

日期： /

# A Single Layer of a GNN

一个 GNN 层包含以下组件：

1) message function:  $m_u^{(l)} = \text{MSG}^{(l)}(h_u^{(l-1)})$

每个节点基于嵌入产生信息并发出

2) Aggregation:  $h_v^{(l)} = \text{AGG}^{(l)}([m_u^{(l)}, u \in N(v)])$

聚合接收到的来自邻居的信息，并更新特征

这种模式的缺点是每次特征更新时会抛弃原特征。

通常在 message function 或 aggregation 中引入 ~~邻居节点~~ 特征解决：

1) message function:  $m_u^{(l)} = \text{MSG}^{(l)}(h_u^{(l-1)}, u \in [N(v) \cup v])$

2) aggregation:  $h_v^{(l)} = \text{concat}(\text{AGG}([m_u^{(l)}, u \in N(v)], m_v^{(l)})$

同时在 message function / aggregation 中加入非线性变换以提升表现力。

因此，正式来说，相较于  $h_v^{(l)} = \sigma(W^{(l)} \sum_{u \in N(v)} \frac{h_u^{(l-1)}}{|N(v)|})$

只对嵌入进行聚合，图卷积 (GCN) 层增加了生成

消息的过程  $h_v^{(l)} = \sigma(\sum_{u \in N(v)} W^{(l)} \frac{h_u^{(l-1)}}{|N(v)|})$

对消息求和归一化

日期： /

另一个结构 Graph SAGE 的改进上处在于引入了任意的聚合函数而非只是求均值，同时在更新时考虑原特征：

$$h_v^{(l)} = \sigma(W^{(l)} \cdot \text{concat}(h_v^{(l-1)}, \underline{\text{AGG}}(\{h_u^{(l-1)} | u \in N(v)\}))$$

可用的 AGG(.) 包括：

$$\text{Mean} : \text{AGG} = \sum_{u \in N(v)} \frac{h_u^{(l-1)}}{|N(v)|}$$

$$\text{Pool} : \text{AGG} = \text{Mean}(\{\text{MLP}(h_u^{(l-1)}) | u \in N(v)\})$$

...

此外，Graph SAGE 引入了  $L_2$  归一化的概念：

$$\underline{h_v^{(l)}} \leftarrow \frac{h_v^{(l)}}{\|h_v^{(l)}\|_2}, \forall v \in V \text{ where } \|u\|_2 = \sqrt{\sum u_i^2} \text{ (L}_2 \text{ norm)}$$

h<sub>v</sub> 将保持单位长度

以上方式的缺点在于，在进行消息聚合时，各邻居节点有相同的权重。

图注意力网络 (GAT) 在 aggregation 中引入注意力机制：

$$h_v^{(l)} = \sigma(\sum_{u \in N(v)} \underline{a_{vu}} W^{(l)} h_u^{(l-1)})$$

$a_{vu}$  是定义的注意力机制的产物：

1) 首先计算注意力分数： $\underline{e_{vu}} = \underline{a}(W_q^{(l)} h_v^{(l-1)}, W_k^{(l)} h_k^{(l-1)})$

$e_{vu}$  表示  $u$  点信息对  $v$  的重要性

日期： /

2)归一化，计算注意力权重：

$$\alpha_{vu} = \frac{\exp(e_{vu})}{\sum_{k \in N(v)} \exp(e_{vk})}$$

3)基于注意力权重对消息进行加权

$$h_v^{(l)} = \sigma(\sum_{u \in N(v)} \alpha_{vu} W_u^{(l)} h_u^{(l-1)})$$

而注意力机制 $\alpha$ 有许多可行选择：

$$\text{如 } \alpha(W_q^{(l)} h_v^{(l-1)}, W_k^{(l)} h_v^{(l-1)}) = \text{Linear}(\text{concat}(W_q^{(l)} h_v^{(l-1)}, W_k^{(l)} h_v^{(l-1)}))$$

此外可使用多头注意力机制多次捕获注意力权重：

$$h_v^{(l)}[1] = \sigma(\sum_{u \in N(v)} \alpha_{vu}^1 W_u^{(l)} h_u^{(l-1)})$$

可以稳定训练过程，易于收敛

$$h_v^{(l)}[2] = \sigma(\sum_{u \in N(v)} \alpha_{vu}^2 W_u^{(l)} h_u^{(l-1)})$$

$$h_v^{(l)}[3] = \sigma(\sum_{u \in N(v)} \alpha_{vu}^3 W_u^{(l)} h_u^{(l-1)})$$

$$h_v^{(l)} = \text{AGG}(h_v^{(l)}[1], h_v^{(l)}[2], h_v^{(l)}[3])$$

日期： /

(Batch Normalization)

在 GNN 的训练过程中引入批量归一化可以稳定训练过程。

$$1) \mu_j = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X_{i,j} \quad \text{节点输入}$$

$$2) \hat{X}_{i,j} = (X_{i,j} - \mu_j) / \sqrt{\sigma_j^2 + \epsilon}$$

$$\sigma_j^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (X_{i,j} - \mu_j)^2 \quad Y_{i,j} = \underbrace{\gamma_j \hat{X}_{i,j}}_{\text{可学习参数}} + \beta_j$$

Dropout 可以避免模型过拟合 (用于消息传递中的线性层)