

SIMULAÇÃO DE UM SISTEMA LASER DE 3 NÍVEIS & CÁLCULO DO OUTPUT POWER DE UM LASER

André Reis Fernandes¹, Gonçalo Jorge Loureiro de Freitas¹,

¹Departamento de Eletrónica, Telecomunicações e Informática, Universidade de Aveiro, Aveiro 3810-193, Portugal.

ABSTRACT

Este projeto tinha como objetivo a simulação de um sistema laser de 3 níveis e o cálculo do Output Power de um laser. Após toda a análise do comportamento de um laser, foi perceptível que este toma como base o processo de emissão estimulada. Num sistema laser de 3 níveis, são os níveis 1 (LLL ou Ground) e 3 (ULL) os de maior atenção dado que são estes que permitem a análise do fenómeno de inversão de população. Os resultados obtidos foram como esperado e encontram-se representados na Figura 4. Foram efetuadas algumas variações na variável τ , que representa o tempo de vida do laser, para estudar o comportamento populacional e os resultados obtidos foram os representados nas Figuras 5 e 6. Em relação ao cálculo do Output Power, inicialmente foi explorado a solução analítica de Rigrod onde foi feita toda a sua demonstração. Chegou-se à conclusão de que este método, devido a não considerar a perda do material, apenas pode ser aplicado a lasers com pouco ganho e perda, no entanto, para estes casos, apresenta uma solução razoável para o Output Power. Para comparar com a solução analítica foi explorado o método Optimal Output Power que tem como objetivo a otimização do coeficiente de transmissão da intensidade do Output Coupler, T_{OC} , onde foi possível concluir que este consegue simular, de forma bastante satisfatória, o valor do Output Power, quando $T_{OC} < 10\%$. Os resultados obtidos representam um exemplo de aplicação, isto é, não é ilustrativo do laser simulado na primeira parte do projeto e, estes podem ser verificados na Figura 8.

Visto que os resultados obtidos, neste projeto, foram de acordo com o esperado, quando comparando com os resultados analisados e debatidos nas aulas, foi então possível concluir que este trabalho foi realizado com sucesso.

Palavras-chave: Laser, Inversão de População, Output Power

1. INTRODUÇÃO

Numa fonte de luz convencional (incoerente), a emissão ocorre como resultado da passagem dos eletrões num estado excitado, para um nível de energia mais baixo. A fonte de excitação dos eletrões pode ser térmica, ótica (absorção de um fóton de bombagem), ou por colisão com um eletrão de alta energia (como, por exemplo, numa descarga de gás). Uma vez excitado, os átomos permanecem no estado excitado durante um período de tempo

(chamado tempo de vida), acabando por decair para um nível de energia inferior ao fim desse período de tempo, [1].

Estas fontes de luz, utilizam dois processos atômicos : absorção e emissão espontânea.

Num laser, ocorre um processo semelhante ao da emissão espontânea, a emissão estimulada, sendo este alimentado à base do movimento de fótons. Cada fóton vai circular num meio amplificador que se encontra rodeado por dois espelhos, espelhos estes que são espelhos de cavidade e necessários para que o comprimento dos lasers seja razoável. Os fótons, vão então atravessar o amplificador enumeras vezes, desencadeando o processo de emissão estimulada e, por sua vez, o aumento do fluxo de fótons a cada passagem, como ilustra a Figura 1 e como pode ser simulado em [2].

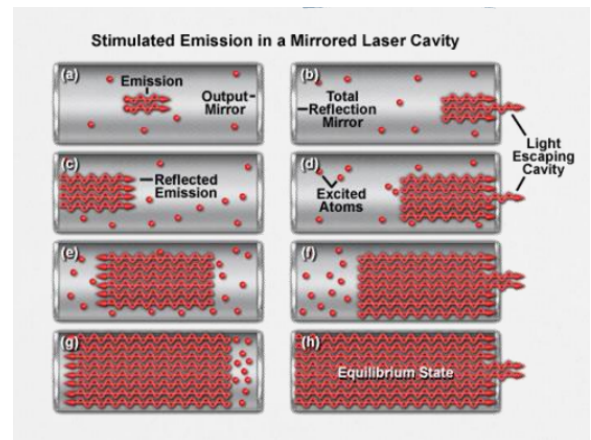


Figura 1: Exemplo do processo de emissão estimulada, [2].

Este processo difere da emissão espontânea visto que a emissão é estimulada uma vez que ocorre desencadeamento do fóton inicial ('semente'), que surgiu devido à estimulação de um partícula, que, por sua vez, é clonado para produzir dois fótons idênticos, repetindo este processo enumeras vezes, [1].

Estes dois novos fótons resultantes vão ter exatamente o mesmo comprimento de onda e fase relativa que o fóton que os criou e com os demais, [3]. A este processo dá-se o nome de coerência e é uma consequência do mecanismo próprio do laser, que assegura que todos os fótons produzidos são essencialmente clones de um fóton original, [4]. É importante referir que

o fóton criador não é destruído logo, o processo da emissão estimulada pode ser compreendido como um processo onde existe conservação de energia.

Assim, a emissão estimulada, é o processo base do funcionamento de um laser.

2. SISTEMA LASER DE 3 NÍVEIS

2.1 Inversão da População

Uma inversão de população ocorre quando um sistema (como um grupo de átomos ou moléculas) possui uma população maior num estado excitado do que em estados com energia mais baixa como ilustra a Figura 2. É chamada "inversão" dado que, nos sistemas físicos mais familiares e comuns, isto não é possível.

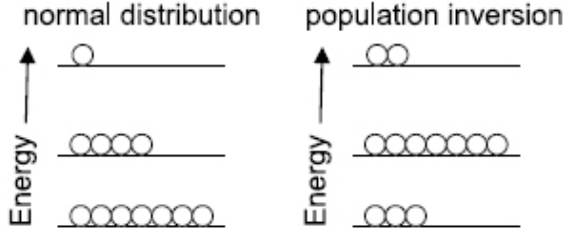


Figura 2: Inversão de População, [5].

Assim, é possível dizer que existe inversão de população quando a população da ULL (*upper lasing level*) excede a população do LLL (*lower lasing level*, também conhecido como *ground*).

No entanto, esta inversão não pode ser alcançada na prática com apenas 2 níveis pois, os fótons seriam absorvidos tão rapidamente quanto são produzidos. Assim, os lasers práticos envolvem pelo menos 3 níveis, de modo a que o bombeamento ocorra a um comprimento de onda e emissão mais curtos, impedindo assim que a transição responsável pela emissão laser absorva a maioria dos fótons produzidos no próprio processo laser [6].

Posto isto, para este problema, irá ser estudado um sistema laser de 3 níveis, tal como o representado na Figura 3.

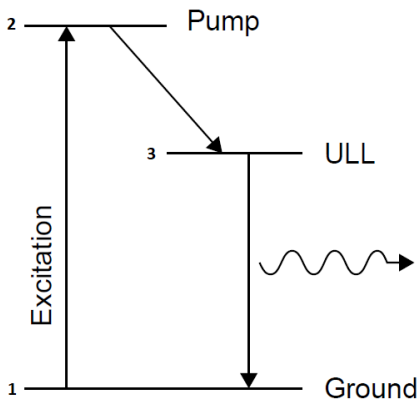


Figura 3: Representação de um laser de 3 níveis

2.2 Equações de taxa

As equações que permitem obter a população num certo nível, num dado período de tempo, são chamadas de equações

de taxa. Para este problema, ilustrado pela Figura 3, surgem as seguintes equações de taxa:

$$\frac{dN_1}{dt} = -\phi \times N_1 + \frac{N_3}{\tau} \quad (1)$$

$$\frac{dN_2}{dt} = \phi \times N_1 - N_2 \times W_{23} \quad (2)$$

$$\frac{dN_3}{dt} = N_2 \times W_{23} - \frac{N_3}{\tau} \quad (3)$$

onde ϕ retrata o *Pumping rate*, do nível 1 (LLL ou *ground*) para o nível 2 (nível após excitação), N_i a população no nível i e t o tempo.

De forma a confirmar se as equações de taxa utilizadas se encontram definidas corretamente, existe a possibilidade de verificar a condição de fecho, isto é, tudo o que entra (sinal +) num nível, sai (sinal -) de outro.

2.3 Regime Estacionário

Em regime estacionário $dN_i/dt = 0, \forall i \in (1, 2, 3)$, o que leva a que as Equações 2 e 3 fiquem da seguinte forma:

$$0 = \phi \times N_1 - N_2 \times W_{23} \quad (4)$$

$$0 = N_2 \times W_{23} - \frac{dN_3}{\tau} \quad (5)$$

A partir das quais podemos retirar que $N_3 = N_1 \times \phi \times \tau$. Desta forma, a diferença de população entre os níveis 1 e 3, ΔN , é:

$$\Delta N = N_3 - N_1 = N_1(\phi \times \tau - 1) \quad (6)$$

Desta equação é possível retirar 2 conclusões. Sabendo que uma inversão de população acontece quando $N_3 > N_1$, significa que, para esta acontecer, é necessário que $\phi \times \tau > 1$. Por fim, quando maior for o valor de τ , menor será a taxa de bombeamento, ϕ , necessária para ocorrer inversão e vice-versa.

2.4 Resultados

Para este problema são considerados os 8 parâmetros seguintes:

1. Pumping Rate (Taxa de Bombeamento) - ϕ
2. Absorption Cross-Section (Secção Transversal de Absorção) - $\sigma = 10^{-17} [cm^2]$
3. Power Density (Densidade da Potência) - $P_d = 20 [W/cm^2] = 20 \times 10^7 [erg/(s \cdot cm^2)]$ [7]
4. Excitation Wavelength (Comprimento de Onda de Excitação) - $\lambda_{exc} = 600 [nm] = 600 \times 10^{-7} [cm]$ [7]
5. Planck's Constant (Constante de Planck) - $h = 6.62 \times 10^{-27} [erg \cdot s]$ [8]
6. $2 \rightarrow 3$ rate ($2 \rightarrow 3$ rácio) - $W_{2 \rightarrow 3} = 10^7 [s^{-1}]$
7. Laser Decay Lifetime (Tempo de vida do Laser) - $\tau = 1.5 \times 10^{-3} [s]$

8. Speed of Light in Vacuum (Velocidade da Luz no Vácuo) -
 $c = 299792458 \times 10^2 \text{ [cm/s]}$ [9]

O pumping rate, ϕ , pode ser obtido usando a seguinte fórmula:

$$\phi = \frac{\sigma \times P_d \times \lambda_{exc}}{h \times c} \quad (7)$$

Recorrendo à análise dimensional, é possível obter as unidades do pumping rate:

$$[\phi] = \frac{[cm^2] \times [erg/(s \cdot cm^2)][cm]}{[erg \cdot s][cm/s]} = [s^{-1}] \quad (8)$$

Após efetuar a simulação do sistema laser, considerando um intervalo de tempo de $t = 0$ até $t = 0.05$ e considerando os parâmetros acima referidos, foi assumido que toda a população inicial, ou seja, em $t = 0$, se encontrava no nível 1, obtendo-se o gráfico ilustrado na Figura 4. Este representa a evolução populacional dos níveis 1 (a azul) e 3 (a vermelho) ao longo do tempo.

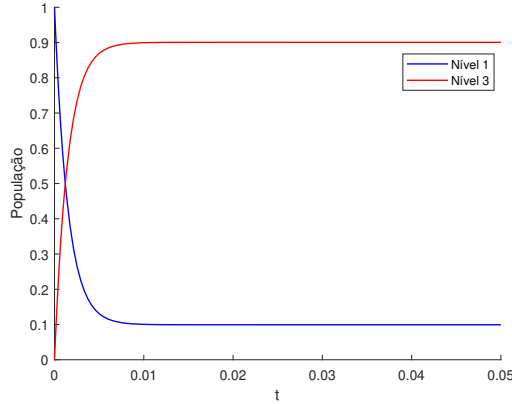


Figura 4: Representação da evolução de população dos níveis 1 e 3 ao longo do tempo - $\tau = 1.5 \times 10^{-3} \text{ [s]}$

Como é possível verificar, ocorreu inversão de população, visto que, a população no nível 3 (ULL) tornou-se superior a população do nível 1 (LLL). Este fenómeno era esperado devido a condição $\phi \times \tau > 1$ se verificar. Contudo, se o valor de τ for alterado, tal que $\phi \times \tau < 1$, é esperado que não ocorra inversão de população. Na Figura 5 está ilustrado o resultado gráfico quando é considerado um valor de $\tau = 0.1 \times 10^{-3} \text{ [s]}$.

Um fator que não pode passar despercebido é que a população total do sistema tem de ser sempre igual a 1, em qualquer momento, isto é, para qualquer valor de t . Para verificar essa condição basta verificar a seguinte operação:

$$\sum_{i=1}^3 N_i(t) = 1 \quad (9)$$

Esta condição pode ser verificada em todas as simulações realizadas ao longo do projeto, como se pode verificar a partir das figuras apresentadas no Appendix A.

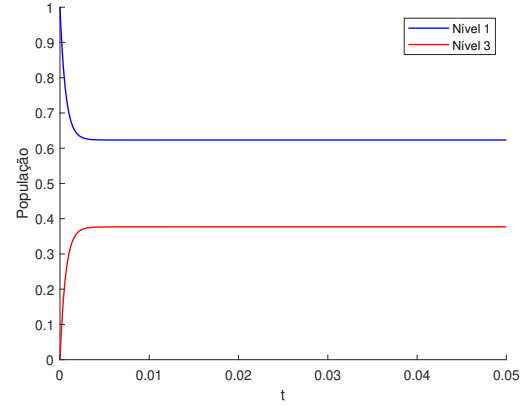


Figura 5: Representação da evolução de população dos níveis 1 e 3 ao longo do tempo - $\tau = 0.1 \times 10^{-3} \text{ [s]}$

É possível verificar também que quanto mais distante de 1 for o valor resultante da operação $\phi \times \tau$, maior será a diferença de população entre o níveis 1 e 3 como é possível verificar nas Figuras 4, 5 e 6, em que $\phi \times \tau$ tomam valores de, aproximadamente, 9.0697, 0.60465 e 1.0279, respetivamente.

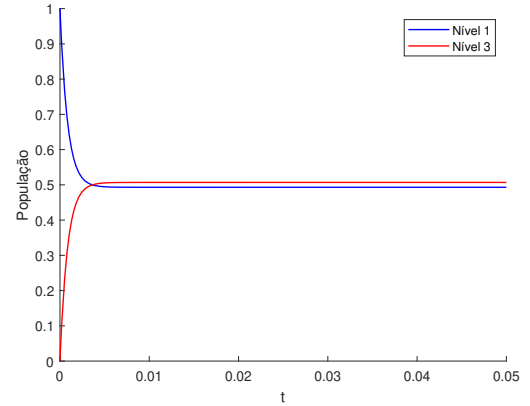


Figura 6: Representação da evolução de população dos níveis 1 e 3 ao longo do tempo - $\tau = 0.17 \times 10^{-3} \text{ [s]}$

O código desenvolvido para a simulação deste problema encontra-se no Appendix B. De referir que foi optado usar o método *ode15s*, [10], de forma a poder resolver as equações diferenciais que traduzem as equações de taxa, no intervalo de tempo considerado.

3. CÁLCULO DO OUTPUT POWER DE UM LASER

3.1 Solução analítica de Rigrod

Esta abordagem começa com 2 feixes laser a atravessar uma cavidade laser em direções opostas, denotados por I_- , direção negativa do feixe, em relação aos eixos, e I_+ , direção positiva do feixe relativamente aos eixos. Como ilustra a Figura 7, I_+ começa com uma intensidade de I_1 e termina com uma intensidade de I_2 enquanto que I_- começa com uma intensidade I_3 e termina com uma de intensidade I_4 .

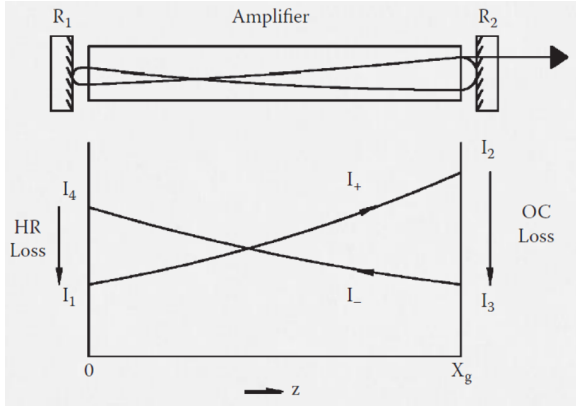


Figura 7: Representação da abordagem de Rigrod [4].

Uma porção do feixe inicial I_+ é transmitida pelo espelho R_2 retransmitindo o feixe de saída. Já a porção restante, resulta no início do feixe I_- , I_3 . Como apenas uma porção do feixe inicial é transformada para I_- e, devido à sua perda resultante da transmissão R_2 , a intensidade I_3 é inferior a intensidade I_2 . Este fenómeno denomina-se *OC (Output Coupler) Loss* e encontra-se representado na Figura 7.

De seguida, a intensidade I_3 é amplificada até uma intensidade I_4 . Quando o feixe atinge esta intensidade, ocorre perda de intensidade devido ao espelho R_1 , resultando numa intensidade I_1 , que retransmite o feixe inicial I_+ sendo, desta forma, o ciclo repetido.

As equações diferenciais destes feixes segundo uma direção z , $I_+(z)$ e $I_-(z)$, são as seguintes [11]:

$$\frac{dI_+}{dz} = g(z)I_+ \quad (10)$$

$$\frac{dI_-}{dz} = g(z)I_- \quad (11)$$

Onde $g(z)$ representa o *saturation gain* e varia consoante z devido a mudanças de intensidade dos feixes que atravessam a cavidade do laser. Este é obtido através da seguinte equação, [4]:

$$g(z) = \frac{g_0}{1 + \frac{I_- + I_+}{I_{sat}}} \quad (12)$$

Onde I_{sat} representa a *saturation intensity* e g_0 o ganho do material, *material's gain*.

É importante mencionar que o produto de I_+ por I_- é constante em toda a cavidade, [11]:

$$Constante \equiv C = I_+ \times I_- \quad (13)$$

Ora, através das Equações 12 e 13 é possível resolver a Equação 10, em ordem I_+ , obtendo:

$$\frac{dI_+}{dz} = \frac{g_0}{1 + \frac{I_- + I_+}{I_{sat}}} I_+ \Leftrightarrow \quad (14)$$

$$\Leftrightarrow dI_+ \left(1 + \frac{I_+}{I_{sat}} + \frac{C}{I_{sat} I_+} \right) I_+ = g_0 dz \Leftrightarrow \quad (15)$$

$$\Leftrightarrow \int_{I_1}^{I_2} \left(1 + \frac{I_+}{I_{sat}} + \frac{C}{I_{sat} I_+} \right) I_+ dI_+ = \int_0^{x_g} g_0 dz \Leftrightarrow \quad (16)$$

$$\Leftrightarrow \ln\left(\frac{I_1}{I_2}\right) + \frac{I_2 - I_1}{I_{sat}} - \frac{C}{I_{sat}} \left(\frac{1}{I_2} - \frac{1}{I_1} \right) = g_0 x_g \quad (17)$$

$$\Leftrightarrow \ln\left(\frac{I_1}{I_2}\right) + \frac{I_2 - I_1}{I_{sat}} - \frac{C}{I_{sat}} \left(\frac{1}{I_2} - \frac{1}{I_1} \right) = g_0 x_g \quad (18)$$

Sendo o produto de I_+ por I_- constante em toda a cavidade, surgem duas condições de fronteira, [4]:

$$x = x_g : C = I_3 \times I_2 \Leftrightarrow I_3 = \frac{C}{I_2} = R_2 I_2 \Rightarrow C = R_2 I_2^2 \quad (19)$$

$$x = 0 : C = I_1 \times I_4 \Leftrightarrow I_1 = \frac{C}{I_4} = R_1 I_4 \Rightarrow C = R_1 I_4^2 \quad (20)$$

Visto que C é constante há a possibilidade de igualar as Equações 19 e 20, obtendo:

$$C = R_1 I_4^2 = R_2 I_2^2 \Rightarrow I_4 = \sqrt{\frac{R_2}{R_1}} \times I_2 \quad (21)$$

Utilizando a equação 21, resulta que:

$$I_1 = \sqrt{R_1 \times R_2} \times I_2 \quad (22)$$

Ora, substituindo I_1 resultante da Equação 22, na Equação 18, efetuando o rearranjo dos termos em ordem I_2 , obtém-se:

$$I_2 = I_{sat} \frac{g_0 x_g + \ln\left(\sqrt{R_1 \times R_2}\right)}{1 + \sqrt{\frac{R_2}{R_1}} - R_2 - \sqrt{R_1 \times R_2}} \quad (23)$$

Por fim, recorrendo à Equação 23, é possível calcular o *Output power* da seguinte forma:

$$I_{OC} = (1 - R_2) I_2 = (1 - R_2) I_{sat} \frac{g_0 x_g + \ln\left(\sqrt{R_1 \times R_2}\right)}{1 + \sqrt{\frac{R_2}{R_1}} - R_2 - \sqrt{R_1 \times R_2}} \quad (24)$$

É importante mencionar que este método apresenta uma grande limitação dado que não considera a perda do material, *material loss*. Porém, esta limitação pode ser corrigida se for considerado um fator em R_1 que tem em consideração todas as perdas, *lumped loss approximation*. Esta correção pode ser visualizada na Equação 25, [4], onde R_{HR} representa o valor de R_1 , sem esta correção. Assim, para um laser com pouca perda e pouco ganho, este método traduz uma solução analítica para o cálculo do *output power*.

$$R_1 = R_{HR} \times e^{-2\gamma x_a} \approx R_{HR} \times (1 - 2\gamma x_a) \quad (25)$$

3.2 Optimal Output Coupling

Neste método é assumido que o ganho dentro do amplificador e o seu comprimento é fixo. O parâmetro que este procura otimizar é o coeficiente de transmissão de R_2 , retratado na Figura 7. É importante lembrar que quanto maior for a transmissão maior é o *output power* do laser e menor a amplificação na cavidade, e vice-versa.

Para valores de transmissão em R_2 , também referenciado como *output coupler*, OC , inferiores a 10%, o *output power*, P_{out} , é dado pela seguinte fórmula, [4]:

$$P_{out} = \frac{1}{2} P_{sat} T_{OC} \left(\frac{2x_g g_0}{2\gamma x_a + T_{OC}} - 1 \right) \quad (26)$$

Onde P_{sat} representa o *saturation power*, T_{OC} o coeficiente de transmissão (de intensidade) do OC (R_2), x_g e g_0 o comprimento e o ganho do amplificador, respetivamente, e x_a o comprimento total da cavidade do laser.

Sendo o objetivo a otimização do coeficiente de transmissão (de intensidade) do OC , isto é, o T_{OC} , é necessário encontrar o valor de T_{OC} tal que $dP_{out}/T_{OC} = 0$:

$$\frac{dP_{out}}{T_{OC}} = \frac{1}{2} P_{sat} \left(\frac{2x_g g_0}{2\gamma x_a + T_{OC}} - \frac{2x_g g_0 T_{OC}}{(2\gamma x_a + T_{OC})^2} - 1 \right) = 0 \Rightarrow \quad (27)$$

$$\Rightarrow T_{OC} = \sqrt{4x_g \gamma x_a g_0} - 2\gamma x_a \quad (28)$$

3.3 Resultados - Exemplo de aplicação

De modo a comparar estes dois métodos, foi utilizado para um exemplo de aplicação um laser He-Ne cujos parâmetros estão retratados na Tabela 1, onde as linhas a sublinhadas a verde serão apenas usadas para a solução analítica de Rigrod.

Table 1: Parâmetros exemplo para um laser He-Ne

Parâmetro	Valor
R_{HR}	100%
R_{OC}	$1 - T_{OC}$
x_a	22 cm
x_g	18 cm
γ	0.005 m^{-1}
P_{sat}	1 W
g_0	0.15 m^{-1}

Poderíamos, de forma analítica, usar os parâmetros da Tabela 1 na Equação 27 e obteríamos $T_{OC}^{opt} = 0.87\%$, ou então, variar o valor de T_{OC} de modo a analisar a variação do P_{out} em função do R_{OC} , e encontrar o valor para o qual se dá o máximo. Assim, tendo em conta o limite do valor de T_{OC} para o qual a equação 26 é válida, é efetuada a variação do valor de T_{OC} entre 0 e 5%, com espaçamento entre valores de 0.05, obtendo-se a curva representada a azul no gráfico da Figura 8, tendo-se obtido um valor de $T_{OC}^{opt} = 0.86\%$, bastante próximo do valor obtido através

da Equação 27, em que o erro associado a este valor pode-se ter dado devido ao espaçamento entre valores de T_{OC} .

Utilizando a Equação 24 onde I_{OC} representa o P_{out} , I_{sat} o P_{sat} e R_2 o R_{OC} , e tendo em conta a *lumped loss approximation*, Equação 25, é possível obter a curva representada a vermelho no gráfico da Figura 8, para o valor do *output power* esperado. De referir que o valor de T_{OC} foi novamente variado entre 0 e 5%.

Comparando então os valores resultantes da solução analítica de Rigrod com os valores resultantes do método *Optimal Output Coupling*, é possível verificar que os valores resultantes, para o valor do P_{out} , deste último se aproximam bastante dos valores resultantes da solução analítica de Rigrod, o que nos leva a concluir que o método *Optimal Output Coupling* consegue simular, de forma bastante satisfatória, o valor do P_{out} .

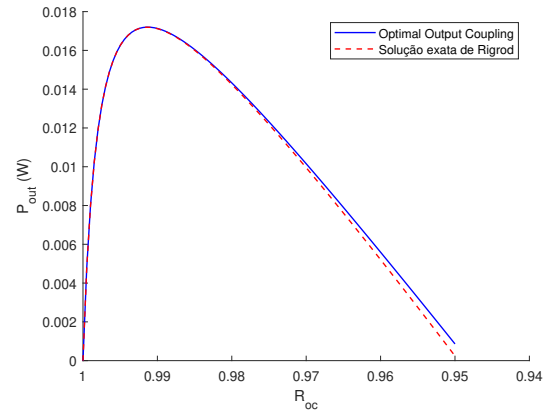


Figura 8: P_{out} em função do R_{OC} obtido a partir dos dois métodos abordados

O código desenvolvido para a obtenção do gráfico representado na Fig. 8 encontra-se no Appendix C.

4. CONCLUSÃO

Este trabalho permitiu mobilizar as competências de trabalho em equipa, a análise de uma situação problema e, através de competências de simulação computacional, chegar a solução de um problema físico do mundo real. Para além disso, o desenvolvimento de um artigo científico permitiu também o ganho de competências nesta área.

A partir deste projeto foi possível analisar, com mais detalhe, o comportamento de um laser devido a todos os acontecimentos populacionais, nomeadamente a inversão de população e quais os fatores que proporcionam este fenómeno.

Foi possível também concluir que o método *Optimal Output Coupling* consegue simular, de forma bastante satisfatória, o valor do P_{out} , quando comparando os resultados deste método com os resultados da solução analítica de Rigrod.

Em suma, os resultados obtidos neste projeto encontram-se conforme o esperado, quando comparando com os resultados analisados e debatidos nas aulas, o que nos leva a concluir que este trabalho foi concluído com sucesso.

REFERENCES

- [1] M.S. Csele. *Laser Modeling: A Numerical Approach with Algebra and Calculus (1st ed.)* 2014. URL: <https://doi.org/10.1201/b16770>. [2] *Stimulated Emission in a Laser Cavity - Interactive tutorial*. URL: <https://micro.magnet.fsu.edu/primer/java/lasers/heliumneonlaser/>. [3] Unacademy. "A brief note on coherent and incoherent sources". 2022. URL: <https://unacademy.com/content/upsc/study-material/physics/a-brief-note-on-coherent-and-incoherent-sources/>. [4] Carlos Brites. *Slides Teóricos Módulo 3 - Seminário de Engenharia Computacional (41020)*. 2022-23. [5] David W. Ball. "Field Guide to spectroscopy". In: (2006). DOI: 10.1117/3.682726. [6] O. Svelto and D.C. Hanna. "Principles of Lasers 4th edition". 1999. URL: <https://doi.org/10.1108/sr.1999.19.4.325.2>. [7] National Institute of Standards and Technology. "Nist guide to the si, appendix b.8: Factors for units listed alphabetically". 2022. URL: <https://www.nist.gov/pml/special-publication-811/nist-guide-si-appendix-b-conversion-factors/nist-guide-si-appendix-b8>. [8] M. Hackworth. *Measuring Planck's Constant*. 2000. URL: <https://www.ifsc.usp.br/~lavfis2/BancoApostilasImagens/ApConstantePlanck/ApCtePlanck2013/planck's.PDF>. [9] Toni. Scarmato. "The speed of light in the quantum vacuum: the 'Equation of God'". 2022. URL: https://www.researchgate.net/publication/366177760_The_speed_of_light_in_the_quantum_vacuum_the_Equation_of_God/citations. [10] MATLAB - ode15s. URL: <https://www.mathworks.com/help/matlab/ref/ode15s.html>. [11] W. W. Rigrod. "Saturation effects in high-gain lasers". In: *Journal of Applied Physics* 36.8 (1965), pp. 2487–2490. DOI: 10.1063/1.1714517.

APPENDIX A. EVOLUÇÃO DE POPULAÇÃO DE TODOS OS NÍVEIS

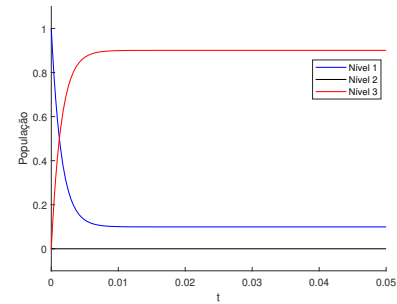


Figura 9: Representação da evolução de população de todos os níveis ao longo do tempo - $\tau = 1.5 \times 10^{-3}$ [s]

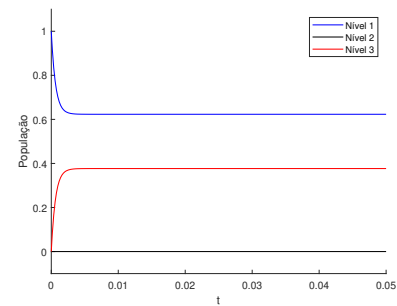


Figura 10: Representação da evolução de população de todos os níveis ao longo do tempo - $\tau = 0.1 \times 10^{-3}$ [s]

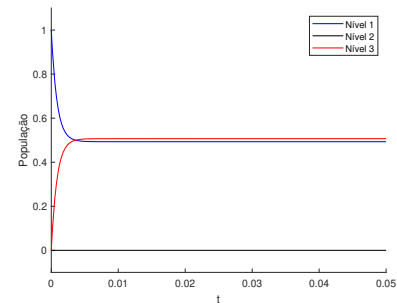


Figura 11: Representação da evolução de população de todos os níveis ao longo do tempo - $\tau = 0.17 \times 10^{-3}$ [s]

APPENDIX B. CÓDIGO - SISTEMA LASER DE 3 NÍVEIS

```
clear all
close all
clc

y0=[1 0 0]; % Condição inicial para a população, em t=0 toda se encontra no nível 1
TSPAN = [0 0.05]; % Período de tempo para a simulação
[T,Y] = ode15s(@rate_eq,TSPAN,y0);

figure(1) % Níveis 1 e 3
hold on
plot(T,Y(:,1),'b-','LineWidth',1,'MarkerSize',10)
plot(T,Y(:,3),'r-','LineWidth',1,'MarkerSize',10)
legend('Nível 1', 'Nível 3')
xlabel('t')
ylabel('População')

figure(2) % Todos os Níveis
hold on
plot(T,Y(:,1),'b-','LineWidth',1,'MarkerSize',10)
plot(T,Y(:,2),'k-','LineWidth',1,'MarkerSize',10)
plot(T,Y(:,3),'r-','LineWidth',1,'MarkerSize',10)
legend('Nível 1', 'Nível 2', 'Nível 3')
axis([0 0.05 -0.1 1.1])
xlabel('t')
ylabel('População')

% Verificar que N(1)+N(2)+N(3) é sempre constante e igual a 1
somatorio = Y(:,1)+Y(:,2)+Y(:,3);

function dy = rate_eq(t,y)
    sigma = 10E-17; % cm^2 - Absorption cross-section
    Pd = 20; % W/cm^2 - Power density
    lambda = 600; % nm - Excitation wavelength
    h = 6.62 * 10E-27; % egr.s - Planck Constant
    W23 = 10E7; % s^-1 - 2-> 3 rate
    c = 29979245800; % cm/s - speed of light

    % Varia Tau entre (1.5,0.1,0.17)E-3 para obter todos os gráficos apresentados neste projeto
    Tau = 1.5 * 10E-3; % s - laser decay lifetime

    phi = ( sigma*Pd*lambda)/(h*c); % s^-1 - pumping rate

    dy = zeros(3,1);
    dy(1) = -(phi*y(1)) + ((1 / Tau) * y(3));
    dy(2) = (phi * y(1)) - (W23 * y(2));
    dy(3) = (W23 * y(2)) - ((1 / Tau) * y(3));
end
```

APPENDIX C. CÓDIGO - CÁLCULO DO *OUTPUT POWER* DE UM LASER

```
clear all
close all
clc

% Parâmetros - Unidades SI
RHR = 1;          % 100%
xa = 0.22;        % 22 cm
xg = 0.18;        % 18 cm
gamma = 0.005;    % m-1
g0 = 0.15;        % m-1
Psat = 1; %W

% Vamos variar 0% < Toc < 5%
% ( Nota: a expressão do Optimal Output Coupling apenas é valida para valores de Toc < 10 %)
Toc=linspace(0,0.05,100);
Pout=1/2*Psat*Toc.*((2*xg*g0)./(2*gamma*xa+Toc)-1);
Roc=1-Toc;

% Cálculo do valor ótimo do Toc do Optimal Output Coupling
Toc_optimal = sqrt(4*xg*gamma*xa*g0)-2*gamma*xa;

% Solução exata de Rigrod (para low loss e low gain lasers)
R1 = RHR * (1-2*gamma*xa); % lumped loss approximation para R1
Pout_e=(1-Roc).*Psat.*(g0*xg+log(sqrt(R1.*Roc)))./(1+sqrt(Roc/R1)-Roc-sqrt(R1*Roc));

figure(1)
hold on
plot(Roc,Pout,'b-','LineWidth',1,'MarkerSize',10)
plot(Roc,Pout_e,'r--','LineWidth',1,'MarkerSize',10)
xlabel('R_{oc}')
ylabel('P_{out} (W)')
legend('Optimal Output Coupling', 'Solução exata de Rigrod')
set(gca,'Xdir','reverse')
```

,