Pontificia Universidad Javeriana
Facultad de Ingeniería
Departamento de Electrónica

Control de Sistemas

Clase 8: Diseño de Compensadores por LGR - Aproximación de Polos Dominantes

Gerardo Becerra, Ph.D.
gbecerra@javeriana.edu.co

Marzo 24, 2020

Introducción

- Estabilidad y desempeño de un sistema de control retroalimentado $\rightarrow$ dependen de la ubicación de los polos de lazo cerrado en el plano complejo.

Introducción

- Estabilidad y desempeño de un sistema de control retroalimentado $\rightarrow$ dependen de la ubicación de los polos de lazo cerrado en el plano complejo.
- Es interesante determinar cómo se mueven las raíces del polinomio característico a medida que se modifican ciertos parámetros $\rightarrow$ lugar de las raíces.

Introducción

- Estabilidad y desempeño de un sistema de control retroalimentado $\rightarrow$ dependen de la ubicación de los polos de lazo cerrado en el plano complejo.
- Es interesante determinar cómo se mueven las raíces del polinomio característico a medida que se modifican ciertos parámetros $\rightarrow$ lugar de las raíces.
- Método de lugar de las raíces: método gráfico para hacer un bosquejo del lugar de las raíces.

Introducción

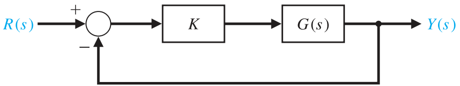
- Estabilidad y desempeño de un sistema de control retroalimentado $\rightarrow$ dependen de la ubicación de los polos de lazo cerrado en el plano complejo.
- Es interesante determinar cómo se mueven las raíces del polinomio característico a medida que se modifican ciertos parámetros $\rightarrow$ lugar de las raíces.
- Método de lugar de las raíces: método gráfico para hacer un bosquejo del lugar de las raíces.
- Información gráfica $\rightarrow$ información cualitativa de la estabilidad y desempeño del sistema.

Introducción

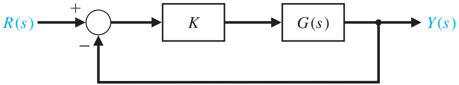
- Estabilidad y desempeño de un sistema de control retroalimentado $\rightarrow$ dependen de la ubicación de los polos de lazo cerrado en el plano complejo.
- Es interesante determinar cómo se mueven las raíces del polinomio característico a medida que se modifican ciertos parámetros $\rightarrow$ lugar de las raíces.
- Método de lugar de las raíces: método gráfico para hacer un bosquejo del lugar de las raíces.
- Información gráfica $\rightarrow$ información cualitativa de la estabilidad y desempeño del sistema.
- Es posible usar el lugar de las raíces para diseñar controladores.

Método del Lugar de las Raíces

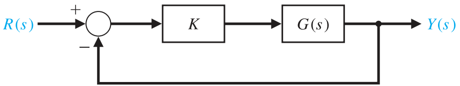
Método del Lugar de las Raíces



Método del Lugar de las Raíces



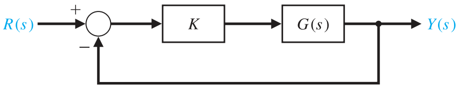
Método del Lugar de las Raíces



- El comportamiento dinámico del sistema de control se describe por la función de transferencia

$$T(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{p(s)}{q(s)}$$

Método del Lugar de las Raíces



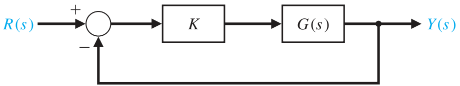
- El comportamiento dinámico del sistema de control se describe por la función de transferencia

$$T(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{p(s)}{q(s)}$$

- El polinomio característico para el sistema de control de la figura es:

$$1 + KG(s) = 0, \quad 0 \leq K < \infty$$

Método del Lugar de las Raíces

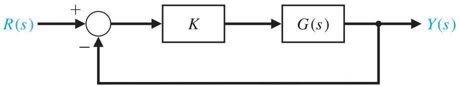


- El comportamiento dinámico del sistema de control se describe por la función de transferencia

$$T(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{p(s)}{q(s)}$$

- El polinomio característico para el sistema de control de la figura es:

$$1 + KG(s) = 0, \quad 0 \leq K < \infty$$



- El comportamiento dinámico del sistema de control se describe por la función de transferencia

$$T(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{p(s)}{q(s)}$$

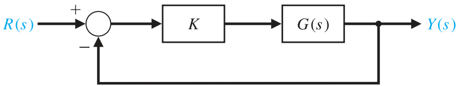
- El polinomio característico para el sistema de control de la figura es:

$$1 + KG(s) = 0, \quad 0 \leq K < \infty$$

- La ecuación se puede reescribir en forma polar como

$$|KG(s)|\angle KG(s) = -1 + j0$$

Método del Lugar de las Raíces



- El comportamiento dinámico del sistema de control se describe por la función de transferencia

$$T(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{p(s)}{q(s)}$$

- El polinomio característico para el sistema de control de la figura es:

$$1 + KG(s) = 0, \quad 0 \leq K < \infty$$

- La ecuación se puede reescribir en forma polar como

$$|KG(s)|\angle KG(s) = -1 + j0$$

- Por lo tanto se debe cumplir

$$|KG(s)| = 1$$
$$\angle KG(s) = 180^o + k360^o$$

- El LGR debe satisfacer la condición de magnitud:

$$|KG(s)| = \frac{K|s+z_1||s+z_2|\dots|s+z_M|}{|s+p_1||s+p_2|\dots|s+p_n|} = 1$$

y la condición de ángulo:

$$\angle G(s) = \sum_{i=1}^{M} \angle(s+z_i) - \sum_{j=1}^{n} \angle(s+p_j) = 180^o + k360^o$$

El lugar de las raíces corresponde a las trayectorias seguidas por las raíces de la ecuación característica a medida que un parámetro del sistema varía desde cero hasta infinito.

Lugar de las Raíces - Procedimiento

Paso 1: Preparar el diagrama

Paso 1: Preparar el diagrama

Paso 1: Preparar el diagrama

- Escribir la ecuación característica para que el parámetro de interés K aparezca como un factor multiplicativo

$$1 + KG(s) = 0$$

Paso 1: Preparar el diagrama

- Escribir la ecuación característica para que el parámetro de interés K aparezca como un factor multiplicativo

$$1 + KG(s) = 0$$

- Factorizar $G(s)$ y escribir el polinomio en la forma de polos y ceros:

$$1 + K\frac{\prod_{i=1}^{M}(s+z_i)}{\prod_{j=1}^{n}(s+p_j)} \tag{1}$$

Paso 1: Preparar el diagrama

- Escribir la ecuación característica para que el parámetro de interés K aparezca como un factor multiplicativo

$$1 + KG(s) = 0$$

- Factorizar $G(s)$ y escribir el polinomio en la forma de polos y ceros:

$$1 + K\frac{\prod_{i=1}^{M}(s+z_i)}{\prod_{j=1}^{n}(s+p_j)} \tag{1}$$

Paso 1: Preparar el diagrama

- Escribir la ecuación característica para que el parámetro de interés K aparezca como un factor multiplicativo

$$1 + KG(s) = 0$$

- Factorizar $G(s)$ y escribir el polinomio en la forma de polos y ceros:

$$1 + K\frac{\prod_{i=1}^{M}(s+z_i)}{\prod_{j=1}^{n}(s+p_j)} \qquad (1)$$

- Localice los ceros $-z_i$ y polos $-p_j$ en el plano complejo usando los símbolos $\times$ y $\bigcirc$, respectivamente.

Paso 1: Preparar el diagrama

- Escribir la ecuación característica para que el parámetro de interés K aparezca como un factor multiplicativo

$$1 + KG(s) = 0$$

- Factorizar $G(s)$ y escribir el polinomio en la forma de polos y ceros:

$$1 + K\frac{\prod_{i=1}^{M}(s+z_i)}{\prod_{j=1}^{n}(s+p_j)} \qquad (1)$$

- Localice los ceros $-z_i$ y polos $-p_j$ en el plano complejo usando los símbolos $\times$ y $\bigcirc$, respectivamente.
- Reescribiendo la Eq.(1) se tiene:

$$\prod_{j=1}^{n}(s+p_j) + K\prod_{i=1}^{n}(s+z_j) = 0$$

$$\frac{1}{K}\prod_{j=1}^{n}(s+p_j) + \prod_{i=1}^{n}(s+z_j) = 0$$

Paso 1: Preparar el diagrama

- Escribir la ecuación característica para que el parámetro de interés K aparezca como un factor multiplicativo

$$1 + KG(s) = 0$$

- Factorizar $G(s)$ y escribir el polinomio en la forma de polos y ceros:

$$1 + K\frac{\prod_{i=1}^{M}(s+z_i)}{\prod_{j=1}^{n}(s+p_j)} \qquad (1)$$

- Localice los ceros $-z_i$ y polos $-p_j$ en el plano complejo usando los símbolos $\times$ y $\bigcirc$, respectivamente.
- Reescribiendo la Eq.(1) se tiene:

$$\prod_{j=1}^{n}(s+p_j) + K\prod_{i=1}^{n}(s+z_j) = 0$$

$$\frac{1}{K}\prod_{j=1}^{n}(s+p_j) + \prod_{i=1}^{n}(s+z_j) = 0$$

Paso 1: Preparar el diagrama

- Escribir la ecuación característica para que el parámetro de interés K aparezca como un factor multiplicativo

$$1 + KG(s) = 0$$

- Factorizar $G(s)$ y escribir el polinomio en la forma de polos y ceros:

$$1 + K\frac{\prod_{i=1}^{M}(s+z_i)}{\prod_{j=1}^{n}(s+p_j)} \qquad (1)$$

- Localice los ceros $-z_i$ y polos $-p_j$ en el plano complejo usando los símbolos $\times$ y $\bigcirc$, respectivamente.
- Reescribiendo la Eq.(1) se tiene:

$$\prod_{j=1}^{n}(s+p_j) + K\prod_{i=1}^{n}(s+z_j) = 0$$

$$\frac{1}{K}\prod_{j=1}^{n}(s+p_j) + \prod_{i=1}^{n}(s+z_j) = 0$$

Si $K = 0 \Rightarrow$ las raíces del polinomio característico son los polos de $G(s)$.

Paso 1: Preparar el diagrama

- Escribir la ecuación característica para que el parámetro de interés K aparezca como un factor multiplicativo

$$1 + KG(s) = 0$$

- Factorizar $G(s)$ y escribir el polinomio en la forma de polos y ceros:

$$1 + K\frac{\prod_{i=1}^{M}(s+z_i)}{\prod_{j=1}^{n}(s+p_j)} \qquad (1)$$

- Localice los ceros $-z_i$ y polos $-p_j$ en el plano complejo usando los símbolos $\times$ y $\bigcirc$, respectivamente.
- Reescribiendo la Eq.(1) se tiene:

$$\prod_{j=1}^{n}(s+p_j) + K\prod_{i=1}^{n}(s+z_j) = 0$$

$$\frac{1}{K}\prod_{j=1}^{n}(s+p_j) + \prod_{i=1}^{n}(s+z_j) = 0$$

Si $K = 0 \Rightarrow$ las raíces del polinomio característico son los polos de $G(s)$.
Si $K \to \infty \Rightarrow$ las raíces del polinomio característico son los ceros de $G(s)$.

Paso 1: Preparar el diagrama

El lugar de las raíces de la ecuación característica $1 + KG(s) = 0$ inicia en los polos de $G(s)$ y termina en los ceros de $G(s)$ a medida que K se incrementa desde cero hasta infinito.

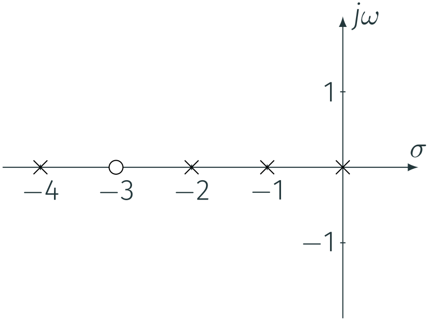
Paso 1 - Ejemplo

Paso 1 - Ejemplo

$$G(s) = \frac{(s+3)}{s(s+1)(s+2)(s+4)}$$

Paso 1 - Ejemplo

$$G(s) = \frac{(s+3)}{s(s+1)(s+2)(s+4)}$$



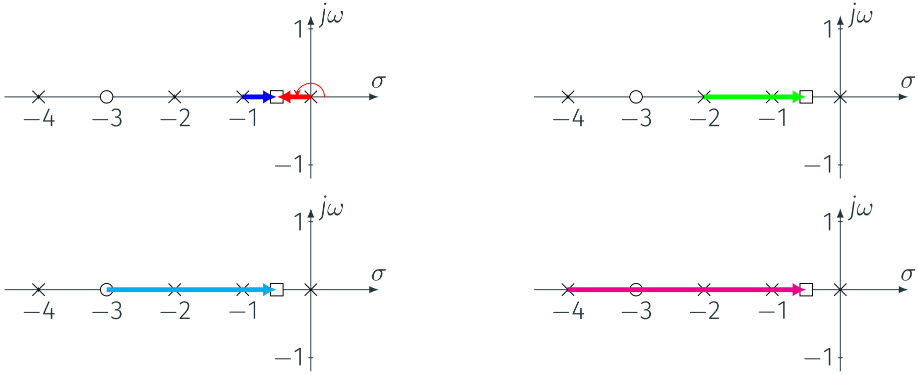
Ubicación de polos y ceros del sistema en lazo abierto.

Paso 2: Localizar segmentos del LGR en el eje real

Usando la condición de ángulo es posible determinar los segmentos del eje real que hacen parte del lugar de las raíces.

Paso 2: Localizar segmentos del LGR en el eje real - Ejemplo

Condición de ángulo en el intervalo $[-1, 0]$

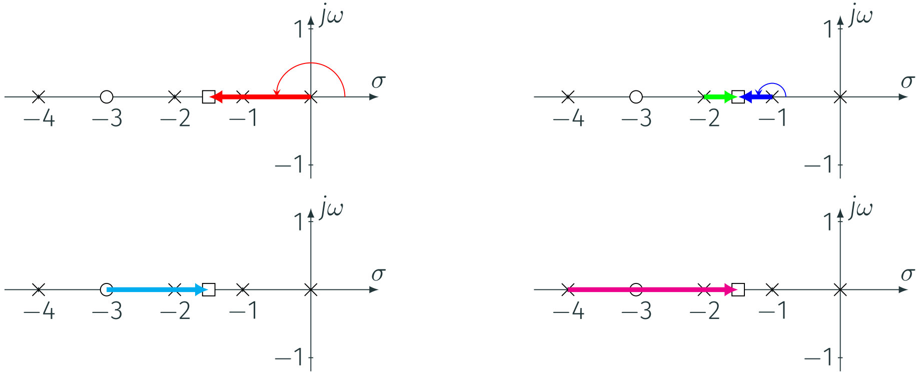


$$\angle(s+3) - (\angle(s) + \angle(s+1) + \angle(s+2) + \angle(s+4))$$

$= 0° - (180° + 0° + 0° + 0°) = -180° \Rightarrow$ El segmento si pertenece al LGR.

Paso 2: Localizar segmentos del LGR en el eje real - Ejemplo

Condición de ángulo en el intervalo $[-2, -1]$

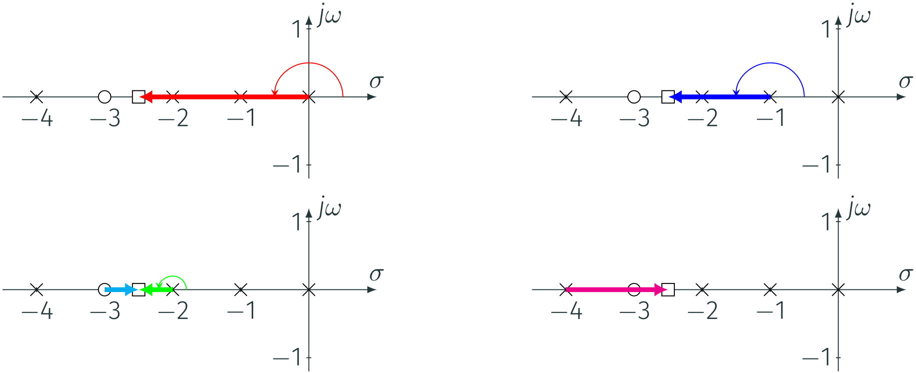


$$\angle(s+3) - (\angle(s) + \angle(s+1) + \angle(s+2) + \angle(s+4))$$

$= 0° - (180° + 180° + 0° + 0°) = -360° \neq 180 \Rightarrow$ El segmento no pertenece al LGR.

Paso 2: Localizar segmentos del LGR en el eje real - Ejemplo

Condición de ángulo en el intervalo $[-3, -2]$

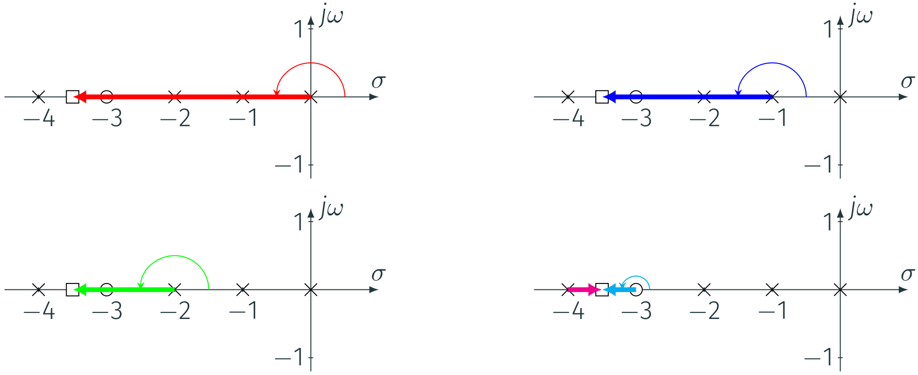


$$\angle(s+3) - (\angle(s) + \angle(s+1) + \angle(s+2) + \angle(s+4))$$

$= 0° - (180° + 180° + 180° + 0°) = -180 \Rightarrow$ El segmento si pertenece al LGR.

Paso 2: Localizar segmentos del LGR en el eje real - Ejemplo

Condición de ángulo en el intervalo $[-4, -3]$

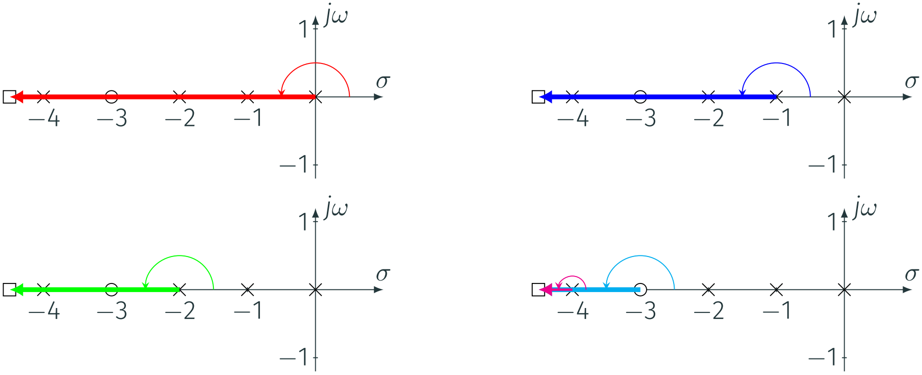


$$\angle(s+3) - (\angle(s) + \angle(s+1) + \angle(s+2) + \angle(s+4))$$

$= 180° - (180° + 180° + 180° + 0°) = -360 \neq 180 \Rightarrow$ El segmento no pertenece al LGR.

Paso 2: Localizar segmentos del LGR en el eje real - Ejemplo

Condición de ángulo en el intervalo $(-\infty, -4]$

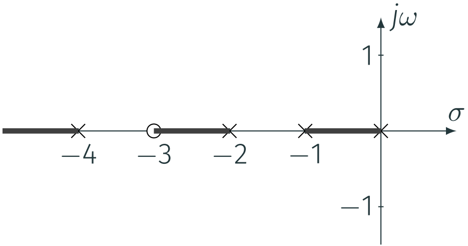


$$\angle(s+3) - (\angle(s) + \angle(s+1) + \angle(s+2) + \angle(s+4))$$

$= 180° - (180° + 180° + 180° + 180°) = -540 \Rightarrow$ El segmento si pertenece al LGR.

Paso 2: Localizar segmentos del LGR en el eje real - Ejemplo

Los segmentos que pertenecen al LGR son:



Segmentos del LGR en el eje real

Los segmentos del eje real que pertenecen al lugar de las raíces son aquellos que se encuentran a la izquierda de un número impar de polos y ceros.

Paso 3: Identificar asíntotas

- Cuando el número de ceros finitos M de $G(s)$ es menor que el número de polos n, entonces $N = n - M$ secciones del lugar de las raíces deben finalizar en ceros ubicados en el infinito.
- Éstas secciones se dirigen hacia los ceros en infinito a través de asíntotas, mientras $K \to \infty$.
- Las asíntotas cortan al eje horizontal en el punto σ_A definido como:

$$\sigma_A = \frac{\sum \text{polos de } G(s) - \sum \text{ceros de } G(s)}{n - M} = \frac{\sum_{j=1}^{n}(-p_j) - \sum_{i=1}^{M}(-z_j)}{n - M}$$

- El ángulo de las asíntotas respecto al eje real es:

$$\phi_{A_k} = \frac{2k+1}{n-M} 180°, \qquad k = 0, 1, 2, \ldots, (n - M - 1)$$

Paso 3: Identificar asíntotas - Ejemplo

$$G(s) = \frac{s+3}{s(s+1)(s+2)(s+4)}$$

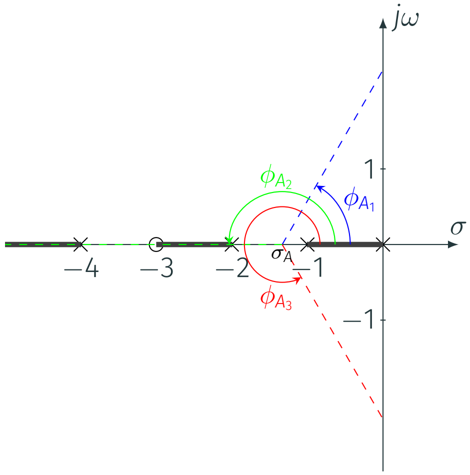
- Número de asíntotas: $N = n - M = 4 - 1 = 3$.
- Corte con el eje horizontal:

$$\sigma_A = \frac{\sum_{j=1}^{n}(-p_j) - \sum_{i=1}^{M}(-z_j)}{n-M} = \frac{(-1-2-4)-(-3)}{3} = -\frac{4}{3} = -1.3333$$

- Ángulos de las asíntotas:

$$\phi_{A_1} = \frac{1}{3}180° = 60°, \quad \phi_{A_2} = \frac{3}{3}180° = 180°, \quad \phi_{A_3} = \frac{5}{3}180° = 300°$$

Paso 3: Identificar asíntotas - Ejemplo



Paso 4: Determinar los puntos de ruptura

- Ocurren cuando el cambio neto de ángulo ante un pequeño desplazamiento es cero.
- El lugar de las raíces se separa en el lugar donde hay multiplicidad de raíces (típicamente 2).
- Para determinarlo analíticamente se parte del polinomio característico $1 + KG(s) = 0$. La ecuación se puede reescribir como $K = -1/G(s)$. Se calcula la derivada respecto a s y se iguala a cero:

$$\frac{dK}{ds} = 0$$

  Finalmente, se calculan las raíces del polinomio resultante.

Paso 4: Determinar los puntos de ruptura - Ejemplo

$$G(s) = \frac{(s+3)}{s(s+1)(s+2)(s+4)}$$

$$\begin{aligned} K &= -\frac{1}{G(s)} \\ &= -\frac{s(s+1)(s+2)(s+4)}{(s+3)} \\ &= -\frac{s^4+7s^3+14s^2+8s}{s+3} \end{aligned}$$

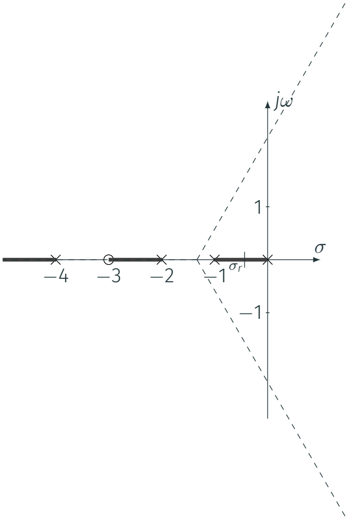
$$\frac{dK}{ds} = 0 = -\frac{3s^4+26s^3+77s^2+84s+24}{(s+3)^2}$$

$$0 = 3s^4+26s^3+77s^2+84s+24$$

$$s = \{-3.311 \pm j0.6812, -1.6097, -0.4349\}$$

La única raíz que se encuentra dentro del lugar de las raíces es $\sigma_r = -0.4349$.

Paso 4: Determinar los puntos de ruptura - Ejemplo



Paso 5: Determinar el cruce por el eje imaginario

- Se encuentra utilizando el criterio de Routh-Hurwitz.

Paso 5: Determinar el cruce por el eje imaginario

- Se encuentra utilizando el criterio de Routh-Hurwitz.
- Se calcula la ganancia crítica K_{cr} para llevar las raíces hasta el eje imaginario.

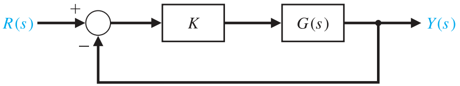
Paso 5: Determinar el cruce por el eje imaginario

- Se encuentra utilizando el criterio de Routh-Hurwitz.
- Se calcula la ganancia crítica K_{cr} para llevar las raíces hasta el eje imaginario.
- Se reemplaza la ganancia crítica K_{cr} en el polinomio característico $1 + KG(s) = 0$ y se calculan las raíces.

Paso 5: Determinar el cruce por el eje imaginario

- Se encuentra utilizando el criterio de Routh-Hurwitz.
- Se calcula la ganancia crítica K_{cr} para llevar las raíces hasta el eje imaginario.
- Se reemplaza la ganancia crítica K_{cr} en el polinomio característico $1 + KG(s) = 0$ y se calculan las raíces.
- Se seleccionan las raíces complejas conjugadas (si existen) que tienen parte real igual a cero.

Paso 5: Determinar el cruce por el eje imaginario - Ejemplo



- Polinomio característico:

$$s^4 + 7s^3 + 14s^2 + 8s + K(s+3) = 0$$

- Arreglo de Routh:

$$\begin{array}{c|ccc} s^4 & 1 & 14 & 3K \\ s^3 & 7 & 8+K & 0 \\ s^2 & b_1 & 3K & 0 \\ s^1 & c_1 & 0 & 0 \\ s^0 & 3K & 0 & \end{array}$$

- Condiciones de estabilidad:

$$b_1 = \frac{90-K}{7} > 0 \Rightarrow K < 90$$

$$c_1 = \frac{-K^2 - 65K + 720}{b_1} > 0 \Rightarrow K_1 < 74.64 \;\&$$

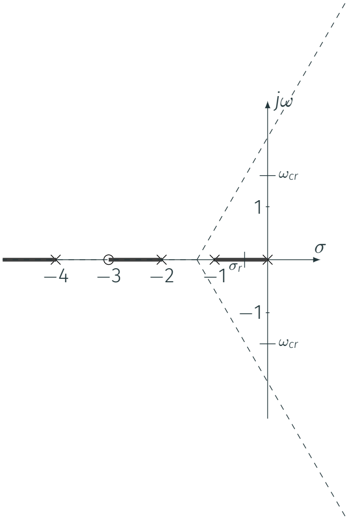
$$K_2 < 9.65 \Rightarrow K < 9.65$$

- Ganancia crítica: $K_{cr} = 9.65$
- Reemplazando K_{cr}:

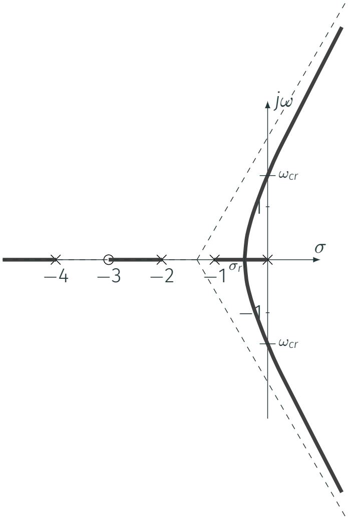
$$s^4 + 7s^3 + 14s^2 + 17.65s + 28.95 = 0$$

$$\Rightarrow \omega_{cr} = \pm j1.588$$

Paso 5: Determinar el cruce por el eje imaginario - Ejemplo



Paso 6: Finalizar el bosquejo del diagrama - Ejemplo



Diseño de Compensadores por LGR - Aproximación de Polos Dominantes

Diseño de Compensadores por LGR - Aproximación de Polos Dominantes

- En el LGR, los polos de lazo cerrado se mueven hacia los ceros de lazo abierto a medida que la ganancia K aumenta.
- Lo anterior puede usarse para fijar los polos dominantes deseados del sistema.
- El procedimiento puede usarse para diseñar un controlador PID que aproxime los polos dominantes deseados.

Diseño de Compensadores por LGR - Aproximación de Polos Dominantes

Considere la función de transferencia del controlador PID:

$$G_c(s) = K_p + K_d s + \frac{K_i}{s}$$

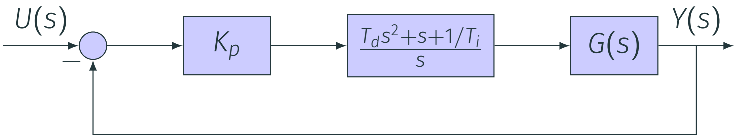
Reescribiendo el controlador en la forma ideal, donde $K_d = K_p T_d$, $K_i = K_p/T_i$:

$$\begin{aligned} G_c(s) &= K_p\left[1 + T_d s + \frac{1}{T_i s}\right] = K_p\left[\frac{T_i T_d s^2 + T_i s + 1}{T_i s}\right] \\ &= \frac{K_p T_i T_d}{s}\left[\frac{s^2 + s/T_d + 1/T_i T_d}{T_i}\right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} G_c(s) &= \frac{K_p T_d}{s}\left[s^2 + \frac{s}{T_d} + \frac{1}{T_i T_d}\right] \\ &= \frac{K_p T_d}{s} h(s) \end{aligned} \tag{2}$$

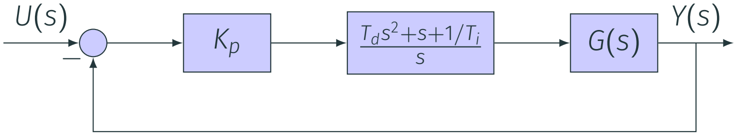
Diseño de Compensadores por LGR - Aproximación de Polos Dominantes

- El diagrama de bloques del sistema se puede organizar como:

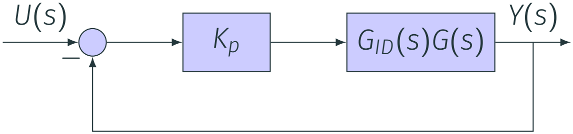


Diseño de Compensadores por LGR - Aproximación de Polos Dominantes

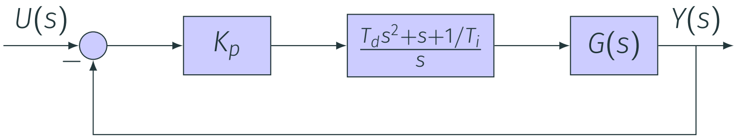
- El diagrama de bloques del sistema se puede organizar como:



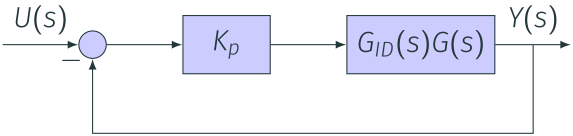
- Combinando el bloque que depende de T_i, T_d con la planta:



- El diagrama de bloques del sistema se puede organizar como:

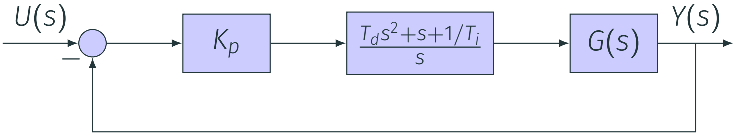


- Combinando el bloque que depende de T_i, T_d con la planta:

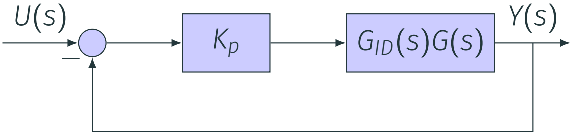


- Usando T_i, T_d es posible fijar los ceros de lazo abierto del sistema $G_{ID}(s)G(s)$.

- El diagrama de bloques del sistema se puede organizar como:



- Combinando el bloque que depende de T_i, T_d con la planta:



- Usando T_i, T_d es posible fijar los ceros de lazo abierto del sistema $G_{ID}(s)G(s)$.
- Usando K_p, es posible ubicar los polos de lazo cerrado cerca de los ceros de lazo abierto, aproximando el desempeño deseado.

Procedimiento de Diseño

1. A partir de los requerimientos de desempeño, encontrar un polinomio deseado $q_{des}(s)$ para el sistema en lazo cerrado. Calcular la ubicación de los polos de dicho polinomio.
2. Comparar el polinomio deseado con el polinomio $h(s)$ en la Ec.(2). Resolver el sistema de ecuaciones para hallar T_i, T_d.
3. Sustituir los valores T_i, T_d en $G_{ID}(s)$. Dibujar el lugar de las raíces para el sistema $G_{ID}(s)G(s)$.
4. Encontrar una ganancia K_p tal que los polos de lazo cerrado se aproximen a los ceros de lazo abierto.
5. Reemplazar K_p, T_i, T_d en $G_c(s)$. Simular el sistema y verificar el desempeño.

Diseño de Compensadores por LGR - Ejemplo

Considere el sistema:

$$G(s) = \frac{0.8}{(30s+1)(13s+1)(3s+1)}$$

Se desea un controlador PID sintonizado usando el LGR tal que tenga un sobrepico $PO \leq 15\%$ y tiempo de establecimiento $T_s = 100$ s con $e_{ss} = 0$.

Diseño de Compensadores por LGR - Ejemplo

Con el sobrepico se calcula el valor de ζ:

$$e^{-\pi\zeta/\sqrt{1-\zeta^2}} = 0.15 \quad \Rightarrow \quad \zeta = 0.5165$$

Con el tiempo de estabilización T_s y el valor de ζ encontrado, se obtiene el valor de ω_n:

$$T_s = \frac{4}{\zeta\omega_n} \quad \Rightarrow \omega_n = 0.0774$$

Entonces, el polinomio deseado es:

$$q_{des} = s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2 = s^2 + 0.08s + 0.006$$

Se compara el polinomio deseado con el polinomio que define los ceros del controlador PID:

$$h(s) = s^2 + \frac{s}{T_d} + \frac{1}{T_i T_d}$$

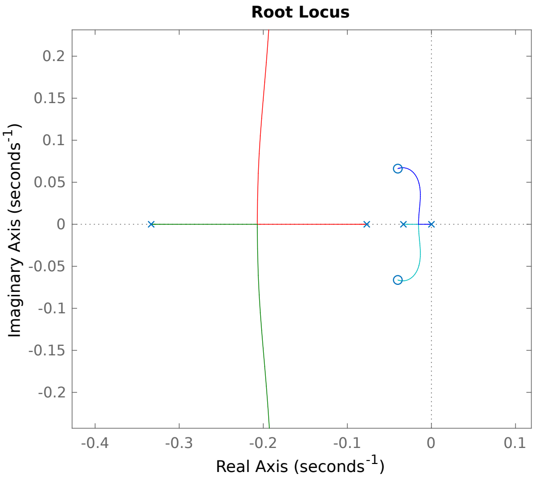
Entonces, se obtienen las siguientes ecuaciones:

$$\frac{1}{T_d} = 0.080, \quad \frac{1}{T_i T_d} = 0.0059$$

$$T_i = 13.3608, T_d = 12.50$$

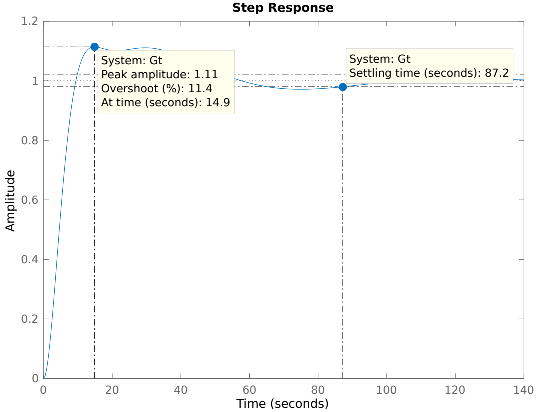
Diseño de Compensadores por LGR - Ejemplo

- Usando la función **`rlocus`** de Matlab, se obtiene el lugar de las raíces.
- Note que los dos polos reales ubicados en $s = 0$ y $s = 0.0333$ colisionan y se convierten en un par de polos complejos conjugados que tienden hacia los ceros ubicados en $-0.04 \pm j0.0662$ a medida que $K_p \to \infty$.



Diseño de Compensadores por LGR - Ejemplo

- Ahora hay que encontrar una ganancia K_p para aproximar la ubicación de los polos dominantes deseados. Para hacerlo se puede usar la herramienta **`rltool`**.
- Ajustando la ganancia en la herramienta **`rltool`** se encuentra que con $K_p = 131.01$, los polos dominantes resultantes se encuentran ubicados en $s = -0.0296 \pm j0.0667$.
- Con ésta ubicación se obtiene la siguiente respuesta paso:



Si se satisfacen los requerimientos!

1. Considere la función de transferencia de lazo abierto

$$KG(s) = \frac{K}{s(s+2)(s^2+4s+5)}$$

- Realice un bosquejo del lugar de las raíces. Verifique el resultado usando `rlocus`.
- Calcule la ubicación de los polos dominantes cuando $K = 6.5$.
- Para los polos dominantes encontrados, calcule el tiempo de establecimiento y el sobrepico para una entrada paso. Verifique los resultados con una simulación.

2. Un sistema de control tiene la siguiente función de transferencia de lazo abierto:

$$KG(s) = \frac{K(s + 2.5)}{(s^2 + 2s + 2)(s^2 + 4s + 5)}$$

- Realice un bosquejo del lugar de las raíces. Verifique el resultado usando `rlocus`.
- Encuentre la ganancia K que resulta en polos dominantes con un factor de amortiguamiento de 0.707.
- Encuentre el porcentaje de sobrepico y tiempo de pico para la ganancia K calculada. Verifique el resultado usando una simulación.

3. Un sistema de control tiene la siguiente función de transferencia de lazo abierto:

$$KG(s) = \frac{K(s+1)}{s(s-1)(s+4)}$$

- Determine el rango de estabilidad de K.
- Realice un bosquejo del lugar de las raíces. Verifique el resultado usando **`rlocus`**.
- Determine el máximo valor de ζ de las raíces complejas estables.

4. Considere la planta caracterizada por la función de transferencia

$$G(s) = \frac{(s+3)}{(s-1)(s+2)(s+5)}$$

Se desea diseñar un sistema de control que cumpla con las siguientes especificaciones ante una entrada paso unitaria:

- Porcentaje de sobrebico: 10%.
- Tiempo de establecimiento: 10 s.
- Error de estado estacionario: 0.

Diseñe un controlador PID usando el lugar de las raíces por el método de aproximación de polos dominantes. Verifique el resultado usando simulaciones.