



NATIONAL TECHNICAL UNIVERSITY OF ATHENS
SCHOOL OF ELECTRICAL AND COMPUTER ENGINEERING

Dr Constantinos Valagiannopoulos, Assistant Professor

Heroon Polytechniou 9, Athens GR-15773, Greece, Office: **2.1.15**, Email: **valagiannopoulos@ece.ntua.gr**

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ:

Αθήνα, 5 Φεβρουαρίου 2025

ΑΠ25

**ΠΤΥΧΙΑΚΗ ΕΞΕΤΑΣΗ ΣΤΑ
ΗΛΕΚΤΡΟΜΑΓΝΗΤΙΚΑ ΠΕΔΙΑ Α (Μ-Π)**

ΕΚΤΙΜΗΣΗ ΤΟΥ ΒΑΘΜΟΥ ΜΟΥ:

/10

ΘΕΜΑ 1 [30%]

Διαθέτετε υλικό με απώλειες, του οποίου σχετική μιγαδική διηλεκτρική επιτρεπτότητα $\varepsilon(\omega)$ και η σχετική μαγνητική επιδεκτικότητα $\mu(\omega)$ δίνονται ως:

$$\varepsilon(\omega) = 1 - if(\omega)$$

$$\mu(\omega) = g(\omega),$$

όπου $f(\omega), g(\omega) > 0$ θετικές, μη μηδενικές, συναρτήσεις της συχνότητας.

(Α) Να βρείτε τη μορφή των συναρτήσεων $f(\omega), g(\omega)$ ώστε το μέσο να υποστηρίξει μετάδοση χωρίς παραμόρφωση, δηλαδή να ισχύει: $\sqrt{\varepsilon(\omega)\mu(\omega)} = C_1 - i\frac{C_2}{\omega}$, όπου $C_1, C_2 > 0$ θετικές σταθερές. [20%]

(Β) Να σχεδιαστούν ποιοτικά οι συναρτήσεις $f(\omega), g(\omega)$ για κάποια επιλογή των σταθερών $C_1, C_2 > 0$. [5%]

(Γ) Είναι δυνατόν το μέσο να υποστηρίξει, επιπλέον, αρνητική διάθλαση? [5%]

ΘΕΜΑ 2 [40%]

Θεωρούμε τέλεια αγωγίμο ημιχώρο $z < 0$ ενώ στον κενό ημιχώρο $z > 0$, έχει αναπτυχθεί ηλεκτρικό πεδίο με μετασχηματισμό Fourier:

$$\mathbf{E} = \hat{\mathbf{z}}A(\omega) \frac{1}{z^2 + h^2} e^{-i\beta\omega x},$$

όπου h είναι μια απόσταση αναφοράς.

(Α) Να γράψετε τις μονάδες μέτρησης των παραμέτρων $A(\omega)$ και β . [5%]

(Β) Να υπολογίσετε το μετασχηματισμό Fourier του μαγνητικού πεδίου για $z > 0$. [5%]

(Γ) Να εξηγήσετε γιατί το παραπάνω ηλεκτρομαγνητικό πεδίο δεν μπορεί να υπάρξει χωρίς την παρουσία χωρικού ρεύματος \mathbf{J} στο χώρο $z > 0$. Να υπολογιστεί το αναγκαίο ρεύμα \mathbf{J} για τη δημιουργία του πεδίου. [12%]

Στα επόμενα, να θεωρήσετε ότι το ρεύμα \mathbf{J} ρέει κατά τον άξονα x .

(Δ) Να υπολογίσετε την παράμετρο β . Να αναπαραστήσετε το μέτρο της συνιστώσας $|J_x|$ ως συνάρτηση της κανονικοποιημένης απόστασης z/h . [10%]

(Ε) Αν $A(\omega) = A_0\delta(\omega - \omega_0)$, με $A_0 > 0$, να υπολογίσετε το διάνυσμα Poynting του ηλεκτρομαγνητικού πεδίου για $z > 0$. Είναι η μέση χρονική ισχύ που διαπερνά ένα επίπεδο σταθερού x σε μία περίοδο $2\pi/\omega_0$ πεπερασμένη ή όχι και γιατί? [8%]

ΘΕΜΑ 3 [30%]

Επίπεδο κύμα έχει ηλεκτρικό πεδίο παράλληλο στον άξονα y και πλάτος A ενώ μεταδίδεται στο κενό κατά κατεύθυνση που σχηματίζει γωνία θ με τον άξονα z (Σχήμα Ι). Στην επιφάνεια $z = 0$ συναντά διάταξη η οποία δεν υπακούει στο νόμο της ανάκλασης. Αυτή επιβάλλει στο σύνορό της την ακόλουθη συνοριακή συνθήκη για τους μετασχηματισμούς Fourier των πεδίων στο χώρο $z > 0$:

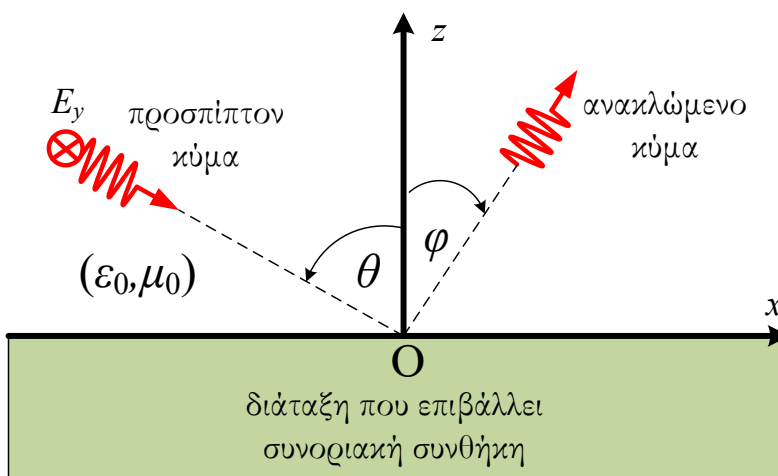
$$E_y|_{z=0} - Z H_x|_{z=0} = A \left(1 - \frac{Z}{\eta_0} \cos \theta\right) e^{-ik_0 x \sin \theta} + A \left(1 + \frac{Z}{\eta_0} \frac{\sqrt{3}}{2}\right) e^{-ik_0 x/2} \exp\left(-\frac{Z}{\eta_0} \cos \theta\right), \quad \text{για κάθε } x \in \mathbb{R},$$

όπου $k_0 = \omega \sqrt{\epsilon_0 \mu_0}$ είναι ο κυματικός αριθμός ελευθέρου χώρου. Η ποσότητα $Z > 0$ είναι μία θετική παράμετρος που μετριέται σε Ohm ενώ το σύμβολο $\eta_0 = \sqrt{\mu_0/\epsilon_0}$ είναι η κυματική αντίσταση του κενού και μετριέται επίσης σε Ohm.

(Α) Να βρείτε τη γωνία ανάκλασης φ , όπως ορίζεται στη Σχήμα Ι και να αναπαρασταθεί ως συνάρτηση της γωνία πρόσπτωσης $-\pi/2 < \theta < \pi/2$. [12%]

(Β) Να βρείτε το συντελεστή ανάκλασης. [8%]

(Γ) Να αναπαρασταθεί ο συντελεστής ανάκλασης ως συνάρτηση της γωνίας πρόσπτωσης $0 < \theta < \pi/2$ για $Z = 0.1\eta_0$, $Z = \eta_0$ και για $Z = 10\eta_0$ στο ίδιο γράφημα. [10%]



Σχήμα Ι