Matematica discreta

Stefano Mecocci

2018/2019

Indice

1 Insiemi

L'insieme è la base su cui il resto delle strutture matemmatiche sono definite. Esso è definito come una collezione di oggetti.

1.1 Rappresentazioni

Il modo più elementare per rappresentare gli insiemi consiste nell'usare il diagramma di Venn, ma i metodi più usati sono: di elencazione e di proprietà.

$$A = \{1, 2, 3, \ldots\} \tag{1}$$

Figura 1: Rappresentazione per elencazione

$$A = \{x \in X \mid P(x)\} \tag{2}$$

Figura 2: Rappresentazione per proprietà

1.2 Basi

Negli appunti sono presenti alcuni simboli speciali di seguito spiegati:

$\emptyset$	è l'insieme vuoto equivalente a $\{\}$
$\forall x$	significa "per ogni x"
$\exists x$	significa "esiste almeno un x"
$\mid$	significa "tale che"
$x \in X$	significa "x appartiene ad X"

Quando si "sbarra" un simbolo in generale si intende l'opposto (es. $\neq$ significa non uguale). Inoltre sono presenti anche riferimenti ad insiemi conosciuti:

- $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \ldots\}$ è l'insieme dei numeri naturali
- $\mathbb{Z} = \{\ldots - 2, -1, 0, 1, 2, 3, \ldots\}$ è l'insieme dei numeri interi
- $\mathbb{Q} = \{\frac{a}{b} \mid a, b \in \mathbb{Z} \text{ e } b \neq 0\}$ è l'insieme dei numeri razionali
- $\mathbb{R}$ è l'insieme dei numeri reali

Alcuni esempi per chiare i simboli, osservando la definizione dell'insieme B

$$B = \{x \in \mathbb{Z} \mid x^2 < 1\} \tag{3}$$

Si può affermare che:

- $1 \notin B$ è vera

- $\forall x \in B \mid x > 10$ è falsa

Attenzione: Bisogna stare attenti ad alcune denotazioni, ovvero tenendo conto che $A = \{a, b, c\}$:

- $\emptyset \neq \{\emptyset\}$
- $a \in A$ è vero
- $\{a\} \subseteq A$ è vero
- $\{a\} \in A$ è **falso**

1.3 Sottoinsiemi

Prendendo come riferimento l'insieme

$$A = \{4, 6, 8, 10, 12, \ldots\} \tag{4}$$

si può affermare che $A \subseteq \mathbb{N}$ è vera in quanto dice che "A è un sottoinsieme di $\mathbb{N}$". Se andiamo a controllare gli elementi presenti in A li ritroviamo in $\mathbb{N}$. Potremmo anche dire che:

- $\forall n \in A \mid$ n è un multiplo di 3 è falsa, infatti non è vero che **tutti** gli elementi di A sono multipli di 3
- $\exists n \in A \mid$ n è un multiplo di 3 è vera, infatti è vero che **esiste almeno un elemento** di A che sia multiplo di 3