore delle coordinate lagrangiane del sistema;
- u il vettore delle forze generalizzate, che nel caso in esame sono coppie di forze.

Siamo finalmente giunti all'espressione finale del *modello dinamico del robot planare a due gradi di libertà* che risulta, quindi:

$$B \cdot \ddot{\beta} = c + u$$

Ponendo, $x_1 = \beta$, $x_2 = \dot{\beta}$, si ha:

$$\dot{x}_1 = x_2, \quad \dot{x}_2 = B^{-1} \cdot (c + u)$$

6.4 SIMULAZIONE MATLAB

Con il modello matematico, appena ricavato, adesso possiamo simulare tramite la funzione Matlab “**s_robot_planare.m**”, fornita dagli Autori il comportamento di un robot planare in grado di tracciare diverse traiettorie a partire dalla specifica delle coordinate del contorno della forma che si intende rappresentare.

Il programma della libreria software prevedeva il disegno del logo della Ferrari, di un cuore e di un albero di Natale, tuttavia per personalizzare la simulazione ho deciso di rappresentare il mio cognome, “**RICCIO**”.

Per fare ciò mi sono avvalso di [Geogebra](#), un tool presente online che permette di rappresentare figure geometriche su un piano cartesiano fornendo in output le coordinate (x,y), come mostrato in Figura 6.5.

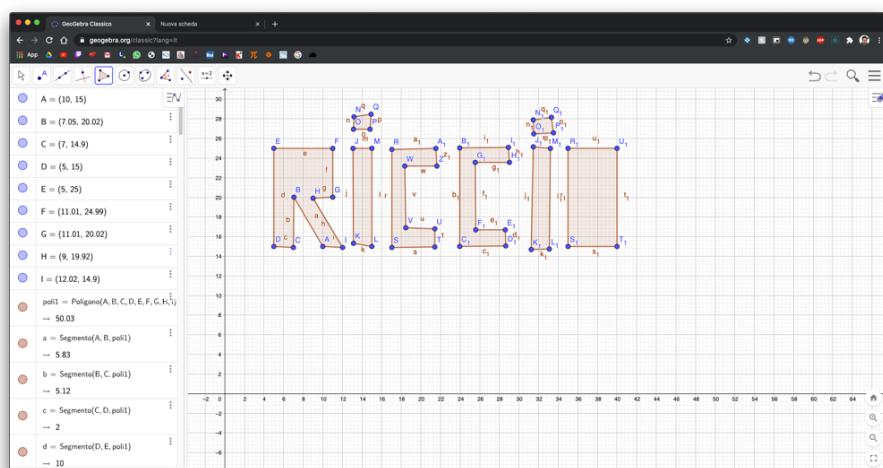


Figura 6.5: Coordinate del contorno di "RICCIO" tramite Geogebra

Sostituendo le coordinate all'interno della funzione “`s_robot_planare`”, come mostrato di seguito:

```
% Dati del robot
n=2; %numero bracci
Lb1=0.3;m1=7;M1m=0;M1p=0.5;I1m=0;I1p=0;
Lb2=0.4;m2=5;M2m=0;M2p=0.5;I2m=0;I2p=0;

% Traiettorie desiderate:

% Triangolo
tr=0;if tr==1
TT=[0 5 10 20]';
XT=[.2 .45 .45 .2]';
YT=[0.1 0.1 .3 0.1]';
TF=TT(end);
end

% Cognome RICCIO
lo=1;if lo==1
fs=100; % fattore di scala
x0=30;y0=0; % coordinate del punto di partenza

XT=[10 7.05 7 5 5 11.01 11.01 9 12.02 10 13.07 13.13 15 15 13.07 13.18 13.13 14.82 ...
14.92 13.18 17.04 17.04 21.42 21.42 18.46 18.36 21.63 21.53 17.04 23.96 23.96 ...
28.66 28.6 25.59 25.54 29.03 28.92 23.96 31.46 31.25 33.1 33.2 31.46 31.46 ...
31.51 33.52 33.31 31.46 35 35 40 40 35]/fs;

YT=[15 20.02 14.9 15 25 24.99 20.02 19.92 14.9 15 24.99 15.32 15 25 24.99 28.21 ...
26.95 26.95 28.48 28.21 24.88 14.9 14.95 16.8 16.91 23.19 23.19 24.99 24.88 ...
25.04 15.01 15.06 16.7 16.7 23.56 23.56 25.1 25.04 25.15 14.69 14.74 24.99 ...
25.15 27.9 26.47 26.58 28.16 27.9 25 15 15 25 25]/fs;

XT=XT'-XT(1)+x0/fs;YT=YT'-YT(1)+y0/fs; % traslazione

% Calcolo delle lunghezze dei lati del contorno
dl=[];for i=2:length(XT);dl=[dl sqrt((XT(i)-XT(i-1))^2+(YT(i)-YT(i-1))^2)];end
% Calcolo di TT nell'ipotesi di velocità costante pari a sum(dl)/TF
TF=60;
TT=0;for i=1:length(dl);II=[TT TT(end)+dl(i)];end;TT=TT'*TF/TT(end);
end
```

Parametri di funzionamento del nostro robot planare

In output si ottiene, dunque, il seguente comportamento:

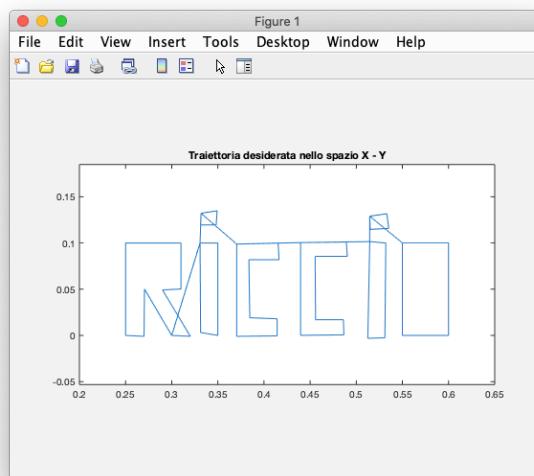
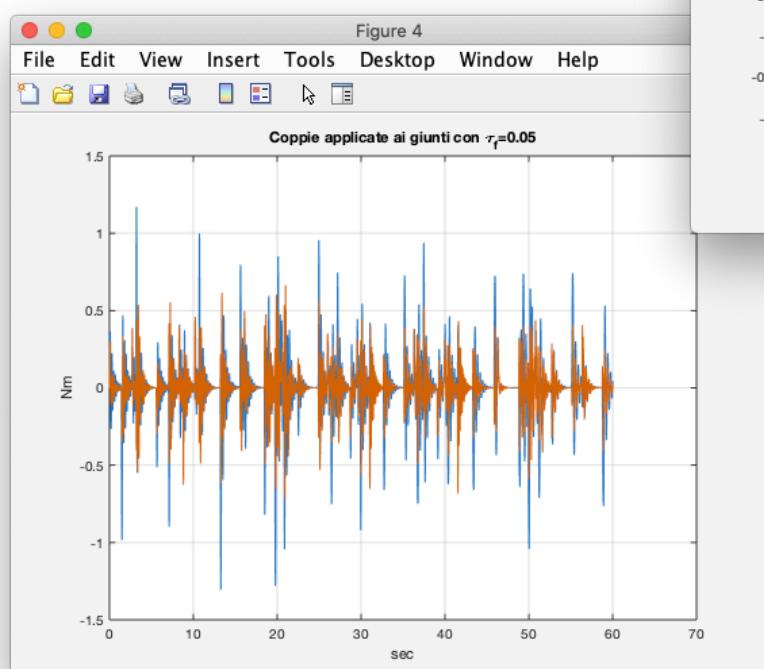
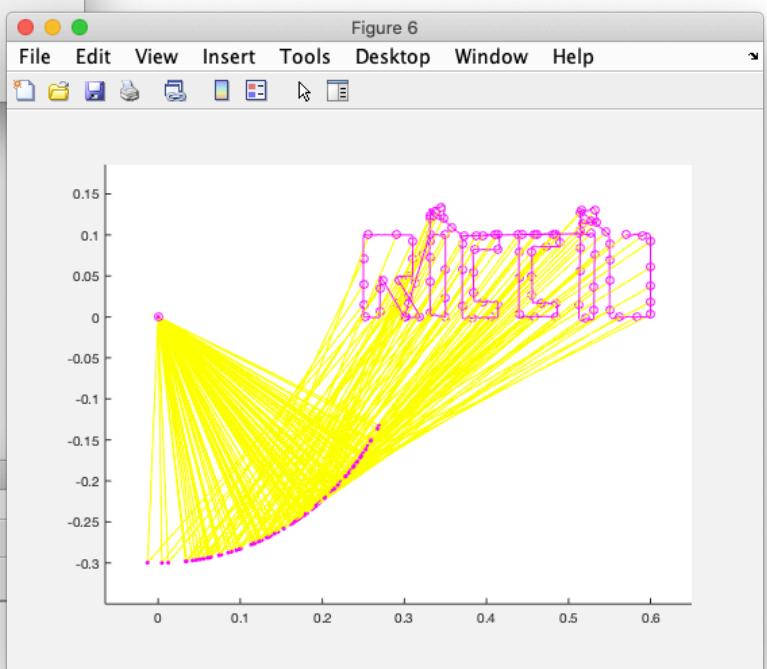
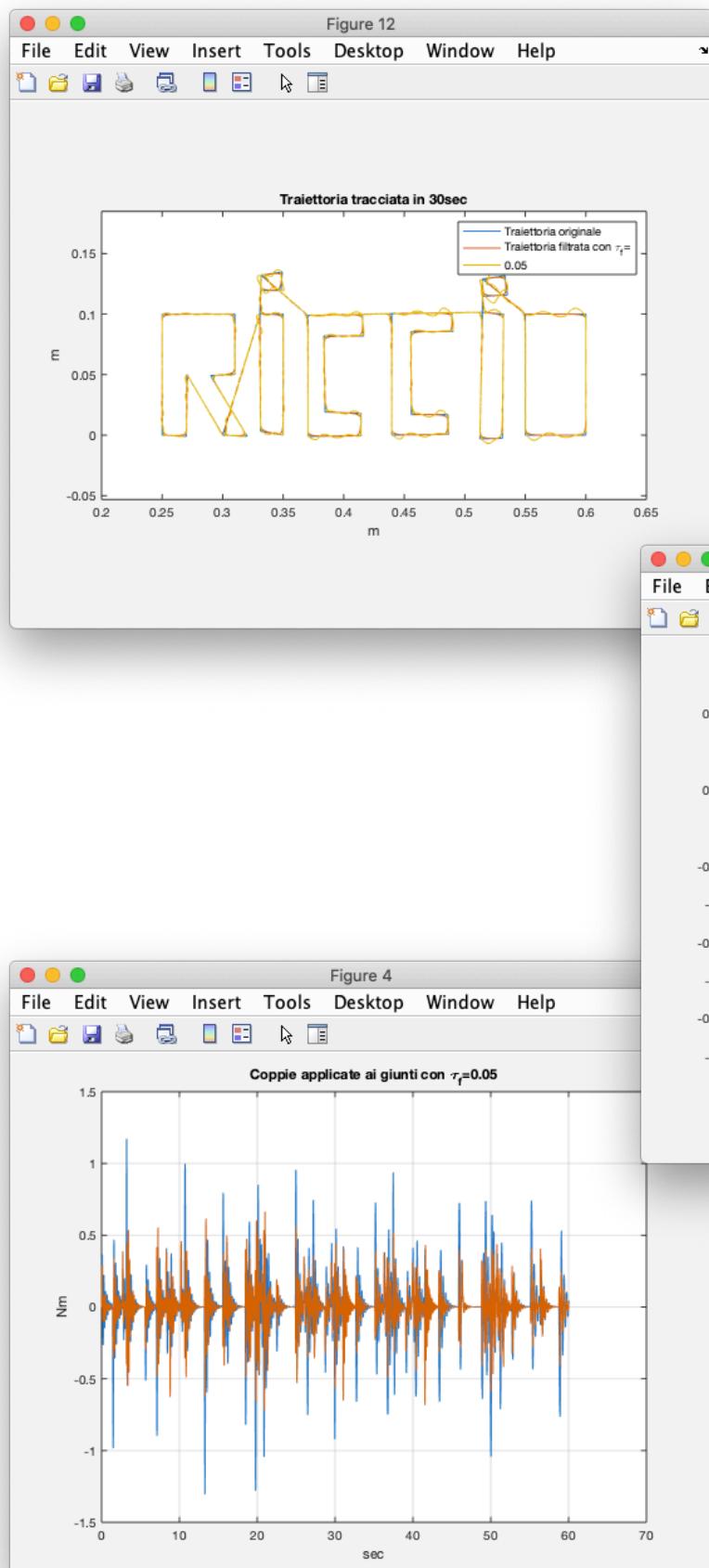
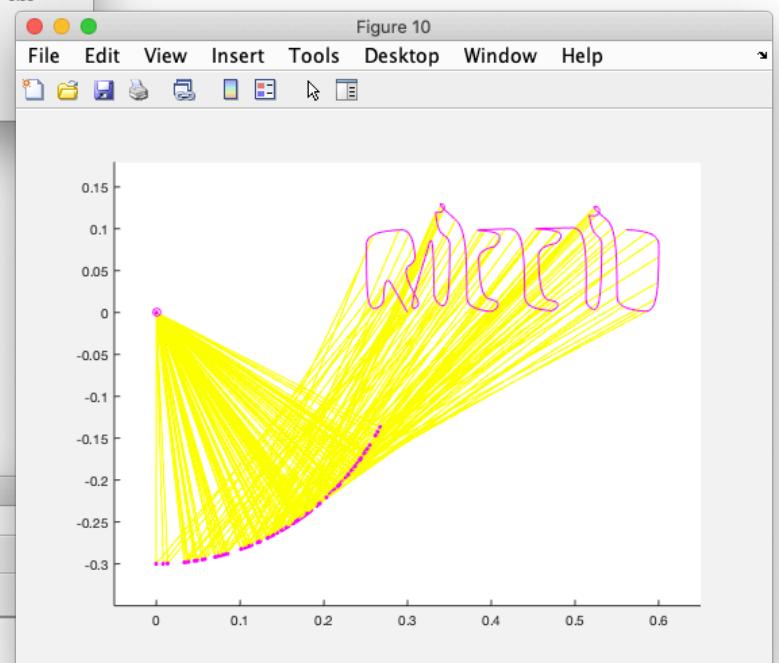
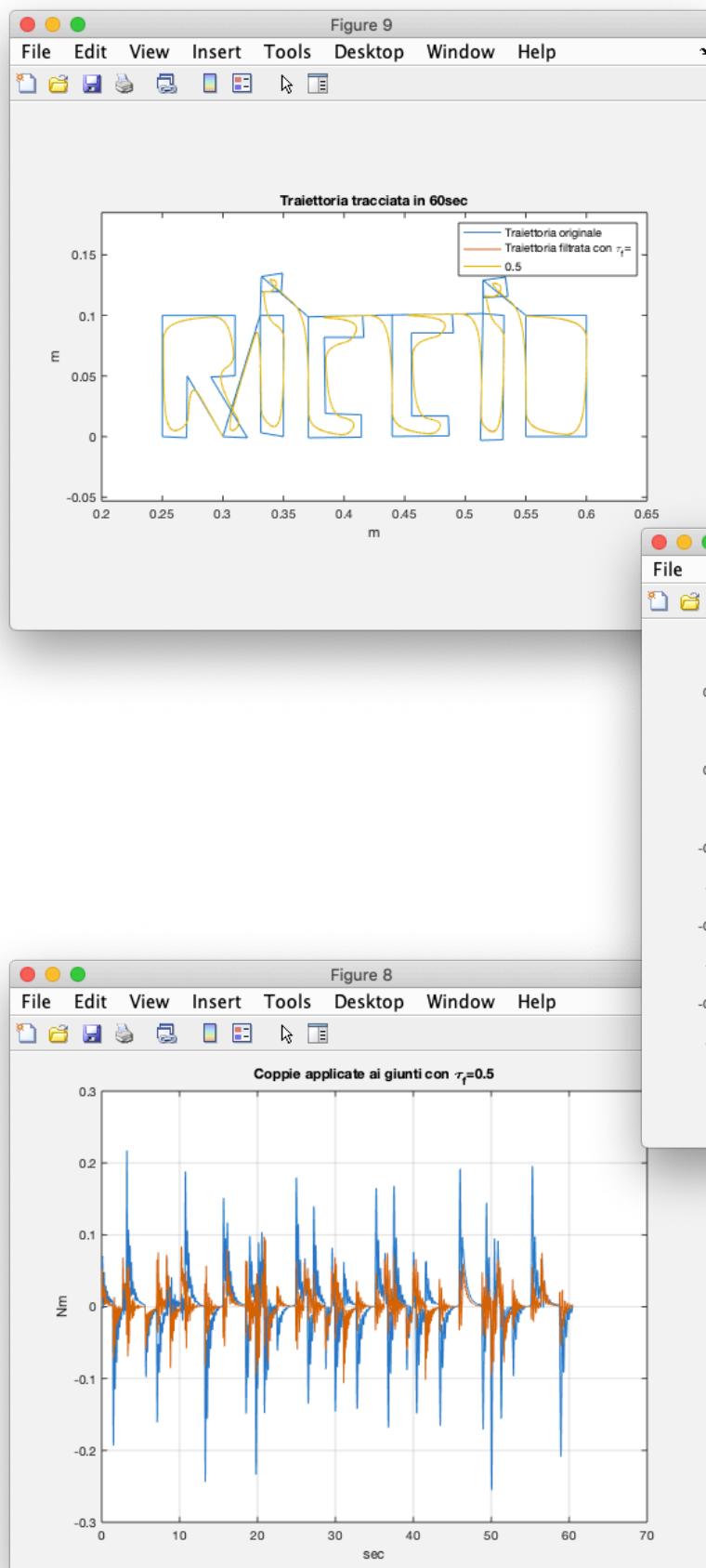


Figura 6.6: Traiettoria desiderata sul piano X-Y



Con filtraggio $\tau_f = 0.05$, il robot riesce a tracciare il mio cognome in maniera ottimale.



Con filtraggio $\tau_f = 0.5$, il robot ha problemi nel tracciare il mio cognome, però è leggibile.

7 RISCALDAMENTO BILOCALE

7.1 INTRODUZIONE

Oggi giorno come si suol dire: “Non esistono più le mezze stagioni”, infatti, sempre più spesso capita che ci sono inverni molto freddi anche in regioni del Sud, ed estati molto calde in regioni del Nord. Nasce, dunque, l'esigenza per molte persone di installare un impianto di riscaldamento nelle proprie abitazioni al fine di mantenere in casa, temperature sempre intorno ai 16~25 °C. Ma la vera domanda è, quale tipo di impianto di riscaldamento mi conviene installare? Infatti, non esiste solo il classico impianto di riscaldamento a gas che riscalda l'acqua e la fa circolare nei radiatori (termosifoni), ma da pochi anni a questa parte stanno prendendo piede molti altri tipi di impianti quali, ad esempio:

- Camini, stufe e caldaie a legno/pellet;
- Fan-coil (o ventilconvettori);
- Riscaldamento a pavimento, a parete o a soffitto (anch'esso a gas, ma con consumi decisamente più bassi);
- Energia solare (anche se poco efficienti in case di grosse dimensioni).

Ciò che, però, realmente è importante in fase di progetto ed installazione di un sistema di riscaldamento è il suo dimensionamento, infatti, le case non sono tutte uguali e la loro planimetria è importante al fine di quantificare la disposizione ed il numero di elementi da posizionare nell'ambiente. Nel nostro caso ci limiteremo a studiare un bilocale, ovvero un appartamento con due sole stanze, da notare che nella nostra simulazione non verrà fatta nessuna precisazione sul tipo di riscaldamento, essendo tale studio indipendente da esso e, quindi, applicabile in ogni caso.

7.2 MODELLO MATEMATICO

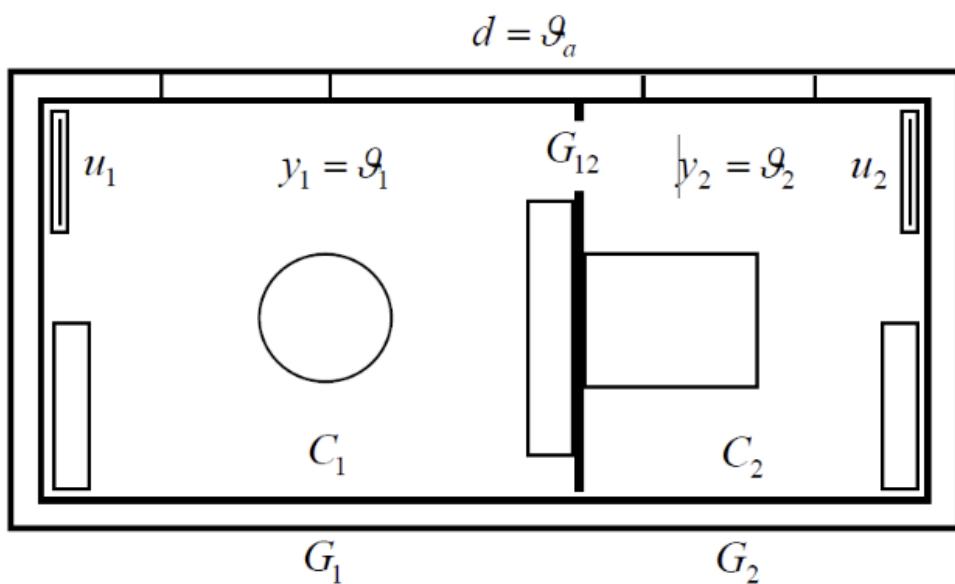


Figura 7.1: Schema termico di un bilocale

Nella Figura 7.1, è rappresentato lo schema termico del bilocale che useremo per ricavare il relativo modello matematico, in esso sono state introdotte le seguenti grandezze:

- ϑ_1 e ϑ_2 le temperature delle due stanze;
- C_1 e C_2 le capacità termiche delle due stanze;

- $\vartheta_a = d$ la temperatura dell'ambiente esterno che rappresenta un elemento di disturbo per il nostro modello, in quanto causa di variazioni di temperatura non controllabile;
- G_1 e G_2 le conduttanze delle pareti con l'ambiente esterno;
- G_{12} la conduttanza della parete tra le due stanze;
- $q_1 = u_1$ e $q_2 = u_2$ le potenze termiche fornite dagli elementi riscaldanti dell'impianto nelle due stanze.

Introdotte, quindi, le precedenti grandezze possiamo adesso applicare la *legge di trasmissione del calore per conduzione* al nostro modello, ottenendo le seguenti espressioni algebriche:

$$C_1 \dot{\vartheta}_1 + G_1(\vartheta_1 - d) + G_{12}(\vartheta_1 - \vartheta_2) = u_1$$

$$C_2 \dot{\vartheta}_2 + G_2(\vartheta_2 - d) + G_{12}(\vartheta_2 - \vartheta_1) = u_2$$

Dalle quali, esplicitando $\dot{\vartheta}_1$ e $\dot{\vartheta}_2$, otteniamo:

$$\dot{\vartheta}_1 = -\frac{G_1 + G_{12}}{C_1} \vartheta_1 + \frac{G_{12}}{C_1} \vartheta_2 + \frac{G_1}{C_1} d + \frac{1}{C_1} u_1$$

$$\dot{\vartheta}_2 = -\frac{G_2 + G_{12}}{C_2} \vartheta_2 + \frac{G_{12}}{C_2} \vartheta_1 + \frac{G_2}{C_2} d + \frac{1}{C_2} u_2$$

In definitiva, ponendo $x = \begin{bmatrix} \vartheta_1 \\ \vartheta_2 \end{bmatrix}$ e $u = \begin{bmatrix} d \\ u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}$, possiamo ottenere il modello *i-s-u* dell'impianto di riscaldamento in forma matriciale, come di seguito:

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} -\frac{G_1 + G_{12}}{C_1} & \frac{G_{12}}{C_1} \\ \frac{G_{12}}{C_2} & -\frac{G_2 + G_{12}}{C_2} \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} \frac{G_1}{C_1} & \frac{1}{C_1} & 0 \\ \frac{G_2}{C_2} & 0 & \frac{1}{C_2} \end{bmatrix} u = Ax + Bu$$

$$y = x = Cx$$

Facciamo alcune considerazioni, poiché un impianto di riscaldamento impiega diverse ore per portare l'ambiente in cui funziona alla temperatura prestabilita, la simulazione di pochi secondi fatta tramite Matlab non darebbe un risultato significativo. Per ovviare a questo problema si è deciso quindi di moltiplicare le matrici A e B del sistema per un fattore 3600 in questo modo la simulazione di un secondo corrisponde a circa un'ora di funzionamento. La temperatura dell'ambiente esterno ϑ_a può essere approssimata tramite la seguente relazione:

$$\vartheta_a = \frac{(\vartheta_{min} + \vartheta_{max})}{2} - \frac{(\vartheta_{max} - \vartheta_{min})}{2 \cos\left(\frac{\pi}{12(t-2)}\right)}, \quad \text{in cui } t \text{ è espresso in ore}$$

Per ottenere i *guadagni a regime* del sistema, ovvero le potenze termiche, basta imporre la derivata prima dell'ingresso uguale a zero cioè $\dot{x} = 0$, da cui si ottiene:

$$0 = Ax + Bu \Rightarrow x = -\frac{B}{A}u$$

$$y = Cx = C\left(-\frac{B}{A}\right)u$$

Mentre per ottenere la *costante di tempo* τ , che ci permette di determinare la durata del transitorio, ovvero del tempo che l'impianto impiega per portare la temperatura della stanza a quella desiderata, basta calcolare gli autovalori della matrice A prenderne la parte reale, e poi fare l'inverso e l'opposto, in formule:

$$\tau = -\frac{1}{\text{real}(\text{eig}(A))}$$

Tale calcolo lo riprenderemo anche dopo durante la simulazione del sistema tramite Matlab, mostrando come esso sia un potente strumento di calcolo permettendoci di ottenere tale valore in maniera istantanea tramite pochi comandi.

7.3 SCHEMA SIMULINK E SIMULAZIONI

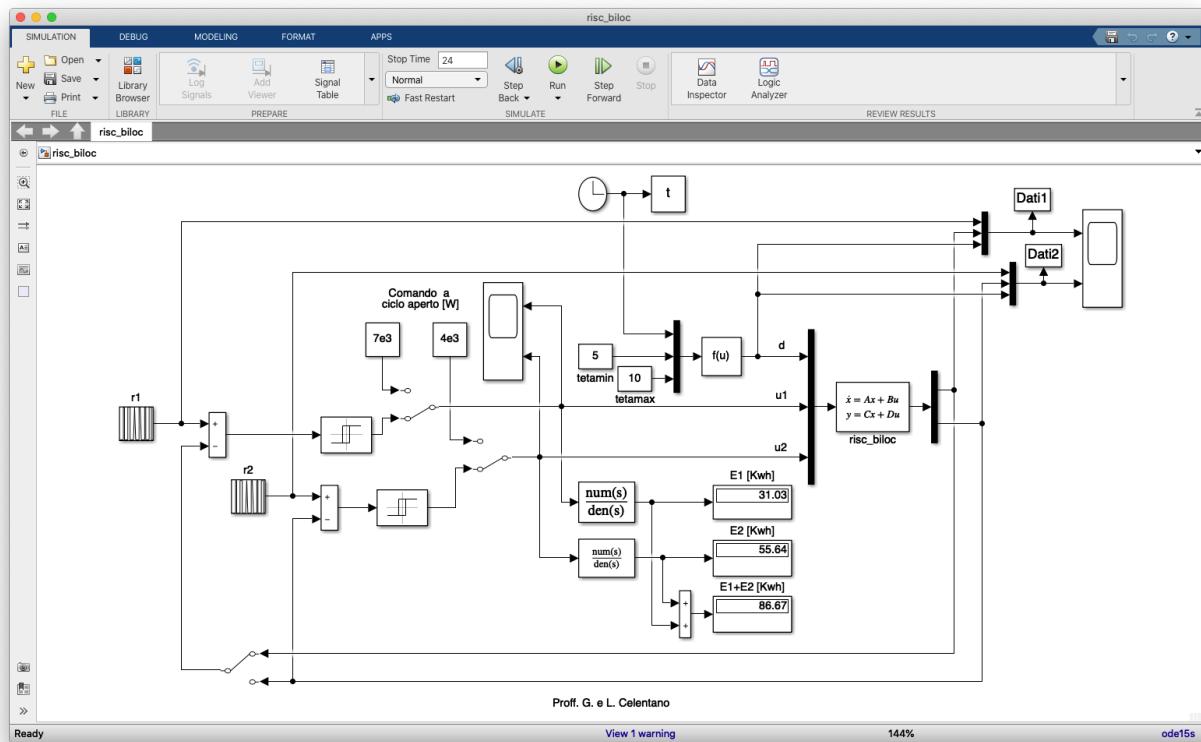


Figura 7.2: Schema Simulink dell'impianto di riscaldamento di un bilocale

Per simulare il nostro impianto di riscaldamento si è fatto uso dei programmi presenti nella libreria software fornita dagli Autori, “**risc_biloc_dim.m**” e “**risc_biloc.mdl**”, il primo contiene le formule calcolate nel paragrafo precedente a cui sono state assegnate i seguenti valori:

$$C_1 = 1e5 \frac{J}{^{\circ}C}, \quad C_2 = 2e4 \frac{J}{^{\circ}C}$$

$$G_1 = 250 \frac{W}{^{\circ}C}, \quad G_2 = 100 \frac{W}{^{\circ}C}, \quad G_{12} = 50 \frac{W}{^{\circ}C}$$

$$\vartheta_{min} = 5 \text{ } ^{\circ}C, \quad \vartheta_{max} = 10 \text{ } ^{\circ}C$$

L'arco temporale di simulazione è di 24h.

CASO 1 – *Simulazione a ciclo aperto con potenze termiche degli elementi riscaldanti pari a $u_1 = 2000 \text{ W}$, $u_2 = 4000 \text{ W}$.*

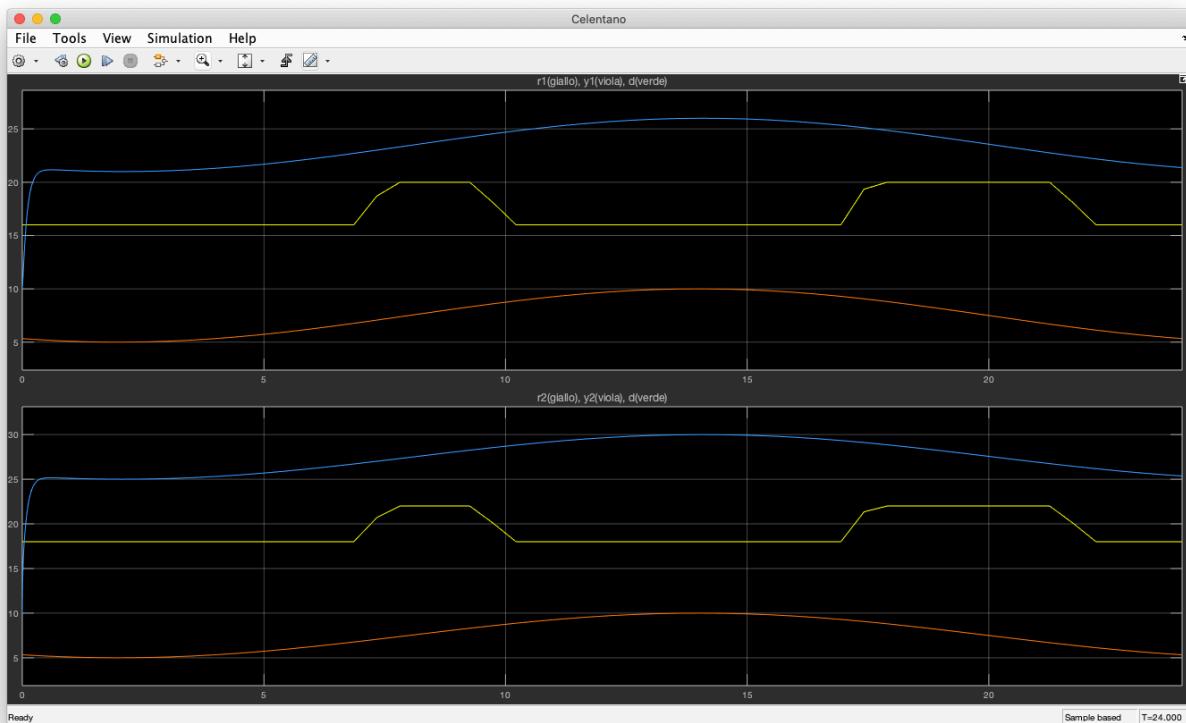


Figura 7.3: Grafico delle temperature delle due stanze

Come si può notare dalla Figura 7.3, la temperatura fornita dal nostro impianto di riscaldamento (linea blu) oscilla intorno ai 20~25 °C, quando invece la temperatura desiderata (linea gialla) è pari a 18 °C per gran parte della giornata a meno di due fasce orarie in cui è richiesta una temperatura superiore di poco ai 20 °C. In particolare, si evince che la temperatura generata dal riscaldamento risente dell'aumento di temperatura esterna (linea rossa) che si genera tra le ore 10 e 17 del giorno, dove si tocca il picco di 10 °C. Tuttavia, risulta chiaro come il nostro impianto fornisca comunque un adeguato livello di comfort nell'abitazione anche se non rispetta i valori di temperatura prestabiliti. A livello di costi, tale impianto ha consumato nell'arco delle 24h circa 144 Kwh, il che significa ipotizzando un costo medio di 0,18 € per Kwh, la spesa sarà di 25,92 €.

CASO 2 – *Simulazione a ciclo chiuso con l'utilizzo di due controllori a relè con isteresi, di cui il primo con potenza termica pari a 2000 W e soglia di abilitazione/interruzione pari ad 1 °C ed il secondo con potenza termica pari a 4000 W e soglia di abilitazione/interruzione pari anch'esso ad 1 °C.*

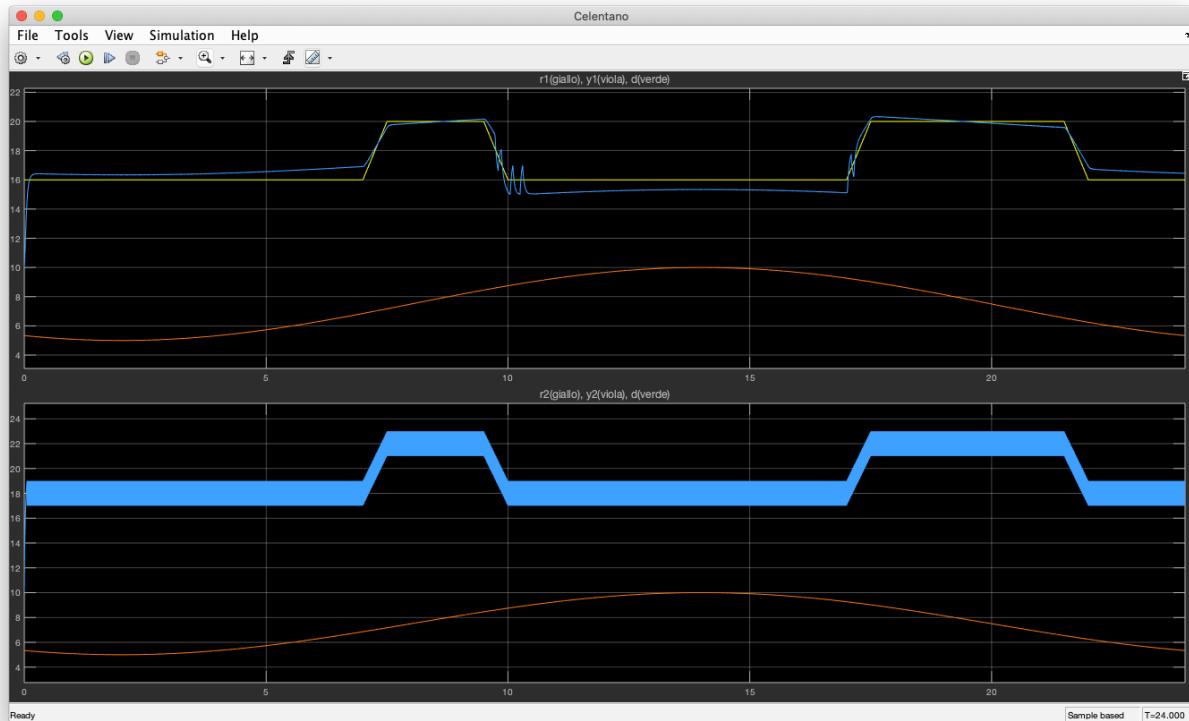


Figura 7.4: Grafico delle temperature delle due stanze

Analizzando la Figura 7.4, si nota come la temperatura fornita dal nostro impianto di riscaldamento (**linea blu**) segua perfettamente l'andamento della temperatura desiderata (**linea gialla**), che è pari a 18 °C per gran parte della giornata a meno di due fasce orarie in cui è richiesta una temperatura superiore di poco ai 20 °C, a meno di piccole oscillazioni dovute al comportamento **ON-OFF** del relè che mantiene la temperatura sempre nel range di funzionamento prestabilito. In particolare, si evince che la temperatura generata dal riscaldamento non è influenzata dell'aumento di temperatura esterna (**linea rossa**) che si genera tra le ore 10 e 17 del giorno, dove si tocca il picco di 10 °C. Risulta, dunque, chiaro come questo tipo di controllo del nostro impianto fornisca un adeguato livello di comfort nell'abitazione riuscendo anche a rispettare la temperatura desiderata. A livello di costi, tale impianto ha consumato nell'arco delle 24h circa 86,15 Kwh, il che significa ipotizzando un costo medio di 0,18 € per Kwh, che la spesa sarà di 15,50 €, decisamente una cifra inferiore al caso precedente.

8 ALIMENTATORE PER RETI ELETTRICHE

8.1 INTRODUZIONE

Un alimentatore elettrico, comunemente chiamato alimentatore, è un convertitore **corrente alternata-corrente continua**, ovvero un apparato elettrico che serve a raddrizzare in uscita la tensione elettrica in ingresso, in modo da fornire energia elettrica adattandola all'uso di altre apparecchiature elettriche come elettrodomestici, modificando eventualmente anche i livelli di tensione e intensità di corrente, e dunque potenza in uscita, attraverso un trasformatore.

Gli alimentatori differiscono ampiamente in funzione della potenza gestita, così anche per le caratteristiche di qualità della corrente elettrica fornita all'uscita. Un alimentatore con pari valori di tensione e potenza è più complesso e costoso quanto più la tensione fornita è precisa e stabile, e quanto maggiore è la sua affidabilità. Esistono anche alimentatori da laboratorio, in cui la tensione di uscita è regolabile a piacere dall'utilizzatore in base alla necessità. Questi alimentatori hanno anche una limitazione della corrente massima fornita, in alcuni casi regolabile, utile per evitare problemi in caso di cortocircuito e per speciali circuiti con alimentazione in corrente costante.

In molti casi l'alimentatore fornisce più di una tensione di uscita a seconda della necessità. È il caso degli alimentatori per incubatrici, che forniscono tensioni di 9,3, ± 32 , ± 100 V, o degli alimentatori per computer (Figura 8.1), dove le tensioni necessarie sono +3,3 V, +5 V, +12 V, -5 V e -12 V. Un crescente numero di case costruttrici adotta la certificazione 80 Plus per verificare la stabilità della tensione in uscita e la quantità di energia dissipata in calore sotto varie condizioni di carico dell'alimentatore.

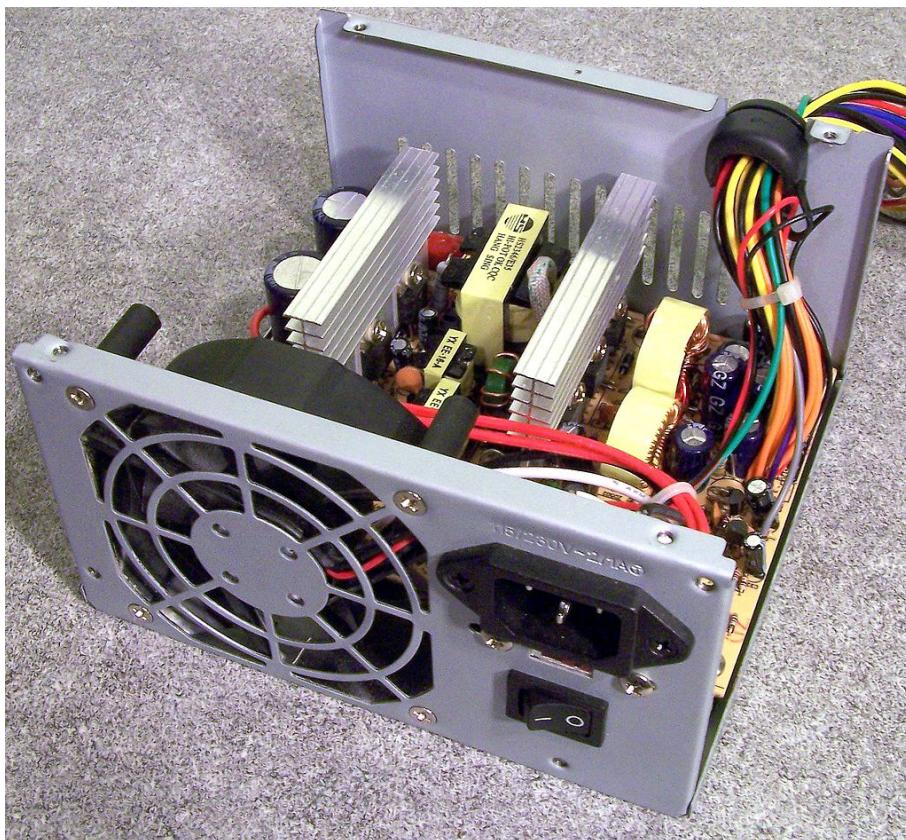


Figura 8.1: Alimentatore per Personal Computer

Inoltre, da alcuni anni a questa parte gli alimentatori sono in grado di funzionare sia con la tensione europea a 220~230V di ampiezza e a frequenza di 50Hz sia con la tensione americana a 110V di ampiezza e con frequenza di 60Hz.

8.2 MODELLO MATEMATICO

Al fine di sviluppare il modello matematico dell'alimentatore, esso sarà rappresentato attraverso una resistenza, un induttore, un condensatore ed un diodo, come in Figura 8.2. In cui le grandezze introdotte sono:

- R_g la resistenza del generatore;
- L l'induttanza del filtro;
- C la capacità del filtro;
- R la resistenza del carico.

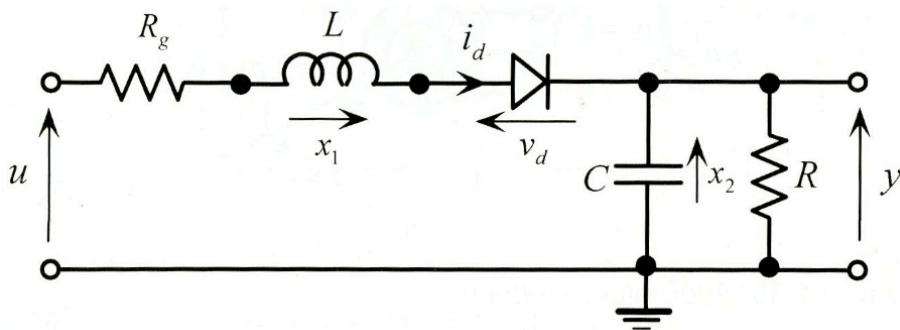


Figura 8.2: Schema circuitale di un alimentatore elettronico

Il diodo è un componente elettronico passivo a semiconduttore non-lineare a due terminali (bipolo), la cui funzione ideale è quella di permettere il flusso di corrente elettrica in un verso e di bloccarla quasi totalmente nell'altro, la cui relazione caratteristica è:

$$i_d = I_0 \left(e^{\frac{v_d}{\eta V_T}} - 1 \right) \Leftrightarrow V_d = \eta V_T \log \left(\frac{i_d}{I_0} + 1 \right)$$

Dove I_0 è la corrente di saturazione inversa, mentre, η è un parametro che varia a seconda del processo con cui è costruito il diodo ed, infine, V_T è una tensione (detta tensione termica) che dipende dalla temperatura dell'ambiente in cui si trova il diodo e dalla costante di Boltzmann.

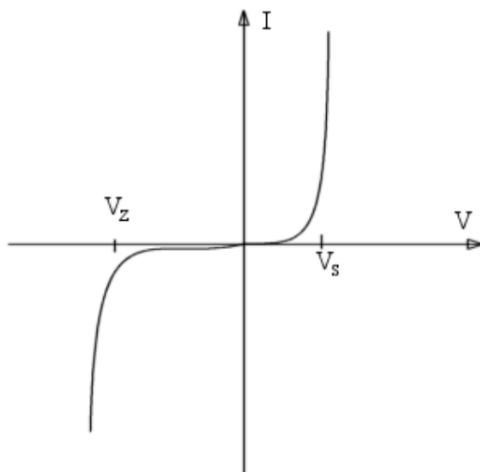


Figura 8.3: Legame I - V del diodo

Dalla Figura 8.3, si può notare come il legame $I - V$ è non-lineare ciò ci permette, quindi, di modellare il diodo come una resistenza del tipo $r_d(i_d)$, questo vale in particolar modo nel caso in esame dove il diodo è in serie con una resistenza.

A questo punto, applicando i *principi di Kirchhoff* si ha:

$$u = R_g x_1 + L \dot{x}_1 + r_d x_1 + x_2$$

$$\dot{x}_1 = C \dot{x}_2 + \frac{x_2}{R}$$

Esplicitando le due derivate prime delle espressioni precedenti otteniamo le equazioni di funzionamento del nostro modello di alimentatore:

$$\dot{x}_1 = \frac{u - R_g x_1 - r_d x_1 - x_2}{L}$$

$$\dot{x}_2 = \frac{x_1}{C} - \frac{x_2}{RC}$$

8.3 SCHEMA SIMULINK E SIMULAZIONE

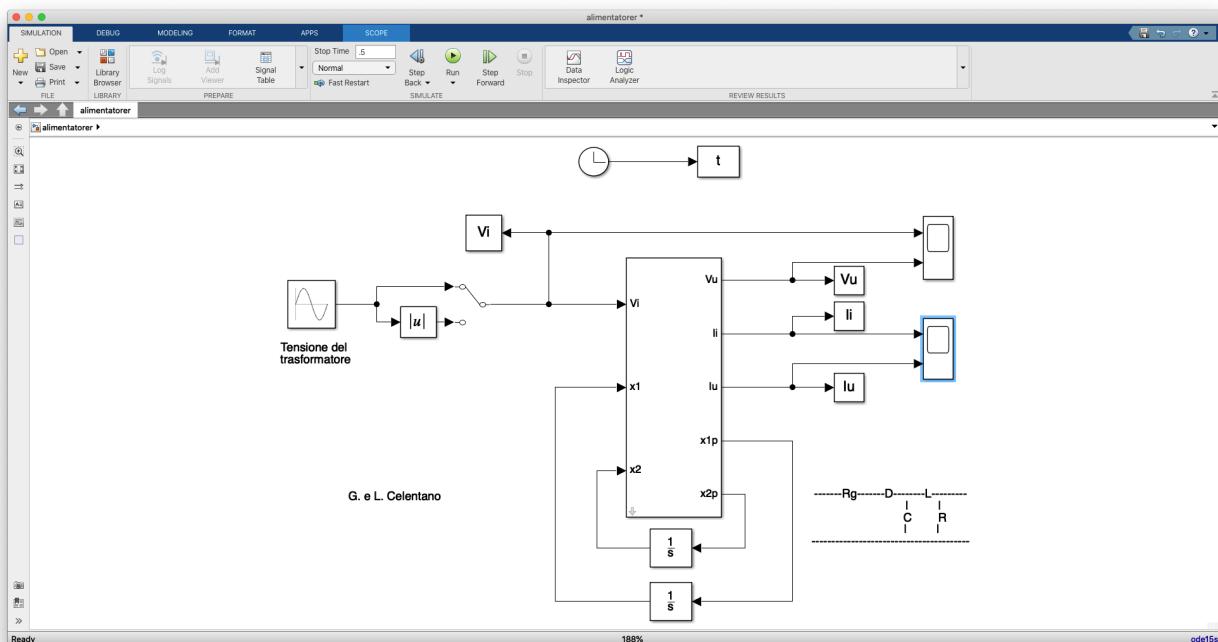
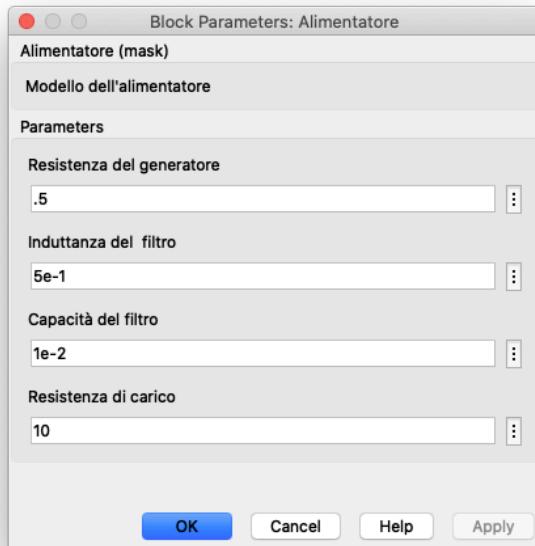


Figura 8.4: Schema Simulink di un alimentatore elettrico

Per simulare l'alimentatore elettrico si è fatto uso dello schema Simulink “**alimentatorer.mdl**”, rappresentato in Figura 8.4, forniti dagli Autori e della relativa funzione Matlab “**falimentatorer.m**”, in cui sono state riportate le equazioni del sistema e tutte le varie grandezze fisiche coinvolte. In particolare, la tensione sul diodo è stata calcolata attraverso il comando Matlab **interp1**, come mostrato di seguito.

```
Vdg=Vd+Rg*Id;
vdg=u-x1;
id=interp1(Vdg,Id,vdg);
```

Per effettuare la simulazione sono stati scelti i seguenti parametri caratteristici:



Sono, inoltre, state ipotizzate due tipi di tensioni alternate diverse in ingresso al sistema, di cui si analizzerà il comportamento e le relative tensioni e correnti continue in uscita.

CASO 1 – Tensione di ingresso a frequenza doppia e a doppia semionda, del tipo $u(t) = 10 \sin(2 * 50\pi t)$.

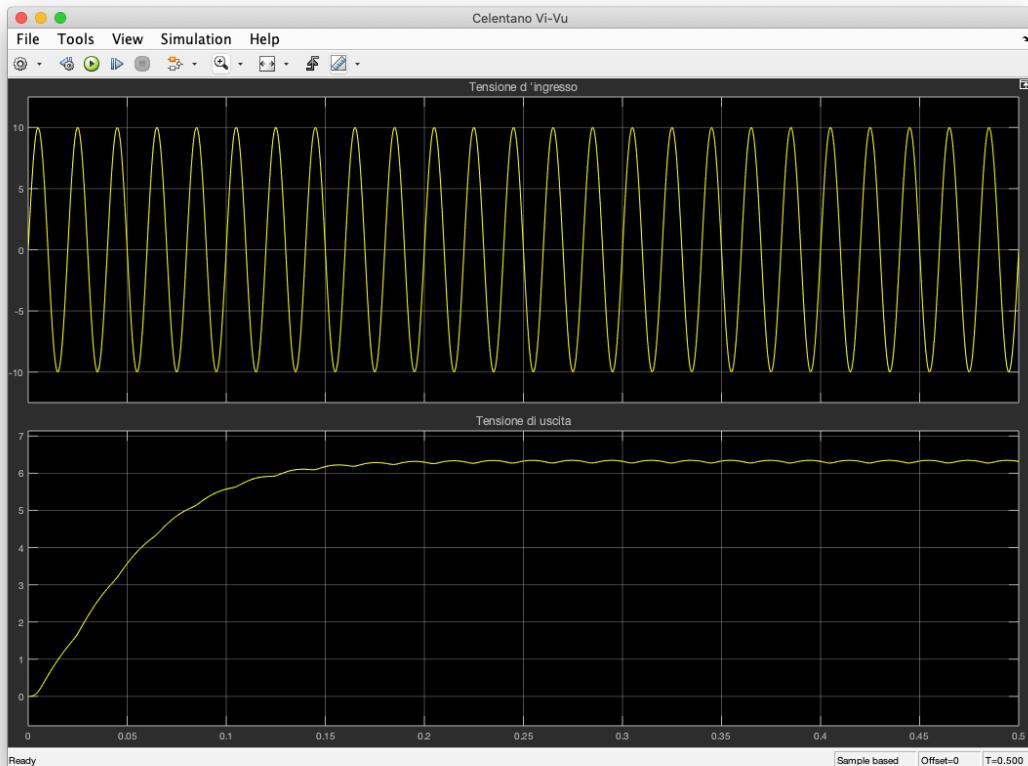


Figura 8.5: Grafico delle tensioni ingresso-uscita

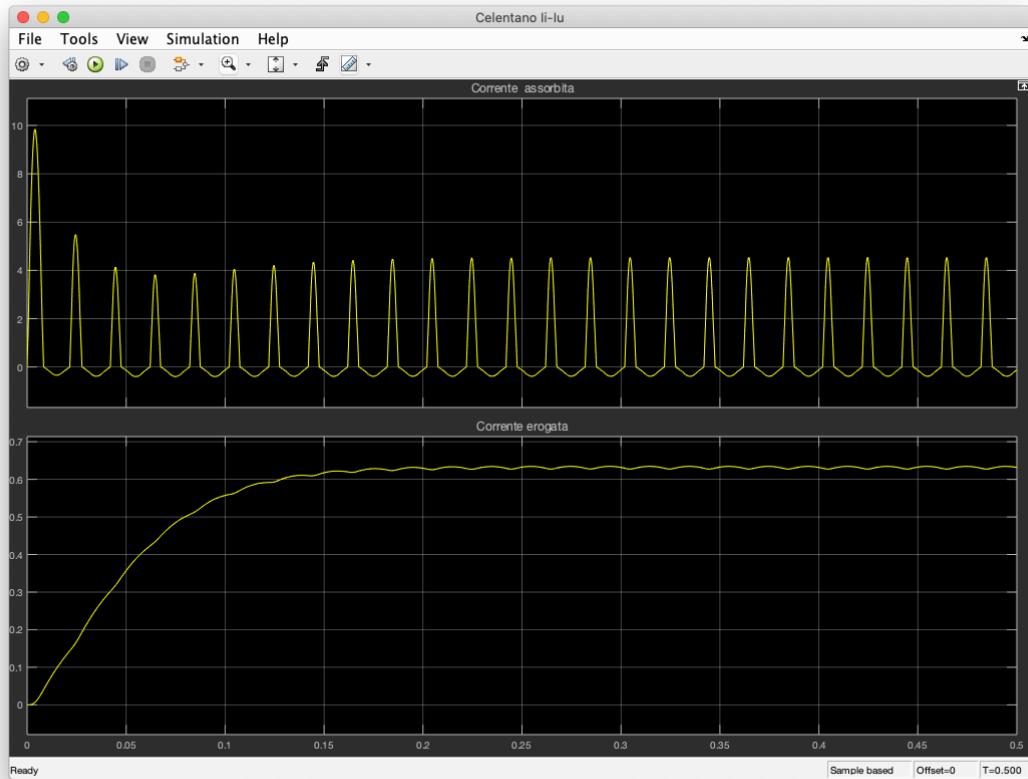


Figura 8.6: Grafico delle correnti assorbita-erogata

Nella Figura 8.5, ad una tensione sinusoidale di ampiezza 10V in ingresso, otteniamo in uscita una tensione continua che dopo un transitorio di circa 0.15s va a regime ed assume il valore di 6V, mentre in Figura 8.6 abbiamo che la corrente assorbita dal carico ha un andamento con impulsi di durata 0.01s ed ampiezza variabile con un picco pari a 10A nel primo impulso, mentre in uscita abbiamo una corrente continua che dopo circa 0.15s si attesta ad un valore di 0.6A.

CASO 2 - Tensione di ingresso a semplice semionda, del tipo $u(t) = 10 \sin(50\pi t)$.

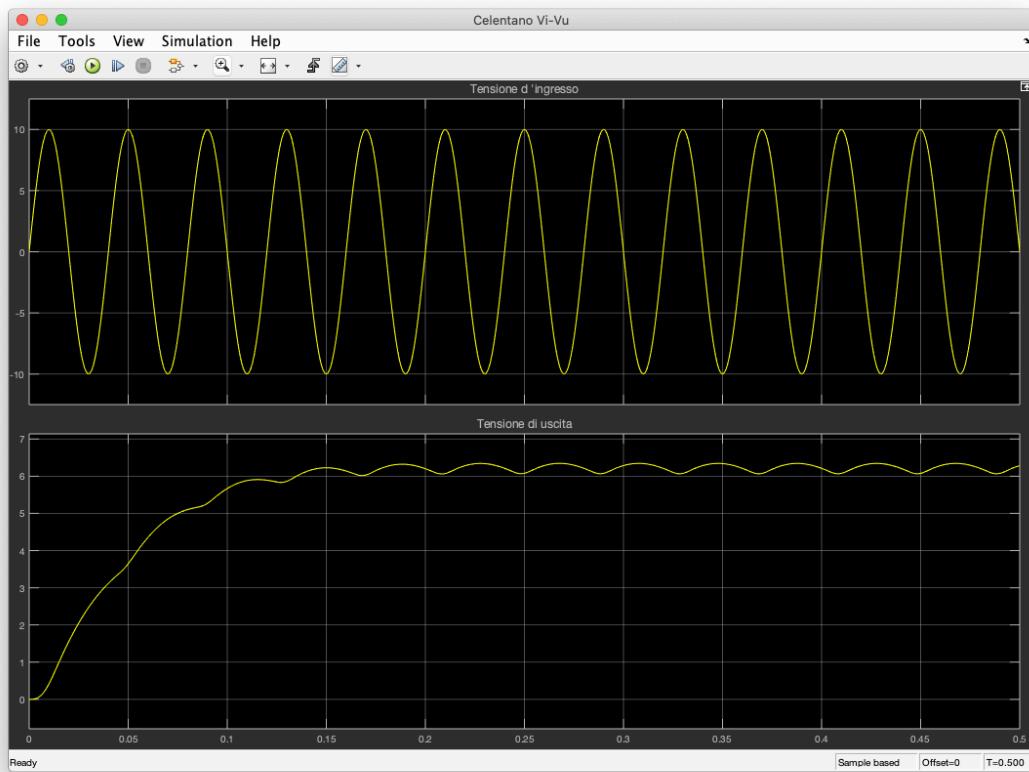


Figura 8.7: Grafico delle tensioni ingresso-uscita

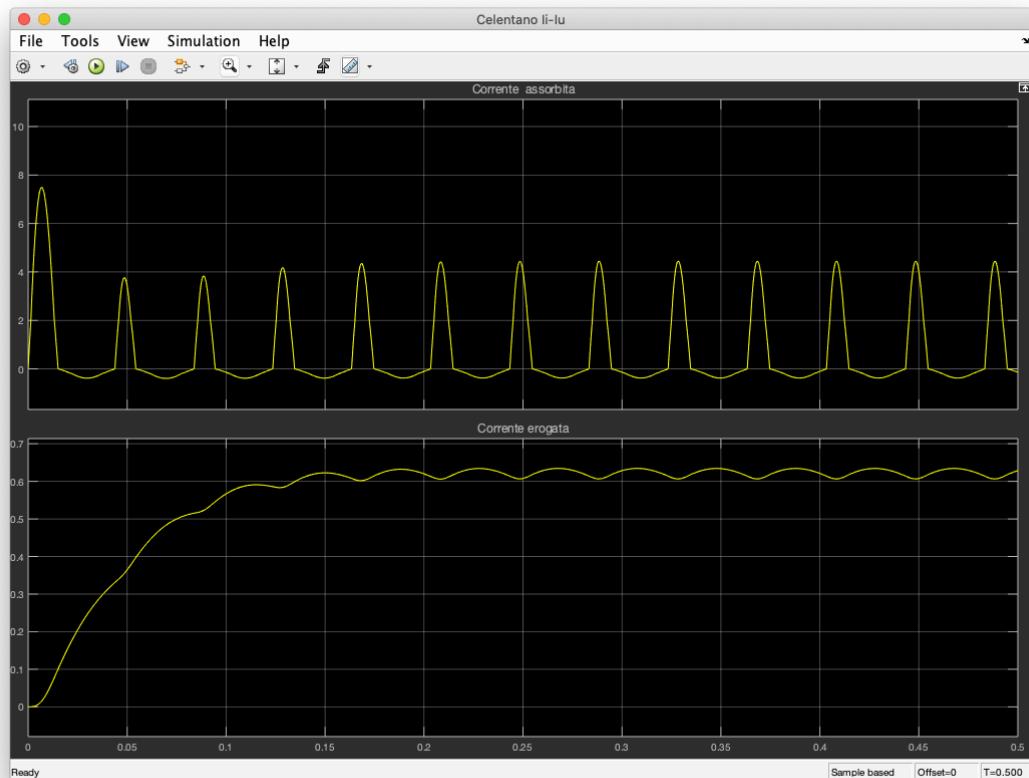


Figura 8.8: Grafico delle correnti assorbita-erogata

Nella Figura 8.7, ad una tensione sinusoidale a semplice semionda di ampiezza 10V in ingresso, otteniamo in uscita una tensione continua che dopo un transitorio di circa 0.15s va a regime ed assume il valore di 6V, mentre in Figura 8.8 abbiamo che la corrente assorbita dal carico ha un andamento con impulsi di durata 0.01s ed ampiezza variabile con un picco pari a circa 8A nel primo impulso, mentre in uscita abbiamo una corrente continua che dopo circa 0.15s si attesta ad un valore di 0.6A.

9 SERRATURA A COMBINAZIONE

9.1 INTRODUZIONE

Al giorno d'oggi, grazie all'evoluzione tecnologica in atto i meccanismi di apertura delle porte, di casseforti o di altri oggetti in cui è presente una serratura sono notevolmente migliorati rispetto al passato garantendo, quindi, una maggior sicurezza.

Le tipologie di serrature usate soprattutto per le casseforti fino ad un decennio fa erano prevalentemente di tipo meccanico in cui si prevedeva il movimento di una manopola che permetteva di sbloccare l'ingranaggio se mossa nel modo in cui era stata impostata, tale tecnica era tuttavia, poco sicura in quanto un abile ladro era in grado di aprirla velocemente grazie al rumore degli ingranaggi che giravano all'interno.

Sono, dunque, nate le cosiddette serrature digitali, in cui l'apertura è innescata dall'immissione tramite un tastierino alfanumerico della chiave di sblocco segreta impostata dal proprietario, ancora più sofisticate risultano quelle casseforti la cui apertura avviene tramite la lettura dei dati biometrici (Figura 9.1) di coloro autorizzati ad accedervene, tuttavia, queste ultime, dato l'elevato costo d'acquisto sono impiegate solo in ambienti in cui è importantissimo proteggere oggetti di inestimato valore.



Figura 9.1: Cassaforte con lettura dell'impronta digitale

Risulta chiaro, quindi, che la tipologia ormai più diffusa che si trova ormai nelle case di tutti gli italiani è la cassaforte con serratura a combinazione, in quanto è sicuramente più economica di quelle con lettura dei dati biometrici, ma al contempo è più sicura di quelle meccaniche usate fino a poco tempo fa perché dotata di una rete logica interna in grado di sbloccarla solo con l'immissione della giusta parola chiave, una cassaforte del tipo appena discusso è illustrata in Figura 9.2.



Figura 9.2: Cassaforte digitale con serratura a combinazione

9.2 MODELLO LOGICO/MATEMATICO

Essendo la cassaforte un automa a stati finiti, la sua rappresentazione avviene attraverso un grafo orientato, in cui si rappresentano gli stati che può assumere il sistema ed i relativi ingressi che causano la transizione da uno stato all'altro e l'eventuale uscita, per quest'ultima caratteristica il grafo viene anche chiamato *grafo di transizione*, di cui un esempio di rappresentazione è presente in Figura 9.3.

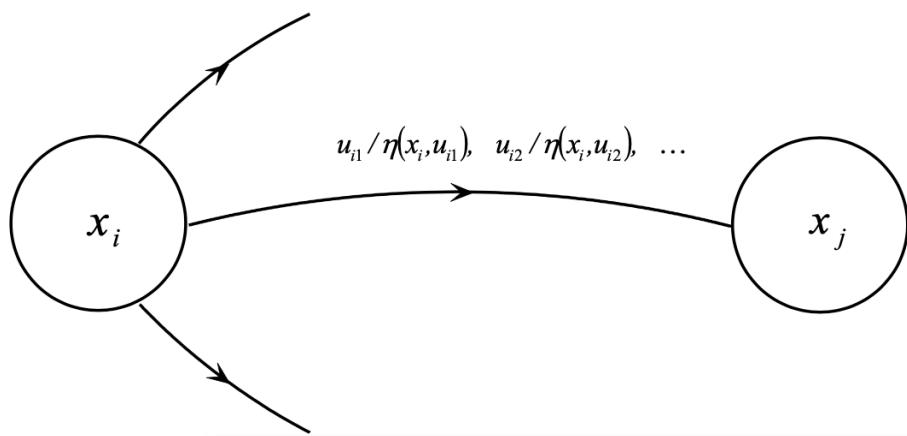


Figura 9.3: Esempio di rappresentazione di un grafo di transizione

Ad ogni stato x_i si associa un vertice di un grafo orientato, rappresentato di solito mediante un cerchietto all'interno del quale è individuato lo stato in cui si trova il sistema, inoltre, se esiste almeno un simbolo d'ingresso u_i che porta il sistema dallo stato x_i allo stato x_j si traccia un arco, ovvero una linea, orientato con vertice iniziale x_i e vertice finale x_j e lo si contraddistingue con le coppie ingresso/uscita associate a tale transizione.

Quindi, per caratterizzare un sistema a stati finiti bisogna individuare gli insiemi di ingressi-stati-uscita, come di seguito:

$$U = \{u_1, u_2, \dots, u_p\}, X = \{x_1, x_2, \dots, x_v\}, Y = \{y_1, y_2, \dots, y_\mu\}$$

Partendo da tali insiemi è possibile ricostruire il comportamento e le transizioni del grafo tramite una tabella chiamata **tabella stato presente-ingresso presente**, essa ha v righe che rappresentano gli ingressi X e p colonne che rappresentano gli ingressi U per ogni combinazione stato-uscita si riporta lo stato prossimo a cui passa il sistema, una rappresentazione è riportata in Figura 9.4.

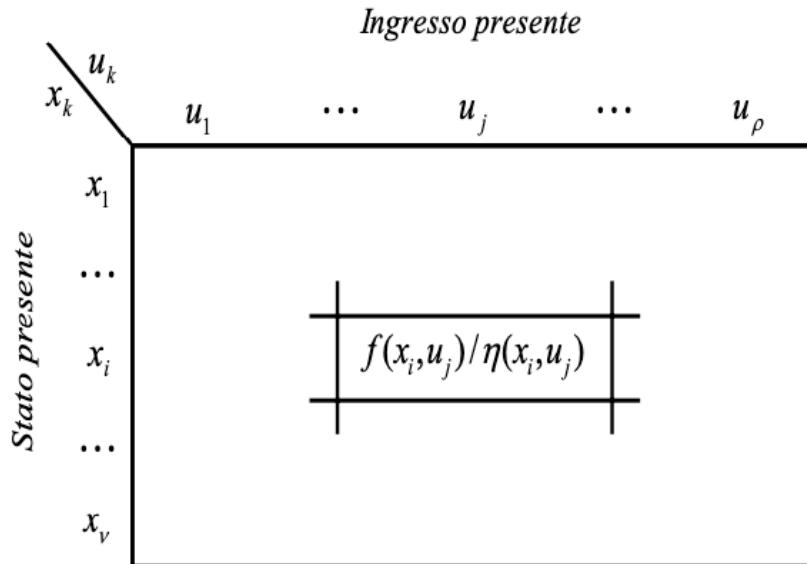


Figura 9.4: Tabella stato presente-ingresso presente

Considerando adesso il caso della serratura a combinazione la cui tastiera comprende i caratteri alfabetici A, B, C, O a cui si possono associare rispettivamente i seguenti numeri $1, 2, 3, 4$. Nel caso che la chiave di apertura sia $COCA = 3431$ è facile individuare e rappresentare il relativo grafo di transizione illustrato in Figura 9.5.

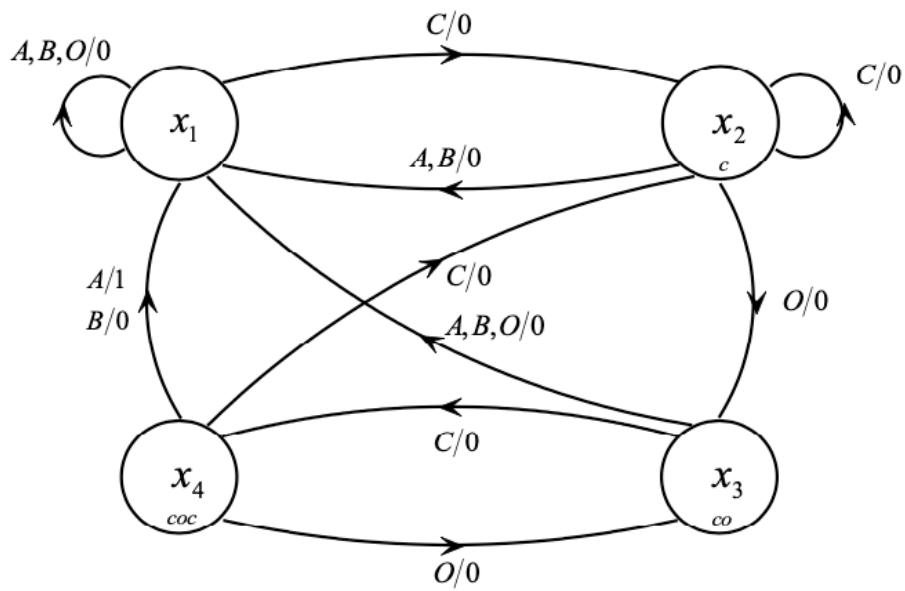


Figura 9.5: Serratura con combinazione $COCA = 3431$

Dato, quindi, il precedente grafo è possibile costruire le relative tabelle stato presente-ingresso presente, in cui per ogni combinazione *stato-ingresso* sono riportate una volta gli stati prossimi del sistema, mentre un'altra volta le uscite del sistema, così come di seguito:

X/u	$A \equiv 1$	$B \equiv 2$	$C \equiv 3$	$O \equiv 4$
$X_1 \equiv 1$	1	1	2	1
$X_2 \equiv 2$	1	1	2	3
$X_3 \equiv 3$	1	1	4	1
$X_4 \equiv 4$	1	1	2	3

Figura 9.6: Tabella dello stato prossimo

x/u	$A \equiv 1$	$B \equiv 2$	$C \equiv 3$	$O \equiv 4$
$x_1 \equiv 1$	0	0	0	0
$x_2 \equiv 2$	0	0	0	0
$x_3 \equiv 3$	0	0	0	0
$x_4 \equiv 4$	1	0	0	0

Figura 9.7: Tabella dell'uscita

9.3 SCHEMA SIMULINK E SIMULAZIONE

Tramite l'uso della funzione **Stateflow** è possibile realizzare il grafo di transizione della nostra serratura anche su Matlab, come è stato fatto dagli Autori con lo schema Simulink “**sfserratura.mdl**”, rappresentato in Figura 9.8.

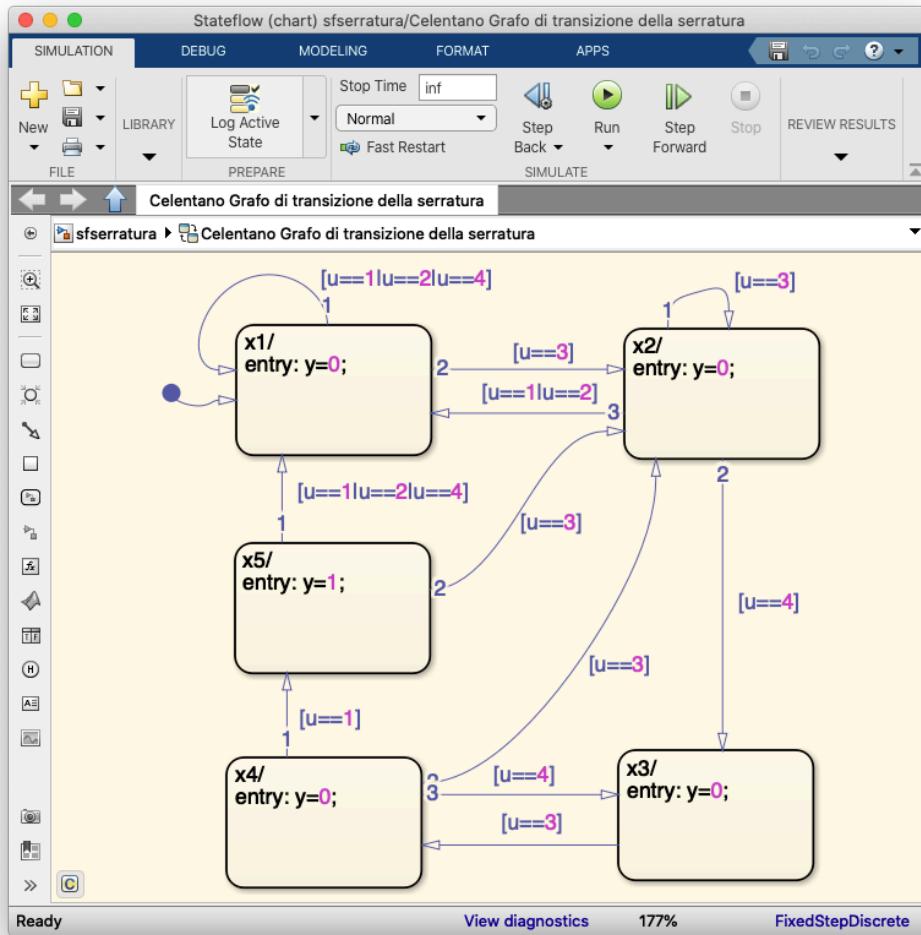


Figura 9.8: Grafo di transizione rappresentato su Matlab

Inserendo nello schema principale i parametri relativi alla chiave di sblocco, in questo caso, 3431 è possibile vedere l'avanzamento del sistema nei vari stati.

Ciò che realmente, però, risulta interessante è lo schema Simulink “**serratura.mdl**”, presente nella libreria software degli Autori che simula perfettamente la serratura a combinazione. L’inserimento della combinazione avviene attraverso l’uso dei blocchi $\frac{1}{z}$ che rappresentano degli elementi di ritardo unitario (cioè di 1s), a cui viene assegnata una condizione iniziale pari proprio ad una cifra della combinazione. Lo schema è illustrato in Figura 9.10.

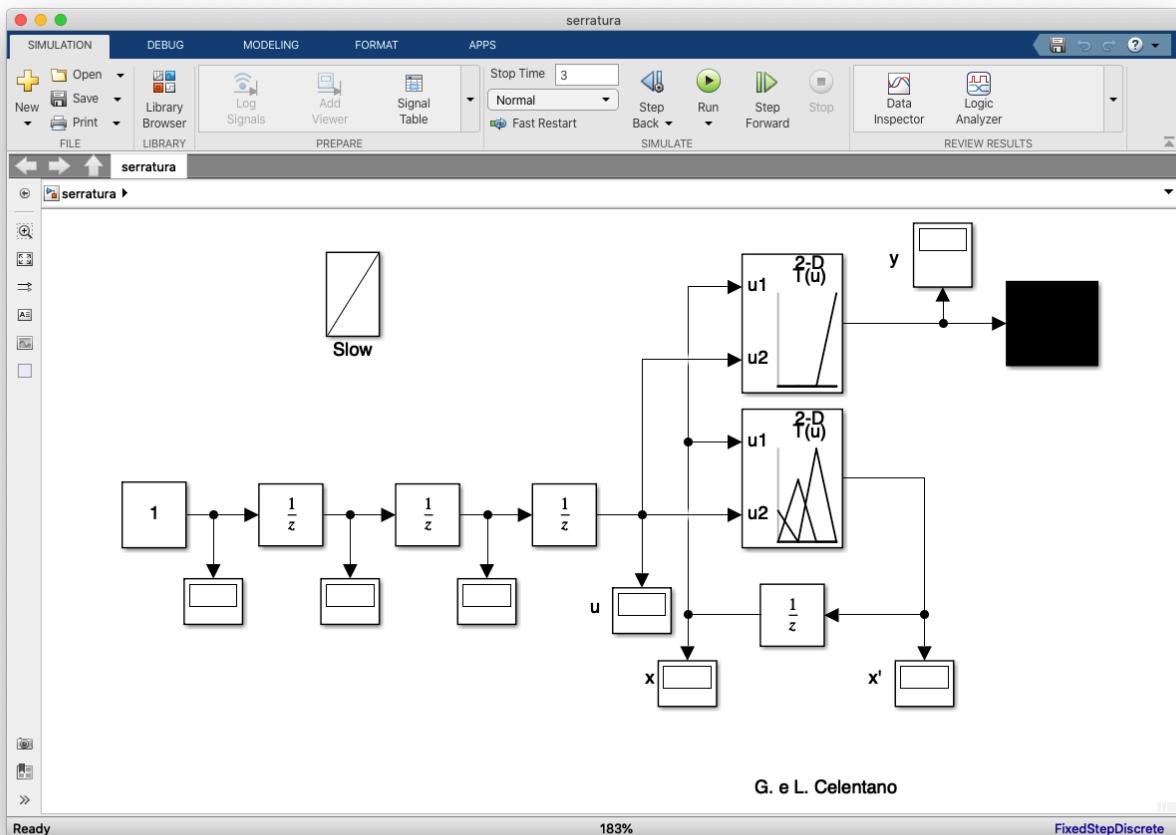


Figura 9.9: Schema Simulink di una serratura a combinazione

Nei vari blocchi avremo, quindi, la sequenza 3431 (da destra verso sinistra), invece, con i display contraddistinti dalle lettere x e x' vengono mostrati durante l’esecuzione rispettivamente lo stato presente e prossimo del sistema.

Il cuore pulsante dello schema è rappresentato dai due blocchi con ingressi u_1 e u_2 , che rappresentano il primo lo stato presente del sistema ed il secondo l’ingresso fornito alla serratura, tali blocchi altro non sono che funzioni tabellari (in Matlab, *LookUp Table*), in cui vengono riportate le tabelle stato presente-ingresso presente, che abbiamo rappresentato in Figura 9.6 e 9.7, in particolare avremo:

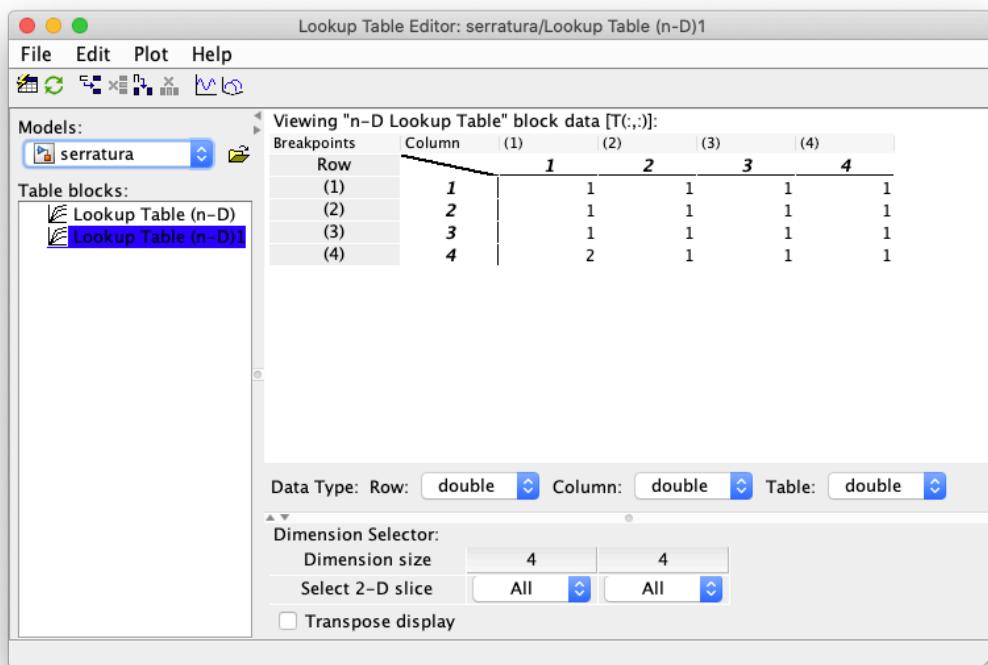


Figura 9.11: Tabella uscita

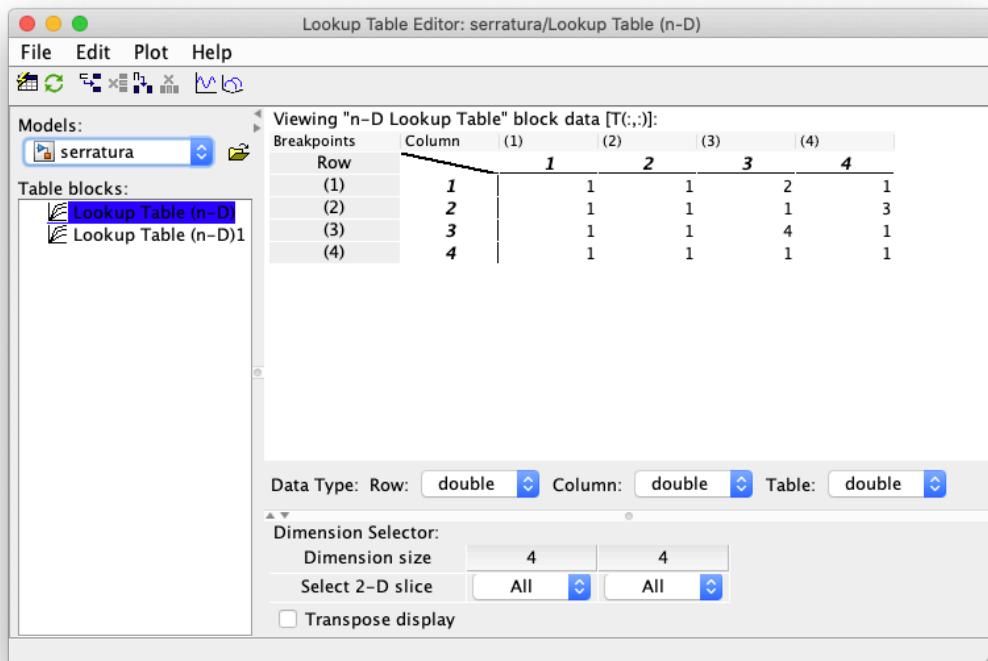


Figura 9.12: Tabella stato prossimo

Quando la combinazione in ingresso è quella corretta, ovvero 3431, l'uscita sarà 2 e verrà mostrato in output a video il simbolo di un lucchetto aperto con relativo segnale acustico, ciò è possibile perché lo schema richiama la funzione “**fserratura.m**” sempre degli Autori che tramite il valore dell'uscita della serratura determina cosa mostrare all'utente.

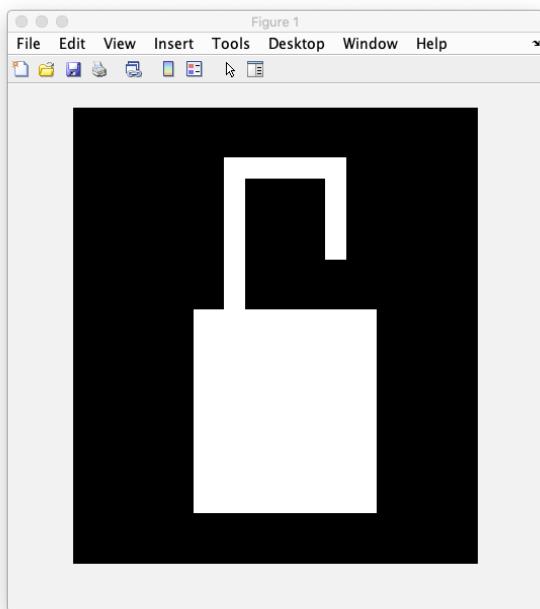


Figura 9.13: Caso combinazione corretta

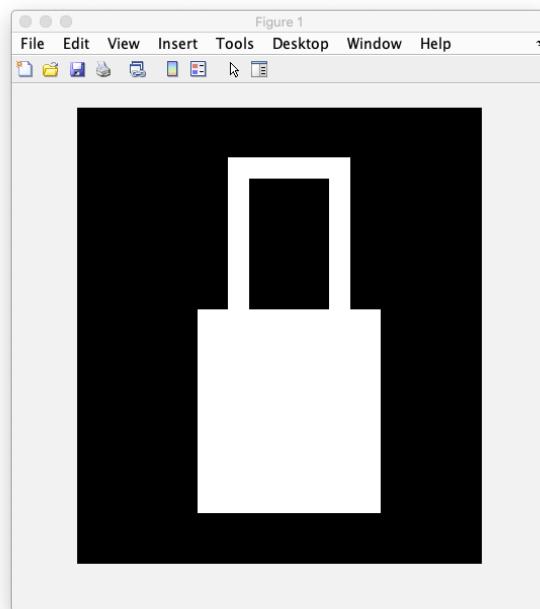


Figura 9.13: Caso combinazione sbagliata

9.4 MODELLO LOGICO/MATEMATICO – MODIFICATO

A questo punto ho deciso di apportare una modifica allo schema della serratura cambiando la chiave di sblocco, come nuova parola d'ordine ho scelto il mio cognome, “RICCIO” a cui data la seguente corrispondenza numerica: (C -> 1; I -> 2; O -> 3; R -> 4); è associata la combinazione 421123. Si può, quindi, derivare il seguente grafo di transizione:

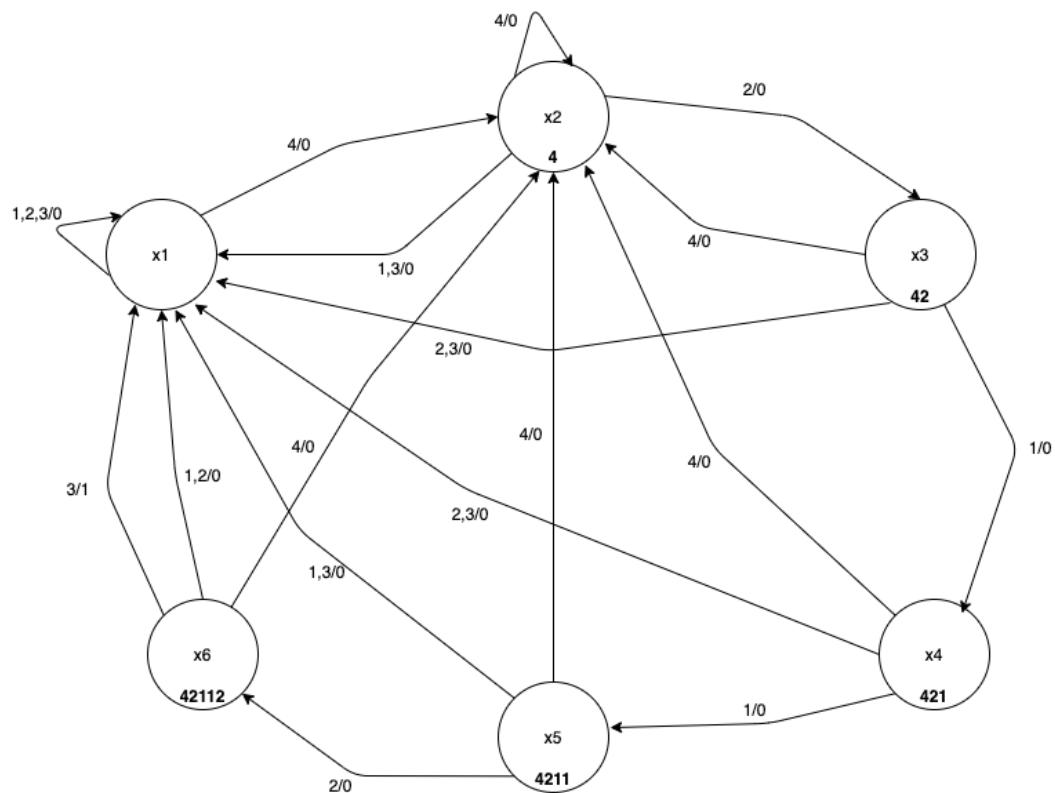


Figura 9.14: Grafo di transizione con nuova combinazione "RICCIO"

Quindi, le relative tabelle stato presente-ingresso presente sono:

X/u	$C=1$	$I=2$	$O=3$	$R=4$
$X_1 = 1$	1	1	1	2
$X_2 = 2$	1	3	1	2
$X_3 = 3$	4	1	1	2
$X_4 = 4$	5	1	1	2
$X_5 = 5$	1	6	1	2
$X_6 = 6$	1	1	1	2

Figura 9.15: Tabella dello stato prossimo

x/u	$C=1$	$I=2$	$O=3$	$R=4$
$x_1 = 1$	0	0	0	0
$x_2 = 2$	0	0	0	0
$x_3 = 3$	0	0	0	0
$x_4 = 4$	0	0	0	0
$x_5 = 5$	0	0	0	0
$x_6 = 6$	0	0	1	0

Figura 9.14: Tabella dell'uscita

9.5 SCHEMA SIMULINK E SIMULAZIONE - MODIFICATO

Affinché la serratura funzioni correttamente con la nuova combinazione, lo schema Simulink è stato modificato nel seguente modo:

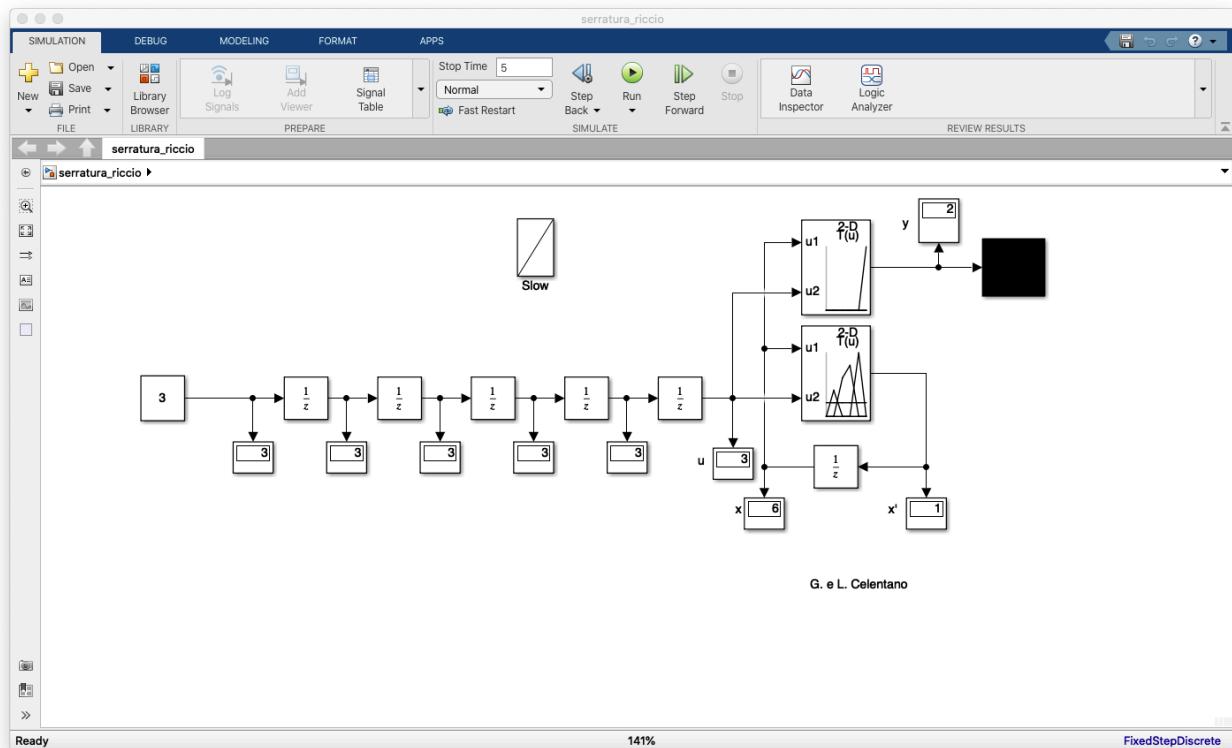


Figura 9.15: Schema Simulink della serratura con combinazione "R/CC/O"

Si noti come sono stati aggiunti due nuovi blocchi $\frac{1}{z}$, essendo le cifre della combinazione non più 4, ma 6 poi sono state modificate in maniera tale che la sequenza fosse 421123 (da destra verso sinistra) ed, infine, il tempo di esecuzione è passato da 3 a 5 per permettere l'inserimento di tutte le cifre.

Anche le relative funzioni tabellari in Matlab sono state modificate al fine di rispettare le tabelle del grafo di transizione. Di seguito, sono mostrate le modifiche:

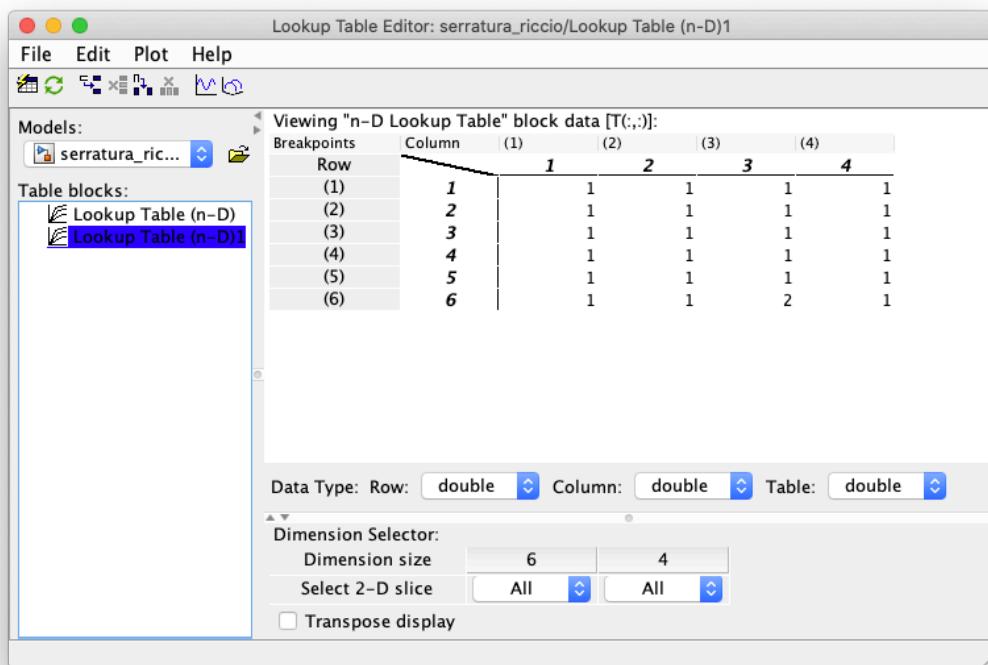


Figura 9.16: Tabella uscita

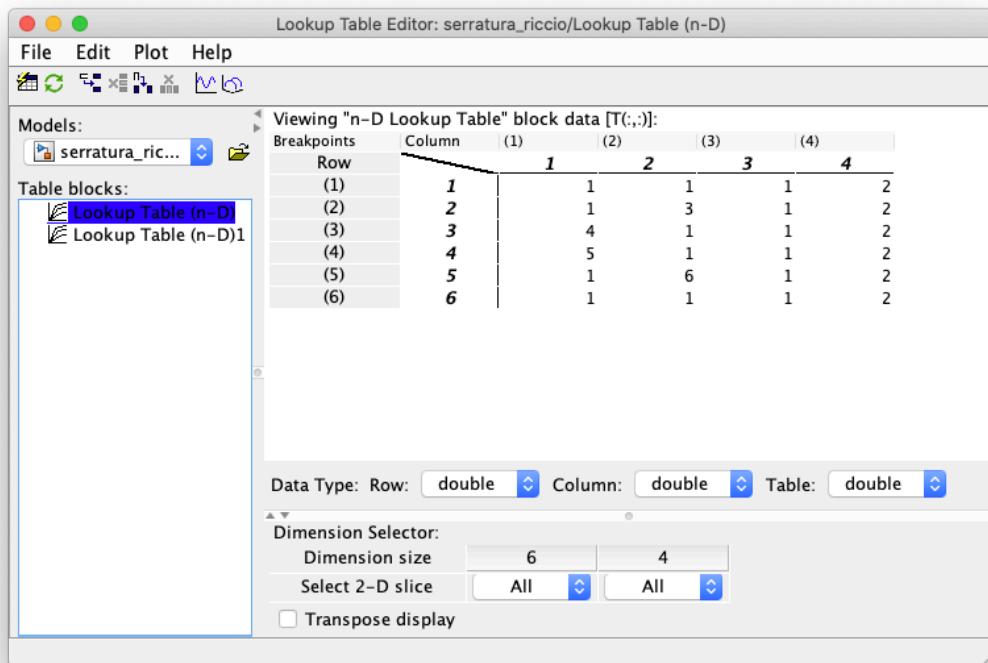


Figura 9.17: Tabella stato prossimo

Anche in questo caso, all'atto del corretto inserimento della combinazione viene mostrato in output l'immagine del lucchetto aperto, ovviamente sempre tramite il richiamo alla funzione "**f serratura.m**".

10 DRONE

10.1 INTRODUZIONE

I droni, come la maggior parte delle invenzioni, nascono da intuizioni che riguardano ambiti completamente diversi. Un'oggetto volante senza pilota a bordo, con possibilità di trasportare carichi, fu azionato per la prima volta in guerra. Il primo drone ad uso militare fece la sua comparsa nel 1849, e venne utilizzato per bombardare Venezia.

Da questo primo prototipo, somigliante più a un pallone che a quello che oggi chiamiamo drone, la tecnologia è poi esplosa. Dall'utilizzo prettamente militare, questi mezzi si sono molto evoluti, e dagli anni 2000 il loro utilizzo è uscito dall'ambito militare per entrare nel settore industriale, agricolo, ambientale, cinematografico, ludico.

Un drone non è composto solo da aeromobile + radiocomando. Ci sono diverse componenti essenziali di questi oggetti, che lavorano in sinergia per permetterci di volare. Ecco le principali:

- Il **telaio**, in inglese *frame*, è la struttura portante del drone. A partire da questa base vengono sviluppati tutti gli altri componenti, ed è sempre questo elemento che più di tutti influenza fattori come il peso del drone, la durata del volo, la resistenza, etc;



Figura 10.1: Telaio di un drone

- Il **Flight Controller**, spesso abbreviato in FC, è il cuore pulsante del drone. La sua funzione è quella di elaborare due diversi tipi di dati:
 - quelli provenienti dal **radiocomando**. Quando il pilota muove le leve del radiocomando per impartire ordini al drone, questi dati arrivano via Wi-Fi e il Flight Controller li interpreta per ritrasmetterli ai motori e alle eliche;
 - quelli provenienti dai **sensori**. Giroscopi, barometri, GPS e sistemi di rilevamento degli ostacoli, inviano dati all'unità FC, che a sua volta li elabora e ritrasmette.



Figura 10.2: FC di un drone

- I **motori brushless**, che fanno girare l'elica per ogni braccio del telaio. Questi motori sono senza spazzole, ossia senza parti di contatto con l'albero motore, ed offrono minor resistenza meccanica. La regolazione della potenza e dei giri di questi motori viene trasmessa dal Flight Controller attraverso l'Electronic Speed Control (ESC);



Figura 10.3: Motore di un drone

- Le **eliche** dei droni sono generalmente realizzate in plastica o fibra di carbonio, sono spesso rimovibili e leggerissime. Si collegano direttamente all'albero dei motori e sono spesso protette da appositi paraeliche contro urti accidentali;



Figura 110.4: Eliche di un drone

- Il **radiocomando** dei droni trasmette, via Wi-Fi o altro tipo di onde, i comandi dal pilota al drone. Ne esistono di molti tipi, da quelli con schermi integrati, a quelli che si connettono allo smartphone;



Figura 10.5: Radiocomando di un drone

- Ed infine, la maggior parte di questi aeromobili integrano un sistema di ripresa collocato sotto il telaio. I droni con **fotocamera** montano spesso il gruppo ottico su un gimbal a uno o due assi, in grado di assorbire strappi e sbalzi del volo e restituire video fluidi.



Figura 10.6: Fotocamera di un drone

Esistono, però, diversi tipi di droni a seconda dell'uso che se ne intende fare e delle caratteristiche proprie del drone stesso. Una prima distinzione che possiamo fare quando parliamo di droni, è rispetto alla loro modalità di generare **portanza**, ossia la componente della forza aerodinamica calcolata in modo perpendicolare rispetto la direzione del vento relativo. La portanza quindi, è ciò che permette all'apparecchio di rimanere in volo, e come per gli aerei e gli elicotteri, può essere generata da:

- **Ala fissa**, assomigliano proprio a degli aeroplani, con l'ala che può essere più o meno flessibile;
- **Da eliche**, a seconda del numero di eliche che generano portanza, questi droni si classificano in elicottero e multicottero (tricottero, quadricottero, pentacottero, esacottero, ottocottero).

Un'altra discriminante nel mondo droni è la loro **grandezza** e il loro **peso**. In base a questi due fattori, infatti, possiamo distinguere diverse categorie. Per grandezza:

- **Micro droni**: fino a 50 cm di lunghezza;
- **Mini droni**: tra 50 cm e 2 metri;
- **Droni medi**: oltre i 2 metri;
- **Droni grandi**: delle dimensioni di un aereo reale, per uso militare.

Per quanto riguarda il peso, generalizzando possiamo distinguere tra:

- **< 250 g**;
- **Tra 250 g e 4 Kg**;
- **> 4 Kg**.

10.2 MODELLO MATEMATICO

Al fine di ricavare il modello matematico del drone, ipotizzeremo di lavorare con un drone a due eliche, una in grado di far spostare il drone lungo la direzione verticale Y ed un'altra in grado di farlo muovere lungo la direzione orizzontale X. Quindi, per l'analisi del sistema, ci rifaremo al modello del drone in Figura 10.7.

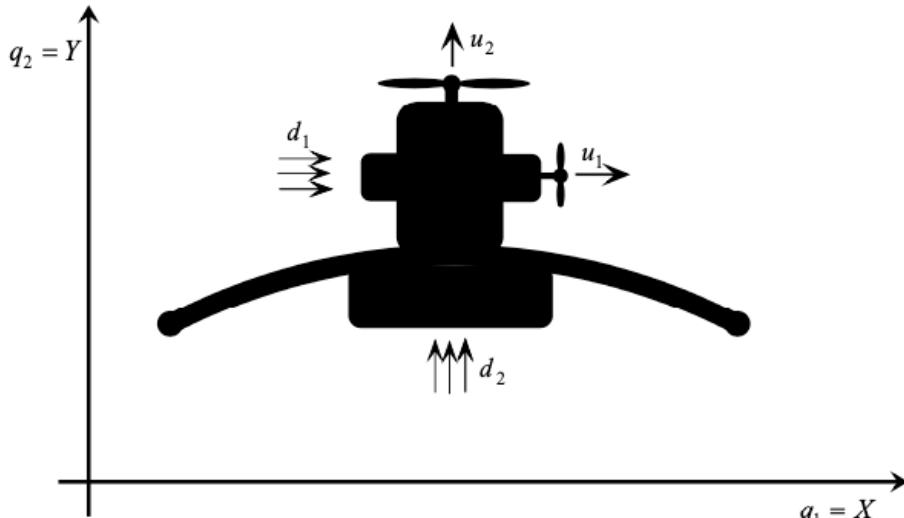


Figura 10.7: Modello di un drone con due eliche

Introducendo le seguenti grandezze:

- M massa inerziale del drone;
- K_{ax} coefficiente di attrito lungo la componente X ;
- K_{ay} coefficiente di attrito lungo la componente Y ;
- d_1 disturbo esterno al drone (ad esempio, il vento) lungo la componente X ;
- d_2 disturbo esterno al drone (ad esempio, il vento) lungo la componente Y ;
- g accelerazione gravitazionale;
- u_1 forza compiuta dall'elica lungo la componente X ;
- u_2 forza compiuta dall'elica lungo la componente Y .

Possiamo, quindi, scrivere le seguenti equazioni:

$$M\ddot{X} + K_{ax}(\dot{X} - d_1) = u_1$$

$$M\ddot{Y} + K_{ay}(\dot{Y} - d_2) + Mg = u_2$$

Esplicitando le accelerazioni lungo i due assi, otteniamo:

$$\ddot{X} = \frac{u_1}{M} - \frac{K_{ax}}{M}\dot{X} + \frac{K_{ax}}{M}d_1 \quad (10.1)$$

$$\ddot{Y} = \frac{u_2}{M} - \frac{K_{ay}}{M}\dot{Y} + \frac{K_{ay}}{M}d_2 - g \quad (10.2)$$

Ponendo $x_1 = X, x_2 = Y, x_3 = \dot{X}, x_4 = \dot{Y}$, si ha che le espressioni (10.1) e (10.2) poste in forma matriciale risultano:

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -\frac{K_{ax}}{M} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{K_{ay}}{M} \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \frac{1}{M} & 0 \\ 0 & \frac{1}{M} \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \frac{K_{ax}}{M} & 0 \\ 0 & \frac{K_{ay}}{M} \end{bmatrix} d + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix} g = Ax + Bu + Ed + Gg$$

$$y = q = \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} x = Cx$$

La matrice d'inerzia risulta:

$$B = \begin{bmatrix} M & 0 \\ 0 & M \end{bmatrix}$$

Quindi abbiamo che la matrice B ha autovalore pari a $\lambda_{max}(B) = M_{max}$ con molteplicità 2. Adesso possiamo quindi applicare i *Teoremi di L. Celentano*, per la progettazione dei controllori, in particolare, avremo:

- Per il **Teorema 1 (PD)**, il controllo avviene attraverso un controllore pseudo-PD ed un eventuale segnale di compensazione delle coppie di gravità $u_\gamma = [0 \quad M_n g]^T$, quindi si ha:

$$u = M_{max}(2a^2 e + 2a\dot{e}) + u_\gamma$$

Con $e = (r - y)$, che è l'errore di inseguimento della traiettoria desiderata, $h \geq \lambda_{max}(B)$ ed a parametro di progetto sufficientemente grande. In questo modo è possibile, dunque, inseguire una qualsiasi traiettoria $r(t) = \hat{q}(t)$ con derivata seconda limitata, anche in presenza di incertezze e/o variazioni parametriche limitate e di disturbi d limitati. Inoltre, la costante di tempo del transitorio è non maggiore di $\frac{1}{a}$;

- Per il **Teorema 2 (PID)**, il controllo avviene attraverso un controllore pseudo-PID o pseudo-PD₂ ed un eventuale segnale di compensazione delle coppie di gravità $u_\gamma = [0 \quad M_n g]^T$, quindi si ha:

$$u = M_{max}(6a^2 e(t) + 4a^3 \int_0^t e(\tau) d\tau + 3a\dot{e}(t)) + u_\gamma$$

Anche in questo caso $e = (r - y)$ è l'errore di inseguimento della traiettoria desiderata, $h \geq \lambda_{max}(B)$, a parametro di progetto sufficientemente grande ed, infine la costante di tempo del transitorio è non maggiore di $\frac{1}{a}$.

10.3 SCHEMA SIMULINK E SIMULAZIONE

Adesso, simuleremo il nostro drone sia nel caso che il controllore sia di tipo **PD** (*proporzionale-derivativo*), sia nel caso di controllore **PID** (*proporzionale-integrativo-derivativo*), grazie agli schemi Simulink “**drone_PD.mdl**” e “**drone_PID.mdl**” e le relative versioni con modulatori **PWM**, visto che per realizzare il controllore è necessario misurare la posizione del drone ed amplificare il segnale di controllo.

Per procedere con le simulazioni sono, però, necessari dei dati di funzionamento per le varie grandezze viste fino ad ora nelle espressioni algebriche, ecco perché è stata creata dagli Autori la funzione “**modello_drone.m**”, in cui sono presenti le matrici del sistema con gli opportuni valori, come mostrato di seguito.

```
%%%%%
%% Modello drone per studenti %%
%% dx/dt=Ax+[B E G]*[u;d;g];y=Cx; %%
%%%%%
```

```
%% G. & L. Celentano
```

```
clc, close all, clear all

Mmax=2,Mn=1.8
M=1.9,Kax=1,Kay=1.2
A=[0 0 1 0;0 0 0 1;0 0 -Kax/M 0;0 0 0 -Kay/M];
B=[0 0;0 0;1/M 0;0 1/M];
E=[0 0;0 0; Kax/M 0;0 Kay/M];
G=[0 0 0 -1]';
C=[1 0 0 0;0 1 0 0];
D=zeros(2,5);
```

CASO 1 – Modello drone progettato con PD

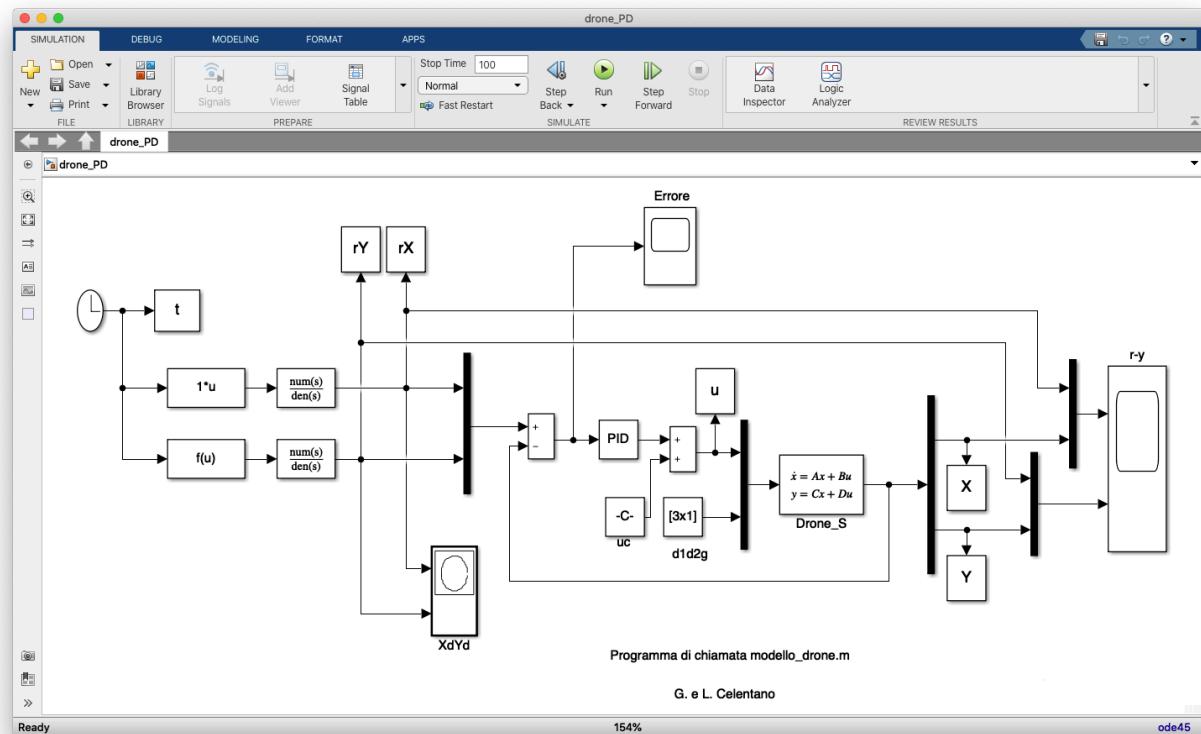


Figura 10.8: Schema Simulink del drone con controllore PD

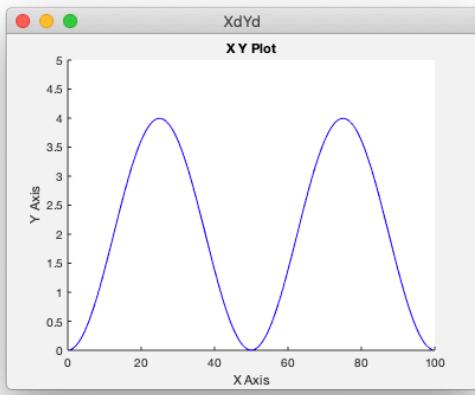


Figura 10.9: Traiettoria desiderata

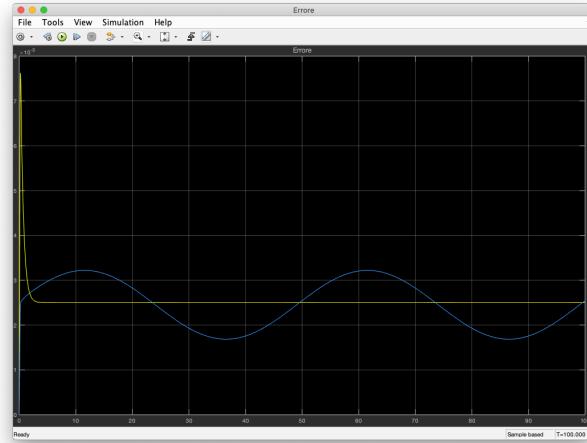


Figura 10.10: Errore commesso dal drone

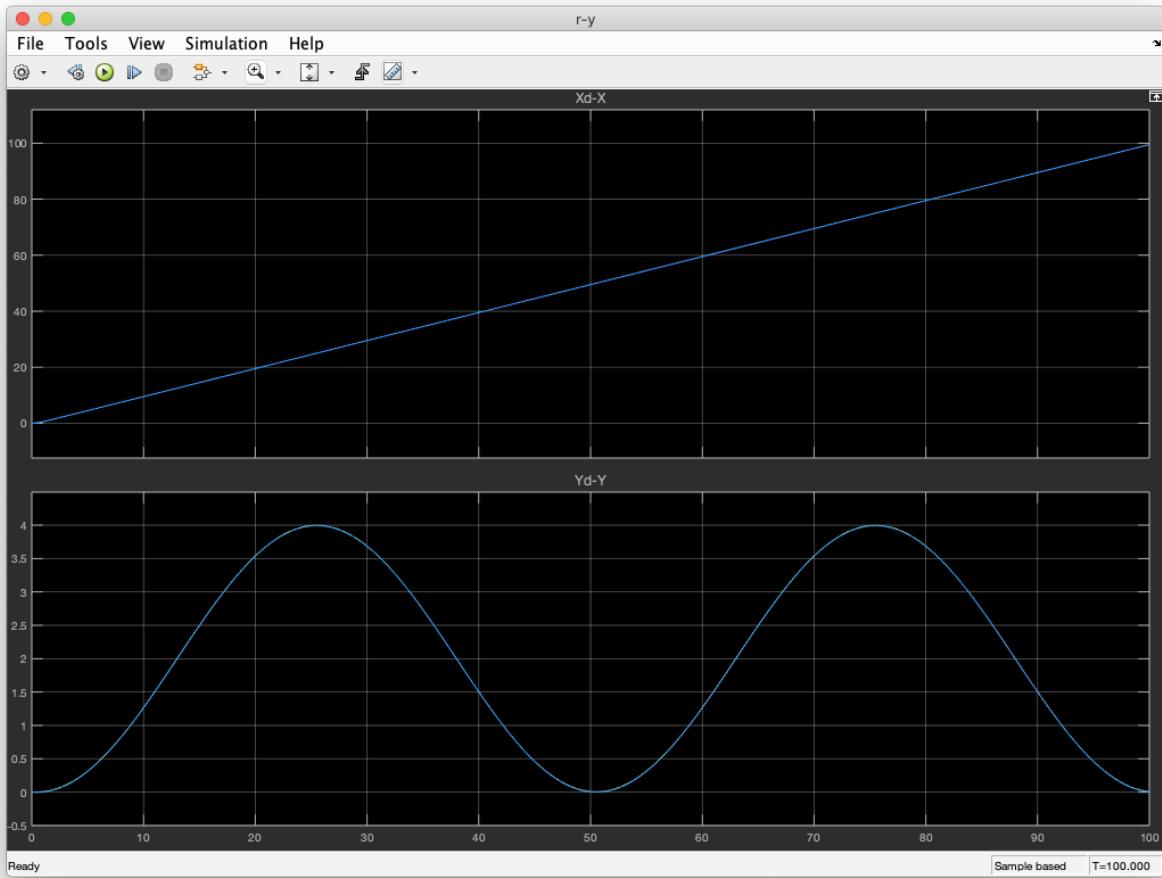


Figura 10.11: Componenti degli assi X-Y del drone

Partendo dalla traiettoria desiderata, in Figura 10.9, si può notare come l'errore commesso dal drone (linea gialla in Figura 10.10) nella sua traiettoria sia molto piccolo, infatti, si parla di un errore dell'ordine $2.5 \cdot 10^{-3}$ e per questo tale controllore è ideale per usi non professionali in cui piccolissimi errori sono accettabili. Inoltre, si osservi come il drone spostarsi nella sua traiettoria riceva lungo l'asse delle X , cioè per andare avanti, riceva una spinta uniforme, mentre, nella sua componente lungo l'asse delle Y ci sia una spinta alternata questo al fine di ricreare quel tratto di salita e di discesa della traiettoria desiderata.

CASO 2 – Modello drone progettato con PD e modulatori PWM

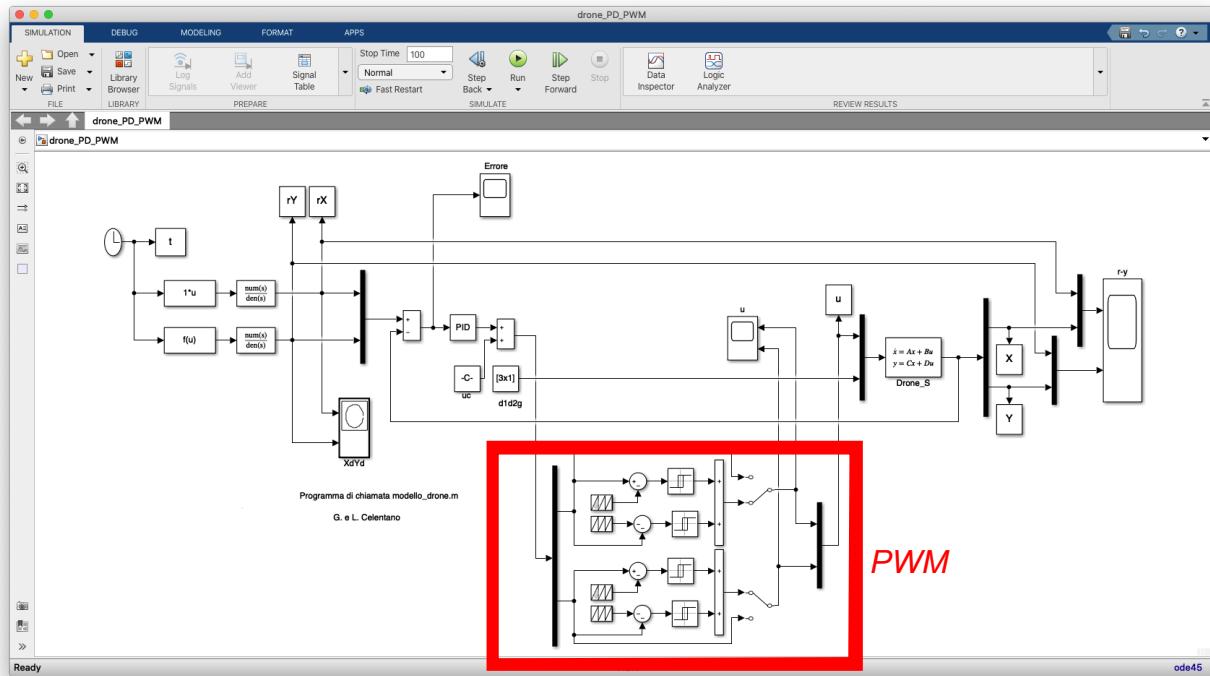


Figura 10.12: Schema Simulink del drone con controllore PD e modulatori PWM

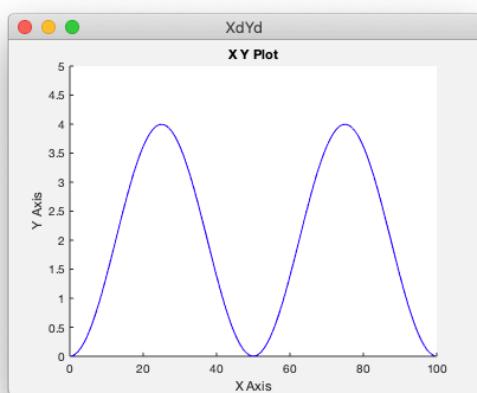


Figura 10.13: Traiettoria desiderata

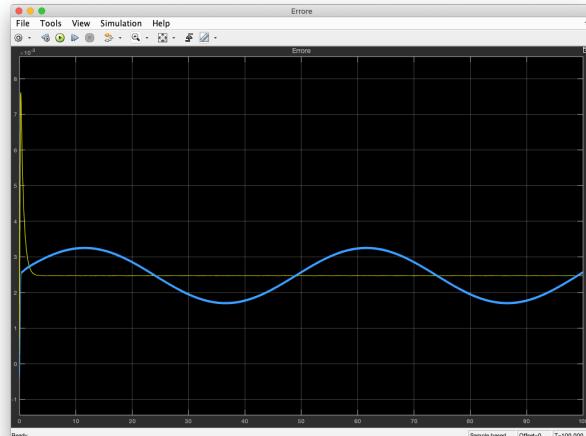


Figura 10.14: Errore commesso dal drone

Fermo restando la traiettoria che resta uguale a quella del caso precedente come si può notare dalla Figura 10.13, anche l'errore commesso dal drone (linea gialla in Figura 10.14) rimane invariato, di conseguenza anche la traiettoria descritta dal drone rimane la stessa, Figura 10.15. Ciò che realmente viene cambiato è il controllo, come si può osservare in Figura 10.16, che regola il movimento del drone che non è più continuo nel tempo ma avviene ad intervalli regolari di 0.01s, questo contributo è fornito proprio dai modulatori PWM con ampiezza rispettivamente di 10 e 40.

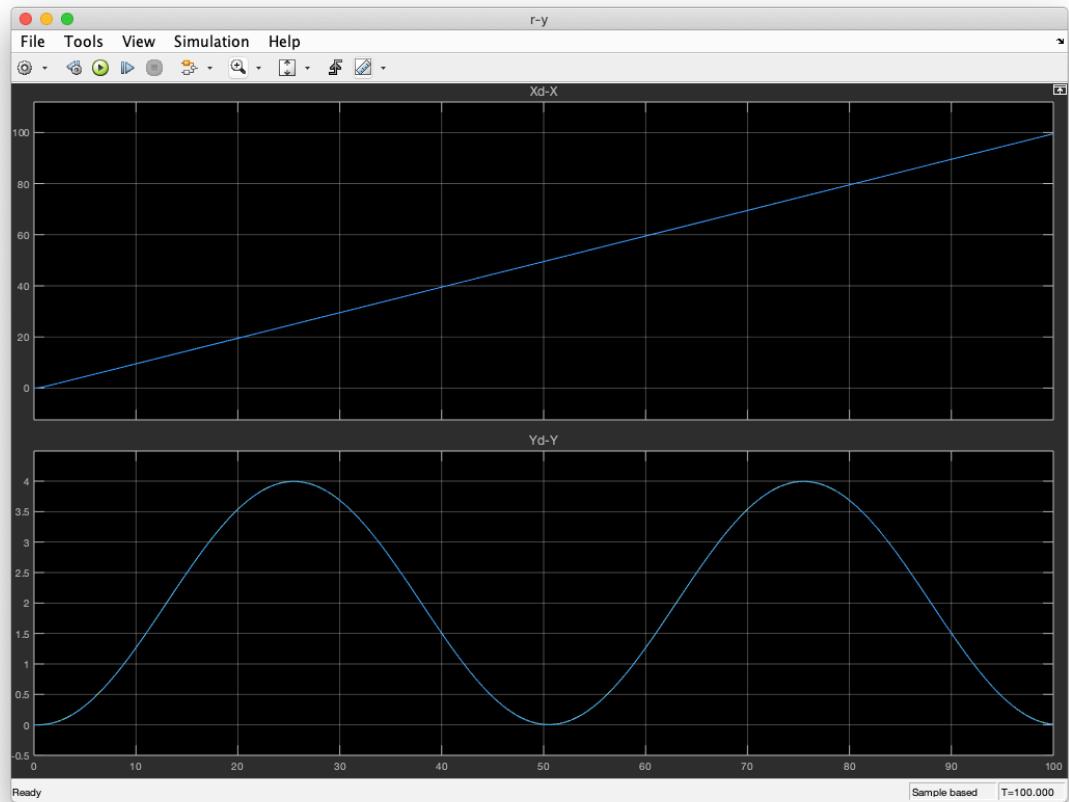


Figura 10.15: Componenti degli assi X-Y del drone

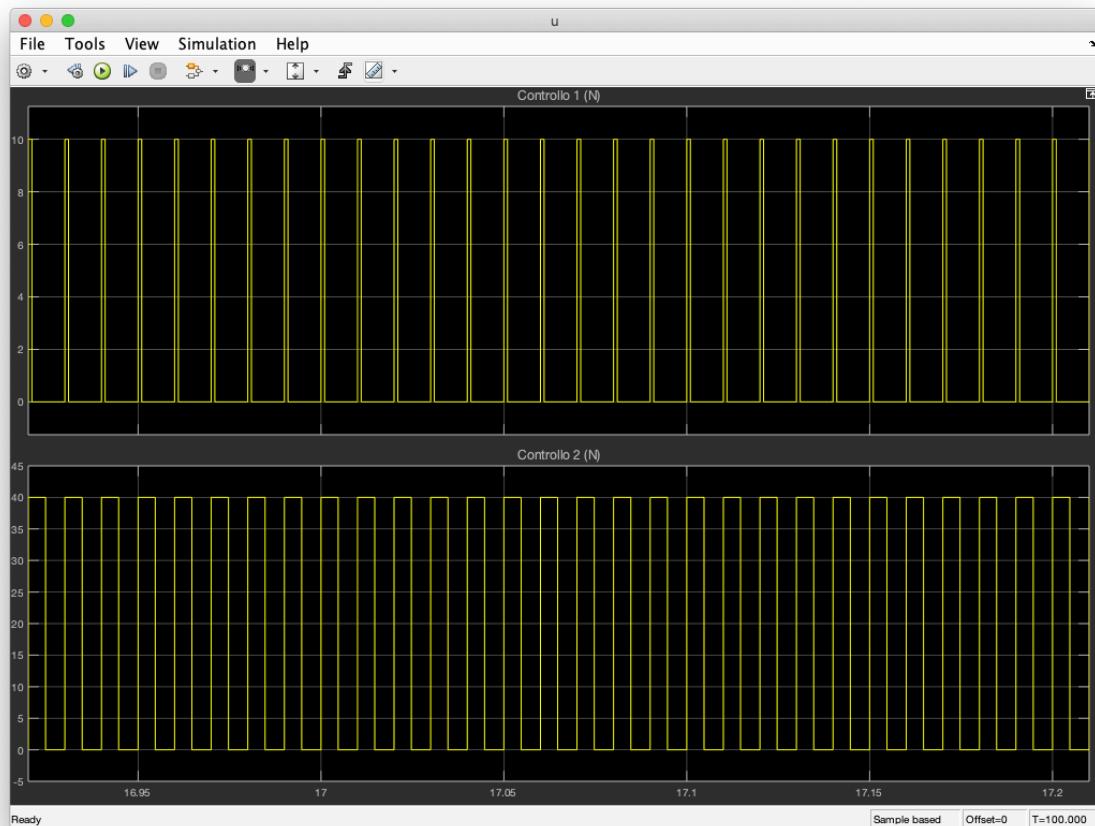


Figura 10.16: Controllo del drone PD con PWM

CASO 3 – Modello drone progettato con PID

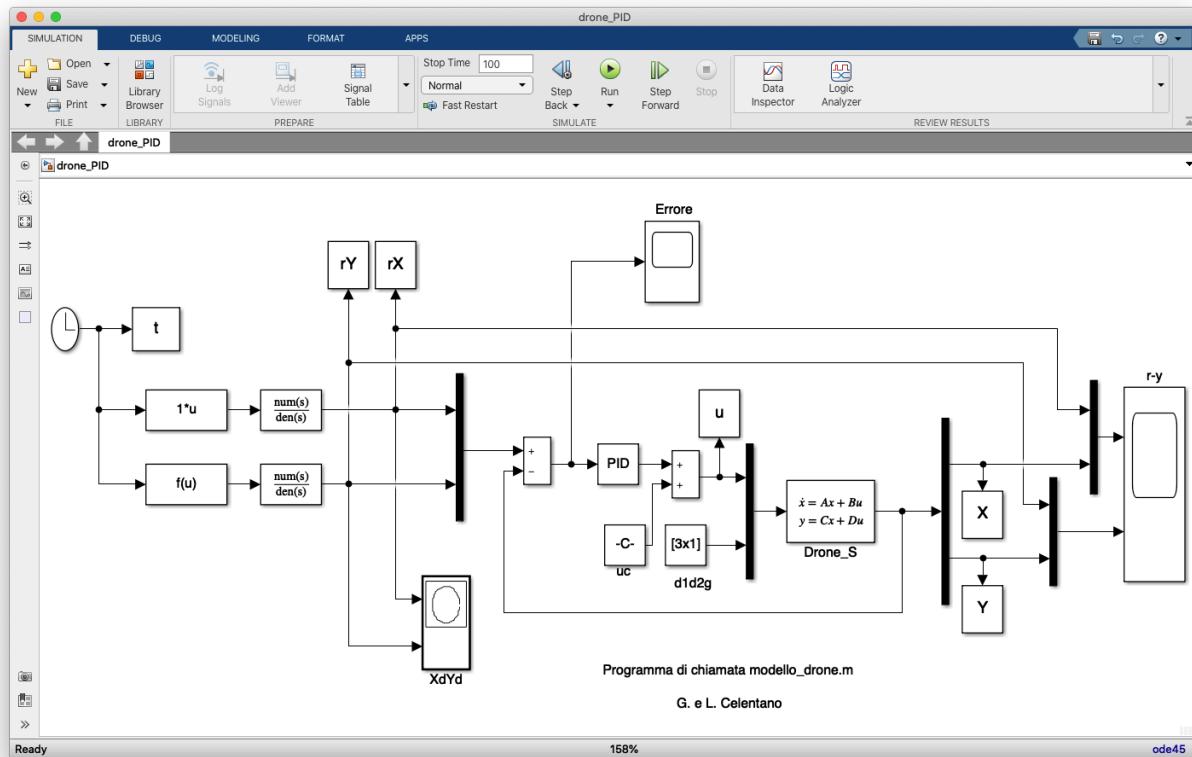


Figura 10.17: Schema Simulink del drone con controllore PID

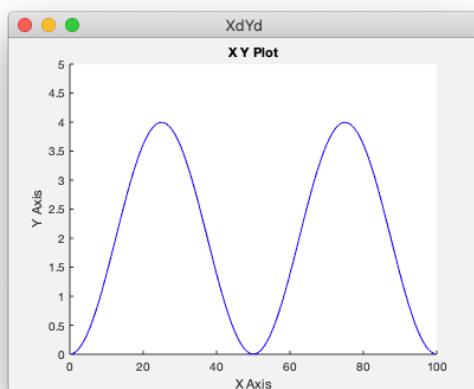


Figura 10.18: Traiettoria desiderata

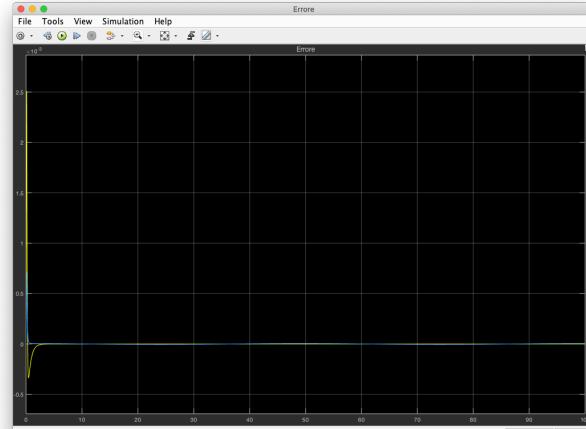


Figura 10.19: Errore commesso dal drone

Anche in questo caso la traiettoria resta uguale a quella dei due casi precedenti come si può notare dalla Figura 10.18, l'errore commesso dal drone (linea gialla in Figura 10.19) questa volta è nullo, di conseguenza significa che la traiettoria descritta dal drone è perfettamente la stessa di quella desiderata, come si evince dalla Figura 10.20. Questo tipo di drone è, quindi, ad altissima precisione il che lo rende ideale per scopi militari o comunque, in ambiti professionali in cui la precisione è fondamentale.

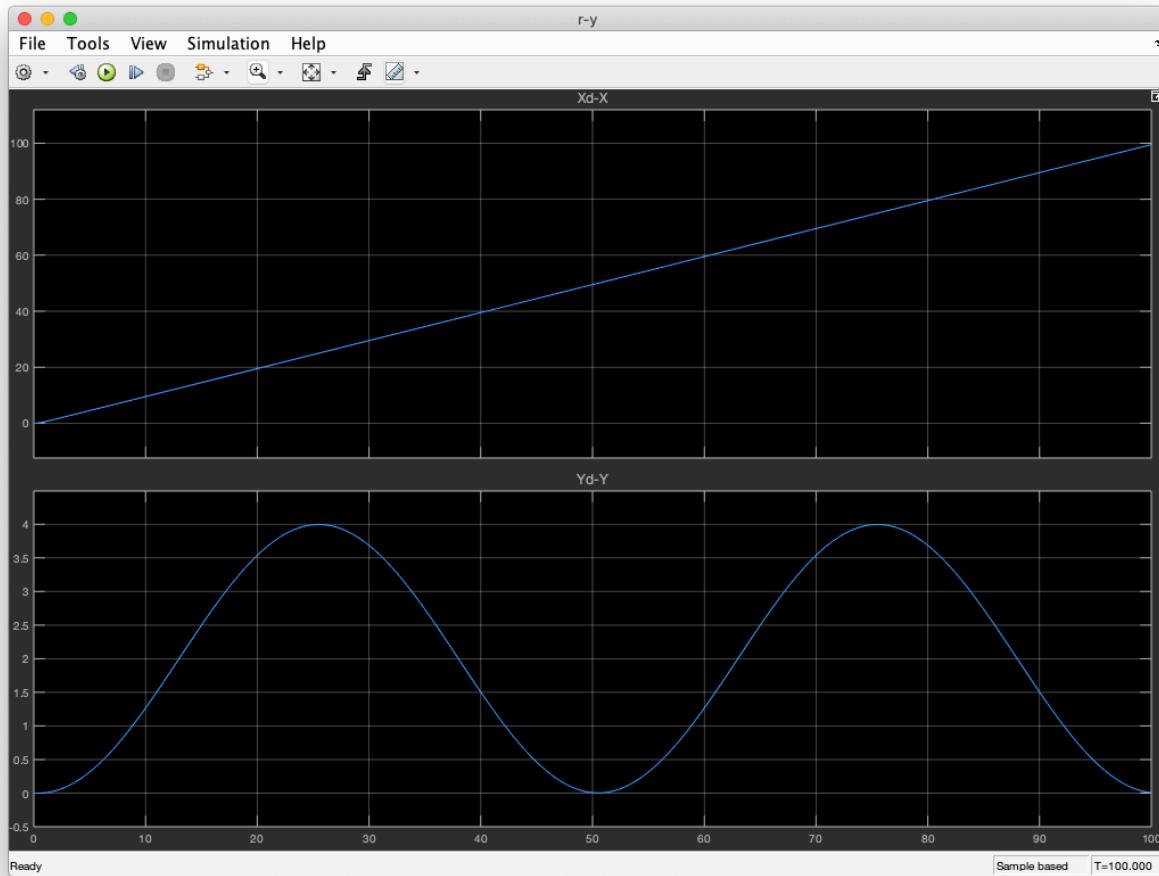


Figura 10.20: Componenti degli assi X-Y del drone

CASO 4 – *Modello drone progettato con PID e modulatori PWM*

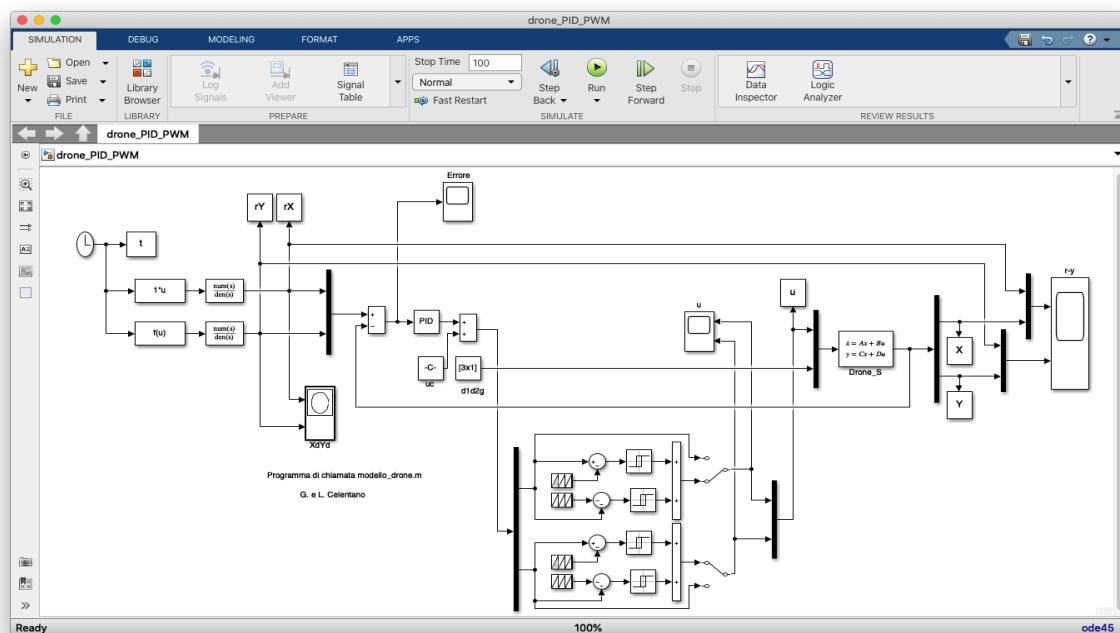


Figura 10.21: Schema Simulink del drone con controllore PID e modulatori PWM

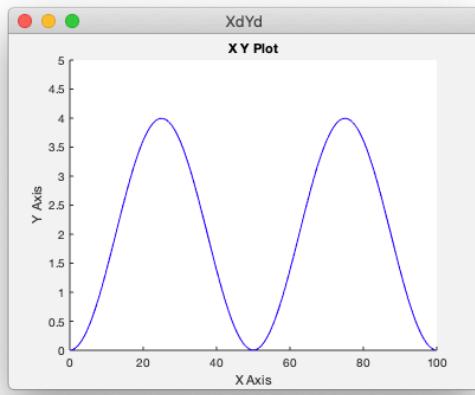


Figura 10.22: Traiettoria desiderata

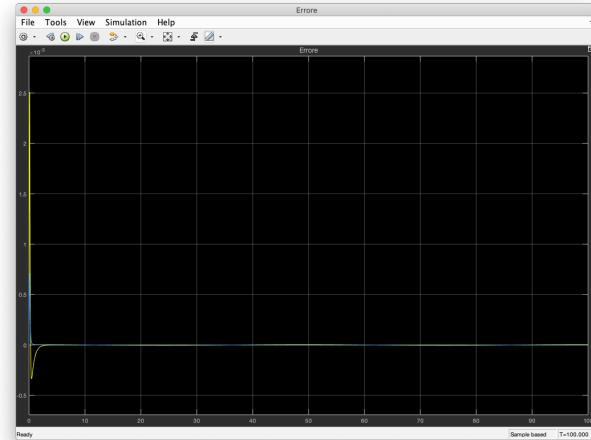


Figura 10.23: Errore commesso dal drone

Data la medesima traiettoria delle precedenti simulazioni come si può notare dalla Figura 10.22, l'errore commesso dal drone (linea gialla in Figura 10.23) anche questa volta è nullo, di conseguenza significa che la traiettoria descritta dal drone è perfettamente la stessa di quella desiderata, come si evince dalla Figura 10.25. Ciò che realmente viene cambiato è il controllo, come si può osservare in Figura 10.24, che regola il movimento del drone che non è più continuo nel tempo ma avviene ad intervalli regolari di 0.01s, questo contributo è fornito proprio dai due modulatori *PWM* con ampiezza rispettivamente di 10 e 40.

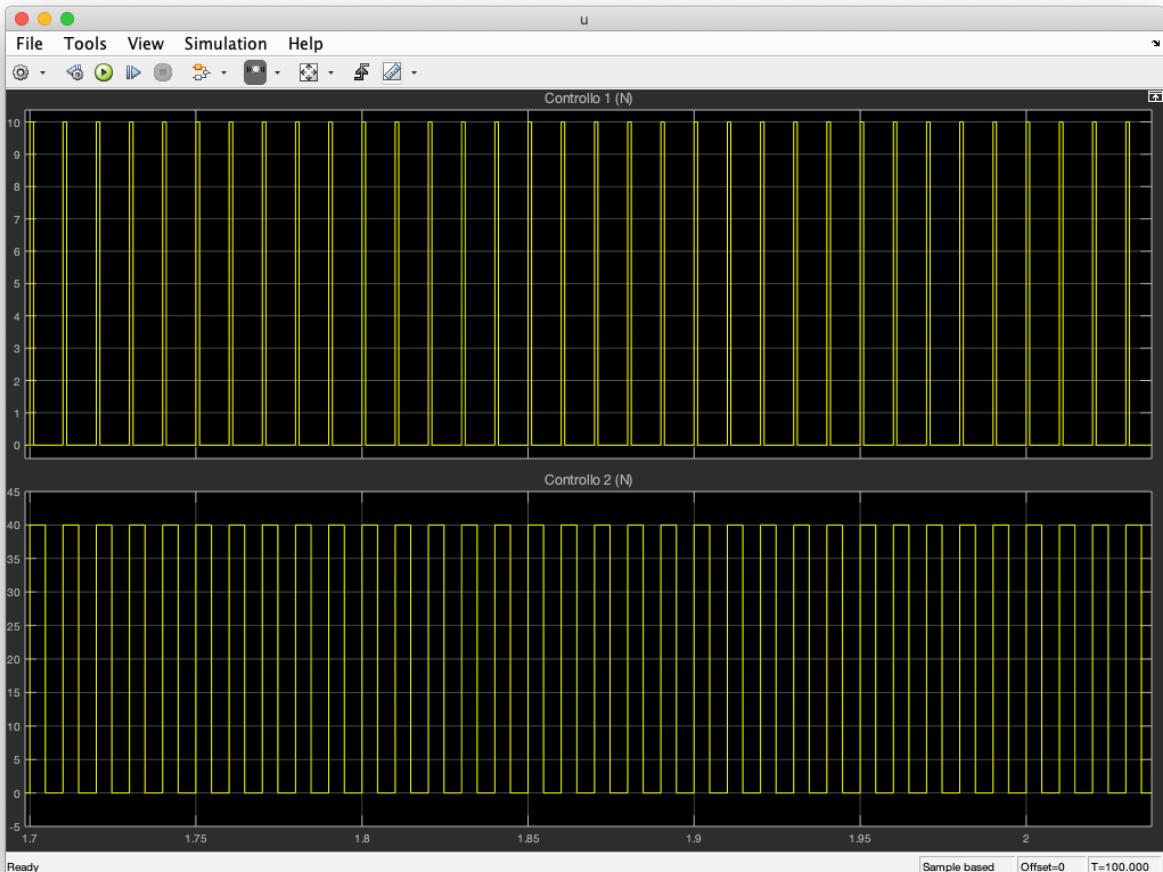


Figura 10.24: Controllo del drone PID con PWM

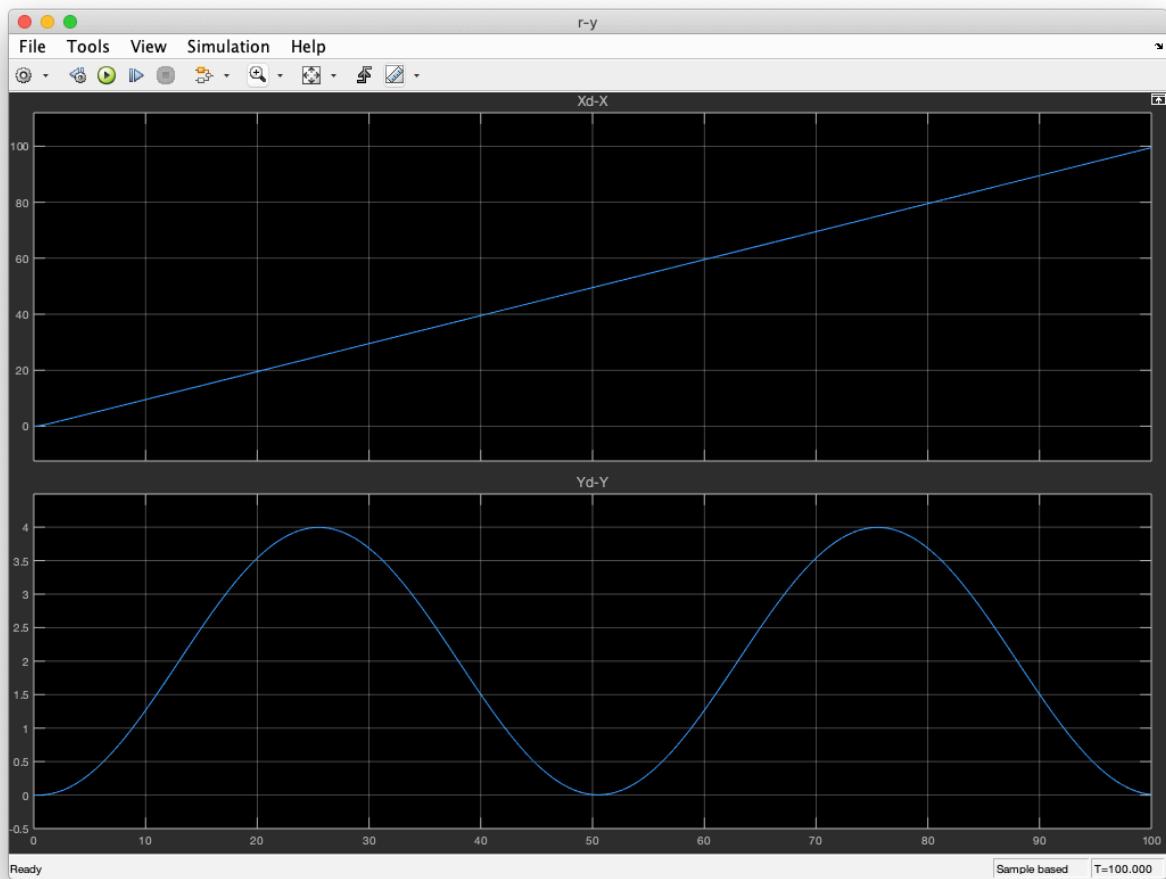


Figura 10.25: Componenti degli assi X-Y del drone