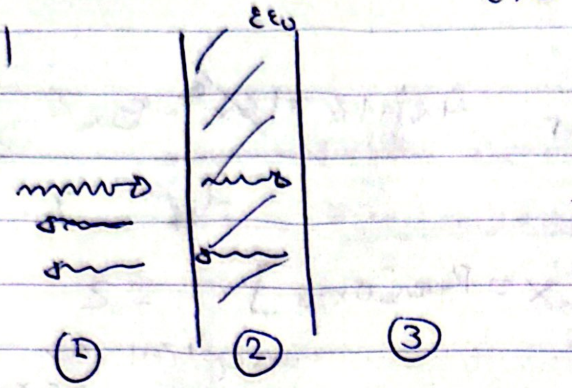
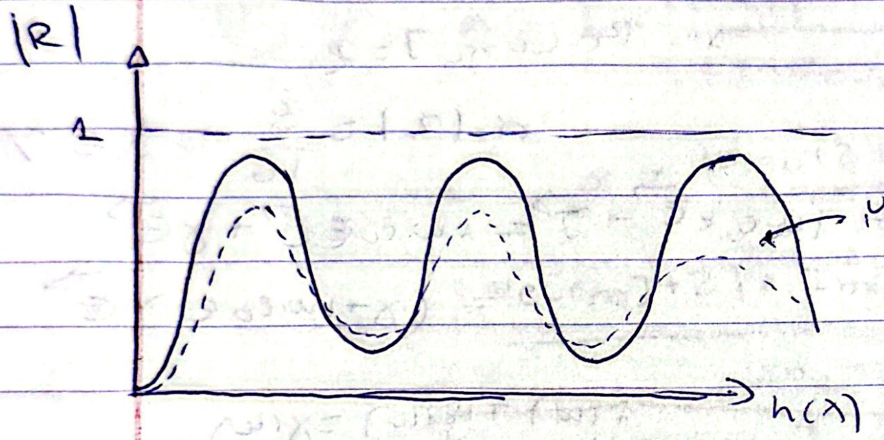
10/4/2025

▸ Fabry-Perot Resonator

λ ← μήκος κύματος ελεύθερου χώρου



Όταν τα δύο ανακλώμενα κύματα βρίσκονται σε φάση προσεγγίζουν θεωρητικά $|R|=1$



με απώλειες
↳ χάνεται μέρος του πλάτους

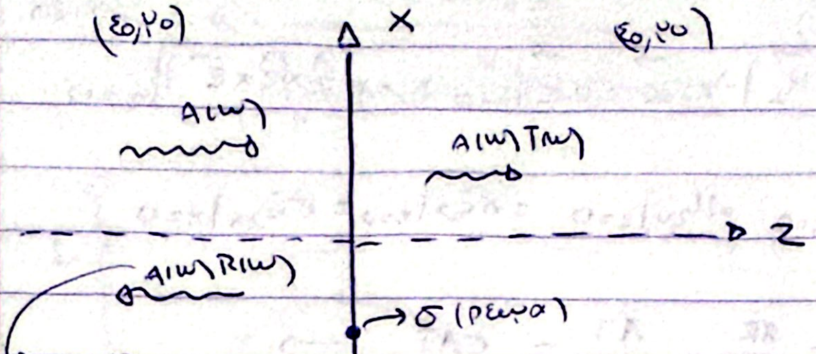
Θα βρούμε σχέση μεταξύ του λ και του λ' όπου λ' το μήκος κύματος στην δεύτερη περιοχή.

Θα πάρουμε

$$e^{-ik_0\sqrt{\varepsilon}z} = e^{-i\frac{2\pi}{\lambda}\sqrt{\varepsilon}z} = \underbrace{e^{-i\frac{2\pi}{\lambda}Re[\sqrt{\varepsilon}]z}}_{\text{αφορά το κύμα}}\cdot \underbrace{e^{\frac{2\pi}{\lambda}Im[\sqrt{\varepsilon}]z}}_{\text{αφορά πλάτος/εξασθένηση}}$$

Οπότε $\boxed{\lambda' = \frac{\lambda}{Re[\sqrt{\varepsilon}]}}$

1D REFLECTION/TRANSMISSION THROUGH METASURFACE.



↳ συνέλιξη στο χρόνο ως LTI σύστημα.

$$\boxed{E_{1x} = A(\omega)e^{-ik_0 z} + A(\omega)R(\omega)e^{+ik_0 z}} \quad (1)$$

$$\boxed{E_{2x} = A(\omega)T(\omega)e^{+ik_0 z}} \quad (2)$$

"Περιστρέφουμε" το ηλεκτρικό πεδίο

$$\vec{\nabla}\times\vec{E} = -i\omega\mu_0\vec{H} \Rightarrow \vec{\nabla}\times\vec{E} = -i\omega\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}\sqrt{\mu_0}\cdot\frac{\sqrt{\varepsilon_0}}{\sqrt{\varepsilon_0}}\vec{H} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \vec{\nabla}\times\vec{E} = -ik_0\eta_0\vec{H} \Rightarrow \vec{H} = \frac{i}{k_0\eta_0}\vec{\nabla}\times\vec{E}$$

$$\Rightarrow \vec{H} = \frac{i}{k_0\eta_0}\begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ \partial/\partial x & \partial/\partial y & \partial/\partial z \\ E_x & 0 & 0 \end{vmatrix} \Rightarrow \boxed{H_y = \frac{i}{k_0\eta_0}\cdot\frac{\partial}{\partial z}E_x} \quad (3)$$

→ Μας ενδιαφέρει η κάθετη παράγωγος γιατί διακρίνεται η διαφορά μεταξύ των 2 περιοχών.

άρα

$$\boxed{H_{1y} = \frac{A}{\eta_0}e^{-ik_0 z} - \frac{AR}{\eta_0}e^{+ik_0 z}} \quad (4)$$

και $$\boxed{H_{2y} = \frac{AT}{\eta_0}e^{-ik_0 z}} \quad (5)$$

Συνθήκες

$$E_{1x}|_{z=0} = E_{2x}|_{z=0} \Rightarrow A + AR = AT \Rightarrow \boxed{1 + R = T} \quad (6)$$

$\rightarrow$ ίσα στο LD

και

$$\hat{z}\times(\vec{H}_2-\vec{H}_1) = \vec{K} = \sigma\vec{E}|_{z=0} = -\sigma\hat{z}\times(\hat{z}\times\vec{E})|_{z=0}$$

$$\Rightarrow H_{1y}|_{z=0} - H_{2y}|_{z=0} = \sigma E_{1x}|_{z=0} = \sigma E_{2x}|_{z=0}$$

$$\Rightarrow \frac{A}{n_0} - \frac{AR}{n_0} - \frac{AT}{n_0} = \sigma AT \rightarrow$$

$$\Rightarrow 1-R-T = \sigma n_0 T$$

$$\Rightarrow \boxed{1-R = (\sigma n_0 + 1)T} \quad (7)$$

$$(6)+(7) \Rightarrow 2 = (\sigma n_0 + 1)T + 1 \Rightarrow \boxed{T = \frac{2}{\sigma n_0 + 2}} \quad (8)$$

$$(6) \Rightarrow R = T - 1 \Rightarrow \boxed{R = -\frac{\sigma n_0}{\sigma n_0 + 2}} \quad (9)$$

Η απορρόφηση ισχύος θα είναι

$$\alpha = \frac{\frac{|A|^2}{2n_0} - \frac{|A|^2|R|^2}{2n_0} - \frac{|A|^2|T|^2}{2n_0}}{\frac{|A|^2}{2n_0}} = 1-|R|^2-|T|^2 \quad (10)$$

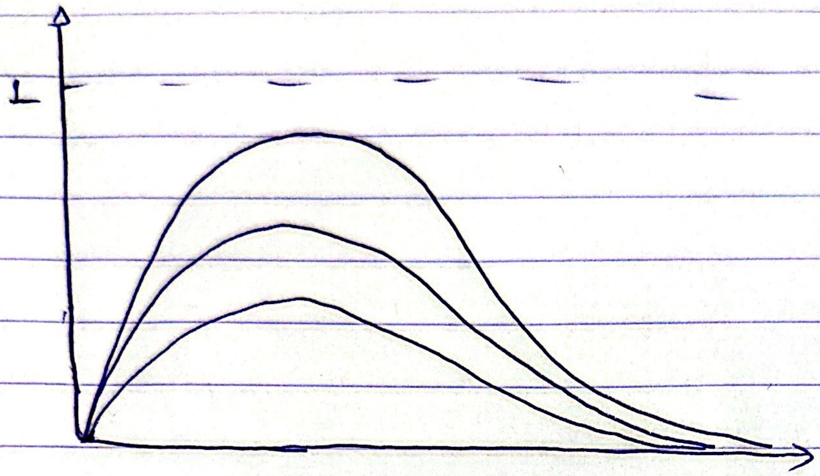
$$(10) \overset{(8)}{\underset{(9)}{\Rightarrow}} \alpha = 1 - \frac{|\sigma n_0|^2}{|\sigma n_0+2|^2} - \frac{4}{|\sigma n_0+2|^2} = 1 - \frac{|\sigma n_0|^2+4}{|\sigma n_0+2|^2}$$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{|\sigma n_0+2|^2 - |\sigma n_0|^2 - 4}{|\sigma n_0+2|^2} = \frac{(Re[\sigma n_0]+2)^2 + Im^2}{}$$

$$= \frac{(Re[\sigma n_0]+2)^2 + (Im[\sigma n_0])^2 - (Re[\sigma n_0])^2 - (Im[\sigma n_0])^2 - 4}{(Re[\sigma n_0]+2)^2 + Im[\sigma n_0]^2}$$

$$\Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad a = \frac{4Re[ono]}{(Re[ono]+2)^2+(Im[ono])^2} \qquad (11)$$



Re[ono].

όσο μεγαλύτερο Im[ono] μειώνεται το maximum

@ resonance (υποθέτουμε Im[ono]=0)

$$\alpha(x) = \frac{4x}{(x+2)^2} \Rightarrow \alpha'(x) = \frac{4(x+2)^2-4x\cdot 2(x+2)}{(\ldots)} =$$

$$= \frac{4x^2+\cancel{16x}+16-8x^2-\cancel{16x}}{(\ldots)} = \frac{16-4x^2}{(\ldots)}$$

άρα $\alpha'(x)=0 \rightarrow 16-4x^2=0 \Rightarrow x=\pm 2$

$x=-2$ απορρίπτεται επειδή έχουμε PASSIVE υλικά

άρα $x=2 \Rightarrow Re[ono]=2$

και $\alpha(2) = \frac{1}{2} = 50\%$.