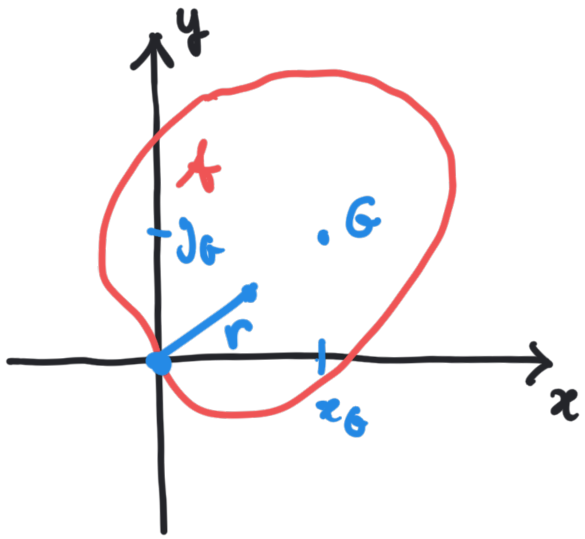
Momenti d'inerzia



$$I_x = \int_A y^2 \, dA = \frac{1}{12} b h^3$$

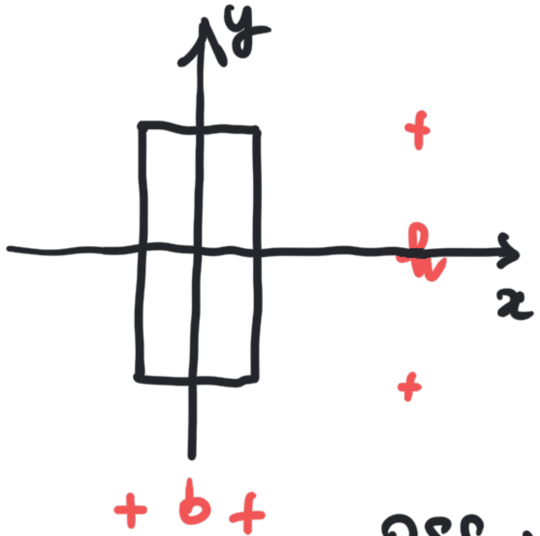
$$I_y = \int_A x^2 \, dA = \frac{1}{12} h b^3$$

$$I_{xy} = \int_A xy \, dA = 0 \quad \underline{\text{misto}}$$

$$I_p = \int_A r^2 \, dA \quad \text{polare}$$

$$I_p = I_x + I_y$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

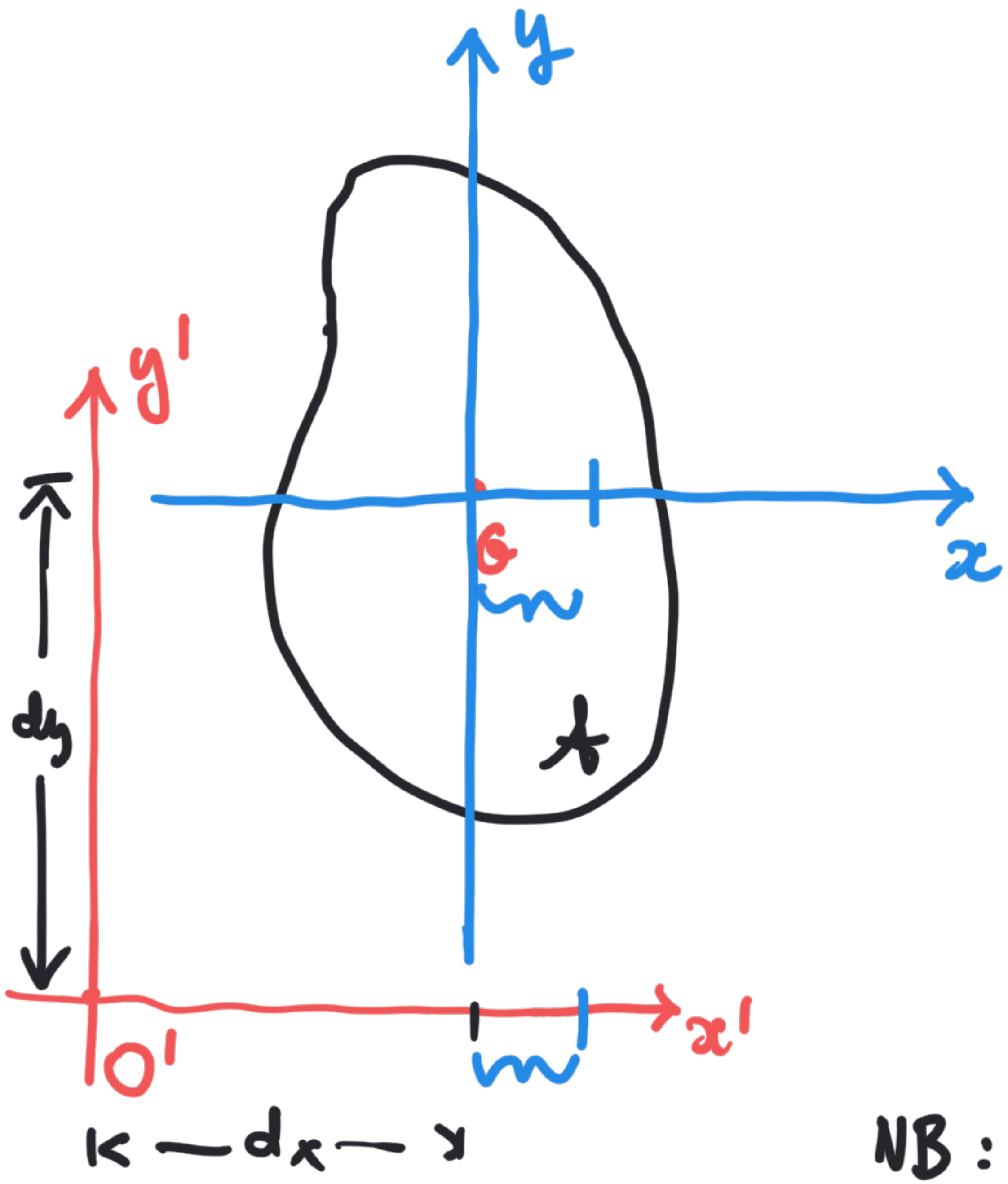


<u>OSS</u>:

$b \mapsto 2b \qquad I_x \mapsto 2 I_x$

$h \mapsto 2h \qquad I_x \mapsto 2^3 I_x = 8 I_x$

Formule di trasporto e rotazione



$$x' = x + d_x$$
$$y' = y + d_y$$

Formule di trasporto

$$I_{x'} = I_x + d_y^2 A$$
$$I_{y'} = I_y + d_x^2 A$$
$$I_{x'y'} = I_{xy} + d_x d_y A$$

<u>NB</u>: $d_x = x'_G$ coord x' di G

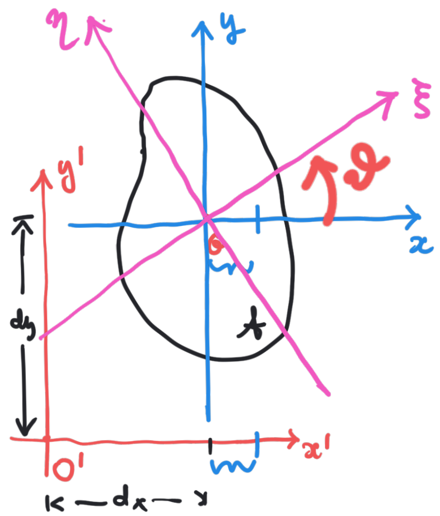
$d_y = y'_G$ " y' "

d_x e d_y non sono distanze, bensì le coordinate di G nel rif. x' e y'.

Tra tutti gli assi ad esso paralleli, l'asse baricentrico è quello rispetto al quale il momento d'inerzia raggiunge il suo minimo.

Se uno dei due assi rispetto ai quali è valutato il momento d'inerzia è un asse di simmetria, allora il mom. d'inerzia centrifugo rispetto a tale asse è nullo.

Formule di trasporto e rotazione



$x' = x + d_x$

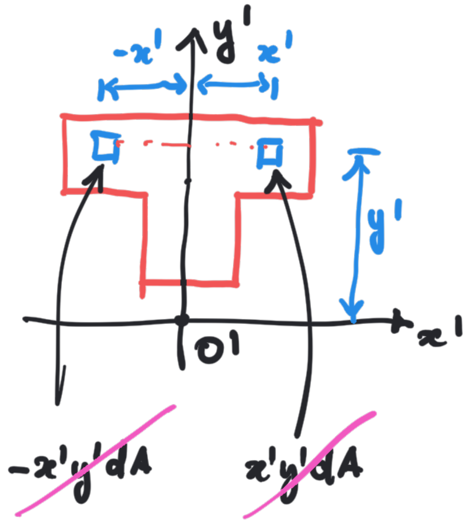
$y' = y + d_y$

Formule di trasp.

$I_{x'} = I_x + d_y^2 A$

$I_{y'} = I_y + d_x^2 A$

$I_{x'y'} = I_{xy} + d_x d_y A$



$I_{xy} = 0$

OSS :

$0 < I_x \leq I_{x'}$

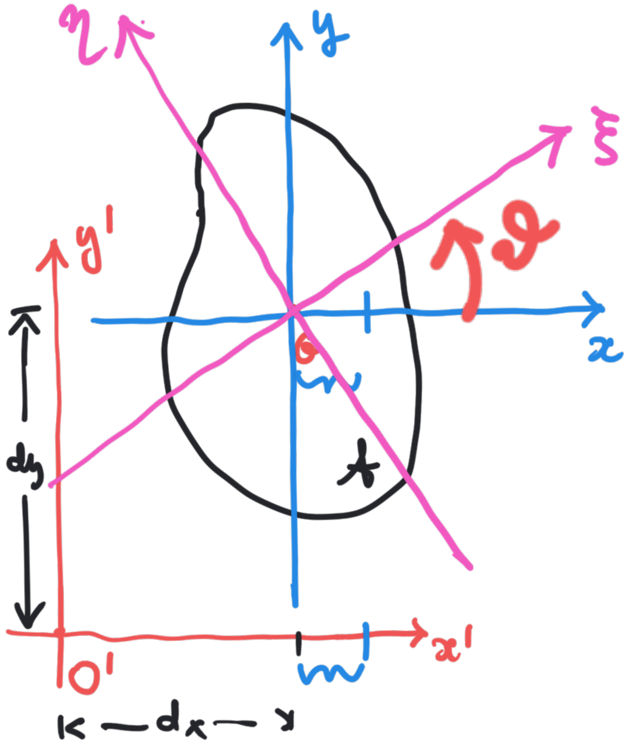
Formule di rotazione

$$I_\xi = \int_A \eta^2 dA = I_x \cos^2\vartheta + I_y \sin^2\vartheta - 2 I_{xy} \cos\vartheta \sin\vartheta$$

$$I_\eta = \int_A \xi^2 dA = I_x \sin^2\vartheta + I_y \cos^2\vartheta + 2 I_{xy} \cos\vartheta \sin\vartheta$$

$$I_{\xi\eta} = \int_A \xi\eta\, dA = I_{xy} \underbrace{(\cos^2\vartheta - \sin^2\vartheta)}_{\cos 2\vartheta} + (I_x - I_y) \underbrace{\sin\vartheta \cos\vartheta}_{\frac{1}{2}\sin 2\vartheta}$$

Momenti principali d'inerzia



$x' = x + d_x$

$y' = y + d_y$

Formule di trasp.

$I_{x'} = I_x + d_y^2 A$

$I_{y'} = I_y + d_x^2 A$

$I_{x'y'} = I_{xy} + d_x d_y A$

$$\tan 2\vartheta = \frac{2 I_{xy}}{I_y - I_x}$$

$$\vartheta = \frac{1}{2} \arctan\left(\frac{2 I_{xy}}{I_y - I_x}\right)$$

sistema di riferimento principale

OSS :

$0 < I_x \leq I_{x'}$

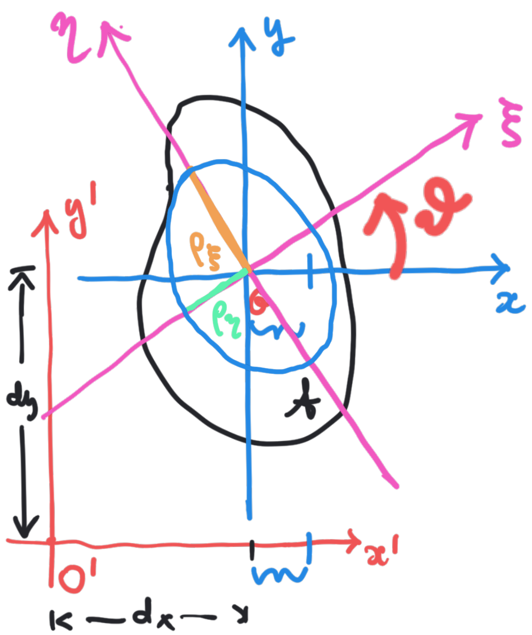
Formule di rotazione

$$I_\xi = \int_A \eta^2 dA = I_x \cos^2\vartheta + I_y \sin^2\vartheta - 2 I_{xy} \cos\vartheta \sin\vartheta$$

$$I_\eta = \int_A \xi^2 dA = I_x \sin^2\vartheta + I_y \cos^2\vartheta + 2 I_{xy} \cos\vartheta \sin\vartheta$$

$$0 = I_{\xi\eta} = \int_A \xi\eta \, dA = I_{xy} \underbrace{(\cos^2\vartheta - \sin^2\vartheta)}_{\cos 2\vartheta} + (I_x - I_y) \underbrace{\sin\vartheta \cos\vartheta}_{\frac{1}{2}\sin 2\vartheta}$$

ELLISSE D'INERZIA



Raggi d'inerzia

$$\rho_\xi = \sqrt{\frac{I_\xi}{A}}$$

$$\rho_\eta = \sqrt{\frac{I_\eta}{A}}$$

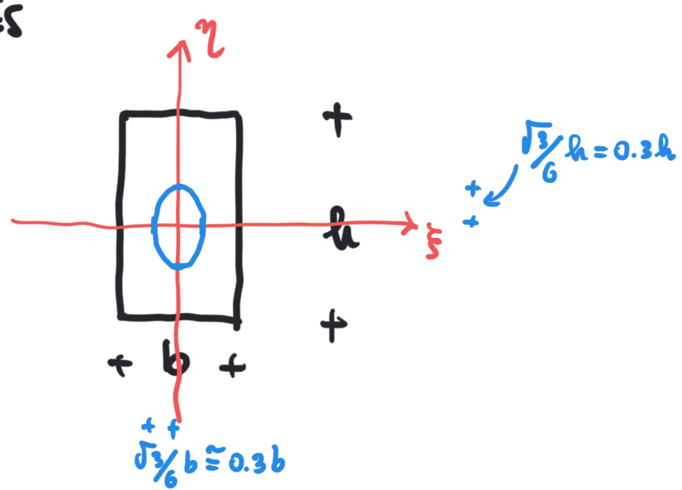
$$\tan 2\vartheta = \frac{2 I_{xy}}{I_y - I_x}$$

$$\vartheta = \frac{1}{2} \arctan\left(\frac{2 I_{xy}}{I_y - I_x}\right)$$

sistema di riferimento principale

$$\frac{\xi^2}{\rho_\eta^2} + \frac{\eta^2}{\rho_\xi^2} = 1$$

Es



Formule di rotazione

$$I_\xi = \int_A \eta^2 dA = I_x \cos^2\vartheta + I_y \sin^2\vartheta - 2 I_{xy} \cos\vartheta \sin\vartheta$$

$$I_\eta = \int_A \xi^2 dA = I_x \sin^2\vartheta + I_y \cos^2\vartheta + 2 I_{xy} \cos\vartheta \sin\vartheta$$

$$0 = I_{\xi\eta} = \int_A \xi\eta \, dA = I_{xy} \underbrace{(\cos^2\vartheta - \sin^2\vartheta)}_{\cos 2\vartheta} + (I_x - I_y) \underbrace{\sin\vartheta \cos\vartheta}_{\frac{1}{2}\sin 2\vartheta}$$