

HY 180 – Λογική
Εαρινό Εξάμηνο 2023
8 Ιουνίου 2023
Διάρκεια: 3 ώρες

1. [20] Βασικές έννοιες του Προτασιακού και του Κατηγορηματικού Λογισμού

a. [10] Έστω A, B προτασιακά σχήματα. Αποδείξτε ότι:

(i) $(A \rightarrow B) \rightarrow A \not\models B$

(ii) $A \models B$ αν και μόνο αν $A \wedge \neg B$ είναι αντινομία

b. [10] Ορίστε μια ερμηνεία η οποία να δείχνει ότι η ακόλουθη εξαγωγή συμπεράσματος δεν είναι έγκυρη

$\{\exists x (P(x) \wedge Q(x)), \forall x (Q(x) \rightarrow R(x))\} / \neg \exists x (P(x) \wedge \neg R(x))$

2. [60] Συστήματα Αποδείξεων. Δείξτε την εγκυρότητα των ακόλουθων εξαγωγών συμπερασμάτων με χρήση (i) των κανόνων της μορφολογικής παραγωγής, (ii) της μεθόδου κατασκευής μοντέλων, (iii) της μεθόδου της επίλυσης.

a. [30] $\forall x \exists y (P(x) \rightarrow R(x,y)) \models \forall x (P(x) \rightarrow \exists y R(x,y))$

b. [30] $(\neg P \rightarrow \neg R) \rightarrow ((\neg P \rightarrow R) \rightarrow P)$

3. [20] Λογικός Προγραμματισμός.

A. [8] Ορίστε σε Prolog το αναδρομικό κατηγορήμα `second_last/2` το οποίο βρίσκει το προτελευταίο στοιχείο μιας λίστας L και το επιστρέφει στο X

Π.χ. Το `second_last(X, [2,5,7,1,4])` δίνει ως αποτέλεσμα το $X=1$

B. [12] Έχουμε ένα γενεαλογικό δέντρο που δηλώνεται με τα κατηγορήματα: `child_of(<CHILD>, <PARENT>)` και `female(<NAME>)`. Όσα άτομα δεν είναι `female`, είναι `male`. Χρησιμοποιώντας μόνο τα 2 παραπάνω κατηγορήματα, ορίστε με κανόνες σε Prolog, τα κατηγορήματα που εκφράζουν τις σχέσεις:

i. `son_of(<γιός>, <γονιός>)`

ii. `cousin_m/2` όπου τα 2 ορίσματα είναι αγόρια και ξαδέλφια μεταξύ τους

iii. `grandfamily(<παππούς-ή-γιαγιά>, <γιός-ή-κόρη>, <εγγόνι>)`. Το 3ο όρισμα είναι παιδί του 2ου ορίσματος, ενώ το 2ο όρισμα είναι παιδί του 1ου ορίσματος.

iv. Θεωρώντας το (iii) απαντημένο, διατυπώστε σε Prolog το ερώτημα: Ποιες γιαγιάδες έχουν τουλάχιστον 2 εγγόνια;

Καλή επιτυχία!