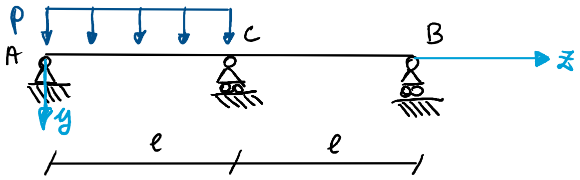
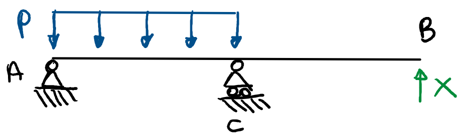
Trave continua a due campate con carico distribuito uniformemente sulla prima

sabato 30 novembre 2019 08:44



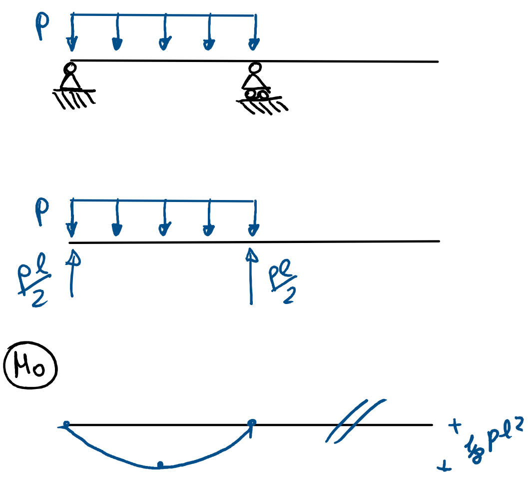
Si sceglie un sistema di riferimento locale per la trave e le consuete convenzioni per le caratteristiche della sollecitazione e gli spostamenti. I problemi assiale e flessionale sono disaccoppiati e le grandezze che descrivono il comportamento assiale sono identicamente nulle. Si assume il modello di trave di Eulero - Bernoulli (scorrimento angolare γ identicamente nullo) e che la rigidezza flessionale EI sia costante.

Il sistema ha grado di iperstaticità i pari ad 1; si segue la procedura operativa illustrata nel paragrafo 11.2 del libro di testo Casini - Vasta. Per risolvere il problema con il metodo delle forze, si scelga come incognita iperstatica la reazione verticale X esercitata dall'appoggio in B. Il sistema isostatico equivalente è il seguente, con la condizione che $v_B = 0$.

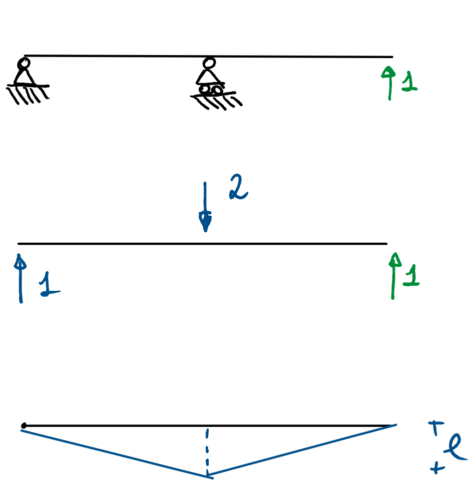


I sistemi "0" ed "1" con i relativi diagrammi di struttura libera e del momento flettente sono i seguenti.

Sistema (0)



Sistema (1)



Le leggi di variazione per il momento flettente sono
$$M_0 = \begin{cases} -\dfrac{pz^2}{2} + \dfrac{pl}{2}z, & z \in (0,l] \\ 0, & z \in [l,2l] \end{cases}$$
per il sistema "0" e
$$M_1 = \begin{cases} z, & z \in (0,l] \\ (2l-z), & z \in [l,2l) \end{cases}$$
per il sistema "1".

sistema 0 e $M_1 = \begin{cases} \\ (2\ell - z), \; z \in [\ell, 2\ell) \end{cases}$ per il sistema 1.

Si è scelto di sopprimere il carrello in B, dunque per ripristinare la congruenza si deve imporre che lo spostamento del punto B del sistema isostatico equivalente sia nullo: $v_B = 0$.
Per il principio di sovrapposizione si ottiene la seguente equazione di congruenza (o di compatibilità cinematica):

$$v_B = v_0(B) + X\, v_1(B). \qquad (1)$$

Per esplicitare i due termini $v_0(B)$ e $v_1(B)$ della (1) si utilizza il principio dei lavori virtuali (procedura operativa illustrata nel capitolo 10.4 del libro di Casini - Vasta).
Per il calcolo del termine $v_0(B)$, si sceglie come sistema effettivo il sistema "0" e come sistema virtuale il sistema "1". Il lavoro virtuale interno ed il lavoro virtuale esterno sono dati rispettivamente da:

$$L_{ve}^{(0)} = -1 \cdot v_0(B) = -v_0(B)\,; \qquad (2)$$

$$L_{vi}^{(0)} = \int_0^{2\ell} M_1 \chi_0 = \int_0^{2\ell} \frac{M_1 M_0}{EI} = \frac{p}{2EI}\int_0^{\ell} z\left(-z^2 + \ell z\right) dz + 0 = \frac{p}{2EI}\left(-\frac{\ell^4}{4} + \frac{\ell^4}{3}\right) = \frac{p\ell^4}{24\,EI}. \qquad (3)$$

Per il principio dei lavori virtuali si impone l'uguaglianza tra (2) e (3), ottenendo il valore dello spostamento cercato:

$$v_0(B) = -\frac{p\ell^4}{24EI}. \qquad (4)$$

Allo stesso modo, si utilizza il principio dei lavori virtuali per calcolare $v_1(B)$. Il sistema "1" è utilizzato sia come sistema effettivo che come sistema virtuale. Il lavoro virtuale interno ed il lavoro virtuale esterno sono dati rispettivamente da:

$$L_{ve}^{(1)} = -1 \cdot v_1(B) = -v_1(B)\,; \qquad (5)$$

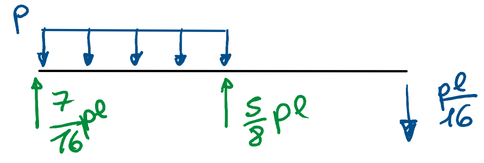
$$L_{vi}^{(1)} = \int_0^{2\ell} M_1 \chi_1 = \int_0^{2\ell} \frac{M_1^2}{EI} = \frac{1}{EI}\int_0^{\ell} z^2 dz + \frac{1}{EI}\int_{\ell}^{2\ell} (2\ell - z)^2 dz = \frac{2\ell^3}{3\,EI}. \qquad (6)$$

Per l'identità dei lavori virtuali si impone l'uguaglianza tra (5) e (6), ottenendo il valore dello spostamento cercato:

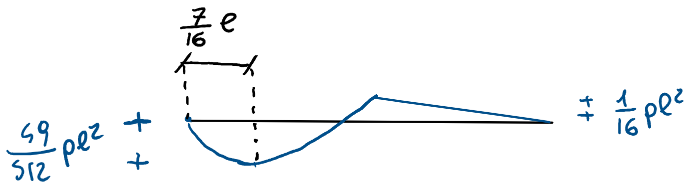
$$v_1(B) = -\frac{2\ell^3}{3EI}. \qquad (7)$$

Il valore è concorde con quanto riportato nello schema notevole dell'appendice B2 del libro di testo.
Sostituendo la (7) e la (4) in (1), si ottiene il valore dell'incognita iperstatica cercata, ossia $X = -\frac{1}{16}p\ell$.

Il diagramma di struttura libera della struttura data è dunque il seguente.



Per tracciare il diagramma del momento flettente, si ricorre nuovamente al principio di sovrapposizione, per cui $M = M_0 + XM_1$. Il diagramma del momento flettente è il seguente.



Dichiaro che questo elaborato è esclusivamente frutto del mio lavoro, non è stato copiato da altri.

Annalisa Genovesi