



Universidade de Aveiro  
Departamento de Física

# 1º Teste Prático de Avaliação Discreta

## Física Computacional — 2016/2017

24 de março de 2017

Duração: 2 horas

Justifique as suas respostas às perguntas.

Note que os símbolos a **negrito** representam vetores.

Deve ser criada uma pasta no *desktop* contendo os ficheiros .m e eventuais figuras.

1. (5.0 + 3.0 val.) O pêndulo de Foucault mais conhecido encontra-se em Paris e tem um comprimento  $L = 67.0$  m. Como o afastamento máximo em relação ao eixo vertical é muito pequeno, pode-se fazer a aproximação de que o movimento da massa ocorre no plano horizontal  $xy$  e que as equações que descrevem o sistema são:

$$\begin{cases} \frac{d^2x}{dt^2} = +2\Omega \sin(\varphi) \frac{dy}{dt} - \frac{g}{L}x, \\ \frac{d^2y}{dt^2} = -2\Omega \sin(\varphi) \frac{dx}{dt} - \frac{g}{L}y, \end{cases}$$

onde  $\Omega = 7.292 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$  é a velocidade angular de rotação da terra,  $\varphi = 48.865^\circ$  é a latitude do local e  $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$  é a aceleração da gravidade. No instante  $t = 0$  s, o pêndulo é largado da posição  $x = 2.00$  m,  $y = 0.00$  m, sem velocidade inicial.

- Use o método de Euler–Cromer para obter a trajetória nos primeiros 200 segundos. Represente graficamente  $y$  em função de  $x$ . Ao analisar a figura, tenha em atenção as eventuais diferentes escalas dos eixos.
- Localize os máximos locais de  $x$  nos primeiros 500 segundos (não use interpolação). Represente graficamente os valores da **coordenada polar angular  $\theta$**  referentes aos máximos, em função dos instantes em que eles ocorrem. O declive da reta média dá-nos a taxa de precessão. Estime o período de precessão do pêndulo. Ele é dado por  $2\pi$  divididos pelo valor absoluto dessa taxa.

2. (3.5 + 3.5 + 5.0 val.) Um cubo de alumínio de lado  $L = 0.100\text{ m}$  e massa volúmica  $\rho = 2.70 \times 10^3\text{ kg m}^{-3}$  está suspenso no interior de uma câmara onde foi feito vácuo. Vamos chamar  $T_c$  à temperatura das paredes dessa câmara. As trocas de energia envolvendo o cubo são apenas de natureza radiativa. A equação diferencial que relaciona a temperatura  $T$  do cubo com o tempo  $t$  é

$$\frac{dT}{dt} = -\frac{\sigma A}{mc} (T^4 - T_c^4),$$

onde  $\sigma = 5.6703 \times 10^{-8}\text{ W m}^{-2}\text{ K}^{-4}$  é a constante de Stefan–Boltzmann,  $A$  é a área total externa do cubo,  $m$  é a massa do cubo e  $c = 0.91 \times 10^3\text{ J kg}^{-1}\text{ K}^{-1}$  é o calor específico do material.

- a) Nesta alínea, estuda-se o caso em que a temperatura inicial do cubo é  $T(0) = 2000\text{ K}$ . Como vamos trabalhar com temperaturas muito elevadas do bloco, vamos fazer a aproximação  $T_c = 0\text{ K}$ . Use o método de Crank–Nicolson para traçar o gráfico da temperatura em função do tempo até  $t_{\text{fin}} = 1000\text{ s}$ . Vai obter uma equação polinomial do quarto grau que tem que ser resolvida para obter os sucessivos valores de  $T_{k+1}$ . Para resolver a equação use a função `roots` do MATLAB. Escrevendo `sol=roots(C)`; onde `C` é um vetor com os coeficientes do polinómio, obtemos um vetor com todas as soluções desse polinómio. Faz sentido que a solução que queremos seja a que está mais próxima de  $T_k$ . Podemos seleccioná-la assim:

```
[valor, indice] = min(abs(sol-T(k)));
T(k+1)=sol(indice);
```

- b) A solução analítica na situação da alínea anterior ( $T_c = 0\text{ K}$ ) é

$$T(t) = \left( T(0)^{-3} + \frac{3\sigma A}{mc} t \right)^{-1/3}.$$

Para vários valores de  $h$ , faça um gráfico do logaritmo do módulo do erro numérico em  $t = 1000\text{ s}$  em função do logaritmo de  $h$ , e confirme a ordem do método. Se não conseguiu resolver a alínea a), pode usar o método da alínea c), com as condições da alínea a).

- c) Nesta alínea, vamos considerar a situação em que  $T(0) = 310\text{ K}$  e a temperatura das paredes da câmara varia de acordo com  $T_c = (283 + 1.0 \times 10^{-3}t)\text{ K}$ . Use o seu conhecido método de Runge–Kutta de quarta ordem para traçar o gráfico da temperatura em função do tempo durante as primeiras duas horas.