

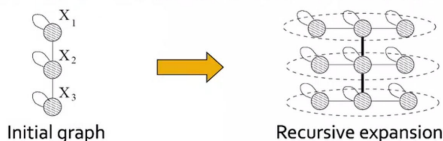
Kronecker Graph Model

通过自相似的视角,可以迭代地考虑图结构

图与其局部相似

Kronecker Graph Model 以 Kronecker 点积的方式构建自相似的邻接矩阵。

Mimic recursive graph/community growth:



$$C = A \otimes B = \begin{pmatrix} a_{1,1}B & a_{1,2}B & \dots & a_{1,m}B \\ a_{2,1}B & a_{2,2}B & \dots & a_{2,m}B \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n,1}B & a_{n,2}B & \dots & a_{n,m}B \end{pmatrix}$$

$N \times M \quad K \times L \quad Nk \times ML$

邻接矩阵

Kronecker 图由对初始邻接矩阵循环进行 Kronecker 点积取得:

$$k_i^{[m]} = k_m = k_1 \otimes k_1 \otimes k_1 \dots \otimes k_1 = k_{m-1} \otimes k_1$$

为了生成随机图,以概率矩阵 Θ_1 代替邻接矩阵 k_1 , 然后对 Θ_1 进行 Kronecker 积运算,得到 k 步迭代后的概率邻接矩阵 Θ_k ,并以其中元为概率采样边。

但是对于 n 个节点的矩阵, 我们需要采样 $n \times n$ 次概率, 时间成本极大。

[球落法/边落法加速采样]

- Create normalized matrix $L_{uv} = \theta_{uv} / (\sum_o \theta_{op})$
- For $i = 1, 2, \dots, m$

Start with $x=0, y=0$

Pick a row/column (u, v) with prob. L_{uv}

Descend into quadrant (u, v) at level i of G

$$(x += u \cdot 2^{m-i}, y += v \cdot 2^{m-i})$$

- Add an edge (x, y) to G

Kronecker Graph Model 可以生成与真实图属性吻合极佳的图。