Bilgisayar Grafikleri

Konular:

Cismin Tanımlanması

Bilindiği gibi iki boyutta noktalar x ve y olmak üzere iki boyutun koordinatları şeklinde ifade edilirler. Üç boyutta da üçüncü boyut olan z ekseni üçücü boyutu tamamlar.

Her cisim noktalar ve bu noktalar arasına çizilen doğrular şeklinde gösterilebilir. Parametrik gösterim ilerki konularda anlatılacaktır. Cisimleri tanımlarken x ve y olmak üzere cismin nokta matrisi yazılır. Nokta makrisindeki 1 hanesi daha sonra göreceğimiz temel işlemlerin yapılabilmesi için vardır.

$$X_{\substack{cisim\\nokta}} = \begin{bmatrix} x_1\, y_1\, 1 \\ x_2\, y_2\, 1 \\ x_3\, y_3\, 1 \\ \dots \end{bmatrix}$$

Cismin bütün noktaları matris aşağıya genişleyecek şekilde yazılır. Üç boyut için ise şöyledir:

$$X_{\substack{cisim\\nokta}} = \begin{bmatrix} x_1\, y_1\, z_1\, 1 \\ x_2\, y_2\, z_2\, 1 \\ x_3\, y_3\, z_3\, 1 \\ \dots\, . \end{bmatrix}$$

Cismin kenarlarını belirten kenar matrisini yazarsak:

$$X_{\substack{cisim\\kenar}} = \begin{bmatrix} 2\,4 \\ 1\,3 \\ 1\,4 \\ .. \end{bmatrix}$$

Matrisin ilk satırı $X_{cisim\ nokta}$ matrisindeki

2. ve 4. noktalardan olşan bir kenarı göstermektedir.

Kenar matrisindeki her satır bir kenarı, satırdaki her eleman da o kenarı oluşturan iki noktayı belirtmektedir. Matrisin ilk satırı $X_{cisim\ nokta}$ matrisindeki 2. ve 4. noktalardan olşan bir kenarı göstermektedir. Yine cismin kenar sayısı kadar matris aşağıya doğru genişleyebilir.

Dikkat edilirse bir kenar için iki nokta verilmiştir. Bu geometrideki 2 noktadan bir kenar geçer olgusunun bir örneğidir. Aynı doğru üstündeki diğer noktalardan bazıları da yazılarak matrisin boyu arttırılabilirdi.

Yüzey için yazacağımız matristeki kenar sayısının değişken olacağını göz önünde bulundurursak, yüzeyi tanımlayabilmemiz için sadece 3 tanesinin yeterli olacağına dikkat ediniz !

$$X_{\substack{cisim\\yüzey}} = \begin{bmatrix} x_1\, y_1\, z_1 \dots \\ x_2\, y_2\, z_2 \dots \\ x_3\, y_3\, z_3 \dots \\ \dots\dots \end{bmatrix}$$

Eğer cismin kenarları noktalar halinde verilmiş ve bize de kenarın (doğrunun) veya düzlemin denklem şekinde ifadesi gerekiyorsa (ilerki işlemlerde ihtiyaç olacaktır) aşağıdaki matris 1. satırına göre determinantı sıfıra eşitlenerek 1. satıra ait katsayılar bulunur. Buradaki x,y ve z nin aynı kalıp doğru ve düzlem denklemimizdeki değişkenleri göstereceğine dikkat edin !

Bazı gerekli Denklemler

$$\begin{vmatrix} \cancel{x\, y\, 1} \\ x_1\, y_1\, 1 \\ x_2\, y_2\, 1 \end{vmatrix} = 0$$

$$x[(y_1.-1)-(-y_2.1)]-y[(-x_1.-1)-(x_2.1)]+1[(-x_1.-y_2)-(y_1.x_2)]=0$$

Bu determinantın çözümü bize verilen iki noktadan geçen doğrunun denklemini verecektir.

$$\begin{vmatrix} \cancel{x\, y\, z\, 1} \\ x_1\, y_1\, z_1\, 1 \\ x_2\, y_2\, z_2\, 1 \\ x_3\, y_3\, z_3\, 1 \end{vmatrix} = 0$$

$$x[y_1.\{(z_2.1)-(-1.-z_3)\}-z_1.\{...\}]-y[...]+...$$

Bu determinantın çözümü ise bize verilen üç noktadan geçen yüzeyin denklemini verecektir.

İki doğru arasındaki açı şu şekilde bulunur:

$$\cos(\Theta)=\frac{A\,A'+B\,B'}{\sqrt{A^2+B^2}.\sqrt{A'^2+B'^2}}$$

Buradaki A ve B 1. doğrunun katsayıları (Ax+By+c=0), A' ve B' de 2. doğrunun katsayılarıdır(A'x+B'y+c=0).

2D Uzayda Temel İşlemler

2. boyutta yapılabilecek 4 temel işlem vardır. Bunlar ; ölçekleme, öteleme, yansıtma ve döndürmedir. Bu işlemler merkez referans alınarak yapılır. Merkez dışında alınacak referans için cisim referansın koordinatları kadar ötelenir, işlem yapılır ve referans için yapılan öteleme işlemi geri alınır.

İşlemlerde dönüşüm matrisi (transfomation matrix) kullanılır. Bu matris, birim matrisin işlemler için uyarlanmış halleridir. Matrislerin ilk kolonları x eksenne etki ederken ikinci kolonları y eksenine etki eder.

1 – Ölçekleme

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Ölçekleme işlemi için kullanılan dönüşüm matrisi

Bu matris ile $X_{\text{cisim nokta}}$ matrisi çarpıldığında cisim x eksenine göre 2 kat, y eksenine göre ise 3 kat büyütülmüş olur. Küçültme işlemi için 0 ile 1 arasında değişen değerler alınmalıdır.

2 – Öteleme

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

Öteleme işlemi için kullanılan dönüşüm matrisi

Bu matris ile X $_{\text{cisim nokta}}$ matrisi çarpıldığında cisim x eksenine göre 2 birim, y eksenine göre de 2 birim ötelenmiş olur. Ters yönde ötelemek için negatif değerler kullanılmalıdır.

3 – Yansıtma

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Yansıma işlemi için kullanılan dönüşüm matrisi

Bu matris ile X $_{\text{cisim nokta}}$ matrisi çarpıldığında cisim x eksenine göre yansıtılmış olacaktır. Basit anlatımla, noktaların yansıması alınacak eksendeki değerleri aynı kalırken diğer eksendeki değerleri işaret değiştirecektir.

4 – Döndürme

$$\begin{bmatrix} \cos(\Theta) & \sin(\Theta) & 0 \\ -\sin(\Theta) & \cos(\Theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Döndürme işlemi için kullanılan dönüşüm matrisi

Bu matris ile X $_{\text{cisim nokta}}$ matrisi çarpıldığında cisim orjinin etrafında saat yönünün tersi yönde Θ kadar döndürülecektir. Tersi yönde döndürmek için sinüslerin işaretleri değiştirilmelidir:

$$\begin{bmatrix} \cos(\Theta) & -\sin(\Theta) & 0 \\ \sin(\Theta) & \cos(\Theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Saat yönünde döndürme işlemi için kullanılan dönüşüm matrisi

Farklı Durumlardaki İşlemler

3D Uzayda Temel İşlemler

1 - Ölçekleme

2 - Öteleme

3 - Yansıtma

4 – Döndürme

Farklı Durumlardaki İşlemler

İzdüşüm

Uzay Eğrileri

Bezier Eğrisi

Cubic Spline

1 – Cubic Spline

2 – Normalize Edilmiş Cubic Spline

3 – Uç Noktaları Serbest Bırakılmış Cubic Spline

B-Spline Eğrileri

3D Uzayda Parametrik Cisimler

Küre ve Elipsoid

Hiperboloid

2 Kısımlı Hiperboloid

Eliptik Paraboloid

Hiperbolik Paraboloid

Eliptik Koni

Eliptik Silindir

Parabolik Silindir

Bezier Yüzeyi

B-Splline Yüzeyleri

Saklı Yüzeyler

Robert Algoritması

Saklı Kenar

Aydınlatma

1 – Basit Aydınlatma

2 – Pixel Bazlı Aydınlatma

Kaplama

Sorular

Cevaplar