Sistemas de Visão e Percepção Industrial

Aula Prática nº 2

Introdução às transformações geométricas.
Transformações com coordenadas homogéneas.

Universidade de Aveiro
Vitor Santos, 2022-2023

Sumário

Tópicos principais

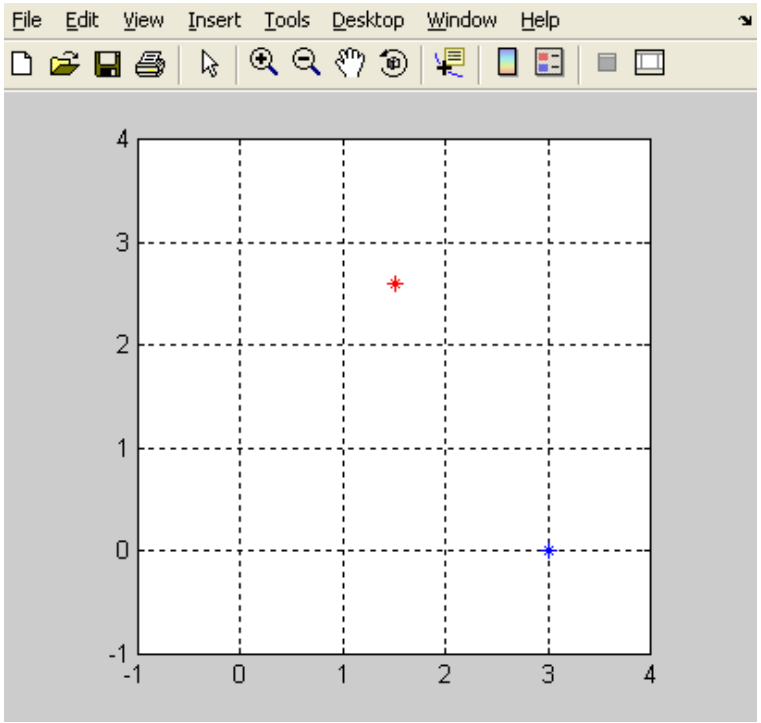
- Rotação no plano
- Rotação de pontos isolados
- Rotação de polígonos
- Animação de movimento em Matlab
- Translação no plano
- Combinações de translação e rotação
- Coordenadas homogéneas
- Matriz de transformação geométrica
- Combinações de matrizes de transformação

NB. A partir da aula 2 alguns exemplos de código estarão incompletos cabendo ao aluno completá-los. Adicionalmente, poderão ser propostos exercício ditos "opcionais" assinalados com '**' e que representam desafios mais elaborados.

Exercício 1a)

Fazer a representação ('plot') do ponto P no plano P=[3 0]', bem como a sua rotação de 60º.

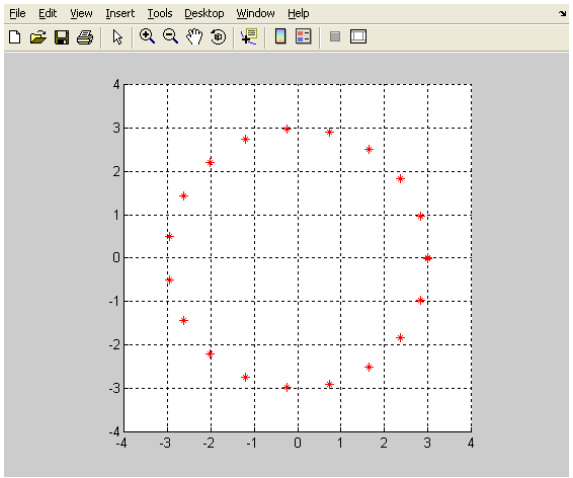
```
%% Exla
P=[3 0]';
plot(P(1),P(2),'*');
a=pi/3;
Rot=[cos(a) -sin(a)
     sin(a)  cos(a)];
axis([-1 4 -1 4]);
hold on;  grid on; axis square
Pc=Rot*P;
plot(Pc(1),Pc(2),'*r');
```



Exercício 1b)

- Criar uma função para devolver a matriz de rotação, dado o ângulo como parâmetro: `M=rota(a)`
- Fazer a representação de N cópias de P em torno de uma circunferência.

```
P=[3 0]';
axis([-4 4 -4 4]);
hold on;  grid on; axis square
N=20;
angs=linspace(0, 2*pi,N);
for a=angs
     Q=rota( )*P;
     plot(    ,    ,'*r');
pause(0.1);
end
```

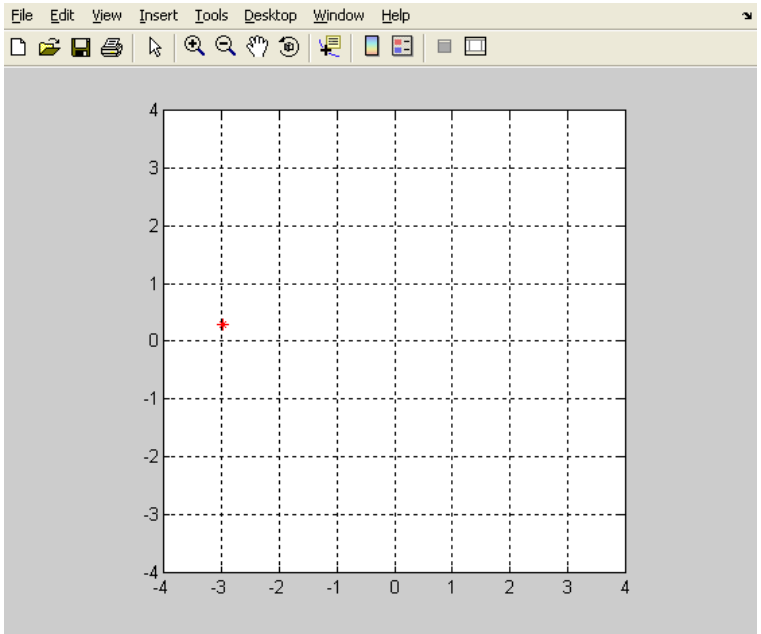



```
function M=rota(a)
%rota - function that returns a rotation matrix in 2D
%       accepts angle in radians and returns a 2x2 matrix
M=[cos(a) -sin(a)
   sin(a)  cos(a) ];
```

Exercício 2a)

- Repetir o exercício anterior mas com animação a simular movimento.
- Os "handles" gráficos – as suas propriedades

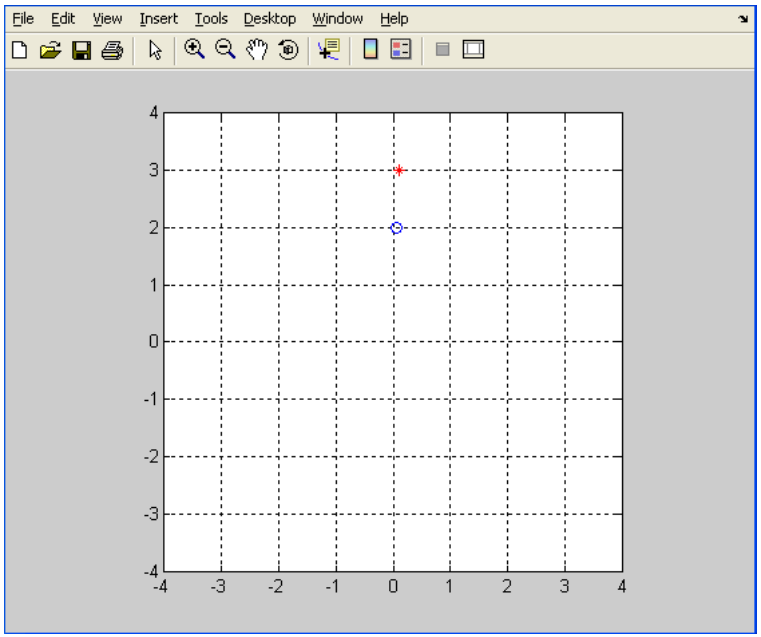
```
P=[3 0]';
h=plot(P(1),P(2),'dr');
axis([-4 4 -4 4]);
hold on;  grid on; axis square
N=100;
angs=linspace(0,2*pi,N);
for a=angs
    Q=rota( )*P;
    set(h, 'Xdata', Q(1), 'YData' , Q( ));
    pause(0.01);
end
```



Exercício 2b)

- Ao exemplo anterior, acrescentar um segundo ponto [2 0]' que se "move" à mesma velocidade

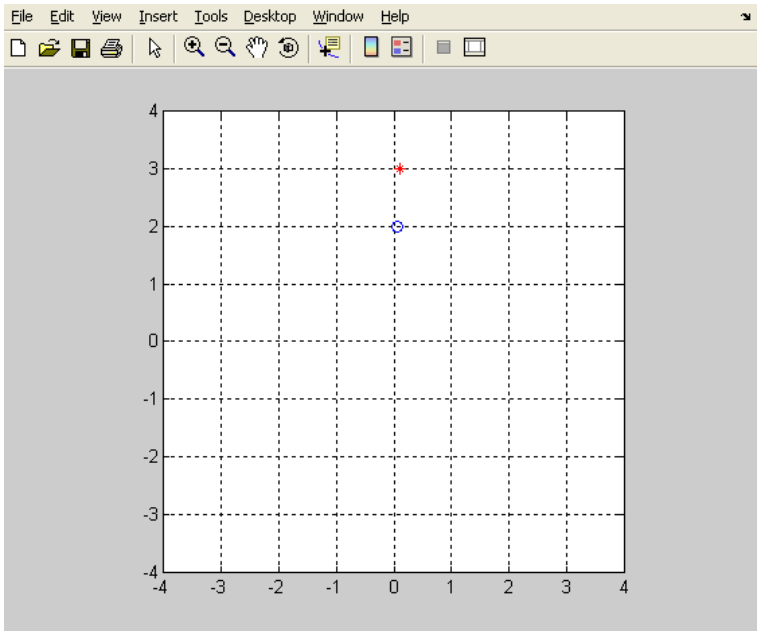
```
close all
P=[3 0]';
P2=[2 0]';
h=plot(P(1),P(2),'*r');
axis([-4 4 -4 4]);
hold on;  grid on; axis square
N=500;
h2=plot(    ,    ,'ob');
angs=linspace(0,10*pi,N);
for a=angs
    Q=rota(a)*P;
    Q2=       *P2;
    set(h, 'XData', Q(1),          , Q(2));
    set(h2,         , Q2(1), 'YData' , Q2(2));
    pause(0.01);
end
```



Exercício 2c)

- Alterar o programa anterior de modo a que o ponto interior se mova ao dobro da velocidade do exterior.

```
close all
P=[3 0]';
P2=[2 0]';
h=plot(P(1),P(2),'*r');
axis([-4 4 -4 4]);
hold on;  grid on; axis square
N=500;
h2=plot(          ,'ob');
angs=linspace(0,10*pi,N);
for a=angs
    Q=rota(a)*P;
    Q2=          *P2;
    set(h,         ,      ,          ,      );
    set(h2,          ,       ,           , Q2(2));
    pause(0.01);
end
```



Considerações sobre objetos mais complexos e transformações

- Se um conjunto de pontos P for agrupado numa matriz, podem ser todos afetados da mesma forma e em simultâneo pela transformação:

$$Q = rot(\alpha) \times P$$

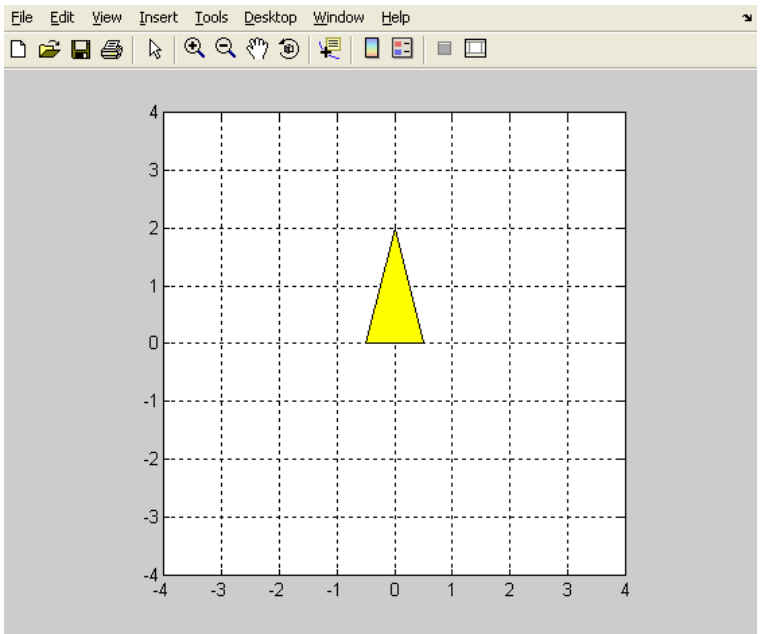
$$\begin{bmatrix} q_{1x} & q_{2x} & q_{3x} \\ q_{1y} & q_{2y} & q_{3y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\alpha) & -\sin(\alpha) \\ \sin(\alpha) & \cos(\alpha) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_{1x} & p_{2x} & p_{3x} \\ p_{1y} & p_{2y} & p_{3y} \end{bmatrix}$$

Q1 Q2 Q3 P1 P2 P3

Exercício 3a)

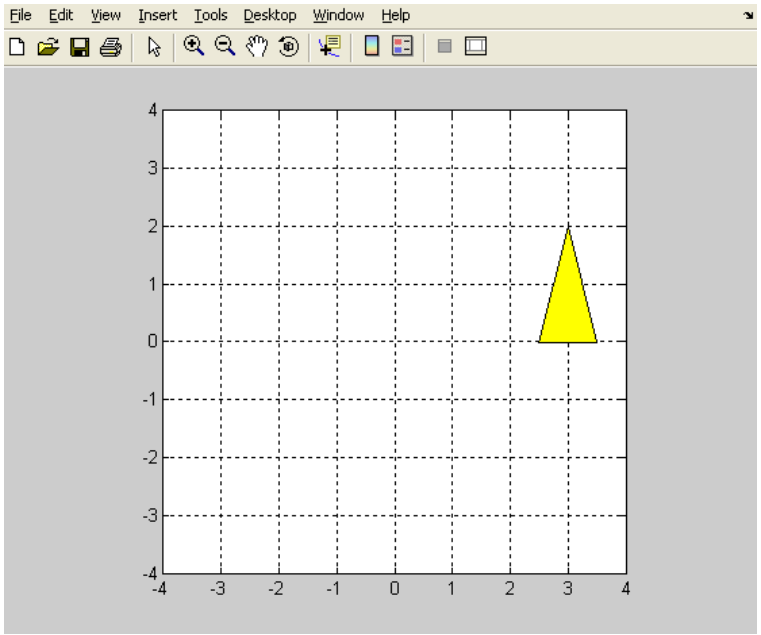
- Representar um triângulo e animá-lo em torno de uma circunferência:
  - Definir o triângulo num referencial base e desenhá-lo ('fill').
  - Fazer a animação do movimento.
- Aproveitar o código do exercício anterior e adaptar os 'plot' a 'fill' para resultar num efeito de animação.
  - Sugestão de código:

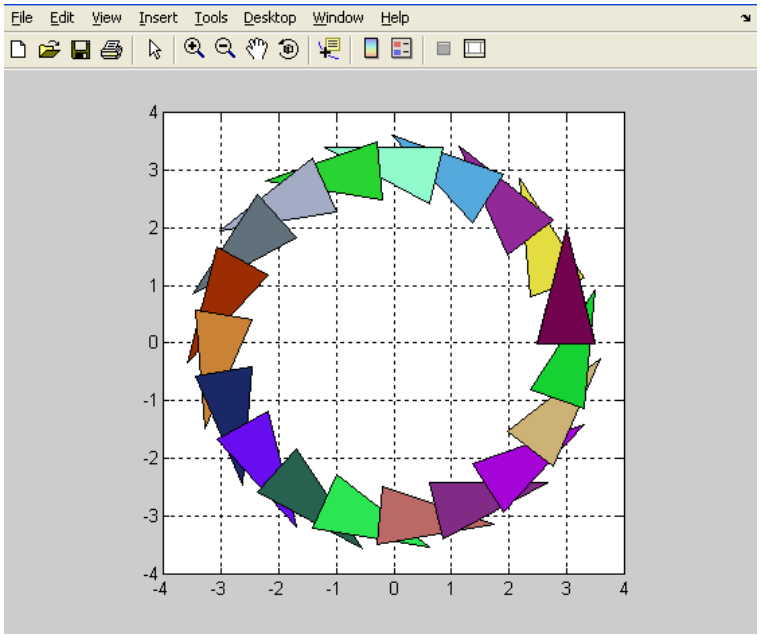
```
close all
P=[-0.5 0.5 0
    0   0   2 ];
h=fill(P(1,:),P(2,:),'y');
axis([-4 4 -4 4]);
hold on;  grid on; axis square
N=200;
angs=linspace(0,20*pi,N);
for a=angs
    Q=       *P;
    set(h, 'Xdata', Q(1,:),         ,       );
    pause(0.05);
end
```



Exercício 3b)

- Translacionar o triângulo de 3 unidades na horizontal e animá-lo em rotação.
- Sugestão para ornamentar o efeito:
  - Mudar a cor aleatoriamente durante o movimento!





- NB. Não se pretende representar múltiplos triângulos. A segunda figura simplesmente ilustra o triângulo a mudar de cor ao longo do movimento!

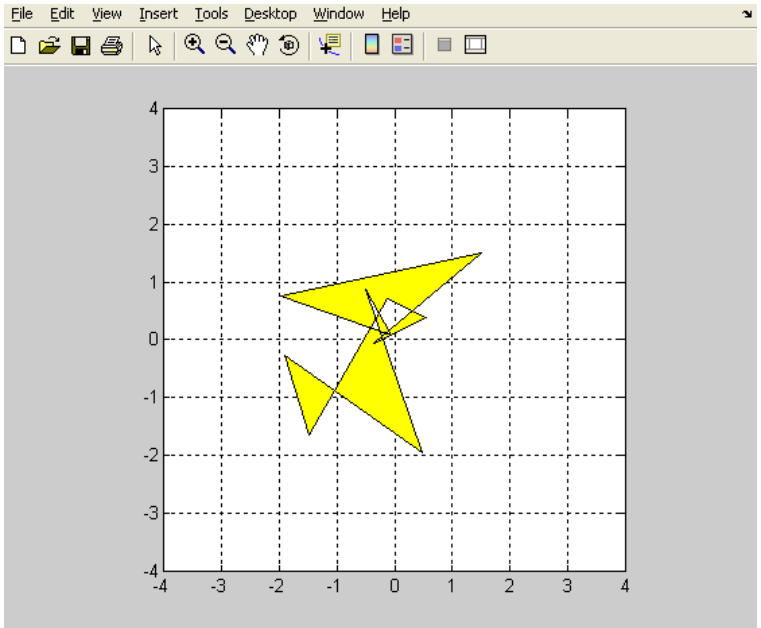
Sugestões para uma solução

```
%% Ex. 3b)

close all
P=[-0.5 0.5 0
    0   0   2];
P=P+repmat([3 0]',1,size(P,2));
h=fill(P(1,:),      ,'y');
axis([-4 4 -4 4]);
hold on;  grid on; axis square
N=500;
angs=linspace(0,20*pi,N);
for a=angs
    Q=       )*P;
    set(h, 'Xdata', Q(1,:), 'YData' ,        );
    set(h, 'FaceColor',rand(1,3));
    %set(h, 'LineWidth',0.00001+a/2);
    pause(0.05);
end
```

Exercício 3c) – Opcional

- Gerar um polígono aleatório com 10 vértices e animá-lo com rotação sobre si próprio.
- Os vértices devem pertencer ao intervalo: $[-2; +2]^2$.
  - Usar a função rand():
  - para gerar o polígono
  - para gerar uma cor aleatória



A transformaç ão geométrica homogénea

- Matriz geral

$$\begin{bmatrix} \cos(\alpha) & -\sin(\alpha) & v_x \\ \sin(\alpha) & \cos(\alpha) & v_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- Rotação pura

$$\begin{bmatrix} \cos(\alpha) & -\sin(\alpha) & 0 \\ \sin(\alpha) & \cos(\alpha) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- Translação pura

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & v_x \\ 0 & 1 & v_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Exercício 4a) – Translação e Rotação

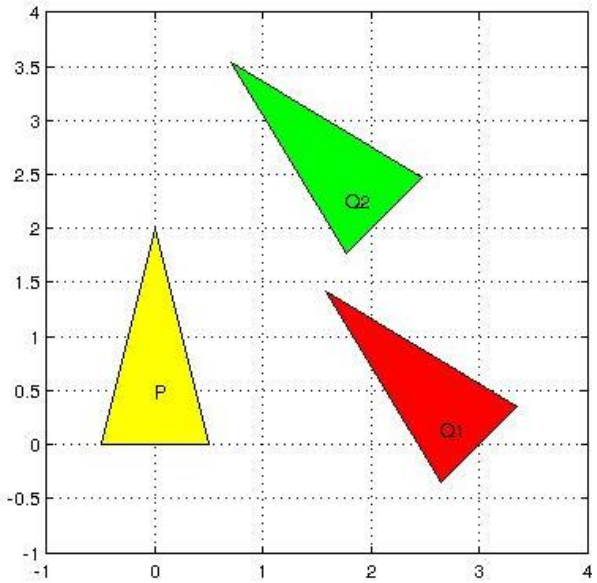
- Criar as funções para as transformações homogéneas no plano:
  - Rotação (função rot(): ficheiro rot.m)
  - Translação (função trans(): ficheiro trans.m)
- Usando o objeto P=[0.5 0 -0.5 ; 0 2 0], e as funções anteriores, fazer o seguinte:
  - Homogeneizar P (P=[P; 1 1 1]), e definindo `T1=trans(3,0)` e `T2=rot(pi/4)`, representar:
  - `Q1=T1*T2*P;` %1º rotação, 2º translação
  - `Q2=T2*T1*P;` %1º translação, 2º rotação
  - Comparar as diferenças.
- **N.B. As funções rot e trans deverão ser guardadas numa pasta lib separada porque serão úteis noutras aulas. O "path" do matlab deve ser ajustado para incluir a pasta lib.**

```
%% Ex 4a)
close all
P=[-0.5 0.5 0
    0   0   2
    1   1   1];
h=fill(P(1,:),P(2,:),'y');
axis([-1 4 -1 4]);
hold on;  grid on; axis square

T1=trans2(3,0)·
T2=rot(pi/4);

Q1=T1*T2*P;
Q2=T *T *P;
h1=fill(Q1(1,:),Q1(2,:),'r');
h2=fill(       ,       ,'g');

text(mean(P(1,:)),  mean(P(2,:)), 'P')
text(mean(Q1(1,:)),               ,'Q_1')
text(              ,              ,     )
```



Exercício 4b) – Animação simples de objeto

- Implementar uma sequência de transformações de forma a simular o movimento animado do objeto P correspondente a uma translação de (0,3): trans(0,3)
- Fragmento de código sugerido:

```
%...
h1=fill(P(1,:),P(2,:),'r'); %initial object drawing
%...
% simulate object motion in translation.
for t=linspace(0,3,20)
    Q=trans(0,t)*P;
    set( h1, 'XData', Q(1,:), 'YData', Q(2,:));
    pause(0.05)
end
```

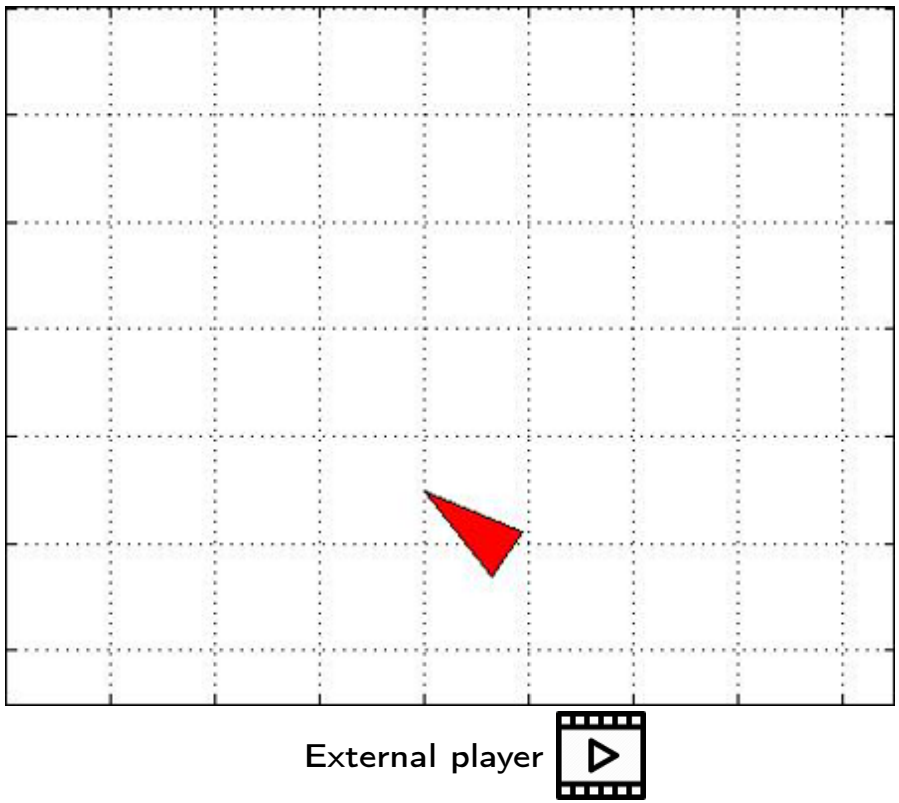
- **Nota**: A operação `set(h1,'XData',Q(1,:),'YData',Q(2,:));` anterior, poderia ser substituida pelo seguinte com o mesmo efeito:
  - `h1.XData=Q(1,:);`
  - `h1.YData=Q(2,:);`

Exercício 4c) – Animação composta de um objeto

- Implementar sequências de transformações de forma a simular o movimento animado do objeto P partindo da posição anterior do seguinte modo:
  - Parte1 $\rightarrow$ Trans(0,3) [é a alínea anterior: 4b)]
  - Parte2 $\rightarrow$ Rotação ($+90^o$) em torno da origem (global)
  - Parte3 $\rightarrow$ Trans (-6,0) visto da origem (global)
  - Parte4 $\rightarrow$ Rotação (-90^o) em torno de si próprio (local)
- O resultado esperado está ilustrado no filme animtri.avi
- NB. Para concretizar as transformações compostas, a ordem da multiplicação é determinante: **pré-multiplicar** significa operar visto do referencial **global**; **pós-multiplicar**, significa operar no referencial **local**.
- Seguem fragmentos de código para apoio ao exercício.

Visualização do movimento no Exercício 4c)

1. Trans(0,3)
2. Rotação ($+90^o$) em torno da origem (global)
3. Trans (-6,0) visto da origem (global)
4. Rotação (-90^o) em torno de si próprio (local)



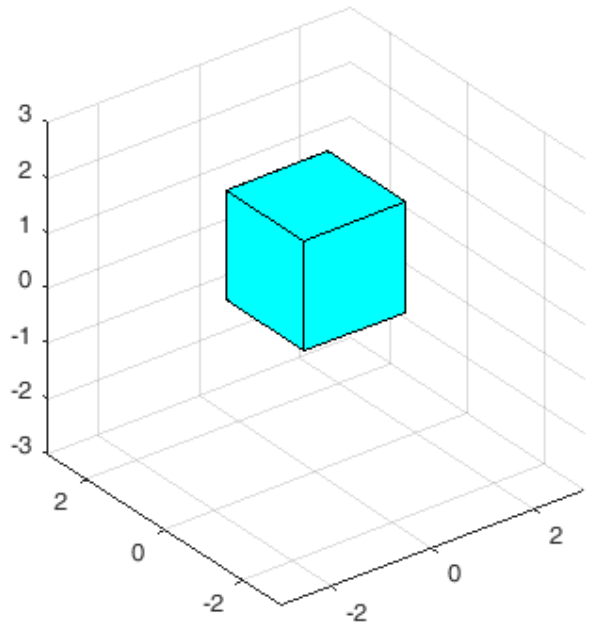
Fragmentos para uma solução do exercício 4c)

```
%...
% simulate object motion in rotation starting from previous.
for a=linspace(0,pi/2,20)
    Q=rot(a)*trans(0,3)*P;    %why?
    set( h1, 'XData', Q(1,:), 'YData', Q(2,:));
    pause(0.05)
end
% (Part 3)
for t=linspace(0,-6,20)
   Q=trans2(t,0)*rot(pi/2)*trans(0,3)*P; %why?
   set( h1, 'XData', Q(1,:), 'YData', Q(2,:));
   pause(0.05)
end
% (Part 4)
%...
```

Exercício 5) Extensão a 3D – Opcional**

- Ilustrar a rotação de um cubo em 3D em torno de zz
- Sugestão: Descrição e visualização de um cubo em matlab:

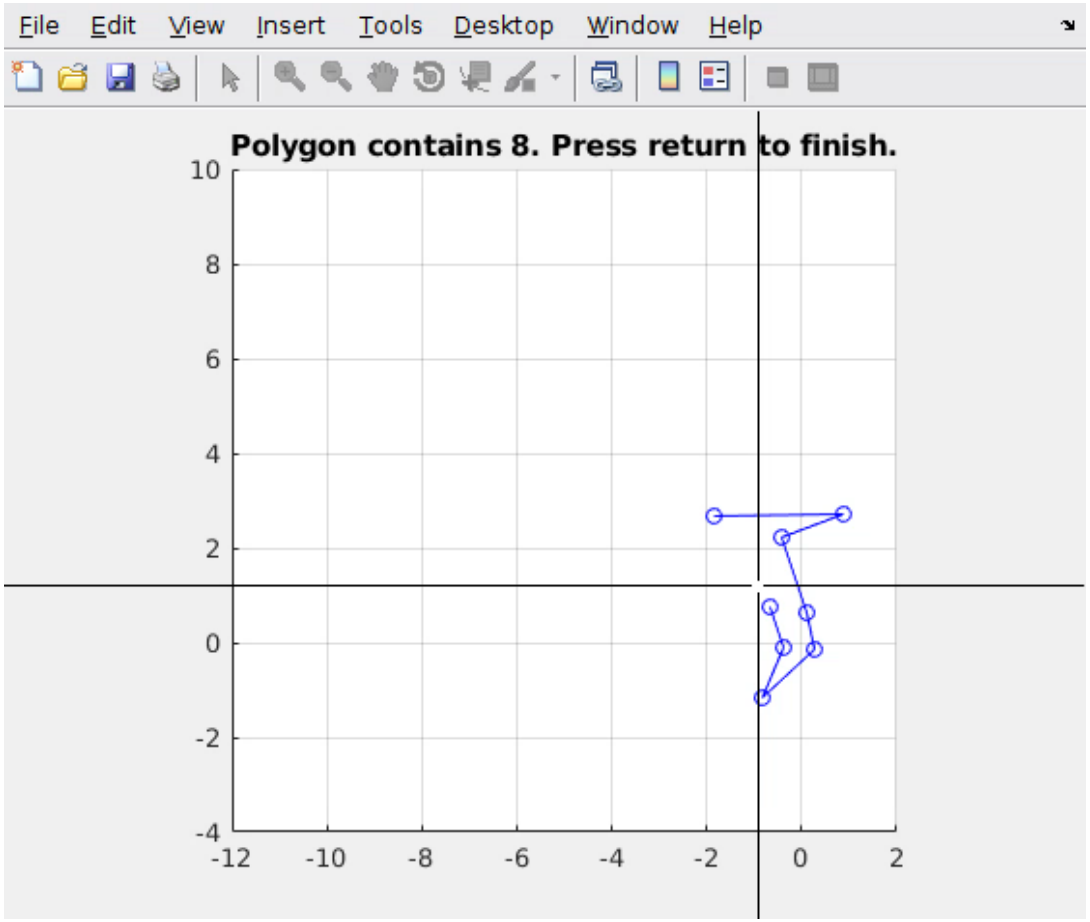
```
V=[  1   1   0    %P1
    -1   1   0    %P2
    -1  -1   0    %P3
     1  -1   0    %P4
     1   1   2    %P5
    -1   1   2    %P6
    -1  -1   2    %P7
     1  -1   2 ];%P8
F=[ 1  2  3  4
    5  6  7  8
    1  2  6  5
    1  5  8  4
    3  7  8  4
    2  6  7  3 ];
h=patch('Vertices',V,'Faces',F,'Facecolor','c');
grid on
```



Exercício 6) Polígono manual – Opcional**

- Fazer um programa que permita ao utilizador definir manualmente um polígono arbitrário com o comando 'ginput' do Matlab.
- Depois de criado, o polígono deve realizar os mesmos movimentos definidos no exercício 4c), mas com transformações adicionais simultâneas para cada passo:
  - Parte1 - Trans(0,3) em simultâneo com o aumento de escala do objeto de modo a que este fique com o dobro da dimensão inicial (usar fator de escala global em matrizes de transformação homogéneas).
  - Parte2 - Rotação (+90º) em torno da origem (global) em simultâneo com diminuição da escala do objeto de modo a que passe do dobro da dimensão inicial (no início da parte 2), para a escala inicial (final da parte 2).
  - Parte3 - Trans (-6,0) visto da origem (global), em simultâneo com uma rotação do objeto em torno de si próprio no total de uma volta completa, 0º no início da parte 3, 360º no final da parte 3.
  - Parte4 - Rotação (-90º) em torno de si próprio (local), em simultâneo com uma transição suave de cor do amarelo inicial para o roxo, tal como definido pelo colormap "parula" (ver help do matlab).

Exercício 6) Filme demonstrativo



External player