



Visible Light Based Positing System

André Reis Fernandes

andre.fernandes16@ua.pt

Departamento de Electrónica, Telecomunicações e Informática

Mestrado em Engenharia Computacional

NºMec: 97977

Gonçalo Jorge Loureiro de Freitas

goncalojfreitas@ua.pt

Departamento de Electrónica, Telecomunicações e Informática

Mestrado em Engenharia Computacional

NºMec: 98012

UC: Seminário em Engenharia Computacional - Módulo 2

Docente: Doutor Luis Filipe Mesquita Nero Moreira Alves

Resumo

O interesse por *VLC positioning* ganhou enorme relevância nos últimos anos. Para atender aos requisitos da área existem modelos como LOS, NLOS e o método NLS. Neste trabalho foi resolvido um problema de *indoor positioning* onde foram aplicados os modelos LOS, NLOS e o método NLS cujo resultados obtidos dos primeiros dois encontram-se representados nas Figuras 3 e 5, respetivamente, e na Figura 9 para o método NLS. Após a análise dos resultados obtidos e da comparação com os resultados analisados nas aulas e presentes na bibliografia, podemos concluir que o problema proposto foi resolvido com sucesso dado que os resultados obtidos estarem de acordo com o esperado.

Palavras-Chave: VLC, VLP, LOS, NLOS, NLS, Transmissor, Recetor, Line of Sight, Non-Line of sight, Least Squares

1. Introdução

Enquanto que a comunicação por luz visível, *Visual Light Communication (VLC)*, se tornou o candidato para a tecnologia wireless do século XXI devido às suas vantagens inerentes, o interesse por *VLC positioning* (VLP) ganhou também relevância de modo que o número de artigos científicos publicados ao longo dos anos tem subido, como ilustrado na Fig.1.

Foi proposto aos alunos a implementação dos modelos *Line of Sight (LOS)* e *Non-Line of sight (NLOS)*, abordados mais à frente, para a resolução de um problema de *indoor positioning* considerando uma sala de dimensões 6x6x3, com 4 Transmissores nas posições $[-2, -2, 3]$; $[-2, 2, 3]$; $[2, -2, 3]$; $[2, 2, 3]$ e 1 recetor no chão, $(x, y, 0)$. Para o caso do modelo NLOS iremos considerar reflexões em cada uma das 4 paredes.

Para além da aplicação dos modelos LOS e NLOS, é proposto a implementação do método *Non linear least squares (NLS)* para simular o erro de posicionamento do Recetor.

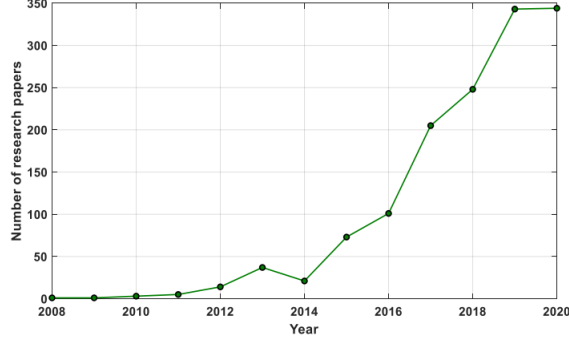


Figure 1: Número de artigos científicos sobre VLP nos últimos anos, (2)

2. Line of Sight

Line of Sight é um tipo de propagação que só permite transmissão e recepção de dados quando os transmissores e recetores estão em vista um do outro, isto é, quando não existe qualquer tipo de obstáculo entre eles, (1). O termo *Line of Sight* corresponde, por exemplo, à linha de visão de uma pessoa que está em pé, num dado ponto, e olha em frente para um determinado ponto. Caso um objeto obstrua a vista da pessoa, a linha de visão já não é considerada do tipo LOS.

Algumas áreas de aplicação deste tipo de comunicação atualmente integradas na sociedade são a rádio FM, micro-ondas e transmissão por satélite.

2.1 Aplicação do Modelo

Para começar, cada transmissor é definido pela Responsividade do foto-detetor, R , Potência transmitida, P_t , *Radiation pattern mode*, n , e pelo seu vetor normal, \vec{n}_s . Quanto ao recetor, este é definido pela Área do foto-detetor, A_r , pelo seu *Field of View*, FOV , e pelo seu vetor normal, \vec{n}_r .

Dado um transmissor, na posição (x_T, y_T, h) , e um recetor, na posição $(x, y, 0)$, o caminho desde o transmissor até ao recetor é dado pelo vetor $\vec{d} = (x - x_T, y - y_T, -h)$, cuja norma pode ser calculada como:

$$\|\vec{d}\| = \sqrt{(x - x_T)^2 + (y - y_T)^2 + (-h)^2}$$

Temos dois vetores normais, \vec{n}_s , para o transmissor, e \vec{n}_r , para o recetor. Estes vetores unitários fazem com o vetor \vec{d} os ângulos designados por ϕ e θ , respetivamente. Podemos calcular os cossenos destes ângulos pelas seguintes fórmulas:

$$\cos(\phi) = \frac{\langle \vec{n}_s \cdot \vec{d} \rangle}{\|\vec{n}_s\| \|\vec{d}\|}$$

$$\cos(\theta) = -\frac{\langle \vec{n}_r \cdot \vec{d} \rangle}{\|\vec{n}_r\| \|\vec{d}\|}$$

O *Source model* usa um padrão generalizado de *Lambertian radiation* com simetria uniaxial que leva a equação: (5)

$$L(\phi) = P_t \times \frac{n+1}{2\pi} \times \cos^n(\phi)$$

Posto isto, a equação que permite a obtenção da potência a partir do modelo LOS é: (3)

$$\begin{aligned} P_{RLOS} &= R \times P_t \times \frac{n+1}{2\pi} \times \cos^n(\phi) \times \frac{1}{\|\vec{d}\|} \times A_r \times \frac{\cos(\theta)}{\|\vec{d}\|} \times \text{rect}\left(\frac{\theta}{FOV}\right) \\ &= R \times P_t \times \frac{n+1}{2\pi} \times A_r \times \frac{\cos^n(\phi) \times \cos(\theta)}{\|\vec{d}\| \times \|\vec{d}\|} \times \text{rect}\left(\frac{\theta}{FOV}\right) \end{aligned}$$

Onde $\text{rect}(\frac{\theta}{FOV})$ toma o valor 1 quando $\theta \geq FOV$ e o valor 0 caso contrário.

Na Fig.2, encontra-se um diagrama que explica o modelo LOS aplicado ao nosso problema de forma a ajudar o leitor a compreender melhor a aplicação do modelo ao problema proposto.

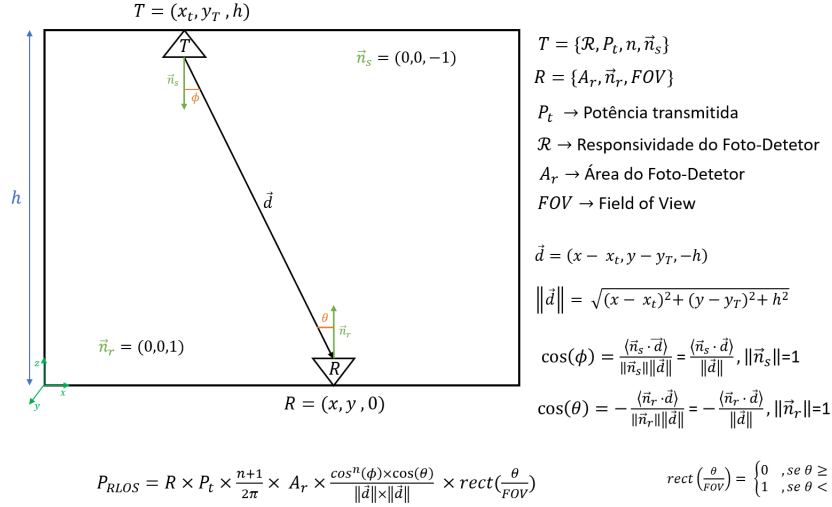


Figure 2: Diagrama do modelo LOS aplicado ao problema proposto

2.2 Resultados LOS

No appendix A, encontra-se a solução proposta para a resolução do problema cujo objetivo era calcular a potência LOS recebida por um dado recetor no chão. Os resultados obtidos encontram-se ilustrados na Fig.3.

Como podemos verificar, em ambas as figuras, são perceptíveis quatro "picos" que representam e confirmam a utilização de quatro transmissores. Estes picos dão-se devido à potência que cada transmissor emite.

Neste caso, foi calculada a potência para cada transmissor individualmente, somando-se tudo no final de forma a calcular a potência total.

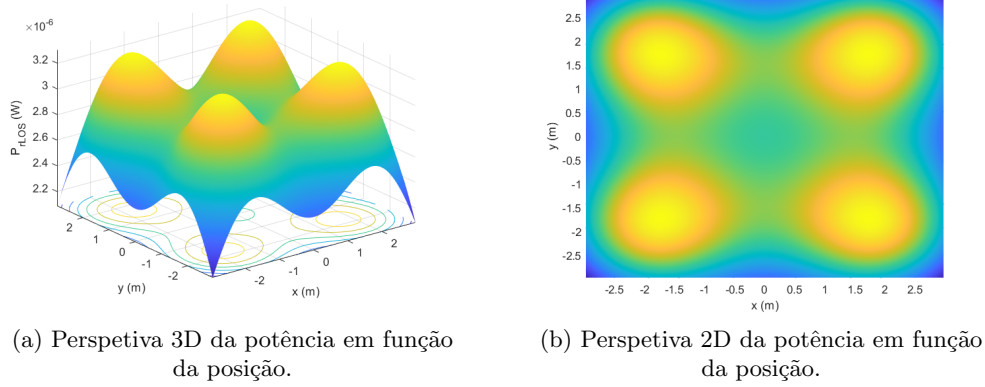


Figure 3: Resultados obtidos para o problema com implementação LOS.

3. Non-Line of sight

Ao contrário da propagação LOS, a propagação *Non-Line of sight* ocorre quando há obstrução da linha de visão entre o transmissor e o recetor, por exemplo quando ocorre reflexão numa parede.(6)

3.1 Aplicação do Modelo

Para a explicação da aplicação deste modelo ao problema proposto vamos considerar apenas a reflexão numa parede pois, para calcular a Potência resultante das reflexões nas restantes paredes basta rodar o resultado (matriz das potências), devido a uma parede, por 90° , dado estarmos numa sala em que os ângulos entre todas as paredes são de 90° .

Para começar, tal como no modelo LOS, cada transmissor é definido pela Responsividade do foto-detetor, R , Potência transmitida, P_t , *Radiation pattern mode*, n , e pelo seu vetor normal, \vec{n}_s . Quando ao recetor, este é definido pela Área do foto-detetor, A_r , pelo seu *Field of View*, FOV , e pelo seu vetor normal, \vec{n}_r . No entanto agora temos a inclusão de um ponto de reflexão. Este ponto é definido pelo coeficiente de reflexão, ρ , pelo seu vetor normal, \vec{n}_w , e pela área (infinitesimal) onde se dá a reflexão, dA .

Ao contrário do modelo LOS, agora temos 2 percursos, desde o transmissor até a parede, \vec{d}_1 , e desde a parede até ao recetor, \vec{d}_2 . Assim, dado um transmissor, na posição (x_T, y_T, h) , um ponto na parede, na posição (x_w, y_w, z_w) , e um recetor, na posição $(x, y, 0)$, os percursos são $\vec{d}_1 = (x_w - x_T, y_w - y_T, z_w - h)$ e $\vec{d}_2 = (x - x_w, y - y_w, -z_w)$, com normas:

$$\|\vec{d}_1\| = \sqrt{(x_w - x_T)^2 + (y_w - y_T)^2 + (z_w - h)^2}$$

$$\|\vec{d}_2\| = \sqrt{(x - x_w)^2 + (y - y_w)^2 + (-z_w)^2}$$

Agora com 3 vetores normais, \vec{n}_s para o transmissor, \vec{n}_r para o ponto na parede e \vec{n}_w para o recetor existem, no total, 4 ângulos; o ângulo ϕ , entre os vetores \vec{d}_1 e \vec{n}_s ; o ângulo α , entre os vetores \vec{d}_1 e \vec{n}_w ; o ângulo β , entre os vetores \vec{d}_2 e \vec{n}_w ; e, por fim, o ângulo θ , entre os vetores \vec{d}_2 e \vec{n}_r . Os cossenos destes ângulos podem ser calculados da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \cos(\phi) &= \frac{\langle \vec{n}_s \cdot \vec{d}_1 \rangle}{\|\vec{n}_s\| \|\vec{d}_1\|} & \cos(\alpha) &= -\frac{\langle \vec{n}_w \cdot \vec{d}_1 \rangle}{\|\vec{n}_w\| \|\vec{d}_1\|} \\ \cos(\beta) &= \frac{\langle \vec{n}_w \cdot \vec{d}_2 \rangle}{\|\vec{n}_w\| \|\vec{d}_2\|} & \cos(\theta) &= -\frac{\langle \vec{n}_r \cdot \vec{d}_2 \rangle}{\|\vec{n}_r\| \|\vec{d}_2\|} \end{aligned}$$

De referir que o vetor \vec{n}_w depende da posição parede e este pode tomar os valores $(1, 0, 0)$, $(-1, 0, 0)$, $(0, 1, 0)$ e $(0, -1, 0)$.

Seguindo a ideia do modelo LOS, a equação que permite a obtenção da potência a partir do modelo NLOS, devido à reflexão numa parede é:

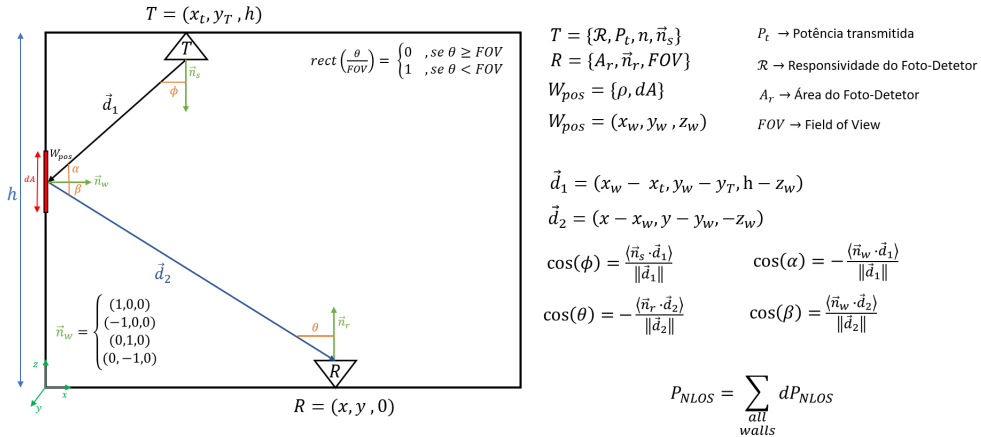
$$\begin{aligned} dP_{RNLOS} &= R \times P_t \times \frac{n+1}{2\pi} \times \frac{\cos^n(\phi)}{\|\vec{d}_1\|} \times \frac{\rho \times dA}{\pi} \times \frac{\cos(\alpha)}{\|\vec{d}_1\|} \times \frac{\cos(\beta)}{\|\vec{d}_2\|} \times A_r \times \frac{\cos(\theta)}{\|\vec{d}_2\|} \times \text{rect}\left(\frac{\theta}{FOV}\right) \\ &= R \times P_t \times \frac{n+1}{2\pi} \times dA \times \frac{\cos^n(\phi) \times \cos(\alpha)}{\|\vec{d}_1\| \times \|\vec{d}_1\|} \times \frac{\rho \times A_r}{\pi} \times \frac{\cos(\beta) \times \cos(\theta)}{\|\vec{d}_2\| \times \|\vec{d}_2\|} \times \text{rect}\left(\frac{\theta}{FOV}\right) \end{aligned}$$

Onde $\text{rect}(\frac{\theta}{FOV})$ toma o valor 1 quando $\theta \geq FOV$ e o valor 0 caso contrário.

Para calcular a potência total, devido as reflexões em todas as paredes, basta apenas somar todas as potências devido as reflexões em cada parede, o que pode ser traduzido no seguinte somatório:

$$P_{RNLOS} = \sum_{all\ walls} dP_{RNLOS}$$

Na Fig.4, encontra-se um diagrama que explica o modelo NLOS aplicado ao nosso problema de forma a ajudar o leitor a compreender melhor a aplicação do modelo ao problema proposto.



$$dP_{NLOS} = R \times P_t \times \frac{n+1}{2\pi} \times dA \times \frac{\cos^n(\phi) \times \cos(\alpha)}{\|\vec{d}_1\| \times \|\vec{d}_1\|} \times \frac{\rho A_r}{\pi} \times \frac{\cos(\beta) \times \cos(\theta)}{\|\vec{d}_2\| \times \|\vec{d}_2\|} \times \text{rect}\left(\frac{\theta}{FOV}\right)$$

Figure 4: Diagrama do modelo NLOS aplicado ao problema proposto

3.2 Resultados NLOS

No appendix B, encontra-se a solução proposta para a resolução do problema cujo objetivo era calcular a potência NLOS recebida por um dado recetor no chão, após reflexões nas 4 paredes da sala. Os resultados obtidos encontram-se ilustrados na Fig.5.

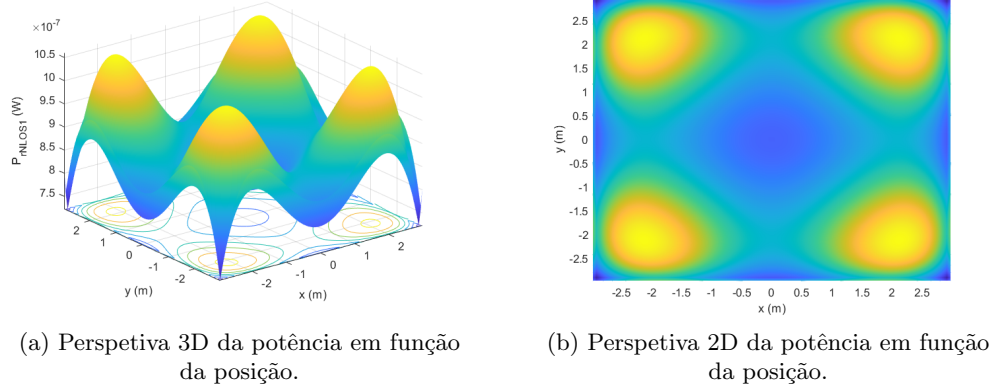


Figure 5: Resultados obtidos para o problema com implementação NLOS.

Como podemos verificar em ambas as figuras são perceptíveis quatro "picos" que representam e confirmam a utilização de quatro transmissores. Estes picos dão-se devido à potência que cada um emite.

Neste caso, foi calculada a potência devido as reflexões numa parede e, de seguida, procedeu-se a rotação da matriz das Potências de forma a obter a Potência devido as reflexões nas restantes paredes. Por fim, somou-se todas estas potências associadas a cada parede de forma a obter a potência total.

3.2.1 COMPARAÇÃO COM OS RESULTADOS DO eLEARNING

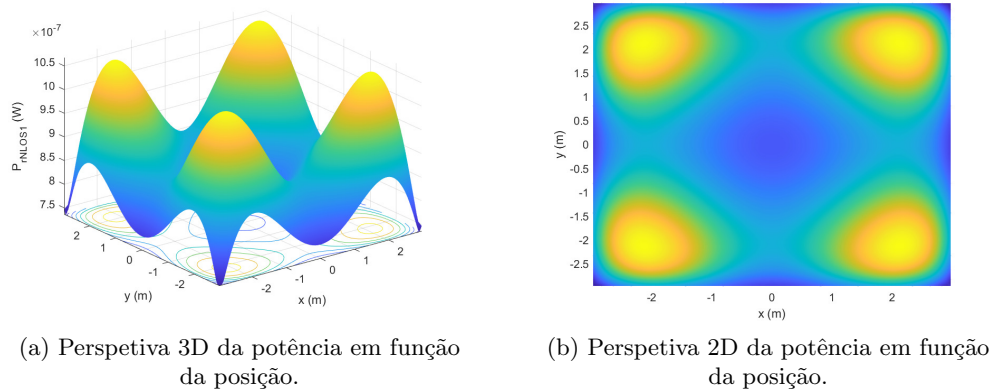


Figure 6: Resultados do eLearning para o problema com implementação NLOS.

Comparando os resultados obtidos com os resultados fornecidos pelo professor, primeiramente podemos reparar que as unidades bem como as posições dos picos são as mesmas. No entanto, analisando a potência nas bordas da sala reparamos que existe alguma diferença no formato da curva. Isto pode-se dever a vários fatores, como, por exemplo o passo, dx , considerado aquando a criação da grelha correspondente a sala.

4. Comparação entre LOS e NLOS

Comparando os resultados do modelo NLOS com os resultados obtidos para o modelo LOS, são perceptíveis tanto semelhanças como diferenças. É possível verificar, em ambos os modelos, a existência dos quatro picos dos quatro transmissores porém, é notório que existe uma maior potência por transmissor no modelo LOS do que no modelo NLOS, isto deve-se ao facto que com cada reflexão existe dissipação da potência. Por outro lado, comparando as Figuras 3(b) e 5(b) é possível verificar que no modelo LOS, Fig.3(b), cada transmissor tem um impacto maior em termos de área de atuação e que no modelo NLOS os picos se aproximam mais das paredes da sala, como pode ser visualizado na Fig.5(b).

Por fim, podemos reparar que, em ambos os casos, a Potência recebida, pelo recetor, é sempre inferior à Potência transmitida, pelo transmissor. Isto é esperado dado existir sempre alguma dissipação da potência e algum erro na receção desta pelo recetor.

Juntando ambos os modelos obtemos os resultados ilustrados na Figura7.

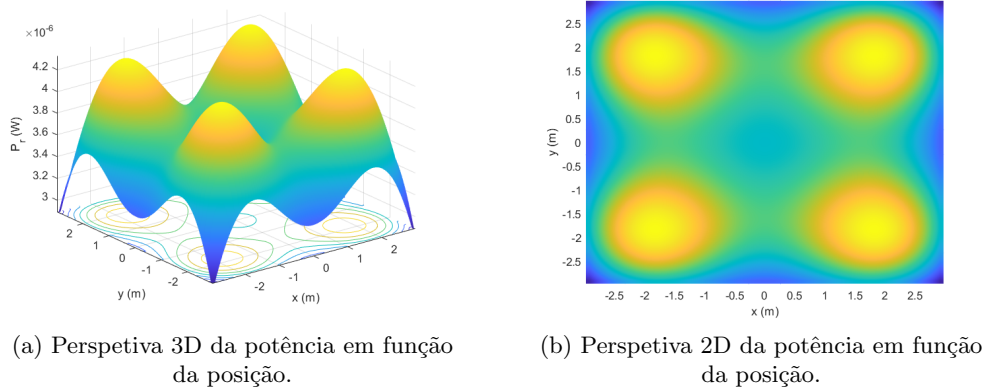


Figure 7: Resultados obtidos para o problema com implementação LOS + NLOS.

Estes valores de Potência serão aqueles que iremos usar para estimar o erro de posicionamento do recetor, com o método *Non-Linear least squares*.

5. Non-Linear least squares

Non-Linear least squares, NLS, é um método de análise de erros de um determinado número de observações que utiliza uma regressão não linear. Para o problema proposto, o NLS é utilizado de modo a estimar o erro da posição, X e Y , dos recetores. (4)

Os passos para o desenvolvimento deste código são os seguintes: (2)

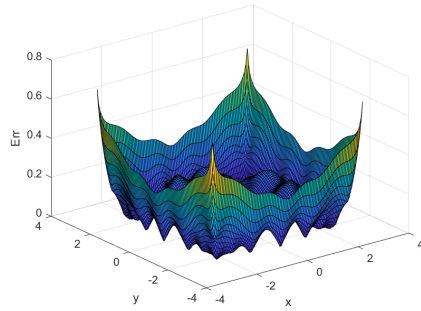
1. Uma região de confiança (*Trust region*) é inicializada
2. É criado um modelo, aproximado, e a etapa de teste dá-se dentro da região de confiança
3. Aplica-se uma função de custo de forma a atualizar a próxima região de confiança e selecionar novos pontos.
4. Se o custo, retornando pela função de custo, se situar dentro dos limites de convergência, o algoritmo para.

Em relação a função de custo, esta é calculada a partir da seguinte equação:

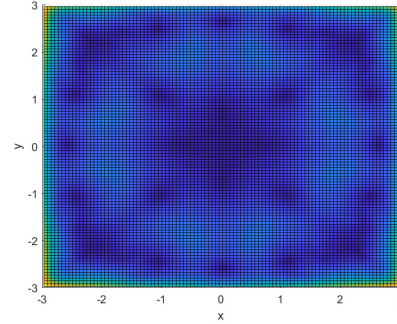
$$\min(\bar{S} = \sum_{i=1}^4 (\sqrt{(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2 + (z - z_i)^2} - d_i)^2)$$

A estimativa inicial é definida pelos *Linear Least Squares*, mais uma estimativa no eixo z. O algoritmo itera procurando novas estimativas de posição, até a função de custo convergir.

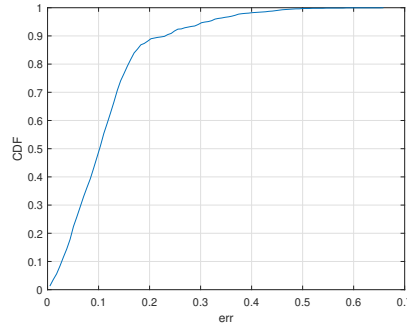
5.1 Resultados NLS



(a) Erro em perspectiva 3D em função da posição.



(b) Erro em perspectiva 2D em função da posição.



(c) Função de distribuição comutativa em função do erro.

Figure 8: Resultados obtidos do método NLS para SNR = 240

No appendix C, encontra-se a solução proposta para a resolução do problema cujo objetivo era simular o erro de posicionamento do recetor, onde foi considerado um *Signal-to-noise ratio*, SNR, de 240. Os resultados obtidos encontram-se ilustrados na Fig.9, usando para a Potência os valores obtidos pela soma das potências dos modelos LOS e NLOS.

Como é possível verificar pelas Figura9(a) e (b), as posições de maior erro representam os 4 cantos da sala, a cor amarelada, enquanto que a zona com menor erro se encontra no centro da sala, a azul mais escuro. Na Figura9(c) está representada a função de distribuição comutativa, *Comulative Distribution Function (cdf)*, e como é possível observar, a função converge quando o erro é igual a 0.7, o que pode ser considerado como um valor pequeno/aceitável para o erro de posicionamento. Contudo, como foi visto na aula, o método *Linear Least Squares*, LLS, obteve um valor de erro mais baixo (0.25), Appendix D, quando considerando apenas a Potência obtida pelo modelo LOS, pelo que podemos afirmar que este método NLS não é, neste caso, a melhor opção para estimar o erro de posicionamento.

6. Conclusão

Em suma, os resultados obtidos neste projeto, pela aplicação dos modelos LOS e NLOS, representados nas Figuras3 e 5, respetivamente, encontram-se como esperado, quando comparando com os valores fornecidos no eLearning e representados na bibliografia. Quanto aos resultados obtidos através do método NLS, representado na Figura9, para a análise de erros estes podem ser considerados como satisfatórios, embora o modelo LLS, analisado na aula, tenha obtido melhores resultados.

Posto isto, é possível admitir que os objetivos do trabalho foram atingidos dado que os problemas propostos foram resolvidos com sucesso.

Referências

- [1] *What is line of Sight (LOS)?* - Techopedia.com.
- [2] Luis Nero Alves. *Slides Teóricos - Módulo 2 - Seminário de Engenharia Computacional (41020)*. Universidade de Aveiro, 2022-23.
- [3] Zabih Ghassemlooy, Wasiu O. Popoola, and Sujan Rajbhandari. *Optical Wireless Communications: System and channel modelling with MATLAB*. CRC Press, 2018.
- [4] Mohsen Kavehrad and Reza Aminikashani. chapter 3, 4, 6. CRC Press, 2020.
- [5] Mohammad-Ali Khalighi, Luis Nero Alves, Zabih Ghassemlooy, and Stanislav Zvanovec. *Visible light communications: Theory and applications*. CRC Press, 2017.
- [6] Xintong Liu, Jianyu Wang, Zhupeng Li, Zuoqiang Shi, Xing Fu, and Lingyun Qiu. Non-line-of-sight reconstruction with signal-object collaborative regularization. *Light Sci Appl*, 10(198), 2021.

Appendix A. Código LOS

```

% Channel gain LOS
clear all
close all
clc
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Room Specs
Xmax = 6;           % Max width
Ymax = 6;           % Max length
h = 3;             % Ceiling height
dx = 0.06;          % spatial resolution for ground dy=dx
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% TX and RX Specs
hpa = 60;           % TX half power angle
m = - log(2)/log(cosd(hpa));
FOV = 90;
R = 0.7;            % RX responsivity
Apd = 100e-6;        % area of the photo-detector
Pt = 1;             % transmitted power
% TX positions
[XT, YT] = meshgrid([-2 2],[-2 2]);
NT = sqrt(prod(size(XT)));
nt = [0 0 -1];
% RX positions
[X, Y] = meshgrid(-Xmax/2+dx/2:dx:Xmax/2-dx/2,-Ymax/2+dx/2:dx:Ymax/2-dx/2);
NR = sqrt(prod(size(X)));
nr = [0 0 1];
% LOS contribution
Pr_LOS_TX = cell(NT,NT);
CLOS = (m+1)*R*Apd*Pt/(2*pi);
for t1 = 1:NT
    for t2 = 1:NT
        Pr = zeros(size(X));
        Tx_pos = [XT(t1,t2) YT(t1,t2) h];
        for r1 = 1:NR
            for r2 = 1:NR
                Rx_pos = [X(r1,r2) Y(r1,r2) 0];
                d = Rx_pos - Tx_pos;
                dn = sqrt(d*d. ');
                cos_phi = (nt*d. ')/dn;
                cos_psi = -(nr*d. ')/dn;
                if acos(cos_psi) < FOV
                    Pr(r1,r2) = CLOS*((cos_phi)^m)*cos_psi/(dn^2);
                end
            end
        end
    end
end

```

```

        end
    end
    Pr_LOS_TX{t1,t2} = Pr;
end
end
figure(1)
Pr_LOS = PlotChannel(X,Y,NT,Pr_LOS_TX,'P_r_L_O_S (W)');
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Auxiliary functions
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
function M = PlotChannel(X,Y,NT,C,str)
% Makes a surface plot of the channel DC response for all transmitters
% X, Y specify the receiving plane grid
% NT is the square root of the number of transmitters in the room. Number
% of transmitters has to be a square number.
% C is a cell array, with the individual response due to each transmitter
% str is a string specifying the type of response being plotted
    M = zeros(size(X));
    for t1 = 1:NT
        for t2 = 1:NT
            M = M + C{t1,t2};
        end
    end
    surf(X,Y,M)
    shading interp
    xlabel('x (m)')
    ylabel('y (m)')
    zlabel(str)
end
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

```

Appendix B. Código NLOS

```

% Channel gain NLOS
clear all
close all
clc
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Room Specs
Xmax = 6;           % Max width
Ymax = 6;           % Max length
h = 3;             % Ceiling height
rho = 0.7;          % wall reflection coefficient
dx = 0.06;          % spatial resolution for ground dy=dx
dr = 0.06;          % spatial resolution for reflections dy_r=dy
A_r = dr^2;         % area elements for reflections
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% TX and RX Specs
% m = - log(2)/log(cosd(60));
m = 1;
FOV = pi/2;
R = 0.7;            % RX responsivity
Apd = 100e-6;        % area of the photo-detector
Pt = 1;             % transmitted power
% TX positions
[XT, YT] = meshgrid([-2 2],[-2 2]);
NT = sqrt(prod(size(XT)));
nt = [0 0 -1];

% RX positions
[X, Y] = meshgrid(-Xmax/2+dx/2:dx:Xmax/2-dx/2,-Ymax/2+dx/2:dx:Ymax/2-dx/2);
NR = sqrt(prod(size(X)));
nr = [0 0 1];

% NLOS contribution
Pr_NLOS_TX = cell(NT,NT);

CN_LOS = rho * R * Pt * (m+1)/(2*pi*pi) * A_r*Apd;

nw = [1 0 0];

Xw = -Xmax/2+dx/2:dx:Xmax/2-dx/2;
Yw = -Ymax/2+dx/2:dx:Ymax/2-dx/2;
Zw = dr/2:dr:h-dr/2;

```

```

Nwxyz = numel(Xw);
Nwz = numel(Zw);

for t1 = 1:NT
    for t2 = 1:NT
        Pr = zeros(size(X));
        Tx_pos = [XT(t1,t2) YT(t1,t2) h];
        for r1 = 1:NR
            for r2 = 1:NR
                Rx_Pos = [X(r1,r2) Y(r1,r2) 0];
                for w1 = 1:Nwxyz
                    for w2=1:Nwz

                        Wx = [1 0 0];
                        W_pos = [-Xmax/2 Yw(w1) Zw(w2)];

                        d1 = [W_pos(1)-Tx_pos(1), W_pos(2)-Tx_pos(2),
                            W_pos(3)-Tx_pos(3)];
                        d2 = [Rx_Pos(1) - W_pos(1), Rx_Pos(2) - W_pos(2),
                            Rx_Pos(3) - W_pos(3)];

                        d1n = sqrt(d1*d1. ');
                        d2n = sqrt(d2*d2. ');

                        cos_phi = (nt*d1. ')/d1n;
                        cos_alpha = -(nw*d1. ')/d1n;
                        cos_beta = (nw*d2. ')/d2n;
                        cos_psi = -(nr*d2. ')/d2n;

                        if acos(cos_psi) < FOV
                            Pr(r1,r2) = Pr(r1,r2) + CN_LOS*((cos_phi^m)*cos_alpha)
                                /((d1n^2) * (cos_beta*cos_psi)/(d2n^2));
                        end
                    end
                end
            end
        end
        Pr_NLOS_TX{t1,t2} = Pr;
    end
end

figure(1)
Pr_NLOS = PlotChannel(X,Y,NT,Pr_NLOS_TX,'P_r_N_L_O_S_1 (W)');

```

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Auxiliary functions
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
function final = PlotChannel(X,Y,NT,C,str)
% Makes a surface plot of the channel DC response for all transmitters
% X, Y specify the receiving plane grid
% NT is the square root of the number of transmitters in the room. Number
% of transmitters has to be a square number.
% C is a cell array, with the individual response due to each transmitter
% str is a string specifying the type of response being plotted
    M = zeros(size(X));
    for t1 = 1:NT
        for t2 = 1:NT
            M = M + C{t1,t2};
        end
    end

    final = zeros(length(X),length(Y));
    for i=1:4
        final = final + rot90(M,i);
    end

    surfc(X,Y,final)
    shading interp
    xlabel('x (m)')
    ylabel('y (m)')
    zlabel(str)
end
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

```

Appendix C. Código NLS - LOS + NLOS

```
%non linear least squares position estimation
clear all
close all
clc
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
load channel_6cm.mat
% Room Specs
Xmax = 6;           % Max width
Ymax = 6;           % Max length
h = 3;              % Ceiling height
% TX and RX Specs
hpa = 60;           % TX half power angle
m = - log(2)/log(cosd(hpa));
FOV = 90;
R = 0.7;            % RX responsivity
Apd = 100e-6;       % area of the photo-detector
Pt = 1;             % transmitted power
SNR = 240;          % Signal to noise ratio

N = 4; %graus do polinomio de interpolacao
NT = sqrt(NTx);

Navg = 10;

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
Pr_TX = cell(sqrt(NTx),sqrt(NTx));
d_TX = cell(sqrt(NTx),sqrt(NTx));
r = cell(sqrt(NTx),sqrt(NTx));

for p = 1:Navg % averaging
    NoiseF=1+(10^(-SNR/20))*randn(size(Pr_LOS_TX{1,1}));
    for t1 = 1:sqrt(NTx)
        for t2 = 1:sqrt(NTx)
            Pr_TX{t1,t2} = (Pr_LOS_TX{t1,t2} + Pr_NLOS1_TX{t1,t2}).* NoiseF;
            coeff = DistanceEstimator(Pr_TX,XT,YT,NT,X,Y,N,SNR);
            d_TX{t1,t2} = polyval(coeff,Pr_TX{t1,t2});
            r{t1,t2} = d_TX{t1,t2}.^2-h.^2;
        end
    end
end

X_ = zeros(size(X));
Y_ = zeros(size(Y));
```

```

for r1 = 1:sqrt(numel(X))
    for r2 = 1:sqrt(numel(Y))
        A = [XT(1,2) - XT(1,1) YT(1,2) - YT(1,1); XT(2,1) - XT(1,1)
              YT(2,1) - YT(1,1); XT(2,2) - XT(1,1) YT(2,2) - YT(1,1)];
        B = [r{1,1}(r1,r2)^2 - r{1,2}(r1,r2)^2 + XT(1,2)^2 + YT(1,2)^2
              - XT(1,1)^2 - YT(1,1)^2];
        B = [B; r{1,1}(r1,r2)^2 - r{2,1}(r1,r2)^2 + XT(2,1)^2 + YT(2,1)^2
              - XT(1,1)^2 - YT(1,1)^2];
        B = 0.5*[B; r{1,1}(r1,r2)^2 - r{2,2}(r1,r2)^2 + XT(2,2)^2 + YT(2,2)^2
                  - XT(1,1)^2 - YT(1,1)^2];

        x0 = pinv(A)*B;
        X0_(r1,r2) = x0(1);
        Y0_(r1,r2) = x0(2);
        options = optimoptions(@lsqnonlin,'Algorithm','trust-region-reflective');
        fun = @(x)Jcost3D(x,XT,YT,NT,h,d_TX,r1,r2);
        x = lsqnonlin(fun,[x0;0],[],[],options);
        X_(r1,r2) = x(1);
        Y_(r1,r2) = x(2);
    end
end
% Error surface
err_Surf = sqrt((X-X_).^2 + (Y-Y_).^2);
figure(1)
surf(X,Y,err_Surf)
xlabel('x')
ylabel('y')
zlabel('Err')
% Cumulative distribution function of the error
figure(2)
[cnt,x] = hist(err_Surf(:),100);
cdf = cumsum(cnt/numel(err_Surf));
plot(x,cdf)
xlabel('err')
ylabel('CDF')
grid on

function p = DistanceEstimator(Pr_TX,XT,YT,NT,X,Y,N,SNR)
    Pr = Pr_TX{1,1}.*(1+(10^(-SNR/20))*randn(size(X)));
    d = sqrt((X-XT(1,1)).^2+(Y-YT(1,1)).^2);
    p = polyfit(Pr,d,N);
end

function c = Jcost3D(x,XT,YT,NT,h,d_TX,r1,r2)
    xt = reshape(XT,numel(XT),1);

```



```

yt = reshape(YT,numel(YT),1);
dTX = zeros(size(XT));
for t1=1:NT
    for t2=1:NT
        dTX(t1,t2)=d_TX{t1,t2}(r1,r2);
    end
end
dtx = reshape(dTX,numel(dTX),1);
c = sqrt((x(1)-xt).^2+(x(2)-yt).^2+(x(3)-h).^2)-dtx;
end

```

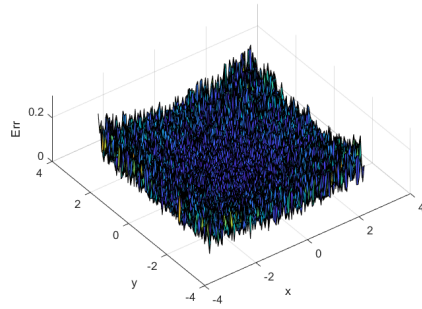
```

function qerr = QauntileCDF(err,Q)
    N = numel(err);
    [cnt,x] = hist(err(:),100);
    cdf = cumsum(cnt/N);
    flag = 1;
    eps = 0.005;

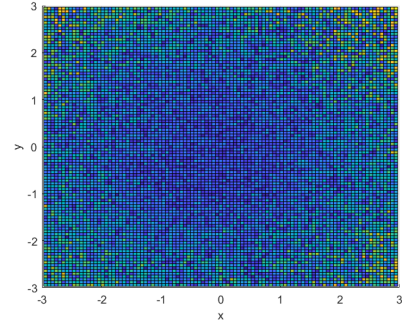
    while(flag==1)
        if isempty(x(abs(cdf-Q) < eps))
            eps = eps + 0.005;
        else
            qerr = x(abs(cdf-Q)<eps);
            flag = 0;
        end
    end
end
end

```

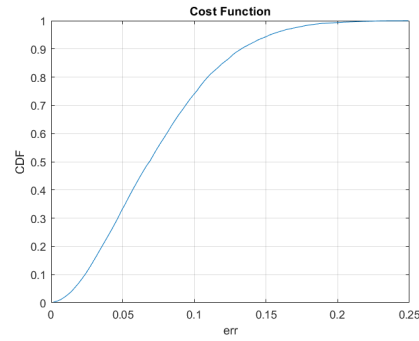
Appendix D. Figuras dos resultados do método LLS



(a) Erro em perspectiva 3D em função da posição.



(b) Erro em perspectiva 2D em função da posição.



(c) Função de distribuição comutativa em função do erro.

Figure 9: Resultados obtidos do método LLS