

In modo più diretto

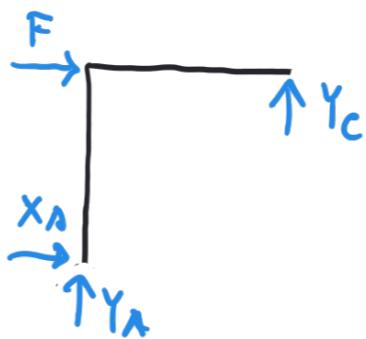
■

Sommario delle procedure di formulazione del problema dell'equilibrio.

- 1) Si sostituiscono gli m vincoli con le corrispondenti reazioni (le più generali possibili).



- 2) Si raccolgono le reazioni in un vettore $\underline{f}_r \in \mathbb{R}^m$ di m componenti.



- 3) Si scrivono le eq.^{n.} cardinali delle statiche in forma scalare (n equazioni)

- 4) Per ogni equazione si separa il contributo delle forze attive da quello delle forze reattive.

Il contributo delle forze attive si raccoglie nel vettore $\underline{f}_a \in \mathbb{R}^m$.

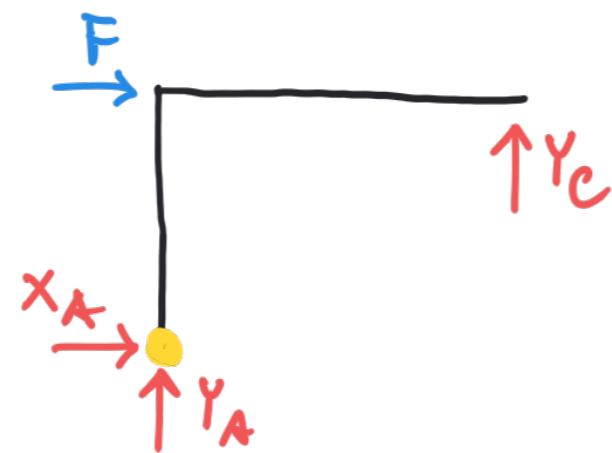
Il contributo delle forze reattive viene espresso nella forma $B \underline{f}_r$, dove

B ha n righe e m colonne.
(matrice di equilibrio).

- 5) Si risolve (se possibile) il sistema

$$B \underline{f}_r + \underline{f}_a = \underline{0} \quad \begin{matrix} m \text{ incognite} \\ n \text{ eq.n.} \end{matrix}$$

OSS: forma d' $\underline{\beta}$, f_r e f_g



$$(A) \quad l Y_C - h F = 0$$

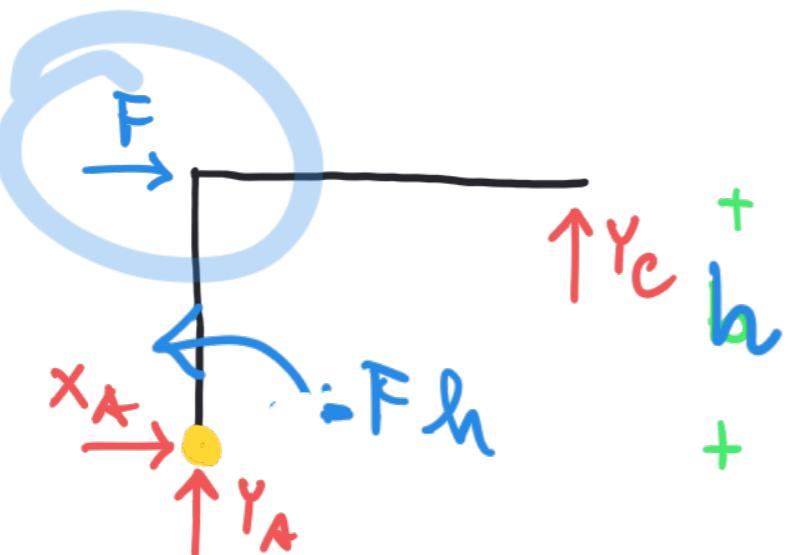
$$(\rightarrow) \quad X_A + F = 0$$

$$(\uparrow) \quad Y_A + Y_C = 0$$

$$\begin{bmatrix} l & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_C \\ X_A \\ Y_A \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -hF \\ F \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

cambio ordine eq. n. d' eq.

Osi: interpretazione delle componenti di \underline{f}_a .



(forze reali/vive)
Vettore incognite

$$\underline{f}_r = \begin{bmatrix} X_A \\ Y_A \\ Y_C \end{bmatrix}$$

m incogn.

$$\underline{B} = \left[\begin{array}{ccc} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & l \end{array} \right]$$

matrice d'eq.

matrice d'
equilibrio

Eq^{ui} cond.^{li}:

+ (\rightarrow) $X_A + F = 0$

(\uparrow) $Y_A + Y_C = 0$

(A) $l Y_C - hF = 0$

n = 3 equazioni
m = 3 incognite

$$\underline{B} \underline{f}_r + \underline{f}_a = \underline{0}$$

$\underline{f}_a = \begin{bmatrix} F \\ 0 \\ -hF \end{bmatrix}$

vettore forze attive

z'cult. \rightarrow
z'cult \uparrow

non ris. A^T

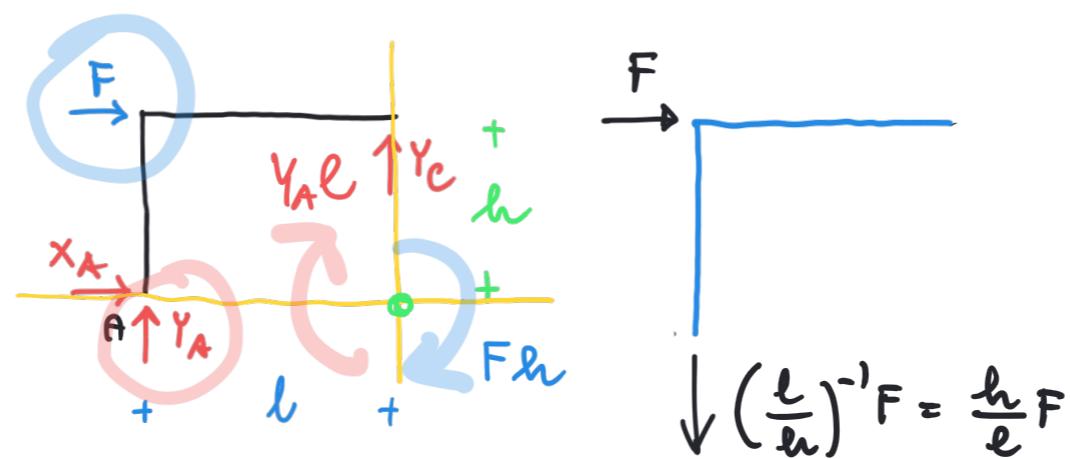
METODO ANALITICO E METODO DIRETTO

Il metodo appena illustrato, basato sulla costruzione della matrice d'equilibrio, è detto "metodo analitico".

Tale metodo si mette all'implementazione tramite calcolatrici.

Se il calcolo è fatto a mano, conviene adottare il "metodo diretto", che consiste nel ricavare, una per una, le incognite, senza risolvere un sistema lineare.

Determinazione di una sola reazione.

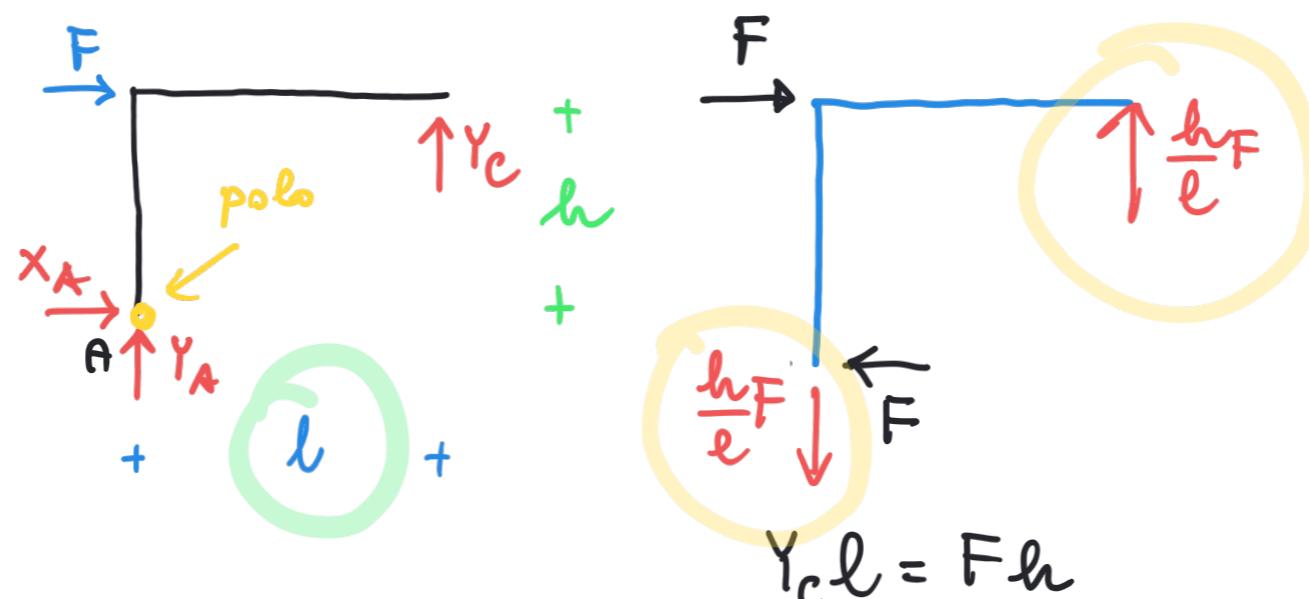


Affinché le due coppie siano equilibrate.

- Y_A deve avere segno opposto a F
- regole delle leve: il fattore di proporzionalità tra Y_A e F ha modulo pari all'inverso del rapporto tra il braccio di Y_A e il braccio di F .

$$Y_A l + F h = \Rightarrow Y_A = -\frac{h}{l} F$$

Metodo "diretto".

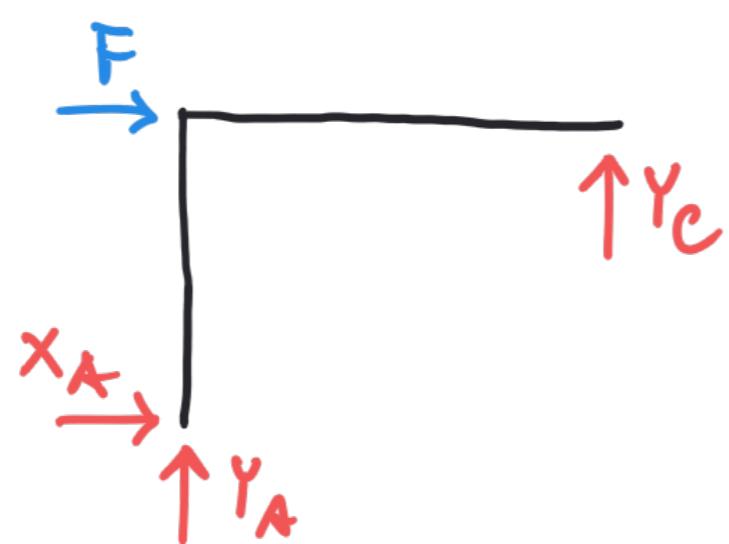
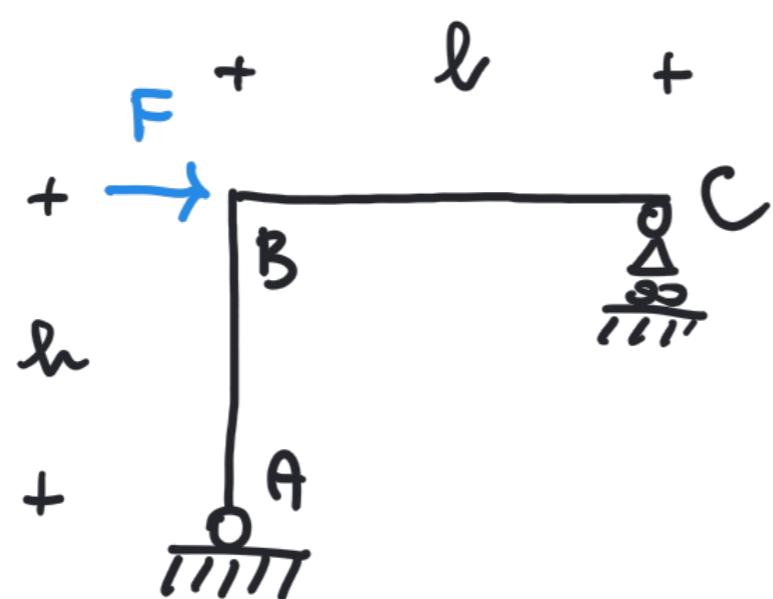


OSS:

eq. 2 coppie di forze

$$2Fh \quad \text{G} \quad \frac{h}{e}F l = hF$$

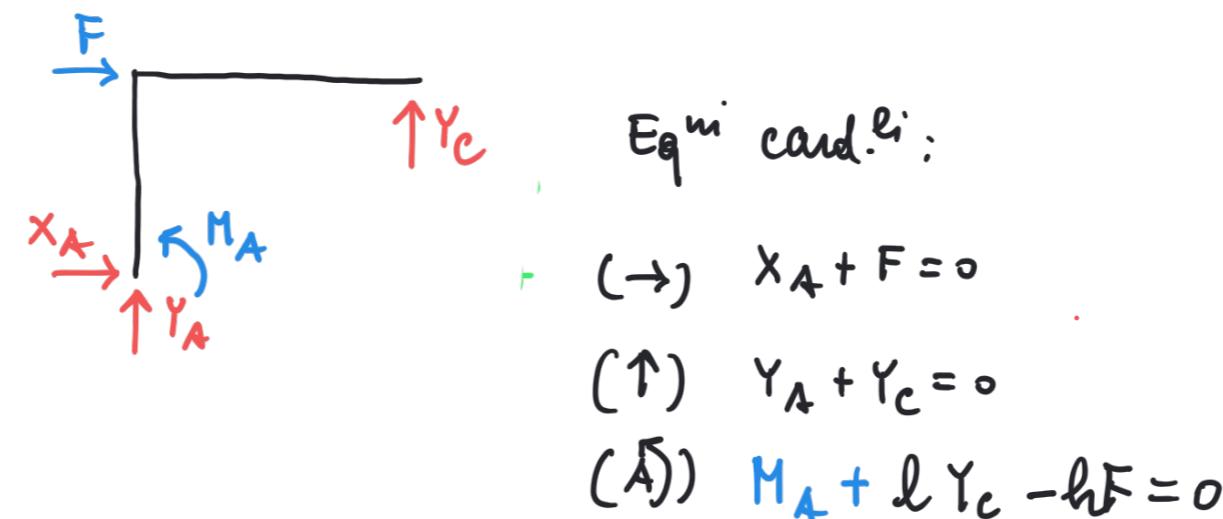
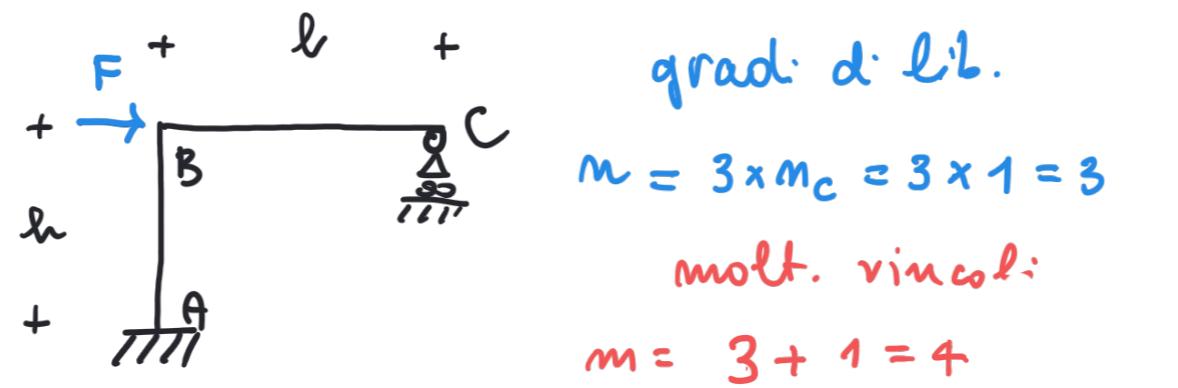
TERMINOLOGIA



Lo schema in cui
i vincoli sono sostituiti
dalle corrispondenti
reazioni è detto

"DIAGRAMMA DI
STRUTTURA LIBERA"

esempio 2. (struttura iperstatica o staticamente indeterminata)



GRADO DI IPERSTATICITÀ (G.D.I.)

L'insieme degli stati di coazione
costituisce uno spazio lineare
La dimensione di tale spazio è:

$$f_r^N = \begin{bmatrix} 0 \\ -Y_C \\ -lY_C \\ Y_C \end{bmatrix} \quad Y_C \in \mathbb{R}$$

arbitr.

$$i = m - p$$

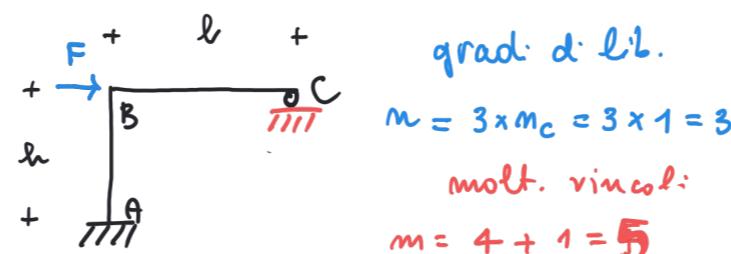
↑
vini. n. nopl.

range of B

Nell'esempio appena visto, si ha $i=1$.

Se aggiungessimo un ulteriore vincolo, il grado di iperstaticità aumenterebbe di una unità.

ES:



Eq^{ui} cond. li:
 $\rightarrow (\rightarrow) x_A + F + x_C = 0$
 $(\uparrow) y_A + y_C = 0$
 $(A) M_A + lY_C - hF = 0$

$$f_r = \left\{ \begin{array}{l} \text{m=5} \\ \text{invertib. (range max)} \end{array} \right.$$

$$B = \left[\begin{array}{cc} \text{X} & \text{X} \\ \text{X} & \text{X} \end{array} \right] \quad \left\{ \begin{array}{l} m=3 \\ p=3 \end{array} \right.$$

$m=5$

$i = m - p = 5 - 3 = 2$

PROPRIETÀ DELLE STRUTTURE STATICAMENTE INDETERMINATE / IPERSOSTENUTE

- In una tale struttura possono instaurarsi stati di sollecitazione anche in assenza di forze attive.

ES:



3 volte iperst.

dilatazione termica

compressione

