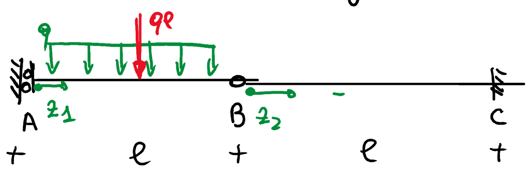
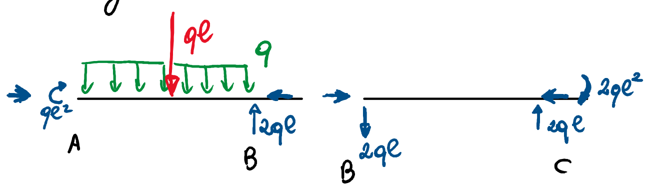
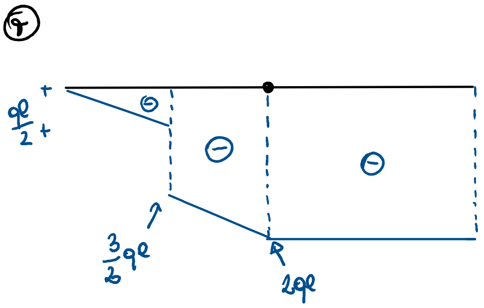
Diagramma del taglio e del momento

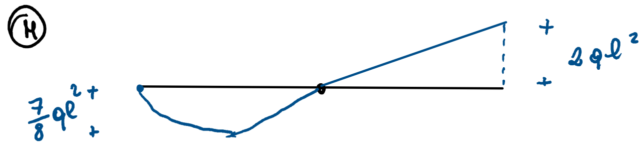
martedì 7 gennaio 2020 15:17

Si ipotizza che tutte le travi possano essere rappresentate con il modello di Eulero-Bernoulli.
La struttura ha grado di iperstaticità pari ad 1 ma l'unica caratteristica della sollecitazione indeterminata è la forza normale. Applicando opportunamente le equazioni di equilibrio, è possibile determinare comunque taglio e momento. Di seguito si riportano per la prima struttura una rappresentazione con i riferimenti locali scelti, il diagramma di struttura libera in cui le forze che agiscono in direzione normale sono ancora incognite e i diagrammi di taglio e momento.







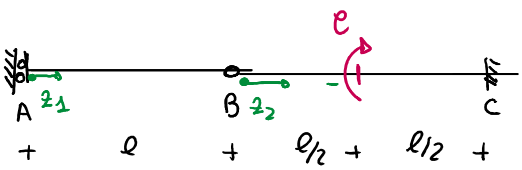


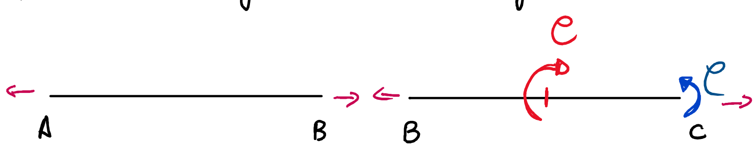
Le espressioni analitiche di taglio e momento sono:

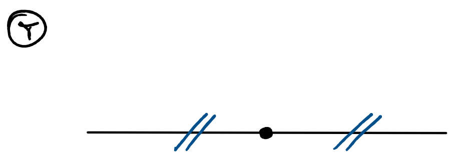
$$T_1 = \begin{cases} -q z_1 & 0<z_1<l/2 \\ -ql\left(1+\frac{z_1}{l}\right) & l/2<z_1<l \end{cases} ; \quad T_2 = -2ql ; \quad M_1 = \begin{cases} ql^2\left(1-\frac{z_1^2}{2l^2}\right), & 0<z_1<l/2 \\ 2ql(l-z_1)\left(\frac{3}{4}+\frac{z_1}{4l}\right), & \frac{l}{2}<z_1<l \end{cases} ;$$

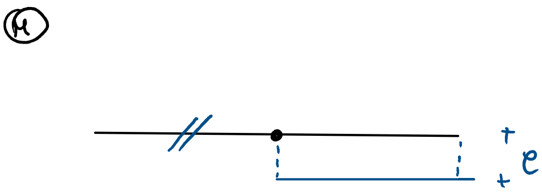
$$M_2 = -2ql z_2 . \qquad (1)$$

Analogamente, per la seconda struttura riportata, si hanno i seguenti schemi e diagrammi.

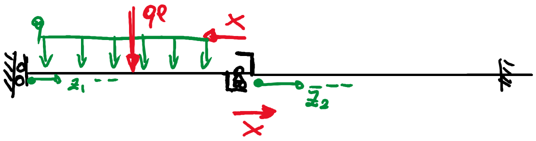






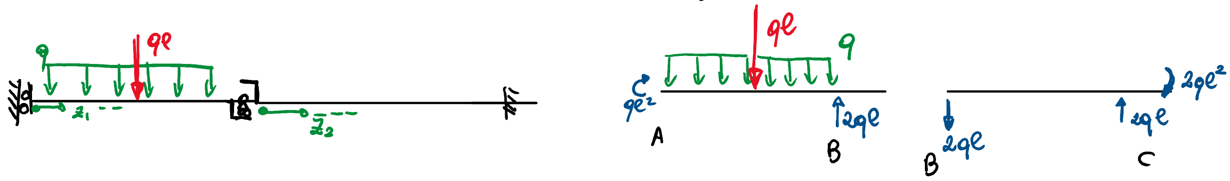


Per valutare il valore della forza normale, si utilizza il metodo delle forze. Si riporta di seguito il sistema principale equivalente per la prima struttura, dove si è sostituito la cerniera con un carrello interno.

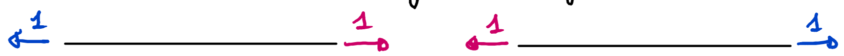


L'equazione di congruenza è data da: $w_1^{(0)}(l) - w_2^{(0)}(0) + X\left(w_1^{(1)}(l) - w_2^{(1)}(0)\right) = 0$.
Il sistema 0 è il seguente con il corrispondente diagramma di struttura libera. La normale è identicamente nulla mentre taglio e momento hanno espressioni uguali alle (1).

Il sistema 0 è il seguente con il corrispondente diagramma di struttura libera. La normale è identicamente nulla mentre taglio e momento hanno espressioni uguali alle (1).



Il sistema 1 scelto ha il seguente diagramma di struttura libera.



Le espressioni delle caratteristiche della sollecitazione sono $N_1^{(1)}=1$, $N_2^{(1)}=1$, $T^{(1)}=0$, $M^{(1)}=0$.
Utilizzando il principio dei lavori virtuali per esplicitare l'equazione di congruenza e considerando la trave inestensibile, si ottiene per il sistema (0):

$$\left[w_1^{(0)}(\ell)\right]\cdot 1+\left[w_2^{(0)}(0)\right]\cdot(-1)=w_1^{(0)}(\ell)-w_2^{(0)}(0)=\int\left(\frac{M^{(0)}M^{(1)}}{EI}\right)=0\,.$$

Mentre per il sistema (1) si ha:

$$\left[w_1^{(1)}(\ell)\right]\cdot 1+\left[w_2^{(1)}(0)\right]\cdot(-1)=w_1^{(1)}(\ell)-w_2^{(1)}(0)=\int\left(\frac{M^{(1)}M^{(1)}}{EI}\right)=0\,.$$

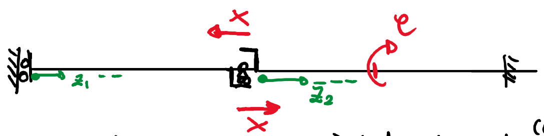
L'equazione di congruenza diventa $0+X(0)=0$. La X può assumere qualsiasi valore. Per il principio di sovrapposizione si ha $N=N^{(0)}+XN^{(1)}=XN^{(1)}$ poiché $N^{(0)}=0$, dunque anche la sollecitazione normale può assumere qualsiasi valore. Se la trave non è inestensibile per il PLV nel sistema (0) si ha:

$$\left[w_1^{(0)}(\ell)\right]\cdot 1+\left[w_2^{(0)}(0)\right]\cdot(-1)=w_1^{(0)}(\ell)-w_2^{(0)}(0)=\int\left(\frac{N^{(0)}N^{(1)}}{EA}+\frac{M^{(0)}M^{(1)}}{EI}\right)=0\,.$$

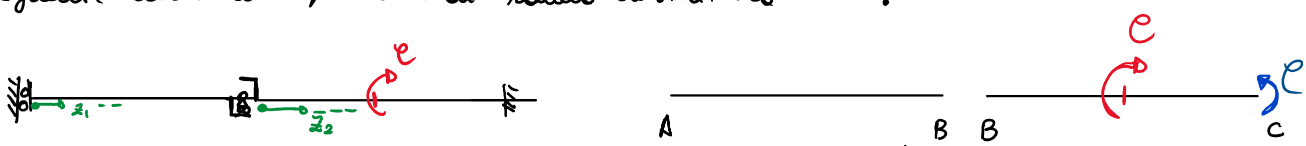
Mentre per il sistema (1) si ha:

$$\left[w_1^{(1)}(\ell)\right]\cdot 1+\left[w_2^{(1)}(0)\right]\cdot(-1)=w_1^{(1)}(\ell)-w_2^{(1)}(0)=\int\left(\frac{N^{(1)}N^{(1)}}{EA}+\frac{M^{(1)}M^{(1)}}{EI}\right)=\frac{2\ell}{EA}\,.$$

L'equazione di congruenza diventa $0+X\left(\frac{2\ell}{EA}\right)=0$, dunque $X=0$. La sollecitazione normale deve essere identicamente nulla per il principio di sovrapposizione.
Applicando il metodo delle forze al secondo sistema, si ottiene il seguente sistema isostatico principale.



L'equazione di congruenza è data da $w_1^{(0)}(\ell)-w_2^{(0)}(0)+X\left(w_1^{(1)}(\ell)-w_2^{(1)}(0)\right)=0$. Il sistema 0 è il seguente con il corrispondente di ramo di struttura libera.



Le espressioni analitiche per le caratteristiche della sollecitazione sono $N_1^{(0)}=0$, $N_2^{(0)}=0$, $T_1^{(0)}=0$, $T_2^{(0)}=0$, $M_1^{(0)}=0$, $M_2^{(0)}=0$ per $0<z_2<\ell/2$, $M_2^{(0)}=\mathcal{C}$ per $\ell/2<0<\ell$. Come sistema 1 si usa lo stesso di prima.
Utilizzando il principio dei lavori virtuali per esplicitare l'equazione di equilibrio si ottiene $0+X\cdot 0=0$ considerando la trave inestensibile. Per il principio di sovrapposizione si ha $N=N^{(0)}+XN^{(1)}=XN^{(1)}$ poiché $N^{(0)}=0$, dunque anche la sollecitazione normale può assumere qualsiasi valore. Se la trave non è inestensibile si ha $0+X\left(\frac{2\ell}{EA}\right)=0$, dunque $X=0$. La sollecitazione normale deve essere identicamente nulla.
I calcoli effettuati sono analoghi a quelli della precedente struttura.

Dichiaro che questo elaborato è esclusivamente frutto del mio lavoro, non è stato copiato da altri.

Annalisa Genovesi