



# Teste Teórico de Recurso

## Física Computacional — 2012/2013

11 de julho de 2013 — Duração: 2 horas

Universidade de Aveiro  
Departamento de Física

Justifique as suas respostas às perguntas.

Note que os símbolos a **negrito** representam vetores.

1. Considere os seguintes problemas numéricos e diga qual o método que usaria para os resolver. Note que em alguns dos casos, podem aplicar-se mais que um método. Indique apenas um deles e dê uma justificação sucinta.

a)  $\epsilon \frac{d^2 y}{dx^2} + 2 \frac{dy}{dx} + 2y = 0, \quad 0 \leq x \leq 1, \quad y(0) = 0 \quad \text{e} \quad y(1) = 1$

b)  $\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = 0, \quad 0 \leq x \leq 2, \quad 0 \leq y \leq 1$   
 $T(0, y) = 0, \quad T(2, y) = 20 \quad \text{e} \quad \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=0, y=1} = 0$

c)  $\frac{\partial E}{\partial z} = \frac{i}{2k} \frac{\partial^2 E}{\partial x^2}, \quad 0 \leq z \leq 10, \quad E(x, 0) = \exp \left[ -\frac{(x-5)^2}{4} \right]$

d)  $\frac{dy}{dt} = e^{y-t}, \quad 0 \leq t \leq 2, \quad y(0) = y_0$

2. Considere o seguinte problema de valor fronteira

$$\frac{d^2 F}{dx^2} + (1 - 2F^2)F = 0, \quad -\log(2/\epsilon) \leq x \leq \log(2/\epsilon), \quad F(\pm \log(2/\epsilon)) = \epsilon$$

- a) Aproxime-o por diferenças finitas. Explícite para os pontos vizinhos da fronteira. Será possível resolver o sistema de equações que obteve usando a rotina `linsolve`?
- b) Que outro método poderia usar? Descreva-o sucintamente.
- c) Mantendo a mesma equação diferencial, invente outras condições que tornariam o problema num de valor inicial.

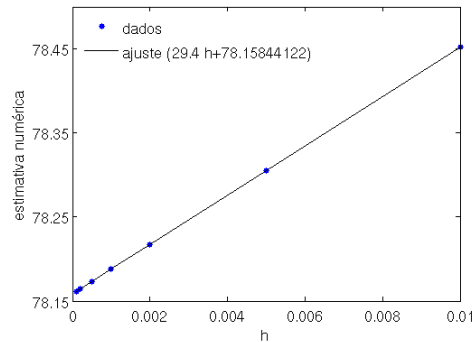
3.

4. As equações diferenciais às derivadas parciais elíticas podem resolver-se por métodos de relaxação.

- a) Descreva sucintamente o método de Jacobi.

- b) Quais as diferenças de algoritmo e as vantagens dos outros métodos de relaxação estudados nas aulas, ou seja, método de Gauss-Seidel e de sobre-relaxação simultânea.

5. Considere o seguinte gráfico que corresponde à estimativa numérica versus passo  $h$ , para a solução de uma dada equação diferencial.



- a) Diga, justificando, qual a ordem do método.
- b) Estime um valor para a solução exata.
- c) Qual o valor de  $h$  que precisaria para atingir um erro de  $10^{-5}$ ?
- d) Diga qual a diferença entre erro global e erro local. Qual a ordem destes dois no método de Euler?