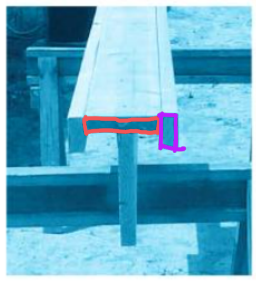
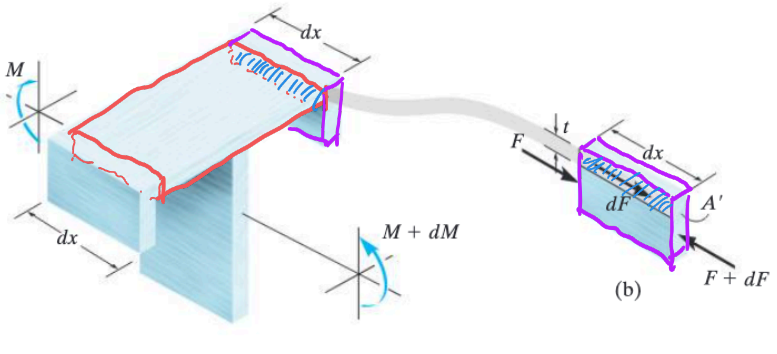
Flusso di taglio nelle membrature composte

Le membrature composte sono travi assemblate unendo tra loro parti diverse in modo da aumentarne la resistenza.

Un esempio è quello in figura:

Valutiamo le tensioni tangenziali tra la flangia orizzontale (in rosso) e quella verticale (viola)



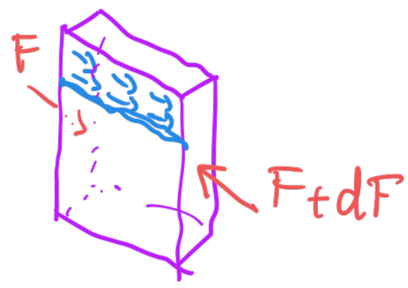


(a)

Ragionando in modo analogo a quanto fatto nel dedurre la formula del taglio, calcoliamo la forza dF che agisce sulla superficie esposta dal taglio:

$$dF = \frac{dM}{I} \int_{A'} y \, dA'$$

$\tau t dx = dF$



Essendo $dF = \tau t dx$, dove τ è la tensione tangenziale, si trova:

$$\tau t \, dx = \frac{dM}{I} \int_{A'} y \, dA' \Rightarrow \tau = \frac{1}{tI} \frac{dM}{dx} \int_{A'} y \, dA'$$

$$= \frac{V}{tI} \int_{A'} y \, dA' = \frac{VQ}{tI}$$

$$Q = \int_{A'} y \, dA' = \bar{y}' A'$$

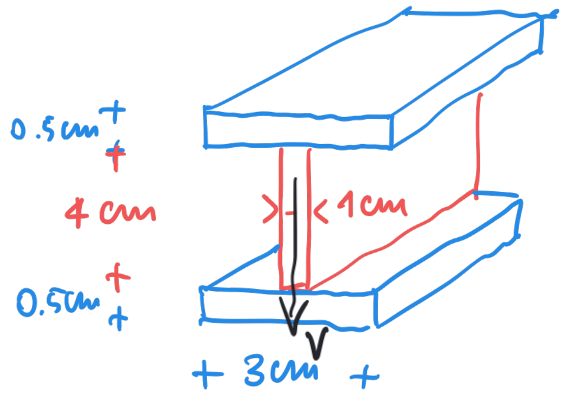
La quantità

$q := \tau t$ è detta "flusso di taglio".

$$\boxed{q = \frac{VQ}{I}}$$

q è la forza per unità di lunghezza trasmessa dalla superficie esposta dal taglio.

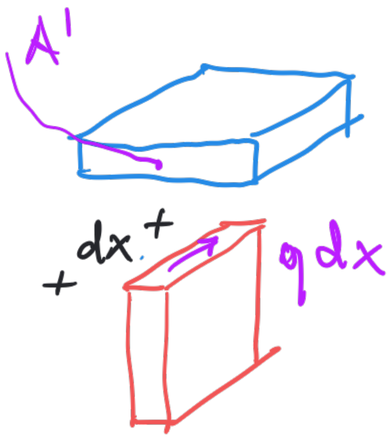
Esempio 1:



La trave è realizzata incollando tre tavole come in figura.

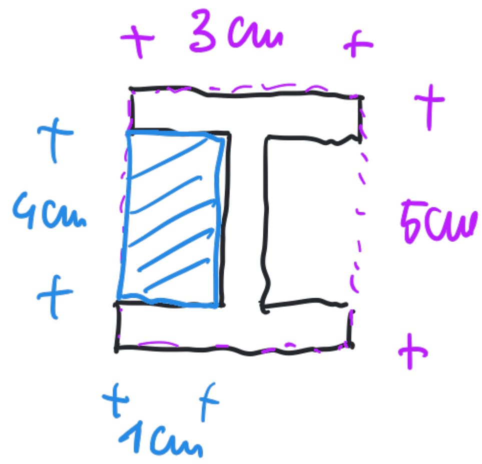
La tensione tangenziale massima che la colla può sostenere è $\tau_m = 45 \text{ MPa}$.

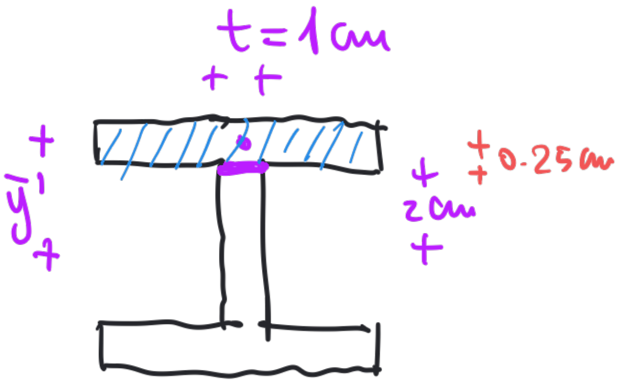
Calcolare la massima forza di taglio sostenibile dalla trave.



$$q = \frac{VQ}{I} \qquad Q = \bar{y}' A'$$

$$I = \frac{1}{12}(3\text{cm})(5\text{cm})^3 - 2\cdot(1\text{cm})(4\text{cm})^3 = 20.58 \text{ cm}^4$$





$$\bar{y}' = 2\text{ cm} + 0.25\text{ cm} = 2.25\text{ cm}$$

$$A' = 0.5\text{cm} \cdot 3\text{cm} = 1{,}5\text{ cm}^2$$

$$Q = \bar{y}' A' = 3.375\text{ cm}^3$$

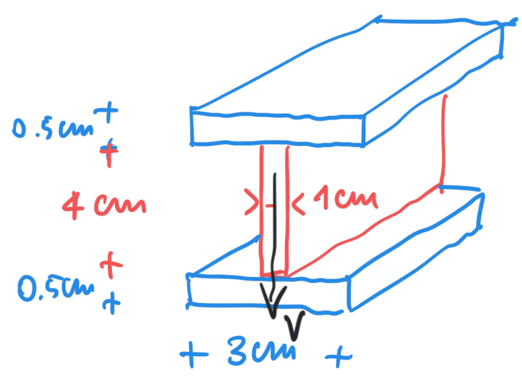
Il flusso di taglio massimo che la colla può sostenere è

$$q_{max} = \tau_m \cdot t = 45\text{ MPa} \cdot 1\text{cm} = 45\cdot 10^6 \text{ N/m}^2 \cdot 1\text{ cm}$$
$$= 45\cdot 10^2 \text{ N/cm}^2 \cdot 1\text{cm} = 45\cdot 10^2 \text{ N/cm}$$

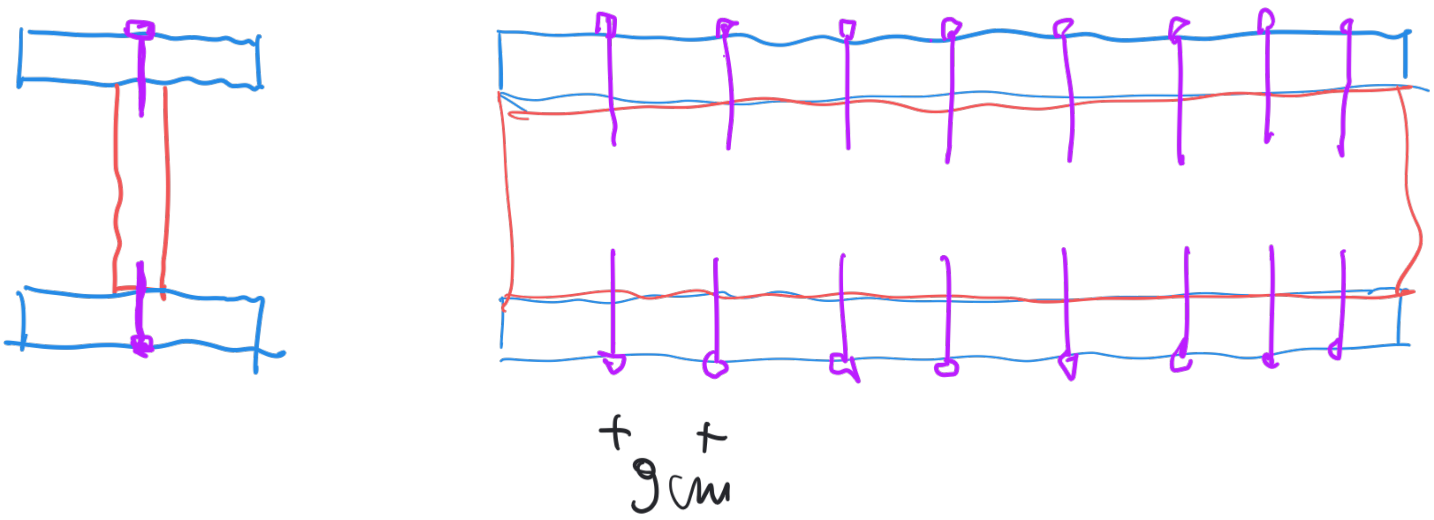
Dalla formula del taglio:

$$V_{max} = \frac{q_{max} I}{Q} = \frac{45\cdot 10^2 \text{ N/cm} \cdot 20.58\text{ cm}^4}{3.375\text{ cm}^3} = \boxed{27{,}440\text{ kN}}$$ R

Esempio 2



Si assuma che le tavole siano tenute assieme mediante dei chiodi disposti regolarmente a una distanza di 9 cm l'uno dall'altro.
Si assuma che la forza di taglio massima sopportabile da ciascun chiodo sia 40 N.



Il flusso di taglio sostenibile è

$$q_{max} = \frac{40\ N}{9cm} = 4.44\ N/cm$$

$$V_{max} = \frac{q_{max}\ I}{Q} = \frac{4.44\ N/cm \cdot 20.58\ cm^4}{3.375\ cm^3} = \boxed{27.1\ N}$$

R