

日期: /

Graph as Matrix

通过将图视为矩阵, 这使我们能通过随机游走定义节点的重要性 (PageRank 算法), 最初用于网页重要性排序

[PageRank]

Define "rank" r_j for node j :

$$r_j = \sum_i \frac{r_i}{d_i}$$

如何计算各节点 rank? 解方程组计算量过大。

[Stochastic adjacency matrix M]

- Let node j have d_j out-links
- if $j \rightarrow i$, the $M_{ij} = 1/d_j$
- Rank vector: r_i 为 i 节点重要性得分

$$\sum_i r_i = 1$$

那么: $r = M r$ 随机邻接矩阵特征值 1 对应的特征向量 (主特征向量)



	r_y	r_a	r_m
r_y	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
r_a	$\frac{1}{2}$	0	1
r_m	0	$\frac{1}{2}$	0

$$\begin{aligned} r_y &= r_y/2 + r_a/2 \\ r_a &= r_y/2 + r_m \\ r_m &= r_a/2 \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} r_y \\ r_a \\ r_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ \frac{1}{2} & 0 & 1 \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_y \\ r_a \\ r_m \end{bmatrix}$$

$r \quad M \quad r$

日期: /

随机邻接矩阵如何与随机游走相联系?

假设从图中随机节点开始进行随机游走, 游走在 t 时间步时位于各节点的概率分布以 $p(t)$ 表示, 则

$$p(t+1) = M p(t)$$

当游在收敛时(起点不再重要), 有:

通过幂迭代求解

$$p(t+1)^* = p(t)^* = M p(t)^*$$

如果 r 是 $MM \dots M_k$
(k 为初始分布的权重),
则 $1-r = M r$

因此:

$p(t)^*$ 与 r 是等价的

如何与中心性联系?

由于对于中心性有: $\lambda_c = A c$ 结构权相似