



Universidade de Aveiro
Departamento de Física

Teste Teórico

Física Computacional — 2012/2013

25 de junho de 2013 — Duração: 2 horas

Justifique as suas respostas às perguntas.

Note que os símbolos a **negrito** representam vetores.

1. Considere os seguintes problemas e diga qual o método numérico que usaria para os resolver. Note que em alguns dos casos pode aplicar-se mais que um método. Indique apenas um deles e dê uma justificação sucinta.

a) $\frac{dv}{dt} = -0.2v - 2 \cos(2t)v^2, \quad v(0) = 1$

b) $\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}, \quad 0 \leq x \leq 1, \quad T(0, t) = 0, \quad T(1, t) = 0 \quad \text{e} \quad T(x, 0) = f(x)$

c) $\frac{d^2 \phi}{dx^2} + k_2 f(x) \phi = 0, \quad \phi(0) = \phi(1) = 0$, onde k_2 é um parâmetro desconhecido.

d) $\int_V \sqrt{6 - x^2 - y^2 - z^2 - w^2 - u^2} \, dx \, dy \, dz \, dw \, du$

2. Relembre-se da definição da transformada de Fourier

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-i\omega t} dt.$$

- a) Se $F(\omega)$ é a transformada de Fourier de $f(t)$, qual a transformada de Fourier de $g(t) = f''(t)$? Use a mesma metodologia que a usada nas aulas para determinar a transformada de Fourier da primeira derivada, ou seja, integração por partes.
- b) Que propriedade da função $f(t)$ é necessária para que a derivação feita na alínea a) esteja correta?
- c) Indique uma das utilidades do resultado da alínea a).

3. Considere a seguinte equação de condução de calor para um tubo cilíndrico

$$\frac{\partial T}{\partial t} = 4K \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{4K}{r} \frac{\partial T}{\partial r}$$

onde r representa a coordenada radial.

- a) Escreva a derivada em ordem ao tempo usando diferenças finitas progressivas.

- b) Escreva as duas derivadas em ordem a r usando diferenças finitas centradas.
- c) Diga qual a ordem do erro associado a cada uma delas?
- d) Usando as diferenças finitas anteriores, aproxime a equação de calor acima para aplicação do método de Crank-Nicolson. Lembre-se que para as derivadas em ordem a r se usa uma média das diferenças finitas avaliadas nos tempos atual e futuro.

4. Considere ainda uma equação de condução de calor genérica:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$$

- a) Explique como se aproxima a equação para usar o método de Euler, que é um método usado para equações diferenciais ordinárias.
- b) Como sugerido na alínea anterior, esta equação não é uma equação diferencial ordinária. Que nome se dá a este tipo de equações?
- c) Poderíamos usar um método de Runge-Kutta em substituição do de Euler?