

## Тест к воркшопу по аналитической геометрии

1. Заполните таблицу ( $k, \lambda, \alpha_i, \varphi \neq 0$ ):

Преобразование	Название	Линейное?	Аффинное?	Ортогональное?
$\begin{cases} x' = kx \\ y' = ky \end{cases}$		×		
$\begin{cases} x' = \\ y' = \end{cases}$	Сжатие к оси $Oy$ с коэффициентом $\lambda$			
$\begin{cases} x' = x + \alpha_1 \\ y' = y + \alpha_2 \end{cases}$				
$\begin{cases} x' = \\ y' = \end{cases}$	Поворот на угол $\varphi$			
$\begin{cases} x' = 0 \\ y' = 1 \end{cases}$	—			
$\begin{cases} x' = x^2 \\ y' = -x \end{cases}$	—			
$\begin{cases} x' = 3x + 4 \\ y' = x - y + 1 \end{cases}$	—			

2. При преобразовании, заданном формулами  $x' = \sqrt{3}x + \sqrt{2}y$ ,  $y' = \sqrt{2}x + \sqrt{3}y + 2$ , найдите:
- Площадь образа треугольника с вершинами  $A(0, 0)$ ,  $B(1, 0)$  и  $C(\sqrt{8111}, 3)$ .
  - Образы базисных векторов
  - Образ вектора  $\vec{x}(1, 4)$
  - Образ прямой  $y = 0$
3. Запишите преобразование, переводящее точки  $A(1, 0)$ ,  $B(0, 1)$ ,  $C(1, 1)$  в  $A'(-3, 5)$ ,  $B'(4, -3)$ ,  $C'(0, 0)$  соответственно.
4. Сколько неподвижных точек может иметь произвольное линейное преобразование?

# Материалы к воркшопу по аналитической геометрии

## Базовые обязательные задания

1. Запишите уравнения, задающие данное преобразование плоскости и определите, является ли оно аффинным:
  - (а) центральная симметрия относительно точки  $M(x_0, y_0)$ ;
  - (б) сжатие к прямой  $2x - y + 5 = 0$  с коэффициентом  $\alpha = 2$ ;
  - (с) преобразование, переводящее точки  $A(-2, 0)$ ,  $B(2, -1)$  и  $C(0, 4)$  в  $A'(-2, 1)$ ,  $B'(2, 1)$ , и  $C'(0, 1)$  соответственно.
2. Найдите все неподвижные точки аффинного преобразования, заданного формулами  $x' = 2x - 3y + 3$ ,  $y' = -2x + 2y - 6$ .
3. Найдите все инвариантные прямые аффинного преобразования, заданного формулами  $x' = 5x + 3y + 1$ ,  $y' = -3x - y$ .
4. В параллелограмм  $ABCD$  вписан эллипс. Точки касания  $M, N$  и  $K$  лежат на сторонах  $AB$ ,  $BC$  и  $CD$  соответственно. Найдите площадь треугольника  $NBM$ , если площадь треугольника  $CNK$  равна 20, а  $NC = 2BN$ .
5. На какой угол нужно повернуть прямую  $3x - 4y + 25 = 0$  вокруг точки  $M(-7, 1)$ , чтобы её образ был параллелен оси абсцисс?
6. Дано аффинное преобразование, заданное формулами  $x' = 4x - 3y + 1$ ,  $y' = 3x + 4y + 5$ . На прямой  $x + y + 2 = 0$  найдите точку, которая переходит в точку, также принадлежащую этой прямой.

## Тест к воркшопу по аналитической геометрии

1. Заполните таблицу ( $k, \lambda, \alpha_i, \varphi \neq 0$ ):

Преобразование	Название	Линейное?	Аффинное?	Ортогональное?
$\begin{cases} x' = kx \\ y' = ky \end{cases}$		×		
$\begin{cases} x' = \\ y' = \end{cases}$	Сжатие к оси $Oy$ с коэффициентом $\lambda$			
$\begin{cases} x' = x + \alpha_1 \\ y' = y + \alpha_2 \end{cases}$				
$\begin{cases} x' = \\ y' = \end{cases}$	Поворот на угол $\varphi$			
$\begin{cases} x' = 0 \\ y' = 1 \end{cases}$	—			
$\begin{cases} x' = x^2 \\ y' = -x \end{cases}$	—			
$\begin{cases} x' = 3x + 4 \\ y' = x - y + 1 \end{cases}$	—			

2. При преобразовании, заданном формулами  $x' = \sqrt{3}x + \sqrt{2}y$ ,  $y' = \sqrt{2}x + \sqrt{3}y + 2$ , найдите:

- Площадь образа треугольника с вершинами  $A(0, 0)$ ,  $B(1, 0)$  и  $C(\sqrt{8111}, 3)$ .
- Образы базисных векторов
- Образ вектора  $\vec{x}(1, 4)$
- Образ прямой  $y = 0$

3. Запишите преобразование, переводящее точки  $A(1, 0)$ ,  $B(0, 1)$ ,  $C(1, 1)$  в  $A'(-3, 5)$ ,  $B'(4, -3)$ ,  $C'(0, 0)$  соответственно.

4. Сколько неподвижных точек может иметь произвольное линейное преобразование?

# Материалы к воркшопу по аналитической геометрии

## Базовые обязательные задания

1. Запишите уравнения, задающие данное преобразование плоскости и определите, является ли оно аффинным:
  - (а) центральная симметрия относительно точки  $M(x_0, y_0)$ ;
  - (б) сжатие к прямой  $2x - y + 5 = 0$  с коэффициентом  $\alpha = 2$ ;
  - (с) преобразование, переводящее точки  $A(-2, 0)$ ,  $B(2, -1)$  и  $C(0, 4)$  в  $A'(-2, 1)$ ,  $B'(2, 1)$ , и  $C'(0, 1)$  соответственно.
2. Найдите все неподвижные точки аффинного преобразования, заданного формулами  $x' = 2x - 3y + 3$ ,  $y' = -2x + 2y - 6$ .
3. Найдите все инвариантные прямые аффинного преобразования, заданного формулами  $x' = 5x + 3y + 1$ ,  $y' = -3x - y$ .
4. В параллелограмм  $ABCD$  вписан эллипс. Точки касания  $M, N$  и  $K$  лежат на сторонах  $AB$ ,  $BC$  и  $CD$  соответственно. Найдите площадь треугольника  $NBM$ , если площадь треугольника  $CNK$  равна 20, а  $NC = 2BN$ .
5. На какой угол нужно повернуть прямую  $3x - 4y + 25 = 0$  вокруг точки  $M(-7, 1)$ , чтобы её образ был параллелен оси абсцисс?
6. Дано аффинное преобразование, заданное формулами  $x' = 4x - 3y + 1$ ,  $y' = 3x + 4y + 5$ . На прямой  $x + y + 2 = 0$  найдите точку, которая переходит в точку, также принадлежащую этой прямой.

## Тест к воркшопу по аналитической геометрии

1. Заполните таблицу ( $k, \lambda, \alpha_i, \varphi \neq 0$ ):

Преобразование	Название	Линейное?	Аффинное?	Ортогональное?
$\begin{cases} x' = kx \\ y' = ky \end{cases}$		×		
$\begin{cases} x' = \\ y' = \end{cases}$	Сжатие к оси $Oy$ с коэффициентом $\lambda$			
$\begin{cases} x' = x + \alpha_1 \\ y' = y + \alpha_2 \end{cases}$				
$\begin{cases} x' = \\ y' = \end{cases}$	Поворот на угол $\varphi$			
$\begin{cases} x' = 0 \\ y' = 1 \end{cases}$	—			
$\begin{cases} x' = x^2 \\ y' = -x \end{cases}$	—			
$\begin{cases} x' = 3x + 4 \\ y' = x - y + 1 \end{cases}$	—			

2. При преобразовании, заданном формулами  $x' = \sqrt{3}x + \sqrt{2}y$ ,  $y' = \sqrt{2}x + \sqrt{3}y + 2$ , найдите:

- Площадь образа треугольника с вершинами  $A(0, 0)$ ,  $B(1, 0)$  и  $C(\sqrt{8111}, 3)$ .
- Образы базисных векторов
- Образ вектора  $\vec{x}(1, 4)$
- Образ прямой  $y = 0$

3. Запишите преобразование, переводящее точки  $A(1, 0)$ ,  $B(0, 1)$ ,  $C(1, 1)$  в  $A'(-3, 5)$ ,  $B'(4, -3)$ ,  $C'(0, 0)$  соответственно.

4. Сколько неподвижных точек может иметь произвольное линейное преобразование?

# Материалы к воркшопу по аналитической геометрии

## Базовые обязательные задания

1. Запишите уравнения, задающие данное преобразование плоскости и определите, является ли оно аффинным:
  - (а) центральная симметрия относительно точки  $M(x_0, y_0)$ ;
  - (б) сжатие к прямой  $2x - y + 5 = 0$  с коэффициентом  $\alpha = 2$ ;
  - (с) преобразование, переводящее точки  $A(-2, 0)$ ,  $B(2, -1)$  и  $C(0, 4)$  в  $A'(-2, 1)$ ,  $B'(2, 1)$ , и  $C'(0, 1)$  соответственно.
2. Найдите все неподвижные точки аффинного преобразования, заданного формулами  $x' = 2x - 3y + 3$ ,  $y' = -2x + 2y - 6$ .
3. Найдите все инвариантные прямые аффинного преобразования, заданного формулами  $x' = 5x + 3y + 1$ ,  $y' = -3x - y$ .
4. В параллелограмм  $ABCD$  вписан эллипс. Точки касания  $M, N$  и  $K$  лежат на сторонах  $AB, BC$  и  $CD$  соответственно. Найдите площадь треугольника  $NBM$ , если площадь треугольника  $CNK$  равна 20, а  $NC = 2BN$ .
5. На какой угол нужно повернуть прямую  $3x - 4y + 25 = 0$  вокруг точки  $M(-7, 1)$ , чтобы её образ был параллелен оси абсцисс?
6. Дано аффинное преобразование, заданное формулами  $x' = 4x - 3y + 1$ ,  $y' = 3x + 4y + 5$ . На прямой  $x + y + 2 = 0$  найдите точку, которая переходит в точку, также принадлежащую этой прямой.

## Тест к воркшопу по аналитической геометрии

1. Заполните таблицу ( $k, \lambda, \alpha_i, \varphi \neq 0$ ):

Преобразование	Название	Линейное?	Аффинное?	Ортогональное?
$\begin{cases} x' = kx \\ y' = ky \end{cases}$		×		
$\begin{cases} x' = \\ y' = \end{cases}$	Сжатие к оси $Oy$ с коэффициентом $\lambda$			
$\begin{cases} x' = x + \alpha_1 \\ y' = y + \alpha_2 \end{cases}$				
$\begin{cases} x' = \\ y' = \end{cases}$	Поворот на угол $\varphi$			
$\begin{cases} x' = 0 \\ y' = 1 \end{cases}$	—			
$\begin{cases} x' = x^2 \\ y' = -x \end{cases}$	—			
$\begin{cases} x' = 3x + 4 \\ y' = x - y + 1 \end{cases}$	—			

2. При преобразовании, заданном формулами  $x' = \sqrt{3}x + \sqrt{2}y$ ,  $y' = \sqrt{2}x + \sqrt{3}y + 2$ , найдите:

- Площадь образа треугольника с вершинами  $A(0, 0)$ ,  $B(1, 0)$  и  $C(\sqrt{8111}, 3)$ .
- Образы базисных векторов
- Образ вектора  $\vec{x}(1, 4)$
- Образ прямой  $y = 0$

3. Запишите преобразование, переводящее точки  $A(1, 0)$ ,  $B(0, 1)$ ,  $C(1, 1)$  в  $A'(-3, 5)$ ,  $B'(4, -3)$ ,  $C'(0, 0)$  соответственно.

4. Сколько неподвижных точек может иметь произвольное линейное преобразование?

# Материалы к воркшопу по аналитической геометрии

## Базовые обязательные задания

1. Запишите уравнения, задающие данное преобразование плоскости и определите, является ли оно аффинным:
  - (а) центральная симметрия относительно точки  $M(x_0, y_0)$ ;
  - (б) сжатие к прямой  $2x - y + 5 = 0$  с коэффициентом  $\alpha = 2$ ;
  - (с) преобразование, переводящее точки  $A(-2, 0)$ ,  $B(2, -1)$  и  $C(0, 4)$  в  $A'(-2, 1)$ ,  $B'(2, 1)$ , и  $C'(0, 1)$  соответственно.
2. Найдите все неподвижные точки аффинного преобразования, заданного формулами  $x' = 2x - 3y + 3$ ,  $y' = -2x + 2y - 6$ .
3. Найдите все инвариантные прямые аффинного преобразования, заданного формулами  $x' = 5x + 3y + 1$ ,  $y' = -3x - y$ .
4. В параллелограмм  $ABCD$  вписан эллипс. Точки касания  $M, N$  и  $K$  лежат на сторонах  $AB$ ,  $BC$  и  $CD$  соответственно. Найдите площадь треугольника  $NBM$ , если площадь треугольника  $CNK$  равна 20, а  $NC = 2BN$ .
5. На какой угол нужно повернуть прямую  $3x - 4y + 25 = 0$  вокруг точки  $M(-7, 1)$ , чтобы её образ был параллелен оси абсцисс?
6. Дано аффинное преобразование, заданное формулами  $x' = 4x - 3y + 1$ ,  $y' = 3x + 4y + 5$ . На прямой  $x + y + 2 = 0$  найдите точку, которая переходит в точку, также принадлежащую этой прямой.



## Тест к воркшопу по аналитической геометрии

1. Заполните таблицу ( $k, \lambda, \alpha_i, \varphi \neq 0$ ):

Преобразование	Название	Линейное?	Аффинное?	Ортогональное?
$\begin{cases} x' = kx \\ y' = ky \end{cases}$		×		
$\begin{cases} x' = \\ y' = \end{cases}$	Сжатие к оси $Oy$ с коэффициентом $\lambda$			
$\begin{cases} x' = x + \alpha_1 \\ y' = y + \alpha_2 \end{cases}$				
$\begin{cases} x' = \\ y' = \end{cases}$	Поворот на угол $\varphi$			
$\begin{cases} x' = 0 \\ y' = 1 \end{cases}$	—			
$\begin{cases} x' = x^2 \\ y' = -x \end{cases}$	—			
$\begin{cases} x' = 3x + 4 \\ y' = x - y + 1 \end{cases}$	—			

2. При преобразовании, заданном формулами  $x' = \sqrt{3}x + \sqrt{2}y$ ,  $y' = \sqrt{2}x + \sqrt{3}y + 2$ , найдите:

- Площадь образа треугольника с вершинами  $A(0, 0)$ ,  $B(1, 0)$  и  $C(\sqrt{8111}, 3)$ .
- Образы базисных векторов
- Образ вектора  $\vec{x}(1, 4)$
- Образ прямой  $y = 0$

3. Запишите преобразование, переводящее точки  $A(1, 0)$ ,  $B(0, 1)$ ,  $C(1, 1)$  в  $A'(-3, 5)$ ,  $B'(4, -3)$ ,  $C'(0, 0)$  соответственно.

4. Сколько неподвижных точек может иметь произвольное линейное преобразование?

# Материалы к воркшопу по аналитической геометрии

## Базовые обязательные задания

1. Запишите уравнения, задающие данное преобразование плоскости и определите, является ли оно аффинным:
  - (а) центральная симметрия относительно точки  $M(x_0, y_0)$ ;
  - (б) сжатие к прямой  $2x - y + 5 = 0$  с коэффициентом  $\alpha = 2$ ;
  - (с) преобразование, переводящее точки  $A(-2, 0)$ ,  $B(2, -1)$  и  $C(0, 4)$  в  $A'(-2, 1)$ ,  $B'(2, 1)$ , и  $C'(0, 1)$  соответственно.
2. Найдите все неподвижные точки аффинного преобразования, заданного формулами  $x' = 2x - 3y + 3$ ,  $y' = -2x + 2y - 6$ .
3. Найдите все инвариантные прямые аффинного преобразования, заданного формулами  $x' = 5x + 3y + 1$ ,  $y' = -3x - y$ .
4. В параллелограмм  $ABCD$  вписан эллипс. Точки касания  $M, N$  и  $K$  лежат на сторонах  $AB, BC$  и  $CD$  соответственно. Найдите площадь треугольника  $NBM$ , если площадь треугольника  $CNK$  равна 20, а  $NC = 2BN$ .
5. На какой угол нужно повернуть прямую  $3x - 4y + 25 = 0$  вокруг точки  $M(-7, 1)$ , чтобы её образ был параллелен оси абсцисс?
6. Дано аффинное преобразование, заданное формулами  $x' = 4x - 3y + 1$ ,  $y' = 3x + 4y + 5$ . На прямой  $x + y + 2 = 0$  найдите точку, которая переходит в точку, также принадлежащую этой прямой.

## Тест к воркшопу по аналитической геометрии

1. Заполните таблицу ( $k, \lambda, \alpha_i, \varphi \neq 0$ ):

Преобразование	Название	Линейное?	Аффинное?	Ортогональное?
$\begin{cases} x' = kx \\ y' = ky \end{cases}$		×		
$\begin{cases} x' = \\ y' = \end{cases}$	Сжатие к оси $Oy$ с коэффициентом $\lambda$			
$\begin{cases} x' = x + \alpha_1 \\ y' = y + \alpha_2 \end{cases}$				
$\begin{cases} x' = \\ y' = \end{cases}$	Поворот на угол $\varphi$			
$\begin{cases} x' = 0 \\ y' = 1 \end{cases}$	—			
$\begin{cases} x' = x^2 \\ y' = -x \end{cases}$	—			
$\begin{cases} x' = 3x + 4 \\ y' = x - y + 1 \end{cases}$	—			

2. При преобразовании, заданном формулами  $x' = \sqrt{3}x + \sqrt{2}y$ ,  $y' = \sqrt{2}x + \sqrt{3}y + 2$ , найдите:

- Площадь образа треугольника с вершинами  $A(0, 0)$ ,  $B(1, 0)$  и  $C(\sqrt{8111}, 3)$ .
- Образы базисных векторов
- Образ вектора  $\vec{x}(1, 4)$
- Образ прямой  $y = 0$

3. Запишите преобразование, переводящее точки  $A(1, 0)$ ,  $B(0, 1)$ ,  $C(1, 1)$  в  $A'(-3, 5)$ ,  $B'(4, -3)$ ,  $C'(0, 0)$  соответственно.

4. Сколько неподвижных точек может иметь произвольное линейное преобразование?

# Материалы к воркшопу по аналитической геометрии

## Базовые обязательные задания

1. Запишите уравнения, задающие данное преобразование плоскости и определите, является ли оно аффинным:
  - (а) центральная симметрия относительно точки  $M(x_0, y_0)$ ;
  - (б) сжатие к прямой  $2x - y + 5 = 0$  с коэффициентом  $\alpha = 2$ ;
  - (с) преобразование, переводящее точки  $A(-2, 0)$ ,  $B(2, -1)$  и  $C(0, 4)$  в  $A'(-2, 1)$ ,  $B'(2, 1)$ , и  $C'(0, 1)$  соответственно.
2. Найдите все неподвижные точки аффинного преобразования, заданного формулами  $x' = 2x - 3y + 3$ ,  $y' = -2x + 2y - 6$ .
3. Найдите все инвариантные прямые аффинного преобразования, заданного формулами  $x' = 5x + 3y + 1$ ,  $y' = -3x - y$ .
4. В параллелограмм  $ABCD$  вписан эллипс. Точки касания  $M, N$  и  $K$  лежат на сторонах  $AB, BC$  и  $CD$  соответственно. Найдите площадь треугольника  $NBM$ , если площадь треугольника  $CNK$  равна 20, а  $NC = 2BN$ .
5. На какой угол нужно повернуть прямую  $3x - 4y + 25 = 0$  вокруг точки  $M(-7, 1)$ , чтобы её образ был параллелен оси абсцисс?
6. Дано аффинное преобразование, заданное формулами  $x' = 4x - 3y + 1$ ,  $y' = 3x + 4y + 5$ . На прямой  $x + y + 2 = 0$  найдите точку, которая переходит в точку, также принадлежащую этой прямой.

## Тест к воркшопу по аналитической геометрии

1. Заполните таблицу ( $k, \lambda, \alpha_i, \varphi \neq 0$ ):

Преобразование	Название	Линейное?	Аффинное?	Ортогональное?
$\begin{cases} x' = kx \\ y' = ky \end{cases}$		×		
$\begin{cases} x' = \\ y' = \end{cases}$	Сжатие к оси $Oy$ с коэффициентом $\lambda$			
$\begin{cases} x' = x + \alpha_1 \\ y' = y + \alpha_2 \end{cases}$				
$\begin{cases} x' = \\ y' = \end{cases}$	Поворот на угол $\varphi$			
$\begin{cases} x' = 0 \\ y' = 1 \end{cases}$	—			
$\begin{cases} x' = x^2 \\ y' = -x \end{cases}$	—			
$\begin{cases} x' = 3x + 4 \\ y' = x - y + 1 \end{cases}$	—			

2. При преобразовании, заданном формулами  $x' = \sqrt{3}x + \sqrt{2}y$ ,  $y' = \sqrt{2}x + \sqrt{3}y + 2$ , найдите:

- Площадь образа треугольника с вершинами  $A(0, 0)$ ,  $B(1, 0)$  и  $C(\sqrt{8111}, 3)$ .
- Образы базисных векторов
- Образ вектора  $\vec{x}(1, 4)$
- Образ прямой  $y = 0$

3. Запишите преобразование, переводящее точки  $A(1, 0)$ ,  $B(0, 1)$ ,  $C(1, 1)$  в  $A'(-3, 5)$ ,  $B'(4, -3)$ ,  $C'(0, 0)$  соответственно.

4. Сколько неподвижных точек может иметь произвольное линейное преобразование?

# Материалы к воркшопу по аналитической геометрии

## Базовые обязательные задания

1. Запишите уравнения, задающие данное преобразование плоскости и определите, является ли оно аффинным:
  - (а) центральная симметрия относительно точки  $M(x_0, y_0)$ ;
  - (б) сжатие к прямой  $2x - y + 5 = 0$  с коэффициентом  $\alpha = 2$ ;
  - (с) преобразование, переводящее точки  $A(-2, 0)$ ,  $B(2, -1)$  и  $C(0, 4)$  в  $A'(-2, 1)$ ,  $B'(2, 1)$ , и  $C'(0, 1)$  соответственно.
2. Найдите все неподвижные точки аффинного преобразования, заданного формулами  $x' = 2x - 3y + 3$ ,  $y' = -2x + 2y - 6$ .
3. Найдите все инвариантные прямые аффинного преобразования, заданного формулами  $x' = 5x + 3y + 1$ ,  $y' = -3x - y$ .
4. В параллелограмм  $ABCD$  вписан эллипс. Точки касания  $M, N$  и  $K$  лежат на сторонах  $AB$ ,  $BC$  и  $CD$  соответственно. Найдите площадь треугольника  $NBM$ , если площадь треугольника  $CNK$  равна 20, а  $NC = 2BN$ .
5. На какой угол нужно повернуть прямую  $3x - 4y + 25 = 0$  вокруг точки  $M(-7, 1)$ , чтобы её образ был параллелен оси абсцисс?
6. Дано аффинное преобразование, заданное формулами  $x' = 4x - 3y + 1$ ,  $y' = 3x + 4y + 5$ . На прямой  $x + y + 2 = 0$  найдите точку, которая переходит в точку, также принадлежащую этой прямой.

## Тест к воркшопу по аналитической геометрии

1. Заполните таблицу ( $k, \lambda, \alpha_i, \varphi \neq 0$ ):

Преобразование	Название	Линейное?	Аффинное?	Ортогональное?
$\begin{cases} x' = kx \\ y' = ky \end{cases}$		×		
$\begin{cases} x' = \\ y' = \end{cases}$	Сжатие к оси $Oy$ с коэффициентом $\lambda$			
$\begin{cases} x' = x + \alpha_1 \\ y' = y + \alpha_2 \end{cases}$				
$\begin{cases} x' = \\ y' = \end{cases}$	Поворот на угол $\varphi$			
$\begin{cases} x' = 0 \\ y' = 1 \end{cases}$	—			
$\begin{cases} x' = x^2 \\ y' = -x \end{cases}$	—			
$\begin{cases} x' = 3x + 4 \\ y' = x - y + 1 \end{cases}$	—			

2. При преобразовании, заданном формулами  $x' = \sqrt{3}x + \sqrt{2}y$ ,  $y' = \sqrt{2}x + \sqrt{3}y + 2$ , найдите:
- Площадь образа треугольника с вершинами  $A(0, 0)$ ,  $B(1, 0)$  и  $C(\sqrt{8111}, 3)$ .
  - Образы базисных векторов
  - Образ вектора  $\vec{x}(1, 4)$
  - Образ прямой  $y = 0$
3. Запишите преобразование, переводящее точки  $A(1, 0)$ ,  $B(0, 1)$ ,  $C(1, 1)$  в  $A'(-3, 5)$ ,  $B'(4, -3)$ ,  $C'(0, 0)$  соответственно.
4. Сколько неподвижных точек может иметь произвольное линейное преобразование?

# Материалы к воркшопу по аналитической геометрии

## Базовые обязательные задания

1. Запишите уравнения, задающие данное преобразование плоскости и определите, является ли оно аффинным:
  - (а) центральная симметрия относительно точки  $M(x_0, y_0)$ ;
  - (б) сжатие к прямой  $2x - y + 5 = 0$  с коэффициентом  $\alpha = 2$ ;
  - (с) преобразование, переводящее точки  $A(-2, 0)$ ,  $B(2, -1)$  и  $C(0, 4)$  в  $A'(-2, 1)$ ,  $B'(2, 1)$ , и  $C'(0, 1)$  соответственно.
2. Найдите все неподвижные точки аффинного преобразования, заданного формулами  $x' = 2x - 3y + 3$ ,  $y' = -2x + 2y - 6$ .
3. Найдите все инвариантные прямые аффинного преобразования, заданного формулами  $x' = 5x + 3y + 1$ ,  $y' = -3x - y$ .
4. В параллелограмм  $ABCD$  вписан эллипс. Точки касания  $M, N$  и  $K$  лежат на сторонах  $AB$ ,  $BC$  и  $CD$  соответственно. Найдите площадь треугольника  $NBM$ , если площадь треугольника  $CNK$  равна 20, а  $NC = 2BN$ .
5. На какой угол нужно повернуть прямую  $3x - 4y + 25 = 0$  вокруг точки  $M(-7, 1)$ , чтобы её образ был параллелен оси абсцисс?
6. Дано аффинное преобразование, заданное формулами  $x' = 4x - 3y + 1$ ,  $y' = 3x + 4y + 5$ . На прямой  $x + y + 2 = 0$  найдите точку, которая переходит в точку, также принадлежащую этой прямой.



## Тест к воркшопу по аналитической геометрии

1. Заполните таблицу ( $k, \lambda, \alpha_i, \varphi \neq 0$ ):

Преобразование	Название	Линейное?	Аффинное?	Ортогональное?
$\begin{cases} x' = kx \\ y' = ky \end{cases}$		×		
$\begin{cases} x' = \\ y' = \end{cases}$	Сжатие к оси $Oy$ с коэффициентом $\lambda$			
$\begin{cases} x' = x + \alpha_1 \\ y' = y + \alpha_2 \end{cases}$				
$\begin{cases} x' = \\ y' = \end{cases}$	Поворот на угол $\varphi$			
$\begin{cases} x' = 0 \\ y' = 1 \end{cases}$	—			
$\begin{cases} x' = x^2 \\ y' = -x \end{cases}$	—			
$\begin{cases} x' = 3x + 4 \\ y' = x - y + 1 \end{cases}$	—			

2. При преобразовании, заданном формулами  $x' = \sqrt{3}x + \sqrt{2}y$ ,  $y' = \sqrt{2}x + \sqrt{3}y + 2$ , найдите:

- Площадь образа треугольника с вершинами  $A(0, 0)$ ,  $B(1, 0)$  и  $C(\sqrt{8111}, 3)$ .
- Образы базисных векторов
- Образ вектора  $\vec{x}(1, 4)$
- Образ прямой  $y = 0$

3. Запишите преобразование, переводящее точки  $A(1, 0)$ ,  $B(0, 1)$ ,  $C(1, 1)$  в  $A'(-3, 5)$ ,  $B'(4, -3)$ ,  $C'(0, 0)$  соответственно.

4. Сколько неподвижных точек может иметь произвольное линейное преобразование?

# Материалы к воркшопу по аналитической геометрии

## Базовые обязательные задания

1. Запишите уравнения, задающие данное преобразование плоскости и определите, является ли оно аффинным:
  - (а) центральная симметрия относительно точки  $M(x_0, y_0)$ ;
  - (б) сжатие к прямой  $2x - y + 5 = 0$  с коэффициентом  $\alpha = 2$ ;
  - (с) преобразование, переводящее точки  $A(-2, 0)$ ,  $B(2, -1)$  и  $C(0, 4)$  в  $A'(-2, 1)$ ,  $B'(2, 1)$ , и  $C'(0, 1)$  соответственно.
2. Найдите все неподвижные точки аффинного преобразования, заданного формулами  $x' = 2x - 3y + 3$ ,  $y' = -2x + 2y - 6$ .
3. Найдите все инвариантные прямые аффинного преобразования, заданного формулами  $x' = 5x + 3y + 1$ ,  $y' = -3x - y$ .
4. В параллелограмм  $ABCD$  вписан эллипс. Точки касания  $M, N$  и  $K$  лежат на сторонах  $AB$ ,  $BC$  и  $CD$  соответственно. Найдите площадь треугольника  $NBM$ , если площадь треугольника  $CNK$  равна 20, а  $NC = 2BN$ .
5. На какой угол нужно повернуть прямую  $3x - 4y + 25 = 0$  вокруг точки  $M(-7, 1)$ , чтобы её образ был параллелен оси абсцисс?
6. Дано аффинное преобразование, заданное формулами  $x' = 4x - 3y + 1$ ,  $y' = 3x + 4y + 5$ . На прямой  $x + y + 2 = 0$  найдите точку, которая переходит в точку, также принадлежащую этой прямой.

## Тест к воркшопу по аналитической геометрии

1. Заполните таблицу ( $k, \lambda, \alpha_i, \varphi \neq 0$ ):

Преобразование	Название	Линейное?	Аффинное?	Ортогональное?
$\begin{cases} x' = kx \\ y' = ky \end{cases}$		×		
$\begin{cases} x' = \\ y' = \end{cases}$	Сжатие к оси $Oy$ с коэффициентом $\lambda$			
$\begin{cases} x' = x + \alpha_1 \\ y' = y + \alpha_2 \end{cases}$				
$\begin{cases} x' = \\ y' = \end{cases}$	Поворот на угол $\varphi$			
$\begin{cases} x' = 0 \\ y' = 1 \end{cases}$	—			
$\begin{cases} x' = x^2 \\ y' = -x \end{cases}$	—			
$\begin{cases} x' = 3x + 4 \\ y' = x - y + 1 \end{cases}$	—			

2. При преобразовании, заданном формулами  $x' = \sqrt{3}x + \sqrt{2}y$ ,  $y' = \sqrt{2}x + \sqrt{3}y + 2$ , найдите:

- Площадь образа треугольника с вершинами  $A(0, 0)$ ,  $B(1, 0)$  и  $C(\sqrt{8111}, 3)$ .
- Образы базисных векторов
- Образ вектора  $\vec{x}(1, 4)$
- Образ прямой  $y = 0$

3. Запишите преобразование, переводящее точки  $A(1, 0)$ ,  $B(0, 1)$ ,  $C(1, 1)$  в  $A'(-3, 5)$ ,  $B'(4, -3)$ ,  $C'(0, 0)$  соответственно.

4. Сколько неподвижных точек может иметь произвольное линейное преобразование?

# Материалы к воркшопу по аналитической геометрии

## Базовые обязательные задания

1. Запишите уравнения, задающие данное преобразование плоскости и определите, является ли оно аффинным:
  - (а) центральная симметрия относительно точки  $M(x_0, y_0)$ ;
  - (б) сжатие к прямой  $2x - y + 5 = 0$  с коэффициентом  $\alpha = 2$ ;
  - (с) преобразование, переводящее точки  $A(-2, 0)$ ,  $B(2, -1)$  и  $C(0, 4)$  в  $A'(-2, 1)$ ,  $B'(2, 1)$ , и  $C'(0, 1)$  соответственно.
2. Найдите все неподвижные точки аффинного преобразования, заданного формулами  $x' = 2x - 3y + 3$ ,  $y' = -2x + 2y - 6$ .
3. Найдите все инвариантные прямые аффинного преобразования, заданного формулами  $x' = 5x + 3y + 1$ ,  $y' = -3x - y$ .
4. В параллелограмм  $ABCD$  вписан эллипс. Точки касания  $M, N$  и  $K$  лежат на сторонах  $AB$ ,  $BC$  и  $CD$  соответственно. Найдите площадь треугольника  $NBM$ , если площадь треугольника  $CNK$  равна 20, а  $NC = 2BN$ .
5. На какой угол нужно повернуть прямую  $3x - 4y + 25 = 0$  вокруг точки  $M(-7, 1)$ , чтобы её образ был параллелен оси абсцисс?
6. Дано аффинное преобразование, заданное формулами  $x' = 4x - 3y + 1$ ,  $y' = 3x + 4y + 5$ . На прямой  $x + y + 2 = 0$  найдите точку, которая переходит в точку, также принадлежащую этой прямой.

## Тест к воркшопу по аналитической геометрии

1. Заполните таблицу ( $k, \lambda, \alpha_i, \varphi \neq 0$ ):

Преобразование	Название	Линейное?	Аффинное?	Ортогональное?
$\begin{cases} x' = kx \\ y' = ky \end{cases}$		×		
$\begin{cases} x' = \\ y' = \end{cases}$	Сжатие к оси $Oy$ с коэффициентом $\lambda$			
$\begin{cases} x' = x + \alpha_1 \\ y' = y + \alpha_2 \end{cases}$				
$\begin{cases} x' = \\ y' = \end{cases}$	Поворот на угол $\varphi$			
$\begin{cases} x' = 0 \\ y' = 1 \end{cases}$	—			
$\begin{cases} x' = x^2 \\ y' = -x \end{cases}$	—			
$\begin{cases} x' = 3x + 4 \\ y' = x - y + 1 \end{cases}$	—			

2. При преобразовании, заданном формулами  $x' = \sqrt{3}x + \sqrt{2}y$ ,  $y' = \sqrt{2}x + \sqrt{3}y + 2$ , найдите:

- Площадь образа треугольника с вершинами  $A(0, 0)$ ,  $B(1, 0)$  и  $C(\sqrt{8111}, 3)$ .
- Образы базисных векторов
- Образ вектора  $\vec{x}(1, 4)$
- Образ прямой  $y = 0$

3. Запишите преобразование, переводящее точки  $A(1, 0)$ ,  $B(0, 1)$ ,  $C(1, 1)$  в  $A'(-3, 5)$ ,  $B'(4, -3)$ ,  $C'(0, 0)$  соответственно.

4. Сколько неподвижных точек может иметь произвольное линейное преобразование?

# Материалы к воркшопу по аналитической геометрии

## Базовые обязательные задания

1. Запишите уравнения, задающие данное преобразование плоскости и определите, является ли оно аффинным:
  - (а) центральная симметрия относительно точки  $M(x_0, y_0)$ ;
  - (б) сжатие к прямой  $2x - y + 5 = 0$  с коэффициентом  $\alpha = 2$ ;
  - (с) преобразование, переводящее точки  $A(-2, 0)$ ,  $B(2, -1)$  и  $C(0, 4)$  в  $A'(-2, 1)$ ,  $B'(2, 1)$ , и  $C'(0, 1)$  соответственно.
2. Найдите все неподвижные точки аффинного преобразования, заданного формулами  $x' = 2x - 3y + 3$ ,  $y' = -2x + 2y - 6$ .
3. Найдите все инвариантные прямые аффинного преобразования, заданного формулами  $x' = 5x + 3y + 1$ ,  $y' = -3x - y$ .
4. В параллелограмм  $ABCD$  вписан эллипс. Точки касания  $M, N$  и  $K$  лежат на сторонах  $AB$ ,  $BC$  и  $CD$  соответственно. Найдите площадь треугольника  $NBM$ , если площадь треугольника  $CNK$  равна 20, а  $NC = 2BN$ .
5. На какой угол нужно повернуть прямую  $3x - 4y + 25 = 0$  вокруг точки  $M(-7, 1)$ , чтобы её образ был параллелен оси абсцисс?
6. Дано аффинное преобразование, заданное формулами  $x' = 4x - 3y + 1$ ,  $y' = 3x + 4y + 5$ . На прямой  $x + y + 2 = 0$  найдите точку, которая переходит в точку, также принадлежащую этой прямой.

## Тест к воркшопу по аналитической геометрии

1. Заполните таблицу ( $k, \lambda, \alpha_i, \varphi \neq 0$ ):

Преобразование	Название	Линейное?	Аффинное?	Ортогональное?
$\begin{cases} x' = kx \\ y' = ky \end{cases}$		×		
$\begin{cases} x' = \\ y' = \end{cases}$	Сжатие к оси $Oy$ с коэффициентом $\lambda$			
$\begin{cases} x' = x + \alpha_1 \\ y' = y + \alpha_2 \end{cases}$				
$\begin{cases} x' = \\ y' = \end{cases}$	Поворот на угол $\varphi$			
$\begin{cases} x' = 0 \\ y' = 1 \end{cases}$	—			
$\begin{cases} x' = x^2 \\ y' = -x \end{cases}$	—			
$\begin{cases} x' = 3x + 4 \\ y' = x - y + 1 \end{cases}$	—			

2. При преобразовании, заданном формулами  $x' = \sqrt{3}x + \sqrt{2}y$ ,  $y' = \sqrt{2}x + \sqrt{3}y + 2$ , найдите:

- Площадь образа треугольника с вершинами  $A(0, 0)$ ,  $B(1, 0)$  и  $C(\sqrt{8111}, 3)$ .
- Образы базисных векторов
- Образ вектора  $\vec{x}(1, 4)$
- Образ прямой  $y = 0$

3. Запишите преобразование, переводящее точки  $A(1, 0)$ ,  $B(0, 1)$ ,  $C(1, 1)$  в  $A'(-3, 5)$ ,  $B'(4, -3)$ ,  $C'(0, 0)$  соответственно.

4. Сколько неподвижных точек может иметь произвольное линейное преобразование?

# Материалы к воркшопу по аналитической геометрии

## Базовые обязательные задания

1. Запишите уравнения, задающие данное преобразование плоскости и определите, является ли оно аффинным:
  - (а) центральная симметрия относительно точки  $M(x_0, y_0)$ ;
  - (б) сжатие к прямой  $2x - y + 5 = 0$  с коэффициентом  $\alpha = 2$ ;
  - (с) преобразование, переводящее точки  $A(-2, 0)$ ,  $B(2, -1)$  и  $C(0, 4)$  в  $A'(-2, 1)$ ,  $B'(2, 1)$ , и  $C'(0, 1)$  соответственно.
2. Найдите все неподвижные точки аффинного преобразования, заданного формулами  $x' = 2x - 3y + 3$ ,  $y' = -2x + 2y - 6$ .
3. Найдите все инвариантные прямые аффинного преобразования, заданного формулами  $x' = 5x + 3y + 1$ ,  $y' = -3x - y$ .
4. В параллелограмм  $ABCD$  вписан эллипс. Точки касания  $M, N$  и  $K$  лежат на сторонах  $AB$ ,  $BC$  и  $CD$  соответственно. Найдите площадь треугольника  $NBM$ , если площадь треугольника  $CNK$  равна 20, а  $NC = 2BN$ .
5. На какой угол нужно повернуть прямую  $3x - 4y + 25 = 0$  вокруг точки  $M(-7, 1)$ , чтобы её образ был параллелен оси абсцисс?
6. Дано аффинное преобразование, заданное формулами  $x' = 4x - 3y + 1$ ,  $y' = 3x + 4y + 5$ . На прямой  $x + y + 2 = 0$  найдите точку, которая переходит в точку, также принадлежащую этой прямой.



## Тест к воркшопу по аналитической геометрии

1. Заполните таблицу ( $k, \lambda, \alpha_i, \varphi \neq 0$ ):

Преобразование	Название	Линейное?	Аффинное?	Ортогональное?
$\begin{cases} x' = kx \\ y' = ky \end{cases}$		×		
$\begin{cases} x' = \\ y' = \end{cases}$	Сжатие к оси $Oy$ с коэффициентом $\lambda$			
$\begin{cases} x' = x + \alpha_1 \\ y' = y + \alpha_2 \end{cases}$				
$\begin{cases} x' = \\ y' = \end{cases}$	Поворот на угол $\varphi$			
$\begin{cases} x' = 0 \\ y' = 1 \end{cases}$	—			
$\begin{cases} x' = x^2 \\ y' = -x \end{cases}$	—			
$\begin{cases} x' = 3x + 4 \\ y' = x - y + 1 \end{cases}$	—			

2. При преобразовании, заданном формулами  $x' = \sqrt{3}x + \sqrt{2}y$ ,  $y' = \sqrt{2}x + \sqrt{3}y + 2$ , найдите:
- Площадь образа треугольника с вершинами  $A(0, 0)$ ,  $B(1, 0)$  и  $C(\sqrt{8111}, 3)$ .
  - Образы базисных векторов
  - Образ вектора  $\vec{x}(1, 4)$
  - Образ прямой  $y = 0$
3. Запишите преобразование, переводящее точки  $A(1, 0)$ ,  $B(0, 1)$ ,  $C(1, 1)$  в  $A'(-3, 5)$ ,  $B'(4, -3)$ ,  $C'(0, 0)$  соответственно.
4. Сколько неподвижных точек может иметь произвольное линейное преобразование?

# Материалы к воркшопу по аналитической геометрии

## Базовые обязательные задания

1. Запишите уравнения, задающие данное преобразование плоскости и определите, является ли оно аффинным:
  - (а) центральная симметрия относительно точки  $M(x_0, y_0)$ ;
  - (б) сжатие к прямой  $2x - y + 5 = 0$  с коэффициентом  $\alpha = 2$ ;
  - (с) преобразование, переводящее точки  $A(-2, 0)$ ,  $B(2, -1)$  и  $C(0, 4)$  в  $A'(-2, 1)$ ,  $B'(2, 1)$ , и  $C'(0, 1)$  соответственно.
2. Найдите все неподвижные точки аффинного преобразования, заданного формулами  $x' = 2x - 3y + 3$ ,  $y' = -2x + 2y - 6$ .
3. Найдите все инвариантные прямые аффинного преобразования, заданного формулами  $x' = 5x + 3y + 1$ ,  $y' = -3x - y$ .
4. В параллелограмм  $ABCD$  вписан эллипс. Точки касания  $M, N$  и  $K$  лежат на сторонах  $AB, BC$  и  $CD$  соответственно. Найдите площадь треугольника  $NBM$ , если площадь треугольника  $CNK$  равна 20, а  $NC = 2BN$ .
5. На какой угол нужно повернуть прямую  $3x - 4y + 25 = 0$  вокруг точки  $M(-7, 1)$ , чтобы её образ был параллелен оси абсцисс?
6. Дано аффинное преобразование, заданное формулами  $x' = 4x - 3y + 1$ ,  $y' = 3x + 4y + 5$ . На прямой  $x + y + 2 = 0$  найдите точку, которая переходит в точку, также принадлежащую этой прямой.

## Тест к воркшопу по аналитической геометрии

1. Заполните таблицу ( $k, \lambda, \alpha_i, \varphi \neq 0$ ):

Преобразование	Название	Линейное?	Аффинное?	Ортогональное?
$\begin{cases} x' = kx \\ y' = ky \end{cases}$		×		
$\begin{cases} x' = \\ y' = \end{cases}$	Сжатие к оси $Oy$ с коэффициентом $\lambda$			
$\begin{cases} x' = x + \alpha_1 \\ y' = y + \alpha_2 \end{cases}$				
$\begin{cases} x' = \\ y' = \end{cases}$	Поворот на угол $\varphi$			
$\begin{cases} x' = 0 \\ y' = 1 \end{cases}$	—			
$\begin{cases} x' = x^2 \\ y' = -x \end{cases}$	—			
$\begin{cases} x' = 3x + 4 \\ y' = x - y + 1 \end{cases}$	—			

2. При преобразовании, заданном формулами  $x' = \sqrt{3}x + \sqrt{2}y$ ,  $y' = \sqrt{2}x + \sqrt{3}y + 2$ , найдите:

- Площадь образа треугольника с вершинами  $A(0, 0)$ ,  $B(1, 0)$  и  $C(\sqrt{8111}, 3)$ .
- Образы базисных векторов
- Образ вектора  $\vec{x}(1, 4)$
- Образ прямой  $y = 0$

3. Запишите преобразование, переводящее точки  $A(1, 0)$ ,  $B(0, 1)$ ,  $C(1, 1)$  в  $A'(-3, 5)$ ,  $B'(4, -3)$ ,  $C'(0, 0)$  соответственно.

4. Сколько неподвижных точек может иметь произвольное линейное преобразование?

# Материалы к воркшопу по аналитической геометрии

## Базовые обязательные задания

1. Запишите уравнения, задающие данное преобразование плоскости и определите, является ли оно аффинным:
  - (а) центральная симметрия относительно точки  $M(x_0, y_0)$ ;
  - (б) сжатие к прямой  $2x - y + 5 = 0$  с коэффициентом  $\alpha = 2$ ;
  - (с) преобразование, переводящее точки  $A(-2, 0)$ ,  $B(2, -1)$  и  $C(0, 4)$  в  $A'(-2, 1)$ ,  $B'(2, 1)$ , и  $C'(0, 1)$  соответственно.
2. Найдите все неподвижные точки аффинного преобразования, заданного формулами  $x' = 2x - 3y + 3$ ,  $y' = -2x + 2y - 6$ .
3. Найдите все инвариантные прямые аффинного преобразования, заданного формулами  $x' = 5x + 3y + 1$ ,  $y' = -3x - y$ .
4. В параллелограмм  $ABCD$  вписан эллипс. Точки касания  $M, N$  и  $K$  лежат на сторонах  $AB, BC$  и  $CD$  соответственно. Найдите площадь треугольника  $NBM$ , если площадь треугольника  $CNK$  равна 20, а  $NC = 2BN$ .
5. На какой угол нужно повернуть прямую  $3x - 4y + 25 = 0$  вокруг точки  $M(-7, 1)$ , чтобы её образ был параллелен оси абсцисс?
6. Дано аффинное преобразование, заданное формулами  $x' = 4x - 3y + 1$ ,  $y' = 3x + 4y + 5$ . На прямой  $x + y + 2 = 0$  найдите точку, которая переходит в точку, также принадлежащую этой прямой.

## Тест к воркшопу по аналитической геометрии

1. Заполните таблицу ( $k, \lambda, \alpha_i, \varphi \neq 0$ ):

Преобразование	Название	Линейное?	Аффинное?	Ортогональное?
$\begin{cases} x' = kx \\ y' = ky \end{cases}$		×		
$\begin{cases} x' = \\ y' = \end{cases}$	Сжатие к оси $Oy$ с коэффициентом $\lambda$			
$\begin{cases} x' = x + \alpha_1 \\ y' = y + \alpha_2 \end{cases}$				
$\begin{cases} x' = \\ y' = \end{cases}$	Поворот на угол $\varphi$			
$\begin{cases} x' = 0 \\ y' = 1 \end{cases}$	—			
$\begin{cases} x' = x^2 \\ y' = -x \end{cases}$	—			
$\begin{cases} x' = 3x + 4 \\ y' = x - y + 1 \end{cases}$	—			

2. При преобразовании, заданном формулами  $x' = \sqrt{3}x + \sqrt{2}y$ ,  $y' = \sqrt{2}x + \sqrt{3}y + 2$ , найдите:

- Площадь образа треугольника с вершинами  $A(0, 0)$ ,  $B(1, 0)$  и  $C(\sqrt{8111}, 3)$ .
- Образы базисных векторов
- Образ вектора  $\vec{x}(1, 4)$
- Образ прямой  $y = 0$

3. Запишите преобразование, переводящее точки  $A(1, 0)$ ,  $B(0, 1)$ ,  $C(1, 1)$  в  $A'(-3, 5)$ ,  $B'(4, -3)$ ,  $C'(0, 0)$  соответственно.

4. Сколько неподвижных точек может иметь произвольное линейное преобразование?

# Материалы к воркшопу по аналитической геометрии

## Базовые обязательные задания

1. Запишите уравнения, задающие данное преобразование плоскости и определите, является ли оно аффинным:
  - (а) центральная симметрия относительно точки  $M(x_0, y_0)$ ;
  - (б) сжатие к прямой  $2x - y + 5 = 0$  с коэффициентом  $\alpha = 2$ ;
  - (с) преобразование, переводящее точки  $A(-2, 0)$ ,  $B(2, -1)$  и  $C(0, 4)$  в  $A'(-2, 1)$ ,  $B'(2, 1)$ , и  $C'(0, 1)$  соответственно.
2. Найдите все неподвижные точки аффинного преобразования, заданного формулами  $x' = 2x - 3y + 3$ ,  $y' = -2x + 2y - 6$ .
3. Найдите все инвариантные прямые аффинного преобразования, заданного формулами  $x' = 5x + 3y + 1$ ,  $y' = -3x - y$ .
4. В параллелограмм  $ABCD$  вписан эллипс. Точки касания  $M, N$  и  $K$  лежат на сторонах  $AB$ ,  $BC$  и  $CD$  соответственно. Найдите площадь треугольника  $NBM$ , если площадь треугольника  $CNK$  равна 20, а  $NC = 2BN$ .
5. На какой угол нужно повернуть прямую  $3x - 4y + 25 = 0$  вокруг точки  $M(-7, 1)$ , чтобы её образ был параллелен оси абсцисс?
6. Дано аффинное преобразование, заданное формулами  $x' = 4x - 3y + 1$ ,  $y' = 3x + 4y + 5$ . На прямой  $x + y + 2 = 0$  найдите точку, которая переходит в точку, также принадлежащую этой прямой.

## Тест к воркшопу по аналитической геометрии

1. Заполните таблицу ( $k, \lambda, \alpha_i, \varphi \neq 0$ ):

Преобразование	Название	Линейное?	Аффинное?	Ортогональное?
$\begin{cases} x' = kx \\ y' = ky \end{cases}$		×		
$\begin{cases} x' = \\ y' = \end{cases}$	Сжатие к оси $Oy$ с коэффициентом $\lambda$			
$\begin{cases} x' = x + \alpha_1 \\ y' = y + \alpha_2 \end{cases}$				
$\begin{cases} x' = \\ y' = \end{cases}$	Поворот на угол $\varphi$			
$\begin{cases} x' = 0 \\ y' = 1 \end{cases}$	—			
$\begin{cases} x' = x^2 \\ y' = -x \end{cases}$	—			
$\begin{cases} x' = 3x + 4 \\ y' = x - y + 1 \end{cases}$	—			

2. При преобразовании, заданном формулами  $x' = \sqrt{3}x + \sqrt{2}y$ ,  $y' = \sqrt{2}x + \sqrt{3}y + 2$ , найдите:
- Площадь образа треугольника с вершинами  $A(0, 0)$ ,  $B(1, 0)$  и  $C(\sqrt{8111}, 3)$ .
  - Образы базисных векторов
  - Образ вектора  $\vec{x}(1, 4)$
  - Образ прямой  $y = 0$
3. Запишите преобразование, переводящее точки  $A(1, 0)$ ,  $B(0, 1)$ ,  $C(1, 1)$  в  $A'(-3, 5)$ ,  $B'(4, -3)$ ,  $C'(0, 0)$  соответственно.
4. Сколько неподвижных точек может иметь произвольное линейное преобразование?

# Материалы к воркшопу по аналитической геометрии

## Базовые обязательные задания

1. Запишите уравнения, задающие данное преобразование плоскости и определите, является ли оно аффинным:
  - (а) центральная симметрия относительно точки  $M(x_0, y_0)$ ;
  - (б) сжатие к прямой  $2x - y + 5 = 0$  с коэффициентом  $\alpha = 2$ ;
  - (с) преобразование, переводящее точки  $A(-2, 0)$ ,  $B(2, -1)$  и  $C(0, 4)$  в  $A'(-2, 1)$ ,  $B'(2, 1)$ , и  $C'(0, 1)$  соответственно.
2. Найдите все неподвижные точки аффинного преобразования, заданного формулами  $x' = 2x - 3y + 3$ ,  $y' = -2x + 2y - 6$ .
3. Найдите все инвариантные прямые аффинного преобразования, заданного формулами  $x' = 5x + 3y + 1$ ,  $y' = -3x - y$ .
4. В параллелограмм  $ABCD$  вписан эллипс. Точки касания  $M, N$  и  $K$  лежат на сторонах  $AB, BC$  и  $CD$  соответственно. Найдите площадь треугольника  $NBM$ , если площадь треугольника  $CNK$  равна 20, а  $NC = 2BN$ .
5. На какой угол нужно повернуть прямую  $3x - 4y + 25 = 0$  вокруг точки  $M(-7, 1)$ , чтобы её образ был параллелен оси абсцисс?
6. Дано аффинное преобразование, заданное формулами  $x' = 4x - 3y + 1$ ,  $y' = 3x + 4y + 5$ . На прямой  $x + y + 2 = 0$  найдите точку, которая переходит в точку, также принадлежащую этой прямой.



## Тест к воркшопу по аналитической геометрии

1. Заполните таблицу ( $k, \lambda, \alpha_i, \varphi \neq 0$ ):

Преобразование	Название	Линейное?	Аффинное?	Ортогональное?
$\begin{cases} x' = kx \\ y' = ky \end{cases}$		×		
$\begin{cases} x' = \\ y' = \end{cases}$	Сжатие к оси $Oy$ с коэффициентом $\lambda$			
$\begin{cases} x' = x + \alpha_1 \\ y' = y + \alpha_2 \end{cases}$				
$\begin{cases} x' = \\ y' = \end{cases}$	Поворот на угол $\varphi$			
$\begin{cases} x' = 0 \\ y' = 1 \end{cases}$	—			
$\begin{cases} x' = x^2 \\ y' = -x \end{cases}$	—			
$\begin{cases} x' = 3x + 4 \\ y' = x - y + 1 \end{cases}$	—			

2. При преобразовании, заданном формулами  $x' = \sqrt{3}x + \sqrt{2}y$ ,  $y' = \sqrt{2}x + \sqrt{3}y + 2$ , найдите:

- Площадь образа треугольника с вершинами  $A(0, 0)$ ,  $B(1, 0)$  и  $C(\sqrt{8111}, 3)$ .
- Образы базисных векторов
- Образ вектора  $\vec{x}(1, 4)$
- Образ прямой  $y = 0$

3. Запишите преобразование, переводящее точки  $A(1, 0)$ ,  $B(0, 1)$ ,  $C(1, 1)$  в  $A'(-3, 5)$ ,  $B'(4, -3)$ ,  $C'(0, 0)$  соответственно.

4. Сколько неподвижных точек может иметь произвольное линейное преобразование?

# Материалы к воркшопу по аналитической геометрии

## Базовые обязательные задания

1. Запишите уравнения, задающие данное преобразование плоскости и определите, является ли оно аффинным:
  - (а) центральная симметрия относительно точки  $M(x_0, y_0)$ ;
  - (б) сжатие к прямой  $2x - y + 5 = 0$  с коэффициентом  $\alpha = 2$ ;
  - (с) преобразование, переводящее точки  $A(-2, 0)$ ,  $B(2, -1)$  и  $C(0, 4)$  в  $A'(-2, 1)$ ,  $B'(2, 1)$ , и  $C'(0, 1)$  соответственно.
2. Найдите все неподвижные точки аффинного преобразования, заданного формулами  $x' = 2x - 3y + 3$ ,  $y' = -2x + 2y - 6$ .
3. Найдите все инвариантные прямые аффинного преобразования, заданного формулами  $x' = 5x + 3y + 1$ ,  $y' = -3x - y$ .
4. В параллелограмм  $ABCD$  вписан эллипс. Точки касания  $M, N$  и  $K$  лежат на сторонах  $AB$ ,  $BC$  и  $CD$  соответственно. Найдите площадь треугольника  $NBM$ , если площадь треугольника  $CNK$  равна 20, а  $NC = 2BN$ .
5. На какой угол нужно повернуть прямую  $3x - 4y + 25 = 0$  вокруг точки  $M(-7, 1)$ , чтобы её образ был параллелен оси абсцисс?
6. Дано аффинное преобразование, заданное формулами  $x' = 4x - 3y + 1$ ,  $y' = 3x + 4y + 5$ . На прямой  $x + y + 2 = 0$  найдите точку, которая переходит в точку, также принадлежащую этой прямой.