Επαν. 24, Θέμα 1ο

A) $\varepsilon(\omega) = 3 - \dfrac{\omega^2}{\omega_1^2}$, $\mu(\omega) = \dfrac{\omega_2^2}{\omega_3^2 - \omega^2}$

Θα πρέπει $\varepsilon(\omega) \cdot \mu(\omega) = \sigma\epsilon\vartheta$

$$\Rightarrow \left(3 - \frac{\omega^2}{\omega_1^2}\right) \frac{\omega_2^2}{\omega_3^2 - \omega^2} = \frac{3\omega_1^2 - \omega^2}{\omega_1^2} \cdot \frac{\omega_2^2}{\omega_3^2 - \omega^2} =$$

$$= \frac{\omega_2^2}{\omega_1^2} \cdot \frac{3\omega_1^2 - \omega^2}{\omega_3^2 - \omega^2} \, \# = \sigma\epsilon\vartheta$$

$$\Rightarrow \boxed{3\omega_1^2 = \omega_3^2} \qquad \Rightarrow \quad \sqrt{\varepsilon\mu} = \frac{\omega_2}{\omega_1} \quad \text{①}$$

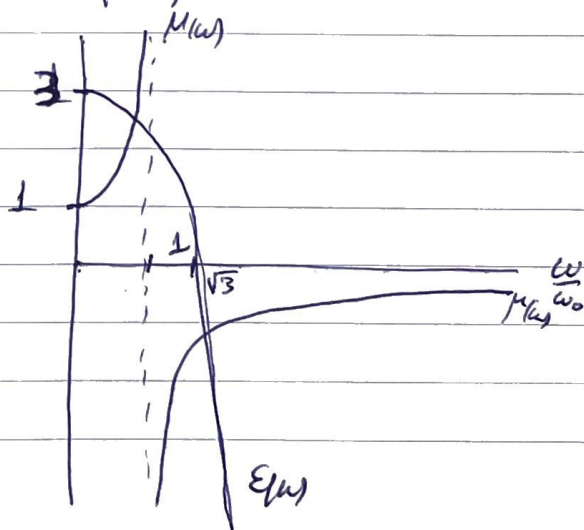Ταχύτητες φάσης και ομάδας:
$$(n = \sqrt{\varepsilon\mu})$$

① $\Rightarrow$ $k(\omega) = \dfrac{n}{c} \cdot \omega$ Άρα $\qquad = \left(\dfrac{dk}{d\omega}\right)^{-1}$

$$\boxed{u_p = \frac{\omega}{k} = \frac{c}{n} = \frac{\omega_1 c}{\omega_2}} \text{ και } \boxed{u_g = \frac{d\omega}{dk} = \frac{c}{n} = \frac{\omega_1 c}{\omega_2}}$$

Η απαίτηση χωρίς παραμόρφωση ικανοποιείται επειδή η είναι σταθερό $\Rightarrow u_p = u_g$ και δεν υπάρχει διασπορά.

B) Σχεδίαση $\varepsilon(\omega) = 3 - \dfrac{\omega^2}{\omega_0^2} = 3 - \left(\dfrac{\omega}{\omega_0}\right)^2$

και $\mu(\omega) = \dfrac{\omega_0^2}{\omega_0^2 - \omega^2} = \dfrac{1}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}$

Γ) Για $\omega/\omega_0 = x$:

$$\mathcal{E}(x) = 3 - x^2 \quad \text{και} \quad M(x) = \frac{1}{1 - x^2}$$

	$-\infty$	1	$\sqrt{3}$	
$\mathcal{E}(x)$	$+$	$+$	0	$-$
$\mu(x)$	$+$	$-$		$-$
$\mathcal{E}(x) \cdot \mu(x)$	$+$	$-$		$+$

Για να μην έχαμε εξασθένηση θα πρέπει $(\mathcal{E} > 0$ και $\mu > 0)$ ή $(\mathcal{E} < 0$ και $\mu < 0)$

Άρα οι ζητούμενες συχνότητες είναι $\dfrac{\omega}{\omega_0} < 1 \Rightarrow \boxed{0 < \omega < \omega_0}$

και $\dfrac{\omega}{\omega_0} > \sqrt{3} \Rightarrow \boxed{\omega > \omega_0 \sqrt{3}}$

(Στα άκρα $\omega = \omega_0$ υπάρχει πόλος ως $\mu \Rightarrow$ όχι διάδοση, και στο $\omega = \omega_0 \sqrt{3}$ έχουμε ENZ)