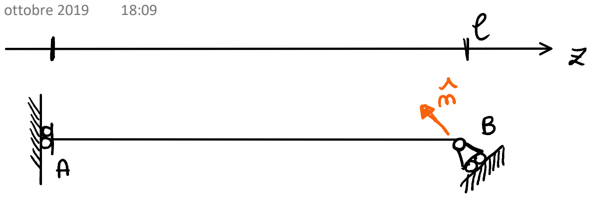
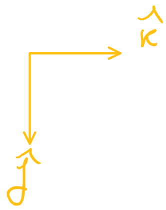
Problema cinematico della trave

mercoledì 23 ottobre 2019 18:09





$\varepsilon = 0$

$\gamma = 0$

$\chi = \bar{\chi} > 0$

Il sistema è costituito da una trave piana vincolata attraverso un carrello nel punto B ed un glifo nel punto A. È definito un sistema di riferimento locale per la trave di cui sono indicati i versori $\hat{j}$ e $\hat{k}$ della base intrinseca.

Si introducono le equazioni di congruenza per legare le misure di deformazione (la dilatazione assiale $\varepsilon(z)$, lo scorrimento angolare $\gamma(z)$ e la curvatura flessionale $\chi(z)$) allo spostamento assiale $w(z)$, allo spostamento trasversale $v(z)$ e all'angolo di rotazione delle sezioni $\varphi(z)$:

$$(*) \qquad \begin{aligned} \varepsilon(z) &= w'(z) \\ \gamma(z) &= v'(z) + \varphi(z) \\ \chi(z) &= \varphi'(z) \end{aligned}$$

Combinando le (*) con i dati del problema, si ottengono le seguenti

$$\begin{cases} w'(z) = 0 \\ v'(z) + \varphi(z) = 0 \\ \varphi'(z) = \bar{\chi} \end{cases}$$

che integrate forniscono come soluzione generale:

$$\begin{cases} w(z) = c_1 \\ v'(z) = -\varphi(z) \\ \varphi(z) = \bar{\chi} z + c_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v'(z) = -\bar{\chi} z - c_2 \\ \varphi(z) = \bar{\chi} z + c_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v(z) = -\frac{1}{2}\bar{\chi} z^2 - c_2 z + c_3 \\ \varphi(z) = \bar{\chi} z + c_2 \end{cases}.$$

Per determinare il valore delle costanti di integrazione è necessario definire le condizioni al contorno imposte dai vincoli:

$$\begin{cases} \vec{u}_A \cdot \hat{k} = 0 \\ \varphi_A = 0 \\ \vec{u}_B \cdot \hat{m} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} w_A = w(0) = 0 \\ \varphi_A = \varphi(0) = 0 \\ -\frac{\sqrt{2}}{2} v_B - \frac{\sqrt{2}}{2} w_B = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} w(0) = 0 \\ \varphi(0) = 0 \\ v(\ell) + w(\ell) = 0 \end{cases}$$

avendo definito $\hat{m}$ come il versore che identifica l'asse del carrello, in questo caso pari a $\hat{m} = -\frac{\sqrt{2}}{2}\hat{j} - \frac{\sqrt{2}}{2}\hat{k}$.

Imponendo queste condizioni, si trova per le tre costanti:

$$\begin{cases} c_1 = 0 \\ \bar{\chi} \cdot 0 + c_2 = 0 \\ -\frac{1}{2}\bar{\chi}\ell^2 - c_2 \ell + c_3 + c_1 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c_1 = 0 \\ c_2 = 0 \\ c_3 = \frac{1}{2}\bar{\chi}\ell^2 \end{cases}$$

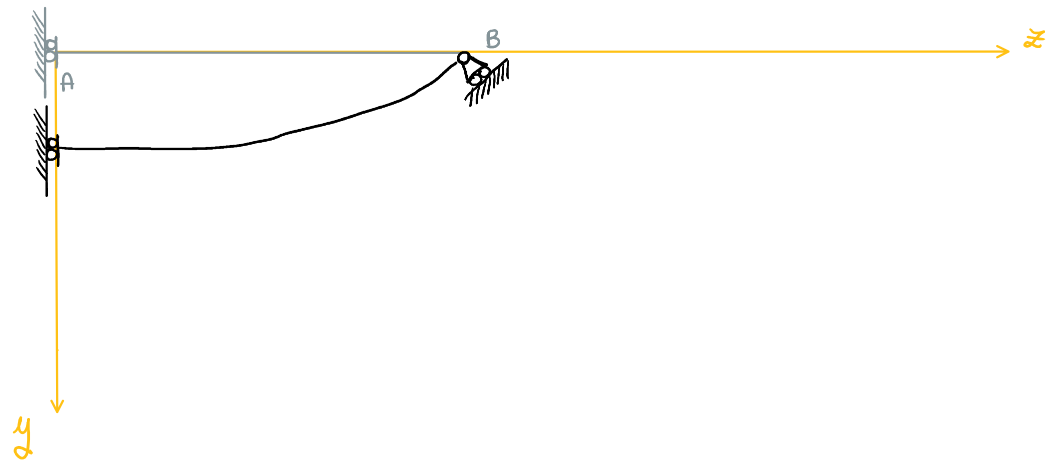
da cui la soluzione cercata:

$$\begin{cases} w(z) = 0 \end{cases}$$

da cui la soluzione cercata:

$$\begin{cases} w(z) = 0 \\ v(z) = \frac{1}{2} \bar{\chi} \ell^2 \left(1 - \frac{z^2}{\ell^2}\right) \\ \varphi(z) = \bar{\chi} z \end{cases}$$

La trave subisce esclusivamente uno spostamento in direzione trasversale. Le sue sezioni si mantengono sempre perpendicolari all'asse deformato, come afferma la condizione $\gamma = 0$. La massima deformazione si ha per $z = 0$ ed è pari a $v_{max} = v(0) = \frac{1}{2} \bar{\chi} \ell^2$. La configurazione deformata è data da:



Dichiaro che questo elaborato è esclusivamente frutto del mio lavoro, non è stato copiato da altri.

Annalisa Genovesi