Deformazione delle travi

13

OBIETTIVO DEL CAPITOLO

Il capitolo capitolo si occupa in maniera fondamentale, come determinare la legge di deformazione delle travi. Si parlerà di: Deformazione di travi, Rotazione di travi, Metodo di carico, problema elastico, calcolo delle reazioni vincolari, Metodo della sovrapposizione degli effetti, Metodo della sovrapposizione degli effetti, Formule e Tabelle degli spostamenti, Il capitolo terminerà illustrando il metodo delle travi mediante indicazione di travi staticamente indeterminate.

Premessa

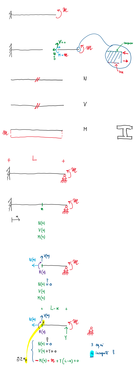
Deformazione trascurabile

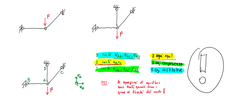
Risultato fondamentale cercato

$$\frac{d}{dx}\left(EI\frac{d^2y}{dx^2}\right) = p(x)$$

Equazione della linea elastica (13.7)

1) Motivazione: a cosa serve l'equazione della linea elastica



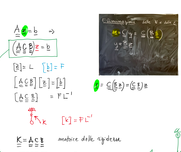


$$\begin{cases} (u_A, v_A) \\ (\theta_{AB}, \theta_{AC}, \theta_{AD}) \\ (\tau_{AB}, \tau_{AC}, \tau_{AD}) \end{cases}$$

$\vec{u}$: estensione

SOL: il vincolo può essere "sostituito" fino a vedere il numero di incognite a 4: (u_A, v_A)

$$N \longleftarrow \longrightarrow N \qquad \varepsilon = \frac{N}{EA} \Rightarrow N = EA\varepsilon$$



$$\underline{A}\,\underline{b} = \underline{b} \Rightarrow \boxed{(\underline{A}\,\underline{B})\,\underline{x} = \underline{b}}$$

$[\underline{B}] = L \quad [\underline{b}] = F$

$[\underline{A}\,\underline{C}\,\underline{\tau}]\,[\underline{x}] = [\underline{b}]$

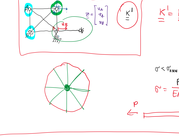
$[\underline{A}\,\underline{\tau}] = FL^{-1}$

$\tau \leftarrow k \qquad [k] = FL^{-1}$

$\underline{K} = \underline{A}\,\underline{C}\,\underline{\tau}$ matrice della rigidezza

$\boxed{\underline{K}\,\underline{u} = \underline{b}}$ $\quad [\ ]$ zero

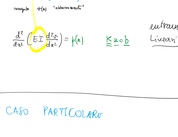
$$\underline{K} = \begin{bmatrix} \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot \end{bmatrix}$$



$$\underline{K}^1 = \underline{K} + \underline{K}^{11}$$

$$\sigma = E\varepsilon_{tot} \qquad \varepsilon_{tot} = \frac{F}{EA} \qquad \boxed{A) \frac{F}{E_{tot}} + \frac{F}{E_{tot}}}$$

$$\sigma = \frac{P}{EA}$$



!! media nel caso delle travi inflessi

- Spostamento
- Rotazione
- Momento incognito
- Momento noto MOM

Risultato fondamentale cercato

$$\frac{d}{dx}\left(EI\frac{d^2y}{dx^2}\right) = p(x)$$

Equazione della linea elastica (13.7)

Abbiamo una sola equazione che sogna

dove: $EI(x)$ modulo di Young
$I(x)$ momento d'inerzia
$y(x)$ freccia in direzione y (linea elastica)

incognite $y(x)$ "abbassamento"

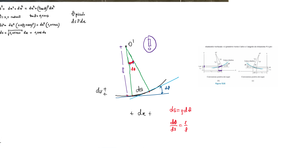
$$\frac{d^2}{dx^2}\left(E\frac{d^2y}{dx^2}\right) = p(x) \qquad \underline{K}\,\underline{a} = \underline{b}$$

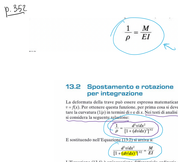
entrambe Lineari !!

CASO PARTICOLARE

CONDIZIONI AGLI ESTREMI

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{M(x)}{EI} \tag{13.5}$$





$$d\theta = \frac{ds}{\rho} = \frac{M}{EI}\,ds$$

$$\frac{d\theta}{ds} = \frac{1}{\rho}$$

p. 352

$$\frac{1}{\rho} = \frac{M}{EI} \tag{13.2}$$

Cap. 10

13.2 Spostamento e rotazione per integrazione

La deformata della trave può essere espressa matematicamente come $y = y(x)$. Per ottenere la deformata occorre integrare la curvatura (per la curvatura (1/ρ) in termini di y' e di y. Si può di analisi matematica si considera la seguente relazione:

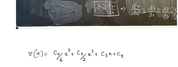
$$\frac{1}{\rho} = \frac{y''(x)}{\left(1 + (y'(x))^2\right)^{3/2}}$$

E sostituendo nell'Equazione (13.2) si ottiene:

$$\frac{y''(x)}{\left(1 + (y'(x))^2\right)^{3/2}} = \frac{M}{EI} \tag{13.4}$$

L'Equazione (13.4) è un'equazione differenziale ordinaria del secondo ordine, detta equazione della linea elastica, in cui relazione fornisce la forma esatta della deformata nell'spazio in cui essa sia dovuta esclusivamente alla flessione. Tuttavia, la soluzione di questa equazione non è sempre semplice, se ottenuta solo per casi semplici di geometria e di carico. Negli altri casi, se la pendenza dy/dx della linea elastica è molto contenuta, è possibile ottenere una soluzione approssimata, ovvero la curvatura può essere approssimata con d^2y/dx^2. Pertanto si ottiene:

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{M(x)}{EI} \tag{13.5}$$



$$\varphi(x) = C_1 \frac{x^3}{6} + C_2 \frac{x^2}{2} + C_3 x + C_4$$

(A) $\varphi(x) = C_1 x^3 + C_2 x^2 + C_3 x + C_4$

Vincolo $\quad$ Rotazione

$[C_1] = FL^{-3} \qquad [C_2] = \frac{1}{L}$

$[C_3] = \frac{1}{L} \qquad [C_4] = 1/L$

Traslazione