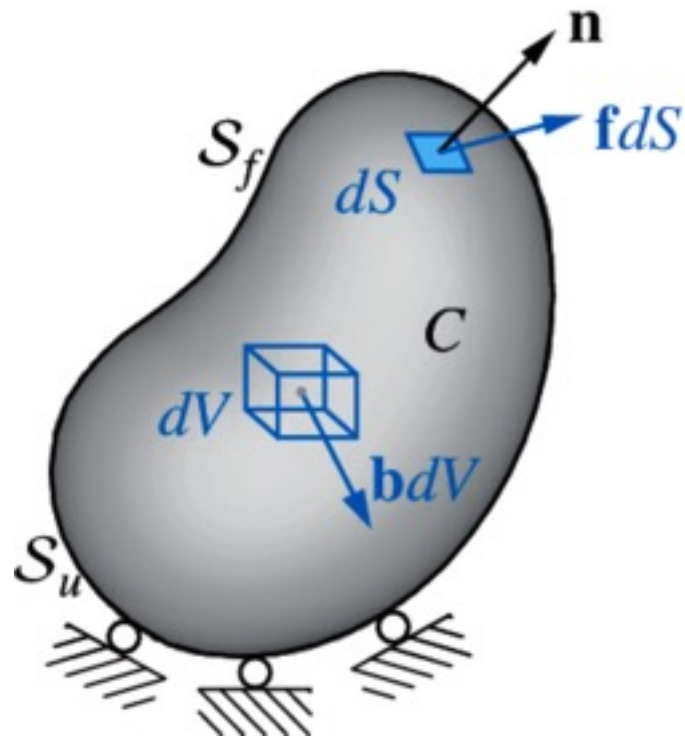


La nozione di sforzo

Riferimenti: Casini & Vasta Cap. 14 e Hibbeler Cap. 3



- Corpo continuo \mathcal{B} nella configurazione \mathcal{C}
- Superficie $\mathcal{S} = \mathcal{S}_u + \mathcal{S}_f$
- Superficie \mathcal{S}_u vincolata con spostamenti noti $\bar{\mathbf{u}}$ e reazioni vincolari \mathbf{r}
- Superficie \mathcal{S}_f con forze esterne di contatto $\mathbf{f}(P)$
- Forze di volume interne $\mathbf{b}(P)$
- Obiettivo: caratterizzare tensioni e l'equilibrio
- Configurazione indeformata del corpo \mathcal{C} (come per le travi)

Nel contesto della meccanica dei solidi, si considera un corpo continuo \mathcal{B} nella sua configurazione indeformata \mathcal{C} , come illustrato in Figura 14.1. Il corpo può essere suddiviso in una parte di superficie \mathcal{S}_u (superficie vincolata) che è vincolata al suolo mediante vincoli lisci e bilateri diffusi. Questi vincoli prescrivono spostamenti noti $\bar{\mathbf{u}}$ e generano reazioni vincolari \mathbf{r} . D'altra parte, sulla superficie libera \mathcal{S}_f possono agire forze esterne di superficie dovute ad azioni di contatto che l'ambiente esercita sul corpo, come la pressione dei fluidi o la spinta dei terreni. Queste forze esterne sono descritte da un campo vettoriale continuo $\mathbf{f}(P)$, $P \in \mathcal{S}_f$ che ne rappresenta la densità superficiale

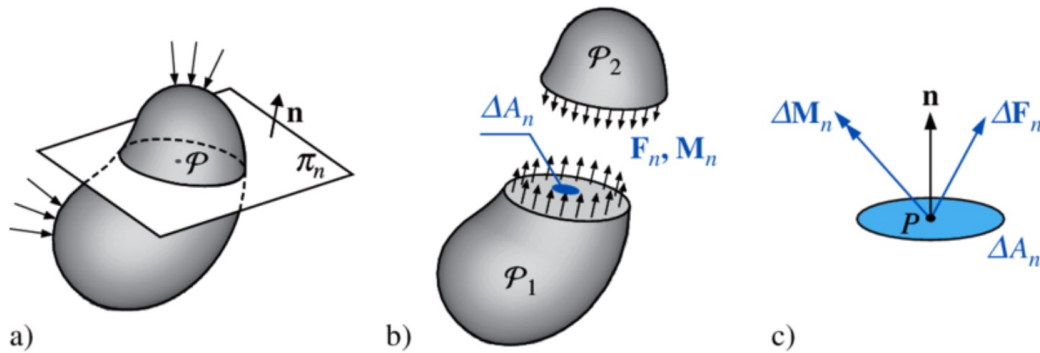


Figura 14.2 Azioni interne: a) sezione del corpo secondo un piano assegnato; b) azioni di contatto; c) azioni di contatto nell'intorno di P

- Modelli matematici per azioni interne sviluppati storicamente, maturati con Cauchy.
- Sezione del corpo con piano π_n rivela azioni di contatto \mathbf{F}_n e \mathbf{M}_n per equilibrio.

Tensione:

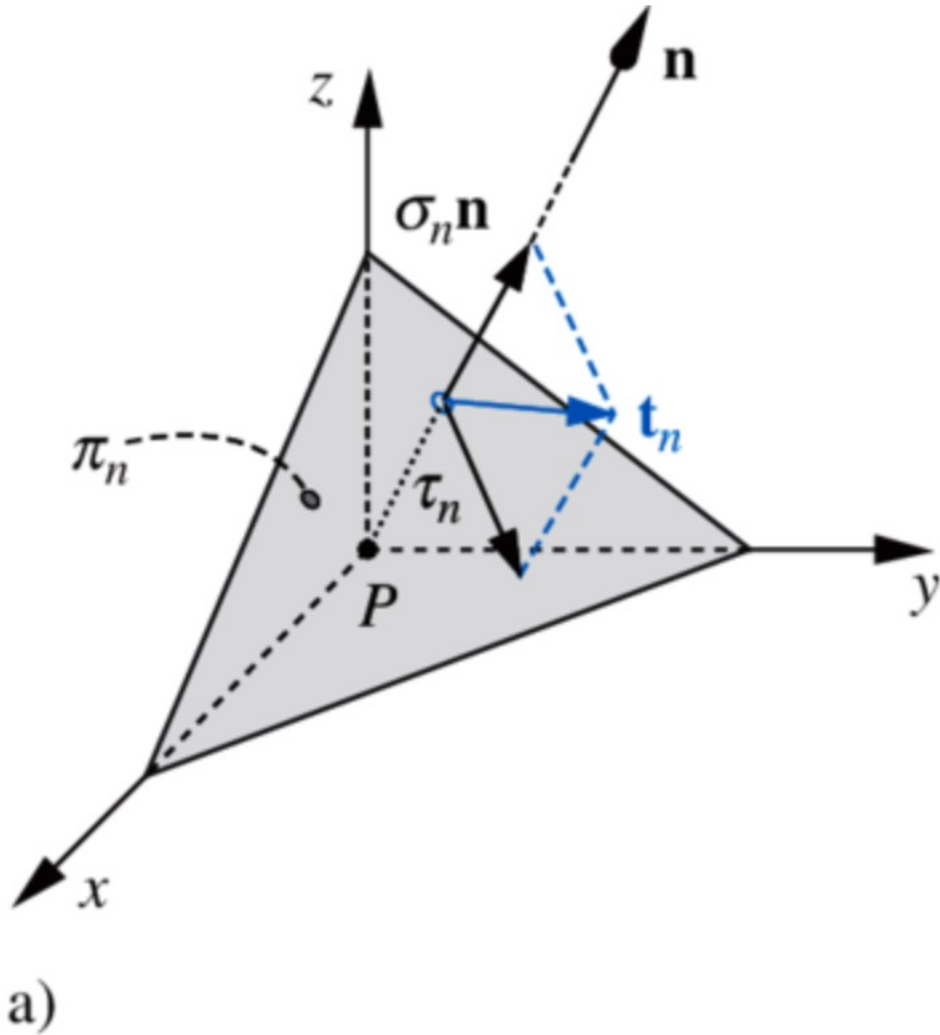
$$\mathbf{t}_n = \lim_{\Delta A_n \rightarrow 0} \frac{\Delta \mathbf{F}_n}{\Delta A_n}, \quad \lim_{\Delta A_n \rightarrow 0} \frac{\Delta \mathbf{M}_n}{\Delta A_n} = \mathbf{0}$$

Implicazioni:

- Tensione \mathbf{t}_n dipende da punto e normale.
- Distinzione tra corpi di Cauchy e corpi di Cosserat.

Nel contesto dell'analisi dei solidi, è fondamentale comprendere le azioni interne generate dalle forze di contatto tra le diverse parti del corpo. Queste azioni, studiate attraverso modelli matematici sviluppati nel corso della storia, giocano un ruolo cruciale nella determinazione dell'equilibrio e della risposta dei solidi alle sollecitazioni esterne. La sezione del corpo con un piano di normale \mathbf{n} ci permette di analizzare tali azioni e definire la tensione \mathbf{t}_n che agisce lungo quella direzione. Questo concetto è centrale per comprendere il comportamento dei materiali solidi in risposta alle sollecitazioni meccaniche.

Componente normale e tangenziale della tensione



Versore Normale:

$$\mathbf{n} = [\alpha \ \beta \ \gamma]^T$$
$$\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = 1$$

Formula di Decomposizione:

$$\mathbf{t}_n = \boldsymbol{\tau}_n + \sigma_n \mathbf{n}$$

Mentre σ_n è uno scalare, $\boldsymbol{\tau}_n$ (in grassetto) è un vettore.

L'intensità di $\boldsymbol{\tau}_n$ è di norma indicata con τ_n .

Quando \mathbf{n} è fissato, la tensione normale e tangenziale vengono indicate con σ e τ .

Componenti speciali di tensione

Il vettore tensione \mathbf{t}_n in un sistema cartesiano ortogonale di riferimento $(O; x, y, z)$ ha componenti cartesiane:

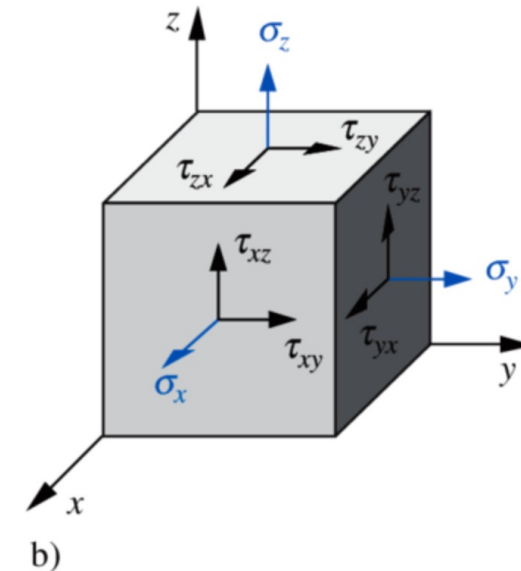
$$\mathbf{t}_n = \begin{bmatrix} t_{nx} \\ t_{ny} \\ t_{nz} \end{bmatrix}$$

Le componenti delle tensioni secondo i tre piani coordinati prendono il nome di componenti speciali di tensione, Fig. 14.4b:

$$\mathbf{t}_x = \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \tau_{xy} \\ \tau_{xz} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{t}_y = \begin{bmatrix} \tau_{yx} \\ \sigma_y \\ \tau_{yz} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{t}_z = \begin{bmatrix} \tau_{zx} \\ \tau_{zy} \\ \sigma_z \end{bmatrix}$$

Le componenti speciali di tensione vengono raccolte nel tensore degli sforzi o tensore della tensione \mathbf{T} le cui colonne rappresentano le tensioni agenti sui piani coordinati: (14.7)

$$\mathbf{T}(P) = \begin{bmatrix} \mathbf{t}_x & \mathbf{t}_y & \mathbf{t}_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{yx} & \tau_{zx} \\ \tau_{xy} & \sigma_y & \tau_{zy} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z \end{bmatrix}$$



Lemma di Cauchy

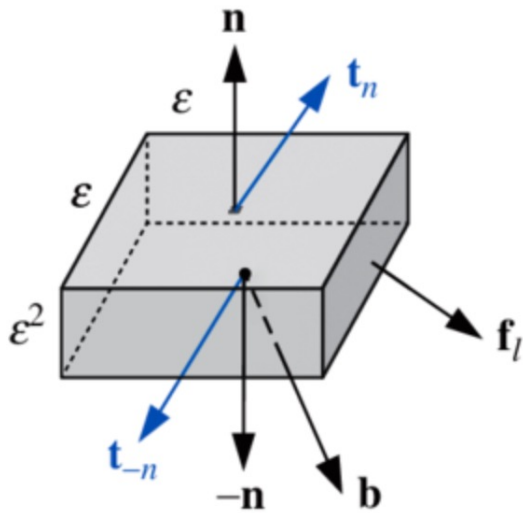


Figura 14.3 Parallelepipedo infinitesimo e tensioni agenti

- Estensione del principio di azione e reazione a tensioni.
- Considera un parallelepipedo infinitesimo nel solido di Cauchy.
- Equazione di equilibrio alla traslazione:

$$\mathbf{t}_n \varepsilon^2 + \mathbf{t}_{-n} \varepsilon^2 + \mathbf{f}_l + \mathbf{b} \varepsilon^4 = \mathbf{0}$$

- Al limite per $\varepsilon \rightarrow 0$, trascurando infinitesimi di ordine superiore al secondo (sulla superficie laterale la forza \mathbf{f}_l è di ordine $\mathcal{O}(\varepsilon^3)$), si ottiene:

$$\mathbf{t}_{-n} = -\mathbf{t}_n$$

- Il Lemma di Cauchy estende il principio di azione e reazione (terza legge di Newton) al contesto delle tensioni in un solido.
- In un parallelepipedo infinitesimo, le tensioni su due facce opposte si annullano a vicenda, confermando l'equilibrio del solido.
- Questa proprietà è fondamentale per la comprensione delle tensioni in materiali continui.

Conseguenze del lemma di Cauchy

Il lemma di Cauchy stabilisce che il vettore tensione è una funzione dispari di \mathbf{n} .

Adoperando le definizioni di σ_n e τ_n è un semplice esercizio dimostrare che σ_n è una funzione pari di \mathbf{n} , vale a dire:

$$\sigma_{-n} = \sigma_n.$$

Inoltre, si vede che τ_n è una funzione dispari, e pertanto il suo modulo è una funzione pari di n :

$$\tau_{-n} = \tau_n.$$

Formula di Cauchy

Si consideri un punto P all'interno del solido e si prenda in esame una superficie infinitesima di normale

$$\mathbf{n} = \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{bmatrix}$$

Formula fondamentale di Cauchy:

$$\mathbf{t}_n = \mathbf{t}_x \alpha + \mathbf{t}_y \beta + \mathbf{t}_z \gamma$$

Ricordando le espressioni per le componenti di \mathbf{t}_x , \mathbf{t}_y , \mathbf{t}_z troviamo

$$\begin{aligned} t_{nx} &= \alpha \sigma_x + \beta \tau_{yx} + \gamma \tau_{zx} \\ t_{ny} &= \alpha \tau_{xy} + \beta \sigma_y + \gamma \tau_{zy} \\ t_{nz} &= \alpha \tau_{xz} + \beta \tau_{yz} + \gamma \sigma_z \end{aligned}$$

vale a dire,

$$\begin{bmatrix} t_{nx} \\ t_{ny} \\ t_{nz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{yx} & \tau_{zx} \\ \tau_{xy} & \sigma_y & \tau_{zy} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{bmatrix}$$

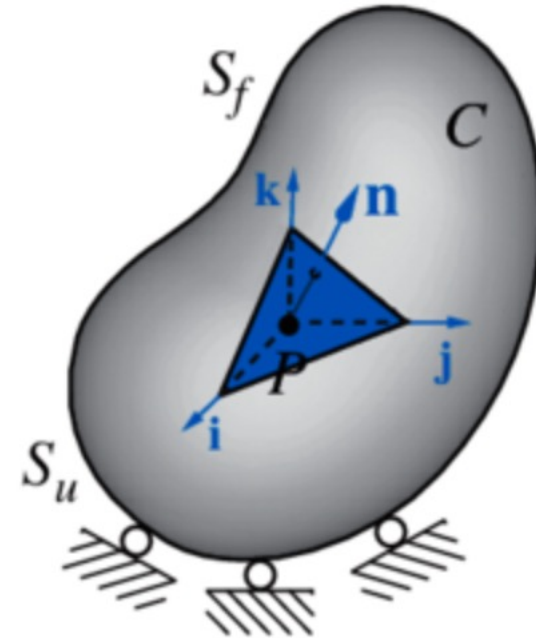
In forma compatta

$$\mathbf{t}_n = \mathbf{T} \mathbf{n}$$

dove

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{yx} & \tau_{zx} \\ \tau_{xy} & \sigma_y & \tau_{zy} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z \end{bmatrix}$$

è detto *tensore dello sforzo*



Dimostrazione della Formula di Cauchy

- Si vuole ora stabilire la relazione tra il vettore della tensione \mathbf{t}_n e il tensore degli sforzi \mathbf{T} per l'equilibrio del solido.
- Equilibrio di ogni parte del corpo: equilibrio delle forze e dei momenti.
- Si considera un punto P all'interno del solido e un tetraedro di Cauchy con superficie normale \mathbf{n} e piani $-\mathbf{i}, -\mathbf{j}, -\mathbf{k}$, Fig. 14.5a.
- L'equilibrio delle forze sul tetraedro, considerando la forza di volume $\mathbf{b}\Delta V$:

$$\mathbf{t}_n \Delta A_n + \mathbf{t}_{-x} \Delta A_x + \mathbf{t}_{-y} \Delta A_y + \mathbf{t}_{-z} \Delta A_z + \mathbf{b} \Delta V = \mathbf{0}$$

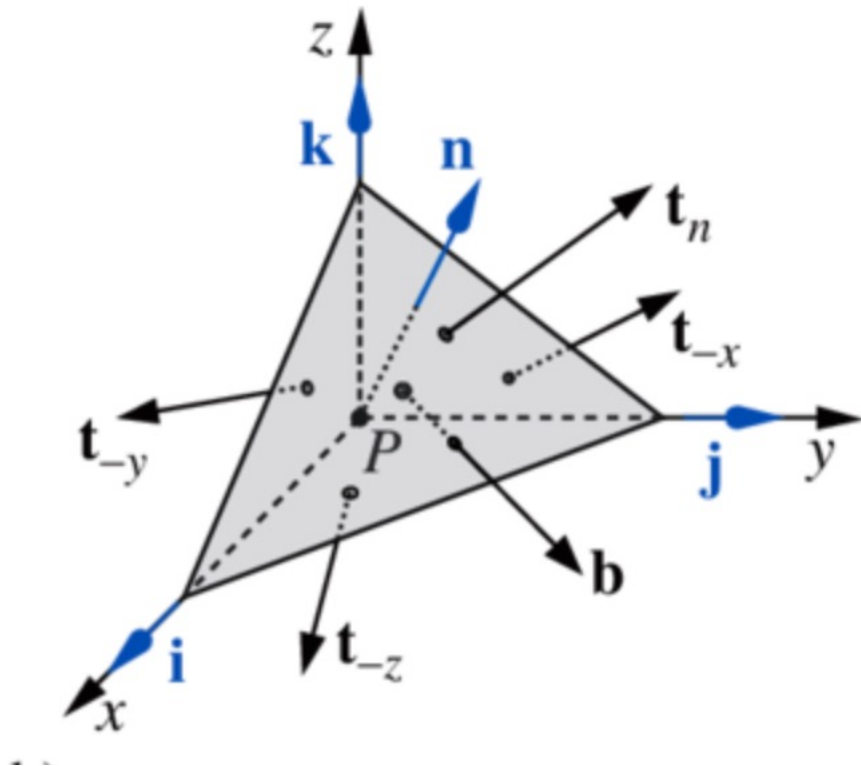
- Usando il lemma di Cauchy, $\mathbf{t}_{-x} = -\mathbf{t}_x, \dots$, e dividendo ambo i membri per ΔA_n :

$$\mathbf{t}_n - \mathbf{t}_x \frac{\Delta A_x}{\Delta A_n} - \mathbf{t}_y \frac{\Delta A_y}{\Delta A_n} - \mathbf{t}_z \frac{\Delta A_z}{\Delta A_n} + \mathbf{b} \frac{\Delta V}{\Delta A_n} = \mathbf{0}$$

- Al limite per $\Delta A_n \rightarrow 0$, mantenendo la giacitura di normale \mathbf{n} parallela a se stessa, si ottiene la formula fondamentale di Cauchy:

$$\mathbf{t}_n = \mathbf{t}_x \alpha + \mathbf{t}_y \beta + \mathbf{t}_z \gamma$$

dove α, β e γ sono i coseni direttori di \mathbf{n} .



Equazioni indefinite di equilibrio

L'equilibrio a traslazione di una parte arbitraria del corpo implica:

$$\frac{\partial \mathbf{t}_x}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{t}_y}{\partial y} + \frac{\partial \mathbf{t}_z}{\partial z} + \mathbf{b} = \mathbf{0}$$

Questa formula si riscrive, in termini di componenti della tensione:

$$\begin{aligned}\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} + b_x &= 0 \\ \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} + b_y &= 0 \quad \text{in } \mathcal{C} \\ \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + b_z &= 0\end{aligned}$$

Dimostrazione delle equazioni indefinite di equilibrio

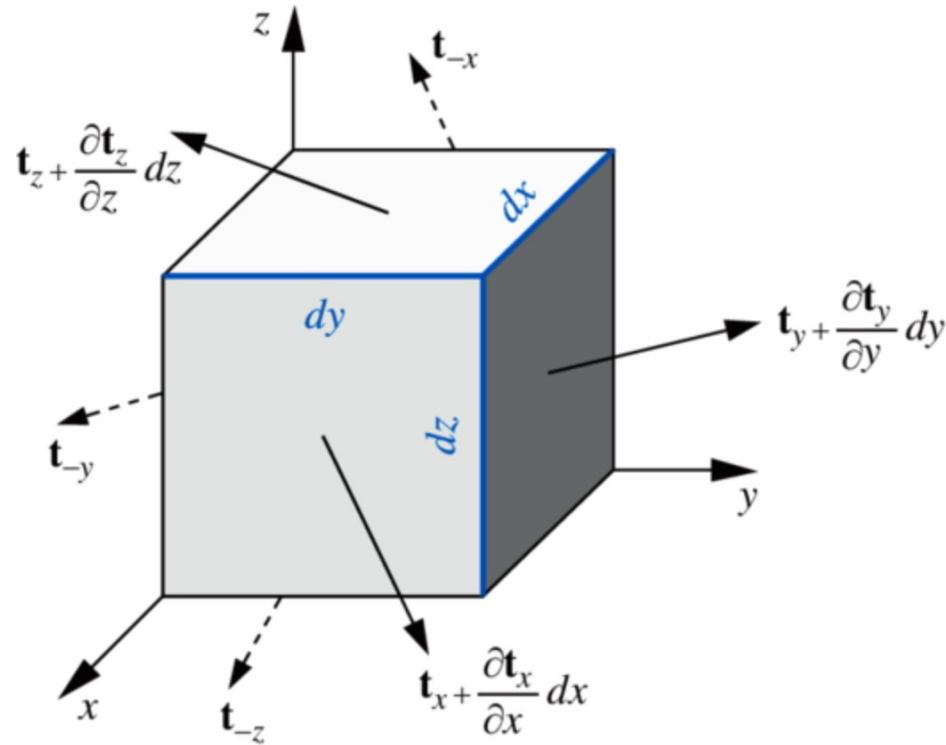


Figura 14.6 Parallelepipedo infinitesimo e tensioni agenti sulle sue facce

- 1) Si considera una porzione infinitesima di forma parallelepipedica del continuo, con spigoli dx, dy, dz .
- 2) Utilizzando il lemma di Cauchy, la tensione \mathbf{t}_{-x} sulla faccia di normale $-x$ è $-\mathbf{t}_x$. Sulla faccia opposta agisce:

$$\mathbf{t}_x + \frac{\partial \mathbf{t}_x}{\partial x} dx$$

- 3) La somma delle forze sulle facce $dydz$ è:

$$\left(\mathbf{t}_x + \frac{\partial \mathbf{t}_x}{\partial x} dx \right) dydz - \mathbf{t}_x dydz$$

Analogamente per altre facce.

- 4) L'equilibrio vettoriale delle forze sull'elemento, considerando anche la forza di volume $\mathbf{b}dV$, è:

$$\begin{aligned} & \left(\mathbf{t}_x + \frac{\partial \mathbf{t}_x}{\partial x} dx \right) dydz - \mathbf{t}_x dydz + \left(\mathbf{t}_y + \frac{\partial \mathbf{t}_y}{\partial y} dy \right) dxdz - \mathbf{t}_y dxdz \\ & + \left(\mathbf{t}_z + \frac{\partial \mathbf{t}_z}{\partial z} dz \right) dxdy - \mathbf{t}_z dxdy + \mathbf{b}dxdydz = \mathbf{0} \end{aligned}$$

Si trova quindi:

$$\frac{\partial \mathbf{t}_x}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{t}_y}{\partial y} + \frac{\partial \mathbf{t}_z}{\partial z} + \mathbf{b} = \mathbf{0}$$

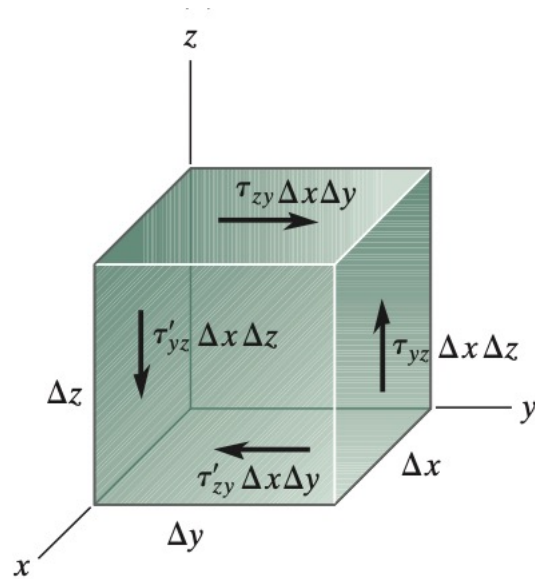
Reciprocità delle tensioni tangenziali

L'equilibrio alla rotazione permette di mostrare che le tensioni tangenziali soddisfano le relazioni:

$$\tau_{xy} = \tau_{yx}, \quad \tau_{xz} = \tau_{zx}, \quad \tau_{yz} = \tau_{zy}$$

Ne segue che il tensore dello sforzo \mathbf{T} è simmetrico.

Dimostrazione della reciprocità



Consideriamo un cubo infinitesimo.

Per semplicità supponiamo nulle le forze di volume e che uniche componenti di tensione siano le τ_{zy}

Equilibrio nella direzione y

$$\tau_{zy}(\Delta x \Delta y) - \tau'_{zy} \Delta x \Delta y = 0$$

Ne segue:

$$\tau_{zy} = \tau'_{zy}$$

Equilibrio nella direzione z

$$\tau_{yz} = \tau'_{yz}$$

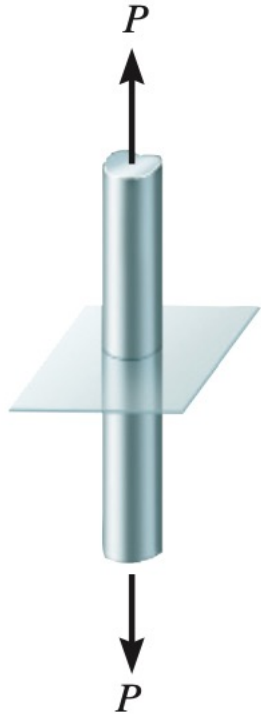
Imponendo l'equilibrio dei momenti rispetto all'asse x :

$$-\tau_{zy}(\Delta x \Delta y) \Delta z + \tau_{yz}(\Delta x \Delta z) \Delta y = 0$$

In sintesi, tutti e quattro gli sforzi tangenziali devono avere la stessa intensità

$$\tau_{zy} = \tau'_{zy} = \tau_{yz} = \tau'_{yz}$$

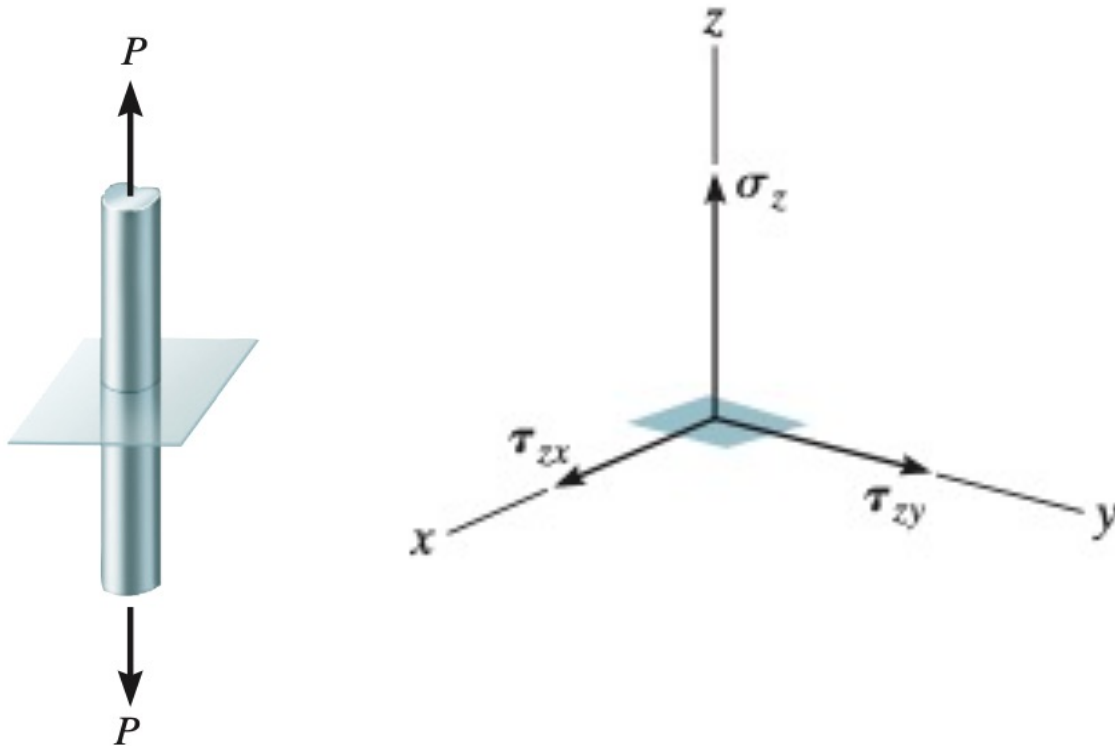
Esercizio: tensione in una trave caricata assialmente



Esercizio.

Si consideri una barra caricata da due forze opposte.
Che informazioni è possibile dedurre sul campo di sforzo?

Esercizio: tensione in una trave caricata assialmente



Sezioniamo la trave con un taglio ideale su un piano perpendicolare all'asse.

Fissiamo l'attenzione sulla porzione di sbarra che si trova al di sotto della sezione.

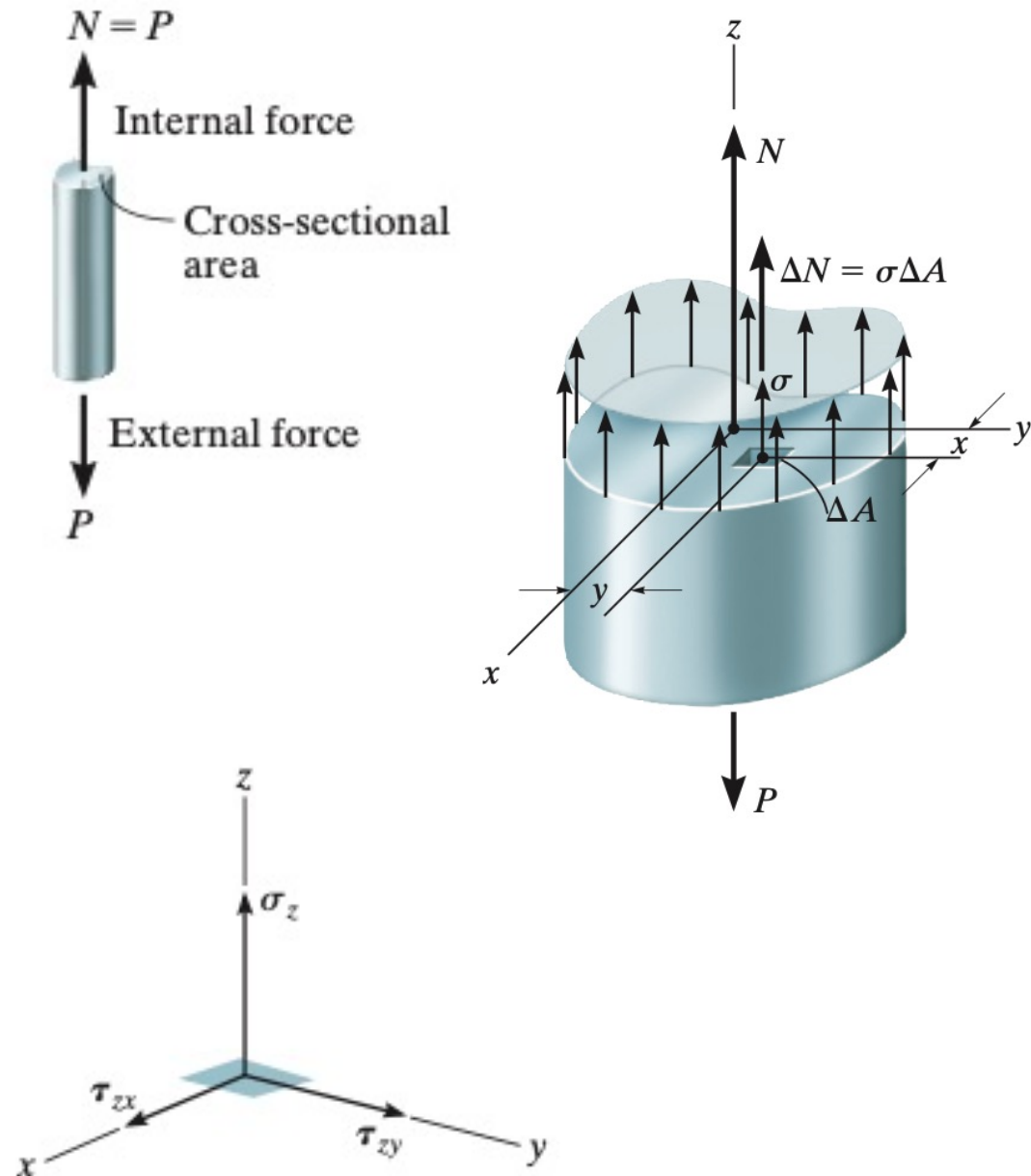
Su questa porzione agiscono, in corrispondenza della sezione dove e' stato effettuato il taglio, delle forze interne.

Nel generico punto P , la densità per unità di area di queste forze è $\mathbf{t}_z(P)$.

Questo vettore ha componenti

$$\mathbf{t}_z = \begin{bmatrix} \tau_{zx} \\ \tau_{zy} \\ \sigma_z \end{bmatrix}$$

Esercizio: tensione in una trave caricata assialmente



Indichiamo con N la componente lungo z della risultante delle forze che agiscono su questa porzione attraverso la sezione resa esposta dal taglio

La quantità N prende il nome di **forza normale**

Deve risultare

$$N = \int_A \sigma_z dA$$

La tensione normale media, definita da

$$\bar{\sigma}_z = \frac{1}{A} \int_A \sigma_z dA$$

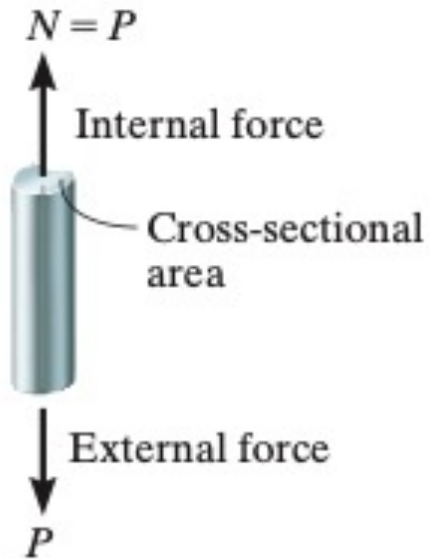
è pertanto data da

$$\bar{\sigma}_z = \frac{N}{A}.$$

D'altra parte, per l'equilibrio del corpo deve essere $N = P$. Ne segue che

$$\bar{\sigma}_z = \frac{P}{A}.$$

Esercizio: tensione in una trave caricata assialmente



Indichiamo con T_x e T_y le risultanti lungo x e y delle forze interne che agiscono sulla sezione

Ragionando in modo analogo, si trova

$$T_x = \int_A \tau_{zx} dA$$

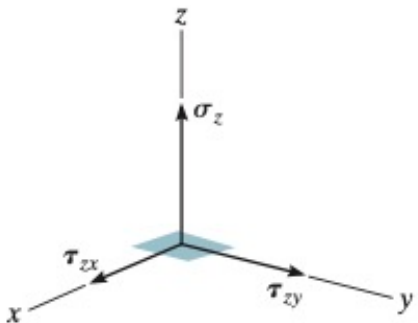
e

$$T_y = \int_A \tau_{zy} dA = 0$$

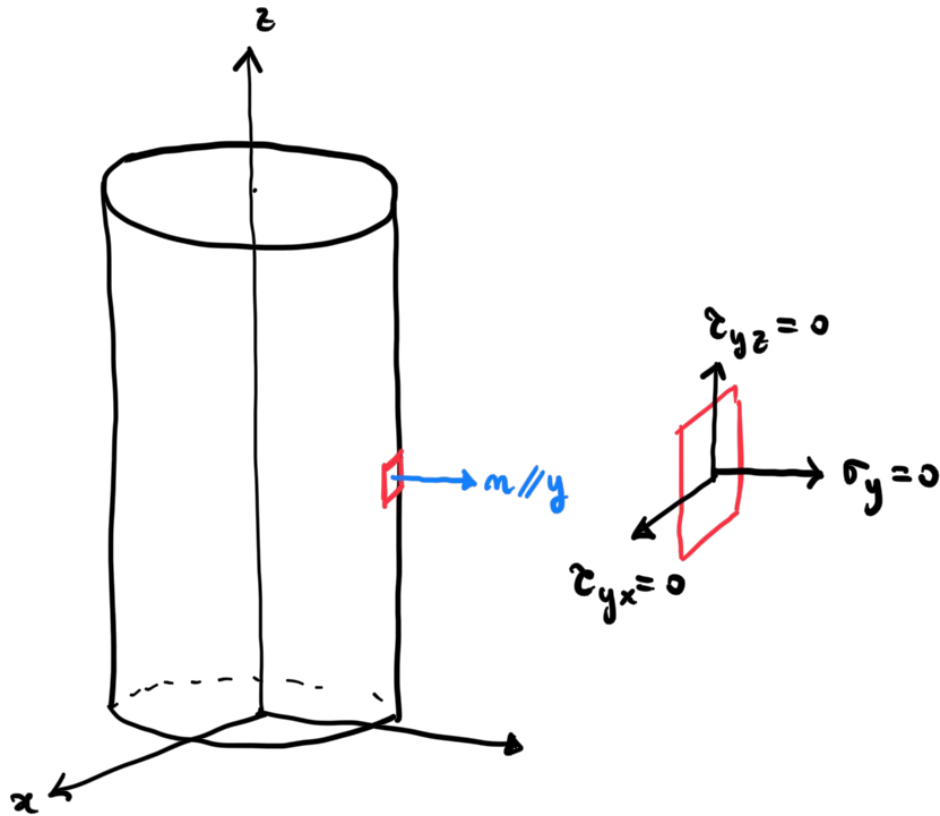
Per l'equilibrio globale della porzione di barra inferiore, deve essere $T_x = 0$ e $T_y = 0$.

Ne segue che le tensioni tangenziali medie si annullano

$$\bar{\tau}_{zx} = 0, \quad \bar{\tau}_{zy} = 0.$$



Valori della tensione sul bordo



Consideriamo un elemento d'area sulla superficie laterale, disposto in modo tale che la normale uscente \mathbf{n} sia parallela all'asse y .

Essendo la superficie laterale scarica, deve risultare

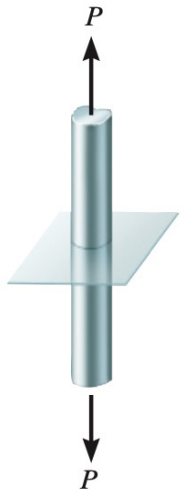
$$\mathbf{t}_y = \mathbf{0}$$

quindi sia la tensione normale che quella tangenziale devono annullarsi.

Dunque, per ogni sezione esiste un punto dove

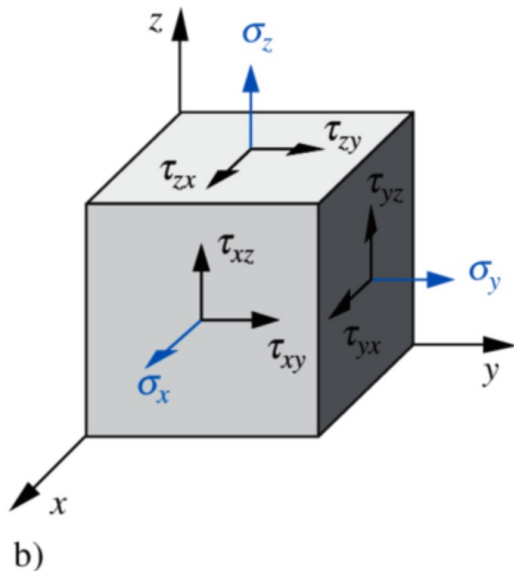
$$\sigma_y = 0, \quad \tau_{yx} = 0, \quad \tau_{yz} = 0.$$

In sintesi

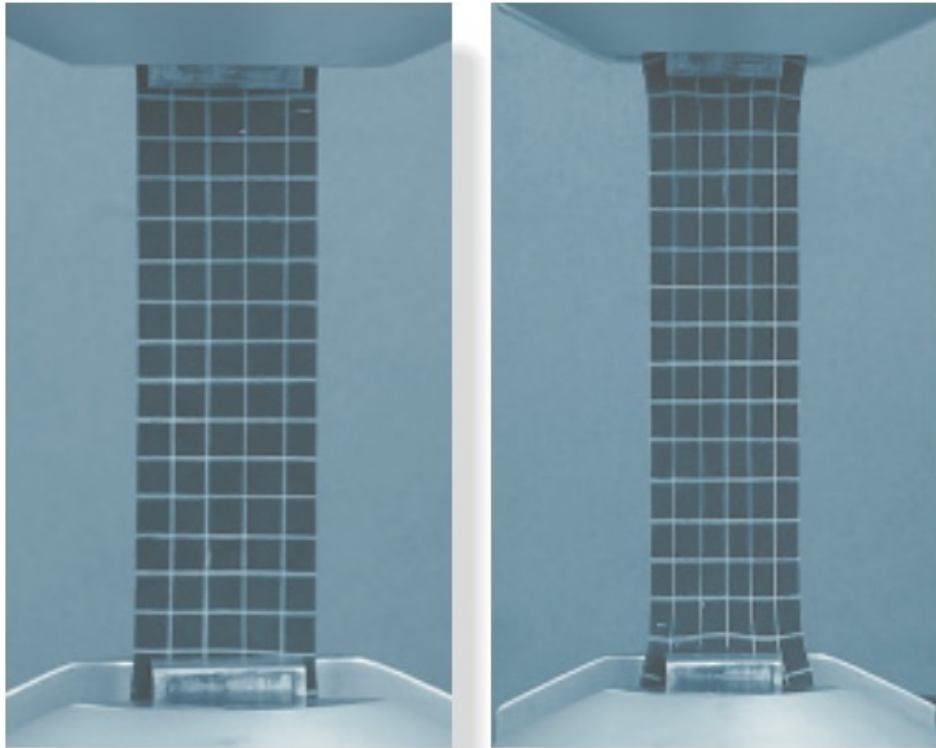


Imponendo l'equilibrio e usando la definizione di tensione concludiamo che:

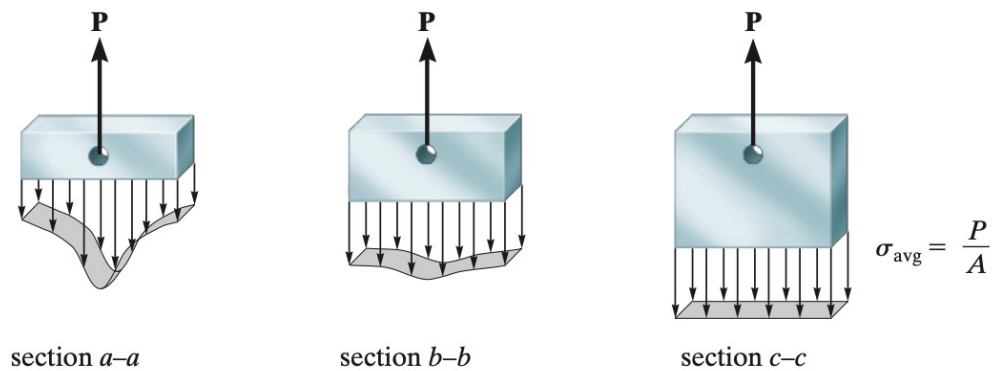
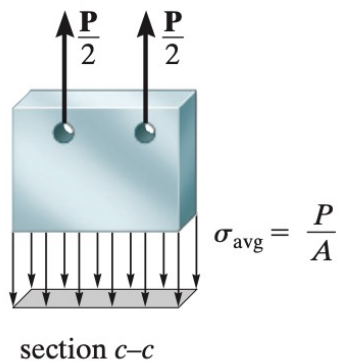
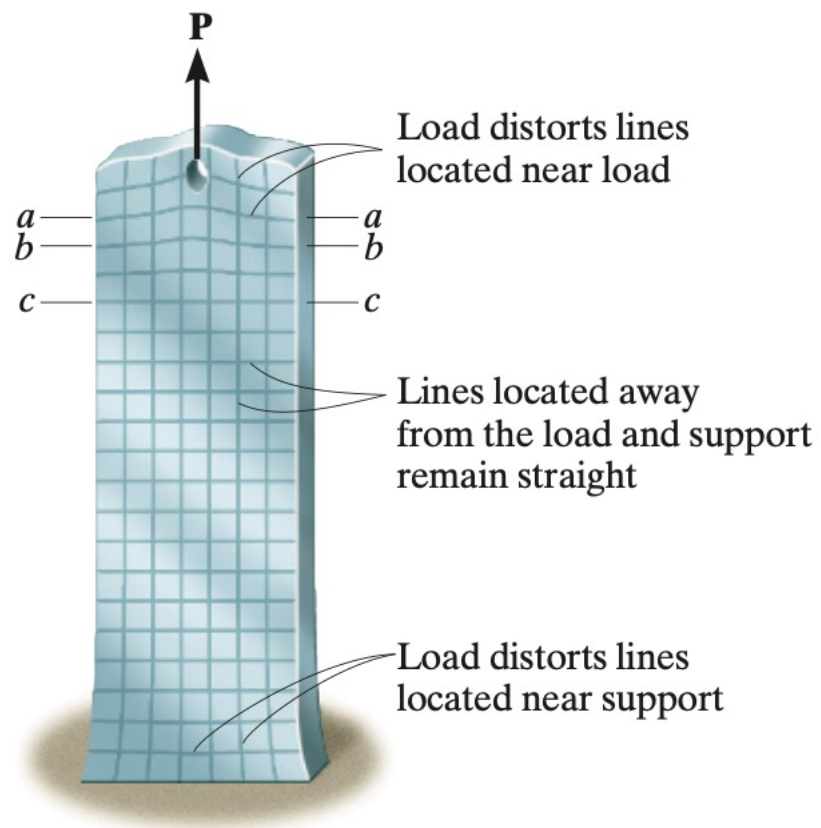
- Su ogni sezione, e quindi in tutta la barra, le tensioni σ_z , τ_{zx} e τ_{zy} si annullano in media
- Su ogni sezione, in almeno un punto risulta $\sigma_y = 0$, $\tau_{yx} = 0$, e $\tau_{yz} = 0$.
- Su ogni sezione, in almeno un punto risulta $\sigma_z = 0$, $\tau_{zx} = 0$, e $\tau_{zy} = 0$.



Principio di Saint-Venant



In una versione semplificata, il principio stabilisce che, data una trave caricata alle estremità da forze assiali centrate, a distanza sufficientemente grande da queste ultime il campo di sforzo è uniforme.



Consideriamo la barra incastrata ad una estremità e soggetta ad una forza concentrata sul lato opposto.

Sulla sezione a , relativamente vicina al punto di applicazione della forza, la tensione normale è distribuita in modo disomogeneo.

Man mano che ci si allontana dal punto di applicazione della forza, la distribuzione delle tensioni normali diventa sempre più uniforme, fino a divenire praticamente costante nella sezione c .

Si noti che, se la forza viene ripartita in due punti in maniera simmetrica, lo stato di sollecitazione in c non cambia.

Conseguenze del principio di Saint-Venant

Come conseguenza del principio di Saint-Venant abbiamo che, lontano dai punti di applicazione delle forze, il tensore dello sforzo è costante.

In particolare, in ogni punto ciascuna componente del tensore dello sforzo è pari al suo valore medio sulla sezione.

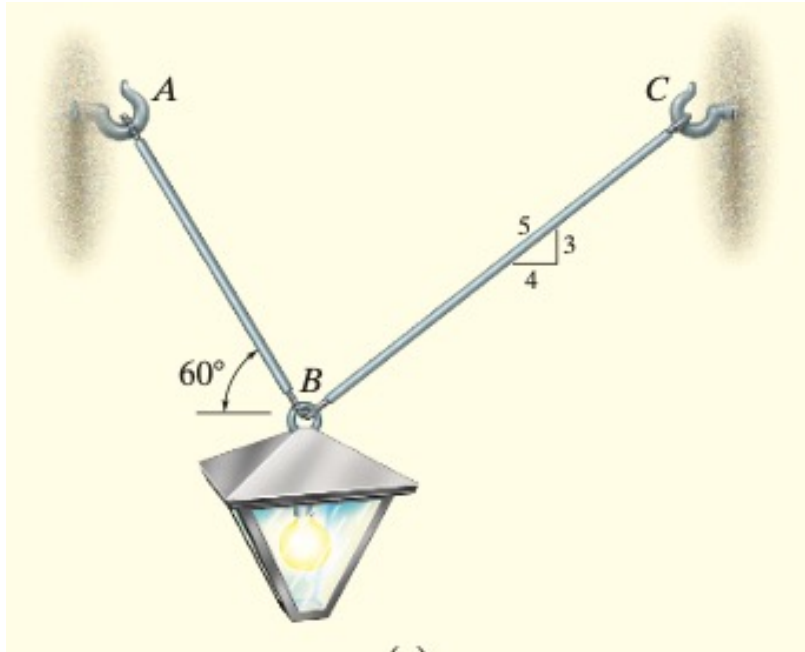
Si conclude che tutte le componenti del tensore dello sforzo sono nulle, eccetto la tensione normale

$$\sigma_z = \frac{P}{A}.$$

Quindi le componenti del tensore dello sforzo sono:

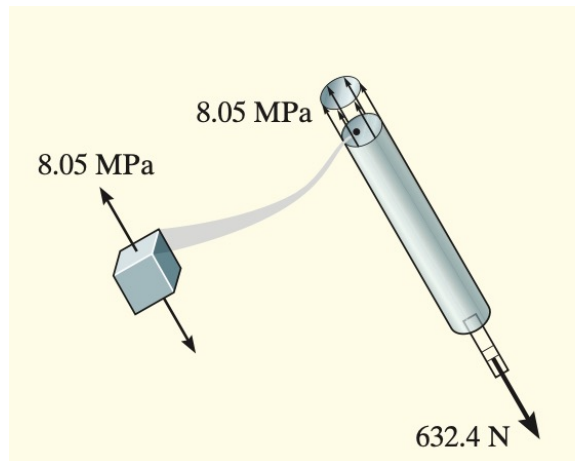
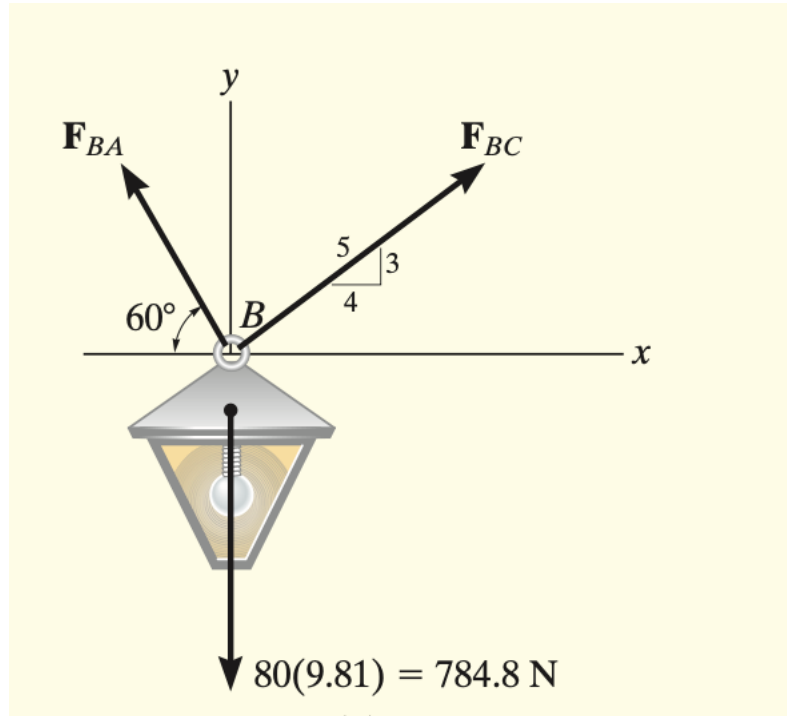
$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{P}{A} \end{bmatrix}$$

Esercizio



Una lampada da 80 kg è sostenuta da due funi AB e BC . Se AB ha un diametro di 10 mm e BC ha un diametro di 8 mm , determinare lo sforzo normale medio in ciascuna fune.

Soluzione



Indichiamo con \mathbf{F}_{BA} e \mathbf{F}_{BC} le forze trasmesse dai due cavi.

Imponendo l'equilibrio lungo la direzione orizzontale troviamo:

$$F_{BC} \left(\frac{4}{5} \right) - F_{BA} \cos 60^\circ = 0$$

Imponendo l'equilibrio lungo la direzione verticale otteniamo:

$$F_{BC} \left(\frac{3}{5} \right) + F_{BA} \sin 60^\circ - 784.8 \text{ N} = 0$$

Risolvendo:

$$F_{BC} = 395.2 \text{ N}, \quad F_{BA} = 632.4 \text{ N}$$

Le tensioni normali medie sono:

$$\sigma_{BC} = \frac{F_{BC}}{A_{BC}} = \frac{395.2 \text{ N}}{\pi(0.004 \text{ m})^2} = 7.86 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{BA} = \frac{F_{BA}}{A_{BA}} = \frac{632.4 \text{ N}}{\pi(0.005 \text{ m})^2} = 8.05 \text{ MPa}$$

Esercizio

La barra nella Figura 1-15a ha una larghezza costante di 35 mm e uno spessore di 10 mm. Determina la massima tensione normale media nella barra quando è sottoposta al carico mostrato.

Le forze assiali interne nelle regioni AB , BC , e CD sono tutte costanti ma hanno intensità diverse.

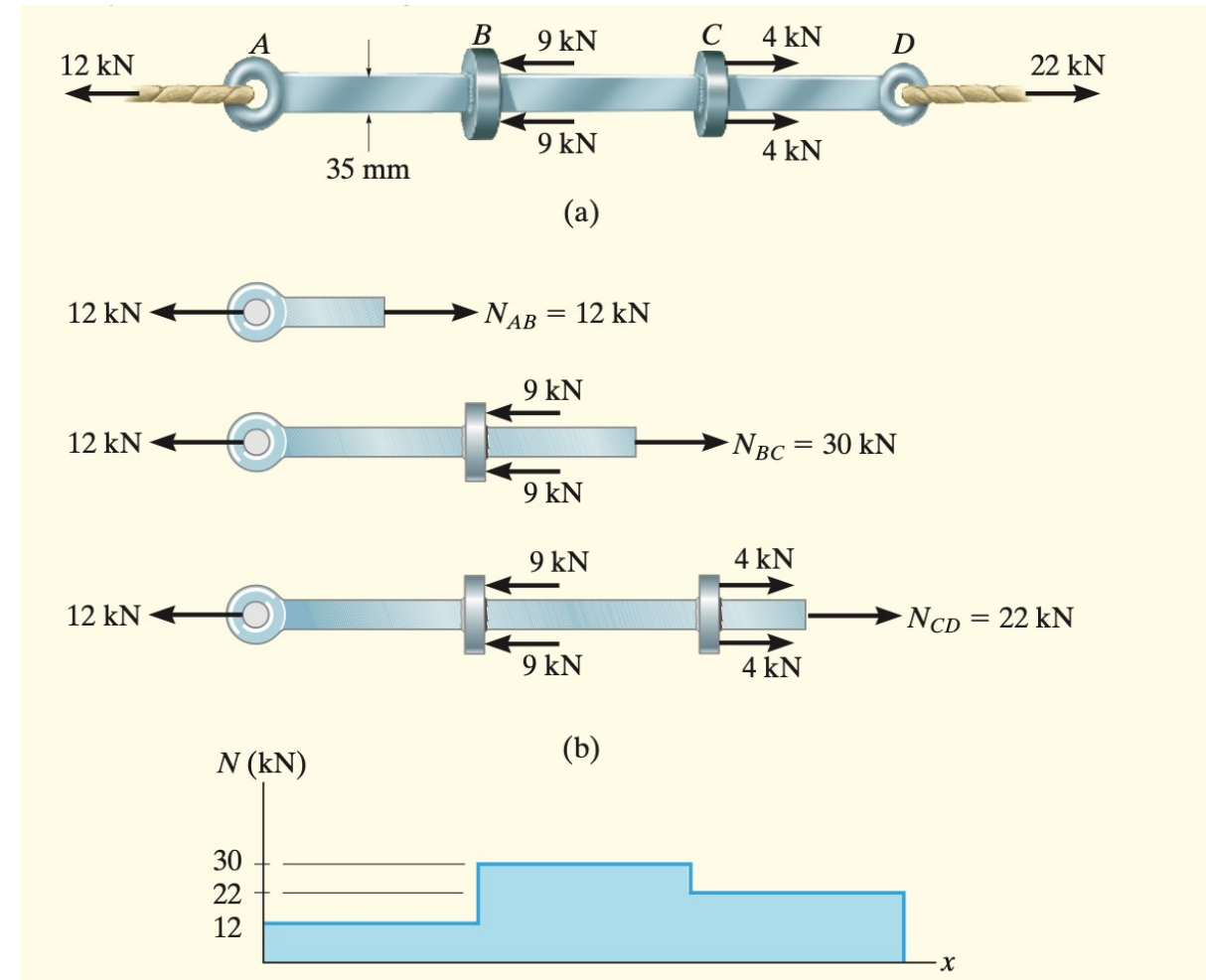
Utilizzando il metodo delle sezioni, le azioni interne sono mostrate nei diagrammi delle forze sul corpo libero dei segmenti di sinistra mostrati in Fig. 1-15b.

Il diagramma delle forze normali, che rappresenta graficamente questi risultati, è mostrato in Fig. 1-15c. Il carico più grande è nella regione BC , dove $N_{BC} = 30$ kN. Poiché l'area della sezione trasversale della barra è costante, la più grande tensione normale media si verifica anche all'interno di questa regione della barra.

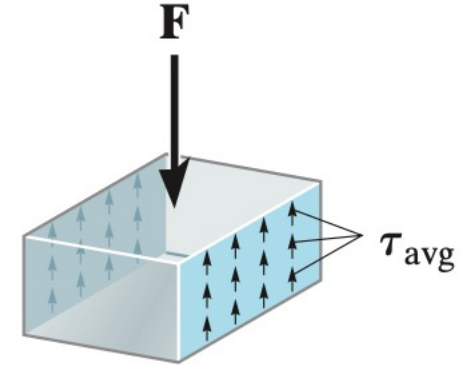
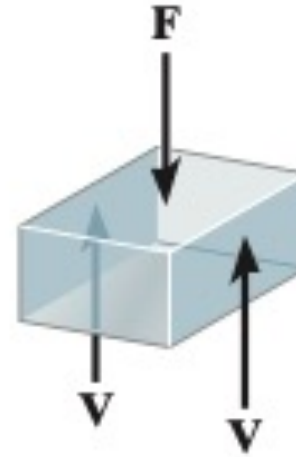
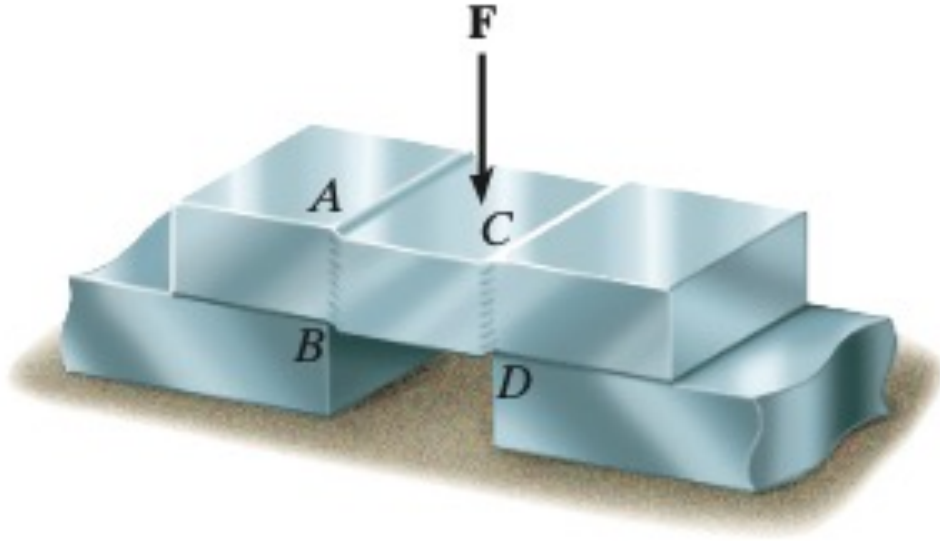
Tensione Normale Media. Abbiamo

$$\sigma_{BC} = \frac{N_{BC}}{A} = \frac{30 \times 10^3 \text{ N}}{(0.035 \text{ m})(0.010 \text{ m})} = 85.7 \text{ MPa} \quad \text{Risposta.}$$

La distribuzione degli sforzi che agiscono su una sezione trasversale arbitraria della barra all'interno della regione BC è mostrata in Fig. 1 – 15d.



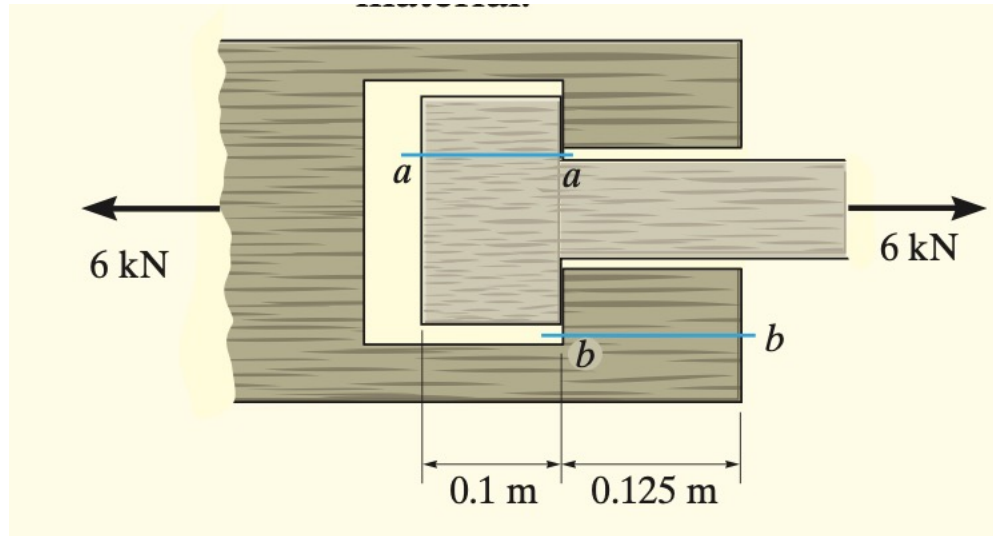
Esercizio: tensione tangenziale media



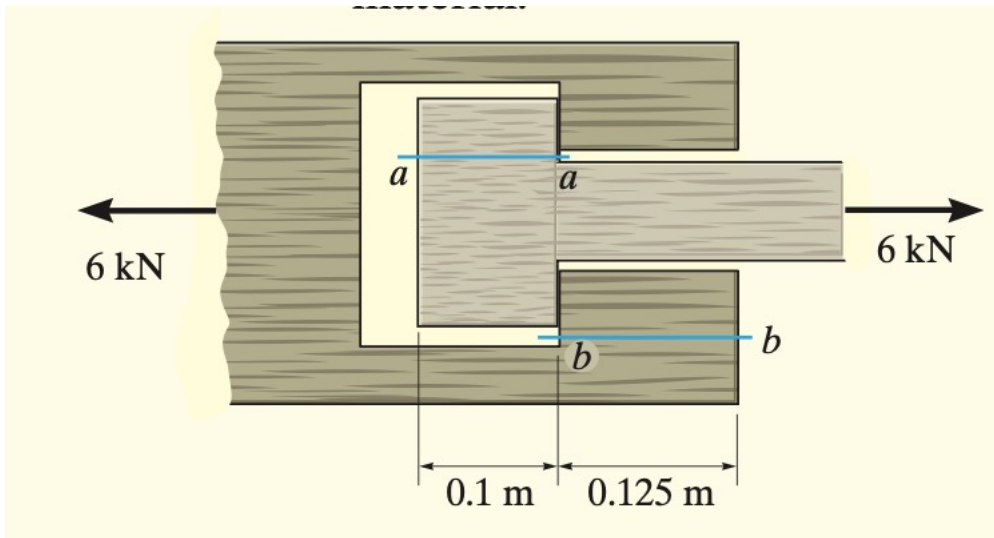
Tensione tangenziale media

$$\tau_{avg} = \frac{V}{A}$$

Esercizio



Se l'incastro in legno ha uno spessore di 150 mm, determinare lo sforzo di taglio medio lungo i piani $a-a$ e $b-b$ dell'elemento collegato. Per ogni piano, rappresentare lo stato di sollecitazione su un elemento del materiale.



Riferendosi al diagramma delle forze sul corpo libero

$$\overset{+}{\rightarrow} F_x = 0; \quad 6 \text{ kN} - F - F = 0 \quad F = 3 \text{ kN}$$

Ora consideriamo l'equilibrio dei segmenti tagliati lungo i piani di taglio $a - a$ e $b - b$, mostrati nelle Fig. 1 - 22c e 1 - 22d.

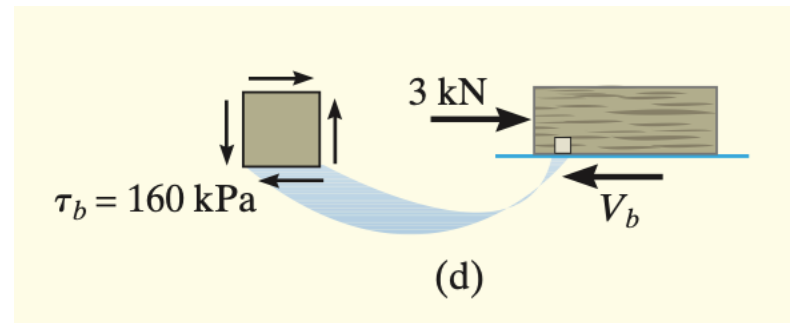
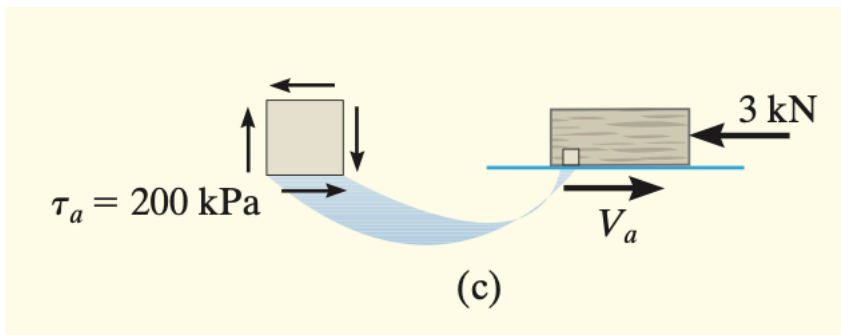
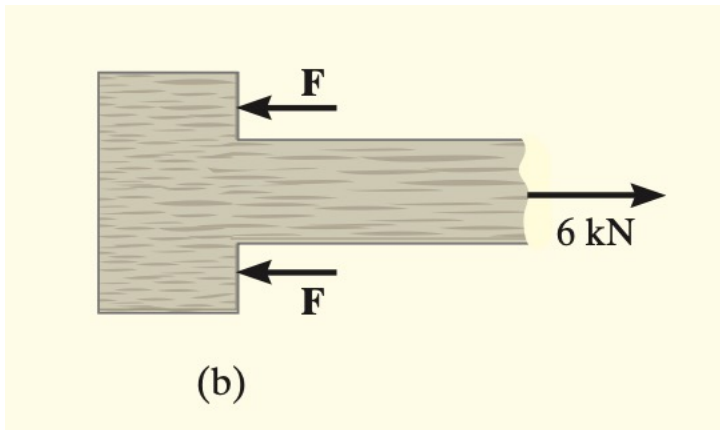
$$\overset{\Sigma}{\rightarrow} F_x = 0; \quad V_a - 3 \text{ kN} = 0 \quad V_a = 3 \text{ kN}$$

$$\overset{\pm}{\rightarrow} F_x = 0; \quad 3 \text{ kN} - V_b = 0 \quad V_b = 3 \text{ kN}$$

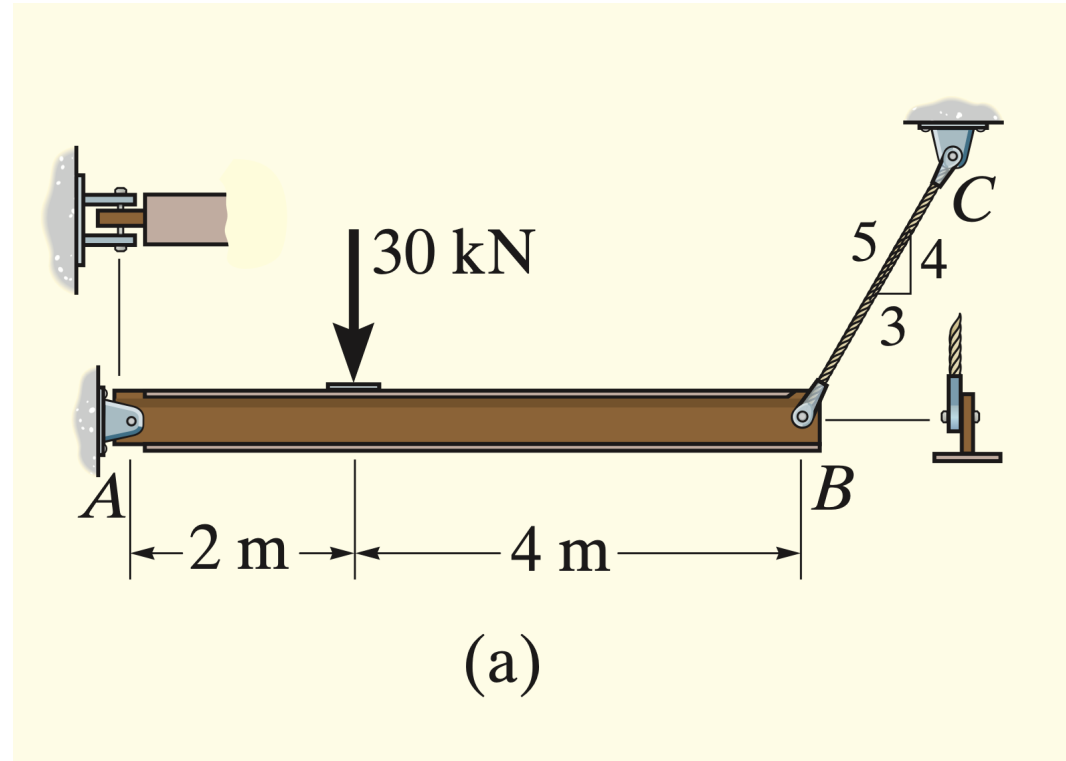
$$(\tau_a)_{\text{avg}} = \frac{V_a}{A_a} = \frac{3 \times 10^3 \text{ N}}{(0.1 \text{ m})(0.15 \text{ m})} = 200 \text{ kPa}$$

$$(\tau_b)_{\text{avg}} = \frac{V_b}{A_b} = \frac{3 \times 10^3 \text{ N}}{(0.125 \text{ m})(0.15 \text{ m})} = 160 \text{ kPa}$$

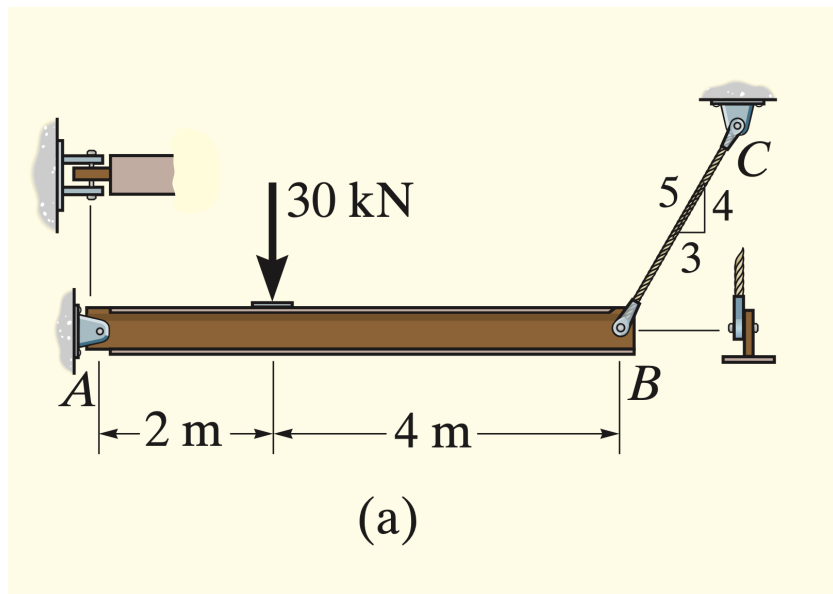
Lo stato di sollecitazione sugli elementi situati sulle sezioni $a - a$ e $b - b$ è mostrato nelle c e d.



Esercizio



Determina la tensione tangenziale media nel perno di diametro 20 mm in A e nel perno di diametro 30 mm in B che sostengono la trave nella Fig. 1-21a.



Le forze sui perni possono essere ottenute considerando l'equilibrio della trave, Fig. 1-21b.

$$\downarrow + \Sigma M_A = 0;$$

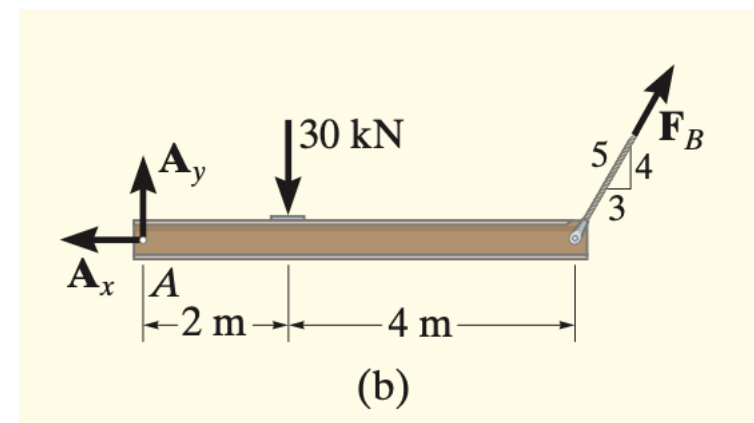
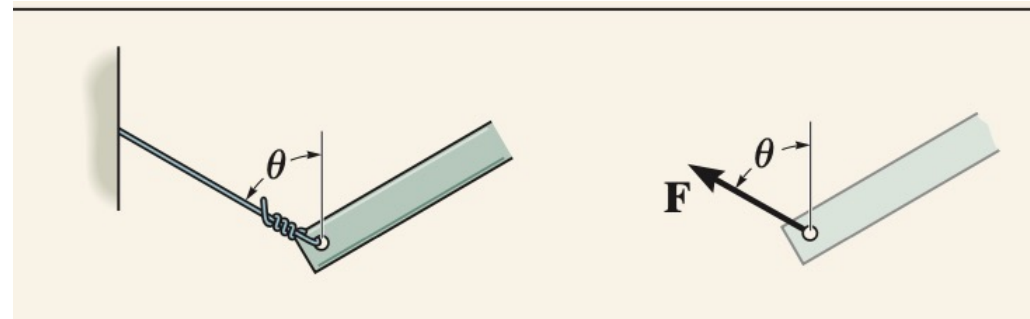
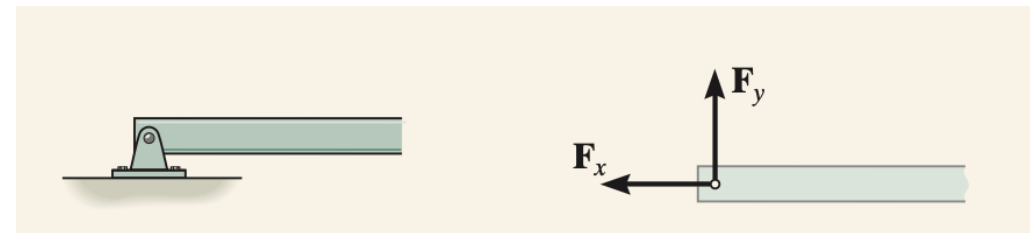
$$F_B \left(\frac{4}{5} \right) (6 \text{ m}) - 30 \text{ kN} (2 \text{ m}) = 0 \quad F_B = 12.5 \text{ kN}$$

$$\rightarrow \Sigma F_x = 0; \quad (12.5 \text{ kN}) \left(\frac{3}{5} \right) - A_x = 0 \quad A_x = 7.50 \text{ kN}$$

$$\uparrow \Sigma F_y = 0; \quad A_y + (12.5 \text{ kN}) \left(\frac{4}{5} \right) - 30 \text{ kN} = 0 \quad A_y = 20 \text{ kN}$$

Quindi, la forza risultante che agisce sul perno A è

$$F_A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2} = \sqrt{(7.50 \text{ kN})^2 + (20 \text{ kN})^2} = 21.36 \text{ kN}$$



Il perno in A è sostenuto da due "lamine" fisse, quindi il diagramma delle forze sul corpo libero del segmento centrale del perno mostrato nella Fig. 1-21c ha due superfici di taglio tra la trave e ogni lamina. Poiché la forza della trave (21.36 kN) che agisce sul perno è sostenuta dalla forza di taglio su ciascuna delle due superfici, viene chiamata taglio doppio. Quindi,

$$V_A = \frac{F_A}{2} = \frac{21.36 \text{ kN}}{2} = 10.68 \text{ kN}$$

Nella Fig. 1-21a, si noti che il perno B è soggetto a taglio singolo, che si verifica nella sezione tra il cavo e la trave, Fig. 1-21d. Per questo segmento del perno,

$$V_B = F_B = 12.5 \text{ kN}$$

Sforzo Tagliante Medio.

$$(\tau_A)_{\text{avg}} = \frac{V_A}{A_A} = \frac{10.68 \times 10^3 \text{ N}}{\frac{\pi}{4}(0.02 \text{ m})^2} = 34.0 \text{ MPa}$$

$$(\tau_B)_{\text{avg}} = \frac{V_B}{A_B} = \frac{12.5 \times 10^3 \text{ N}}{\frac{\pi}{4}(0.03 \text{ m})^2} = 17.7 \text{ MPa}$$

Risposta.

