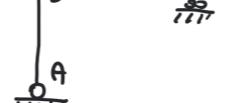


In modo più diretto

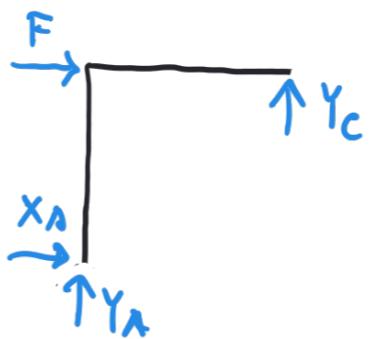
■

# Sommario delle procedure di formulazione del problema dell'equilibrio.

- 1) Si sostituiscono gli m vincoli con le corrispondenti reazioni (le più generali possibili).



- 2) Si raccolgono le reazioni in un vettore  $\underline{f}_r \in \mathbb{R}^m$  di m componenti.



- 3) Si scrivono le eq.<sup>n.</sup> cardinali delle statiche in forma scalare

(n equazioni)

- 4) Per ogni equazione si separa il contributo delle forze attive da quello delle forze reattive.

Il contributo delle forze attive si raccoglie nel vettore  $\underline{f}_a \in \mathbb{R}^m$ .

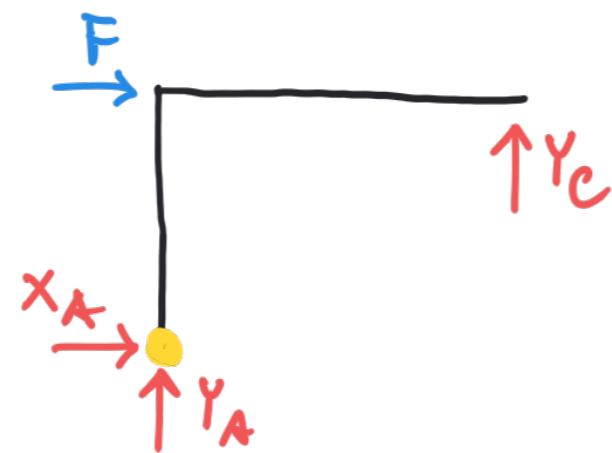
Il contributo delle forze reattive viene espresso nella forma  $B \underline{f}_r$ , dove

$B$  ha n righe e m colonne.  
(matrice di equilibrio).

- 5) Si risolve (se possibile) il sistema

$$B \underline{f}_r + \underline{f}_a = \underline{0} \quad \begin{matrix} m \text{ incognite} \\ n \text{ eq. n.} \end{matrix}$$

OSS: forma d'  $\underline{\beta}$ ,  $f_r$  e  $f_g$



$$(A) \quad l Y_C - h F = 0$$

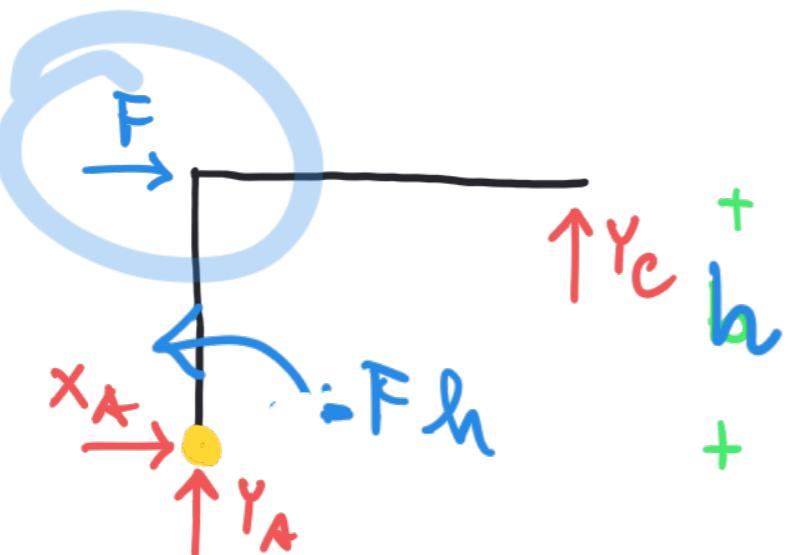
$$(\rightarrow) \quad X_A + F = 0$$

$$(\uparrow) \quad Y_A + Y_C = 0$$

$$\begin{bmatrix} l & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_C \\ X_A \\ Y_A \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -hF \\ F \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

cambio ordine eq. n. d' eq.

Osi: interpretazione delle componenti di  $\underline{f}_a$ .



(forze reattive)  
Vettore incognite

$$\underline{f}_r = \begin{bmatrix} x_A \\ y_A \\ y_C \end{bmatrix}$$

m incogn.

$$\underline{B} = \left[ \begin{array}{ccc} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{array} \right] \quad \text{eq.}$$

matrice d'  
equilibrio

Eq<sup>ui</sup> cond.<sup>li</sup>:

+ ( $\rightarrow$ )  $x_A + F = 0$

( $\uparrow$ )  $y_A + y_C = 0$

(A)  $l y_C - hF = 0$

n = 3 equazioni

m = 3 incognite

$$\underline{B} \underline{f}_r + \underline{f}_a = \underline{0}$$

$$\underline{f}_a = \begin{bmatrix} F \\ 0 \\ -hF \end{bmatrix}$$

vettore forze attive

non ris. A<sup>T</sup>

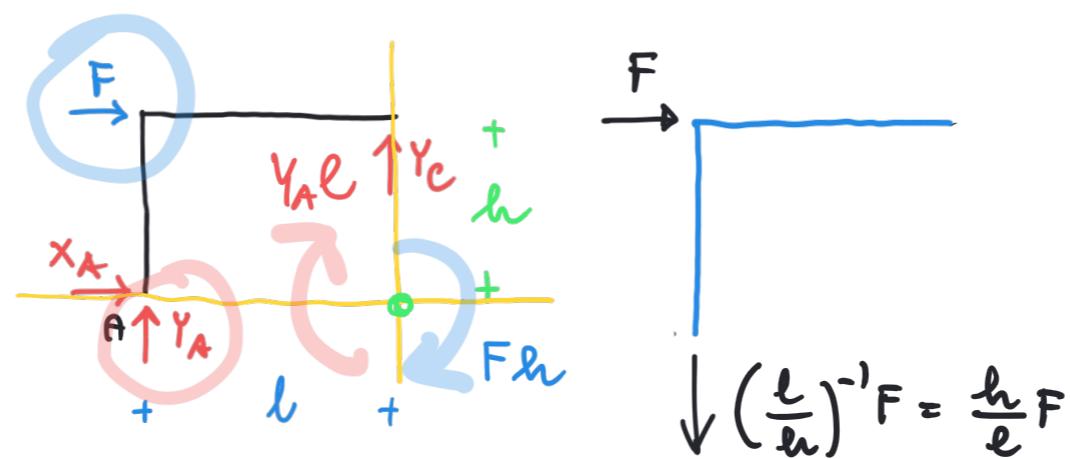
## METODO ANALITICO E METODO DIRETTO

Il metodo appena illustrato, basato sulla costruzione della matrice d'equilibrio, è detto "metodo analitico".

Tale metodo si mette all'implementazione tramite calcolatrici.

Se il calcolo è fatto a mano, conviene adottare il "metodo diretto", che consiste nel ricavare, una per una, le incognite, senza risolvere un sistema lineare.

Determinazione di una sola reazione.

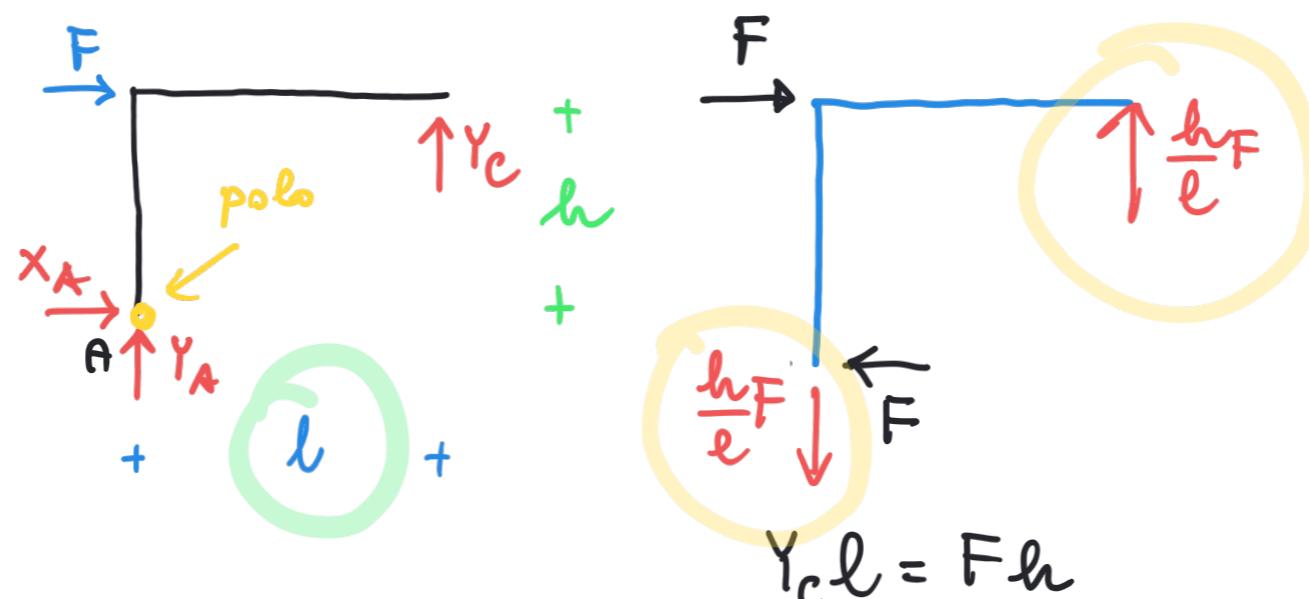


Affinché le due coppie siano equilibrate.

- $Y_A$  deve avere segno opposto a  $F$
- regole delle leve: il fattore di proporzionalità tra  $Y_A$  e  $F$  ha modulo pari all'inverso del rapporto tra il braccio di  $Y_A$  e il braccio di  $F$ .

$$Y_A l + F h = 0 \Rightarrow Y_A = -\frac{h}{l} F$$

Metodo "diretto".

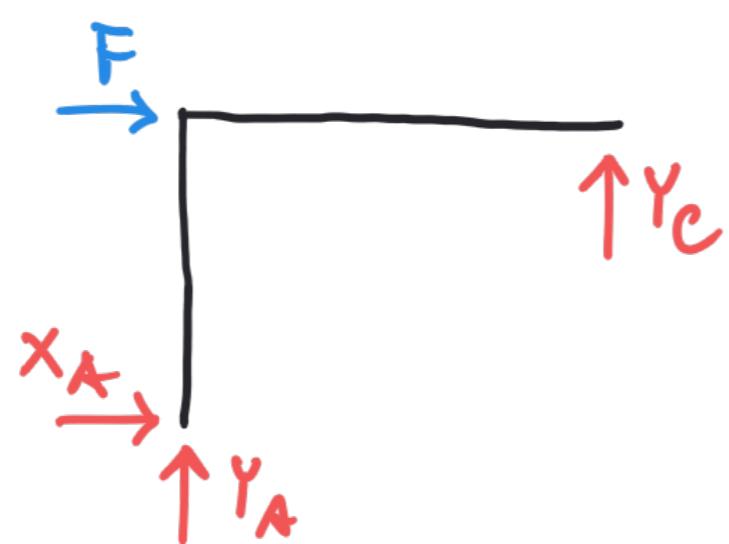
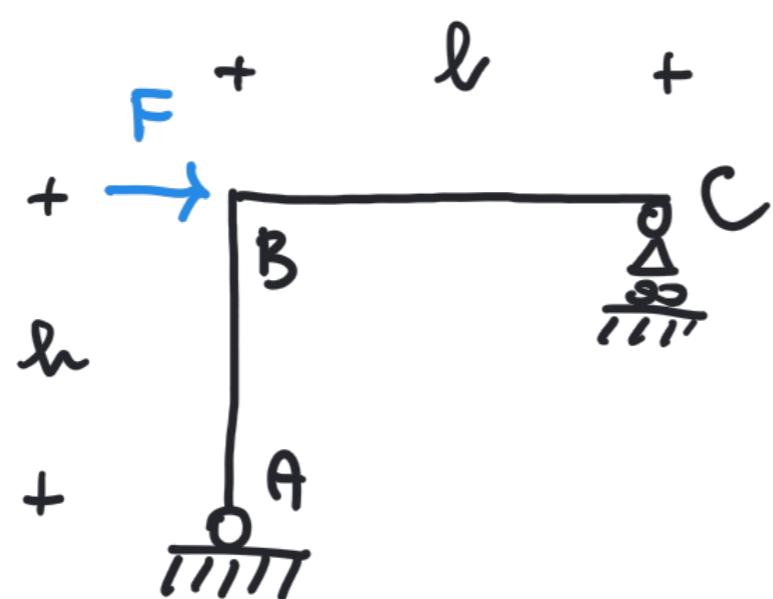


OSS:

eq. 2 coppie di forze

$$2Fh \quad \text{G} \quad \frac{h}{e}F l = hF$$

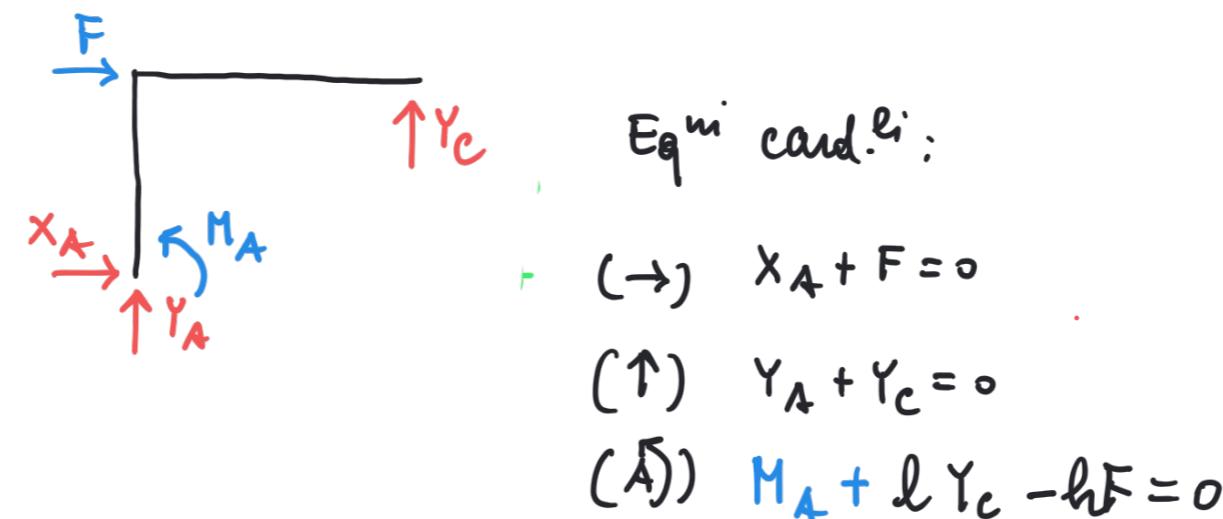
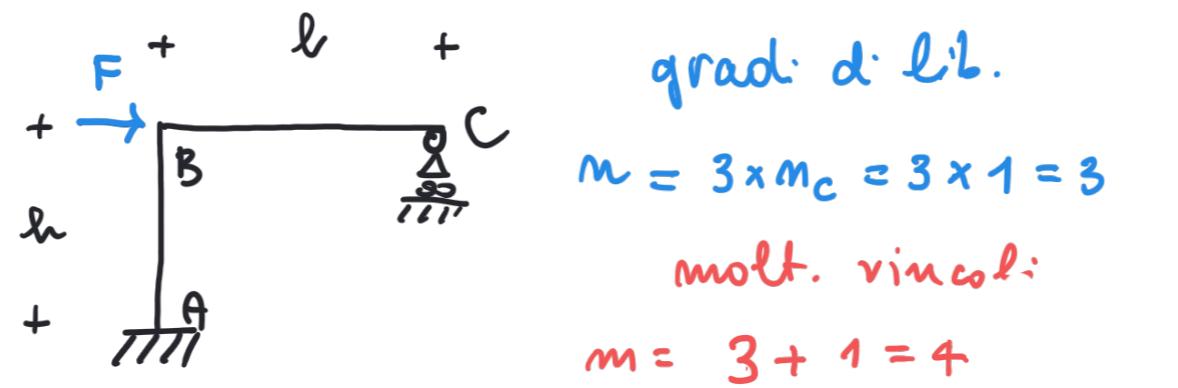
## TERMINOLOGIA



Lo schema in cui  
i vincoli sono sostituiti  
dalle corrispondenti  
reazioni è detto

"DIAGRAMMA DI  
STRUTTURA LIBERA"

esempio 2. (struttura iperstatica o staticamente indeterminata)



### GRADO DI IPERSTATICITÀ (G.D.I.)

L'insieme degli stati di coazione  
costituisce uno spazio lineare  
La dimensione di tale spazio è:

$$f_r^N = \begin{bmatrix} 0 \\ -Y_C \\ -LY_C \\ Y_C \end{bmatrix} \quad Y_C \in \mathbb{R}$$

arbitr.

$$i = m - p$$

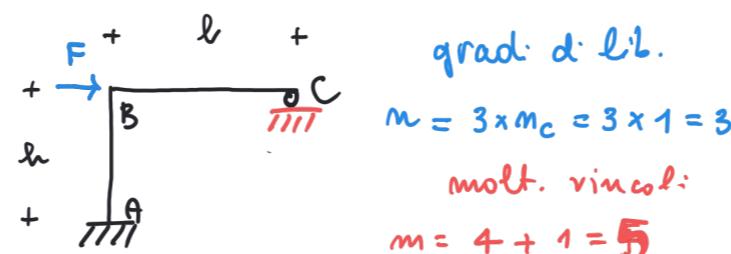
↑  
# vini. n. nopl.

range of B

Nell'esempio appena visto, si ha  $i=1$ .

Se aggiungessimo un ulteriore vincolo, il grado di iperstaticità aumenterebbe di una unità.

ES:



$$\begin{aligned} & \text{Eq. card. i:} \\ & (\rightarrow) x_A + F + x_C = 0 \\ & (\uparrow) y_A + y_C = 0 \\ & (\Delta) M_A + l y_C - hF = 0 \end{aligned}$$

$$f_r = \left\{ \begin{array}{l} \text{invertib. (range max)} \\ \text{m=5} \end{array} \right\} \quad m=5$$

$$B = \left[ \begin{array}{cc} \text{X} & \text{X} \\ \text{X} & \text{X} \end{array} \right] \quad \left\{ \begin{array}{l} m=3 \\ p=3 \end{array} \right\} \quad i = m - p = 5 - 3 = 2$$

## PROPRIETÀ DELLE STRUTTURE STATICAMENTE INDETERMINATE / IPERSOSTENUTE

- In una tale struttura possono instaurarsi stati di sollecitazione anche in assenza di forze attive.

ESE:

