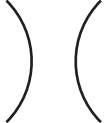



Тест к воркшопу по аналитической геометрии

1. Заполните пропуски в таблице:

| | | |
|---|---|-----------------------|
| |  | |
| эллипс | | $y = 2px$ |
|  | | пара совпавших прямых |
| | $a^2x^2 - c^2y^2 = 0$ | |
| пара мнимых пересекающихся прямых | $y^2 + a^2 = 0$ | мнимый эллипс |
| | | |

2. Какие замены переменных являются допустимыми при приведении кривой к каноническому виду?

а) $x' = 7x$

б) $x' = x + \sqrt{12}$

с) $x' = x - y/2,$

д) $x' = 3x/5 - 4y/5,$

$y' = x/2 + y$

$y' = 4x/5 + 3y/5$

3. Запишите уравнения директрис для эллипса с $a = 4$, $c = 2$.

4. Сформулируйте оптическое свойство эллипса (достаточно рисунка)

5. Эллипс задан уравнением $\frac{x^2}{1} + \frac{y^2}{4} = 9$. Найдите сумму расстояний от точки $M(\sqrt{8}, 2)$ до фокусов эллипса.

Задания к воркшопу по аналитической геометрии

Базовые обязательные задания

1. Определите тип кривой второго порядка, составьте ее каноническое уравнение и найдите каноническую систему координат:

а) $25x^2 - 10x + y^2 + 2y = 0$

б) $9xy + 4 = 0$

с) $9x^2 - 6xy + y^2 - 10 = 0$

2. В данной СК эллипс имеет каноническое уравнение. Составьте его, если известно, что директрисами эллипса являются прямые $x = \pm 4$, а четырехугольник с вершинами в фокусах и концах малой оси — квадрат;
3. Вычислите эксцентриситет эллипса, если известно, что отрезок между фокусом и дальней вершиной большой оси делится вторым фокусом в отношении 2 : 1
4. На эллипсе $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ найти точки, из которых отрезок, соединяющий фокусы, виден под углом 60° .
5. Докажите, что для произвольной точки эллипса $M(x, y)$ верны следующие соотношения:

а) $MF_1 = a - ex$,

б) $MF_2 = a + ex$,

где F_1 и F_2 — фокусы, a — длина большой полуоси, e — эксцентриситет.

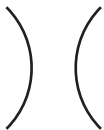

6. Определите тип кривой второго порядка $x^2 - 2xy + y^2 + 2x + 2y = 0$, составьте её каноническое уравнение и найдите каноническую систему координат.

Дополнительные индивидуальные задания

1. Составьте уравнения сторон квадрата, вписанного в эллипс $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, ($a > b > 0$).
Какую часть площади, ограниченной эллипсом, составляет площадь этого квадрата?
2. Составить уравнение эллипса, если точка $F(-6, 2)$ является одним из фокусов, точка $A(2, 2)$ - концом большой оси, эксцентриситет равен $\frac{2}{3}$.
3. Пусть O - центр эллипса, a и b его полуоси, а A и B такие его точки, что прямые, содержащие OA и OB , взаимно перпендикулярны.
 - (а) Доказать, что величина $\frac{1}{|OA|^2} + \frac{1}{|OB|^2}$ постоянна для всех возможных пар точек A и B .
 - (б) Найти наибольшее и наименьшее значения длины отрезка AB

Тест к воркшопу по аналитической геометрии

1. Заполните пропуски в таблице:

| | | |
|---|---|-----------------------|
| |  | |
| эллипс | | $y = 2px$ |
|  | | пара совпавших прямых |
| | $a^2x^2 - c^2y^2 = 0$ | |
| пара мнимых пересекающихся прямых | $y^2 + a^2 = 0$ | мнимый эллипс |

2. Какие замены переменных являются допустимыми при приведении кривой к каноническому виду?

а) $x' = 7x$

б) $x' = x + \sqrt{12}$

с) $x' = x - y/2,$
 $y' = x/2 + y$

д) $x' = 3x/5 - 4y/5,$
 $y' = 4x/5 + 3y/5$

3. Запишите уравнения директрис для эллипса с $a = 4$, $c = 2$.

4. Сформулируйте оптическое свойство эллипса (достаточно рисунка)

5. Эллипс задан уравнением $\frac{x^2}{1} + \frac{y^2}{4} = 9$. Найдите сумму расстояний от точки $M(\sqrt{8}, 2)$ до фокусов эллипса.

Задания к воркшопу по аналитической геометрии

Базовые обязательные задания

1. Определите тип кривой второго порядка, составьте ее каноническое уравнение и найдите каноническую систему координат:

а) $25x^2 - 10x + y^2 + 2y = 0$

б) $9xy + 4 = 0$

с) $9x^2 - 6xy + y^2 - 10 = 0$

2. В данной СК эллипс имеет каноническое уравнение. Составьте его, если известно, что директрисами эллипса являются прямые $x = \pm 4$, а четырехугольник с вершинами в фокусах и концах малой оси — квадрат;
3. Вычислите эксцентриситет эллипса, если известно, что отрезок между фокусом и дальней вершиной большой оси делится вторым фокусом в отношении 2 : 1
4. На эллипсе $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ найти точки, из которых отрезок, соединяющий фокусы, виден под углом 60° .
5. Докажите, что для произвольной точки эллипса $M(x, y)$ верны следующие соотношения:

а) $MF_1 = a - ex$,

б) $MF_2 = a + ex$,

где F_1 и F_2 — фокусы, a — длина большой полуоси, e — эксцентриситет.

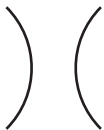

6. Определите тип кривой второго порядка $x^2 - 2xy + y^2 + 2x + 2y = 0$, составьте её каноническое уравнение и найдите каноническую систему координат.

Дополнительные индивидуальные задания

1. Составьте уравнения сторон квадрата, вписанного в эллипс $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1, (a > b > 0)$.
Какую часть площади, ограниченной эллипсом, составляет площадь этого квадрата?
2. Составить уравнение эллипса, если точка $F(-6, 2)$ является одним из фокусов, точка $A(2, 2)$ - концом большой оси, эксцентриситет равен $\frac{2}{3}$.
3. Пусть O - центр эллипса, a и b его полуоси, а A и B такие его точки, что прямые, содержащие OA и OB , взаимно перпендикулярны.
 - (а) Доказать, что величина $\frac{1}{|OA|^2} + \frac{1}{|OB|^2}$ постоянна для всех возможных пар точек A и B .
 - (б) Найти наибольшее и наименьшее значения длины отрезка AB

Тест к воркшопу по аналитической геометрии

1. Заполните пропуски в таблице:

| | | |
|---|---|-----------------------|
| |  | |
| эллипс | | $y = 2px$ |
|  | | пара совпавших прямых |
| | $a^2x^2 - c^2y^2 = 0$ | |
| пара мнимых пересекающихся прямых | $y^2 + a^2 = 0$ | мнимый эллипс |

2. Какие замены переменных являются допустимыми при приведении кривой к каноническому виду?

а) $x' = 7x$

б) $x' = x + \sqrt{12}$

с) $x' = x - y/2,$
 $y' = x/2 + y$

д) $x' = 3x/5 - 4y/5,$
 $y' = 4x/5 + 3y/5$

3. Запишите уравнения директрис для эллипса с $a = 4$, $c = 2$.

4. Сформулируйте оптическое свойство эллипса (достаточно рисунка)
5. Эллипс задан уравнением $\frac{x^2}{1} + \frac{y^2}{4} = 9$. Найдите сумму расстояний от точки $M(\sqrt{8}, 2)$ до фокусов эллипса.

Задания к воркшопу по аналитической геометрии

Базовые обязательные задания

1. Определите тип кривой второго порядка, составьте ее каноническое уравнение и найдите каноническую систему координат:

а) $25x^2 - 10x + y^2 + 2y = 0$

б) $9xy + 4 = 0$

с) $9x^2 - 6xy + y^2 - 10 = 0$

2. В данной СК эллипс имеет каноническое уравнение. Составьте его, если известно, что директрисами эллипса являются прямые $x = \pm 4$, а четырехугольник с вершинами в фокусах и концах малой оси — квадрат;
3. Вычислите эксцентриситет эллипса, если известно, что отрезок между фокусом и дальней вершиной большой оси делится вторым фокусом в отношении 2 : 1
4. На эллипсе $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ найти точки, из которых отрезок, соединяющий фокусы, виден под углом 60° .
5. Докажите, что для произвольной точки эллипса $M(x, y)$ верны следующие соотношения:

а) $MF_1 = a - ex$,

б) $MF_2 = a + ex$,

где F_1 и F_2 — фокусы, a — длина большой полуоси, e — эксцентриситет.

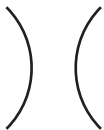

6. Определите тип кривой второго порядка $x^2 - 2xy + y^2 + 2x + 2y = 0$, составьте её каноническое уравнение и найдите каноническую систему координат.

Дополнительные индивидуальные задания

1. На эллипсе $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ найти точки, из которых отрезок, соединяющий фокусы, виден под наибольшим углом.
2. Составить уравнение эллипса, если точки $F_1(5, 1)$ и $F_2(-1, 1)$ являются фокусами, а прямая $x = \frac{31}{3}$ - одной из директрис
3. Пусть O - центр эллипса, a и b его полуоси, а A и B такие его точки, что прямые, содержащие OA и OB , взаимно перпендикулярны.
 - (а) Доказать, что величина $\frac{1}{|OA|^2} + \frac{1}{|OB|^2}$ постоянна для всех возможных пар точек A и B .
 - (б) Найти наибольшее и наименьшее значения длины отрезка AB

Тест к воркшопу по аналитической геометрии

1. Заполните пропуски в таблице:

| | | |
|---|---|-----------------------|
| |  | |
| эллипс | | $y = 2px$ |
|  | | пара совпавших прямых |
| | $a^2x^2 - c^2y^2 = 0$ | |
| пара мнимых пересекающихся прямых | $y^2 + a^2 = 0$ | мнимый эллипс |

2. Какие замены переменных являются допустимыми при приведении кривой к каноническому виду?

а) $x' = 7x$

б) $x' = x + \sqrt{12}$

с) $x' = x - y/2,$
 $y' = x/2 + y$

д) $x' = 3x/5 - 4y/5,$
 $y' = 4x/5 + 3y/5$

3. Запишите уравнения директрис для эллипса с $a = 4$, $c = 2$.

4. Сформулируйте оптическое свойство эллипса (достаточно рисунка)

5. Эллипс задан уравнением $\frac{x^2}{1} + \frac{y^2}{4} = 9$. Найдите сумму расстояний от точки $M(\sqrt{8}, 2)$ до фокусов эллипса.

Задания к воркшопу по аналитической геометрии

Базовые обязательные задания

1. Определите тип кривой второго порядка, составьте ее каноническое уравнение и найдите каноническую систему координат:

а) $25x^2 - 10x + y^2 + 2y = 0$

б) $9xy + 4 = 0$

с) $9x^2 - 6xy + y^2 - 10 = 0$

2. В данной СК эллипс имеет каноническое уравнение. Составьте его, если известно, что директрисами эллипса являются прямые $x = \pm 4$, а четырехугольник с вершинами в фокусах и концах малой оси — квадрат;
3. Вычислите эксцентриситет эллипса, если известно, что отрезок между фокусом и дальней вершиной большой оси делится вторым фокусом в отношении 2 : 1
4. На эллипсе $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ найти точки, из которых отрезок, соединяющий фокусы, виден под углом 60° .
5. Докажите, что для произвольной точки эллипса $M(x, y)$ верны следующие соотношения:

а) $MF_1 = a - ex$,

б) $MF_2 = a + ex$,

где F_1 и F_2 — фокусы, a — длина большой полуоси, e — эксцентриситет.

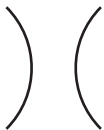

6. Определите тип кривой второго порядка $x^2 - 2xy + y^2 + 2x + 2y = 0$, составьте её каноническое уравнение и найдите каноническую систему координат.

Дополнительные индивидуальные задания

1. Составьте уравнения сторон квадрата, вписанного в эллипс $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, ($a > b > 0$).
Какую часть площади, ограниченной эллипсом, составляет площадь этого квадрата?
2. Составить уравнение эллипса, если оси эллипса параллельны осям координат, точки $A(4, 0)$ и $B(0, 4)$ принадлежат эллипсу, а точка B находится на расстоянии $3\sqrt{2}$ от одного из фокусов и на расстоянии 6 от соответствующей директрисы.
3. Пусть O - центр эллипса, a и b его полуоси, а A и B такие его точки, что прямые, содержащие OA и OB , взаимно перпендикулярны.
 - (а) Доказать, что величина $\frac{1}{|OA|^2} + \frac{1}{|OB|^2}$ постоянна для всех возможных пар точек A и B .
 - (б) Найти наибольшее и наименьшее значения длины отрезка AB

Тест к воркшопу по аналитической геометрии

1. Заполните пропуски в таблице:

| | | |
|---|---|-----------------------|
| |  | |
| эллипс | | $y = 2px$ |
|  | | пара совпавших прямых |
| | $a^2x^2 - c^2y^2 = 0$ | |
| пара мнимых пересекающихся прямых | $y^2 + a^2 = 0$ | мнимый эллипс |

2. Какие замены переменных являются допустимыми при приведении кривой к каноническому виду?

а) $x' = 7x$

б) $x' = x + \sqrt{12}$

с) $x' = x - y/2,$
 $y' = x/2 + y$

д) $x' = 3x/5 - 4y/5,$
 $y' = 4x/5 + 3y/5$

3. Запишите уравнения директрис для эллипса с $a = 4$, $c = 2$.

4. Сформулируйте оптическое свойство эллипса (достаточно рисунка)

5. Эллипс задан уравнением $\frac{x^2}{1} + \frac{y^2}{4} = 9$. Найдите сумму расстояний от точки $M(\sqrt{8}, 2)$ до фокусов эллипса.

Задания к воркшопу по аналитической геометрии

Базовые обязательные задания

1. Определите тип кривой второго порядка, составьте ее каноническое уравнение и найдите каноническую систему координат:

а) $25x^2 - 10x + y^2 + 2y = 0$

б) $9xy + 4 = 0$

с) $9x^2 - 6xy + y^2 - 10 = 0$

2. В данной СК эллипс имеет каноническое уравнение. Составьте его, если известно, что директрисами эллипса являются прямые $x = \pm 4$, а четырехугольник с вершинами в фокусах и концах малой оси — квадрат;
3. Вычислите эксцентриситет эллипса, если известно, что отрезок между фокусом и дальней вершиной большой оси делится вторым фокусом в отношении 2 : 1
4. На эллипсе $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ найти точки, из которых отрезок, соединяющий фокусы, виден под углом 60° .
5. Докажите, что для произвольной точки эллипса $M(x, y)$ верны следующие соотношения:

а) $MF_1 = a - ex$,

б) $MF_2 = a + ex$,

где F_1 и F_2 — фокусы, a — длина большой полуоси, e — эксцентриситет.

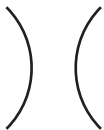

6. Определите тип кривой второго порядка $x^2 - 2xy + y^2 + 2x + 2y = 0$, составьте её каноническое уравнение и найдите каноническую систему координат.

Дополнительные индивидуальные задания

1. Составьте уравнения сторон квадрата, вписанного в эллипс $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, ($a > b > 0$).
Какую часть площади, ограниченной эллипсом, составляет площадь этого квадрата?
2. Составить уравнение эллипса, если оси эллипса параллельны осям координат, точки $A(4, 0)$ и $B(0, 4)$ принадлежат эллипсу, а точка B находится на расстоянии $3\sqrt{2}$ от одного из фокусов и на расстоянии 6 от соответствующей директрисы.
3. Пусть O - центр эллипса, a и b его полуоси, а A и B такие его точки, что прямые, содержащие OA и OB , взаимно перпендикулярны.
 - (а) Доказать, что величина $\frac{1}{|OA|^2} + \frac{1}{|OB|^2}$ постоянна для всех возможных пар точек A и B .
 - (б) Найти наибольшее и наименьшее значения длины отрезка AB

Тест к воркшопу по аналитической геометрии

1. Заполните пропуски в таблице:

| | | |
|---|---|-----------------------|
| |  | |
| эллипс | | $y = 2px$ |
|  | | пара совпавших прямых |
| | $a^2x^2 - c^2y^2 = 0$ | |
| пара мнимых пересекающихся прямых | $y^2 + a^2 = 0$ | мнимый эллипс |

2. Какие замены переменных являются допустимыми при приведении кривой к каноническому виду?

а) $x' = 7x$

б) $x' = x + \sqrt{12}$

с) $x' = x - y/2,$
 $y' = x/2 + y$

д) $x' = 3x/5 - 4y/5,$
 $y' = 4x/5 + 3y/5$

3. Запишите уравнения директрис для эллипса с $a = 4$, $c = 2$.

4. Сформулируйте оптическое свойство эллипса (достаточно рисунка)

5. Эллипс задан уравнением $\frac{x^2}{1} + \frac{y^2}{4} = 9$. Найдите сумму расстояний от точки $M(\sqrt{8}, 2)$ до фокусов эллипса.

Задания к воркшопу по аналитической геометрии

Базовые обязательные задания

1. Определите тип кривой второго порядка, составьте ее каноническое уравнение и найдите каноническую систему координат:

а) $25x^2 - 10x + y^2 + 2y = 0$

б) $9xy + 4 = 0$

с) $9x^2 - 6xy + y^2 - 10 = 0$

2. В данной СК эллипс имеет каноническое уравнение. Составьте его, если известно, что директрисами эллипса являются прямые $x = \pm 4$, а четырехугольник с вершинами в фокусах и концах малой оси — квадрат;
3. Вычислите эксцентриситет эллипса, если известно, что отрезок между фокусом и дальней вершиной большой оси делится вторым фокусом в отношении 2 : 1
4. На эллипсе $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ найти точки, из которых отрезок, соединяющий фокусы, виден под углом 60° .
5. Докажите, что для произвольной точки эллипса $M(x, y)$ верны следующие соотношения:

а) $MF_1 = a - ex$,

б) $MF_2 = a + ex$,

где F_1 и F_2 — фокусы, a — длина большой полуоси, e — эксцентриситет.

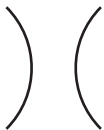

6. Определите тип кривой второго порядка $x^2 - 2xy + y^2 + 2x + 2y = 0$, составьте её каноническое уравнение и найдите каноническую систему координат.

Дополнительные индивидуальные задания

1. Составьте уравнения сторон квадрата, вписанного в эллипс $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, ($a > b > 0$).
Какую часть площади, ограниченной эллипсом, составляет площадь этого квадрата?
2. Составить уравнение эллипса, если оси эллипса параллельны осям координат, точки $A(4, 0)$ и $B(0, 4)$ принадлежат эллипсу, а точка B находится на расстоянии $3\sqrt{2}$ от одного из фокусов и на расстоянии 6 от соответствующей директрисы.
3. Пусть O - центр эллипса, a и b его полуоси, а A и B такие его точки, что прямые, содержащие OA и OB , взаимно перпендикулярны.
 - (а) Доказать, что величина $\frac{1}{|OA|^2} + \frac{1}{|OB|^2}$ постоянна для всех возможных пар точек A и B .
 - (б) Найти наибольшее и наименьшее значения длины отрезка AB

Тест к воркшопу по аналитической геометрии

1. Заполните пропуски в таблице:

| | | |
|---|---|-----------------------|
| |  | |
| эллипс | | $y = 2px$ |
|  | | пара совпавших прямых |
| | $a^2x^2 - c^2y^2 = 0$ | |
| пара мнимых пересекающихся прямых | $y^2 + a^2 = 0$ | мнимый эллипс |

2. Какие замены переменных являются допустимыми при приведении кривой к каноническому виду?

а) $x' = 7x$

б) $x' = x + \sqrt{12}$

с) $x' = x - y/2,$

д) $x' = 3x/5 - 4y/5,$

$y' = x/2 + y$

$y' = 4x/5 + 3y/5$

3. Запишите уравнения директрис для эллипса с $a = 4$, $c = 2$.

4. Сформулируйте оптическое свойство эллипса (достаточно рисунка)

5. Эллипс задан уравнением $\frac{x^2}{1} + \frac{y^2}{4} = 9$. Найдите сумму расстояний от точки $M(\sqrt{8}, 2)$ до фокусов эллипса.

Задания к воркшопу по аналитической геометрии

Базовые обязательные задания

1. Определите тип кривой второго порядка, составьте ее каноническое уравнение и найдите каноническую систему координат:

а) $25x^2 - 10x + y^2 + 2y = 0$

б) $9xy + 4 = 0$

с) $9x^2 - 6xy + y^2 - 10 = 0$

2. В данной СК эллипс имеет каноническое уравнение. Составьте его, если известно, что директрисами эллипса являются прямые $x = \pm 4$, а четырехугольник с вершинами в фокусах и концах малой оси — квадрат;
3. Вычислите эксцентриситет эллипса, если известно, что отрезок между фокусом и дальней вершиной большой оси делится вторым фокусом в отношении 2 : 1
4. На эллипсе $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ найти точки, из которых отрезок, соединяющий фокусы, виден под углом 60° .
5. Докажите, что для произвольной точки эллипса $M(x, y)$ верны следующие соотношения:

а) $MF_1 = a - ex$,

б) $MF_2 = a + ex$,

где F_1 и F_2 — фокусы, a — длина большой полуоси, e — эксцентриситет.

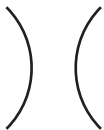

6. Определите тип кривой второго порядка $x^2 - 2xy + y^2 + 2x + 2y = 0$, составьте её каноническое уравнение и найдите каноническую систему координат.

Дополнительные индивидуальные задания

1. Составьте уравнения сторон квадрата, вписанного в эллипс $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, ($a > b > 0$).
Какую часть площади, ограниченной эллипсом, составляет площадь этого квадрата?
2. Составить уравнение эллипса, если оси эллипса параллельны осям координат, точки $A(4, 0)$ и $B(0, 4)$ принадлежат эллипсу, а точка B находится на расстоянии $3\sqrt{2}$ от одного из фокусов и на расстоянии 6 от соответствующей директрисы.
3. Пусть O - центр эллипса, a и b его полуоси, а A и B такие его точки, что прямые, содержащие OA и OB , взаимно перпендикулярны.
 - (а) Доказать, что величина $\frac{1}{|OA|^2} + \frac{1}{|OB|^2}$ постоянна для всех возможных пар точек A и B .
 - (б) Найти наибольшее и наименьшее значения длины отрезка AB

Тест к воркшопу по аналитической геометрии

1. Заполните пропуски в таблице:

| | | |
|---|---|-----------------------|
| |  | |
| эллипс | | $y = 2px$ |
|  | | пара совпавших прямых |
| | $a^2x^2 - c^2y^2 = 0$ | |
| пара мнимых пересекающихся прямых | $y^2 + a^2 = 0$ | мнимый эллипс |

2. Какие замены переменных являются допустимыми при приведении кривой к каноническому виду?

а) $x' = 7x$

б) $x' = x + \sqrt{12}$

с) $x' = x - y/2,$

д) $x' = 3x/5 - 4y/5,$

$y' = x/2 + y$

$y' = 4x/5 + 3y/5$

3. Запишите уравнения директрис для эллипса с $a = 4$, $c = 2$.

4. Сформулируйте оптическое свойство эллипса (достаточно рисунка)

5. Эллипс задан уравнением $\frac{x^2}{1} + \frac{y^2}{4} = 9$. Найдите сумму расстояний от точки $M(\sqrt{8}, 2)$ до фокусов эллипса.

Задания к воркшопу по аналитической геометрии

Базовые обязательные задания

1. Определите тип кривой второго порядка, составьте ее каноническое уравнение и найдите каноническую систему координат:

а) $25x^2 - 10x + y^2 + 2y = 0$

б) $9xy + 4 = 0$

с) $9x^2 - 6xy + y^2 - 10 = 0$

2. В данной СК эллипс имеет каноническое уравнение. Составьте его, если известно, что директрисами эллипса являются прямые $x = \pm 4$, а четырехугольник с вершинами в фокусах и концах малой оси — квадрат;
3. Вычислите эксцентриситет эллипса, если известно, что отрезок между фокусом и дальней вершиной большой оси делится вторым фокусом в отношении 2 : 1
4. На эллипсе $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ найти точки, из которых отрезок, соединяющий фокусы, виден под углом 60° .
5. Докажите, что для произвольной точки эллипса $M(x, y)$ верны следующие соотношения:

а) $MF_1 = a - ex$,

б) $MF_2 = a + ex$,

где F_1 и F_2 — фокусы, a — длина большой полуоси, e — эксцентриситет.

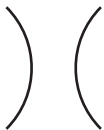

6. Определите тип кривой второго порядка $x^2 - 2xy + y^2 + 2x + 2y = 0$, составьте её каноническое уравнение и найдите каноническую систему координат.

Дополнительные индивидуальные задания

1. На эллипсе $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ найти точки, из которых отрезок, соединяющий фокусы, виден под наибольшим углом.
2. Составить уравнение эллипса, если точка $F(-6, 2)$ является одним из фокусов, точка $A(2, 2)$ - концом большой оси, эксцентриситет равен $\frac{2}{3}$.
3. Пусть O - центр эллипса, a и b его полуоси, а A и B такие его точки, что прямые, содержащие OA и OB , взаимно перпендикулярны.
 - (а) Доказать, что величина $\frac{1}{|OA|^2} + \frac{1}{|OB|^2}$ постоянна для всех возможных пар точек A и B .
 - (б) Найти наибольшее и наименьшее значения длины отрезка AB

Тест к воркшопу по аналитической геометрии

1. Заполните пропуски в таблице:

| | | |
|---|---|-----------------------|
| |  | |
| эллипс | | $y = 2px$ |
|  | | пара совпавших прямых |
| | $a^2x^2 - c^2y^2 = 0$ | |
| пара мнимых пересекающихся прямых | $y^2 + a^2 = 0$ | мнимый эллипс |

2. Какие замены переменных являются допустимыми при приведении кривой к каноническому виду?

а) $x' = 7x$

б) $x' = x + \sqrt{12}$

с) $x' = x - y/2,$
 $y' = x/2 + y$

д) $x' = 3x/5 - 4y/5,$
 $y' = 4x/5 + 3y/5$

3. Запишите уравнения директрис для эллипса с $a = 4$, $c = 2$.

4. Сформулируйте оптическое свойство эллипса (достаточно рисунка)

5. Эллипс задан уравнением $\frac{x^2}{1} + \frac{y^2}{4} = 9$. Найдите сумму расстояний от точки $M(\sqrt{8}, 2)$ до фокусов эллипса.

Задания к воркшопу по аналитической геометрии

Базовые обязательные задания

1. Определите тип кривой второго порядка, составьте ее каноническое уравнение и найдите каноническую систему координат:

а) $25x^2 - 10x + y^2 + 2y = 0$

б) $9xy + 4 = 0$

с) $9x^2 - 6xy + y^2 - 10 = 0$

2. В данной СК эллипс имеет каноническое уравнение. Составьте его, если известно, что директрисами эллипса являются прямые $x = \pm 4$, а четырехугольник с вершинами в фокусах и концах малой оси — квадрат;
3. Вычислите эксцентриситет эллипса, если известно, что отрезок между фокусом и дальней вершиной большой оси делится вторым фокусом в отношении 2 : 1
4. На эллипсе $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ найти точки, из которых отрезок, соединяющий фокусы, виден под углом 60° .
5. Докажите, что для произвольной точки эллипса $M(x, y)$ верны следующие соотношения:

а) $MF_1 = a - ex$,

б) $MF_2 = a + ex$,

где F_1 и F_2 — фокусы, a — длина большой полуоси, e — эксцентриситет.

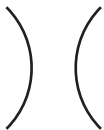

6. Определите тип кривой второго порядка $x^2 - 2xy + y^2 + 2x + 2y = 0$, составьте её каноническое уравнение и найдите каноническую систему координат.

Дополнительные индивидуальные задания

1. На эллипсе $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ найти точки, из которых отрезок, соединяющий фокусы, виден под наибольшим углом.
2. Составить уравнение эллипса, если точки $F_1(5, 1)$ и $F_2(-1, 1)$ являются фокусами, а прямая $x = \frac{31}{3}$ - одной из директрис
3. Пусть O - центр эллипса, a и b его полуоси, а A и B такие его точки, что прямые, содержащие OA и OB , взаимно перпендикулярны.
 - (а) Доказать, что величина $\frac{1}{|OA|^2} + \frac{1}{|OB|^2}$ постоянна для всех возможных пар точек A и B .
 - (б) Найти наибольшее и наименьшее значения длины отрезка AB

Тест к воркшопу по аналитической геометрии

1. Заполните пропуски в таблице:

| | | |
|---|---|-----------------------|
| |  | |
| эллипс | | $y = 2px$ |
|  | | пара совпавших прямых |
| | $a^2x^2 - c^2y^2 = 0$ | |
| пара мнимых пересекающихся прямых | $y^2 + a^2 = 0$ | мнимый эллипс |

2. Какие замены переменных являются допустимыми при приведении кривой к каноническому виду?

а) $x' = 7x$

б) $x' = x + \sqrt{12}$

с) $x' = x - y/2,$
 $y' = x/2 + y$

д) $x' = 3x/5 - 4y/5,$
 $y' = 4x/5 + 3y/5$

3. Запишите уравнения директрис для эллипса с $a = 4$, $c = 2$.

4. Сформулируйте оптическое свойство эллипса (достаточно рисунка)

5. Эллипс задан уравнением $\frac{x^2}{1} + \frac{y^2}{4} = 9$. Найдите сумму расстояний от точки $M(\sqrt{8}, 2)$ до фокусов эллипса.

Задания к воркшопу по аналитической геометрии

Базовые обязательные задания

1. Определите тип кривой второго порядка, составьте ее каноническое уравнение и найдите каноническую систему координат:

а) $25x^2 - 10x + y^2 + 2y = 0$

б) $9xy + 4 = 0$

с) $9x^2 - 6xy + y^2 - 10 = 0$

2. В данной СК эллипс имеет каноническое уравнение. Составьте его, если известно, что директрисами эллипса являются прямые $x = \pm 4$, а четырехугольник с вершинами в фокусах и концах малой оси — квадрат;
3. Вычислите эксцентриситет эллипса, если известно, что отрезок между фокусом и дальней вершиной большой оси делится вторым фокусом в отношении 2 : 1
4. На эллипсе $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ найти точки, из которых отрезок, соединяющий фокусы, виден под углом 60° .
5. Докажите, что для произвольной точки эллипса $M(x, y)$ верны следующие соотношения:

а) $MF_1 = a - ex$,

б) $MF_2 = a + ex$,

где F_1 и F_2 — фокусы, a — длина большой полуоси, e — эксцентриситет.

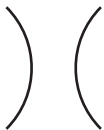

6. Определите тип кривой второго порядка $x^2 - 2xy + y^2 + 2x + 2y = 0$, составьте её каноническое уравнение и найдите каноническую систему координат.

Дополнительные индивидуальные задания

1. Составьте уравнения сторон квадрата, вписанного в эллипс $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, ($a > b > 0$).
Какую часть площади, ограниченной эллипсом, составляет площадь этого квадрата?
2. Составить уравнение эллипса, если оси эллипса параллельны осям координат, точки $A(4, 0)$ и $B(0, 4)$ принадлежат эллипсу, а точка B находится на расстоянии $3\sqrt{2}$ от одного из фокусов и на расстоянии 6 от соответствующей директрисы.
3. Пусть O - центр эллипса, a и b его полуоси, а A и B такие его точки, что прямые, содержащие OA и OB , взаимно перпендикулярны.
 - (а) Доказать, что величина $\frac{1}{|OA|^2} + \frac{1}{|OB|^2}$ постоянна для всех возможных пар точек A и B .
 - (б) Найти наибольшее и наименьшее значения длины отрезка AB

Тест к воркшопу по аналитической геометрии

1. Заполните пропуски в таблице:

| | | |
|---|---|-----------------------|
| |  | |
| эллипс | | $y = 2px$ |
|  | | пара совпавших прямых |
| | $a^2x^2 - c^2y^2 = 0$ | |
| пара мнимых пересекающихся прямых | $y^2 + a^2 = 0$ | мнимый эллипс |

2. Какие замены переменных являются допустимыми при приведении кривой к каноническому виду?

а) $x' = 7x$

б) $x' = x + \sqrt{12}$

с) $x' = x - y/2,$
 $y' = x/2 + y$

д) $x' = 3x/5 - 4y/5,$
 $y' = 4x/5 + 3y/5$

3. Запишите уравнения директрис для эллипса с $a = 4$, $c = 2$.

4. Сформулируйте оптическое свойство эллипса (достаточно рисунка)

5. Эллипс задан уравнением $\frac{x^2}{1} + \frac{y^2}{4} = 9$. Найдите сумму расстояний от точки $M(\sqrt{8}, 2)$ до фокусов эллипса.

Задания к воркшопу по аналитической геометрии

Базовые обязательные задания

1. Определите тип кривой второго порядка, составьте ее каноническое уравнение и найдите каноническую систему координат:

а) $25x^2 - 10x + y^2 + 2y = 0$

б) $9xy + 4 = 0$

с) $9x^2 - 6xy + y^2 - 10 = 0$

2. В данной СК эллипс имеет каноническое уравнение. Составьте его, если известно, что директрисами эллипса являются прямые $x = \pm 4$, а четырехугольник с вершинами в фокусах и концах малой оси — квадрат;
3. Вычислите эксцентриситет эллипса, если известно, что отрезок между фокусом и дальней вершиной большой оси делится вторым фокусом в отношении 2 : 1
4. На эллипсе $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ найти точки, из которых отрезок, соединяющий фокусы, виден под углом 60° .
5. Докажите, что для произвольной точки эллипса $M(x, y)$ верны следующие соотношения:

а) $MF_1 = a - ex$,

б) $MF_2 = a + ex$,

где F_1 и F_2 — фокусы, a — длина большой полуоси, e — эксцентриситет.

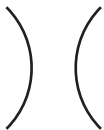

6. Определите тип кривой второго порядка $x^2 - 2xy + y^2 + 2x + 2y = 0$, составьте её каноническое уравнение и найдите каноническую систему координат.

Дополнительные индивидуальные задания

1. Составьте уравнения сторон квадрата, вписанного в эллипс $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, ($a > b > 0$).
Какую часть площади, ограниченной эллипсом, составляет площадь этого квадрата?
2. Составить уравнение эллипса, если точка $F(-6, 2)$ является одним из фокусов, точка $A(2, 2)$ - концом большой оси, эксцентриситет равен $\frac{2}{3}$.
3. Пусть O - центр эллипса, a и b его полуоси, а A и B такие его точки, что прямые, содержащие OA и OB , взаимно перпендикулярны.
 - (а) Доказать, что величина $\frac{1}{|OA|^2} + \frac{1}{|OB|^2}$ постоянна для всех возможных пар точек A и B .
 - (б) Найти наибольшее и наименьшее значения длины отрезка AB

Тест к воркшопу по аналитической геометрии

1. Заполните пропуски в таблице:

| | | |
|---|---|-----------------------|
| |  | |
| эллипс | | $y = 2px$ |
|  | | пара совпавших прямых |
| | $a^2x^2 - c^2y^2 = 0$ | |
| пара мнимых пересекающихся прямых | $y^2 + a^2 = 0$ | мнимый эллипс |

2. Какие замены переменных являются допустимыми при приведении кривой к каноническому виду?

а) $x' = 7x$

б) $x' = x + \sqrt{12}$

с) $x' = x - y/2,$
 $y' = x/2 + y$

д) $x' = 3x/5 - 4y/5,$
 $y' = 4x/5 + 3y/5$

3. Запишите уравнения директрис для эллипса с $a = 4$, $c = 2$.

4. Сформулируйте оптическое свойство эллипса (достаточно рисунка)

5. Эллипс задан уравнением $\frac{x^2}{1} + \frac{y^2}{4} = 9$. Найдите сумму расстояний от точки $M(\sqrt{8}, 2)$ до фокусов эллипса.

Задания к воркшопу по аналитической геометрии

Базовые обязательные задания

1. Определите тип кривой второго порядка, составьте ее каноническое уравнение и найдите каноническую систему координат:

а) $25x^2 - 10x + y^2 + 2y = 0$

б) $9xy + 4 = 0$

с) $9x^2 - 6xy + y^2 - 10 = 0$

2. В данной СК эллипс имеет каноническое уравнение. Составьте его, если известно, что директрисами эллипса являются прямые $x = \pm 4$, а четырехугольник с вершинами в фокусах и концах малой оси — квадрат;
3. Вычислите эксцентриситет эллипса, если известно, что отрезок между фокусом и дальней вершиной большой оси делится вторым фокусом в отношении 2 : 1
4. На эллипсе $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ найти точки, из которых отрезок, соединяющий фокусы, виден под углом 60° .
5. Докажите, что для произвольной точки эллипса $M(x, y)$ верны следующие соотношения:

а) $MF_1 = a - ex$,

б) $MF_2 = a + ex$,

где F_1 и F_2 — фокусы, a — длина большой полуоси, e — эксцентриситет.

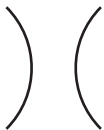

6. Определите тип кривой второго порядка $x^2 - 2xy + y^2 + 2x + 2y = 0$, составьте её каноническое уравнение и найдите каноническую систему координат.

Дополнительные индивидуальные задания

1. На эллипсе $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ найти точки, из которых отрезок, соединяющий фокусы, виден под наибольшим углом.
2. Составить уравнение эллипса, если точки $F_1(5, 1)$ и $F_2(-1, 1)$ являются фокусами, а прямая $x = \frac{31}{3}$ - одной из директрис
3. Пусть O - центр эллипса, a и b его полуоси, а A и B такие его точки, что прямые, содержащие OA и OB , взаимно перпендикулярны.
 - (а) Доказать, что величина $\frac{1}{|OA|^2} + \frac{1}{|OB|^2}$ постоянна для всех возможных пар точек A и B .
 - (б) Найти наибольшее и наименьшее значения длины отрезка AB

Тест к воркшопу по аналитической геометрии

1. Заполните пропуски в таблице:

| | | |
|---|---|-----------------------|
| |  | |
| эллипс | | $y = 2px$ |
|  | | пара совпавших прямых |
| | $a^2x^2 - c^2y^2 = 0$ | |
| пара мнимых пересекающихся прямых | $y^2 + a^2 = 0$ | мнимый эллипс |

2. Какие замены переменных являются допустимыми при приведении кривой к каноническому виду?

а) $x' = 7x$

б) $x' = x + \sqrt{12}$

с) $x' = x - y/2,$
 $y' = x/2 + y$

д) $x' = 3x/5 - 4y/5,$
 $y' = 4x/5 + 3y/5$

3. Запишите уравнения директрис для эллипса с $a = 4$, $c = 2$.

4. Сформулируйте оптическое свойство эллипса (достаточно рисунка)

5. Эллипс задан уравнением $\frac{x^2}{1} + \frac{y^2}{4} = 9$. Найдите сумму расстояний от точки $M(\sqrt{8}, 2)$ до фокусов эллипса.

Задания к воркшопу по аналитической геометрии

Базовые обязательные задания

1. Определите тип кривой второго порядка, составьте ее каноническое уравнение и найдите каноническую систему координат:

а) $25x^2 - 10x + y^2 + 2y = 0$

б) $9xy + 4 = 0$

с) $9x^2 - 6xy + y^2 - 10 = 0$

2. В данной СК эллипс имеет каноническое уравнение. Составьте его, если известно, что директрисами эллипса являются прямые $x = \pm 4$, а четырехугольник с вершинами в фокусах и концах малой оси — квадрат;
3. Вычислите эксцентриситет эллипса, если известно, что отрезок между фокусом и дальней вершиной большой оси делится вторым фокусом в отношении 2 : 1
4. На эллипсе $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ найти точки, из которых отрезок, соединяющий фокусы, виден под углом 60° .
5. Докажите, что для произвольной точки эллипса $M(x, y)$ верны следующие соотношения:

а) $MF_1 = a - ex$,

б) $MF_2 = a + ex$,

где F_1 и F_2 — фокусы, a — длина большой полуоси, e — эксцентриситет.

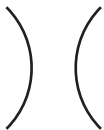

6. Определите тип кривой второго порядка $x^2 - 2xy + y^2 + 2x + 2y = 0$, составьте её каноническое уравнение и найдите каноническую систему координат.

Дополнительные индивидуальные задания

1. На эллипсе $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ найти точки, из которых отрезок, соединяющий фокусы, виден под наибольшим углом.
2. Составить уравнение эллипса, если точка $F(-6, 2)$ является одним из фокусов, точка $A(2, 2)$ - концом большой оси, эксцентриситет равен $\frac{2}{3}$.
3. Пусть O - центр эллипса, a и b его полуоси, а A и B такие его точки, что прямые, содержащие OA и OB , взаимно перпендикулярны.
 - (а) Доказать, что величина $\frac{1}{|OA|^2} + \frac{1}{|OB|^2}$ постоянна для всех возможных пар точек A и B .
 - (б) Найти наибольшее и наименьшее значения длины отрезка AB

Тест к воркшопу по аналитической геометрии

1. Заполните пропуски в таблице:

| | | |
|---|---|-----------------------|
| |  | |
| эллипс | | $y = 2px$ |
|  | | пара совпавших прямых |
| | $a^2x^2 - c^2y^2 = 0$ | |
| пара мнимых пересекающихся прямых | $y^2 + a^2 = 0$ | мнимый эллипс |

2. Какие замены переменных являются допустимыми при приведении кривой к каноническому виду?

а) $x' = 7x$

б) $x' = x + \sqrt{12}$

с) $x' = x - y/2,$
 $y' = x/2 + y$

д) $x' = 3x/5 - 4y/5,$
 $y' = 4x/5 + 3y/5$

3. Запишите уравнения директрис для эллипса с $a = 4$, $c = 2$.

4. Сформулируйте оптическое свойство эллипса (достаточно рисунка)

5. Эллипс задан уравнением $\frac{x^2}{1} + \frac{y^2}{4} = 9$. Найдите сумму расстояний от точки $M(\sqrt{8}, 2)$ до фокусов эллипса.

Задания к воркшопу по аналитической геометрии

Базовые обязательные задания

1. Определите тип кривой второго порядка, составьте ее каноническое уравнение и найдите каноническую систему координат:

а) $25x^2 - 10x + y^2 + 2y = 0$

б) $9xy + 4 = 0$

с) $9x^2 - 6xy + y^2 - 10 = 0$

2. В данной СК эллипс имеет каноническое уравнение. Составьте его, если известно, что директрисами эллипса являются прямые $x = \pm 4$, а четырехугольник с вершинами в фокусах и концах малой оси — квадрат;
3. Вычислите эксцентриситет эллипса, если известно, что отрезок между фокусом и дальней вершиной большой оси делится вторым фокусом в отношении 2 : 1
4. На эллипсе $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ найти точки, из которых отрезок, соединяющий фокусы, виден под углом 60° .
5. Докажите, что для произвольной точки эллипса $M(x, y)$ верны следующие соотношения:

а) $MF_1 = a - ex$,

б) $MF_2 = a + ex$,

где F_1 и F_2 — фокусы, a — длина большой полуоси, e — эксцентриситет.

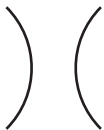

6. Определите тип кривой второго порядка $x^2 - 2xy + y^2 + 2x + 2y = 0$, составьте её каноническое уравнение и найдите каноническую систему координат.

Дополнительные индивидуальные задания

1. На эллипсе $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ найти точки, из которых отрезок, соединяющий фокусы, виден под наибольшим углом.
2. Составить уравнение эллипса, если точки $F_1(5, 1)$ и $F_2(-1, 1)$ являются фокусами, а прямая $x = \frac{31}{3}$ - одной из директрис
3. Пусть O - центр эллипса, a и b его полуоси, а A и B такие его точки, что прямые, содержащие OA и OB , взаимно перпендикулярны.
 - (а) Доказать, что величина $\frac{1}{|OA|^2} + \frac{1}{|OB|^2}$ постоянна для всех возможных пар точек A и B .
 - (б) Найти наибольшее и наименьшее значения длины отрезка AB

Тест к воркшопу по аналитической геометрии

1. Заполните пропуски в таблице:

| | | |
|---|---|-----------------------|
| |  | |
| эллипс | | $y = 2px$ |
|  | | пара совпавших прямых |
| | $a^2x^2 - c^2y^2 = 0$ | |
| пара мнимых пересекающихся прямых | $y^2 + a^2 = 0$ | мнимый эллипс |

2. Какие замены переменных являются допустимыми при приведении кривой к каноническому виду?

а) $x' = 7x$

б) $x' = x + \sqrt{12}$

с) $x' = x - y/2,$
 $y' = x/2 + y$

д) $x' = 3x/5 - 4y/5,$
 $y' = 4x/5 + 3y/5$

3. Запишите уравнения директрис для эллипса с $a = 4$, $c = 2$.

4. Сформулируйте оптическое свойство эллипса (достаточно рисунка)

5. Эллипс задан уравнением $\frac{x^2}{1} + \frac{y^2}{4} = 9$. Найдите сумму расстояний от точки $M(\sqrt{8}, 2)$ до фокусов эллипса.

Задания к воркшопу по аналитической геометрии

Базовые обязательные задания

1. Определите тип кривой второго порядка, составьте ее каноническое уравнение и найдите каноническую систему координат:

а) $25x^2 - 10x + y^2 + 2y = 0$

б) $9xy + 4 = 0$

с) $9x^2 - 6xy + y^2 - 10 = 0$

2. В данной СК эллипс имеет каноническое уравнение. Составьте его, если известно, что директрисами эллипса являются прямые $x = \pm 4$, а четырехугольник с вершинами в фокусах и концах малой оси — квадрат;
3. Вычислите эксцентриситет эллипса, если известно, что отрезок между фокусом и дальней вершиной большой оси делится вторым фокусом в отношении 2 : 1
4. На эллипсе $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ найти точки, из которых отрезок, соединяющий фокусы, виден под углом 60° .
5. Докажите, что для произвольной точки эллипса $M(x, y)$ верны следующие соотношения:

а) $MF_1 = a - ex$,

б) $MF_2 = a + ex$,

где F_1 и F_2 — фокусы, a — длина большой полуоси, e — эксцентриситет.

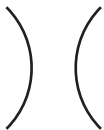

6. Определите тип кривой второго порядка $x^2 - 2xy + y^2 + 2x + 2y = 0$, составьте её каноническое уравнение и найдите каноническую систему координат.

Дополнительные индивидуальные задания

1. Составьте уравнения сторон квадрата, вписанного в эллипс $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, ($a > b > 0$).
Какую часть площади, ограниченной эллипсом, составляет площадь этого квадрата?
2. Составить уравнение эллипса, если оси эллипса параллельны осям координат, точки $A(4, 0)$ и $B(0, 4)$ принадлежат эллипсу, а точка B находится на расстоянии $3\sqrt{2}$ от одного из фокусов и на расстоянии 6 от соответствующей директрисы.
3. Пусть O - центр эллипса, a и b его полуоси, а A и B такие его точки, что прямые, содержащие OA и OB , взаимно перпендикулярны.
 - (а) Доказать, что величина $\frac{1}{|OA|^2} + \frac{1}{|OB|^2}$ постоянна для всех возможных пар точек A и B .
 - (б) Найти наибольшее и наименьшее значения длины отрезка AB

Тест к воркшопу по аналитической геометрии

1. Заполните пропуски в таблице:

| | | |
|---|---|-----------------------|
| |  | |
| эллипс | | $y = 2px$ |
|  | | пара совпавших прямых |
| | $a^2x^2 - c^2y^2 = 0$ | |
| пара мнимых пересекающихся прямых | $y^2 + a^2 = 0$ | мнимый эллипс |

2. Какие замены переменных являются допустимыми при приведении кривой к каноническому виду?

а) $x' = 7x$

б) $x' = x + \sqrt{12}$

с) $x' = x - y/2,$
 $y' = x/2 + y$

д) $x' = 3x/5 - 4y/5,$
 $y' = 4x/5 + 3y/5$

3. Запишите уравнения директрис для эллипса с $a = 4$, $c = 2$.

4. Сформулируйте оптическое свойство эллипса (достаточно рисунка)

5. Эллипс задан уравнением $\frac{x^2}{1} + \frac{y^2}{4} = 9$. Найдите сумму расстояний от точки $M(\sqrt{8}, 2)$ до фокусов эллипса.

Задания к воркшопу по аналитической геометрии

Базовые обязательные задания

1. Определите тип кривой второго порядка, составьте ее каноническое уравнение и найдите каноническую систему координат:

а) $25x^2 - 10x + y^2 + 2y = 0$

б) $9xy + 4 = 0$

с) $9x^2 - 6xy + y^2 - 10 = 0$

2. В данной СК эллипс имеет каноническое уравнение. Составьте его, если известно, что директрисами эллипса являются прямые $x = \pm 4$, а четырехугольник с вершинами в фокусах и концах малой оси — квадрат;
3. Вычислите эксцентриситет эллипса, если известно, что отрезок между фокусом и дальней вершиной большой оси делится вторым фокусом в отношении 2 : 1
4. На эллипсе $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ найти точки, из которых отрезок, соединяющий фокусы, виден под углом 60° .
5. Докажите, что для произвольной точки эллипса $M(x, y)$ верны следующие соотношения:

а) $MF_1 = a - ex$,

б) $MF_2 = a + ex$,

где F_1 и F_2 — фокусы, a — длина большой полуоси, e — эксцентриситет.

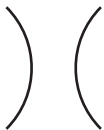

6. Определите тип кривой второго порядка $x^2 - 2xy + y^2 + 2x + 2y = 0$, составьте её каноническое уравнение и найдите каноническую систему координат.

Дополнительные индивидуальные задания

1. Составьте уравнения сторон квадрата, вписанного в эллипс $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1, (a > b > 0)$.
Какую часть площади, ограниченной эллипсом, составляет площадь этого квадрата?
2. Составить уравнение эллипса, если точки $F_1(5, 1)$ и $F_2(-1, 1)$ являются фокусами, а прямая $x = \frac{31}{3}$ - одной из директрис
3. Пусть O - центр эллипса, a и b его полуоси, а A и B такие его точки, что прямые, содержащие OA и OB , взаимно перпендикулярны.
 - (а) Доказать, что величина $\frac{1}{|OA|^2} + \frac{1}{|OB|^2}$ постоянна для всех возможных пар точек A и B .
 - (б) Найти наибольшее и наименьшее значения длины отрезка AB

Тест к воркшопу по аналитической геометрии

1. Заполните пропуски в таблице:

| | | |
|---|---|-----------------------|
| |  | |
| эллипс | | $y = 2px$ |
|  | | пара совпавших прямых |
| | $a^2x^2 - c^2y^2 = 0$ | |
| пара мнимых пересекающихся прямых | $y^2 + a^2 = 0$ | мнимый эллипс |

2. Какие замены переменных являются допустимыми при приведении кривой к каноническому виду?

а) $x' = 7x$

б) $x' = x + \sqrt{12}$

с) $x' = x - y/2,$
 $y' = x/2 + y$

д) $x' = 3x/5 - 4y/5,$
 $y' = 4x/5 + 3y/5$

3. Запишите уравнения директрис для эллипса с $a = 4$, $c = 2$.

4. Сформулируйте оптическое свойство эллипса (достаточно рисунка)

5. Эллипс задан уравнением $\frac{x^2}{1} + \frac{y^2}{4} = 9$. Найдите сумму расстояний от точки $M(\sqrt{8}, 2)$ до фокусов эллипса.

Задания к воркшопу по аналитической геометрии

Базовые обязательные задания

1. Определите тип кривой второго порядка, составьте ее каноническое уравнение и найдите каноническую систему координат:

а) $25x^2 - 10x + y^2 + 2y = 0$

б) $9xy + 4 = 0$

с) $9x^2 - 6xy + y^2 - 10 = 0$

2. В данной СК эллипс имеет каноническое уравнение. Составьте его, если известно, что директрисами эллипса являются прямые $x = \pm 4$, а четырехугольник с вершинами в фокусах и концах малой оси — квадрат;
3. Вычислите эксцентриситет эллипса, если известно, что отрезок между фокусом и дальней вершиной большой оси делится вторым фокусом в отношении 2 : 1
4. На эллипсе $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ найти точки, из которых отрезок, соединяющий фокусы, виден под углом 60° .
5. Докажите, что для произвольной точки эллипса $M(x, y)$ верны следующие соотношения:

а) $MF_1 = a - ex$,

б) $MF_2 = a + ex$,

где F_1 и F_2 — фокусы, a — длина большой полуоси, e — эксцентриситет.

6. Определите тип кривой второго порядка $x^2 - 2xy + y^2 + 2x + 2y = 0$, составьте её каноническое уравнение и найдите каноническую систему координат.

Дополнительные индивидуальные задания

1. Составьте уравнения сторон квадрата, вписанного в эллипс $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, ($a > b > 0$).
Какую часть площади, ограниченной эллипсом, составляет площадь этого квадрата?
2. Составить уравнение эллипса, если оси эллипса параллельны осям координат, точки $A(4, 0)$ и $B(0, 4)$ принадлежат эллипсу, а точка B находится на расстоянии $3\sqrt{2}$ от одного из фокусов и на расстоянии 6 от соответствующей директрисы.
3. Пусть O - центр эллипса, a и b его полуоси, а A и B такие его точки, что прямые, содержащие OA и OB , взаимно перпендикулярны.
 - (а) Доказать, что величина $\frac{1}{|OA|^2} + \frac{1}{|OB|^2}$ постоянна для всех возможных пар точек A и B .
 - (б) Найти наибольшее и наименьшее значения длины отрезка AB