ФГАУ ВПО «МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра общей физики

Магнетометр

Выполнил: Корепанов Г.М.
512 группа

Преподаватель: Данилин Валерий Алексеевич

Долгопрудный, 2016 г.

Теоретические выкладки

Вектор-потенциал МП, созданного системой стационарных токов

Закон Био-Савара-Лапласа может считаться обобщением множества экспериментальных фактов (хотя может быть выведен из уравнений Максвелла, что идейно отражает то же самое, ведь уравнения Максвелла сами по сути являются обобщением эксп. фактов):

$$d\vec{B} = \frac{1}{c}\frac{[\vec{j}(\vec{r_1}), (\vec{r} - \vec{r_1})]}{|\vec{r} - \vec{r_1}|}dV_1.$$

Используя математические тождества

$$\frac{\vec{r} - \vec{r}_1}{|\vec{r} - \vec{r}_1|^3} = -\nabla\left(\frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}_1|}\right),$$

$$[\vec{a}, \nabla\varphi] = -\operatorname{rot}(\vec{a}\varphi),$$

где вектора $\vec{a}$ и $\vec{r}_1$ полагаются константами, получим выражение

$$d\vec{B}(\vec{r}) = \frac{1}{c}\operatorname{rot}\left(\frac{\vec{j}(\vec{r}_1)}{|\vec{r} - \vec{r}_1|}\right)dV_1.$$

Элементарное интегрирование по всем элементам тока даёт выражение для полной величины напряженности магнитного поля в точке:

$$\vec{B}(\vec{r}) = \frac{1}{c}\operatorname{rot}\int\limits_V \frac{\vec{j}(\vec{r}_1)}{|\vec{r} - \vec{r}_1|}dV_1.$$

Получили явное выражение для векторного потенциала МП, созданного постоянным распределением токов:

$$\vec{A}(\vec{r}) = \frac{1}{c}\int\limits_V \frac{\vec{j}(\vec{r}_1)}{|\vec{r} - \vec{r}_1|}dV_1,$$

$$\vec{B} = \operatorname{rot}\vec{A}. \tag{1}$$

Если движущиеся заряды распределены дискретно, то формула принимает вид

$$\vec{A}(\vec{r}) = \frac{1}{c}\sum_i \frac{q_i\vec{\nu}_i}{|\vec{r} - \vec{r}_i|}.$$

Поле магнитного диполя

Используем полученный результат для вычисления поля системы токов на большом расстоянии от этой системы.

Учитывая, что для стационарной системы токов $\sum\limits_i q_i\vec{\nu}_i \simeq 0$, и, в силу удалённости системы токов ($r \gg r_i \ \forall i$), получим приближённое выражение для векторного потенциала МП:

$$\vec{A} = \frac{[\vec{m}, \vec{r}]}{r^3},$$

где $\vec{m}$ – стандартное обозначение магнитного момента системы токов:

$$\vec{m} = \frac{1}{2c}\sum_i q_i[\vec{r}_i, \vec{\nu}_i].$$

Магнитное поле найдём из (1):

$$\vec{B} = \frac{3(\vec{m}\vec{r})\vec{r} - \vec{m}r^2}{r^5}$$

Отсюда сразу следует, что поле магнитного стержня с магнитным моментом $\vec{m}$ на перпендикуляре к стержню

$$B(r_\perp) = \frac{m}{r^3}.$$

1 Измерение горизонтальной составляющей поля Земли

Расчётные формулы

Поле диполя на расстоянии R от него на перпендикуляре к нему:

$$B_\perp = \frac{m}{R^3} \quad \text{СИ: } B_\perp = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{m}{R^3} \tag{2}$$

Поле в центре многовиткового кольца с током с радиусом R и количеством витков N ищется интегрированием закона Био-Савара-Лапласа:

$$B_I = \frac{2\pi}{c}\frac{I}{R}N, \quad \text{СИ: } B_I = \frac{\mu_0}{2}\frac{I}{R}N \tag{3}$$

Угол отклонения стрелки связывает и искусственное МП, созданное диполем, и поле Земли B_0:

$$\frac{B_\perp}{B_0} = \operatorname{tg}\varphi, \quad \operatorname{tg}\varphi = \frac{x}{2L}$$

Получить дополнительное уравнение на магнитный момент стержня легко, определив период его крутильных колебаний в поле Земли:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{J}{mB_0}}, \tag{4}$$

где J – момент инерции стержня, который можно рассчитать непосредственно из его массы и геометрии:

$$J = m\left(\frac{l^2}{12} + \frac{r^2}{4}\right). \tag{5}$$

Объединяя используемые формулы, получим окончательную, расчётную

$$B_0 = \frac{\sqrt{2}\pi}{TR}\sqrt{\frac{\mu_0 JL}{Rx}}, \tag{6}$$

в которую входят экспериментально измеряемые величины
x – смещение светового зайчика,
L – расстояние от шкалы до зеркальца,
R – радиус кольца,
T – период колебаний (4),
J – момент инерции стержня, рассчитываемый по его параметрам (5).

Экспериментальная установка

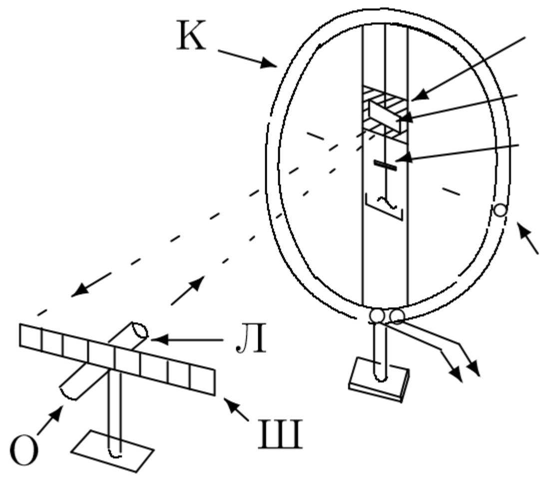

Рис. 1. Схема магнитометра

Рис. 1: З1, З2 – настроечные зеркала, К – контур с намоткой из провода, О – осветительная лампа, Ш – отсчётная шкала.

Экспериментальные данные

Колебания стержня

№	t, c	N, раз	T, c
1	293,09	30	9,8
2	182,78	20	9,1
3	231,36	25	9,3
4	236,92	25	9,5

Таблица 1: Колебания стержня в поле земли при разных длинах подвеса

С приемлемой точностью упругость нити не влияет на период колебаний стрежня в МП:

$$T = (9,4 \pm 0,4) \text{ с}$$

Смещение зайчика при приближении диполя

№	$x_{\leftarrow}$, мм	$x_{\rightarrow}$, мм
1	166	155
2	161	170
3	164	166

Таблица 2: Смещение светового зайчика при внесении диполя

Среднее значение смещения:

$$x = (165 \pm 4) \text{ мм}$$

Геометрические параметры установки и диполя

Установка:

$$L = (115,5 \pm 0.5) \text{ см – расстояние до зеркала}$$
$$R = (20 \pm 0,2) \text{ см – радиус кольца}$$

Диполь:

$$r = (5,42 \pm 0,01) \text{ мм}$$
$$l = (39,90 \pm 0,05) \text{ мм}$$
$$m = (5,880) \text{ гр}$$

Результаты

Момент инерции стержня из (5):

$$J = (823 \pm 5) \text{ г} \cdot \text{мм}^2$$

Магнитное поле Земли:

$$B_0 = (8,0 \pm 0,7) \text{ мкТл.}$$

2 Определение электродинамической постоянной (c)

Аналогично предыдущим измерениям, определим ток, протекающий по кольцу, по углу отклонения стрелки. Используя формулу (3), и зная теперь значение магнитного поля Земли в точке нахождения установки, можно вычислить ток, протекающий по кольцу (в единицах СИ):

$$I_{\text{СИ}} = \frac{B_0 R}{\mu_0 N L} \cdot x.$$

Одновременно тот же ток можно измерить из других соображений. Используя электромагнитное реле, можно периодически заряжать конденсатор и разряжать его на кольце. Емкость конденсатора должна быть достаточно мала, чтобы он успевал полностью разряжаться за время переключения реле.

$$I_{\text{СГС}} = CUn.$$
$$[U]_{\text{СГС}} \simeq 300^{-1}[U]_{\text{СИ}}.$$

Экспериментальные данные

Смещение зайчика при приближении диполя

№	$x_{\leftarrow}$, мм	$x_{\rightarrow}$, мм
1	199	197
2	203	204
3	200	199

Таблица 3: Смещение светового зайчика при включении реле

Среднее значение смещения:

$$x = (200 \pm 2) \text{ мм}$$

Параметры установки

$$C = 9 \cdot 10^5 \text{ см } (\varepsilon_C = 2\%)$$

$$n = 50 \text{ Гц}$$

$$N = 44 \text{ витка}$$

$$U = 95,5 \pm 0,5 \text{ В}$$

Результаты

$$I_{\text{СИ}} = (5,0 \pm 0,5) \text{ мА}$$

$$I_{\text{СГС}} = (14,3 \pm 0,33) \cdot 10^6 \text{ ед. СГС}$$

$$c = \frac{1}{10} \frac{I_{\text{СГС}}}{I_{\text{СИ}}} \cdot \frac{\text{м}}{\text{с}} = 2,86 \cdot 10^8 \ \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

Выводы

Были получены удовлетворительные результаты, с хорошей точностью воспроизводящие известные данные. Изучены основные особенности систем СИ и СГС, простейшие вопросы магнитостатики.