



NATIONAL TECHNICAL UNIVERSITY OF ATHENS  
SCHOOL OF ELECTRICAL AND COMPUTER ENGINEERING

Dr. Constantinos Valagiannopoulos, Assistant Professor

Heroon Polytechniou 9, Athens GR-15773, Greece, Office: 2.1.15, Email: valagiannopoulos@eee.ntua.gr

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ

Λόγος, 4 Σεπτεμβρίου 2024

ΑΕ24

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΗ ΕΞΕΤΑΣΗ ΣΤΑ  
ΗΛΕΚΤΡΟΜΑΓΝΗΤΙΚΑ ΠΕΔΙΑ Α (Μ-Π)

ΕΚΤΙΜΗΣΗ ΤΟΥ ΒΑΘΜΟΥ ΜΕΣΤ

/10

ΘΕΜΑ 1 [25%]

Διαθέτετε υλικό με σχετική μιγαδική διηλεκτρική επιτρεπτότητα  $\epsilon(\omega)$  και σχετική μαγνητική επιδεκτικότητα  $\mu(\omega)$  που δίνονται ως:

$$\epsilon(\omega) = 3 - \frac{\omega^2}{\omega_1^2}$$

$$\mu(\omega) = \frac{\omega_2^2}{\omega_3^2 - \omega^2},$$

όπου  $\omega_1, \omega_2, \omega_3 > 0$  είναι χαρακτηριστικές συχνότητες.

☒ Α) Να βρείτε τις συνθήκες για τις οποίες το μέσο υποστηρίζει μετάδοση χωρίς παραμόρφωση. Σε αυτή την περίπτωση να υπολογιστούν οι ταχύτητες φάσης και ομάδας. [10%]

Αν  $\omega_1 = \omega_2 = \omega_3 = \omega_0 > 0$ :

☒ Β) Σχεδιάστε τις ποσότητες  $\epsilon(\omega)$  και  $\mu(\omega)$  ως συναρτήσεις της σχετικής συχνότητας  $\omega/\omega_0$ . [6%]

☒ Γ) Προσδιορίστε τις συχνότητες  $\omega$  που μπορεί να μεταδοθεί σήμα χωρίς εξασθένηση. [9%]

ΘΕΜΑ 2 [45%]

Θεωρούμε τέλεια αγωγίμο κύλινδρο ακτίνας  $a$  που περιβάλλεται από αέρα, όπως στο Σχήμα Ι. Στο εξωτερικό του κυλίνδρου ( $r > a$ ) αναπτύσσεται ηλεκτρικό πεδίο με μετασχηματισμό Fourier στις κυλινδρικές συντεταγμένες  $(r, \varphi, z)$ :

$$\mathbf{E} = \hat{\mathbf{r}} A(\omega) e^{-(r/a)^2} e^{-i\beta z},$$

κυλινδρικές συντεταγμένες

☒ Α) Να γράψετε τις μονάδες μέτρησης των παραμέτρων  $A(\omega)$  και  $\beta$ . [4%]

☒ Β) Να υπολογίσετε το μετασχηματισμό Fourier του μαγνητικού πεδίου για  $r > a$ . [5%]

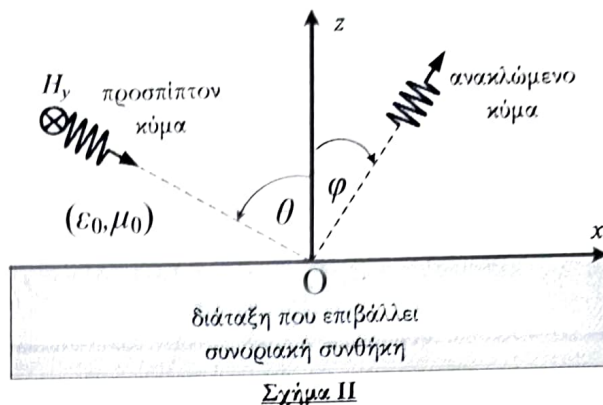
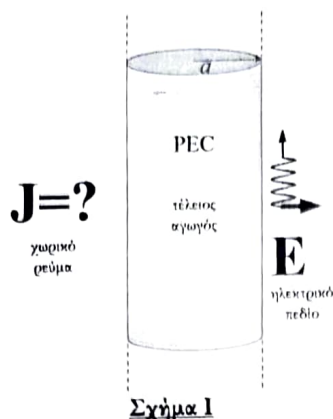
☒ Γ) Να εξηγήσετε γιατί το παραπάνω ηλεκτρομαγνητικό πεδίο δεν μπορεί να υπάρξει χωρίς την παρουσία χωρικού ρεύματος  $\mathbf{J}$  στο χώρο  $r > a$ . Να υπολογιστεί το αναγκαίο ρεύμα  $\mathbf{J}$  για τη δημιουργία του πεδίου. [10%]

Στα επόμενα, να θεωρήσετε ότι το ρεύμα  $\mathbf{J}$  ρέει κατά τον άξονα  $z$ .

(Δ) Να υπολογίσετε την παράμετρο  $\beta$ . Να αναπαραστήσετε το μέτρο της συνιστώσας  $|J_z|$  ως συνάρτηση της κανονικοποιημένης απόστασης  $r/a$ . [8%]

☒ Ε) Αν  $A(\omega) = A_0 \delta(\omega - \omega_0)$ , με  $A_0 > 0$ , να υπολογίσετε το διάνυσμα Poynting για  $r > a$ . Να υπολογίσετε τη μέση χρονική ισχύ που διαπερνά ένα επίπεδο σταθερού  $z$  σε μία περίοδο  $2\pi/\omega_0$ . [7%]

(Z) Αν  $A(\omega) = A_0 \frac{\omega_0}{\omega^2 + \omega_0^2}$ , να προσδιοριστεί το επιφανειακό ρεύμα  $\mathcal{K}(z, t)$  στον κύλινδρο  $r = a$ , ως συνάρτηση του χρόνου  $t$  και της μεταβλητής  $z$ . Να σχεδιαστεί ποιοτικά ως προς  $z$  για  $t = -1/\omega_0$ ,  $t = 0$ ,  $t = 1/\omega_0$  στο ίδιο σύστημα συντεταγμένων. [11%]



### ΘΕΜΑ 3 [30%]

Επίπεδο κύμα έχει μαγνητικό πεδίο παράλληλο στον άξονα  $y$  και πλάτος  $A$  ενώ μεταδίδεται στο κενό κατά κατεύθυνση που σχηματίζει γωνία  $\theta$  με τον άξονα  $z$  (Σχήμα II). Στην επιφάνεια  $z = 0$  συναντά διάταξη η οποία δεν υπακούει στο νόμο της ανάκλασης αλλά επιβάλλει στο σύνορο της την ακόλουθη συνοριακή συνθήκη για τους μετασχηματισμούς Fourier των πεδίων στο χώρο  $z > 0$ :

$$\eta H_y|_{z=0} + E_x|_{z=0} = A(\eta - \eta_0 \cos \theta) e^{-ik_0 x \sin \theta} + A \frac{\eta - \eta_0}{1 + \sin^2 \theta}, \quad \text{για κάθε } x \in \mathbb{R}.$$

Η ποσότητα  $\eta > 0$  είναι μία θετική παράμετρος που μετριέται σε Ohm ενώ το σύμβολο  $\eta_0 = \sqrt{\mu_0/\epsilon_0}$  είναι η κυματική αντίσταση του κενού και μετριέται επίσης σε Ohm.

(Α) Να βρείτε τη γωνία ανάκλασης  $\varphi$ , όπως ορίζεται στη Σχήμα II και να αναπαρασταθεί το άθροισμα των γωνιών  $(\theta + \varphi)$  σαν συνάρτηση της γωνία πρόσπτωσης  $-\pi/2 < \theta < \pi/2$ . [9%]

~~Β~~ Να βρείτε το συντελεστή ανάκλασης. [9%]

(Γ) Να αναπαρασταθεί το τετράγωνο του μέτρου του συντελεστή ανάκλασης σαν συνάρτηση της γωνίας  $0 < \theta < \pi/2$  για  $\eta = 2\eta_0$  και για  $\eta = 10\eta_0$  στο ίδιο γράφημα. [7%]

~~Δ~~ Να αναπαρασταθεί το τετράγωνο του μέτρου του συντελεστή ανάκλασης σαν συνάρτηση του λόγου  $0 < \eta/\eta_0 < +\infty$ , όταν έχουμε κάθετη πρόσπτωση ( $\theta = 0$ ). [5%]