Pontificia Universidad Javeriana
Facultad de Ingeniería
Departamento de Electrónica

Controles

Clase 8: Respuesta en Frecuencia - Compensadores en Adelanto

Gerardo Becerra, Ph.D.
gbecerra@javeriana.edu.co

Abril 16, 2020

Respuesta en frecuencia

- Respuesta estacionaria de un sistema ante una entrada sinusoidal.

Introducción

Respuesta en frecuencia

- Respuesta estacionaria de un sistema ante una entrada sinusoidal.
- Útil para analizar y diseñar sistemas de control.

Respuesta en frecuencia

- Respuesta estacionaria de un sistema ante una entrada sinusoidal.
- Útil para analizar y diseñar sistemas de control.
- Generalmente la función de transferencia de sistemas complicados puede obtenerse experimentalmente usando pruebas de respuesta en frecuencia.

Respuesta en frecuencia

- Respuesta estacionaria de un sistema ante una entrada sinusoidal.
- Útil para analizar y diseñar sistemas de control.
- Generalmente la función de transferencia de sistemas complicados puede obtenerse experimentalmente usando pruebas de respuesta en frecuencia.
- Desarrollados en los años 1930s -1940s por Nyquist, Bode, Nichols, entre otros.

Respuesta en frecuencia

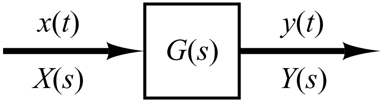
- Respuesta estacionaria de un sistema ante una entrada sinusoidal.
- Útil para analizar y diseñar sistemas de control.
- Generalmente la función de transferencia de sistemas complicados puede obtenerse experimentalmente usando pruebas de respuesta en frecuencia.
- Desarrollados en los años 1930s -1940s por Nyquist, Bode, Nichols, entre otros.
- No hay una relación directa entre la respuesta en frecuencia y la respuesta en tiempo, excepto para sistemas ideales de segundo orden.

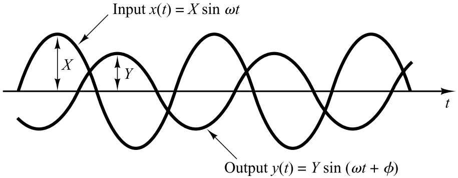
Respuesta en frecuencia

- Respuesta estacionaria de un sistema ante una entrada sinusoidal.
- Útil para analizar y diseñar sistemas de control.
- Generalmente la función de transferencia de sistemas complicados puede obtenerse experimentalmente usando pruebas de respuesta en frecuencia.
- Desarrollados en los años 1930s -1940s por Nyquist, Bode, Nichols, entre otros.
- No hay una relación directa entre la respuesta en frecuencia y la respuesta en tiempo, excepto para sistemas ideales de segundo orden.
- Existen criterios usados durante el diseño de la respuesta en frecuencia para obtener respuestas transitorias en el tiempo aceptables.

Respuesta en Frecuencia

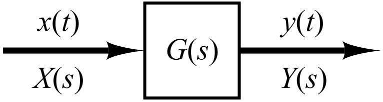
Respuesta en Frecuencia

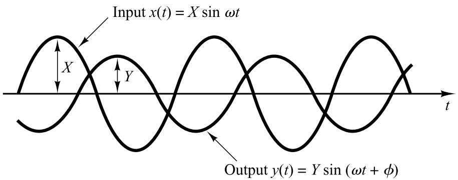




- $|G(j\omega)| = \left|\frac{Y(j\omega)}{X(j\omega)}\right|$: relación de amplitud de la senoidal de salida respecto a la de entrada.

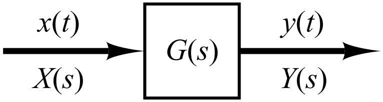
Respuesta en Frecuencia

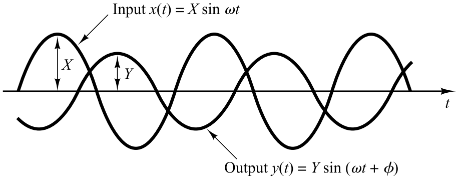




- $|G(j\omega)| = \left|\frac{Y(j\omega)}{X(j\omega)}\right|$: relación de amplitud de la senoidal de salida respecto a la de entrada.
- $\angle G(j\omega) = \angle\left(\frac{Y(j\omega)}{X(j\omega)}\right)$: corrimiento de fase de la senoidal de salida respecto a la de entrada.

Respuesta en Frecuencia





- $|G(j\omega)| = \left|\frac{Y(j\omega)}{X(j\omega)}\right|$: relación de amplitud de la senoidal de salida respecto a la de entrada.
- $\angle G(j\omega) = \angle\left(\frac{Y(j\omega)}{X(j\omega)}\right)$: corrimiento de fase de la senoidal de salida respecto a la de entrada.
- $G(j\omega)$: función de transferencia sinusoidal. Se puede obtener reemplazando $s = j\omega$ en la función de transferencia.

Diagramas de Bode

- Gráficos logarítmicos que representan de manera simplificada la respuesta en frecuencia de un sistema.

Diagramas de Bode

- Gráficos logarítmicos que representan de manera simplificada la respuesta en frecuencia de un sistema.
- Dos gráficos: logaritmo de la magnitud y fase de la función de transferencia senoidal respecto a la frecuencia en escala logarítmica.

Diagramas de Bode

- Gráficos logarítmicos que representan de manera simplificada la respuesta en frecuencia de un sistema.
- Dos gráficos: logaritmo de la magnitud y fase de la función de transferencia senoidal respecto a la frecuencia en escala logarítmica.
- Representación estandar de magnitud de $G(j\omega)$ en decibeles (dB): $20 \log_{10} |G(j\omega)|$.

Diagramas de Bode

- Gráficos logarítmicos que representan de manera simplificada la respuesta en frecuencia de un sistema.
- Dos gráficos: logaritmo de la magnitud y fase de la función de transferencia senoidal respecto a la frecuencia en escala logarítmica.
- Representación estandar de magnitud de $G(j\omega)$ en decibeles (dB): $20 \log_{10} |G(j\omega)|$.
- Ventajas:

- Gráficos logarítmicos que representan de manera simplificada la respuesta en frecuencia de un sistema.
- Dos gráficos: logaritmo de la magnitud y fase de la función de transferencia senoidal respecto a la frecuencia en escala logarítmica.
- Representación estandar de magnitud de $G(j\omega)$ en decibeles (dB): $20\log_{10}|G(j\omega)|$.
- Ventajas:
  - La multiplicación de magnitudes se convierte en suma.

$$20\log(|G_1(j\omega)G_2(j\omega)|) = 20\log(|G_1(j\omega)|) + 20\log(|G_2(j\omega)|)$$

Diagramas de Bode

- Gráficos logarítmicos que representan de manera simplificada la respuesta en frecuencia de un sistema.
- Dos gráficos: logaritmo de la magnitud y fase de la función de transferencia senoidal respecto a la frecuencia en escala logarítmica.
- Representación estandar de magnitud de $G(j\omega)$ en decibeles (dB): $20 \log_{10} |G(j\omega)|$.
- Ventajas:
  - La multiplicación de magnitudes se convierte en suma.

$$20 \log(|G_1(j\omega)G_2(j\omega)|) = 20 \log(|G_1(j\omega)|) + 20 \log(|G_2(j\omega)|)$$

  - Existe un método para obtener un bosquejo aproximado del diagrama: suma de respuestas individuales.

Diagramas de Bode

- Gráficos logarítmicos que representan de manera simplificada la respuesta en frecuencia de un sistema.
- Dos gráficos: logaritmo de la magnitud y fase de la función de transferencia senoidal respecto a la frecuencia en escala logarítmica.
- Representación estandar de magnitud de $G(j\omega)$ en decibeles (dB): $20\log_{10}|G(j\omega)|$.
- Ventajas:
  - La multiplicación de magnitudes se convierte en suma.

$$20\log(|G_1(j\omega)G_2(j\omega)|) = 20\log(|G_1(j\omega)|) + 20\log(|G_2(j\omega)|)$$

  - Existe un método para obtener un bosquejo aproximado del diagrama: suma de respuestas individuales.
  - La función de transferencia puede obtenerse si existen datos experimentales en la forma del diagrama de Bode.

Factores Básicos en una Función de Transferencia

$$G(j\omega) = \frac{K(1 + j\omega T_1)}{j\omega(1 + j\omega T_2)(1 + 2\zeta(j\omega/\omega_n) + (j\omega/\omega_n)^2)}$$

Factores Básicos en una Función de Transferencia

$$G(j\omega) = \frac{K(1 + j\omega T_1)}{j\omega(1 + j\omega T_2)(1 + 2\zeta(j\omega/\omega_n) + (j\omega/\omega_n)^2)}$$

- Ganancia K

Factores Básicos en una Función de Transferencia

$$G(j\omega) = \frac{K(1 + j\omega T_1)}{j\omega(1 + j\omega T_2)(1 + 2\zeta(j\omega/\omega_n) + (j\omega/\omega_n)^2)}$$

- Ganancia K
- Factores integrales y derivativos $(j\omega)^{\pm 1}$

Factores Básicos en una Función de Transferencia

$$G(j\omega) = \frac{K(1 + j\omega T_1)}{j\omega(1 + j\omega T_2)(1 + 2\zeta(j\omega/\omega_n) + (j\omega/\omega_n)^2)}$$

- Ganancia K
- Factores integrales y derivativos $(j\omega)^{\pm 1}$
- Factores de primer orden $(1 + j\omega T)^{\pm 1}$

Factores Básicos en una Función de Transferencia

$$G(j\omega) = \frac{K(1 + j\omega T_1)}{j\omega(1 + j\omega T_2)(1 + 2\zeta(j\omega/\omega_n) + (j\omega/\omega_n)^2)}$$

- Ganancia K
- Factores integrales y derivativos $(j\omega)^{\pm 1}$
- Factores de primer orden $(1 + j\omega T)^{\pm 1}$
- Factores cuadráticos $[1 + 2\zeta(j\omega/\omega_n) + (j\omega/\omega_n)^2]^{\pm 1}$

Factores Básicos en una Función de Transferencia

$$G(j\omega) = \frac{K(1 + j\omega T_1)}{j\omega(1 + j\omega T_2)(1 + 2\zeta(j\omega/\omega_n) + (j\omega/\omega_n)^2)}$$

- Ganancia K
- Factores integrales y derivativos $(j\omega)^{\pm 1}$
- Factores de primer orden $(1 + j\omega T)^{\pm 1}$
- Factores cuadráticos $[1 + 2\zeta(j\omega/\omega_n) + (j\omega/\omega_n)^2]^{\pm 1}$

Factores Básicos en una Función de Transferencia

$$G(j\omega) = \frac{K(1 + j\omega T_1)}{j\omega(1 + j\omega T_2)(1 + 2\zeta(j\omega/\omega_n) + (j\omega/\omega_n)^2)}$$

- Ganancia K
- Factores integrales y derivativos $(j\omega)^{\pm 1}$
- Factores de primer orden $(1 + j\omega T)^{\pm 1}$
- Factores cuadráticos $[1 + 2\zeta(j\omega/\omega_n) + (j\omega/\omega_n)^2]^{\pm 1}$

Es posible utilizar los gráficos logarítmicos de los factores básicos para construir un diagrama de Bode para cualquier función de transferencia $G(j\omega)$ realizando el bosquejo de las curvas de cada factor y luego sumándolas.

Factores Básicos - Ganancia K

Factores Básicos - Ganancia K

Factores Básicos - Ganancia K

- $K > 1$: valor positivo en dB.

Factores Básicos - Ganancia K

- $K > 1$: valor positivo en dB.
- $K < 1$: valor negativo en dB.

$$|G(j\omega)| = 20 \log K$$

$$\angle G(j\omega) = 0$$

Factores Básicos - Ganancia K

- $K > 1$: valor positivo en dB.
- $K < 1$: valor negativo en dB.

$$|G(j\omega)| = 20 \log K$$

$$\angle G(j\omega) = 0$$

- Variar el valor de K en la función de transferencia $\rightarrow$ sube o baja el gráfico de magnitud un valor constante. No altera el gráfico de magnitud.

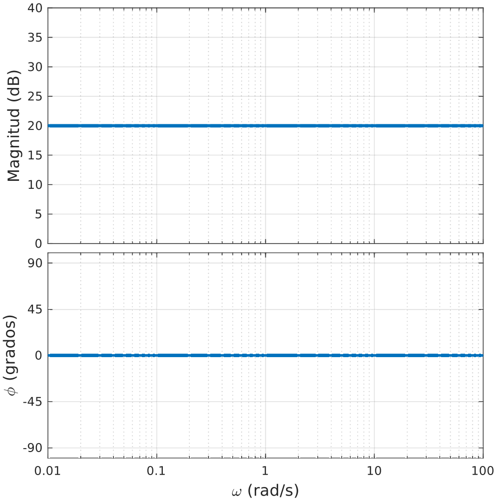
Factores Básicos - Ganancia K

- $K > 1$: valor positivo en dB.
- $K < 1$: valor negativo en dB.

$$|G(j\omega)| = 20 \log K$$

$$\angle G(j\omega) = 0$$

- Variar el valor de K en la función de transferencia $\rightarrow$ sube o baja el gráfico de magnitud un valor constante. No altera el gráfico de magnitud.



Factores Básicos - Integral $1/(j\omega)$

Factores Básicos - Integral $1/(j\omega)$

Factores Básicos - Integral $1/(j\omega)$

- La magnitud logarítmica de $1/j\omega$ es $20\log|1/j\omega| = -20\log\omega$ dB.

Factores Básicos - Integral $1/(j\omega)$

- La magnitud logarítmica de $1/j\omega$ es $20\log|1/j\omega| = -20\log\omega$ dB.
- La fase de $1/j\omega$ es constante igual a $-90°$.

Factores Básicos - Integral $1/(j\omega)$

- La magnitud logarítmica de $1/j\omega$ es $20 \log |1/j\omega| = -20 \log \omega$ dB.
- La fase de $1/j\omega$ es constante igual a $-90°$.
- Para el caso de $(1/j\omega)^n$:

$$|G(j\omega)| = 20 \log \left| \frac{1}{(j\omega)^n} \right| = -20n \log \omega \text{ dB}$$

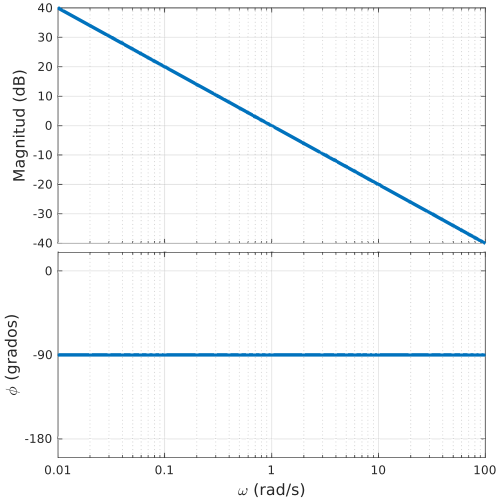
$$\angle G(j\omega) = \angle \left| \frac{1}{(j\omega)^n} \right| = -n90°$$

Factores Básicos - Integral $1/(j\omega)$

- La magnitud logarítmica de $1/j\omega$ es $20\log|1/j\omega| = -20\log\omega$ dB.
- La fase de $1/j\omega$ es constante igual a $-90°$.
- Para el caso de $(1/j\omega)^n$:

$$|G(j\omega)| = 20\log\left|\frac{1}{(j\omega)^n}\right| = -20n\log\omega \text{ dB}$$

$$\angle G(j\omega) = \angle\left|\frac{1}{(j\omega)^n}\right| = -n90°$$



Factores Básicos - Derivativo ($j\omega$)

Factores Básicos - Derivativo $(j\omega)$

Factores Básicos - Derivativo $(j\omega)$

- La magnitud logarítmica de $j\omega$ es
  $20\log|j\omega| = 20\log\omega$ dB.

Factores Básicos - Derivativo ($j\omega$)

- La magnitud logarítmica de $j\omega$ es $20\log|j\omega| = 20\log\omega$ dB.
- La fase de $j\omega$ es constante igual a $90°$.

Factores Básicos - Derivativo $(j\omega)$

- La magnitud logarítmica de $j\omega$ es $20\,\log|j\omega| = 20\,\log\omega$ dB.
- La fase de $j\omega$ es constante igual a $90°$.
- Para el caso de $(j\omega)^n$:

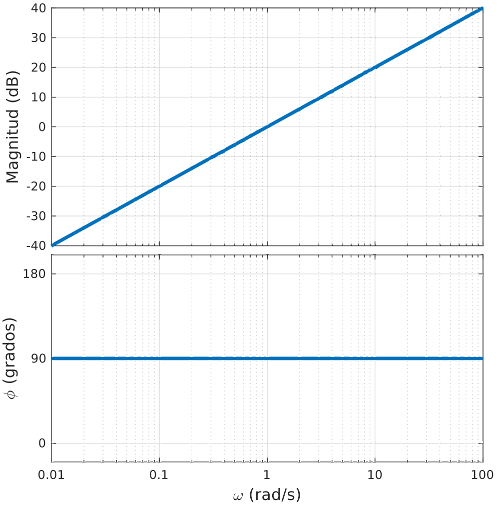
$$|G(j\omega)| = 20\,\log|(j\omega)^n| = 20n\,\log\omega \text{ dB}$$

$$\angle G(j\omega) = \angle|(j\omega)^n| = n90°$$

Factores Básicos - Derivativo $(j\omega)$

- La magnitud logarítmica de $j\omega$ es $20\,\log|j\omega| = 20\,\log\omega$ dB.
- La fase de $j\omega$ es constante igual a $90°$.
- Para el caso de $(j\omega)^n$:

$$|G(j\omega)| = 20\,\log|(j\omega)^n| = 20n\,\log\omega \text{ dB}$$
$$\angle G(j\omega) = \angle|(j\omega)^n| = n90°$$



Factores Básicos - Primer orden $1/(1+j\omega T)$

Factores Básicos - Primer orden $1/(1+j\omega T)$

Factores Básicos - Primer orden $1/(1 + j\omega T)$

- Magnitud: $|G(j\omega)| = 20 \log \left| \frac{1}{1+j\omega T} \right|$

$$|G(j\omega)| = -20 \log \sqrt{1 + \omega^2 T^2}$$

Factores Básicos - Primer orden $1/(1 + j\omega T)$

- Magnitud: $|G(j\omega)| = 20\,\log\left|\frac{1}{1+j\omega T}\right|$

$$|G(j\omega)| = -20\,\log\sqrt{1+\omega^2 T^2}$$

- Para bajas frecuencias ($\omega << 1/T$):

$$|G(j\omega)| = -20\,\log 1 = 0 \text{ dB}$$

Factores Básicos - Primer orden $1/(1+j\omega T)$

- Magnitud: $|G(j\omega)| = 20\log\left|\frac{1}{1+j\omega T}\right|$

$$|G(j\omega)| = -20\log\sqrt{1+\omega^2T^2}$$

- Para bajas frecuencias ($\omega << 1/T$):

$$|G(j\omega)| = -20\log 1 = 0\ \text{dB}$$

- Para altas frecuencias ($\omega >> 1/T$):

$$|G(j\omega)| = -20\log\omega T\ \text{dB}$$

Factores Básicos - Primer orden $1/(1 + j\omega T)$

- Magnitud: $|G(j\omega)| = 20\,\mathbf{log}\left|\frac{1}{1+j\omega T}\right|$

$$|G(j\omega)| = -20\,\mathbf{log}\,\sqrt{1 + \omega^2 T^2}$$

- Para bajas frecuencias ($\omega << 1/T$):

$$|G(j\omega)| = -20\,\mathbf{log}\,1 = 0 \text{ dB}$$

- Para altas frecuencias ($\omega >> 1/T$):

$$|G(j\omega)| = -20\,\mathbf{log}\,\omega T \text{ dB}$$

- En la frecuencia de quiebre ($\omega = 1/T$):

$$|G(j/T)| = -20\,\mathbf{log}\,\sqrt{1 + \frac{T^2}{T^2}} = -3.03 \text{ dB}$$

Factores Básicos - Primer orden $1/(1 + j\omega T)$

- Magnitud: $|G(j\omega)| = 20 \log \left| \frac{1}{1+j\omega T} \right|$

$$|G(j\omega)| = -20 \log \sqrt{1 + \omega^2 T^2}$$

- Para bajas frecuencias ($\omega << 1/T$):

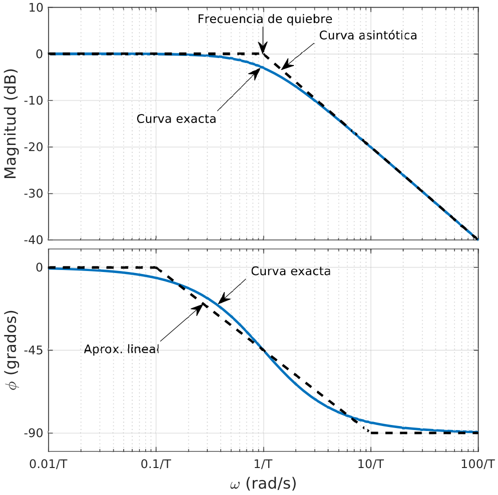
$$|G(j\omega)| = -20 \log 1 = 0 \text{ dB}$$

- Para altas frecuencias ($\omega >> 1/T$):

$$|G(j\omega)| = -20 \log \omega T \text{ dB}$$

- En la frecuencia de quiebre ($\omega = 1/T$):

$$|G(j/T)| = -20 \log \sqrt{1 + \frac{T^2}{T^2}} = -3.03 \text{ dB}$$



Factores Básicos - Primer orden $1/(1 + j\omega T)$

Factores Básicos - Primer orden $1/(1 + j\omega T)$

Factores Básicos - Primer orden $1/(1 + j\omega T)$

- Ángulo de fase: $\phi = -\tan^{-1}\omega T$

Factores Básicos - Primer orden $1/(1+j\omega T)$

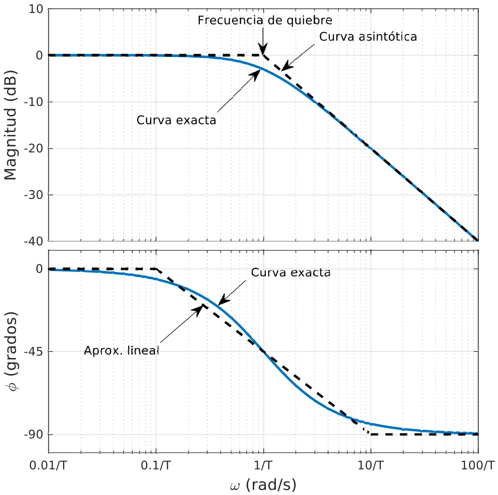
- Ángulo de fase: $\phi = -\tan^{-1}\omega T$
- Para diferentes frecuencias:

$$
\begin{aligned}
\omega = 0 \quad &\Rightarrow \quad \phi = -\tan^{-1} 0 = 0^\circ \\
\omega = \frac{1}{T} \quad &\Rightarrow \quad \phi = -\tan^{-1} \frac{T}{T} = -45^\circ \\
\omega = \infty \quad &\Rightarrow \quad \phi = -\tan^{-1} \infty = -90^\circ
\end{aligned}
$$

Factores Básicos - Primer orden $1/(1+j\omega T)$

- Ángulo de fase: $\phi = -\tan^{-1}\omega T$
- Para diferentes frecuencias:

$$\begin{aligned}
\omega = 0 \quad &\Rightarrow \quad \phi = -\tan^{-1} 0 = 0^\circ \\
\omega = \frac{1}{T} \quad &\Rightarrow \quad \phi = -\tan^{-1} \frac{T}{T} = -45^\circ \\
\omega = \infty \quad &\Rightarrow \quad \phi = -\tan^{-1} \infty = -90^\circ
\end{aligned}$$



Factores Básicos - Primer orden $(1 + j\omega T)$

Factores Básicos - Primer orden $(1 + j\omega T)$

Factores Básicos - Primer orden $(1 + j\omega T)$

- Magnitud: $|G(j\omega)| = 20 \log |1 + j\omega T|$

$$|G(j\omega)| = 20 \log \sqrt{1 + \omega^2 T^2}$$

Factores Básicos - Primer orden $(1 + j\omega T)$

- Magnitud: $|G(j\omega)| = 20 \log |1 + j\omega T|$

$$|G(j\omega)| = 20 \log \sqrt{1 + \omega^2 T^2}$$

- Para bajas frecuencias ($\omega << 1/T$):

$$|G(j\omega)| = 20 \log 1 = 0 \text{ dB}$$

Factores Básicos - Primer orden $(1 + j\omega T)$

- Magnitud: $|G(j\omega)| = 20 \log |1 + j\omega T|$

$$|G(j\omega)| = 20 \log \sqrt{1 + \omega^2 T^2}$$

- Para bajas frecuencias ($\omega << 1/T$):

$$|G(j\omega)| = 20 \log 1 = 0 \text{ dB}$$

- Para altas frecuencias ($\omega >> 1/T$):

$$|G(j\omega)| = 20 \log \omega T \text{ dB}$$

Factores Básicos - Primer orden $(1 + j\omega T)$

- Magnitud: $|G(j\omega)| = 20 \log |1 + j\omega T|$

$$|G(j\omega)| = 20 \log \sqrt{1 + \omega^2 T^2}$$

- Para bajas frecuencias ($\omega << 1/T$):

$$|G(j\omega)| = 20 \log 1 = 0 \text{ dB}$$

- Para altas frecuencias ($\omega >> 1/T$):

$$|G(j\omega)| = 20 \log \omega T \text{ dB}$$

- En la frecuencia de quiebre ($\omega = 1/T$):

$$|G(j/T)| = 20 \log \sqrt{1 + \frac{T^2}{T^2}} = 3.03 \text{ dB}$$

Factores Básicos - Primer orden $(1 + j\omega T)$

- Magnitud: $|G(j\omega)| = 20\log|1 + j\omega T|$

$$|G(j\omega)| = 20\log\sqrt{1 + \omega^2 T^2}$$

- Para bajas frecuencias ($\omega << 1/T$):

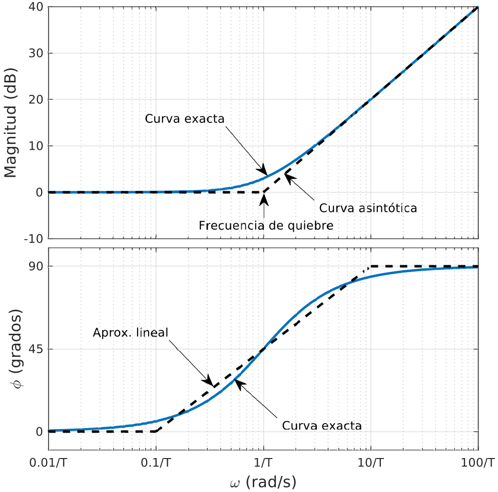
$$|G(j\omega)| = 20\log 1 = 0 \text{ dB}$$

- Para altas frecuencias ($\omega >> 1/T$):

$$|G(j\omega)| = 20\log \omega T \text{ dB}$$

- En la frecuencia de quiebre ($\omega = 1/T$):

$$|G(j/T)| = 20\log\sqrt{1 + \frac{T^2}{T^2}} = 3.03 \text{ dB}$$



Factores Básicos - Primer orden $(1 + j\omega T)$

Factores Básicos - Primer orden $(1 + j\omega T)$

Factores Básicos - Primer orden $(1 + j\omega T)$

- Ángulo de fase: $\phi = \tan^{-1} \omega T$

Factores Básicos - Primer orden $(1 + j\omega T)$

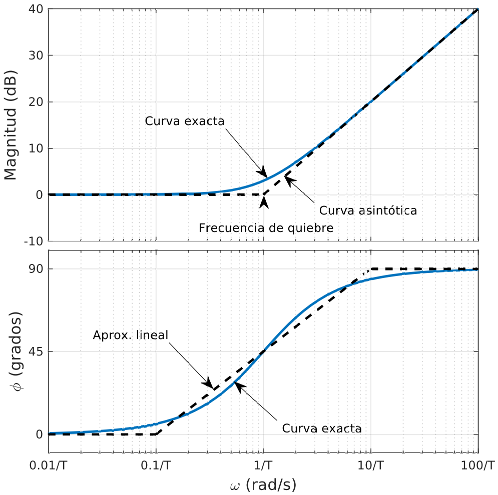
- Ángulo de fase: $\phi = \tan^{-1} \omega T$
- Para diferentes frecuencias:

$$\begin{aligned}
\omega = 0 \quad &\Rightarrow \quad \phi = \tan^{-1} 0 = 0° \\
\omega = \frac{1}{T} \quad &\Rightarrow \quad \phi = \tan^{-1} \frac{T}{T} = 45° \\
\omega = \infty \quad &\Rightarrow \quad \phi = \tan^{-1} \infty = 90°
\end{aligned}$$

Factores Básicos - Primer orden $(1 + j\omega T)$

- Ángulo de fase: $\phi = \tan^{-1} \omega T$
- Para diferentes frecuencias:

$$\begin{aligned} \omega = 0 \quad &\Rightarrow \quad \phi = \tan^{-1} 0 = 0^\circ \\ \omega = \frac{1}{T} \quad &\Rightarrow \quad \phi = \tan^{-1} \frac{T}{T} = 45^\circ \\ \omega = \infty \quad &\Rightarrow \quad \phi = \tan^{-1} \infty = 90^\circ \end{aligned}$$



Factores Básicos - Segundo orden $1/(1 + 2\zeta(j\omega/\omega_n) + (j\omega/\omega_n)^2)$

Factores Básicos - Segundo orden $1/(1 + 2\zeta(j\omega/\omega_n) + (j\omega/\omega_n)^2)$

Factores Básicos - Segundo orden $1/(1 + 2\zeta(j\omega/\omega_n) + (j\omega/\omega_n)^2)$

- Magnitud:

$$
\begin{aligned}
|G(j\omega)| &= 20\log\left|\frac{1}{1 + 2\zeta(j\omega/\omega_n) + (j\omega/\omega_n)^2}\right| \\
&= -20\log\sqrt{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_n^2}\right)^2 + \left(2\zeta\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2}
\end{aligned}
$$

Factores Básicos - Segundo orden $1/(1 + 2\zeta(j\omega/\omega_n) + (j\omega/\omega_n)^2)$

- Magnitud:

$$|G(j\omega)| = 20\log\left|\frac{1}{1 + 2\zeta(j\omega/\omega_n) + (j\omega/\omega_n)^2}\right|$$
$$= -20\log\sqrt{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_n^2}\right)^2 + \left(2\zeta\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2}$$

- Para bajas frecuencias ($\omega << \omega_n$):

$$|G(j\omega)| = -20\log 1 = 0 \text{ dB}$$

Factores Básicos - Segundo orden $1/(1 + 2\zeta(j\omega/\omega_n) + (j\omega/\omega_n)^2)$

- Magnitud:

$$
\begin{aligned}
|G(j\omega)| &= 20\log\left|\frac{1}{1 + 2\zeta(j\omega/\omega_n) + (j\omega/\omega_n)^2}\right| \\
&= -20\log\sqrt{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_n^2}\right)^2 + \left(2\zeta\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2}
\end{aligned}
$$

- Para bajas frecuencias ($\omega << \omega_n$):

$$|G(j\omega)| = -20\log 1 = 0 \text{ dB}$$

- Para altas frecuencias ($\omega >> \omega_n$):

$$|G(j\omega)| = -20\log\frac{\omega^2}{\omega_n^2} = -40\log\frac{\omega}{\omega_n} \text{ dB}$$

Factores Básicos - Segundo orden $1/(1+2\zeta(j\omega/\omega_n)+(j\omega/\omega_n)^2)$

- Magnitud:

$$|G(j\omega)| = 20\log\left|\frac{1}{1+2\zeta(j\omega/\omega_n)+(j\omega/\omega_n)^2}\right|$$

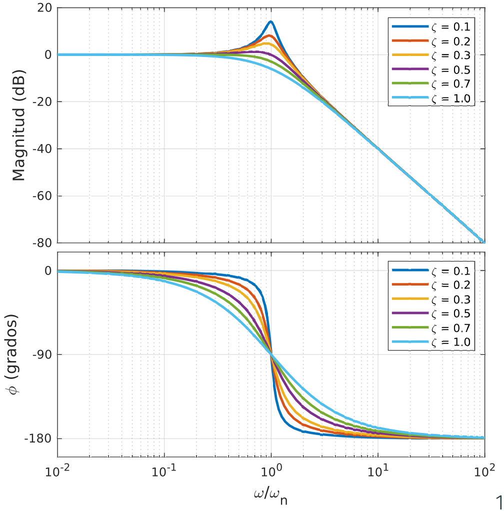
$$= -20\log\sqrt{\left(1-\frac{\omega^2}{\omega_n^2}\right)^2+\left(2\zeta\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2}$$

- Para bajas frecuencias ($\omega << \omega_n$):

$$|G(j\omega)| = -20\log 1 = 0 \text{ dB}$$

- Para altas frecuencias ($\omega >> \omega_n$):

$$|G(j\omega)| = -20\log\frac{\omega^2}{\omega_n^2} = -40\log\frac{\omega}{\omega_n} \text{ dB}$$



Factores Básicos - Segundo orden $1/(1 + 2\zeta(j\omega/\omega_n) + (j\omega/\omega_n)^2)$

Factores Básicos - Segundo orden $1/(1+2\zeta(j\omega/\omega_n)+(j\omega/\omega_n)^2)$

Factores Básicos - Segundo orden $1/(1 + 2\zeta(j\omega/\omega_n) + (j\omega/\omega_n)^2)$

- Ángulo de fase:

$$\angle G(j\omega) = -\tan^{-1}\left[\frac{2\zeta\frac{\omega}{\omega_n}}{1-\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2}\right]$$

Factores Básicos - Segundo orden $1/(1+2\zeta(j\omega/\omega_n)+(j\omega/\omega_n)^2)$

- Ángulo de fase:

$$\angle G(j\omega) = -\tan^{-1}\left[\frac{2\zeta\frac{\omega}{\omega_n}}{1-\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2}\right]$$

- En la frecuencia de quiebre ($\omega = \omega_n$):

$$\phi = -\tan^{-1}\left(\frac{2\zeta}{0}\right) = -\tan^{-1}\infty = -90°$$

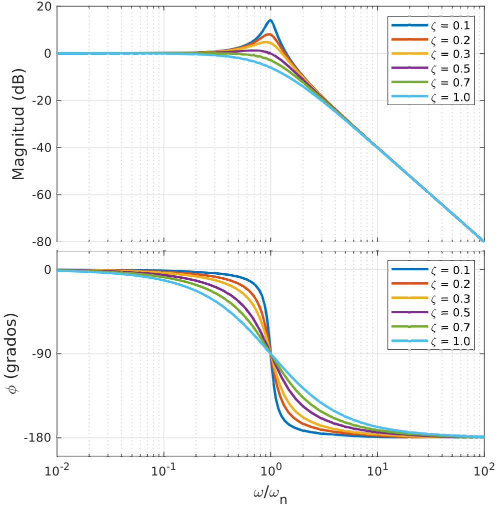
Factores Básicos - Segundo orden $1/(1+2\zeta(j\omega/\omega_n)+(j\omega/\omega_n)^2)$

- Ángulo de fase:

$$\angle G(j\omega) = -\tan^{-1}\left[\frac{2\zeta\frac{\omega}{\omega_n}}{1-\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2}\right]$$

- En la frecuencia de quiebre $(\omega = \omega_n)$:

$$\phi = -\tan^{-1}\left(\frac{2\zeta}{0}\right) = -\tan^{-1}\infty = -90°$$



Factores Básicos - Segundo orden $(1 + 2\zeta(j\omega/\omega_n) + (j\omega/\omega_n)^2)$

Factores Básicos - Segundo orden $(1 + 2\zeta(j\omega/\omega_n) + (j\omega/\omega_n)^2)$

Factores Básicos - Segundo orden $(1 + 2\zeta(j\omega/\omega_n) + (j\omega/\omega_n)^2)$

- Magnitud:

$$
\begin{aligned}
|G(j\omega)| &= 20 \log \left|1 + 2\zeta(j\omega/\omega_n) + (j\omega/\omega_n)^2\right| \\
&= 20 \log \sqrt{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_n^2}\right)^2 + \left(2\zeta\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2}
\end{aligned}
$$

Factores Básicos - Segundo orden $(1 + 2\zeta(j\omega/\omega_n) + (j\omega/\omega_n)^2)$

- Magnitud:

$$
\begin{aligned}
|G(j\omega)| &= 20\,\log\left|1 + 2\zeta(j\omega/\omega_n) + (j\omega/\omega_n)^2\right| \\
&= 20\,\log\sqrt{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_n^2}\right)^2 + \left(2\zeta\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2}
\end{aligned}
$$

- Para bajas frecuencias ($\omega << \omega_n$):

$$
|G(j\omega)| = 20\,\log 1 = 0 \text{ dB}
$$

Factores Básicos - Segundo orden $(1 + 2\zeta(j\omega/\omega_n) + (j\omega/\omega_n)^2)$

- Magnitud:

$$
\begin{aligned}
|G(j\omega)| &= 20 \log \left|1 + 2\zeta(j\omega/\omega_n) + (j\omega/\omega_n)^2\right| \\
&= 20 \log \sqrt{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_n^2}\right)^2 + \left(2\zeta\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2}
\end{aligned}
$$

- Para bajas frecuencias ($\omega << \omega_n$):

$$|G(j\omega)| = 20 \log 1 = 0 \text{ dB}$$

- Para altas frecuencias ($\omega >> \omega_n$):

$$|G(j\omega)| = 20 \log \frac{\omega^2}{\omega_n^2} = 40 \log \frac{\omega}{\omega_n} \text{ dB}$$

Factores Básicos - Segundo orden $(1 + 2\zeta(j\omega/\omega_n) + (j\omega/\omega_n)^2)$

- Magnitud:

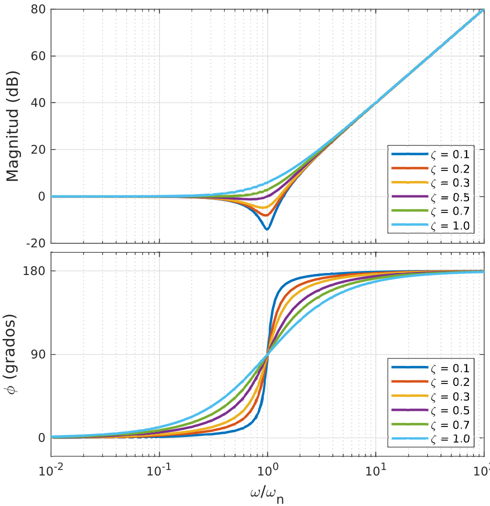
$$|G(j\omega)| = 20\log\left|1 + 2\zeta(j\omega/\omega_n) + (j\omega/\omega_n)^2\right|$$
$$= 20\log\sqrt{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_n^2}\right)^2 + \left(2\zeta\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2}$$

- Para bajas frecuencias ($\omega << \omega_n$):

$$|G(j\omega)| = 20\log 1 = 0 \text{ dB}$$

- Para altas frecuencias ($\omega >> \omega_n$):

$$|G(j\omega)| = 20\log\frac{\omega^2}{\omega_n^2} = 40\log\frac{\omega}{\omega_n} \text{ dB}$$



Factores Básicos - Segundo orden $(1 + 2\zeta(j\omega/\omega_n) + (j\omega/\omega_n)^2)$

Factores Básicos - Segundo orden $(1 + 2\zeta(j\omega/\omega_n) + (j\omega/\omega_n)^2)$

Factores Básicos - Segundo orden $(1 + 2\zeta(j\omega/\omega_n) + (j\omega/\omega_n)^2)$

- Ángulo de fase:

$$\angle G(j\omega) = \tan^{-1}\left[\frac{2\zeta\frac{\omega}{\omega_n}}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2}\right]$$

Factores Básicos - Segundo orden $(1 + 2\zeta(j\omega/\omega_n) + (j\omega/\omega_n)^2)$

- Ángulo de fase:

$$\angle G(j\omega) = \tan^{-1}\left[\frac{2\zeta\frac{\omega}{\omega_n}}{1-\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2}\right]$$

- En la frecuencia de quiebre $(\omega = \omega_n)$:

$$\phi = \tan^{-1}\left(\frac{2\zeta}{0}\right) = \tan^{-1}\infty = 90°$$

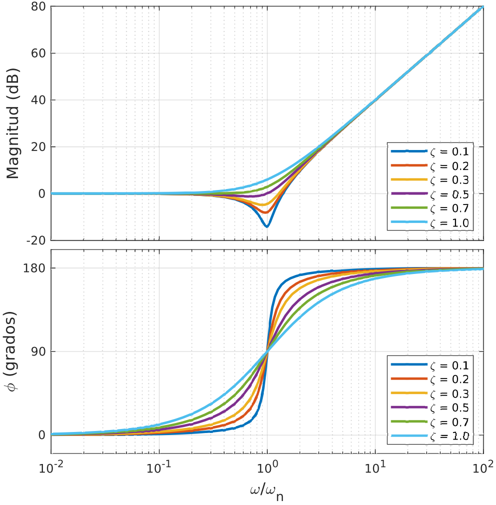
Factores Básicos - Segundo orden $(1 + 2\zeta(j\omega/\omega_n) + (j\omega/\omega_n)^2)$

- Ángulo de fase:

$$\angle G(j\omega) = \tan^{-1}\left[\frac{2\zeta\frac{\omega}{\omega_n}}{1-\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2}\right]$$

- En la frecuencia de quiebre $(\omega = \omega_n)$:

$$\phi = \tan^{-1}\left(\frac{2\zeta}{0}\right) = \tan^{-1}\infty = 90°$$



Procedimiento para Obtener Diagramas de Bode

1. Escribir la función de transferencia como un producto de factores básicos, en forma normalizada.

Procedimiento para Obtener Diagramas de Bode

1. Escribir la función de transferencia como un producto de factores básicos, en forma normalizada.
2. Identificar las frecuencias de quiebre asociadas a cada uno de los factores.

Procedimiento para Obtener Diagramas de Bode

1. Escribir la función de transferencia como un producto de factores básicos, en forma normalizada.
2. Identificar las frecuencias de quiebre asociadas a cada uno de los factores.
3. Dibujar las aproximaciones asintóticas de magnitud y fase con sus pendientes apropiadas.

Procedimiento para Obtener Diagramas de Bode

1. Escribir la función de transferencia como un producto de factores básicos, en forma normalizada.
2. Identificar las frecuencias de quiebre asociadas a cada uno de los factores.
3. Dibujar las aproximaciones asintóticas de magnitud y fase con sus pendientes apropiadas.
4. Sumar los segmentos para obtener la aproximación de la curva.

Procedimiento para Obtener Diagramas de Bode

1. Escribir la función de transferencia como un producto de factores básicos, en forma normalizada.
2. Identificar las frecuencias de quiebre asociadas a cada uno de los factores.
3. Dibujar las aproximaciones asintóticas de magnitud y fase con sus pendientes apropiadas.
4. Sumar los segmentos para obtener la aproximación de la curva.
5. Realizar las correcciones necesarias en los puntos de interés.

Diagramas de Bode - Ejemplo

Dibuje el diagrama de bode para la siguiente función de transferencia:

$$G(j\omega) = \frac{5(1 + j0.1\omega)}{j\omega(1 + j0.5\omega)[1 + j0.6(\omega/50) + (j\omega/50)^2]}$$

Diagramas de Bode - Ejemplo

Dibuje el diagrama de bode para la siguiente función de transferencia:

$$G(j\omega) = \frac{5(1 + j0.1\omega)}{j\omega(1 + j0.5\omega)[1 + j0.6(\omega/50) + (j\omega/50)^2]}$$

Los factores presentes en la función de transferencia son:

1. Una ganancia constante: $G_1(j\omega) = 5$

Diagramas de Bode - Ejemplo

Dibuje el diagrama de bode para la siguiente función de transferencia:

$$G(j\omega) = \frac{5(1 + j0.1\omega)}{j\omega(1 + j0.5\omega)[1 + j0.6(\omega/50) + (j\omega/50)^2]}$$

Los factores presentes en la función de transferencia son:

1. Una ganancia constante: $G_1(j\omega) = 5$
2. Un polo en el origen: $G_2(j\omega) = (j\omega)^{-1}$

Diagramas de Bode - Ejemplo

Dibuje el diagrama de bode para la siguiente función de transferencia:

$$G(j\omega) = \frac{5(1 + j0.1\omega)}{j\omega(1 + j0.5\omega)[1 + j0.6(\omega/50) + (j\omega/50)^2]}$$

Los factores presentes en la función de transferencia son:

1. Una ganancia constante: $G_1(j\omega) = 5$
2. Un polo en el origen: $G_2(j\omega) = (j\omega)^{-1}$
3. Un polo en $\omega = 2$: $G_3(j\omega) = \left(1 + j\frac{\omega}{2}\right)^{-1}$

Diagramas de Bode - Ejemplo

Dibuje el diagrama de bode para la siguiente función de transferencia:

$$G(j\omega) = \frac{5(1 + j0.1\omega)}{j\omega(1 + j0.5\omega)[1 + j0.6(\omega/50) + (j\omega/50)^2]}$$

Los factores presentes en la función de transferencia son:

1. Una ganancia constante: $G_1(j\omega) = 5$
2. Un polo en el origen: $G_2(j\omega) = (j\omega)^{-1}$
3. Un polo en $\omega = 2$: $G_3(j\omega) = \left(1 + j\frac{\omega}{2}\right)^{-1}$
4. Un cero en $\omega = 10$: $G_4(j\omega) = 1 + j\frac{\omega}{10}$

Diagramas de Bode - Ejemplo

Dibuje el diagrama de bode para la siguiente función de transferencia:

$$G(j\omega) = \frac{5(1 + j0.1\omega)}{j\omega(1 + j0.5\omega)[1 + j0.6(\omega/50) + (j\omega/50)^2]}$$

Los factores presentes en la función de transferencia son:

1. Una ganancia constante: $G_1(j\omega) = 5$
2. Un polo en el origen: $G_2(j\omega) = (j\omega)^{-1}$
3. Un polo en $\omega = 2$: $G_3(j\omega) = \left(1 + j\frac{\omega}{2}\right)^{-1}$
4. Un cero en $\omega = 10$: $G_4(j\omega) = 1 + j\frac{\omega}{10}$
5. Un par de polos complejos en $\omega = 50$: $G_5(j\omega) = 1 + j0.6\omega/50 + (j\omega/50)^2$

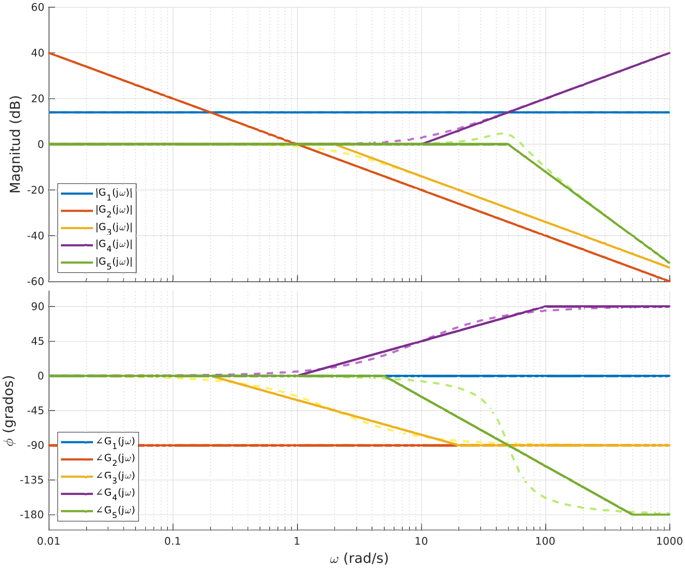
Diagramas de Bode - Ejemplo

Diagramas de Bode - Ejemplo

Aproximaciones asintóticas de magnitud y fase de cada factor (líneas sólidas) y curvas exactas (líneas punteadas).

Diagramas de Bode - Ejemplo

Aproximaciones asintóticas de magnitud y fase de cada factor (líneas sólidas) y curvas exactas (líneas punteadas).



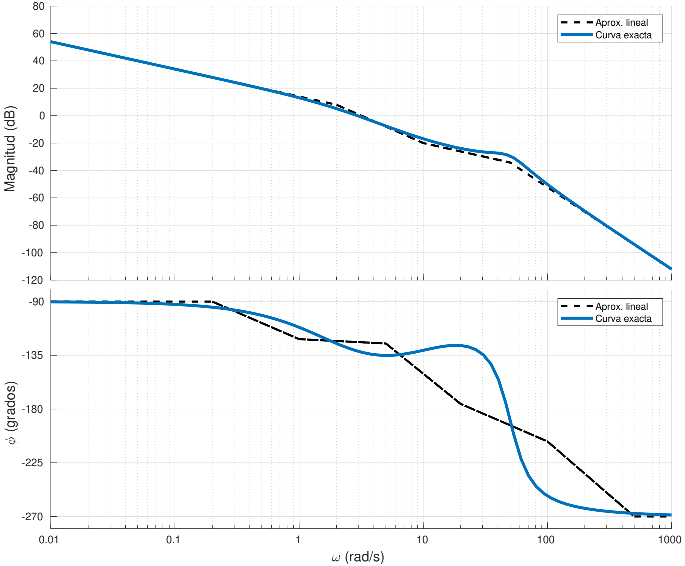
Diagramas de Bode - Ejemplo

Diagramas de Bode - Ejemplo

Sumando las asíntotas obtenidas para cada factor se obtiene una aproximación de los diagramas exactos de magnitud y fase.

Diagramas de Bode - Ejemplo

Sumando las asíntotas obtenidas para cada factor se obtiene una aproximación de los diagramas exactos de magnitud y fase.



Márgenes de Estabilidad

Márgenes de Estabilidad

Márgenes de Estabilidad

- Frecuencia de cruce de ganancia: Frecuencia a la cual la ganancia del sistema se hace unitaria:

$$20 \log |G(j\omega_{cg})| = 0 \text{ dB}$$

Márgenes de Estabilidad

- Frecuencia de cruce de ganancia: Frecuencia a la cual la ganancia del sistema se hace unitaria:

$$20 \log |G(j\omega_{cg})| = 0 \text{ dB}$$

- Frecuencia de cruce de fase: Frecuencia a la cual la fase del sistema se hace 180°:

$$\angle G(j\omega_{cp}) = 180°$$

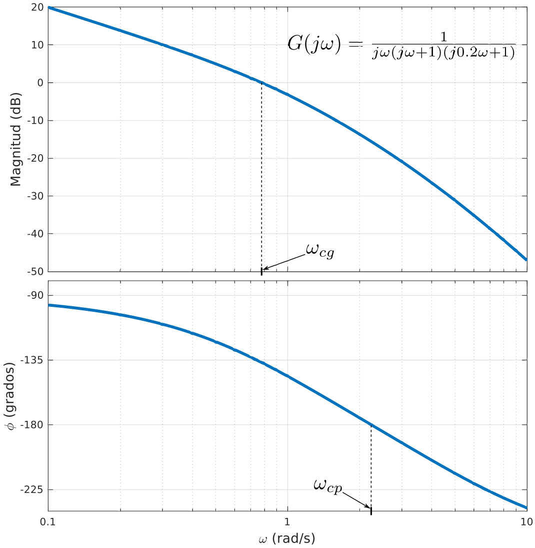
Márgenes de Estabilidad

- Frecuencia de cruce de ganancia: Frecuencia a la cual la ganancia del sistema se hace unitaria:

$$20 \log |G(j\omega_{cg})| = 0 \text{ dB}$$

- Frecuencia de cruce de fase: Frecuencia a la cual la fase del sistema se hace 180°:

$$\angle G(j\omega_{cp}) = 180°$$



Márgenes de Estabilidad

Márgenes de Estabilidad

Márgenes de Estabilidad

- Margen de Fase: Fase faltante en la frecuencia de cruce de ganancia ω_{cg} para que el sistema en lazo cerrado se encuentre al borde de la inestabilidad:

$$PM = 180° - \angle G(j\omega_{cg})$$

Márgenes de Estabilidad

- Margen de Fase: Fase faltante en la frecuencia de cruce de ganancia ω_{cg} para que el sistema en lazo cerrado se encuentre al borde de la inestabilidad:

$$PM = 180° - \angle G(j\omega_{cg})$$

- Margen de Ganancia: Ganancia en la frecuencia de cruce de fase ω_{cp} para que el sistema en lazo cerrado se encuentre al borde de la inestabilidad:

$$GM = \frac{1}{|G(j\omega_{cp})|}$$

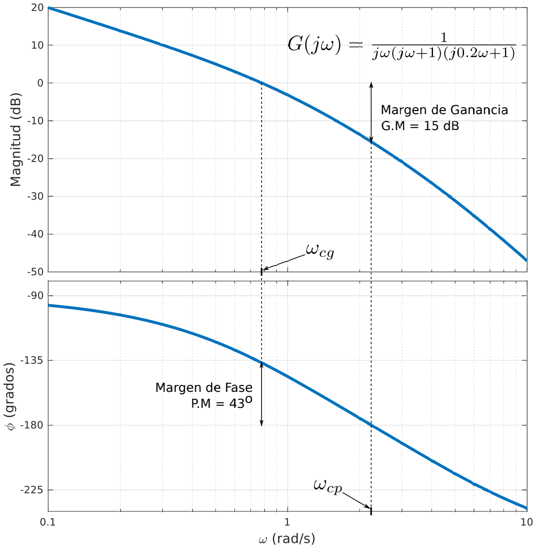
Márgenes de Estabilidad

- Margen de Fase: Fase faltante en la frecuencia de cruce de ganancia ω_{cg} para que el sistema en lazo cerrado se encuentre al borde de la inestabilidad:

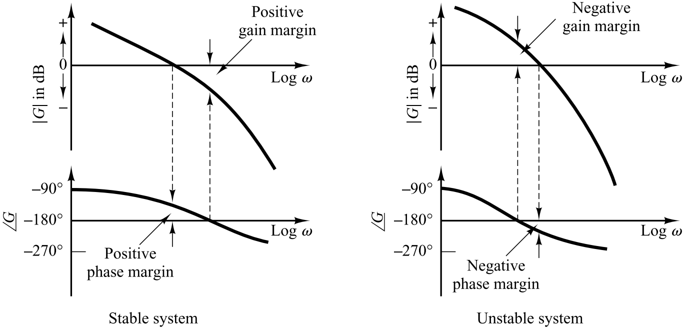
$$PM = 180° - \angle G(j\omega_{cg})$$

- Margen de Ganancia: Ganancia en la frecuencia de cruce de fase ω_{cp} para que el sistema en lazo cerrado se encuentre al borde de la inestabilidad:

$$GM = \frac{1}{|G(j\omega_{cp})|}$$

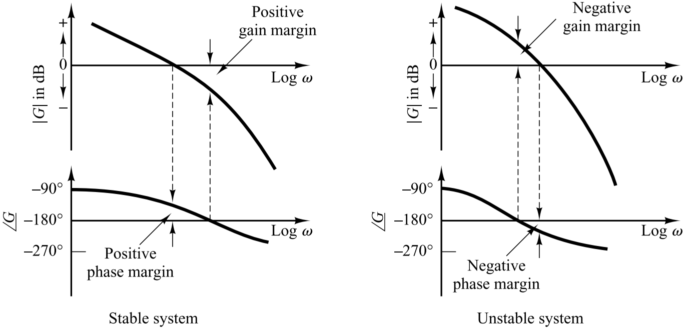


Márgenes de Estabilidad



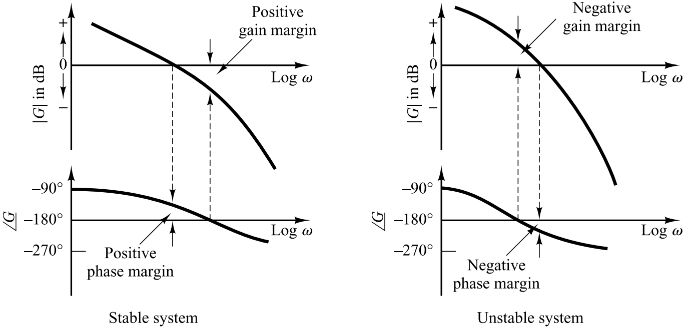
- Para un sistema de fase mínima (función de transferencia de lazo abierto sin ceros ni polos en el semiplano derecho):

Márgenes de Estabilidad



- Para un sistema de fase mínima (función de transferencia de lazo abierto sin ceros ni polos en el semiplano derecho):
  - Tanto el margen de fase como de ganancia deben ser positivos para que el sistema sea estable.

Márgenes de Estabilidad



- Para un sistema de fase mínima (función de transferencia de lazo abierto sin ceros ni polos en el semiplano derecho):
  - Tanto el margen de fase como de ganancia deben ser positivos para que el sistema sea estable.
  - Márgenes de fase negativos indican inestabilidad.

Características de la Respuesta en Frecuencia

- Lugar de las raíces $\rightarrow$ útil para modificar la respuesta transitoria en el tiempo de sistemas de control en lazo cerrado.

Características de la Respuesta en Frecuencia

- Lugar de las raíces $\rightarrow$ útil para modificar la respuesta transitoria en el tiempo de sistemas de control en lazo cerrado.
- Respuesta en frecuencia:

Características de la Respuesta en Frecuencia

- Lugar de las raíces $\rightarrow$ útil para modificar la respuesta transitoria en el tiempo de sistemas de control en lazo cerrado.
- Respuesta en frecuencia:
  - No provee directamente información sobre la respuesta transitoria. Sin embargo es útil para diseñar compensadores.

Características de la Respuesta en Frecuencia

- Lugar de las raíces $\rightarrow$ útil para modificar la respuesta transitoria en el tiempo de sistemas de control en lazo cerrado.
- Respuesta en frecuencia:
  - No provee directamente información sobre la respuesta transitoria. Sin embargo es útil para diseñar compensadores.
  - Se especifica el desempeño de la respuesta transitoria de manera indirecta:

Características de la Respuesta en Frecuencia

- Lugar de las raíces $\rightarrow$ útil para modificar la respuesta transitoria en el tiempo de sistemas de control en lazo cerrado.
- Respuesta en frecuencia:
    - No provee directamente información sobre la respuesta transitoria. Sin embargo es útil para diseñar compensadores.
    - Se especifica el desempeño de la respuesta transitoria de manera indirecta:
        - Margen de fase / ganancia, pico de magnitud resonante $\rightarrow$ proveen un estimado del amortiguamiento.

Características de la Respuesta en Frecuencia

- Lugar de las raíces $\rightarrow$ útil para modificar la respuesta transitoria en el tiempo de sistemas de control en lazo cerrado.
- Respuesta en frecuencia:
  - No provee directamente información sobre la respuesta transitoria. Sin embargo es útil para diseñar compensadores.
  - Se especifica el desempeño de la respuesta transitoria de manera indirecta:
    - Margen de fase / ganancia, pico de magnitud resonante $\rightarrow$ proveen un estimado del amortiguamiento.
    - Frecuencia de cruce de ganancia, frecuencia de resonancia, ancho de banda $\rightarrow$ velocidad de la respuesta transitoria.

Características de la Respuesta en Frecuencia

- Lugar de las raíces $\rightarrow$ útil para modificar la respuesta transitoria en el tiempo de sistemas de control en lazo cerrado.
- Respuesta en frecuencia:
    - No provee directamente información sobre la respuesta transitoria. Sin embargo es útil para diseñar compensadores.
    - Se especifica el desempeño de la respuesta transitoria de manera indirecta:
        - Margen de fase / ganancia, pico de magnitud resonante $\rightarrow$ proveen un estimado del amortiguamiento.
        - Frecuencia de cruce de ganancia, frecuencia de resonancia, ancho de banda $\rightarrow$ velocidad de la respuesta transitoria.
        - Constantes de error estático $\rightarrow$ exactitud de la respuesta en estado estacionario.

Características de la Respuesta en Frecuencia

- Lugar de las raíces $\rightarrow$ útil para modificar la respuesta transitoria en el tiempo de sistemas de control en lazo cerrado.
- Respuesta en frecuencia:
  - No provee directamente información sobre la respuesta transitoria. Sin embargo es útil para diseñar compensadores.
  - Se especifica el desempeño de la respuesta transitoria de manera indirecta:
    - Margen de fase / ganancia, pico de magnitud resonante $\rightarrow$ proveen un estimado del amortiguamiento.
    - Frecuencia de cruce de ganancia, frecuencia de resonancia, ancho de banda $\rightarrow$ velocidad de la respuesta transitoria.
    - Constantes de error estático $\rightarrow$ exactitud de la respuesta en estado estacionario.
  - Las especificaciones en frecuencia se pueden satisfacer usando el diagrama de Bode.

Características de la Respuesta en Frecuencia

- Información obtenible a partir de la respuesta en frecuencia de lazo abierto:

Características de la Respuesta en Frecuencia

- Información obtenible a partir de la respuesta en frecuencia de lazo abierto:
  - Bajas frecuencias ($\omega << \omega_{cg}$) $\rightarrow$ indica el comportamiento en estado estacionario en lazo cerrado del sistema.

Características de la Respuesta en Frecuencia

- Información obtenible a partir de la respuesta en frecuencia de lazo abierto:
  - Bajas frecuencias ($\omega << \omega_{cg}$) $\rightarrow$ indica el comportamiento en estado estacionario en lazo cerrado del sistema.
  - Medias frecuencias (ω cercano a ω_{cg}) $\rightarrow$ indica la estabilidad relativa.

Características de la Respuesta en Frecuencia

- Información obtenible a partir de la respuesta en frecuencia de lazo abierto:
  - Bajas frecuencias ($\omega << \omega_{cg}$) $\rightarrow$ indica el comportamiento en estado estacionario en lazo cerrado del sistema.
  - Medias frecuencias (ω cercano a ω_{cg}) $\rightarrow$ indica la estabilidad relativa.
  - Altas frecuencias ($\omega >> \omega_{cg}$) $\rightarrow$ indica la complejidad del sistema.

Características de la Respuesta en Frecuencia

- Información obtenible a partir de la respuesta en frecuencia de lazo abierto:
  - Bajas frecuencias ($\omega << \omega_{cg}$) $\rightarrow$ indica el comportamiento en estado estacionario en lazo cerrado del sistema.
  - Medias frecuencias (ω cercano a ω_{cg}) $\rightarrow$ indica la estabilidad relativa.
  - Altas frecuencias ($\omega >> \omega_{cg}$) $\rightarrow$ indica la complejidad del sistema.
- Requerimientos de la respuesta en frecuencia de lazo abierto:

Características de la Respuesta en Frecuencia

- Información obtenible a partir de la respuesta en frecuencia de lazo abierto:
  - Bajas frecuencias ($\omega << \omega_{cg}$) $\rightarrow$ indica el comportamiento en estado estacionario en lazo cerrado del sistema.
  - Medias frecuencias (ω cercano a ω_{cg}) $\rightarrow$ indica la estabilidad relativa.
  - Altas frecuencias ($\omega >> \omega_{cg}$) $\rightarrow$ indica la complejidad del sistema.
- Requerimientos de la respuesta en frecuencia de lazo abierto:
  - Compensación $\rightarrow$ balance entre la exactitud en estado estacionario y la estabilidad relativa.

Características de la Respuesta en Frecuencia

- Información obtenible a partir de la respuesta en frecuencia de lazo abierto:
  - Bajas frecuencias ($\omega << \omega_{cg}$) $\rightarrow$ indica el comportamiento en estado estacionario en lazo cerrado del sistema.
  - Medias frecuencias (ω cercano a ω_{cg}) $\rightarrow$ indica la estabilidad relativa.
  - Altas frecuencias ($\omega >> \omega_{cg}$) $\rightarrow$ indica la complejidad del sistema.
- Requerimientos de la respuesta en frecuencia de lazo abierto:
  - Compensación $\rightarrow$ balance entre la exactitud en estado estacionario y la estabilidad relativa.
  - Ganancia en baja frecuencia: debería ser suficientemente alta.

Características de la Respuesta en Frecuencia

- Información obtenible a partir de la respuesta en frecuencia de lazo abierto:
  - Bajas frecuencias ($\omega << \omega_{cg}$) $\rightarrow$ indica el comportamiento en estado estacionario en lazo cerrado del sistema.
  - Medias frecuencias (ω cercano a ω_{cg}) $\rightarrow$ indica la estabilidad relativa.
  - Altas frecuencias ($\omega >> \omega_{cg}$) $\rightarrow$ indica la complejidad del sistema.
- Requerimientos de la respuesta en frecuencia de lazo abierto:
  - Compensación $\rightarrow$ balance entre la exactitud en estado estacionario y la estabilidad relativa.
  - Ganancia en baja frecuencia: debería ser suficientemente alta.
  - La pendiente debería ser de -20 dB cerca a ω_{cg} y extenderse en una banda de frecuencia suficiente para garantizar un MF apropiado.

Características de la Respuesta en Frecuencia

- Información obtenible a partir de la respuesta en frecuencia de lazo abierto:
  - Bajas frecuencias ($\omega << \omega_{cg}$) $\rightarrow$ indica el comportamiento en estado estacionario en lazo cerrado del sistema.
  - Medias frecuencias (ω cercano a ω_{cg}) $\rightarrow$ indica la estabilidad relativa.
  - Altas frecuencias ($\omega >> \omega_{cg}$) $\rightarrow$ indica la complejidad del sistema.
- Requerimientos de la respuesta en frecuencia de lazo abierto:
  - Compensación $\rightarrow$ balance entre la exactitud en estado estacionario y la estabilidad relativa.
  - Ganancia en baja frecuencia: debería ser suficientemente alta.
  - La pendiente debería ser de -20 dB cerca a ω_{cg} y extenderse en una banda de frecuencia suficiente para garantizar un MF apropiado.
  - La ganancia en alta frecuencia debería atenuarse rápidamente para minimizar los efectos del ruido.

Compensación Usando la Respuesta en Frecuencia

Compensadores - Características de los Diferentes Esquemas de Compensación

- Compensación en adelanto:

- Compensación en adelanto:
  - Ofrece una mejora notable en la respuesta transitoria con un pequeño cambio en la exactitud de estado estacionario.

Compensadores - Características de los Diferentes Esquemas de Compensación

- Compensación en adelanto:
  - Ofrece una mejora notable en la respuesta transitoria con un pequeño cambio en la exactitud de estado estacionario.
  - Puede acentuar efectos de ruido de alta frecuencia.

- Compensación en adelanto:
  - Ofrece una mejora notable en la respuesta transitoria con un pequeño cambio en la exactitud de estado estacionario.
  - Puede acentuar efectos de ruido de alta frecuencia.
  - Aumenta el orden del sistema en 1 (a menos que exista cancelación polo-cero).

Compensadores - Características de los Diferentes Esquemas de Compensación

- Compensación en adelanto:
  - Ofrece una mejora notable en la respuesta transitoria con un pequeño cambio en la exactitud de estado estacionario.
  - Puede acentuar efectos de ruido de alta frecuencia.
  - Aumenta el orden del sistema en 1 (a menos que exista cancelación polo-cero).
- Compensación en atraso:

Compensadores - Características de los Diferentes Esquemas de Compensación

- Compensación en adelanto:
  - Ofrece una mejora notable en la respuesta transitoria con un pequeño cambio en la exactitud de estado estacionario.
  - Puede acentuar efectos de ruido de alta frecuencia.
  - Aumenta el orden del sistema en 1 (a menos que exista cancelación polo-cero).
- Compensación en atraso:
  - Ofrece una mejora notable en la exactitud de estado estacionario, pero aumentando el tiempo de la respuesta transitoria.

Compensadores - Características de los Diferentes Esquemas de Compensación

- Compensación en adelanto:
  - Ofrece una mejora notable en la respuesta transitoria con un pequeño cambio en la exactitud de estado estacionario.
  - Puede acentuar efectos de ruido de alta frecuencia.
  - Aumenta el orden del sistema en 1 (a menos que exista cancelación polo-cero).
- Compensación en atraso:
  - Ofrece una mejora notable en la exactitud de estado estacionario, pero aumentando el tiempo de la respuesta transitoria.
  - Elimina los efectos de señales de ruido de alta frecuencia.

Compensadores - Características de los Diferentes Esquemas de Compensación

- Compensación en adelanto:
  - Ofrece una mejora notable en la respuesta transitoria con un pequeño cambio en la exactitud de estado estacionario.
  - Puede acentuar efectos de ruido de alta frecuencia.
  - Aumenta el orden del sistema en 1 (a menos que exista cancelación polo-cero).
- Compensación en atraso:
  - Ofrece una mejora notable en la exactitud de estado estacionario, pero aumentando el tiempo de la respuesta transitoria.
  - Elimina los efectos de señales de ruido de alta frecuencia.
  - Aumenta el orden del sistema en 1 (a menos que exista cancelación polo-cero).

Compensadores - Características de los Diferentes Esquemas de Compensación

- Compensación en adelanto:
  - Ofrece una mejora notable en la respuesta transitoria con un pequeño cambio en la exactitud de estado estacionario.
  - Puede acentuar efectos de ruido de alta frecuencia.
  - Aumenta el orden del sistema en 1 (a menos que exista cancelación polo-cero).
- Compensación en atraso:
  - Ofrece una mejora notable en la exactitud de estado estacionario, pero aumentando el tiempo de la respuesta transitoria.
  - Elimina los efectos de señales de ruido de alta frecuencia.
  - Aumenta el orden del sistema en 1 (a menos que exista cancelación polo-cero).
- Compensación adelanto-atraso:

- Compensación en adelanto:
  - Ofrece una mejora notable en la respuesta transitoria con un pequeño cambio en la exactitud de estado estacionario.
  - Puede acentuar efectos de ruido de alta frecuencia.
  - Aumenta el orden del sistema en 1 (a menos que exista cancelación polo-cero).
- Compensación en atraso:
  - Ofrece una mejora notable en la exactitud de estado estacionario, pero aumentando el tiempo de la respuesta transitoria.
  - Elimina los efectos de señales de ruido de alta frecuencia.
  - Aumenta el orden del sistema en 1 (a menos que exista cancelación polo-cero).
- Compensación adelanto-atraso:
  - Combina las características de los dos tipos de compensación.

Compensadores - Características de los Diferentes Esquemas de Compensación

- Compensación en adelanto:
  - Ofrece una mejora notable en la respuesta transitoria con un pequeño cambio en la exactitud de estado estacionario.
  - Puede acentuar efectos de ruido de alta frecuencia.
  - Aumenta el orden del sistema en 1 (a menos que exista cancelación polo-cero).
- Compensación en atraso:
  - Ofrece una mejora notable en la exactitud de estado estacionario, pero aumentando el tiempo de la respuesta transitoria.
  - Elimina los efectos de señales de ruido de alta frecuencia.
  - Aumenta el orden del sistema en 1 (a menos que exista cancelación polo-cero).
- Compensación adelanto-atraso:
  - Combina las características de los dos tipos de compensación.
  - Aumenta el orden del sistema en 2 (a menos que exista cancelación polo-cero).

Compensadores - Características de los Diferentes Esquemas de Compensación

- Compensación en adelanto:
  - Ofrece una mejora notable en la respuesta transitoria con un pequeño cambio en la exactitud de estado estacionario.
  - Puede acentuar efectos de ruido de alta frecuencia.
  - Aumenta el orden del sistema en 1 (a menos que exista cancelación polo-cero).
- Compensación en atraso:
  - Ofrece una mejora notable en la exactitud de estado estacionario, pero aumentando el tiempo de la respuesta transitoria.
  - Elimina los efectos de señales de ruido de alta frecuencia.
  - Aumenta el orden del sistema en 1 (a menos que exista cancelación polo-cero).
- Compensación adelanto-atraso:
  - Combina las características de los dos tipos de compensación.
  - Aumenta el orden del sistema en 2 (a menos que exista cancelación polo-cero).
  - El sistema se hace más complejo y es más difícil controlar la respuesta transitoria.

Compensador en Adelanto

$$G_c(s) = K_c \alpha \frac{Ts+1}{\alpha Ts+1} = K_c \frac{s+\frac{1}{T}}{s+\frac{1}{\alpha T}} \qquad (0 < \alpha < 1)$$

Compensador en Adelanto

$$G_c(s) = K_c\alpha\frac{Ts+1}{\alpha Ts+1} = K_c\frac{s+\frac{1}{T}}{s+\frac{1}{\alpha T}} \qquad (0 < \alpha < 1)$$

- α: Factor de atenuación del compensador.

Compensador en Adelanto

$$G_c(s) = K_c\alpha\frac{Ts+1}{\alpha Ts+1} = K_c\frac{s+\frac{1}{T}}{s+\frac{1}{\alpha T}} \qquad (0<\alpha<1)$$

- α: Factor de atenuación del compensador.
- El compensador tiene un cero en $s=-1/T$ y un polo en $s=-1/\alpha T$.

Compensador en Adelanto

$$G_c(s) = K_c \alpha \frac{Ts + 1}{\alpha Ts + 1} = K_c \frac{s + \frac{1}{T}}{s + \frac{1}{\alpha T}} \qquad (0 < \alpha < 1)$$

- α: Factor de atenuación del compensador.
- El compensador tiene un cero en $s = -1/T$ y un polo en $s = -1/\alpha T$.
- Dado que $0 < \alpha < 1 \Rightarrow$ el cero se ubica a la derecha del polo.

Compensador en Adelanto

$$G_c(s) = K_c\alpha\frac{Ts+1}{\alpha Ts+1} = K_c\frac{s+\frac{1}{T}}{s+\frac{1}{\alpha T}} \qquad (0<\alpha<1)$$

- α: Factor de atenuación del compensador.
- El compensador tiene un cero en $s=-1/T$ y un polo en $s=-1/\alpha T$.
- Dado que $0<\alpha<1 \Rightarrow$ el cero se ubica a la derecha del polo.
- Para α muy pequeño $\Rightarrow$ el polo se localiza lejos hacia la izquierda.

Compensador en Adelanto

$$G_c(s) = K_c \alpha \frac{Ts+1}{\alpha Ts+1} = K_c \frac{s+\frac{1}{T}}{s+\frac{1}{\alpha T}} \qquad (0 < \alpha < 1)$$

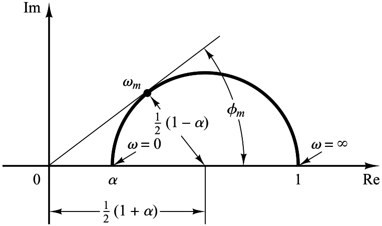
- α: Factor de atenuación del compensador.
- El compensador tiene un cero en $s = -1/T$ y un polo en $s = -1/\alpha T$.
- Dado que $0 < \alpha < 1 \Rightarrow$ el cero se ubica a la derecha del polo.
- Para α muy pequeño $\Rightarrow$ el polo se localiza lejos hacia la izquierda.
- Usualmente el valor mínimo de α es 0.05 $\Rightarrow$ máximo adelanto de fase es cercano a 65°.

Compensador en Adelanto

Compensador en Adelanto

Reemplazando $s = j\omega$ y graficando $Re\{G(j\omega)\}$ vs. $Im\{G(j\omega)\}$ para $K_c = 1$:

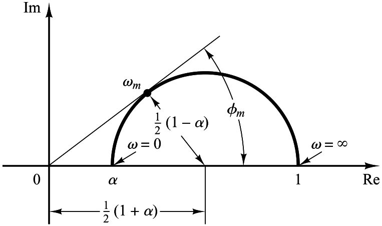
$$G_c(j\omega) = K_c\alpha\frac{j\omega T + 1}{j\omega\alpha T + 1}$$



Compensador en Adelanto

Reemplazando $s = j\omega$ y graficando
$Re\{G(j\omega)\}$ vs. $Im\{G(j\omega)\}$ para $K_c = 1$:

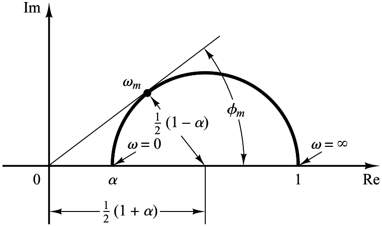
$$G_c(j\omega) = K_c \alpha \frac{j\omega T + 1}{j\omega \alpha T + 1}$$



Compensador en Adelanto

Reemplazando $s = j\omega$ y graficando $Re\{G(j\omega)\}$ vs. $Im\{G(j\omega)\}$ para $K_c = 1$:

$$G_c(j\omega) = K_c\alpha\frac{j\omega T + 1}{j\omega\alpha T + 1}$$

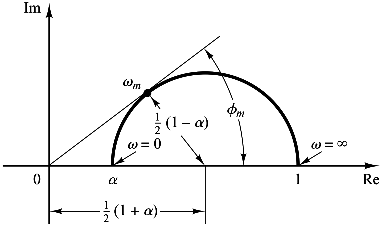


- ϕ_m: máximo ángulo de adelanto de fase.

Compensador en Adelanto

Reemplazando $s = j\omega$ y graficando $Re\{G(j\omega)\}$ vs. $Im\{G(j\omega)\}$ para $K_c = 1$:

$$G_c(j\omega) = K_c\alpha\frac{j\omega T + 1}{j\omega\alpha T + 1}$$

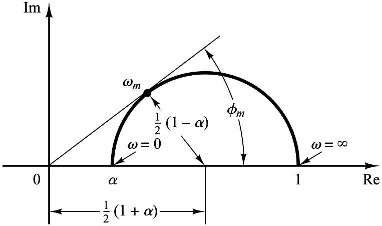


- ϕ_m: máximo ángulo de adelanto de fase.
- ω_m: frecuencia en el punto tangente.

Compensador en Adelanto

Reemplazando $s = j\omega$ y graficando $Re\{G(j\omega)\}$ vs. $Im\{G(j\omega)\}$ para $K_c = 1$:

$$G_c(j\omega) = K_c\alpha\frac{j\omega T + 1}{j\omega\alpha T + 1}$$



- ϕ_m: máximo ángulo de adelanto de fase.
- ω_m: frecuencia en el punto tangente.
- De la figura se obtiene:

$$\sin\phi_m = \frac{\frac{1-\alpha}{2}}{\frac{1+\alpha}{2}} = \frac{1-\alpha}{1+\alpha}$$

Compensador en Adelanto

Compensador en Adelanto

Diagrama de bode del compensador para $K_c = 1$, $\alpha = 0.1$.

Compensador en Adelanto

Diagrama de bode del compensador para $K_c = 1$, $\alpha = 0.1$.

- Frecuencias de quiebre: $\omega = 1/T$, $\omega = 1/\alpha T$.

Compensador en Adelanto

Diagrama de bode del compensador para $K_c = 1$, $\alpha = 0.1$.

- Frecuencias de quiebre: $\omega = 1/T$, $\omega = 1/\alpha T$.
- Media geométrica de las frecuencias de quiebre:

$$\log \omega_m = \frac{1}{2}\left(\log \frac{1}{T} + \log \frac{1}{\alpha T}\right)$$
$$\omega_m = \frac{1}{\sqrt{\alpha} T}$$

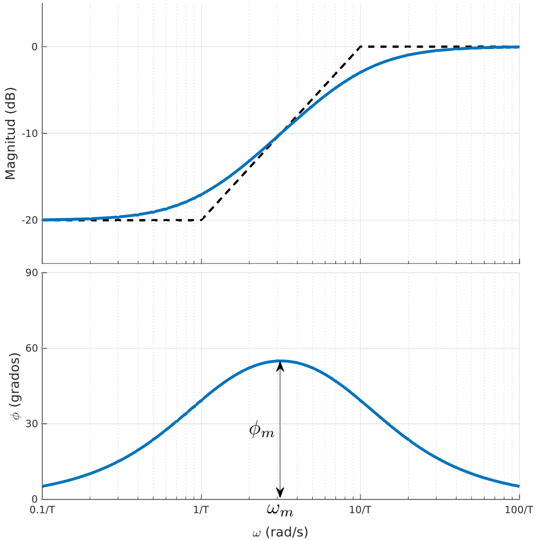
Compensador en Adelanto

Diagrama de bode del compensador para $K_c = 1$, $\alpha = 0.1$.

- Frecuencias de quiebre: $\omega = 1/T$, $\omega = 1/\alpha T$.
- Media geométrica de las frecuencias de quiebre:

$$\log \omega_m = \frac{1}{2}\left(\log \frac{1}{T} + \log \frac{1}{\alpha T}\right)$$

$$\omega_m = \frac{1}{\sqrt{\alpha T}}$$



Compensador en Adelanto: Procedimiento de Diseño

1. Se asume la siguiente forma para el compensador en adelanto:

$$G_c(s) = K_c \alpha \frac{Ts+1}{\alpha Ts+1} = K_c \frac{s+\frac{1}{T}}{s+\frac{1}{\alpha T}}, \quad (0 < \alpha < 1)$$

Compensador en Adelanto: Procedimiento de Diseño

1. Se asume la siguiente forma para el compensador en adelanto:

$$G_c(s) = K_c\alpha\frac{Ts+1}{\alpha Ts+1} = K_c\frac{s+\frac{1}{T}}{s+\frac{1}{\alpha T}}, \quad (0 < \alpha < 1)$$

Compensador en Adelanto: Procedimiento de Diseño

1. Se asume la siguiente forma para el compensador en adelanto:

$$G_c(s) = K_c\alpha\frac{Ts+1}{\alpha Ts+1} = K_c\frac{s+\frac{1}{T}}{s+\frac{1}{\alpha T}}, \quad (0 < \alpha < 1)$$

   Definiendo $K_c\alpha = K$, se tiene

$$G_c(s) = K\frac{Ts+1}{\alpha Ts+1}$$

Compensador en Adelanto: Procedimiento de Diseño

1. Se asume la siguiente forma para el compensador en adelanto:

$$G_c(s) = K_c\alpha\frac{Ts+1}{\alpha Ts+1} = K_c\frac{s+\frac{1}{T}}{s+\frac{1}{\alpha T}}, \quad (0 < \alpha < 1)$$

Definiendo $K_c\alpha = K$, se tiene

$$G_c(s) = K\frac{Ts+1}{\alpha Ts+1}$$

La F.T. de lazo abierto del sistema compensado es:

$$G_c(s)G(s) = K\frac{Ts+1}{\alpha Ts+1} = \frac{Ts+1}{\alpha Ts+1}KG(s) = \frac{Ts+1}{\alpha Ts+1}G_1(s)$$

donde $G_1(s) = KG(s)$.

Compensador en Adelanto: Procedimiento de Diseño

1. Se asume la siguiente forma para el compensador en adelanto:

$$G_c(s) = K_c\alpha \frac{Ts+1}{\alpha Ts+1} = K_c \frac{s+\frac{1}{T}}{s+\frac{1}{\alpha T}}, \quad (0<\alpha<1)$$

Definiendo $K_c\alpha = K$, se tiene

$$G_c(s) = K\frac{Ts+1}{\alpha Ts+1}$$

La F.T. de lazo abierto del sistema compensado es:

$$G_c(s)G(s) = K\frac{Ts+1}{\alpha Ts+1} = \frac{Ts+1}{\alpha Ts+1}KG(s) = \frac{Ts+1}{\alpha Ts+1}G_1(s)$$

donde $G_1(s) = KG(s)$. Determinar K para satisfacer el requerimiento dado por la constante de error estático.

2. Usando la ganancia K determinada, dibujar el diagrama de Bode del sistema $G_1(s)$. Evaluar el margen de fase.

Compensador en Adelanto: Procedimiento de Diseño

2. Usando la ganancia K determinada, dibujar el diagrama de Bode del sistema $G_1(s)$. Evaluar el margen de fase.
3. Determinar el ángulo de adelanto de fase requerido, agregando un ángulo adicional de $5°$ a $12°$ debido a que el compensador de adelanto desplaza la frecuencia de cruce de ganancia hacia la derecha, disminuyendo el margen de fase.

Compensador en Adelanto: Procedimiento de Diseño

2. Usando la ganancia K determinada, dibujar el diagrama de Bode del sistema $G_1(s)$. Evaluar el margen de fase.
3. Determinar el ángulo de adelanto de fase requerido, agregando un ángulo adicional de 5° a 12° debido a que el compensador de adelanto desplaza la frecuencia de cruce de ganancia hacia la derecha, disminuyendo el margen de fase.
4. Determinar el factor de atenuación α usando la ecuación

$$\sin \phi_m = \frac{1-\alpha}{1+\alpha}$$

   Determinar la nueva frecuencia de cruce de ganancia como $\omega_m = 1/(\sqrt{\alpha}T)$.

Compensador en Adelanto: Procedimiento de Diseño

5. Determinar las frecuencias de quiebre del compensador como:

Compensador en Adelanto: Procedimiento de Diseño

5. Determinar las frecuencias de quiebre del compensador como:
    - Cero: $\omega = 1/T$.

Compensador en Adelanto: Procedimiento de Diseño

5. Determinar las frecuencias de quiebre del compensador como:
   - Cero: $\omega = 1/T$.
   - Polo: $\omega = 1/(\alpha T)$.

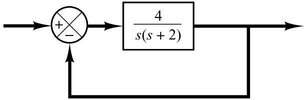
Compensador en Adelanto: Procedimiento de Diseño

5. Determinar las frecuencias de quiebre del compensador como:
   - Cero: $\omega = 1/T$.
   - Polo: $\omega = 1/(\alpha T)$.
6. Usando los valores de K y α calcular $K_c = K/\alpha$.

Compensador en Adelanto: Procedimiento de Diseño

5. Determinar las frecuencias de quiebre del compensador como:
    - Cero: $\omega = 1/T$.
    - Polo: $\omega = 1/(\alpha T)$.
6. Usando los valores de K y α calcular $K_c = K/\alpha$.
7. Verificar el margen de ganancia para asegurarse que sea satisfactorio. En caso contrario, repetir el proceso modificando la ubicación polo-cero del compensador hasta lograr un resultado satisfactorio.

Considere el sistema $G(s) = \frac{4}{s(s+2)}$ con retroalimentación unitaria:



Se desea diseñar un copensador para que el sistema tenga una constante de error estático de velocidad $K_v = 20$, margen de fase de al menos $50°$ y margen de ganancia de al menos 10 dB.

En primer lugar se calcula K para satisfacer el requerimiento de $K_v = 20$:

$$K_v = \lim_{s \to 0} sG_c(s)G(s) = \lim_{s \to 0} s\frac{Ts+1}{\alpha Ts+1}\frac{4K}{s(s+2)} = 2K = 20$$

$$\Rightarrow K = 10$$

Compensador en Adelanto: Ejemplo

En primer lugar se calcula K para satisfacer el requerimiento de $K_v = 20$:

$$K_v = \lim_{s\to 0} sG_c(s)G(s) = \lim_{s\to 0} s\frac{Ts+1}{\alpha Ts+1}\frac{4K}{s(s+2)} = 2K = 20$$

$$\Rightarrow K = 10$$

Entonces, la función de transferencia del sistema $G_1(s)$ queda:

$$G_1(s) = \frac{40}{j\omega(j\omega+2)}$$

Compensador en Adelanto: Ejemplo

Compensador en Adelanto: Ejemplo

Graficando el diagrama de Bode para $G_1(s)$ usando la función `margin` de Matlab se obtiene:

$$PM = 18^\circ$$

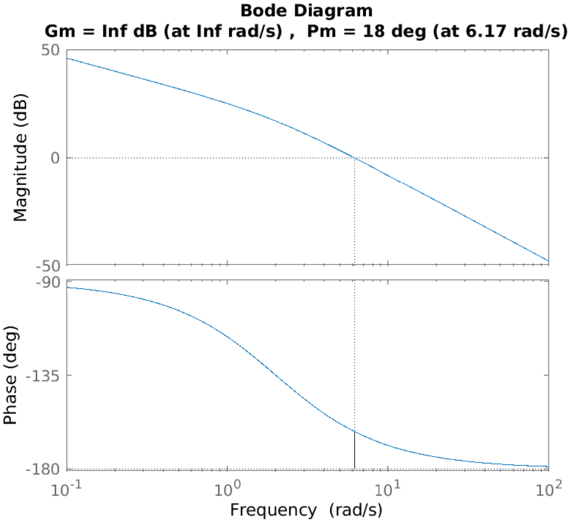
$$GM = \infty$$

Compensador en Adelanto: Ejemplo

Graficando el diagrama de Bode para $G_1(s)$ usando la función `margin` de Matlab se obtiene:

$$PM = 18°$$

$$GM = \infty$$



Compensador en Adelanto: Ejemplo

Para satisfacer $PM = 50°$ se requiere que el compensador aporte un ángulo de adelanto de fase

$$\phi_m = 50° - 18° + 5° = 37°$$

Considerando el desplazamiento del diagrama debido al compensador, se agregó un ángulo adicional de 5°.

Compensador en Adelanto: Ejemplo

Compensador en Adelanto: Ejemplo

Dado que

$$\sin \phi_m = \frac{1-\alpha}{1+\alpha}$$

un ángulo de adelanto de fase $\phi_m = 37°$ corresponde a $\alpha = 0.2486$.

Compensador en Adelanto: Ejemplo

Dado que

$$\sin \phi_m = \frac{1-\alpha}{1+\alpha}$$

un ángulo de adelanto de fase $\phi_m = 37°$ corresponde a $\alpha = 0.2486$.

Compensador en Adelanto: Ejemplo

Dado que

$$\sin \phi_m = \frac{1-\alpha}{1+\alpha}$$

un ángulo de adelanto de fase $\phi_m = 37°$ corresponde a $\alpha = 0.2486$.

Para determinar las frecuencias de quiebre $\omega = \frac{1}{T}$ y $\omega = \frac{1}{\alpha T}$ se considera que el máximo adelanto de fase ϕ_m ocurre en la media geométrica de las dos frecuencias dada por $\omega = \frac{1}{\sqrt{\alpha} T}$.

Compensador en Adelanto: Ejemplo

Dado que

$$\sin\phi_m = \frac{1-\alpha}{1+\alpha}$$

un ángulo de adelanto de fase $\phi_m = 37°$ corresponde a $\alpha = 0.2486$.

Para determinar las frecuencias de quiebre $\omega = \frac{1}{T}$ y $\omega = \frac{1}{\alpha T}$ se considera que el máximo adelanto de fase ϕ_m ocurre en la media geométrica de las dos frecuencias dada por $\omega = \frac{1}{\sqrt{\alpha}T}$.

En esta frecuencia, el aporte de ganancia del compensador es:

$$\left|\frac{1+j\omega T}{1+j\omega\alpha T}\right|_{\omega=1/(\sqrt{\alpha}T)} = \left|\frac{1+j\frac{1}{\sqrt{\alpha}}}{1+j\alpha\frac{1}{\sqrt{\alpha}}}\right|$$

$$= \frac{1}{\sqrt{\alpha}} = 6.0453 \text{ dB}$$

Compensador en Adelanto: Ejemplo

Compensador en Adelanto: Ejemplo

La frecuencia donde $|G_1(j\omega)| = -6.0453$ corresponde a 8.85 rad/s. Ésta se selecciona como la nueva frecuencia de corte de ganancia ω_{cg}.

Compensador en Adelanto: Ejemplo

La frecuencia donde $|G_1(j\omega)| = -6.0453$ corresponde a 8.85 rad/s. Ésta se selecciona como la nueva frecuencia de corte de ganancia ω_{cg}.

La frecuencia donde $|G_1(j\omega)| = -6.0453$ corresponde a 8.85 rad/s. Ésta se selecciona como la nueva frecuencia de corte de ganancia ω_{cg}.

Dado que ésta frecuencia corresponde a $\omega_{cg} = \frac{1}{\sqrt{\alpha T}}$ entonces:

$$\frac{1}{T} = 4.9112, \quad \frac{1}{\alpha T} = 20.1062$$

Compensador en Adelanto: Ejemplo

La frecuencia donde $|G_1(j\omega)| = -6.0453$ corresponde a 8.85 rad/s. Ésta se selecciona como la nueva frecuencia de corte de ganancia ω_{cg}.

Dado que ésta frecuencia corresponde a $\omega_{cg} = \frac{1}{\sqrt{\alpha T}}$ entonces:

$$\frac{1}{T} = 4.9112, \quad \frac{1}{\alpha T} = 20.1062$$

Por lo tanto el compensador corresponde a:

$$G_c(s) = K_c \frac{s + 4.9112}{s + 20.1062} = K_c \alpha \frac{0.2036s + 1}{0.0497s + 1}$$

Compensador en Adelanto: Ejemplo

La frecuencia donde $|G_1(j\omega)| = -6.0453$ corresponde a 8.85 rad/s. Ésta se selecciona como la nueva frecuencia de corte de ganancia ω_{cg}.

Dado que ésta frecuencia corresponde a $\omega_{cg} = \frac{1}{\sqrt{\alpha T}}$ entonces:

$$\frac{1}{T} = 4.9112, \quad \frac{1}{\alpha T} = 20.1062$$

Por lo tanto el compensador corresponde a:

$$G_c(s) = K_c \frac{s + 4.9112}{s + 20.1062} = K_c \alpha \frac{0.2036s + 1}{0.0497s + 1}$$

Compensador en Adelanto: Ejemplo

La frecuencia donde $|G_1(j\omega)| = -6.0453$ corresponde a 8.85 rad/s. Ésta se selecciona como la nueva frecuencia de corte de ganancia ω_{cg}.

Dado que ésta frecuencia corresponde a $\omega_{cg} = \frac{1}{\sqrt{\alpha}T}$ entonces:

$$\frac{1}{T} = 4.9112, \quad \frac{1}{\alpha T} = 20.1062$$

Por lo tanto el compensador corresponde a:

$$G_c(s) = K_c \frac{s + 4.9112}{s + 20.1062} = K_c \alpha \frac{0.2036s + 1}{0.0497s + 1}$$

El valor de K_c se encuentra como $K_c = \frac{K}{\alpha} = \frac{10}{0.2486} = 40.2253$. Entonces, el compensador queda:

$$G_c(s) = 10.0121 \frac{0.2036s + 1}{0.0497s + 1}$$

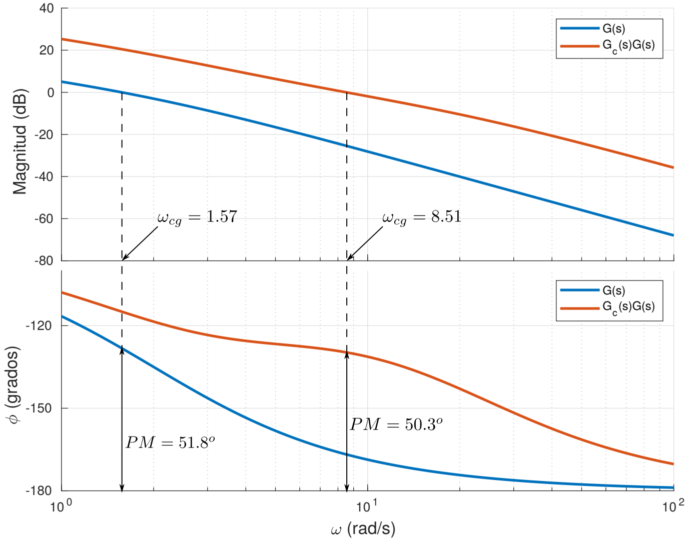
Compensador en Adelanto: Ejemplo - Diagrama de Bode

Compensador en Adelanto: Ejemplo - Diagrama de Bode

El sistema compensado tiene mayor ancho de banda y satisface el requerimiento de margen de fase.

Compensador en Adelanto: Ejemplo - Diagrama de Bode

El sistema compensado tiene mayor ancho de banda y satisface el requerimiento de margen de fase.



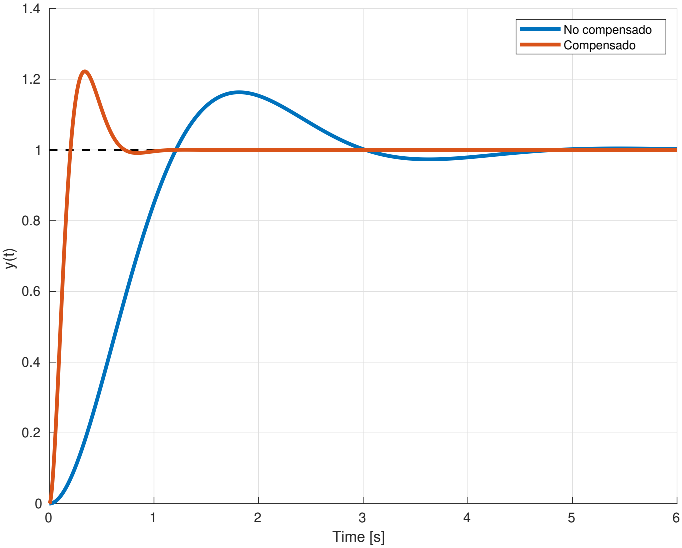
Compensador en Adelanto: Ejemplo - Respuesta Paso Sistema Compensado

Compensador en Adelanto: Ejemplo - Respuesta Paso Sistema Compensado

El sistema compensado en lazo cerrado presenta una respuesta más rápida.

Compensador en Adelanto: Ejemplo - Respuesta Paso Sistema Compensado

El sistema compensado en lazo cerrado presenta una respuesta más rápida.



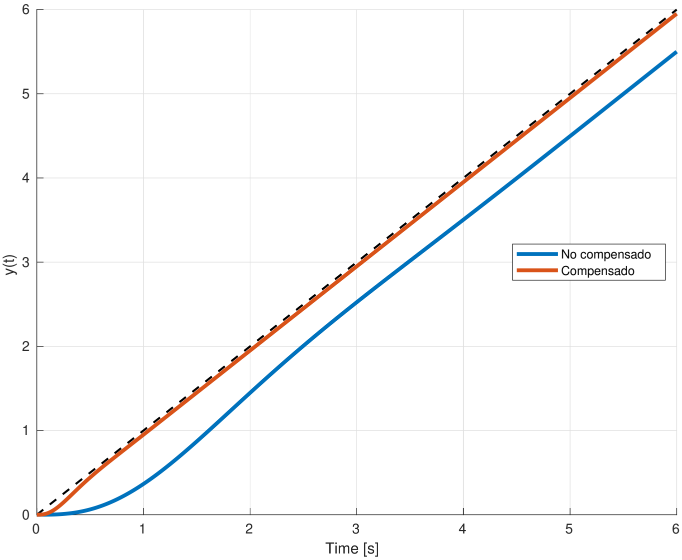
Compensador en Adelanto: Ejemplo - Respuesta Rampa Sistema Compensado

Compensador en Adelanto: Ejemplo - Respuesta Rampa Sistema Compensado

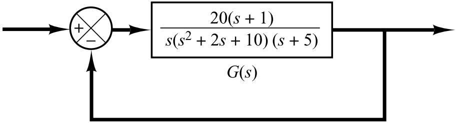
El sistema compensado en lazo cerrado presenta un mejor seguimiento de la referencia rampa.

Compensador en Adelanto: Ejemplo - Respuesta Rampa Sistema Compensado

El sistema compensado en lazo cerrado presenta un mejor seguimiento de la referencia rampa.



1. Considere el sistema mostrado en la figura. Dibuje el diagrama de Bode del sistema de lazo abierto a partir de los factores básicos de la función de transferencia. Compare el resultado con el gráfico obtenido usando la función **bode** de Matlab. Determine los márgenes de fase y ganancia del sistema.

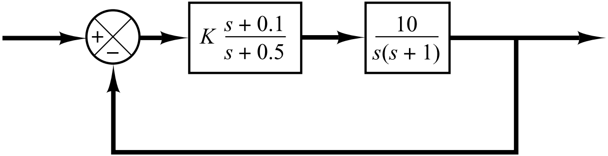


2. Considere un sistema de control con retroalimentación unitaria con la siguiente función de transferencia de lazo abierto:

$$G(s) = \frac{K}{s(s^2 + s + 4)}$$

Determine el valor de la ganancia K tal que el margen de fase sea $50°$. Cuál es el margen de ganancia para esta ganancia K?

3. Considere el sistema mostrado en la figura. Dibuje el diagrama de Bode de la función de transferencia de lazo abierto y determine el valor de la ganancia K tal que el margen de fase sea 50°. Cuál es el margen de ganancia del sistema con esta ganancia *K*?



4. Considere el sistema de la figura. Se desea diseñar un compensador de adelanto $G_c(s)$ tal que el margen de fase sea 45°, el márgen de fase no sea menor de 8 dB, y la constante de error de velocidad estática $K_v = 40$. Grafique las respuestas ante paso y rampa unitarias del sistema compensado.