# Адекватные доказательства теорем по дифференциальным уравнениям

**22.** (Теорема Коши) *Эльсгольц*

Используется принцип сжатых отображений, доказательство которого (стр. 48-49) практически очевидно, дальше вручную проверяется, что оператор $A[y]$ (интегральной формы диф. уравнения) является сжимающим.

| |
|---|
| Принцип сжимающих отображений $\to$ Замена диф. уравнения интегральным $\to$ Введение оператора $A[y]$ $\to$ Условие Липшица $\to$ Проверка, что $A[y]$ — сжимающий $\to$ Ручное обобщение на случай систем |

**23/24.** (ФСР, вронскиан) *Филиппов*

Доказывается все для однородной системы (стр. 67-78), затем почти очевидным образом переносится на линейные уравнения (стр. 81-86).

| |
|---|
| Линейная независимость $\to$ Вронскиан $\to$ Фунд. система решений $\to$ Дифференцирование детерминанта $\to$ Формула Лиувилля $\to$ Замена переменных (переход от системы к лин. уравнению) |

**25.** (Вариация постоянных) *Филиппов*

Аналогично предыдущему. Доказывается в одну строчку (стр. 79) для систем, затем заменой переменных (стр. 90) для линейных уравнений.

| |
|---|
| Вариация постоянных ($c = c(t)$) $\to$ Дифференцирование общего решения $\to$ Подстановка в неоднородное уравнение $\to$ Окончательная формула через обратную матрицу $\to$ Замена переменных (переход от системы к лин. уравнению) |

**26.** (Теорема Штурма и следствия) *Романко, Филиппов*

Доказательство слово-в-слово повторяет Филиппова, но переходы освещены более подробно (стр. 193-197). Кроме того, в Филиппове есть не все следствия. Но следствие о расстоянии между нулями уравнения $y'' + q(x)y = 0$ с $m^2 \leq y(x) \leq M^2$ понятнее в Филиппове (стр. 113).

| |
|---|
| Замена переменного $\to$ Общий вид $y'' + q(x)y = 0$ $\to$ Лемма о простых нулях ($y(x_0) = 0 \Rightarrow y'(x_0) \neq 0$) $\to$ Без о.о. $y > 0, z > 0$ $\to$ Домножение исходных уравнений на $y$ и $z$, вычитание полученных равенств и интегрирование по $x$ $\to$ Теорема Штурма и несколько очевидных следствий, полученных из разных оценок с разными $Q(x)$ |