

電子電路實驗 4：相位測量

實驗預報

B02901178 江誠敏

2014/09/21

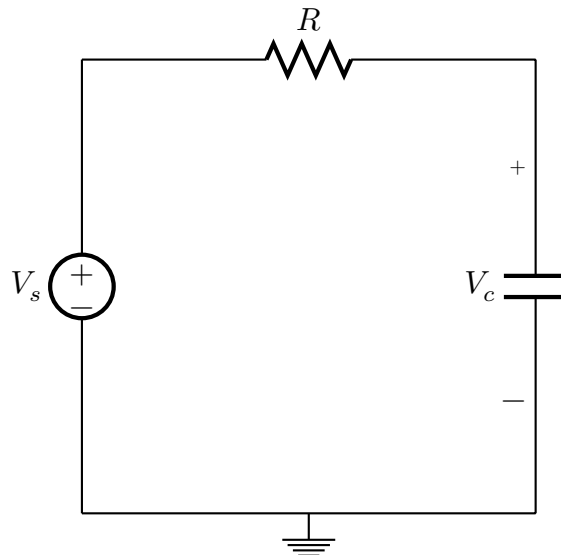
1 實驗目的

在 AC 電路中，我們可利用示波器來量取兩信號之相位差，本實驗將介紹兩種最常用的相位測量 (Phase Measurement) 方法：

1. 利薩如圖形法 (Lissajous Figures Method)。
2. 雙軌跡直接測量法 (Dual-Trace Direct Measurement Method)。

2 實驗步驟

1. 使用 LCR 計量測電容值，並用數位電表量測電阻值。
2. 連接 RC 電路如下圖。
3. 調整示波器於 X-Y mode, 將不同 sin 波頻率 (100Hz/200Hz/500Hz/1kHz/2kHz/5kHz/10kHz) 得到的 Lissajous figure 記錄下來，並計算 V_c 與 V_s 間之相位差。
4. 調整示波器於 Dual-Trace mode, 將不同 sin 波頻率得到的 V_c 與 V_s 記錄下來，並觀察 V_c 與 V_s 間之相位差。



3 預報問題

1. 請推導圖中 V_c 與 V_s 相位差之理論值。

假設交流電的頻率是 ω ，則電阻和電容的阻抗分別為 $R, i\omega C$ 。則由分壓定率可以知道

$$V_s = \frac{1/i\omega C}{R + 1/i\omega C} V_s = \frac{1}{1 + i\omega RC} V_s$$

因此相位差等於 $-\arctan \frac{\omega RC}{1} = -\arctan \omega RC$ 。

2. 如何利用利薩如圖形求得兩個頻率相同波形的相位差？請推導之。

假設兩個信號的波形分別為 $x(t) = \cos \omega t, y(t) = \cos(\omega t + \phi)$ ，其中 ϕ 是兩個的相位差，他們的利薩如圖形為曲線 $\gamma(t) = (x(t), y(t))$ 。

做作標轉換 $(\hat{x}, \hat{y}) \rightarrow (\hat{x}', \hat{y}')$ ，其中

$$\hat{x}' = \frac{\hat{x} + \hat{y}}{2}, \hat{y}' = \frac{-\hat{x} + \hat{y}}{2}$$

容易計算 (\hat{x}, \hat{y}) 到 (\hat{x}', \hat{y}') 的座標轉換矩陣為

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$

因此如果 γ 在新的座標系的參數式為 $\gamma'(t) = (x'(t), y'(t))$ ，計算得知

$$\begin{aligned} \gamma'(t) &= A\gamma = A(\cos(\omega t), \cos(\omega t + \phi)) \\ &= (\cos(\omega t)(1 + \cos \phi) - \sin(\omega t) \sin \phi, \cos(\omega t)(-1 + \cos \phi) - \sin(\omega t) \sin \phi) \\ &= \left(\alpha \left(\cos(\omega t) \frac{1 + \cos \phi}{\alpha} - \sin(\omega t) \frac{\sin \phi}{\alpha} \right), \beta \left(\cos(\omega t) \frac{-1 + \cos \phi}{\beta} - \sin(\omega t) \frac{\sin \phi}{\beta} \right) \right) \end{aligned}$$

其中 α, β 為和差化積因子，計算得知 $\alpha = \sqrt{2 + 2 \cos \phi}, \beta = \sqrt{2 - 2 \cos \phi}$ ，並且 $((1 + \cos \phi)/\alpha)^2 + ((1 - \cos \phi)/\beta)^2 = 1$ ，因此可以寫成

$$\gamma'(t) = (\alpha \cos(\omega t + \psi), \beta \sin(\omega t + \psi)), \psi = \arccos \left(\frac{1 + \cos \phi}{\alpha} \right)$$

也就是說利薩如圖形在原座標上是一個橢圓，兩軸分別在 $x = y$ 和 $x = -y$ 兩直線上，並且長度比為 $\sqrt{1 + \cos \phi} : \sqrt{1 - \cos \phi}$ 。因此量測這兩個長度的比就可以得出相位差，但利薩如圖形似乎難以判斷 ϕ 的正負號。

3. 請利用 PSpice 或者其他電路模擬軟體模擬上圖之電路，繪出在 V_s 頻率為 100Hz、1kHz、以及 10kHz 下的利薩如圖形。

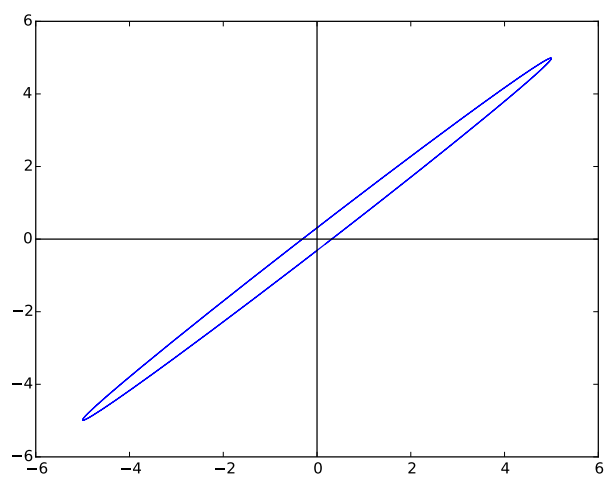


Figure 1: 100Hz 的利薩如圖形

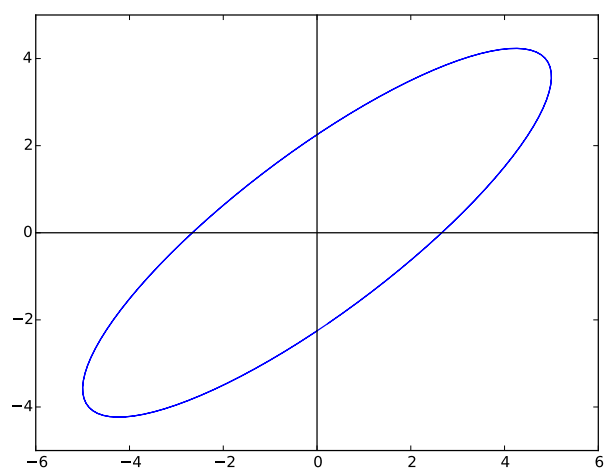


Figure 2: 1000Hz 的利薩如圖形

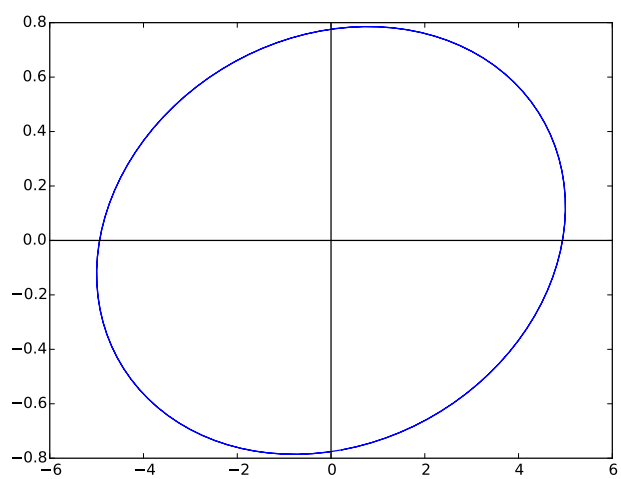


Figure 3: 10000Hz 的利薩如圖形