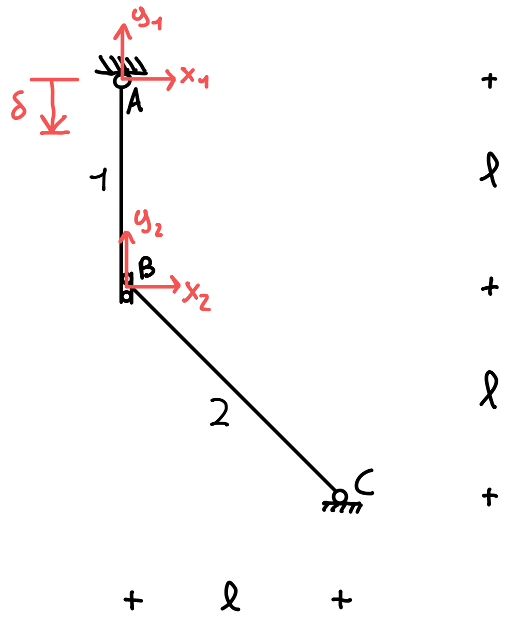
ESERCITAZIONE 1: cinematica dei sistemi di corpi rigidi



Il sistema in esame è costituito da due corpi rigidi, entrambi incernierati ad un telaio e collegati tra loro da un doppio pendolo interno (glifo). I due corpi rigidi sono vincolati a muoversi nel piano, per cui $n=6$, dove n è il numero di gradi di libertà del sistema.
Si sceglie come polo di riduzione per gli spostamenti e come origine del sistema di riferimento il punto A per il corpo 1 e il punto B per il corpo 2. Esprimo le coordinate di riferimento dei punti A, B e C per i due sistemi di riferimento.

corpo 1 (x_1, y_1): $A \equiv (0,0)$ $\quad B \equiv (0,-\ell)$ $\quad C \equiv (\ell,-2\ell)$

corpo 2 (x_2, y_2): $A \equiv (0,\ell)$ $\quad B \equiv (0,0)$ $\quad C \equiv (\ell,-\ell)$

Definendo $\hat{\imath}$ il versore lungo l'asse x e $\hat{\jmath}$ il versore lungo l'asse y, possiamo definire $u = \underline{u} \cdot \hat{\imath}$ lo spostamento lungo l'asse x e $v = \underline{u} \cdot \hat{\jmath}$ lo spostamento lungo l'asse y. La formula generale dello spostamento per i due corpi risulta essere:

corpo 1: $\begin{cases} u = u_A - \theta_1 y_1 \\ v = v_A + \theta_1 x_1 \end{cases}$ θ_1 è l'angolo di rotazione del corpo 1, positivo in senso antiorario

corpo 2: $\begin{cases} u = u_B - \theta_2 y_2 \\ v = v_B + \theta_2 x_2 \end{cases}$ θ_2 è l'angolo di rotazione del corpo 2, positivo in senso antiorario

Si sceglie come parametri lagrangiani le componenti di spostamento u e v e θ. Si definisce quindi il vettore dei parametri lagrangiani

$$\underline{q} \in \mathbb{R}^n : \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_A & v_A & \theta_1 & u_B & v_B & \theta_2 \end{bmatrix}^T$$

Il sistema è vincolato esternamente tramite due cerniere e internamente da un glifo. Le prestazioni cinematiche dei vincoli si scrivono:

cerniera in A: $\begin{cases} u_A = 0 \\ v_A = \delta \\ \theta_1 \neq 0 \end{cases}$ $m=2$ $\quad$ cerniera in C: $\begin{cases} u_C = 0 \\ v_C = 0 \\ \theta_2 \neq 0 \end{cases}$ $m=2$ $\quad$ glifo interno: $\begin{cases} \Delta u = 0 \rightarrow u_{B_1} = u_{B_2} \\ v \neq 0 \\ \Delta\theta = 0 \rightarrow \theta_1 = \theta_2 \end{cases}$ $m=2$

Si ha dunque un totale di vincoli semplici m pari a 6. Abbiamo che $n=m$ inoltre possiamo notare che se si considera l'azione contemporanea di tutti e tre i vincoli non esiste un punto in comune alle tre rette si giunge alla conclusione che il sistema è isocinematico

Attraverso la formula generale di spostamento dei due corpi possiamo esprimere gli spostamenti in funzione dei parametri lagrangiani, pertanto le prestazioni cinematiche dei vincoli si possono scrivere:

$$\begin{cases} u_A = 0 \\ v_A = \delta \\ \theta_1 - \theta_2 = 0 \\ u_{B_1} - u_{B_2} = 0 \\ u_C = 0 \\ v_C = 0 \end{cases} \quad \overset{\substack{u_{B_1} = u_A \\ u_{B_2} = u_B}}{\Longrightarrow} \quad \begin{cases} u_A = 0 \\ v_A = \delta \\ \theta_1 - \theta_2 = 0 \\ u_A - u_B = 0 \\ u_B + \theta_2 \ell = 0 \\ v_B + \theta_2 \ell = 0 \end{cases} \qquad A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & \ell \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & \ell \end{bmatrix} \qquad s = \begin{bmatrix} 0 \\ \delta \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Per trovare la soluzione analiticamente bisogna risolvere: $\underline{q} = \underline{A}^{-1} \underline{s}$

In questa esercitazione risolveremo per via grafica. Procediamo eliminando dapprima il vincolo semplice interessato dal cedimento in A. Si determinano quindi i centri assoluti e relativi e si proiettano su gli assi. Si inizia l'analisi dal corpo su cui è applicato il vincolo cedevole, quindi dal corpo 1. In questo caso le rette d'azione dei vincoli non hanno un punto in comune, quindi non c'è un centro di rotazione assoluto del sistema. Questo implica che i due corpi si muovano individualmente, il corpo 2 non risente del cedimento.