CÓDIGO - NOMBRE DEL CURSO

Unidad X - Etapa Y: Nombre de la Etapa / Fase / Tarea

Presentado a:

Docente

Entregado por:

Autor 1

Código: 1.000.000.000

Autor 2

Código: 1.000.000.000

Autor 3

Código: 1.000.000.000

Grupo: **123456-123**

Universidad Nacional Abierta Y A Distancia - UNAD

Escuela De Ciencias Básicas, Tecnología E Ingeniería

Ciudad

22 de febrero de 2022

Índice

1. Introducción

Un sistema dinámico es un sistema cuyo estado evoluciona con el tiempo. Los sistemas físicos en situación no estacionaria son ejemplos de sistemas dinámicos, pero también existen modelos económicos, matemáticos y de otros tipos que son sistemas abstractos y, a su vez, sistemas dinámicos. El comportamiento en dicho estado se puede caracterizar determinando los límites del sistema, los elementos y sus relaciones; de esta forma se pueden elaborar modelos que buscan representar la estructura del mismo sistema Albalooshi, 2003. Al definir los límites del sistema se hace, en primer lugar, una selección de aquellos componentes que contribuyan a generar los modos de comportamiento, y luego se determina el espacio donde se llevará a cabo el estudio, omitiendo toda clase de aspectos irrelevantes.

Nam dui ligula, fringilla a, euismod sodales, sollicitudin vel, wisi. Morbi auctor lorem non justo. Nam lacus libero, pretium at, lobortis vitae, ultricies et, tellus. Donec aliquet, tortor sed accumsan bibendum, erat ligula aliquet magna, vitae ornare odio metus a mi. Morbi ac orci et nisl hendrerit mollis. Suspendisse ut massa. Cras nec ante. Pellentesque a nulla. Cum sociis natoque penatibus et magnis dis parturient montes, nascetur ridiculus mus. Aliquam tincidunt urna. Nulla ullamcorper vestibulum turpis. Pellentesque cursus luctus mauris.

Nulla malesuada porttitor diam. Donec felis erat, congue non, volutpat at, tincidunt tristique, libero. Vivamus viverra fermentum felis. Donec nonummy pellentesque ante. Phasellus adipiscing semper elit. Proin fermentum massa ac quam. Sed diam turpis, molestie vitae, placerat a, molestie nec, leo. Maecenas lacinia. Nam ipsum ligula, eleifend at, accumsan nec, suscipit a, ipsum. Morbi blandit ligula feugiat magna. Nunc eleifend consequat lorem. Sed lacinia nulla vitae enim. Pellentesque tincidunt purus vel magna. Integer non enim. Praesent euismod nunc eu purus. Donec bibendum quam in tellus. Nullam cursus pulvinar lectus. Donec et mi. Nam vulputate metus eu enim. Vestibulum pellentesque felis eu massa.

2. Objetivos

- Utilizar la presentación de espacios de estados para estudiar sistemas dinamicos.
- Utilizar software especializado para simular el modelo matemático del sistema físico propuesto.

3. Desarrollo de la Guía

1. Cada estudiante continua con el mismo sistema seleccionado del Anexo 2, tomando como base para este desarrollo el modelo matemático obtenido en el dominio del tiempo en la Etapa 2.

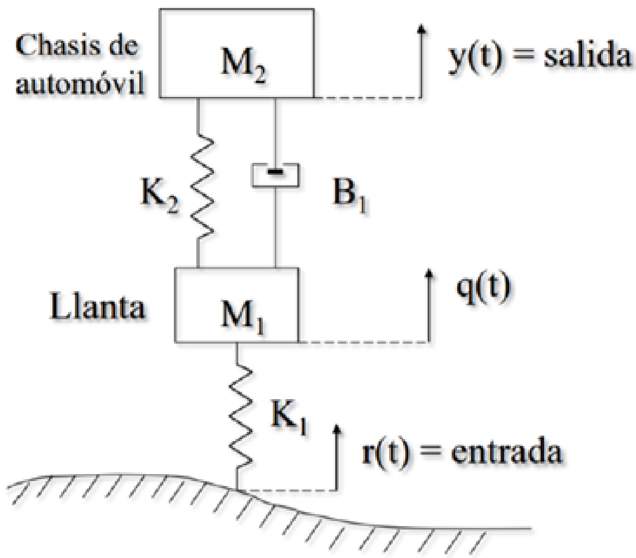

Figura 1: Sistema mecánico seleccionado.

En la etapa 2 se seleccionó el sistema de suspensión de un automóvil (Fig. 1).

La masa m_1 corresponde a la masa de la llanta y su valor corresponde al número de su grupo colaborativo. La masa m_2 corresponde a la masa del chasis y es equivalente a su peso corporal en kilogramos. k_1 representa la constante elástica de la llanta y su valor corresponde a los 2 primeros números de su documento de identidad. k_2 es la constante elástica del resorte de suspensión y su valor corresponde a los 2 últimos números de su documento de identidad. b_1 es la constante del amortiguador y su valor corresponde al 5 número de su documento de identidad.

Se tiene como señal de entrada a $r(t)$ que es el nivel de la calle y la salida es y(t) que representa la posición vertical del chasis del automóvil respecto a algún punto de equilibrio.

Nulla malesuada porttitor diam. Donec felis erat, congue non, volutpat at, tincidunt tristique, libero. Vivamus viverra fermentum felis. Donec nonummy pellentesque ante. Phasellus adipiscing semper elit. Proin fermentum massa ac quam. Sed diam turpis, molestie vitae, placerat a, molestie nec, leo. Maecenas lacinia. Nam ipsum ligula, eleifend at, accumsan nec, suscipit a, ipsum. Morbi blandit ligula feugiat magna. Nunc eleifend consequat lorem. Sed lacinia nulla vitae enim. Pellentesque tincidunt purus vel magna. Integer non enim. Praesent euismod nunc eu purus. Donec bibendum quam in tellus. Nullam cursus pulvinar lectus. Donec et mi. Nam vulputate metus eu enim. Vestibulum pellentesque felis eu massa.

Quisque ullamcorper placerat ipsum. Cras nibh. Morbi vel justo vitae lacus tincidunt ultrices. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetuer adipiscing elit. In hac habitasse platea dictumst. Integer tempus convallis augue. Etiam facilisis. Nunc elementum fermentum wisi. Aenean placerat. Ut imperdiet, enim sed gravida sollicitudin, felis odio placerat quam, ac pulvinar elit purus eget enim. Nunc vitae tortor. Proin tempus nibh sit amet nisl. Vivamus quis tortor vitae risus porta vehicula. Sternberg, 2010

2. Para el sistema seleccionado, aplicar principios físicos y matemáticos que le permitan obtener el modelo matemático del sistema representado por ecuaciones de espacios de estados.

   Las ecuaciones diferenciales que modelan el sistema en el dominio del tiempo son:

$$\frac{d^2q}{dt^2} = \frac{k_1}{m_1}r - \frac{b_1}{m_1}\frac{dq}{dt} - \frac{k_1+k_2}{m_1}q - \frac{b_1}{m_1}\frac{dy}{dt} - \frac{k_2}{m_1}y \tag{1}$$

$$\frac{d^2y}{dt^2} = -\frac{b_1}{m_2}\frac{dy}{dt} - \frac{k_2}{m_2}y + \frac{b_1}{m_2}\frac{dq}{dt} + \frac{k_2}{m_2}q \tag{2}$$

$$x_1 = q \quad \Rightarrow \quad \dot{x}_1 = \frac{dq}{dt} \quad \Rightarrow \quad \ddot{x}_1 = \frac{d^2q}{dt^2}$$

$$x_2 = y \quad \Rightarrow \quad \dot{x}_2 = \frac{dy}{dt} \quad \Rightarrow \quad \ddot{x}_2 = \frac{d^2y}{dt^2}$$

$$u(t) = r$$

$$\ddot{x}_1 = \frac{k_1}{m_1}u(t) - \frac{b_1}{m_1}\dot{x}_1 - \frac{k_1+k_2}{m_1}x_1 - \frac{b_1}{m_1}\dot{x}_2 - \frac{k_2}{m_1}x_2 \tag{3}$$

$$\ddot{x}_2 = -\frac{b_1}{m_2}\dot{x}_2 - \frac{k_2}{m_2}x_2 + \frac{b_1}{m_2}\dot{x}_1 + \frac{k_2}{m_2}x_1 \tag{4}$$

$$\begin{bmatrix}\dot{x}_1\\ \dot{x}_2\\ \dot{x}_3\\ \dot{x}_4\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}0 & 1 & 0 & 0\\ -\frac{k_1+k_2}{m_1} & -\frac{b_1}{m_1} & -\frac{k_2}{m_1} & -\frac{b_1}{m_1}\\ 0 & 0 & 0 & 1\\ \frac{k_2}{m_2} & \frac{b_1}{m_2} & -\frac{k_2}{m_2} & -\frac{b_1}{m_2}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\\ x_3\\ x_4\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}0\\ \frac{k_1}{m_1}\\ 0\\ 0\end{bmatrix}u(t) \tag{5}$$

$$y = \begin{bmatrix}0 & 0 & 1 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\\ x_3\\ x_4\end{bmatrix} \tag{6}$$

- k_1: dos primeros dígitos de su número de documento de identidad $= 80$.
- k_2: dos últimos dígitos de su número de documento de identidad $= 69$.
- b_1: quinto número de su documento de identidad $= 2$.
- m_1: número grupo colaborativo $= 117$.
- m_2: peso corporal en kilogramos $= 70$.

$$\begin{bmatrix}\dot{x}_1\\ \dot{x}_2\\ \dot{x}_3\\ \dot{x}_4\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}0 & 1 & 0 & 0\\ -\frac{149}{117} & -\frac{2}{117} & -\frac{80}{117} & -\frac{2}{117}\\ 0 & 0 & 0 & 1\\ \frac{69}{7} & \frac{2}{70} & -\frac{69}{7} & -\frac{2}{70}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\\ x_3\\ x_4\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}0\\ \frac{80}{117}\\ 0\\ 0\end{bmatrix}u(t) \tag{7}$$

$$y = \begin{bmatrix}0 & 0 & 1 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\\ x_3\\ x_4\end{bmatrix} \tag{8}$$

3. Obtener las ecuaciones de espacios de estados y su correlación con la función de transferencia que representa el sistema seleccionado.

$$H(s) = C(sI - A)^{-}1B$$

Donde

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{149}{117} & -\frac{2}{117} & -\frac{80}{117} & -\frac{2}{117} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{69}{7} & \frac{2}{70} & -\frac{69}{7} & -\frac{2}{70} \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{80}{117} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$sI - A = s\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{149}{117} & -\frac{2}{117} & -\frac{80}{117} & -\frac{2}{117} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{69}{7} & \frac{2}{70} & -\frac{69}{7} & -\frac{2}{70} \end{bmatrix} \tag{9}$$

$$= \begin{bmatrix} s & -1 & 0 & 0 \\ \frac{149}{117} & s + \frac{2}{117} & \frac{80}{117} & \frac{2}{117} \\ 0 & 0 & s & -1 \\ -\frac{69}{7} & -\frac{2}{70} & \frac{69}{7} & s + \frac{2}{70} \end{bmatrix} \tag{10}$$

Dadas las dimensiones de la matriz, se realizó el resto del desarrollo de manera computacional con MATLAB:

$$H(s) = \frac{0.1345s + 4.639}{s^4 + 0.1462s^3 + 9.757s^2 + 0.5983s + 12.64}$$

Si comparamos esta ecuación con la obtenida por el método de transformada de Laplace:

$$H(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{(b_1 s + k_2)k_1}{(m_2 s^2 + b_1 s + k_2)(m_1 s^2 + b_1 s + k_2 + k_1) + (b1_s + k_2)(b_1 s + k_2)}$$

Si a la ecuación mostrada en la figura 5, dividimos el numerado y el denominador por 10010 obtenemos el resultado mostrado en la figura 6.

La ecuación mostrada en la figura 6 es igual a la obtenida por espacios de estado, por tanto, el desarrollo es correcto, ahora si calculamos el lugar geométrico de las raíces de este sistema nos encontramos que el sistema tiene 2 polos en el semiplano derecho, por tanto, el sistema es inestable.

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetuer adipiscing elit. Ut purus elit, vestibulum ut, placerat ac, adipiscing vitae, felis. Curabitur dictum gravida mauris. Nam arcu libero, nonummy eget, consectetuer id, vulputate a, magna. Donec vehicula augue eu neque.

```
clear all
close all
clc

k1 = 80;
k2 = 69;
b1 = 2;
m1 = 17;
m2 = 70;

A = [0 1 0 0;...
     -(k1+k2)/m1 -b1/m1 -k2/m1 -b1/m1;...
      0 0 0 1;...
      k2/m2 b1/m2 -k2/m2 -b1/m2];
B = [0;k1/m1;0;0];
C = [0 0 1 0];
D = [0];

[N,D] = ss2tf(A,B,C,D);

H1 = tf(N,D)
```

Figura 2: Código desarrollado usando la representación en variables de estado.

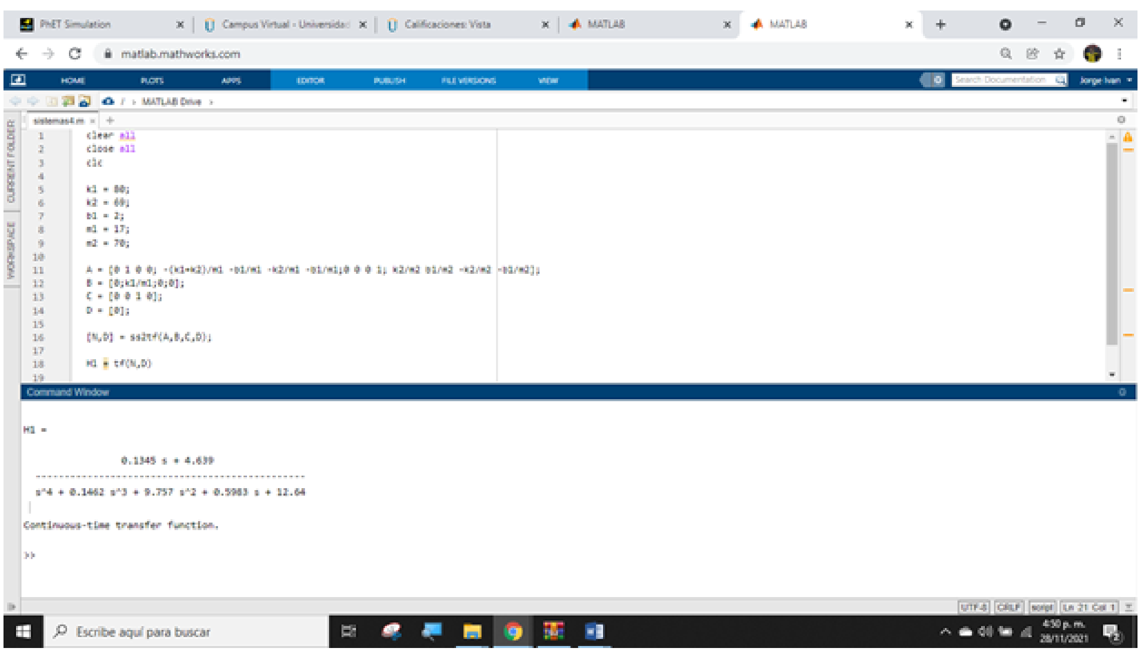

Figura 3: Ejecución del código desarrollado.

```
clear all
close all
clc

k1 = 80;
k2 = 69;
b1 = 2;
m1 = 17;
m2 = 70;

s=tf('s')

num = (b1*s + k2)*k1
den = (m2*s^2 + b1*s + k2)*(m1*s^2 + b1*s + k2 + k1)...
        +(b1*s + k2)*(b1*s + k2)

H = num/den
```

Figura 4: Código desarrollado usando la transformada de Laplace.

```
H1 =

                 0.1345 s + 4.639
  ----------------------------------------------
  s^4 + 0.1462 s^3 + 9.757 s^2 + 0.5983 s + 12.64

Continuous-time transfer function.

>>
```

Figura 5: Función de transferencia obtenida.

```
H =

                     160 s + 5520
  ----------------------------------------------
  1190 s^4 + 174 s^3 + 11611 s^2 + 712 s + 15042

Continuous-time transfer function.
```

Figura 6: Función de transferencia normalizada.

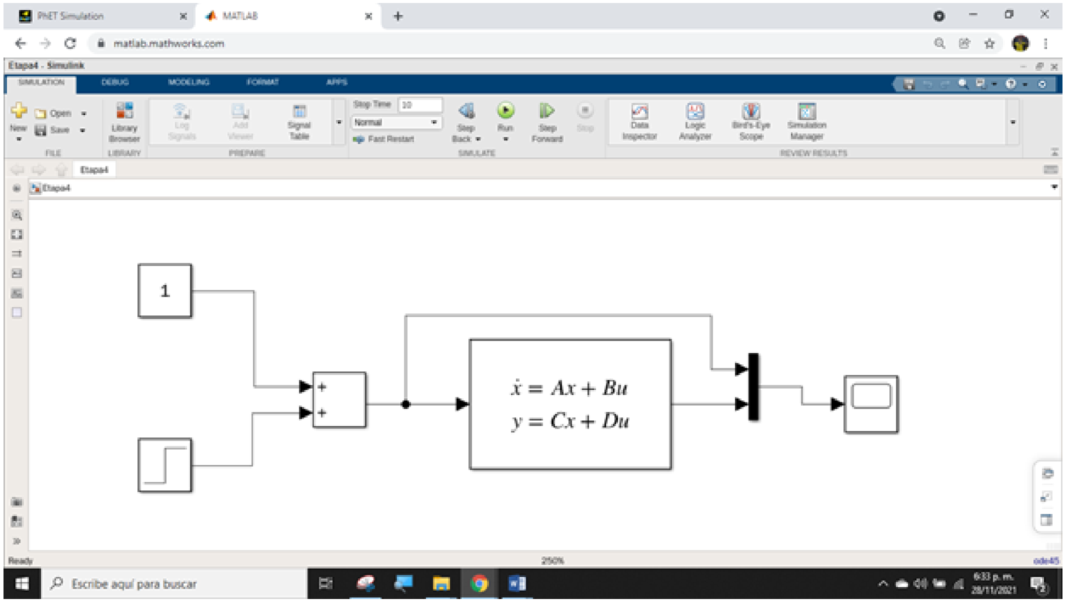

Figura 7: Diagrama de bloques del sistema diseñado empleando Simulink.

4. Generar el diagrama de bloques que representa el modelo matemático en espacio de estados del sistema seleccionado, teniendo en cuenta que, una vez transcurridos los 5 primeros segundos, el sistema recibe una señal de perturbación que altera en una unidad la señal de entrada, aumentando así su valor.

   En la figura 7 se muestra el diagrama de bloques desarrollado en Simulink, usando el bloque *State Space*. En la figura 8 se observan los resultados de ejecutar la simulación para los primeros 10 segundos.

   Lorem ipsum dolor sit amet, consectetuer adipiscing elit. Ut purus elit, vestibulum ut, placerat ac, adipiscing vitae, felis. Curabitur dictum gravida mauris. Nam arcu libero, nonummy eget, consectetuer id, vulputate a, magna. Donec vehicula augue eu neque. Pellentesque habitant morbi tristique senectus et netus et malesuada fames ac turpis egestas. Mauris ut leo. Cras viverra metus rhoncus sem. Nulla et lectus vestibulum urna fringilla ultrices. Phasellus eu tellus sit amet tortor gravida placerat. Integer sapien est, iaculis in, pretium quis, viverra ac, nunc. Praesent eget sem vel leo ultrices bibendum. Aenean faucibus. Morbi dolor nulla, malesuada eu, pulvinar at, mollis ac, nulla. Curabitur auctor semper nulla. Donec varius orci eget risus. Duis nibh mi, congue eu, accumsan eleifend, sagittis quis, diam. Duis eget orci sit amet orci dignissim rutrum.

   Nam dui ligula, fringilla a, euismod sodales, sollicitudin vel, wisi. Morbi auctor lorem non justo. Nam lacus libero, pretium at, lobortis vitae, ultricies et, tellus. Donec aliquet, tortor sed accumsan bibendum, erat ligula aliquet magna, vitae ornare odio metus a mi. Morbi ac orci et nisl hendrerit mollis. Suspendisse ut massa. Cras nec ante. Pellentesque a nulla. Cum sociis natoque penatibus et magnis dis parturient montes, nascetur ridiculus mus. Aliquam tincidunt urna. Nulla ullamcorper vestibulum turpis. Pellentesque cursus luctus mauris. Crisol-Moya y col., 2020

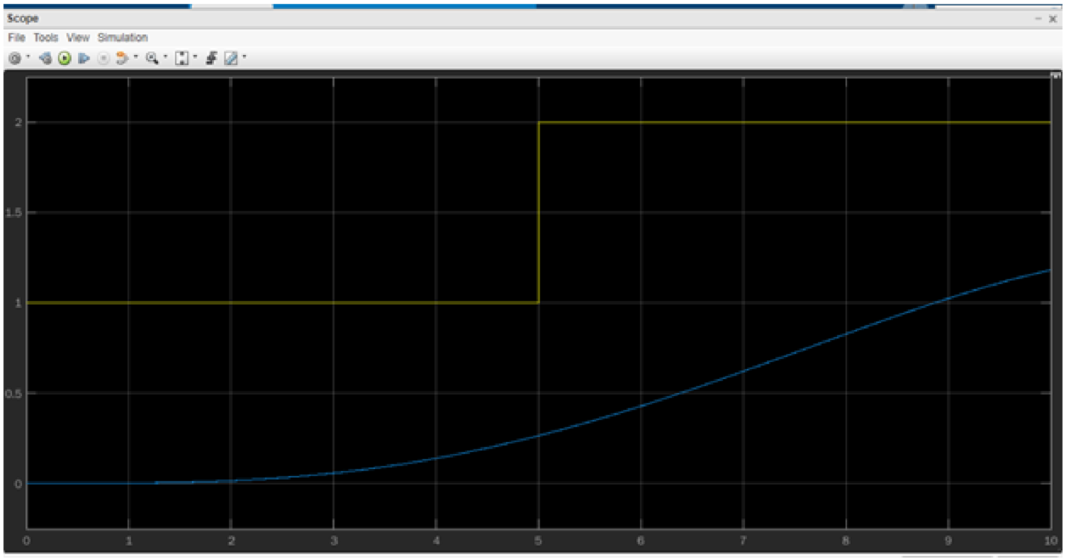

Figura 8: Resultados de la simulación del sistema.

4. Conclusiones

Representar sistemas dinámicos por medio de espacios de estados es de gran ayuda en el análisis de dichos sistemas, además de dar inicio al control, evalua sistemas físicos en el dominio del tiempo, y junto a Matlab y simulink son de gran ayuda en el estudio de sistemas dinámicos dado el estudio de las matrices de controlabilidad, como se muestra en Chatterjee, 2021.

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetuer adipiscing elit. Ut purus elit, vestibulum ut, placerat ac, adipiscing vitae, felis. Curabitur dictum gravida mauris. Nam arcu libero, nonummy eget, consectetuer id, vulputate a, magna. Donec vehicula augue eu neque. Pellentesque habitant morbi tristique senectus et netus et malesuada fames ac turpis egestas. Mauris ut leo. Cras viverra metus rhoncus sem. Nulla et lectus vestibulum urna fringilla ultrices. Phasellus eu tellus sit amet tortor gravida placerat. Integer sapien est, iaculis in, pretium quis, viverra ac, nunc. Praesent eget sem vel leo ultrices bibendum. Aenean faucibus. Morbi dolor nulla, malesuada eu, pulvinar at, mollis ac, nulla. Curabitur auctor semper nulla.

Referencias

Albalooshi, F. (2003). *Virtual Education: Cases in Learning & Teaching Technologies*. IRM Press. https://books.google.com.co/books?id=P7U2pjrBVP0C

Chatterjee, S. (2021). *COVID-19: Tackling Global Pandemics through Scientific and Social Tools*. Elsevier Science. https://books.google.com.co/books?id=XHINEAAAQBAJ

Crisol-Moya, E., Herrera-Nieves, L., & Montes-Soldado, R. (2020). Virtual Education for All: Systematic Review. *EDUCATION IN THE KNOWLEDGE SOCIETY*, *21*. https://doi.org/{10.14201/eks.20327}

Sternberg, S. (2010). *Dynamical Systems*. Dover Publications. https://books.google.com.co/books?id=T2uTAwAAQBAJ