



Pontificia Universidad  
**JAVERIANA**  
Colombia

# Pontificia Universidad Javeriana

Facultad de Ingeniería

Departamento de Electrónica

## Control de Sistemas

Clase 3: Diagramas de Bloques de Sistemas en Lazo Cerrado

Gerardo Becerra, Ph.D.

[gbecerra@javeriana.edu.co](mailto:gbecerra@javeriana.edu.co)

Febrero 11, 2020

# Introducción

---

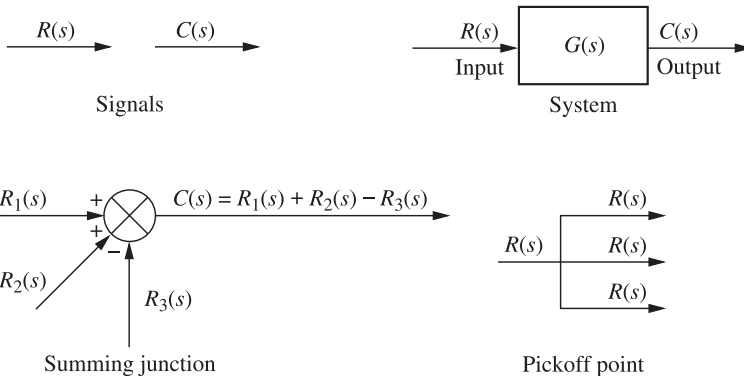
- Sistema: interconexión de subsistemas.
- Subsistema: representado por una función de transferencia.
- Objetivo: obtener la función de transferencia de un sistema formado por varios subsistemas.
- Representación gráfica de subsistemas:
  - Diagramas de bloques.
  - Diagramas de flujo.
- Métodos para simplificar los diagramas:
  - Diagramas de bloques: álgebra de bloques.
  - Diagramas de flujo: regla de Mason.

# Diagramas de Bloques

---

# Diagramas de Bloques

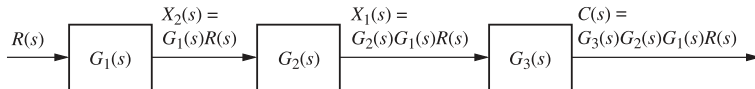
## Componentes:



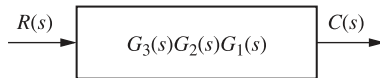
- Aplican para sistemas lineales e invariantes en el tiempo (LTI).
- Pueden organizarse en múltiples configuraciones / topologías.

# Configuración en Cascada

- La salida de un subsistema se alimenta al siguiente subsistema.

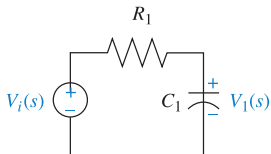


- La función de transferencia equivalente es el producto de las funciones de transferencia en cascada.

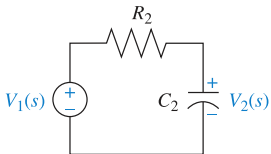


- Este resultado aplica bajo la suposición de que no existe **efecto de carga**: la salida de un subsistema se mantiene igual aunque el siguiente bloque se encuentre conectado o no.

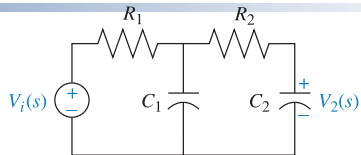
## Efecto de Carga: Circuitos RC en Cascada



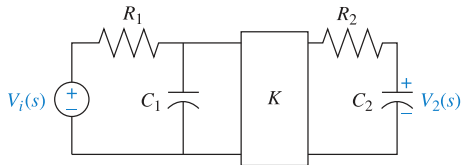
$$G_1(s) = \frac{V_1(s)}{V_i(s)}$$



$$G_2(s) = \frac{V_2(s)}{V_1(s)}$$



$$G_T(s) = \frac{V_2(s)}{V_i(s)} \neq G_2(s)G_1(s)$$

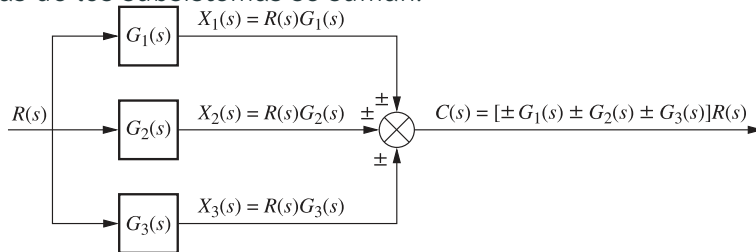


$$G_T(s) = \frac{V_2(s)}{V_i(s)} = KG_2(s)G_1(s)$$

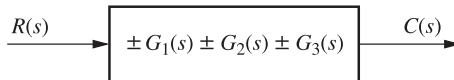
El efecto se previene usando un amplificador de ganancia  $K$  con alta impedancia de entrada y baja impedancia de salida.

# Configuración Paralela

- Varios subsistemas se alimentan con una misma entrada.
- Las salidas de los subsistemas se suman.

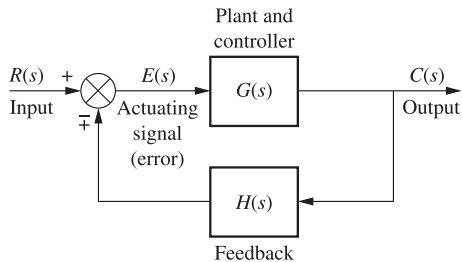


- La función de transferencia equivalente es la suma de las funciones de transferencia en paralelo.



# Configuración en Lazo Retroalimentado

- Configuración fundamental en los sistemas de control.
- La salida se retroalimenta para compararla con la referencia y generar una señal de error.



- La función de transferencia equivalente es:

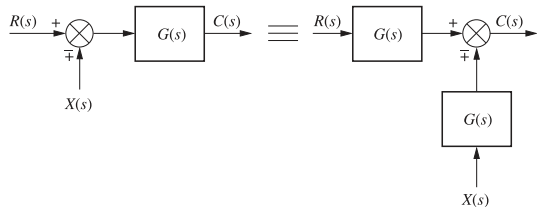
$$\frac{R(s)}{\text{Input}} \rightarrow \boxed{\frac{G(s)}{1 \pm G(s)H(s)}} \rightarrow \frac{C(s)}{\text{Output}}$$

- El signo depende del tipo de retroalimentación (positiva o negativa).

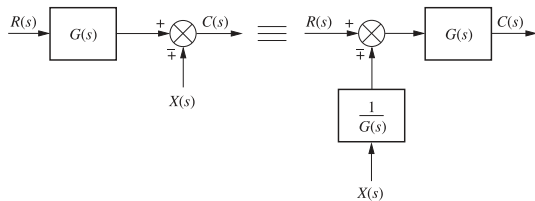


# Movimiento de Bloques para Crear Formas Familiares

- Formas familiares (cascada, paralelo, retroalimentación) no siempre son aparentes en el diagrama de bloques.
- Movimiento de bloques a través de puntos de unión o sumadores: permite obtener formas familiares.

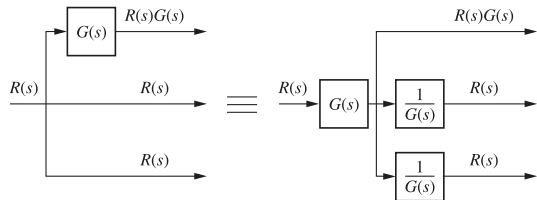


Movimiento hacia atrás en un sumador.

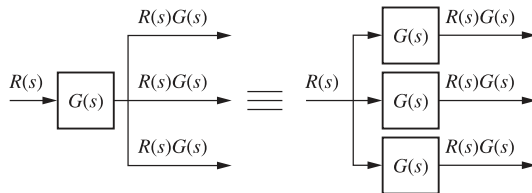


Movimiento hacia adelante en un sumador.

# Movimiento de Bloques para Crear Formas Familiares



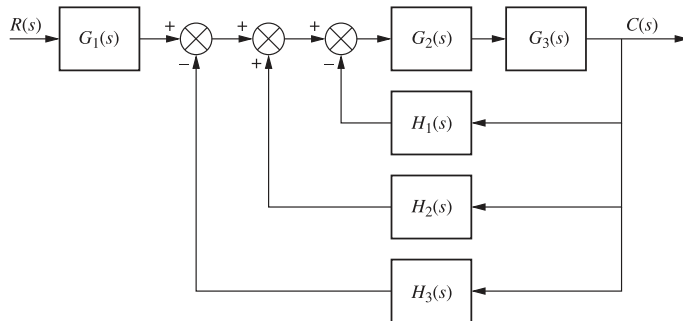
Movimiento hacia atrás en un punto de unión.



Movimiento hacia adelante en un punto de unión.

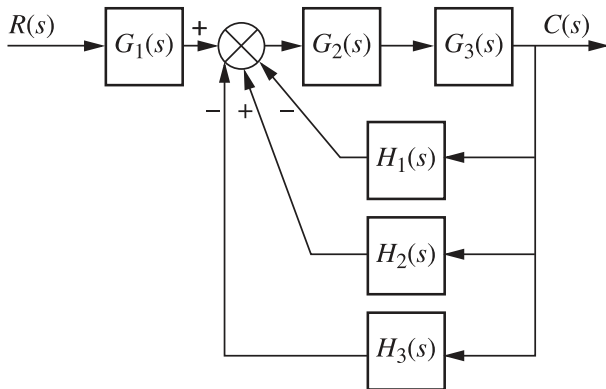
## Ejemplo 1: Reducción de Bloques usando Formas Familiares

Reducir el diagrama de bloques a una sola función de transferencia.



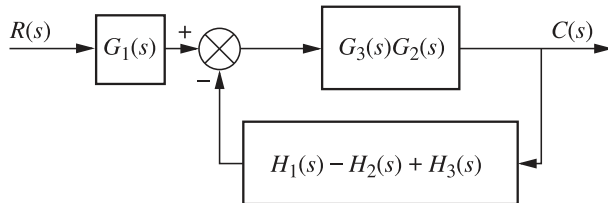
## Ejemplo 1: Reducción de Bloques usando Formas Familiares

1. Colapsar todos los sumadores en uno sólo:



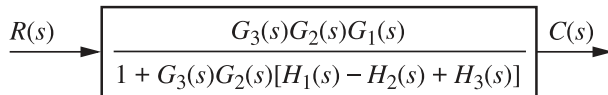
## Ejemplo 1: Reducción de Bloques usando Formas Familiares

2. Encontrar el equivalente paralelo:



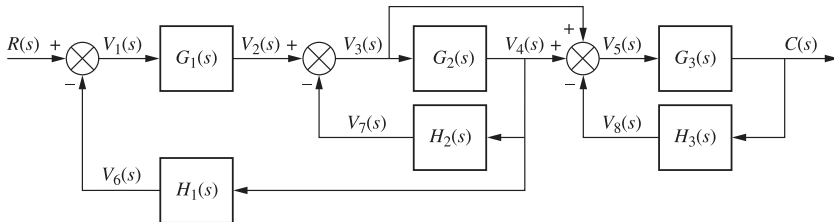
## Ejemplo 1: Reducción de Bloques usando Formas Familiares

3. Calcular la función de transferencia total usando la fórmula de lazo retroalimentado:

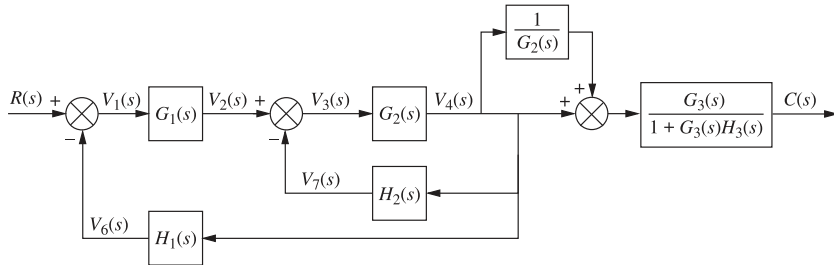


## Ejemplo 2: Reducción de Bloques usando Movimiento de Bloques

Reducir el diagrama de bloques a una sola función de transferencia.

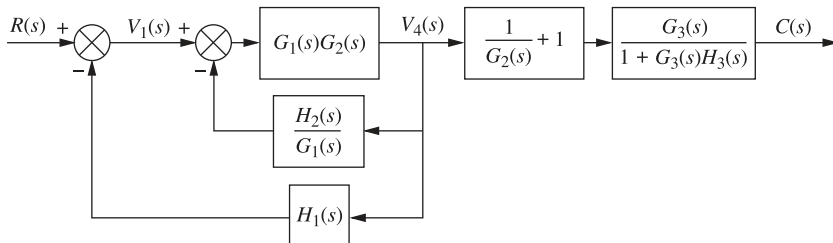


## Ejemplo 2: Reducción de Bloques usando Movimiento de Bloques

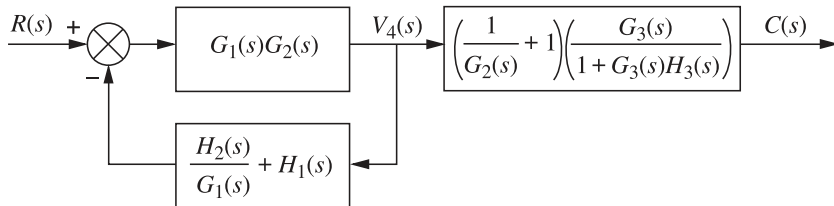




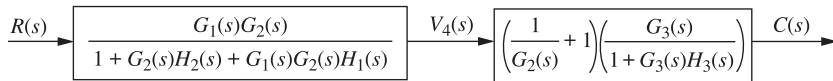
## Ejemplo 2: Reducción de Bloques usando Movimiento de Bloques



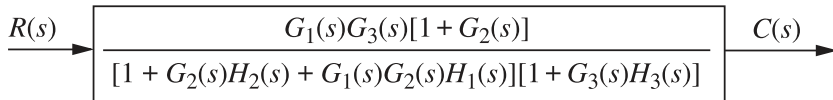
## Ejemplo 2: Reducción de Bloques usando Movimiento de Bloques



## Ejemplo 2: Reducción de Bloques usando Movimiento de Bloques



## Ejemplo 2: Reducción de Bloques usando Movimiento de Bloques

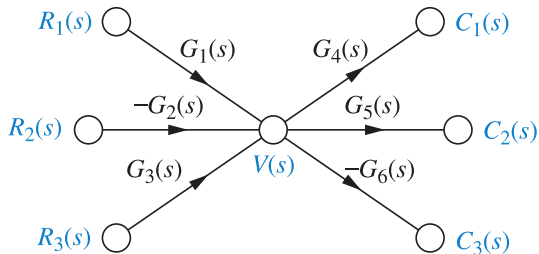


## Diagramas de Flujo

---

# Diagramas de Flujo

- Alternativa a los diagramas de flujo.
- Elementos:
  - Ramas: representan sistemas.
  - Nodos: representan señales.
- Las ramas tienen una flecha.  
Representan la dirección de flujo de la señal a través del sistema.
- Cada señal es igual a la suma de señales que entran al nodo.



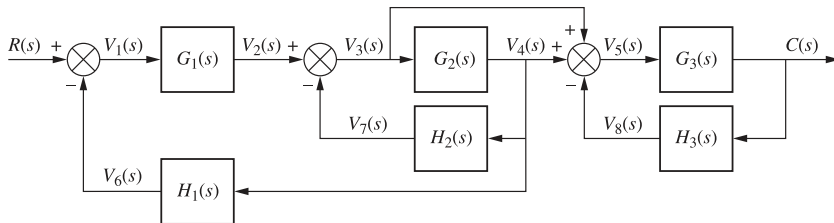
## Ejemplo 3: Convertir Diagramas de Bloques en Diagramas de Flujo

---

Convierta los diagramas de bloques de las formas familiares a diagramas de flujo.

## Ejemplo 4: Convertir Diagramas de Bloques en Diagramas de Flujo

Convierta el siguiente diagrama de bloques en diagrama de flujo.





# Regla de Mason

---

- Aplicación de una fórmula obtenida por S.J. Mason (1953).
- Puede ser más fácil obtener la función de transferencia que usando reducción de diagramas de bloques.
- Definición de elementos del diagrama:
  - Ganancia de lazo: Producto de ganancias de ramas que se recorren iniciando en un nodo y finalizando en el mismo nodo siguiendo la dirección de flujo, sin pasar por cualquier otro nodo más de una vez.
  - Ganancia de trayectoria: Producto de ganancias de ramas que se recorren desde el nodo de entrada hasta el nodo de salida siguiendo la dirección de flujo.
  - Lazos que no se tocan: Lazos que no tienen nodos en común.

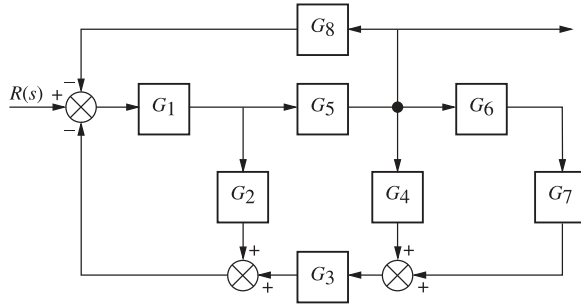
## Theorem

La función de transferencia  $C(s)/R(s)$  de un sistema representado por un diagrama de flujo es:

$$G(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{\sum_k T_k \Delta_k}{\Delta}$$

Donde:

- $k$ : Número de trayectorias directas.
- $T_k$ : Ganancia de la  $k$ -ésima trayectoria directa.
- $\Delta = 1 - \sum \text{ganancias de lazo individuales} + \sum \text{ganancias de 2 lazos que no se tocan} - \sum \text{ganancias de 3 lazos que no se tocan} + \sum \text{ganancias de 4 lazos que no se tocan} - \dots$
- $\Delta_k = 1 - \sum \text{ganancias de lazo en } \Delta \text{ que tocan la } k\text{-ésima trayectoria. } (\Delta_k \text{ se forma eliminando de } \Delta \text{ las ganancias de lazo que tocan la } k\text{-ésima trayectoria}).$



Para el diagrama de bloques de la figura:

- Obtenga la función de transferencia usando reducción de bloques.
- Obtenga el diagrama de flujo equivalente.
- Obtenga la función de transferencia usando la regla de Mason.
- Verifique los resultados y concluya.