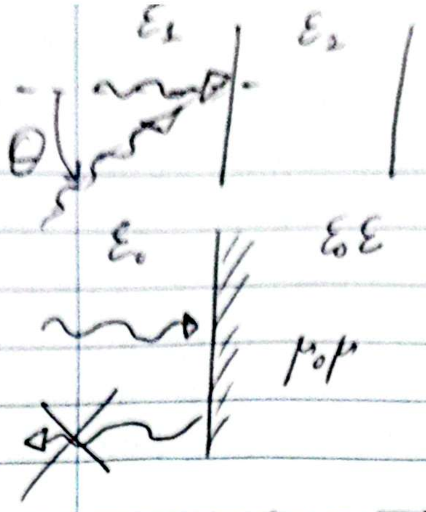
12/05



$$R=\frac{1-\sqrt{\varepsilon}}{1+\sqrt{\varepsilon}}$$

$$R=\frac{\sqrt{\mu}-\sqrt{\varepsilon}}{\sqrt{\mu}+\sqrt{\varepsilon}}$$

$$R=\frac{\cos\theta-\sqrt{\varepsilon-\sin^2\theta}}{\cos\theta+\sqrt{\varepsilon-\sin^2\theta}},\quad \vec{E}//\text{interface } E_x$$

$$R=\frac{\varepsilon\cos\theta-\sqrt{\varepsilon-\sin^2\theta}}{\varepsilon\cos\theta+\sqrt{\varepsilon-\sin^2\theta}}\quad \vec{H}//\text{interface } H_x$$

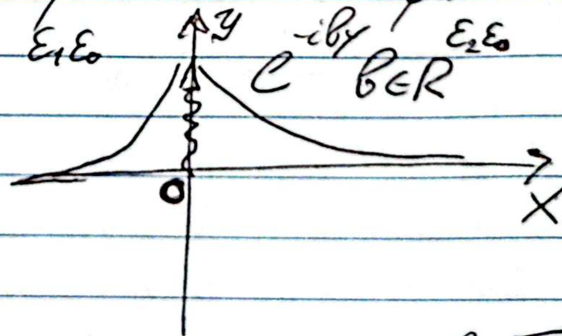
$$\theta_c=\arcsin(\sqrt{\varepsilon})\qquad T=\frac{2\cos\theta}{\cos\theta+\sqrt{\varepsilon-\sin^2\theta}}\xrightarrow{\theta=0}T=\frac{2}{1+\sqrt{\varepsilon}}$$

$$\theta_B=\arccos\left(\sqrt{\frac{1}{1+\varepsilon}}\right)\qquad T=\frac{2\cos\theta}{\varepsilon\cos\theta+\sqrt{\varepsilon-\sin^2\theta}}\xrightarrow{\theta=0}T=\frac{2\sqrt{\varepsilon}}{1+\sqrt{\varepsilon}}$$

• **SURFACE WAVES**. Διερευνώ τις συνθήκες όπου μπορεί να υπάρξει αυτό το φαινόμενο. Κύμα που ταξιδεύει κατά μήκος της επιφάνειας (του interface)

Θέλουμε εκτός της επιφάνειας να αποσβέννει εκθετικά!

$e^{-i\beta y}$ $\beta\in R$



Μιλάμε για $H(x,y)$. X επειδή εκεί υπάρχει και αποσβένει.

$e^{-iK_x x-iK_y y}$

Μιλάμε για $H_{z_1}=A_1 e^{-i\beta y+\sqrt{\beta^2-K_0^2\varepsilon_1}x}$ (1) $\quad H_{z_2}=A_2 e^{-i\beta y}e^{-\sqrt{\beta^2-K_0^2\varepsilon_2}x}$ (2)

$K_{x_1}^2+\beta^2=K_0^2\varepsilon_1$ $\qquad K_{x_2}^2+\beta^2=K_0^2\varepsilon_2$

$K_{x_1}=\pm\sqrt{K_0^2\varepsilon_1-\beta^2}$ $\qquad K_{x_2}=\pm\sqrt{K_0^2\varepsilon_2-\beta^2}$

$\beta^2>K_0^2\varepsilon_1$ $\qquad iK_{x_2}=\sqrt{\beta^2-K_0^2\varepsilon_2}$

$\beta^2>K_0^2\varepsilon_2$ →

Επειτα $E_y \sim \frac{1}{\varepsilon}\frac{\partial H_z}{\partial x}$

① → $E_{y1} \sim \frac{A_1}{\varepsilon_1} e^{-i\beta y}\sqrt{\beta^2-k_0^2\varepsilon_1}\cdot e^{\sqrt{\beta^2-k_0^2\varepsilon_1}\,x}$ ③

② → $E_{y2} \sim \frac{-A_2}{\varepsilon_2} e^{-i\beta y}\sqrt{\beta^2-k_0^2\varepsilon_2}\cdot e^{-\sqrt{\beta^2-k_0^2\varepsilon_2}\,x}$ ④

Συνοριακές: $E_{y1}\Big|_{x=0} = E_{y2}\Big|_{x=0} \xRightarrow[A_1=A_2]{③④} \frac{\sqrt{\beta^2-k_0^2\varepsilon_1}}{\varepsilon_1} = -\frac{\sqrt{\beta^2-k_0^2\varepsilon_2}}{\varepsilon_2}$ ⑤

Πώς γράφουμε τις παραδοχές $\beta^2>k_0^2\varepsilon_1$ και $\beta^2>k_0^2\varepsilon_2$;

→ $\beta^2>k_0^2\max\{\varepsilon_1,\varepsilon_2\}$ $\quad \varepsilon_1,\varepsilon_2\in\mathbb{R}$ με $\varepsilon_1\cdot\varepsilon_2<0$

⑤ ⇒ $(\beta^2-k_0^2\varepsilon_1)\varepsilon_2^2 = (\beta^2-k_0^2\varepsilon_2)\varepsilon_1^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow \beta^2\varepsilon_2^2 - k_0^2\varepsilon_1\varepsilon_2^2 = \beta^2\varepsilon_1^2 - k_0^2\varepsilon_2\varepsilon_1^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow \beta^2(\varepsilon_2^2-\varepsilon_1^2) = k_0^2\varepsilon_1\varepsilon_2(\varepsilon_2-\varepsilon_1) \xRightarrow{\varepsilon_1\neq\varepsilon_2}$

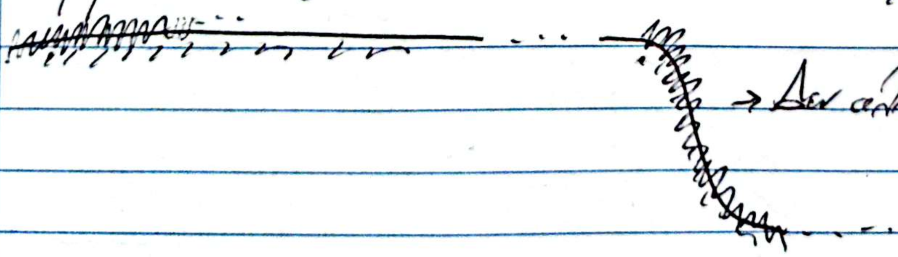
$\Rightarrow \beta^2(\varepsilon_1+\varepsilon_2)=k_0^2\varepsilon_1\varepsilon_2$

$$\boxed{\beta = k_0\sqrt{\frac{\varepsilon_1\varepsilon_2}{\varepsilon_1+\varepsilon_2}} > 0}$$

Χρειάζεται και προϋπόθεση $\varepsilon_1+\varepsilon_2<0$
Άρα επίσης $\varepsilon_1\cdot\varepsilon_2<0$

Αν $\varepsilon_1 \simeq -\varepsilon_2$ τότε $\sqrt{\frac{1}{0}} \to \beta \simeq \infty$

Χωρικό κύμα με άπειρη συχνότητα. Μπορεί να ακολουθήσει τις διάφορες τοπολογίες των interface που εξετάζουμε.

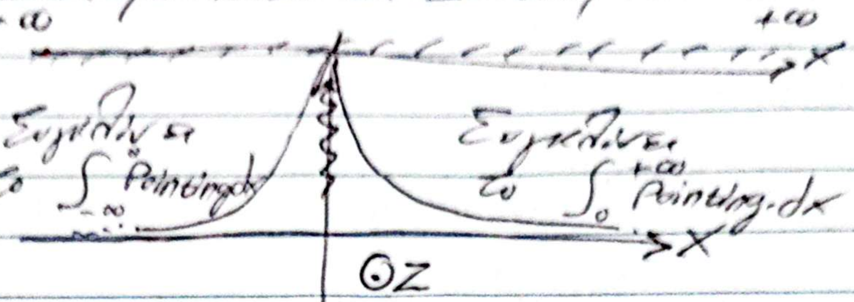


→ Δεν απλώνεται η πληροφορία

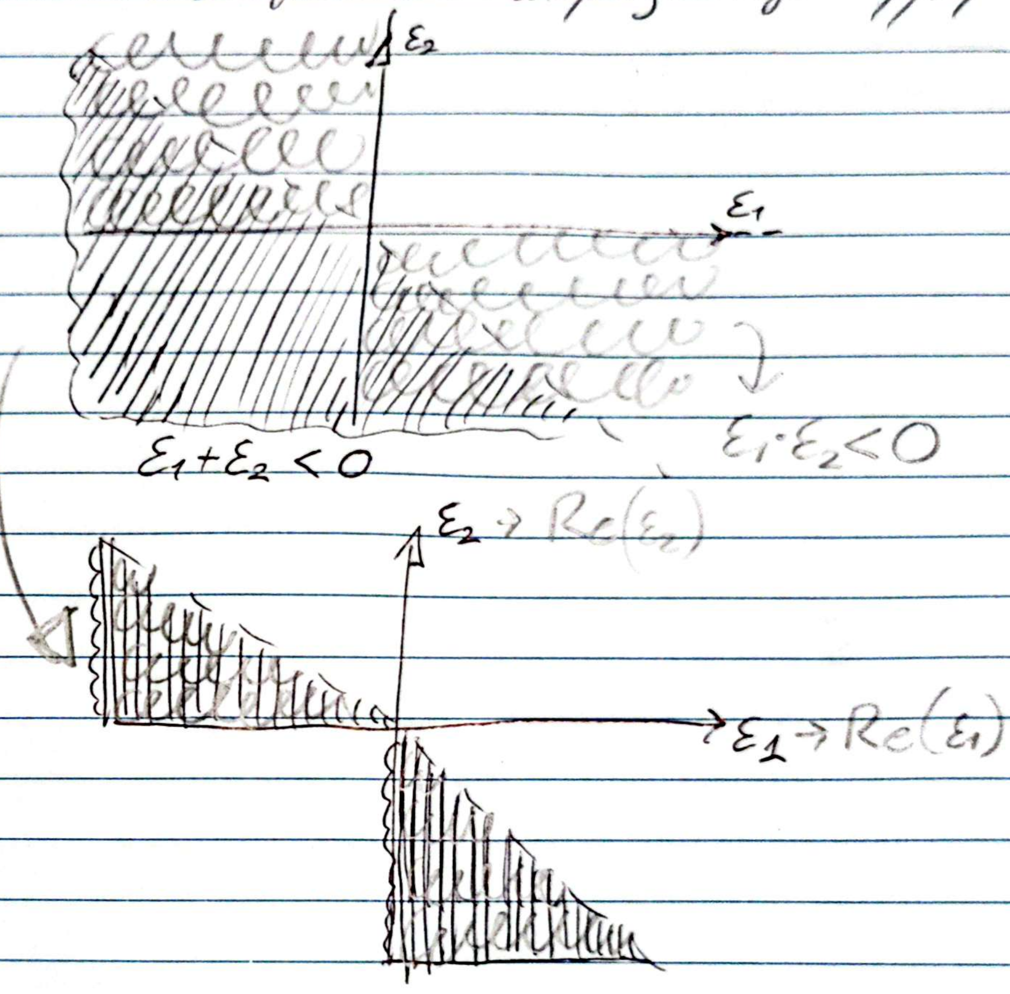
Γενικά:

$H_z(x,y) = e^{ik_x x} \cdot e^{ik_y y}$ $\quad k_x^2 + k_y^2 = k_0^2$ (στο κενό, αλλιώς k

Για την Ενέργεια: Θεώρημα Poynting και ολοκλήρωση στην λωρίδα κατά x-z επιφάνεια διάδοσης



Όχι κατά dz γιατί δεν επηρεάζει λόγω συμμετρίας



Ώστε να ικανοποιηθούν οι συνθήκες του προβλήματος:

$$\boxed{\beta = \underset{\substack{\downarrow \\ \omega\sqrt{\varepsilon_0}\sqrt{\mu_0}}}{k_0} \sqrt{\frac{\varepsilon_1 \varepsilon_2}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}} > 0}$$ Για Surface Waves

Για την άλλη πόλωση,

$$E_{z1} = A_1 e^{-i\beta y} \cdot e^{+\sqrt{\beta^2 - k_0^2 \varepsilon_1}\, x}$$

$$E_{z2} = A_2 e^{-i\beta y} \cdot e^{-\sqrt{\beta^2 - k_0^2 \varepsilon_2}\, x}$$

$$H_y \sim \frac{\partial E_z}{\partial x}$$

$$H_{y1} \sim A e^{-i\beta y} e^{+\sqrt{\beta^2 - k_0^2 \varepsilon_1}\, x} \cdot \left(\sqrt{\beta^2 - k_0^2 \varepsilon_1}\right)$$

$$H_{y2} \sim A e^{-i\beta y} e^{-\sqrt{\beta^2 - k_0^2 \varepsilon_2}\, x} \cdot \left(\sqrt{\beta^2 - k_0^2 \varepsilon_2}\right)$$

$$\sqrt{\beta^2 - k_0^2 \varepsilon_1} = -\sqrt{\beta^2 - k_0^2 \varepsilon_2}$$