Universidade de Aveiro
Departamento de Física

1º Teste Prático

Física Computacional — 2013/2014

13 março de 2014 — Sala 11.2.8

Turma P4 — Duração: 2 horas

Justifique as suas respostas às perguntas.
Note que os símbolos a **negrito** representam vetores.
Deve ser criada uma pasta no *desktop* contendo os ficheiros .m e eventuais figuras.

1. Considere uma cadeia de decaimento radioativo com um elemento-pai, 3 elementos-filhos instáveis e um elemento-filho estável cujas equações diferenciais são

$$\frac{\mathrm{d}c_1}{\mathrm{d}t} = -\lambda_1 c_1$$

$$\frac{\mathrm{d}c_2}{\mathrm{d}t} = \lambda_1 c_1 - \lambda_2 c_2$$

$$\frac{\mathrm{d}c_3}{\mathrm{d}t} = \lambda_2 c_2 - \lambda_3 c_3$$

$$\frac{\mathrm{d}c_4}{\mathrm{d}t} = \lambda_3 c_3 - \lambda_4 c_4$$

$$\frac{\mathrm{d}c_5}{\mathrm{d}t} = \lambda_4 c_4.$$

Considere as condições inicias $c_1(0) = 1$ e $c_2(0) = c_3(0) = c_4(0) = c_5(0) = 0$ e as constantes de decaimento $\lambda_1 = 1$, $\lambda_2 = 0.2$, $\lambda_3 = 1$, $\lambda_4 = 0.4$.

a) Use um método de Runge–Kutta de 2ª ordem para integrar as equações até que a única população não desprezável seja a c_5. Faça o gráfico da evolução de todas as populações ao longo do tempo. Faça um gráfico que verifique que a soma das populações se conserva ao longo do tempo.

b) Determine com precisão o tempo para o qual a população c_5 é 99% da população inicial de c_1.

c) Determine os tempos para os quais as populações c_2, c_3 e c_4 têm um máximo.

d) A solução analítica para c_1 é $c_1(t) = c_1(0)\mathrm{e}^{-\lambda_1 t}$. Varie o passo h, determine o erro da estimativa numérica para cada h e verique que a dependência de um com o outro é da forma esperada para este método.