



NATIONAL TECHNICAL UNIVERSITY OF ATHENS
SCHOOL OF ELECTRICAL AND COMPUTER ENGINEERING

Dr Constantinos Valagiannopoulos, Assistant Professor

Heroon Polytechniou 9, Athens GR-15773, Greece, Office: 2.1.15, Email: valagiannopoulos@ece.ntua.gr

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ:

Αθήνα, 17 Ιουνίου 2024

AK24

**ΚΑΝΟΝΙΚΗ ΕΞΕΤΑΣΗ ΣΤΑ
ΗΛΕΚΤΡΟΜΑΓΝΗΤΙΚΑ ΠΕΔΙΑ Α (Μ-Π)**

ΕΚΤΙΜΗΣΗ ΤΟΥ ΒΑΘΜΟΥ ΜΟΥ:

/10

ΘΕΜΑ 1 [35%]

Έχετε διαθέσιμο υλικό με σχετική διηλεκτρική επιτρεπτότητα $\epsilon(\omega)$ και σχετική μαγνητική διαπερατότητα $\mu(\omega)$ που δίνονται ως:

$$\epsilon(\omega) = \frac{\omega^4 - \omega_1^2 \omega^2 + \omega_2^4}{(\omega^2 - \omega_3^2) \omega_3^2}, \quad \mu(\omega) = \frac{3 \omega_4^2}{\omega^2 - 2 \omega_4^2},$$

όπου $\{\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4\}$ χαρακτηριστικές θετικές συχνότητες του υλικού.

(Α) Να βρείτε τη συνθήκη ώστε η επιτρεπτότητα του υλικού να μηδενίζεται (δηλαδή το υλικό να γίνεται ENZ) σε δύο συχνότητες $\omega > 0$. [7%]

(Β) Αν η επιτρεπτότητα του υλικού μηδενίζεται μόνο σε μία συχνότητα $\omega > 0$, να βρείτε τη συνθήκη ώστε το υλικό να υποστηρίξει μετάδοση χωρίς παραμόρφωση. Να υπολογίσετε το γινόμενο $\epsilon(\omega)\mu(\omega)$ σε αυτό το σενάριο. [8%]

(Γ) Αν $\{\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4\} = \{\omega_0, 0, 2\omega_0, 3\omega_0\}$, όπου $\omega_0 > 0$ μια συχνότητα αναφοράς, να βρείτε τα εύρη συχνοτήτων όπου το υλικό υποστηρίζει: (i) θετικά διαθλώμενα κύματα (κωδικός: +1), (ii) αρνητικά διαθλώμενα κύματα (κωδικός: -1) και (iii) αποσβενύμενα κύματα (κωδικός 0). Να αναπαραστήσετε τον αντίστοιχο κωδικό του κύματος ως συνάρτηση της κανονικοποιημένης συχνότητας ω/ω_0 . [10%]

(Δ) Αν $\omega_2 = 0$ και $\omega_1 = \omega_3 = \omega_4 = \omega_0$, όπου $\omega_0 > 0$ μια συχνότητα αναφοράς, να σχεδιαστούν τα $\epsilon(\omega)$ και $\mu(\omega)$ ως συναρτήσεις της κανονικοποιημένης συχνότητας ω/ω_0 . Αν στέλνατε μονοχρωματικά σήματα από τον αέρα, κάθετα στο συγκεκριμένο υλικό, να επιλέξετε τις συχνότητες λειτουργίας $\omega > 0$ που εξασφαλίζουν τη μέγιστη ισχύ μετάδοσης. [10%]

ΘΕΜΑ 2 [30%]

Ελεύθερο επιφανειακό ρεύμα με μετασχηματισμό Fourier $\mathbf{K} = \hat{\mathbf{x}}K(\omega)$ που ρέει κατά την κατεύθυνση x βρίσκεται μεταξύ ημιάπειρου κενού χώρου (1) και ημιάπειρου μη κενού χώρου (2) σχετικής διηλεκτρικής επιτρεπτότητας ϵ , όπως στο Σχήμα Ι.

(Α) Να υπολογιστεί ο μετασχηματισμός Fourier του ηλεκτρικού πεδίου στους χώρους (1) και (2). [5%]

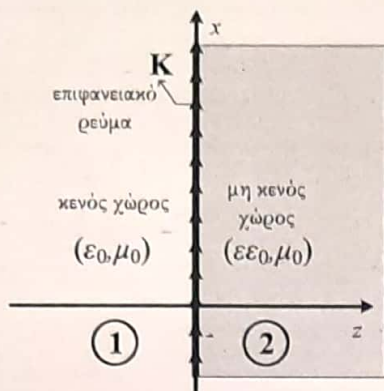
(Β) Αν το επιφανειακό ρεύμα στο πεδίο του χρόνου δίνεται ως:

$$\mathcal{K} = \hat{\mathbf{x}}[K_1 \cos(\omega_1 t) + K_2 \sin(\omega_2 t)],$$

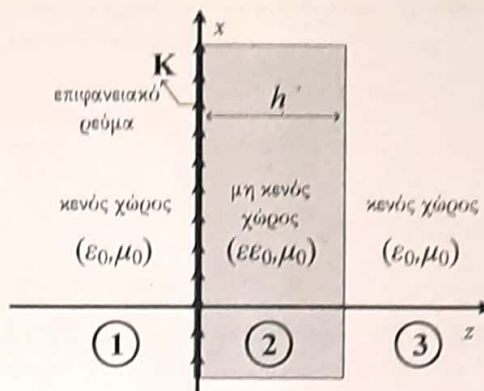
όπου $K_1, K_2 > 0$, να υπολογιστεί το ηλεκτρικό πεδίο ως συνάρτηση του χρόνου, στους χώρους (1) και (2). [8%]

(Γ) Αν ο χώρος (2) τερματίζεται μετά από απόσταση h , και ακολουθεί ημιάπειρος κενός χώρος (3), όπως στο Σχήμα ΙΙ, να γραφτεί η μορφή του χρονοεξαρτημένου ηλεκτρικού πεδίου στους χώρους (2) και (3), χωρίς ακριβή υπολογισμό των πλατών και των αρχικών φάσεων των κυμάτων. [6%]

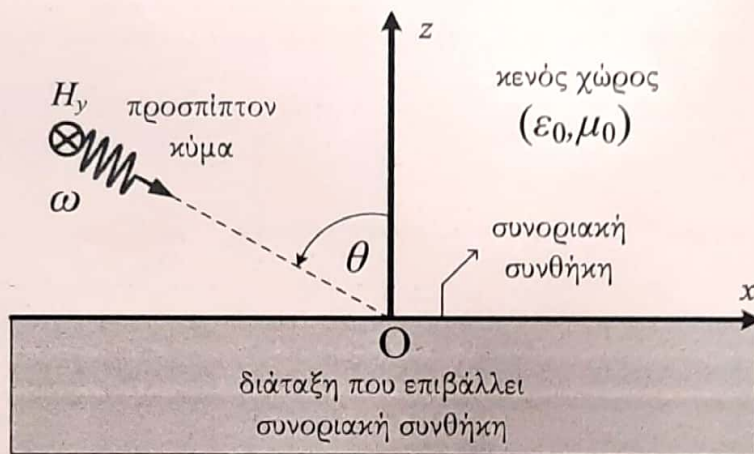
(Δ) Στο σενάριο του ερωτήματος (Γ), προτείνετε αναλυτική (παραγωγίσιμη) συνάρτηση $E(\omega)$ για σχέση διασποράς του υλικού ώστε να μην υπάρχει ανάκλαση κυμάτων στο χώρο (2) λόγω της ύπαρξης του χώρου (3), ενώ ταυτόχρονα $E(0) = 2$ και $E(\infty) = 3$. [11%]



Σχήμα I



Σχήμα II



Σχήμα III

ΘΕΜΑ 3 [35%]

Επίπεδο κύμα συχνότητας ω έχει μαγνητικό πεδίο παράλληλο στον άξονα y και μοναδιαίο πλάτος ενώ μεταδίδεται στο κενό κατά κατεύθυνση που σχηματίζει γωνία θ με τον άξονα z (Σχήμα III). Στην επιφάνεια $z = 0$ συναντά διάταξη που επιβάλλει στο σύνορό της, την ακόλουθη συνοριακή συνθήκη για τους μετασχηματισμούς Fourier (φασισθέτες) των πεδίων στο χώρο $z > 0$:

$$\eta H_y|_{z=0} + E_x|_{z=0} = 0,$$

όπου η είναι μία μιγαδική παράμετρος που μετρείται σε Ohm.

(Α) Να γραφτούν οι εξισώσεις του προσπίπτοντος και του ανακλώμενου μαγνητικού πεδίου. [4%]

(Β) Να προσδιοριστεί ο συντελεστής ανάκλασης, δηλαδή το μιγαδικό πλάτος του ανακλώμενου μαγνητικού πεδίου. [8%]

(Γ) Αν $\eta = \text{Re}[\eta] + i \text{Im}[\eta]$, να βρεθεί το ποσοστό της προσπίπτουσας ισχύος που ανακλάται. [6%]

(Δ) Για κάθετη πρόσπτωση ($\theta = 0$), να σχεδιαστεί η ανακλώμενη ισχύς ως συνάρτηση του $\text{Re}[\eta]/\eta_0 > 0$ στο ίδιο σύστημα αξόνων για τρία σενάρια: $\text{Im}[\eta] = 0, 2\eta_0, 10\eta_0$. Το σύμβολο $\eta_0 = \sqrt{\mu_0/\epsilon_0}$ αντιστοιχεί σε μία σταθερά που μετρείται σε Ohm και λέγεται κυματική αντίσταση του κενού. [9%]

(Ε) Να βρεθεί η παράμετρος η προκειμένου η ανακλώμενη ισχύς να μηδενίζεται στη γωνία πρόσπτωσης $\theta = 60^\circ$, και για αυτή την επιλογή να σχεδιαστεί με ακρίβεια η ανακλώμενη ισχύς ως συνάρτηση της γωνίας $0^\circ < \theta < 90^\circ$. [8%]