10.7 INFORMATION & ORDNUNG

EINFÜHRUNG

Obschon das Wort *Information* oft verwendet wird, ist es gar nicht so leicht, den Begriff exakt zu fassen un messbar zu machen. Im täglichen Leben wird *mehr Information* mit *mehr Wissen* verbunden und gesag dass eine informierte Person A in einer gewissen Sache mehr weiss als eine nicht informierte Person B.

Um die Mehrinformation von A gegenüber B (oder dem Team B) bzw. den Informationsmangel von gegenüber A zu messen, stellst du dir am besten ein TV-Fragespiel vor. Dabei muss eine Person B ode ein Team etwas herausfinden, was nur die Person A weiss, beispielsweise ihren Beruf. Dabei stellt Fragen, die A stets mit Ja oder Nein beantworten muss. Man definiert:

Unter dem Informationsmangel I von B gegenüber A (in bit) versteht man die Anzahl Fragen mit Ja/Nei Antwort, die B (im Mittel und bei optimaler Fragestrategie) stellen muss, um über eine bestimmte Sach das gleiche Wissen wie A zu haben.

PROGRAMMIERKONZEPTE: *Information, Informationsgehalt, Entropie*

ZAHLEN-RATESPIEL

Ein solches Ratespiel kannst du (auch nur in Gedanken) in deiner Schulklasse wie folgt inszenieren: Eur Klassenkameradin Judith wird vor die Tür geschickt. Einer der verbleibenden W = 16 Kameraden, erhält ei "begehrliches" Objekt, beispielsweise einen Schokoladenriegel. Nachdem Judith wieder in die Schulstub zurückgerufen wird, wissen du und deine Kameraden, wer der Schokoladenbesitzer ist, Judith aber nich Wie gross ist ihr Informationsmangel?

Der Einfachheit halber werden die Kameraden von 0 bis 15 numeriert und Judith kann euch nun Frage stellen, um die geheime Zahl des Schokoladenbesitzers herauszufinden. Je weniger Fragen sie daz braucht, je besser. Eine Möglichkeit wäre, irgendwelche zufälligen Zahlen abzufragen: "Ist es 13?" un wenn eine Nein-Antwort kommt, nach einer anderen Zahl zu fragen.

Judith könnte auch systematisch vorgehen und von 0 an fragen: "Ist es die 0?", dann "Ist es die 1?", usw. In deiner Computersimulation bestimmst du, wie viele Fragen sie mit dieser Frageart benötigt, um **im Mittel** (d.h. wenn man das Spiel oft spielt) die Geheimzahl herauszufinden. Dabei überlegst du Folgendes:

Wenn die Geheimzahl 0 ist, so braucht man 1 Frage, ist sie 1, so sind 2 Fragen nötig, usw. Wenn di Geheimzahl 14 ist, so sind 15 Fragen nötig, aber wenn sie 15 ist, so sind ebenfalls 15 Fragen nötig, da ma bei der 15. Frage "Ist es 14?" Nein als Antwort erhält und weiss, dass es die 15 ist. Das Programm spie das Spiel 100000 mal und zählt jeweils die Anzahl Fragen, bis die Geheimzahl ermittelt wurde. Die Zahl de Fragen wird aufsummiert, um zuletzt den Mittelwert zu bestimmen.

```
from random import randint

sum = 0
z = 100000
repeat z:
    n = randint(0, 15)
    if n != 15:
        q = n + 1 # number of questions
    else:
       q = 15
    sum += q
print "Mean:", sum / z
```

Programmcode markieren (Ctrl+C kopieren, Ctrl+V einfügen)

Mit dieser Fragestrategie würde Judith im Mittel 8.43 Fragen benötigen. Das ist sehr viel. Da aber Judit gescheit ist, wählt sie eine viel bessere Fragestrategie. Sie fragt euch: *"Ist es eine Zahl zwischen 0 und 7*? (Grenzen eingeschlossen). Falls ihr *Ja* sagst, so teilt sie den Bereich wieder in zwei gleich grosse Teile un fragt: *"Ist die Zahl zwischen 0 und 3? "*, falls ihr *Ja sagt*, so fragt sie *"Ist es 0 oder 1?".* Falls ihr *Ja sagt*, s fragt sie *"Ist es 0?"* und sie kennt die Zahl. Mit dieser "binären" Fragestrategie muss Judith bei W = 1 immer genau 4 Fragen stellen, also ist 4 auch die mittlere Anzahl Fragen. Die binäre Fragestrategie i optimal und die Information über den Riegelbesitzers hat daher den Wert I = 4 bit.

MEMO

Wie du leicht überlegen kannst, beträgt die Information bei W = 32 Zahlen I = 5 bit und bei W = 64 Zahlen = 6 bit. Es gilt also offenbar $2^I = W$ oder $I = ld(W)$. Es braucht sich auch nicht um eine Zahl zu handeln nach der man sucht, sondern es kann sich um irgend einen Zustand handeln, den man aus (gleichwahrscheinlichen) Zuständen herausfinden muss.

Unter der **Information** bei Kenntnis eines Zustands aus W gleichwahrscheinlichen Zuständen versteht ma

$$I = ld(W)$$ (ld ist der Logarithmus dualis, Logarithmus zur Basis 2)

INFORMATIONSGEHALT EINES WORTS

Da die W Zustände gleichwahrscheinlich sind, ist die Wahrscheinlichkeit für einen der Zustände p = 1/ und du kannst die Information auch so schreiben:

$$I = ld(1/p) = -ld(p)$$

Es ist dir sicher bekannt, dass die Wahrscheinlichkeit für einen bestimmten Buchstaben in eine gesprochenen Sprache ganz unterschiedlich ist. Die folgende Tabelle zeigt die Wahrscheinlichkeiten für di deutsche Sprache [mehr...].

A	5.58%	I	8.02%	Q	0.02%	Y	0.05%
B	1.96%	J	0.24%	R	6.89%	Z	1.21%
C	3.16%	K	1.32%	S	6.42%	Ä	0.54%
D	4.98%	L	3.60%	T	5.79%	Ö	0.30%
E	16.93%	M	2.55%	U	3.83%	Ü	0.65%
F	1.49%	N	10.53%	V	0.84%	ß	0.37%
G	3.02%	O	2.24%	W	1.78%		
H	4.98%	P	0.67%	X	0.05%		

Es ist natürlich nicht so, dass die Wahrscheinlichkeit für einen Buchstaben in einem Wort unabhängi davon ist, welche Buchstaben des Worts man bereits kennt und in welchem Zusammenhang das Wo steht. Macht man aber diese vereinfachende Annahme, so gilt für die Wahrscheinlichkeit p eine Buchstabenkombination aus zwei Buchstaben mit den Einzelwahrscheinlichkeiten p_1 und p_2 gemäss de Produktregel $p = p_1 * p_2$ und für die Information

$$I = -ld(p) = -ld(p_1 * p_2) = -ld(p_1) - ld(p_2)$$

oder für beliebig viele Buchstaben:

$$I = - ld(p_1) - ld(p_2) - ld(p_3) - ... - ld(p_n) = - \Sigma\, ld(p_i)$$

In deinem Programm kannst du ein Wort eingeben und du erhältst als Ausgabe den Informationsgehalt de Worts. Dabei solltest du die Dateien mit den Buchstabenhäufigkeiten in deutsch, englisch und französisc von hier downloaden und in das Verzeichnis kopieren, in dem dein Python-Programm ist.

```
from math import log

f = open("letterfreq_de.txt")
s = "{"
for line in f:
```

```
    line = line[:-1] # remove trailing \n
    s += line + ", "
f.close()
s = s[:-2]  # remove trailing ,
s += "}"
occurance = eval(s)

while True:
    word = inputString("Enter a word")
    I = 0
    for letter in word.upper():
        p = occurance[letter] / 100
        I -= log(p, 2)
    print word, "-> I =", round(I, 2), "bit"
```

Programmcode markieren (Ctrl+C kopieren, Ctrl+V einfügen)

MEMO

Die Daten sind in den Textdateien zeilenweise im Format 'Buchstabe' : Prozentzahl abgespeichert. A Python-Datenstruktur ist ein Dictionary gut geeignet. Um die Dateiinformation in ein Dictionar umzuwandeln, werden die Zeilen eingelesen und in einen String im üblichen Dictionary-Format {key : valu key : value,...} gepackt. Mit *eval()* wird dieser String als Programmzeile interpretiert und ein Dictionar erstellt.

Wie du mit deinem Programm herausfinden kannst, ist der Informationsgehalt für Wörter mit seltene Buchstaben grösser. Der so bestimmte Informationsgehalt hat allerdings nichts damit zu tun, wie wichtig ei bestimmtes Wort in einem bestimmten Zusammenhang für dich sein kann, ob also die Information, die m diesem Wort verbunden ist, für dich persönlich belanglos oder von entscheidender Bedeutung ist. Ein Mas dafür zu bestimmen liegt weit ausserhalb der Möglichkeiten von heutigen Informationssystemen.

AUFGABEN

1. Beim Ratespiel mit 16 Kameraden könnte die clevere Schulkameradin auch anders fragen, indem si sagt, dass du dir die Nummer des Riegelbesitzers als Binärzahl mit 4 Ziffern vorstellen sollst. Schrei auf, wie die Fragen heissen.

2. Verwende die Liste der deutschen Wörter aus der Datei worte-1$.txt und bestimme bei einer Wortläng von 5 das Wort mit dem kleinsten und grössten Informationsgehalt. Kommentiere das Resulta Download der Wortlisten von hier.

3*. Bestimme die mittlere Anzahl Fragen beim Zahlenraten mit den Zahlen 0..15 und der Fragestrategi "Ist es die 0, ist es die 1, usw." aus einer theoretischen Überlegung..

ZUSATZSTOFF

DER ZUSAMMENHANG ZWISCHEN UNORDNUNG UND ENTROPIE

Es gibt einen äusserst interessanten Zusammenhang zwischen der Information, die wir über ein Syste haben und der Ordnung des Systems. Sitzen beispielsweise in einem Klassenzimmer alle Schülerinne und Schüler an ihren Pulten, so ist die Ordnung sicher viel grösser als wenn sie sich wahllos im Zimme herumbewegen. Im ungeordneten Zustand ist unser Informationsmangel, wo sich jede einzelne Perso befindet, sehr gross, darum kann man diesen Informationsmangel als Mass für die Unordnun heranziehen. Dazu definiert man den Begriff der Entropie:

*Unter der Entropie (in bit) verstehen wir den Informationsmangel I, den wir bei einer makroskopischen Beschreibung des Systems gegenüber jemandem besitzen, der den mikroskopischen Zustand kennt. Für die Entropie in (J/K) setzen wir S = k * ln2 * I*

Der Faktor k heisst Bolzmann-Konstante. Bis auf einen Vorfaktor sind also Entropie und Informationsmangel dasselbe. Gehen wir von einem System mit W gleichwahrscheinlichen Zuständen aus, so haben wir

*S = k * ln2 * ldW* oder **S = k * log W**

Diese fundamentale Beziehung stammt vom grossen Physiker Ludwig Boltzmann (1844-1900) und steht auf seiner Grabinschrift.

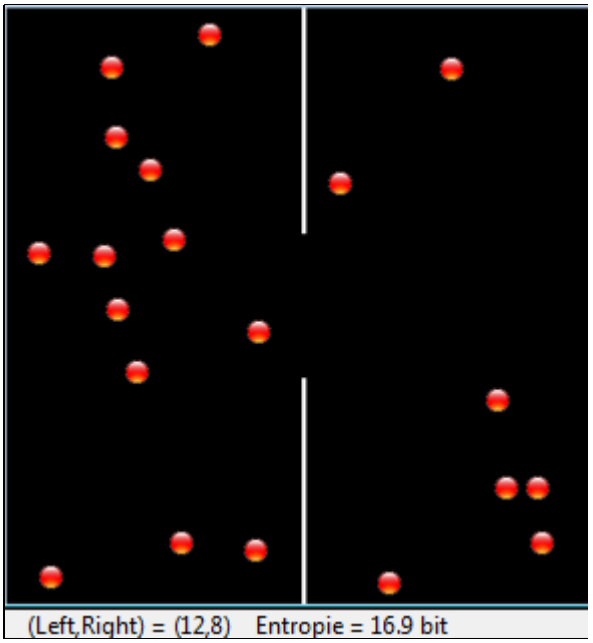
Wie du feststellen kannst, haben sich selbst überlassene Systeme die Tendenz, von einem geordneten i einen ungeordneten Zustand überzugehen. Beispielsweise:

- Passagiere in einem Eisenbahnwagen verteilen sich über den ganzen Wagen
- Zigarettenrauch verteilt sich im Zimmer
- Tintenklecks verteilt sich im Wasserglas
- Temperatur zwischen Kaffee und Tasse gleicht sich aus

Da der ungeordnete Zustand eine höhere Entropie als der geordnete hat, kann man dies als Naturgesetz (2. Hauptsatz der Thermodynamik) formulieren:

In einem abgeschlossenen System nimmt die Entropie zu oder bleibt gleich, nimmt aber nie ab.

Mit deinem Programm simulierst du ein Teilchensystem, bei dem die Teilchen wie Gasatome miteinander zusammenstossen und dabei ihre Richtung und ihre Bewegungsenergie austauschen. Zuerst befinden sich alle Teilchen im linken Teil eines Behälters, der eine Trennwand mit einem Loch aufweist. Was passiert?



F&#65533;r die Animation wird das Modul *gamegrid* herangezogen. Die Teilchen sind in der Klasse *Particl* modelliert, die aus der Klasse *Actor* abgeleitet ist. In der Methode *act()*, die in jedem Simulationszyklu automatisch aufgerufen wird, bewegst du die Teilchen. Die Kollisionen werden mit Kollisionsevent behandelt. Dazu leitest du die Klasse *CollisionListener* aus *GGActorCollisionListener* ab und überschreib die Methode *collide()*. Das Vorgehen ist das Gleiche wie im Kapitel 8.10 Brownsche Bewegung. Die 2 Teilchen werden in 4 verschiedene Geschwindigkeitsgruppen eingeteilt. Da beim Zusammenstoss di Geschwindigkeiten ausgetauscht werden, bleibt die Gesamtenergie des Systems konstant, d.h. das Syste ist abgeschlossen.

```
from gamegrid import *
from gpanel import *
from math import log

# ================== class Particle ====================
class Particle(Actor):
    def __init__(self):
        Actor.__init__(self, "sprites/ball_0.gif")
```

```
    # Called when actor is added to gamegrid
    def reset(self):
        self.isLeft = True

    def advance(self, distance):
        pt = self.gameGrid.toPoint(self.getNextMoveLocation())
        dir = self.getDirection()
        # Left/right wall
        if pt.x < 0 or pt.x > w:
            self.setDirection(180 - dir)
        # Top/bottom wall
        if pt.y < 0 or pt.y > h:
            self.setDirection(360 - dir)
        # Separation
        if (pt.y < h // 2 - r or pt.y > h // 2 + r) and \
            pt.x > self.gameGrid.getPgWidth() // 2 - 2 and \
            pt.x < self.gameGrid.getPgWidth() // 2 + 2:
                self.setDirection(180 - dir)

        self.move(distance)
        if self.getX() < w // 2:
            self.isLeft = True
        else:
            self.isLeft = False

    def act(self):
        self.advance(3)

    def atLeft(self):
        return self.isLeft

# ================== class CollisionListener =========
class CollisionListener(GGActorCollisionListener):
    # Collision callback: just exchange direction and speed
    def collide(self, a,  b):
        dir1 = a.getDirection()
        dir2 = b.getDirection()
        sd1 = a.getSlowDown()
        sd2 = b.getSlowDown()
        a.setDirection(dir2)
        a.setSlowDown(sd2)
        b.setDirection(dir1)
        b.setSlowDown(sd1)
        return 5  # Wait a moment until collision is rearmed


# ================== Global sections =================
def drawSeparation():
    getBg().setLineWidth(3)
    getBg().drawLine(w // 2, 0, w // 2, h // 2 - r)
    getBg().drawLine(w // 2, h, w // 2, h // 2 + r)

def init():
    collisionListener = CollisionListener()
    for i in range(nbParticles):
        particles[i] = Particle()

        # Put them at random locations, but apart of each other
        ok = False
        while not ok:
            ok = True
            loc = getRandomLocation()
            if loc.x > w / 2 - 20:
```

```
                ok = False
            continue

        for k in range(i):
            dx = particles[k].getLocation().x - loc.x
            dy = particles[k].getLocation().y - loc.y
            if dx * dx + dy * dy < 300:
                ok = False
        addActor(particles[i], loc, getRandomDirection())
        delay(100)

        # Select collision area
        particles[i].setCollisionCircle(Point(0, 0), 8)
        # Select collision listener
        particles[i].addActorCollisionListener(collisionListener)

        # Set speed in groups of 5
        if i < 5:
            particles[i].setSlowDown(2)
        elif i < 10:
            particles[i].setSlowDown(3)
        elif i < 15:
            particles[i].setSlowDown(4)

    # Define collision partners
    for i in range(nbParticles):
        for k in range(i + 1, nbParticles):
            particles[i].addCollisionActor(particles[k])

def binomial(n, k):
    if k < 0 or k > n:
        return 0
    if k == 0 or k == n:
        return 1
    k = min(k, n - k) # take advantage of symmetry
    c = 1
    for i in range(k):
        c = c * (n - i) / (i + 1)
    return c

r = 50  # Radius of hole
w = 400
h = 400
nbParticles = 20
particles = [0] * nbParticles
makeGPanel(Size(600, 300))
window(-6, 66, -2, 22)
title("Entropy")
windowPosition(600, 20)
drawGrid(0, 60, 0, 20)
makeGameGrid(w, h, 1, False)
setSimulationPeriod(10)
addStatusBar(20)
drawSeparation()
setTitle("Entropy")
show()
init()
doRun()

t = 0
while not isDisposed():
    nbLeft = 0
    for particle in particles:
```

```
        if particle.atLeft():
            nbLeft += 1
    entropy = round(log(binomial(nbParticles, nbLeft), 2), 1)
    setStatusText("(Left,Right) = (" + str(nbLeft) + "," +
    str(nbParticles-nbLeft)+ ")"+" Entropie = "+str(entropy)+" bit")
    if t % 60 == 0:
        clear()
        lineWidth(1)
        drawGrid(0, 60, 0, 20)
        lineWidth(3)
        move(0, entropy)
    else:
        draw(t % 60, entropy)
    t += 1
    delay(1000)
dispose() # GPanel
```

Programmcode markieren (Ctrl+C kopieren, Ctrl+V einfügen)

MEMO

Ein Zustand wird von Aussen gesehen (makroskopisch) durch die Anzahl k der Teilchen im rechten Teil un damit N - k im linken Teil bestimmt. Bei makroskopischer Betrachtung fehlt die genaue Kenntnis, welche der N als nummeriert gedachten Teilen sind rechts befinden. Gemäss der Kombinatorik gibt es

$$W = \binom{N}{k} = \frac{N!}{k! \cdot (N-k)!}$$

solche Möglichkeiten. Der Informationsmangel ist daher

$$I = ld(W) = ld\binom{N}{k}$$

bzw. die Entropie

Der zeitliche Verlauf wird in einer GPanel-Grafik aufgetragen. Man sieht deutlich, dass sich die Teilchen i Laufe der Zeit über den ganzen Container verteilen, es aber durchaus sein kann, dass sich wieder al Teilchen in der linken Hälfte befinden. Die Wahrscheinlichkeit dazu nimmt mit zunehmender Teilchenzal aber rapide ab. Der 2. Hauptsatz beruht also auf einer statistischen Eigenschaft von Vielteilchensystemen.

Da der umgekehrte Ablauf nicht beobachtet wird, nennt man diese Prozesse **irreversibel**. Es gibt abe durchaus Prozesse, die von Unordnung zu Ordnung übergeben. Dazu braucht es aber einen "ordnende Zwang" [mehr...].

Beispiele sind:

- Die Materie des Kosmos bildet Galaxien, Sterne und Planetensysteme
- Das Leben entsteht aus toter Materie
- Bei genügend Zwang wird die Unordnung in der Küche, im Schulzimmer kleiner
- Beim Abkühlen von Wasserdampf (Gas) entstehen Wolken (Flüssigkeit), dann Eis (Festkörper Phasenübergänge verändern also die Ordnung
- Nach der Pause strömen die Konzertbesucher wieder an ihre Plätze

Bei diesen Prozessen nimmt die Unordnung, also die Entropie ab und ausgehend von einem Chac werden Strukturen sichtbar.

AUFGABEN

1. Modifiziere die Gassimulation so, dass nach einer Zeit von 50 Sekunden ein "Dämon" dafür sorgt, das die Teilchen nur noch von rechts nach links, aber nicht mehr von links nach rechts durch das Loc fliegen. Zeige, dass nun die Entropie abnimmt.

2. Finde weitere Beispiele von Systemen, die

   a. von Ordnung zu Unordnung übergehen

   b. von Unordnung zu Ordnung übergeben. Gib den ordnenden Zwang an.