



ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΕΙΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ  
ΠΟΛΥΤΕΧΝΙΚΗ ΣΧΟΛΗ

Τμήμα Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών Υπολογιστών  
Τομέας Ηλεκτρονικής και Υπολογιστών

Διπλωματική Εργασία

---

**Ανάπτυξη Αυτόνομου Ρομποτικού Οχήματος με  
Κινηματικό Μοντέλο 4WS4WD**

---

*Εκπόνηση:*  
Κούρος Γεώργιος

*Επιβλέπων:*  
Πέτρου Λουκάς  
Αναπ. Καθηγητής

Θεσσαλονίκη, Σεπτέμβριος 2016

# Περίληψη

## *Abstract*

### **Development of an Autonomous Robotic Vehicle with a 4WS4WD Kinematic Model**

Kouros Georgios

Electrical and Computer Engineering Department

Aristotle University of Thessaloniki, Greece

September 2016

## Ευχαριστίες

# Πίνακας Περιεχομένων

<b>1 Εισαγωγή</b>	<b>1</b>
1.1 Περιγραφή του Προβλήματος . . . . .	1
1.2 Συνεισφορά της Διπλωματικής . . . . .	1
1.3 Διάρθρωση της Διπλωματικής . . . . .	1
<b>2 Ρομποτική Πλατφόρμα</b>	<b>2</b>
2.1 Ρομποτική Πλατφόρμα <i>Monstertruck</i> . . . . .	2
2.1.1 Τηλεκατευθυνόμενο Όχημα GroundPounder . . . . .	2
2.1.2 Σασί Ρομποτικής Πλατφόρμας . . . . .	3
2.1.3 Ηλεκτρονικός Εξοπλισμός . . . . .	4
2.2 Σύστημα Μετάδοσης Κίνησης . . . . .	16
2.2.1 Σύστημα Τετρακίνησης . . . . .	16
2.2.2 Σύστημα Τετραδιεύθυνσης . . . . .	18
2.3 Κινηματική Ανάλυση . . . . .	21
2.3.1 Κινηματικό Μοντέλο Ackermann . . . . .	22
2.3.2 Κινηματικό Μοντέλο Τετραδιεύθυνσης . . . . .	25
2.3.3 Κινηματικό Μοντέλο Ρομποτικής Πλατφόρμας <i>Monstertruck</i> . . . . .	31
<b>3 Αυτόνομη Πλοήγηση σε Αγνωστο Περιβάλλον</b>	<b>36</b>
3.1 Εντοπισμός Θέσης και Χαρτογράφηση . . . . .	36
3.1.1 Οδομετρία . . . . .	36
3.1.2 Εκτίμηση Κατάστασης με Συνδυαστική Αντίληψη . . . . .	38
3.1.3 Ταυτόχρονη Χαρτογράφηση και Εντοπισμός Θέσης . . . . .	39
3.2 Αυτόνομη Πλοήγηση . . . . .	41
3.2.1 Κατασκευή Μονοπατιού . . . . .	42
3.2.2 Αποφυγή Εμποδίων . . . . .	48
3.2.3 Διάσχιση Μονοπατιού . . . . .	58
<b>Βιβλιογραφία</b>	<b>67</b>

# Λίστα Σχημάτων

2.1	Το τηλεκατευθυνόμενο όχημα <i>GroundPounder</i> , της Redcat Racing.	2
2.2	Τα κουτιά του σασί της ρομποτικής πλατφόρμας <i>Monstertruck</i> .	3
2.3	3D μοντέλο του συναρμολογημένου σασί της ρομποτικής πλατφόρμας <i>Monstertruck</i> .	3
2.4	Raspberry Pi 2	4
2.5	Odroid-XU4	4
2.6	Hokuyo URG-04LX.	6
2.7	Ενδεικτική σάρωση δωματίου.	6
2.8	Compass OS4000.	6
2.9	Logitech Portable Webcam C905.	7
2.10	Αισθητήρες θέσης και ταχύτητας κινητήρων.	8
2.11	Στάδια επεξεργασίας τάσης μπαταρίας για μέτρηση της σε ADC.	9
2.12	Ο κινητήρας Brushed 540 του τηλεκατευθυνόμενου οχήματος <i>GroundPounder</i> .	9
2.13	Ο ελεγκτής ESC B7003SR του τηλεκατευθυνόμενου οχήματος <i>GroundPounder</i> .	9
2.14	Ο κινητήρας maxon EC-max 283858, με κωδικοποιητή και μειωτήρα στροφών.	10
2.15	Ο έξυπνος ελεγκτής κινητήρα, EPOS 24/1, της maxon motor.	10
2.16	Καλωδίωση Κινητήρα, Ελεγκτή και Υπολογιστή.	10
2.17	Μετατροπέας διεπαφής RS232 σε USB.	11
2.18	Σερβοκινητήρας Hitek HS-7954TH.	11
2.19	Pololu Micro Maestro 6-Channel USB Servo Controller	11
2.20	Ο Σερβοκινητήρας Hitek HS-7954TH πάνω στην ρομποτική πλατφόρμα <i>Monstertruck</i> .	12
2.21	Σερβοκινητήρας Dynamixel AX-12A, της Robotis.	12
2.22	Αντάπτορας USB2Dynamixel, της Robotis.	12
2.23	Διάταξη Pitch-Roll του σταθεροποιητή του σαρωτή λέιζερ.	12
2.24	TP-Link Wi-Fi USB Adapter N900 TL-WDN4200.	13
2.25	Οι διακλαδωτές σειριακής διεπαφής USB (USB Hubs) της ρομποτικής πλατφόρμας <i>Monstertruck</i> .	13
2.26	Διασύνδεση διεπαφών των επιμέρους υποσυστημάτων της ρομποτικής πλατφόρμας <i>Monstertruck</i> .	14
2.27	Μπαταρία Gens ace, LiPo, 22.2V, 4000mAh.	14
2.28	Επιμέρους τμήματα συστήματος τροφοδοσίας.	15
2.29	Σύστημα Τροφοδοσίας της ρομποτικής πλατφόρμας <i>Monstertruck</i> .	15
2.30	Σύστημα Μετάδοσης Κίνησης (Drivetrain) της ρομποτικής πλατφόρμας <i>Monstertruck</i> .	16
2.31	Γρανάζια Πινιόν και Ωθησης.	17
2.32	Το κιβώτιο μετάδοσης κίνησης (Transfer Case) του οχήματος <i>GroundPounder</i> .	17
2.33	Το διαφορικό (Differential) του οχήματος <i>GroundPounder</i> .	18
2.34	Λειτουργία ενδεικτικού μηχανισμού διαφορικού.	18
2.35	Ο Μηχανισμός στρέψης, με άξονα έλξης (Drag Link Steering Mechanism) της ρομποτικής πλατφόρμας <i>Monstertruck</i> .	18
2.36	Μετάδοση κίνησης από τον σερβοκινητήρα και το μπράτσο Pitman στον σύνδεσμο έλξης.	19
2.37	Τραπεζοειδής Μηχανισμός στρέψης των τροχών.	20
2.38	Κινηματικό Μοντέλο Ackermann.	23
2.39	Ισοδύναμο μοντέλο ποδηλάτου Ackermann.	24

2.40 Κινηματικό μοντέλο αρνητικής τετραδιεύθυνσης . . . . .	26
2.41 Κινηματικό μοντέλο θετικής τετραδιεύθυνσης . . . . .	27
2.42 Ισοδύναμο μοντέλο ποδηλάτου αρνητικής τετραδιεύθυνσης . . . . .	28
2.43 Ισοδύναμο μοντέλο ποδηλάτου θετικής τετραδιεύθυνσης . . . . .	29
2.44 Ισοδύναμο κινηματικό μοντέλο ποδηλάτου τετραδιεύθυνσης στο επίπεδο XY . . . . .	31
2.45 Η σχέση στρέψης μεταξύ εσωτερικού και εξωτερικού τροχού για τα κινηματικά μοντέλα Ackermann, Τετραδιεύθυνσης και της ρομποτικής πλατφόρμας Monstertruck . . . . .	31
2.46 Το κινηματικό μοντέλο της ρομποτικής πλατφόρμας Monstertruck, σε διάταξη αρνητικής τετραδιεύθυνσης . . . . .	32
2.47 Το μη ιδανικό κινηματικό μοντέλο τετραδιεύθυνσης, με πλευρική ολίσθηση τροχών, της ρομποτικής πλατφόρμας Monstertruck, σε διάταξη αρνητικής τετραδιεύθυνσης . . . . .	33
2.48 Ολίσθηση τροχών, λόγω μη ιδανικού μηχανισμού στρέψης . . . . .	34
 3.1 Μετρικός 2D χάρτης και αντίστοιχος τοπολογικός χάρτης σε μορφή γράφου. . . . .	39
3.2 Χάρτης πλέγματος κατάληψης. . . . .	40
3.3 Διάγραμμα σταδίων του αλγορίθμου CRSM-SLAM. . . . .	40
3.4 Αναπαράσταση ρομπότ ως σημείο και διαστολή εμποδίων, βάσει της ακτίνας του ρομπότ. . . . .	43
3.5 Κατευθυνόμενος (αριστερά) και μη κατευθυνόμενος (δεξιά) γράφος. . . . .	43
3.6 Δέντρο: συνδεδεμένος, καυτευθυνόμενος και άκυκλος γράφος. . . . .	44
3.7 Μέθοδοι αναζήτησης κατά βάθος (αριστερά) και κατά πλάτος (δεξιά) σε δέντρο. . . . .	44
3.8 Πλέγμα και γράφοι συνδετικότητας τεσσάρων και οκτώ σημείων (από αριστερά προς τα δεξιά). . . . .	45
3.9 Σύγκριση αλγορίθμων αναζήτησης μονοπατιού σε γράφο πλέγματος Dijkstra, Greedy και A*. . . . .	46
3.10 Αναζήτηση σε γράφο πλέγματος με A* (αριστερά) και ARA* (δεξιά) για μειούμενο παράγοντα διαστολής ε. . . . .	47
3.11 Αναζήτηση σε γράφο πλέγματος με AD* για μειούμενο παράγοντα διαστολής ε. . . . .	48
3.12 Πολικό Ιστόγραμμα Πυκνότητας Εμποδίων βάσει του εμποδίων που βρίσκονται μέσα στο ενεργό παράθυρο. . . . .	49
3.13 Ενδεικτικός χώρος ταχυτήτων και δυναμικό παράθυρο του αλγορίθμου DWA. . . . .	50
3.14 (α) Καθορισμός ελεύθερων τροχών, με βάση τον αλγόριθμο CVM και (β) Χωρισμός του χώρου σε λωρίδες για μετάβαση στην πιο ελεύθερη λωρίδα, με βάση τον αλγόριθμο LCM. . . . .	50
3.16 Παράδειγμα μονοπατιού Reeds-Shepp $R_\alpha^+ L_\beta^- R_\gamma^+$ . . . . .	54
3.17 Μη ολονομική φούσκα. . . . .	55
3.18 Βέλτιστο ασφαλές μονοπάτι μεταξύ των κέντρων δυο μη ολονομικών φουσκών. . . . .	56
3.19 (α') Δημιουργία ζώνης φουσκών, (β') παραμόρφωση και (γ') αντίδραση σε δυναμικό εμπόδιο [23]. . . . .	56
3.20 Το διάγραμμα σταδίων παραμόρφωσης ολικού μονοπατιού μέσω αλγορίθμου ελαστικής ζώνης και μονοπατιών Reeds-Shepp. . . . .	58
3.21 Συναρτήσεις συμμετοχής ασαφούς συνόλου, που χρησιμοποιήθηκαν στον ασαφή ελεγκτή διάσχισης μονοπατιού. . . . .	60
3.22 Γενική Αρχιτεκτονική Ασαφούς Ελεγκτή. . . . .	61
3.23 Σφάλματα μεταξύ τρέχουσας κατάστασης ρομπότ και τρέχοντα υπό-στόχου που επιλέχθηκαν για την υλοποίηση του αλγορίθμου διάσχισης μονοπατιού. . . . .	62
3.24 Βρόχος ελέγχου λειτουργίας διάσχισης μονοπατιού. . . . .	62
3.25 Ο ελεγκτής διάσχισης μονοπατιού. . . . .	63
3.26 Οι συναρτήσεις συμμετοχής των μεταβλητών εισόδου του ελεγκτή διάσχισης μονοπατιού. . . . .	64
3.27 Οι συναρτήσεις συμμετοχής των μεταβλητών εξόδου του ελεγκτή διάσχισης μονοπατιού. . . . .	64

# Λίστα Πινάκων

2.1	Προδιαγραφές Raspberry Pi 2 και Odroid-XU4.	4
2.2	Προδιαγραφές Hokuyo URG-04LX	6
2.3	Προδιαγραφές Compass OS4000	6
2.4	Προδιαγραφές σερβοκινητήρα Dynamixel AX-12A, της Robotis	12
2.5	Προδιαγραφές TP-Link Wi-Fi USB Adapter N900 TL-WDN4200.	13
2.6	Παράμετροι του μηχανισμού μετάδοσης στρέψης των τροχών.	21
3.1	Τα 48 είδη μονοπατιών Reeds-Shepp.	54
3.2	Οι ασαφείς κανόνες του ελεγκτή ταχύτητας.	65
3.3	Οι ασαφείς κανόνες του ελεγκτή της γωνίας στρέψης των μπροστινών τροχών.	65
3.4	Οι ασαφείς κανόνες του ελεγκτή της απόκλισης της γωνίας στρέψης των πίσω τροχών.	66

# Λίστα Συντομογραφιών

<b>4WS</b>	4-Wheel-Steering
<b>FWS</b>	Front-Wheel-Steering
<b>RWS</b>	Rear-Wheel-Steering
<b>4WD</b>	4-Wheel-Drive
<b>FWD</b>	Front-Wheel-Drive
<b>RWD</b>	Rear-Wheel-Drive
<b>CPU</b>	Central Processing Unit
<b>RAM</b>	Random Access Memory
<b>ESC</b>	Electronic Speed Controller
<b>RPM</b>	Rounds Per Minite
<b>EC</b>	Electronically Controlled
<b>Li-Po</b>	Lithium-Polymer
<b>ADC</b>	Analog to Digital Converter
<b>IMU</b>	Inertial Measurement Unit
<b>EKF</b>	Extended Kalman Filters
<b>OGM</b>	Occupancy Grid Maps
<b>CRSM</b>	Critical Rays Scan Matching
<b>SLAM</b>	Simultaneous Localization and Mapping
<b>ROS</b>	Robot Operating System

## Κεφάλαιο 1

### Εισαγωγή

- 1.1 Περιγραφή του Προβλήματος
- 1.2 Συνεισφορά της Διπλωματικής
- 1.3 Διάρθρωση της Διπλωματικής

## Κεφάλαιο 2

# Ρομποτική Πλατφόρμα

### 2.1 Ρομποτική Πλατφόρμα *Monstertruck*

Η ρομποτική πλατφόρμα *Monstertruck* αποτελεί ένα ρομποτικό όχημα, η ανάπτυξη του οποίου, ξεκίνησε στα πλαίσια της ομάδας P.A.N.D.O.R.A. και ολοκληρώθηκε στα πλαίσια της παρούσας διπλωματικής. Αναπτύχθηκε με σκοπό την χρήση σε εφαρμογές αυτόνομων ρομποτικών οχημάτων, για χαρτογράφηση και εξερεύνηση άγνωστων χώρων και αναζήτηση σημείων ενδιαφέροντος, αλλά και για πειραματισμό με εναλλακτικά μοντέλα κίνησης οχημάτων.

#### 2.1.1 Τηλεκατευθυνόμενο Όχημα *GroundPounder*

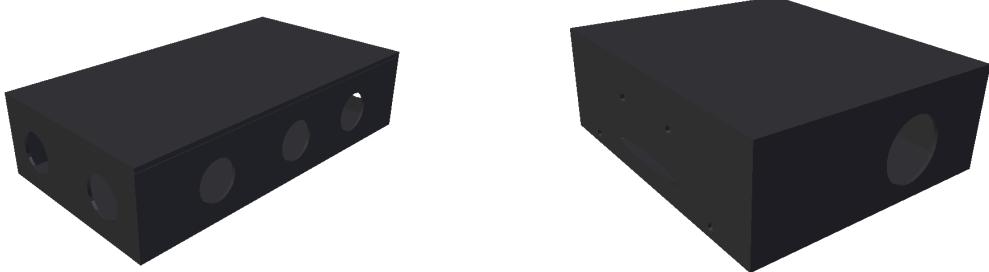
Για την κατασκευή της ρομποτικής πλατφόρμας, χρησιμοποιήθηκε, σαν βάση, το τηλεκατευθυνόμενο όχημα *GroundPounder* της *Redcat Racing*. Ανήκει στην κατηγορία φορτηγών οχημάτων *Monstertruck*, με κλίμακα 1:10 και περιλαμβάνει σκελετό από αλουμίνιο, αναρτήσεις και σύστημα ανεξάρτητης στρέψης των μπροστινών και πίσω τροχών (*Τετραδιεύθυνση - 4-Wheel-Steering*), σε συνδυασμό με μετάδοση της κίνησης και στους τέσσερις τροχούς (*Τετρακίνηση ή 4-Wheel-Drive*), προσφέροντας μεγαλύτερη ευελιξία και δυνατότητες, συγκριτικά με τα συμβατικά αυτοκίνητα, που περιλαμβάνουν στρέψη, μόνο, των μπροστινών τροχών (*Μπροστινοδιεύθυνση - Front-Wheel-Steering*) και κίνηση μόνο των μπροστινών (*Μπροστινοκίνηση - Front-Wheel-Drive*) ή μόνο των πίσω τροχών (*Πισωκίνηση - Rear-Wheel-Drive*).



**Σχήμα 2.1:** Το τηλεκατευθυνόμενο όχημα *GroundPounder*, της *Redcat Racing*.

### 2.1.2 Σασί Ρομποτικής Πλατφόρμας

Λόγω, της πληθώρας αισθητήρων, ηλεκτρονικού εξοπλισμού, καλωδιώσεων κλπ. και του περιορισμένου ελεύθερου χώρου πάνω στο όχημα, κρίθηκε σκόπιμο, αυτό, να επεκταθεί, με πρόσθετους χώρους. Για την λύση του προβλήματος, σχεδιάστηκαν, λοιπόν, και κατασκευάστηκαν, από μέλη της ομάδας P.A.N.D.O.R.A. 2014-15, δύο κουτιά, τα οποία προστέθηκαν επάνω στο υπάρχον όχημα, με σκοπό, να περιλάβουν τα επιμέρους υποσυστήματα του ρομπότ.

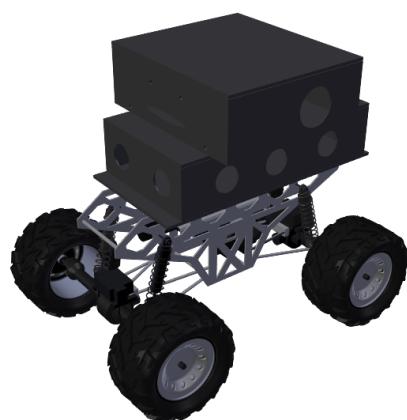


(α') Το Κουτί Τροφοδοσίας της ρομποτικής πλατφόρμας      (β') Το Κουτί Ηλεκτρονικών της ρομποτικής πλατφόρμας

**Σχήμα 2.2:** Τα κουτιά του σασί της ρομποτικής πλατφόρμας Monstertruck.

Το κουτί τροφοδοσίας, του σασί της ρομποτικής πλατφόρμας, που παρουσιάζεται στο σχήμα 2.2α', έχει διαστάσεις  $310mm \times 170mm \times 74mm$ , και περιλαμβάνει τρύπες, τοποθετημένες περιμετρικά του κουτιού, για πέρασμα καλωδιώσεων. Προορίζεται, όπως λέει και το όνομα του, για την τοποθέτηση του συστήματος τροφοδοσίας της ρομποτικής πλατφόρμας.

Το κουτί ηλεκτρονικών, του σασί της ρομποτικής πλατφόρμας, που παρουσιάζεται στο σχήμα 2.2β', έχει διαστάσεις  $210mm \times 240mm \times 84mm$ , με δύο τρύπες στα πλάγια του ρομπότ, για τοποθέτηση ανεμιστήρων ψύξης του υπολογιστή, όπως, επίσης και ένα σύνολο από τρύπες στην μπροστινή πλευρά του κουτιού για κεραίες ασύρματης επικοινωνίας WiFi και καλωδιώσεις. Το κουτί ηλεκτρονικών, προορίζεται για την τοποθέτηση του υπολογιστή, των αισθητήρων και των ελεγκτών της ρομποτικής πλατφόρμας.



**Σχήμα 2.3:** 3D μοντέλο του συναρμολογημένου σασί της ρομποτικής πλατφόρμας Monstertruck.

### 2.1.3 Ηλεκτρονικός Εξοπλισμός

#### Υπολογιστής

Το πιο σημαντικό τμήμα ενός ρομποτικού συστήματος και ιδιαίτερα μίας αυτόνομης ρομποτικής πλατφόρμας αποτελεί ο εγκέφαλος του, δηλαδή, το υπολογιστικό του σύστημα, που του επιτρέπει να ελέγχει τα υποσυστήματα του και να εκτελεί διεργασίες και αλγορίθμους. Η επιλογή του υπολογιστικού συστήματος, που εν τέλει, εγκαταστάθηκε στην ρομποτική πλατφόρμα *Monstertruck*, βασίστηκε σε δύο κριτήρια. Πρώτο και βασικότερο κριτήριο επιλογής, αποτέλεσε η υπολογιστική ισχύς και κατά πόσο θα μπορούσε να εκτελεί τους απαιτούμενους αλγορίθμους ταυτόχρονα, αποδοτικά και χωρίς καθυστερήσεις. Το δεύτερο κριτήριο επιλογής, που λήφθηκε υπόψιν, ήταν, η κατανάλωση ισχύος, όσον αφορά τον χρόνο αυτονομίας.

Με βάση τα παραπάνω κριτήρια, τα υπολογιστικά συστήματα που εξετάστηκαν είναι το *Raspberry Pi 2*, του *Raspberry Pi Foundation* και το *Odroid-XU4*, της *Hardkernel*. Και οι δύο υπολογιστές, αυτοί, αποτελούν πλήρεις υπολογιστές, με Κεντρική Μονάδα Επεξεργασίας (CPU), μνήμη RAM, κάρτα γραφικών κλπ., σε εξαιρετικά μικρό μέγεθος και χαμηλή κατανάλωση ισχύος.



Σχήμα 2.4: Raspberry Pi 2



Σχήμα 2.5: Odroid-XU4

Πίνακας 2.1: Προδιαγραφές Raspberry Pi 2 και Odroid-XU4.

Προδιαγραφές	Raspberry Pi 2	Odroid-XU4
CPU	Broadcom BCM2836 Arm7 Quad Core 900MHz Processor	Samsung Exynos5422 ARM® Cortex™-A15 Quad 2.0GHz/ Cortex™-A7 Quad 1.4GHz
GPU	Dual Core VideoCore IV® Multimedia Co-Processor Open GL ES 2.0	Mali™-T628 MP6 OpenGL ES 3.0 / 2.0 / 1.1 and OpenCL 1.1 Full profile
Μνήμη RAM	1GB LPDDR2	2GB LPDDR3
Θύρες USB 2.0	4	1
Θύρες USB 3.0	-	2
Εικόνα	HDMI	HDMI
Ήχος	4 pole Stereo output	HDMI Digital audio output
Αποθηκευτικός Χώρος	Micro SD	Micro SD ή eMMC 5.0
Ethernet	10/100	10/100/1000
Wifi	USB IEEE 802.11b/g/n	USB IEEE 802.11b/g/n 1T1R WLAN
Περιφερειακά - Διεπαφές	40-pin GPIO, UART, SPI, I2C	UART, 30-pin GPIO/IRQ/SPI/ADC 12-pin GPIO/I2S/I2C
Τροφοδοσία	5V, 2A	5V, 4A
Διαστάσεις	85 × 56 × 17mm	82 × 58 × 22mm

Αρχικά, χρησιμοποιήθηκε, στην ρομποτική πλατφόρμα *Monstertruck*, ο υπολογιστής *Raspberry Pi 2*, αλλά, μετά από πειράματα και δοκιμές, με τους απαιτούμενους αλγορίθμους, για την αυτόνομη λειτουργία του οχήματος, διαπιστώθηκε, ότι, ο υπολογιστής *Raspberry Pi 2*, είναι ανεπαρκής για την συγκεκριμένη εφαρμογή. Σαν αποτέλεσμα, στην ρομποτική πλατφόρμα, τελικά χρησιμοποιήθηκε ο υπολογιστής *Odroid-XU4*, που μετά από αντίστοιχα πειράματα, η απόδοση του κρίθηκε πλήρως ικανοποιητική.

## Αισθητήρες

Μία εξαιρετικά σημαντική ιδιότητα, κάθε αυτόνομου ρομποτικού συστήματος, αποτελεί η αντίληψη του περιβάλλοντος του. Συγκεκριμένα, η ρομποτική αντίληψη στηρίζεται σε ένα σύνολο αισθητήρων, που επιτρέπουν στο ρομποτικό σύστημα να λαμβάνει πληροφορίες, σχετικά με το περιβάλλον του, σε μορφή κατανοητή και αξιοποιήσιμη από αυτό.

Οι ρομποτικοί αισθητήρες, χωρίζονται σε κατηγορίες, ανάλογα με την πηγή της πληροφορίας, σε *ιδιοδεκτικούς* (*proprioceptive*) ή *εξωδεκτικούς* (*exteroceptive*) [1], εάν η πληροφορία προέρχεται από το ίδιο το ρομποτικό σύστημα, ή από το περιβάλλον του, αντίστοιχα. Παραδείγματα *ιδιοδεκτικών* αισθητήρων, αποτελούν, οι *αισθητήρες μέτρησης θέσης*, *ταχύτητας* και *ροπής* των κινητήρων, γυροσκόπια, *αισθητήρες μέτρησης* της φόρτισης των μπαταριών κα. Αντίστοιχα, *εξωδεκτικοί αισθητήρες*, θεωρούνται, οι *αισθητήρες επαφής* (*tactile sensors*), οι *ηλεκτρονικές πυξίδες* (*compass, IMU*), *αισθητήρες GPS*, οι *υπέρυθροι*, *υπερηχητικοί* και *λέιζερ αισθητήρες απόστασης* (*range sensors*), όπως επίσης και οι *κάμερες*. Επίσης, χωρίζονται και με βάση την πηγή εκπομπής της πληροφορίας [1] σε *παθητικούς* (*passive*), εάν μετρούν κάποια μορφή ενέργειας που προέρχεται από το περιβάλλον και σε *ενεργητικούς* (*active*), εάν εκπέμπουν ενέργεια στο περιβάλλον και έπειτα, μετρούν την αντίδραση του περιβάλλοντος. Με βάση, τον συγκεκριμένο ορισμό, *αισθητήρες αφής*, *ηλεκτρονικές πυξίδες* και *κάμερες*, αποτελούν *παθητικούς αισθητήρες*, ενώ *κωδικοποιητές* (*encoders*) κινητήρων, *GPS*, *αισθητήρες απόστασης*, αποτελούν *ενεργητικούς αισθητήρες*.

Ένα αυτόνομο ρομποτικό όχημα, είναι προφανές, ότι απαιτεί αισθητήρες, από όλες τις παραπάνω κατηγορίες για να μπορεί να αντιληφθεί και να κινηθεί μέσα στο περιβάλλον του, αλλά και να αντιδράσει μ' αυτό. Ακολούθως, παρουσιάζεται το σύνολο των αισθητήρων, που περιλαμβάνει η ρομποτική πλατφόρμα *Monstertruck*.

### 1. Σαρωτής Λέιζερ (*Laser Scanner*):

Οι πιο σημαντικοί αισθητήρες για ένα αυτόνομο ρομποτικό όχημα είναι οι *αισθητήρες απόστασης* (*range sensors*), οι οποίοι, του προσφέρουν πληροφορία, σχετικά με την απόσταση του οχήματος από εμπόδια, επιτρέποντας του, με αυτόν τον τρόπο, μέσω κατάλληλων αλγορίθμων, να χαρτογραφεί τον περιβάλλοντα χώρο του, να ξέρει, ανά πάσα στιγμή, τη θέση του και να πλοηγείται αυτόνομα μέσα σε αυτόν, αποφεύγοντας συγκρούσεις.

Στην ρομποτική πλατφόρμα *Monstertruck*, για τους παραπάνω λόγους, εγκαταστάθηκε ένας *σαρωτής λέιζερ Hokuyo URG-04LX*. Η λειτουργία του βασίζεται στην τεχνική *μέτρησης απόστασης*, μέσω ανίχνευσης φωτός (*Light Detection and Ranging - LIDAR*). Δηλαδή, εκπέμπει έναν παλμό ακτινοβολίας λέιζερ στο περιβάλλον, προς μία κατεύθυνση και καταγράφοντας τον χρόνο που έκανε να επιστρέψει ο οπισθοσκεδαζόμενος παλμός, μπορεί να υπολογίσει την απόσταση του αισθητήρα από το περιβάλλον για εκείνη την κατεύθυνση. Πραγματοποιώντας την μέτρηση αυτή για ένα εύρος γωνιών, ο αισθητήρας προσφέρει μία διδιάστατη αναπαράσταση του περιβάλλοντος.



Σχήμα 2.6: Hokuyo URG-04LX.



Σχήμα 2.7: Ενδεικτική σάρωση δωματίου [2].

Πίνακας 2.2: Προδιαγραφές Hokuyo URG-04LX

Προδιαγραφές	Hokuyo URG-04LX
Τροφοδοσία	5VDC, 500mA
Εμβέλεια	60 - 4 095 mm
Περιοχή Μέτρησης	240°
Ακρίβεια	60 – 1000mm : ±10 1000 – 4095mm : 1%
Γωνιακή Ακρίβεια	0.36°(360°/1024)
Διεπαφή	USB, RS232
Διαστάσεις	50 × 50 × 70mm

## 2. Πυξίδα (Compass):

Ένα, άλλο είδος αισθητήρων, ιδιαίτερα δημοφιλές και απαραίτητο στις περισσότερες ρομποτικές εφαρμογές, αποτελούν οι αισθητήρες κατεύθυνσης (*heading sensors*) [1]. Στην κατηγορία, αυτή, ανήκουν τα γυροσκόπια (*gyroscopes*), τα κλινόμετρα (*inclinometers*) και οι πυξίδες (*compasses*). Οι αισθητήρες, αυτοί, χρησιμοποιούνται για να καθοριστούν ο προσανατολισμός (*orientation / yaw*) και η κλίση (*pitch, roll*) του ρομποτικού οχήματος, αλλά και σε συνδυασμό με μετρήσεις ταχύτητας για την εκτίμηση της θέσης του (*dead reckoning*).

Η ρομποτική πλατφόρμα *Monstertruck* χρησιμοποιεί την πυξίδα *Compass OS4000*, της *Ocean Server*. Ο αισθητήρας αυτός, συνδυάζει ένα μαγνητόμετρο (*magnetometer*), τριών αξόνων και ένα επιταχυνσιόμετρο (*accelerometer*), τριών αξόνων. Το μαγνητόμετρο χρησιμοποιεί το μαγνητικό πεδίο της γης, για να μετρήσει τον απόλυτο προσανατολισμό, ως προς τους τρεις άξονες  $x, y, z$ , ενώ το επιταχυνσιόμετρο, μετράει μεταβολές στην ταχύτητα, ως προς τους τρεις άξονες  $x, y, z$ .

Πίνακας 2.3: Προδιαγραφές Compass OS4000



Σχήμα 2.8: Compass OS4000.

Προδιαγραφές	Compass OS4000
Τροφοδοσία	3.3 – 5VDC, 30mA@3.3V
Σειριακή Διεπαφή	TTL 4800-115000 baud
Επικοινωνίας	8 bit, 1 stop, no parity
Συχνότητα	0.01 – 40Hz
Ακρίβεια Αζιμούθιου	< 0.5°, 0.1° resolution
Ακρίβεια Κλίσης	< 0.5°, 0.1° resolution
Διαστάσεις	15 × 15mm

Η πυξίδα *Compass OS4000*, για την ώρα, χρησιμεύει, μόνο, για την, εύρεση της κλίσης (*pitch, roll*) του ρομπότ, έτσι ώστε να σταθεροποιείται στο οριζόντιο επίπεδο ο σαρωτής λέιζερ, που

αναφέρθηκε παραπάνω, μέσω ενός μηχανισμού σταθεροποιητή *pitch-roll*, που αποτελείται από δύο. σερβοκινητήρες. Παρόλα αυτά, η πυξίδα, μπορεί να χρησιμοποιηθεί, κάλλιστα και για την εκτίμηση κατάστασης (θέση και προσανατολισμός) του οχήματος, για την επέκταση αλγορίθμων ακολούθησης μονοπατιού, με βάση την ομαλότητα του εδάφους, βάση της τρέχουσα κλίσης του οχήματος, αλλά και σε ρουτίνες ασφαλείας, σε περίπτωση επικίνδυνων επιπέδων κλίσης του οχήματος, που μπορεί να προκαλέσουν ανατροπή.

### 3. Κάμερα:

Η όραση αποτελεί την πιο ισχυρή αίσθηση του ανθρώπου. Προσφέρει ένα τεράστιο όγκο πληροφορίας για το περιβάλλον και διευκολύνει την διάδραση του με αυτό. Στα ρομποτικά συστήματα, η αίσθηση της όρασης προσεγγίζεται με κάμερες, οι οποίες καταγράφουν την ίδια πληροφορία, σε μεγάλο βαθμό που συγκεντρώνει και το ανθρώπινο μάτι.

Στα ρομποτικά συστήματα, κάμερες, μπορεί να χρησιμοποιούνται για επίβλεψη και χειρισμό ρομποτικών συστημάτων, αλλά μεγαλύτερο ενδιαφέρον, παρουσιάζει ο κλάδος της ρομποτικής όρασης, που ασχολείται με την δημιουργία αλγορίθμων, που εξάγουν πληροφορία, από τις εικόνες, που παράγει μία κάμερα. Για παράδειγμα, κάμερες και αλγόριθμοι ρομποτικής όρασης, χρησιμοποιούνται για αναγνώριση αντικειμένων, προσώπων και προτύπων, γενικότερα, αλλά, ακόμα και σε χαρτογράφηση περιβάλλοντος και εκτίμηση κατάστασης (*Visual SLAM* κα.

Στην ρομποτική πλατφόρμα *Monstertruck*, είναι εγκατεστημένη, μία απλή *web* κάμερα *Logitech Portable Webcam C905*, η οποία, χρησιμοποιήθηκε, στα πλαίσια της παρούσας εργασίας, μονάχα για επίβλεψη κατά τον χειρισμό, ή την αυτόνομη λειτουργία της ρομποτικής πλατφόρμας. Παρόλα αυτά, όπως αναφέρθηκε παραπάνω, με την εκμετάλλευση της πληροφορίας από την κάμερα, μέσω κατάλληλων αλγορίθμων, η λειτουργικότητα της ρομποτικής πλατφόρμας, μπορεί να επεκταθεί σημαντικά.



Σχήμα 2.9: Logitech Portable Webcam C905.

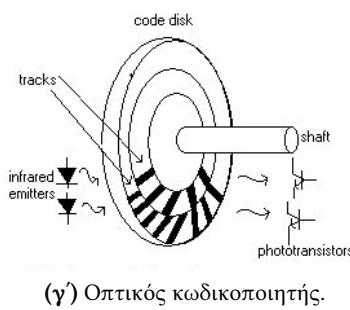
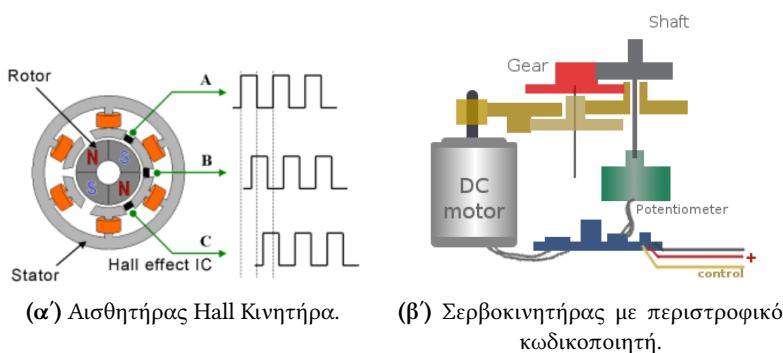
### 4. Αισθητήρες Θέσης και Ταχύτητας Κινητήρων:

Σε ρομποτικά συστήματα, με κινούμενα μέρη, όπως είναι προφανές, χρησιμοποιούνται κινητήρες και σερβοκινητήρες. Για τον ακριβή έλεγχο και παρακολούθηση, αυτών, είναι απαραίτητη η ύπαρξη αισθητήρων, που προσφέρουν πληροφορία, σχετικά με την θέση, ταχύτητα, επιτάχυνση, φορτίο, ρεύμα, τροφοδοσία ή θερμοκρασία, κατά την λειτουργία τους. Στη ρομποτική πλατφόρμα *Monstertruck*, χρησιμοποιείται, ένας αισθητήρας *Hall*, για τον κινητήρα των τροχών και κωδικοποιητές (*encoders*), για τον κινητήρα και τους σερβοκινητήρες του οχήματος.

Ο αισθητήρας *Hall*, είναι ένας μετατροπέας, που μεταβάλλει την τάση εξόδου του, ως αντίδραση στις μεταβολές ενός μαγνητικού πεδίου. Στους κινητήρες χρησιμοποιείται ως μετρητής των στροφές ανά λεπτό. Είναι οικονομικός αισθητήρας, μπορεί να δουλέψει σε υψηλές συχνότητες

και δεν επηρεάζεται από φαινόμενα θορύβου μηχανικών επαφών (contact bounce), αλλά, έχει μικρή ακρίβεια και είναι επιρρεπείς σε σφάλματα ολίσθησης (drift).

Οι κωδικοποιητές, είναι μία κατηγορία αισθητήρων που χρησιμοποιούνται, για την μέτρηση της θέσης ή ταχύτητας του άξονα ενός κινητήρα. Η μέτρηση αυτή χρησιμοποιείται από το κύκλωμα κλειστού βρόχου, ενός κινητήρα για έλεγχο θέσης ή ταχύτητας. Οι απλοί, συμβατικοί σερβοκινητήρες (*hobby servos*), του εμπορίου, χρησιμοποιούν περιστροφικούς κωδικοποιητές στην μορφή ποτενσιομέτρων (*rotary / shaft encoders*), που μεταβάλλουν την τάση εξόδου τους, ανάλογα με την θέση του άξονα του σερβοκινητήρα. Αντίθετα, οι βιομηχανικοί κινητήρες, συνήθως χρησιμοποιούν οπτικούς κωδικοποιητές (*optical encoders*), οι οποίοι, αποτελούνται από έναν δίσκο με διαφανείς και αδιαφανείς περιοχές και και ζεύγη φωτοεκπομπών και φωτοδεκτών, που διαβάζουν τα μοτίβα του δίσκου και συμπεραίνουν την θέση του άξονα του κινητήρα.

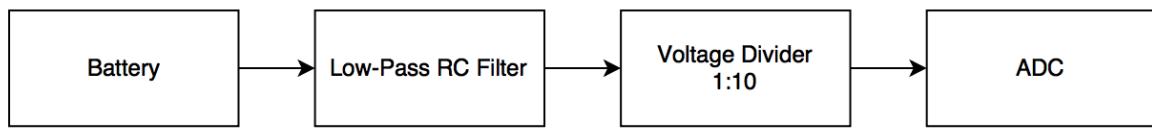


Σχήμα 2.10: Αισθητήρες θέσης και ταχύτητας κινητήρων.

##### 5. Αισθητήρας Μέτρησης Τάσης Μπαταρίας:

Η ρομποτική πλατφόρμα *Monstertruck*, τροφοδοτείται, μέσω, επαναφορτιζόμενων μπαταριών *Λιθίου - Πολυμερών* (*LiPo*), που συνδυάζουν υψηλή χωρητικότητα, μικρό όγκο και βάρος, σε σύγκριση με άλλους τύπους μπαταριών. Ένα σημαντικό πρόβλημα των μπαταριών *LiPo*, είναι η ασφάλεια τους, καθώς σε περίπτωση υπερφόρτισης, αποφόρτισης, βραχυκυκλώματος, κρούσης ή διείσδυσης, μπορεί να προκληθεί καταστροφική ζημιά, όπως ρήξη συσκευασίας, διαρροή ηλεκτρολύτη και φωτιά. Επίσης, κακή χρήση της μπαταρίας, μέσω υπερφορτίσεων και αποφορτίσεων πέρα από τα επιτρεπτά επίπεδα, προκαλεί μείωση της χωρητικότητας και του χρόνου ζωής της μπαταρίας. Καθίσταται, επομένως, απαραίτητη, η χρήση ενός αισθητήρα, που θα μετρά τα επίπεδα τάσης της μπαταρίας και θα τα μεταδίδει στον κεντρικό υπολογιστή του ρομποτικού συστήματος, στον οποίο θα λειτουργεί μία διεργασία, που θα λαμβάνει την πληροφορία αυτή, θα την επεξεργάζεται κατάλληλα (πχ. φιλτράρισμα θορύβου) και θα εξάγει συμπεράσματα και θα ειδοποιεί τον επιβλέπον / χειριστή, σε περίπτωση που η μπαταρία χρειάζεται φόρτιση ή σε περίπτωση που παρεκκλίνει από τα επιτρεπτά όρια.

Για την μέτρηση της τάσης της μπαταρίας, απαιτείται ένας αισθητήρας που θα μετατρέπει την αναλογική τάση σε ψηφιακή πληροφορία. Τον σκοπό αυτό εξυπηρετούν οι *Μετατροπείς Αναλογικού Σήματος σε Ψηφιακό (ADC)*, οι οποίοι μετατρέπουν μία αναλογική τάση σε έναν ψηφιακό αριθμό. Η διαδικασία της μετατροπής, περιλαμβάνει κβαντισμό και περιοδική δειγματοληψία, της τάσης εισόδου και σαν αποτέλεσμα εισάγει ένα μικρό σφάλμα μετατροπής, το οποίο στην προκειμένη περίπτωση, δεν επηρεάζει, σημαντικά, την εφαρμογή. Οι αισθητήρες ADC, περιγράφονται, συνήθως, από μία μέγιστη τάση εισόδου (πχ. 5V). Επειδή, όμως στην ρομποτική πλατφόρμα χρησιμοποιούνται μπαταρίες LiPo, με ονομαστική τάση 22.2V (μέγιστη τάση 25.2V), απαιτείται μία κλιμάκωση της τάσης εισόδου. Για τον λόγο αυτό, η τάση εισόδου του μετατροπέα ADC, κλιμακώνεται, μέσω ενός διαιρέτη τάσης, με σχέση 1:10, από 0-25.2V σε 0-2.52V. Επίσης, λόγω των μεγάλων διαταραχών, στην τάση της μπαταρίας, κατά την λειτουργία της ρομποτικής πλατφόρμας, χρησιμοποιήθηκε ένα χαμηλοπερατό φίλτρο RC.



Σχήμα 2.11: Στάδια επεξεργασίας τάσης μπαταρίας για μέτρηση της σε ADC.

## Κινητήρας

Το τηλεκατευθυνόμενο όχημα GroundPounder, αρχικά, περιελάμβανε έναν *Brushed DC* ηλεκτρικό κινητήρα, με μέγιστη ταχύτητα, περίπου, 30 000 rpm, ο οποίος ελεγχόταν από έναν ελεγκτή ESC, με δυνατότητες ελέγχου ταχύτητας και φοράς. Παρόλα αυτά, λόγω της μικρής ακρίβειας, ελέγχου ταχύτητας και την απουσία κωδικοποιητή ή άλλων αισθητήρων για την παροχή μετρήσεων, σχετικά την πραγματική ταχύτητα του κινητήρα, κάθε στιγμή, σε συνδυασμό, με τις υψηλές απαιτήσεις ακρίβειας των ρομποτικών εφαρμογών, κρίθηκε σκόπιμο, το εν λόγω σύστημα κινητήρα και ελεγκτή, να αντικατασταθεί.



Σχήμα 2.12: Ο κινητήρας Brushed 540 του τηλεκατευθυνόμενου οχήματος GroundPounder.

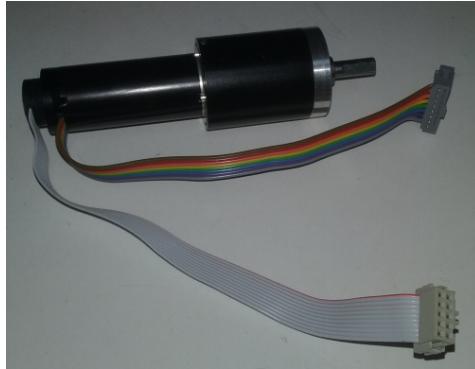


Σχήμα 2.13: Ο ελεγκτής ESC B7003SR του τηλεκατευθυνόμενου οχήματος GroundPounder.

Για την αντικατάσταση, λοιπόν του παραπάνω συστήματος κινητήρα και ελεγκτή, επιλέχθηκαν, από τον διαθέσιμο εξοπλισμό της ομάδας P.A.N.D.O.R.A, ένας κινητήρας, με αντίστοιχο ελεγκτή, της εταιρείας *maxon motor*. Ο κινητήρας *maxon EC-max 283858*, είναι ένας *Brushless EC* κινητήρας, με μέγιστη ταχύτητα 18000 rpm, με ψηφιακό κωδικοποιητή (*encoder*), για μέτρηση της θέσης του όχονα

του κινητήρα, όπως επίσης και αισθητήρα Hall για μέτρηση των στροφών του κινητήρα, ανά λεπτό. Επίσης, περιλαμβάνει ένα κιβώτιο ταχυτήτων - μειωτήρα στροφών (gearbox) v842795-1-5, με σχέση 1:66.

Αντίστοιχα, ως ελεγκτής, επιλέχθηκε ο EPOS 24/1, της maxon motor. Ο ελεγκτής αυτός, αποτελεί ένα μικρού μεγέθους, ψηφιακό, έξυπνο ελεγκτή, με δυνατότητες ελέγχου θέσης, ταχύτητας και ρεύματος, αλλά και δυνατότητες μέτρησης θέσης και ταχύτητας του κινητήρα.

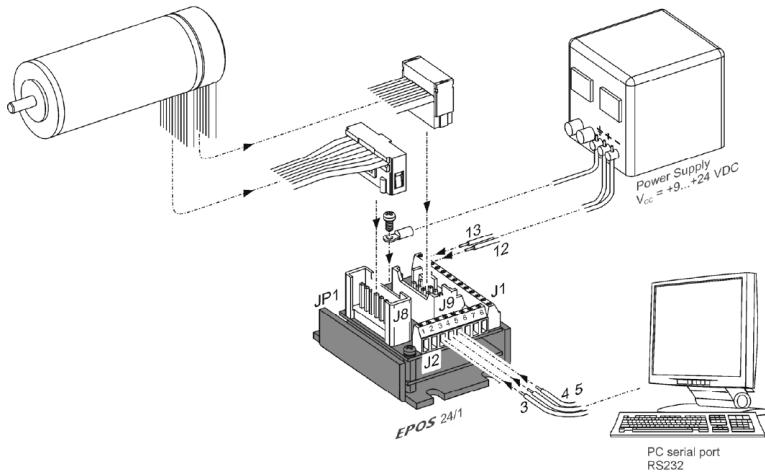


**Σχήμα 2.14:** Ο κινητήρας maxon EC-max 283858, με κωδικοποιητή και μειωτήρα στροφών.



**Σχήμα 2.15:** Ο έξυπνος ελεγκτής κινητήρα, EPOS 24/1, της maxon motor [3].

Ο κινητήρας, συνδέεται με τον ελεγκτή EPOS 24/1, μέσω δύο καλωδίων, ένα για τον έλεγχο του κινητήρα και για λήψη μετρήσεων από τον αισθητήρα Hall και το άλλο, για λήψη μετρήσεων από τον ψηφιακό κωδικοποιητή. Ο ελεγκτής EPOS 24/1, επίσης, απαιτεί σύνδεση σε τροφοδοσία 9-24VDC, 1A, ενώ παράλληλα, για επικοινωνία με ηλεκτρονικό υπολογιστή, χρησιμοποιεί το πρωτόκολλο επικοινωνίας RS232, χωρίς χειραψία, μέσω της ελάχιστης συνδεσμολογίας RS232 (RX, TX, Ground).



**Σχήμα 2.16:** Καλωδίωση Κινητήρα, Ελεγκτή και Υπολογιστή [3].

Ο ελεγκτής EPOS 24/1, όπως προαναφέρθηκε, επιτρέπει την επικοινωνία με τον κεντρικό υπολογιστή της ρομποτικής πλατφόρμας, μέσω του πρωτοκόλλου διεπαφής RS232. Παρόλα αυτά, ο κεντρικός υπολογιστής, δεν διαθέτει διεπαφή RS232 και επομένως, απαιτείται, ένας ενδιάμεσος κόμβος, ο οποίος θα καθιστά δυνατή την επικοινωνία μεταξύ τους. Το ρόλο αυτό, στην προκειμένη περίπτωση, εξυπηρετεί ένα μετατροπέας διεπαφής RS232 σε USB (σχήμα 2.17).



Σχήμα 2.17: Μετατροπέας διεπαφής RS232 σε USB.

### Σερβοκινητήρες

Οι σερβοκινητήρες είναι κινητήρες, που επιτρέπουν ακριβή έλεγχο θέσης, ταχύτητας και επιτάχυνσης. Οι συμβατικοί σερβοκινητήρες αποτελούνται από έναν DC κινητήρα, σε συνδυασμό με γρανάζια μετάδοσης, έναν αισθητήρα θέσης, συνήθως περιστροφικό κωδικοποιητή (*rotary encoder*) και ένα κύκλωμα ελέγχου. Οι απλοί, συμβατικοί σερβοκινητήρες ελέγχονται, μέσω σημάτων Διαμόρφωσης Πλάτους Παλμού (PWM), αλλά υπάρχει, βέβαια και μία κατηγορία σερβοκινητήρων, οι λεγόμενοι *έξυπνοι σερβοκινητήρες* (*smart servo motors*), οι οποίοι έχουν ενσωματωμένο μικροελεγκτή. Ο μικροελεγκτής, αυτός, προσφέρει, υψηλότερη ακρίβεια ελέγχου, ευρωστία στο θόρυβο και ομφίδρομη επικοινωνία, μέσω σειριακού πρωτοκόλλου, συνήθως TTL Full-Duplex ή Half-Duplex και RS485. Τέλος, ένα σημαντικό πλεονέκτημα, των έξυπνων σερβοκινητήρων, έναντι των συμβατικών, είναι η παροχή μετρήσεων θέσης (position feedback), εξαιρετικής σημασίας για ρομποτικές εφαρμογές.

Στην ρομποτική πλατφόρμα *Monstertruck* χρησιμοποιούνται συνολικά τέσσερις σερβοκινητήρες, δύο από τους οποίους είναι συμβατικοί και οι άλλοι δύο, έξυπνοι.

Οι δύο συμβατικοί σερβοκινητήρες, χρησιμοποιούνται στο σύστημα τετραδιεύθυνσης της ρομποτικής πλατφόρμας, που θα αναλυθεί στην αντίστοιχη ενότητα, είναι τύπου *Hitek HS-M7990TH*, με ροπή  $44kg \cdot cm6V$  και ανάλυση  $0.082^\circ/\mu sec$ .

Ο έλεγχος των δύο σερβοκινητήρων πραγματοποιείται από έναν ελεγκτή *Micro Maestro 6 - Channel USB Servo Controller*, της *Pololu*. Ο ελεγκτής, αυτός, προσφέρει αποδοτικό έλεγχο σερβοκινητήρων, υψηλής ακρίβειας, με ενσωματωμένο έλεγχο ταχύτητας και επιτάχυνσης, έξι κανάλια ελέγχου και επικοινωνία, μέσω σειριακού πρωτοκόλλου *USB*.



Σχήμα 2.18: Σερβοκινητήρας Hitek HS-7954TH.



Σχήμα 2.19: Pololu Micro Maestro 6-Channel USB Servo Controller

Οι δύο έξυπνοι σερβοκινητήρες, χρησιμοποιούνται ως μηχανισμός σταθεροποίησης (*Pitch-Roll Stabilizer*) του Σαρωτή Λέιζερ, που αναφέρθηκε παραπάνω, λαμβάνοντας υπόψιν πληροφορία για την κλίση του οχήματος, μέσω της πυξίδας *Compass OS4000*. Ο μηχανισμός αυτός είναι απαραίτητος για την αξιόπιστη χαρτογράφηση χώρου με ανώμαλο έδαφος.

Οι έξυπνοι σερβοκινητήρες του μηχανισμού σταθεροποίησης του Σαρωτή Λέιζερ, είναι τύπου *Dynamixel AX-12A*, της *Robotis*. Οι έξυπνοι σερβοκινητήρες *Dynamixel AX-12*, έχουν την δυνατότητα, να



**Σχήμα 2.20:** Ο Σερβοκινητήρας Hitek HS-7954TH πάνω στην ρομποτική πλατφόρμα Monstertruck.

παίρνουν μετρήσεις, σχετικά με την ταχύτητα, θέση, θερμοκρασία, τάση και φορτίο και να αντιδρούν ανάλογα με την περίπτωση και να μεταδίδουν αυτήν την πληροφορία, στον υπολογιστή του ρομποτικού συστήματος.



**Σχήμα 2.21:** Σερβοκινητήρας Dynamixel AX-12A, της Robotis.

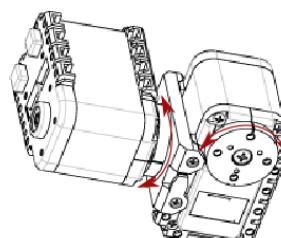
**Πίνακας 2.4:** Προδιαγραφές σερβοκινητήρα Dynamixel AX-12A, της Robotis

Προδιαγραφές	Dynamixel AX-12A
Τροφοδοσία	9 – 12VDC, 900mA
Σειριακή Διεπαφή Επικοινωνίας	3-pin TTL Half-Duplex 7343bps 1Mbps
Εύρος	300°
Μέγιστη Ροπή	15.3kg · cm
Μέγιστη Ταχύτητα (χωρίς φορτίο)	59 RPM 0.169sec/60°
Feedback	Θέσης, Φορτίου, Θερμοκρασίας, Τάσης
Διαστάσεις	32 × 50 × 40mm

Η επικοινωνία, μεταξύ του υπολογιστή και των έξυπνων σερβοκινητήρων, επιτυγχάνεται μέσω του αντάπτορα *USB2Dynamixel*, ο οποίος επικοινωνεί με τον υπολογιστή, μέσω σειριακού πρωτοκόλλου USB και με τους έξυπνους σερβοκινητήρες, μέσω σειριακής επικοινωνίας TTL. Επίσης, οι δύο έξυπνοι σερβοκινητήρες, συνδέονται, μεταξύ τους, σειριακά, μέσω τοπολογίας *Daisy Chain*.



**Σχήμα 2.22:** Αντάπτορας USB2Dynamixel, της Robotis.



**Σχήμα 2.23:** Διάταξη Pitch-Roll του σταθεροποιητή του σαρωτή λέιζερ.

## Ασύρματη Επικοινωνία

Η προετοιμασία και ο χειρισμός της ρομποτικής πλατφόρμας *Monstertruck*, ή η επίβλεψη της, κατά την αυτόνομη λειτουργία, από τον χειριστή/επιβλέποντα, απαιτεί έναν πρόσθετο υπολογιστή, ο οποίος θα συνιστά τον σταθμό χειρισμού/επίβλεψης. Η επικοινωνία, μεταξύ των δύο υπολογιστικών συστημάτων, μπορεί να πραγματοποιηθεί, είτε ενσύρματα, μέσω μίας διασύνδεσης διεπαφής *Ethernet*, είτε ασύρματα, μέσω ενός πομποδέκτη ασύρματης επικοινωνίας *Wi-Fi*, σε συνδυασμό με έναν δρομολογητή *Wi-Fi* (*Wi-Fi router*) που αποτελεί και την πιο πρακτική λύση, αν αναλογιστεί κανείς, ότι σε αντίθετη περίπτωση, ο χειριστής, θα έπρεπε να κυνηγάει το ρομπότ από πίσω, με κίνδυνο, πρόκλησης ατυχήματος, πιθανή αποσύνδεση, αλλά και πιθανή παρεμβολή στις μετρήσεις των αισθητήρων. Η απαίτηση, αυτή, ικανοποιείται, στη ρομποτική πλατφόρμα *Monstertruck*, μέσω ενός αντάπτορα *TP-Link WiFi N900 TL-WDN4200*.

**Πίνακας 2.5:** Προδιαγραφές TP-Link Wi-Fi USB Adapter N900 TL-WDN4200.



**Σχήμα 2.24:** TP-Link Wi-Fi USB Adapter N900 TL-WDN4200.

Προδιαγραφές	TP-Link Wi-Fi USB Adapter N900 TL-WDN4200
Σύνδεση	USB 2.0
Ταχύτητα	Dual Band $2 \times 450 Mbps$
Πρότυπο	IEEE 802.11b/g/n
Συχνότητα	2.4/5GHz
Ασφάλεια	WEP (64-128bit)

## Διασύνδεση Υποσυστημάτων

Στις παραπάνω ενότητες, αναφέρθηκαν τα επιμέρους υποσυστήματα της ρομποτικής πλατφόρμας *Monstertruck* και έγινε φανερό, ότι δεν χρησιμοποιούνται οι ίδιες διεπαφές επικοινωνίας σε κάθε συσκευή, αλλά και ότι κάθε συσκευή, χρησιμοποιεί το δικό της πρωτόκολλο επικοινωνίας. Το μόνο κοινό όλων των υποσυστημάτων, είναι η διασύνδεση και η συγκέντρωση της πληροφορίας, στον κεντρικό κόμβο του συστήματος, τον υπολογιστή *Odroid-XU4*.

Ένα σημαντικό πρόβλημα, του υπολογιστή *Odroid-XU4*, αποτελεί ο ανεπαρκής, για την συγκεκριμένη εφαρμογή, αριθμός θυρών διεπαφής σειριακής επικοινωνίας USB. Επομένως, για την ταυτόχρονη λειτουργία, όλων των επιμέρους αισθητήρων και ελεγκτών του συστήματος, κρίθηκε απαραίτητη η προσθήκη δύο διακλαδωτών USB (*USB Hubs*) (σχήμα 2.25X). Η διασύνδεση των διεπαφών, όλων των επιμέρους επιμέρους υποσυστημάτων, της ρομποτικής πλατφόρμας *Monstertruck*, παρουσιάζεται στο σχήμα 2.26.

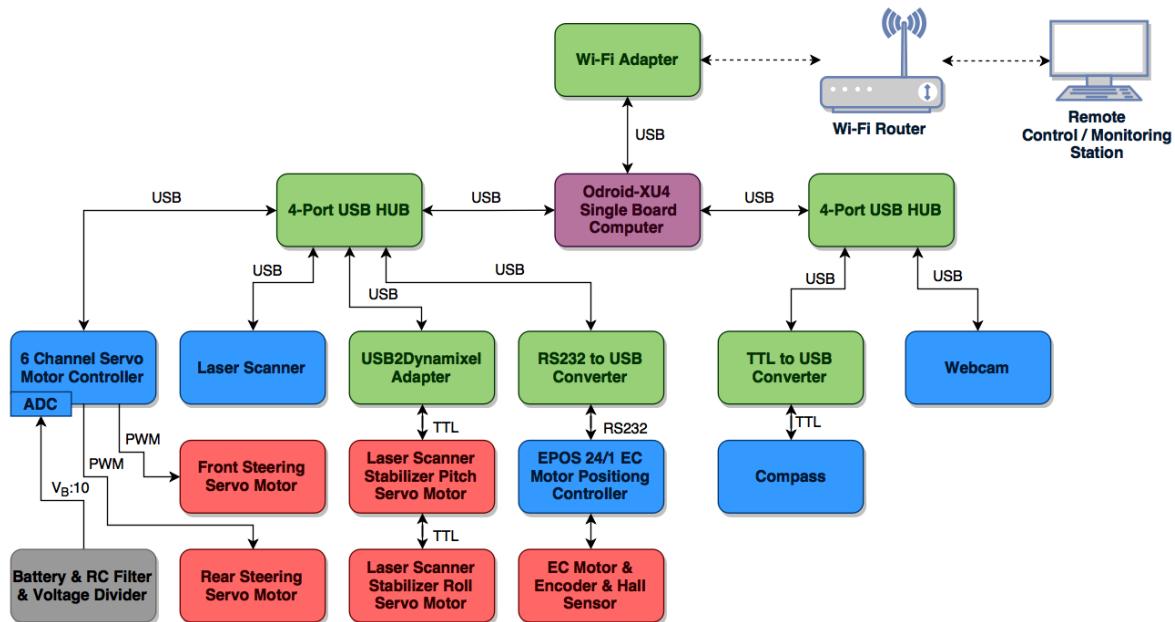


(α') Akasa AK-HB-01-BK 4-port USB hub Black.



(β') Akasa AK-HB-01WH C 4-PORT USB hub White.

**Σχήμα 2.25:** Οι διακλαδωτές σειριακής διεπαφής USB (*USB Hubs*) της ρομποτικής πλατφόρμας *Monstertruck*.



Σχήμα 2.26: Διασύνδεση διεπαφών των επιμέρους υποσυστημάτων της ρομποτικής πλατφόρμας *Monstertruck*.

### Σύστημα Τροφοδοσίας

Από την παρουσίαση των επιμέρους υποσυστημάτων της ρομποτικής πλατφόρμας *Monstertruck*, που πραγματοποιήθηκε στις προηγούμενες παραγράφους, προκύπτει, ότι, κάθε υποσύστημα - συσκευή, περιλαμβάνει διαφορετικές προδιαγραφές τροφοδοσίας. Επομένως, απαιτείται, ένα εκτενές και πλήρες σύστημα τροφοδοσίας, που να προσφέρει τις απαιτούμενες προδιαγραφές για κάθε υποσύστημα ξεχωριστά, για την ταυτόχρονη λειτουργία, όλων μαζί, αλλά και να επιτρέπει περιθώρια επέκτασης. Επίσης, θα πρέπει να περιλαμβάνει, επαρκής απομόνωση της τροφοδοσίας των ευαίσθητων ηλεκτρονικών υποσυστημάτων, από άλλα υποσυστήματα που εισάγουν θόρυβο στις γραμμές τροφοδοσίας, όπως οι κινητήρες και οι σερβοκινητήρες.

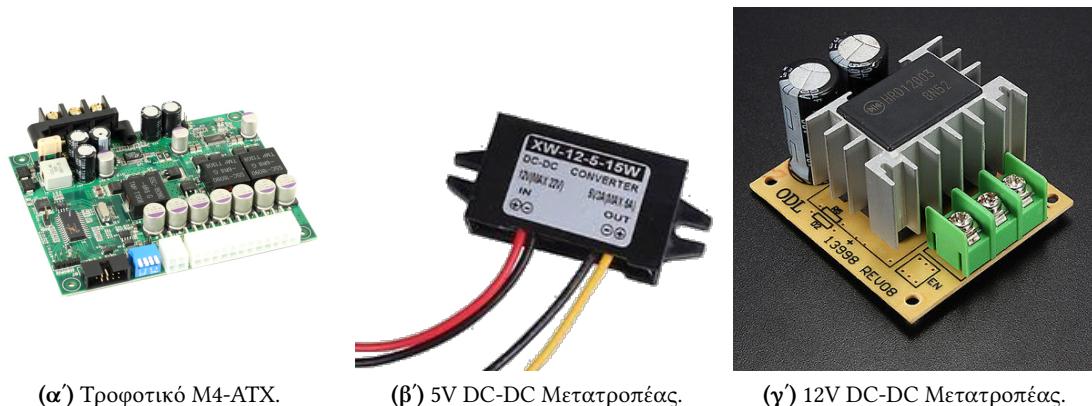
Όπως, παρουσιάζεται και στο σχήμα 2.29, ως πηγή τροφοδοσίας της ρομποτικής πλατφόρμας *Monstertruck*, χρησιμοποιείται μία μπαταρία Λιθίου-Πολυμερών (σχήμα 2.27) με ονομαστική τάση 22.2V, μέγιστη τάση 25.2V (100% φόρτιση) και 3700/4000/5000mAh. Η τροφοδοσία που παρέχει η μπαταρία, τροφοδοτείται σε έναν διακλαδωτή (*Motor Distribution Board*), από τον οποίο τροφοδοτούνται ο ελεγκτής EPOS 24/1 που τροφοδοτεί και τον κινητήρα του οχήματος, ο 12V DC-DC μετατροπέας και το τροφοδοτικό M4-ATX.



Σχήμα 2.27: Μπαταρία Gens ace, LiPo, 22.2V, 4000mAh.

Ο 12V DC-DC μετατροπέας τροφοδοτεί με 12V, μέσω ενός διακλαδωτή (*Motor Distribution Board*) τους έξι πνούς σερβοκινητήρες *Dynamixel*, του σταθεροποιητή *Pitch-Roll* του σαρωτή λέιζερ, όπως επίσης και έναν ανεμιστήρα, υπεύθυνο, για την ψύξη του υπολογιστή *Odroid-XU4*.

Το τροφοδοτικό M4-ATX, παράγει εξόδους τροφοδοσίας 5V και 12V και τροφοδοτεί την πλειονότητα των ηλεκτρονικών υποσυστημάτων της ρομποτικής πλατφόρμας. Αρχικά, τροφοδοτεί απευθείας έναν 5V DC-DC μετατροπέα, ο οποίος χρησιμοποιείται για να τροφοδοτεί τους σερβοκινητήρες του συστήματος στρέψης - τετραδιεύθυνσης της ρομποτικής πλατφόρμας, απομονώνοντας, ταυτόχρονα την τροφοδοσία των σερβοκινητήρων από την τροφοδοσία των υπόλοιπων ηλεκτρονικών υποσυστημάτων, που παρουσιάζουν ενασθησία στον θόρυβο. Τα υπόλοιπα ηλεκτρονικά υποσυστήματα της ρομποτικής πλατφόρμας, τροφοδοτούνται, από το τροφοδοτικό M4-ATX, μέσω ενός διακλαδωτή (Electronics Distribution Board), είτε άμεσα, όπως ο υπολογιστής Odroid-XU4, ο σαρωτής λέιζερ και οι διακλαδωτές USB (USB Hubs), είτε μέσω του υπολογιστή και των διακλαδωτών USB.

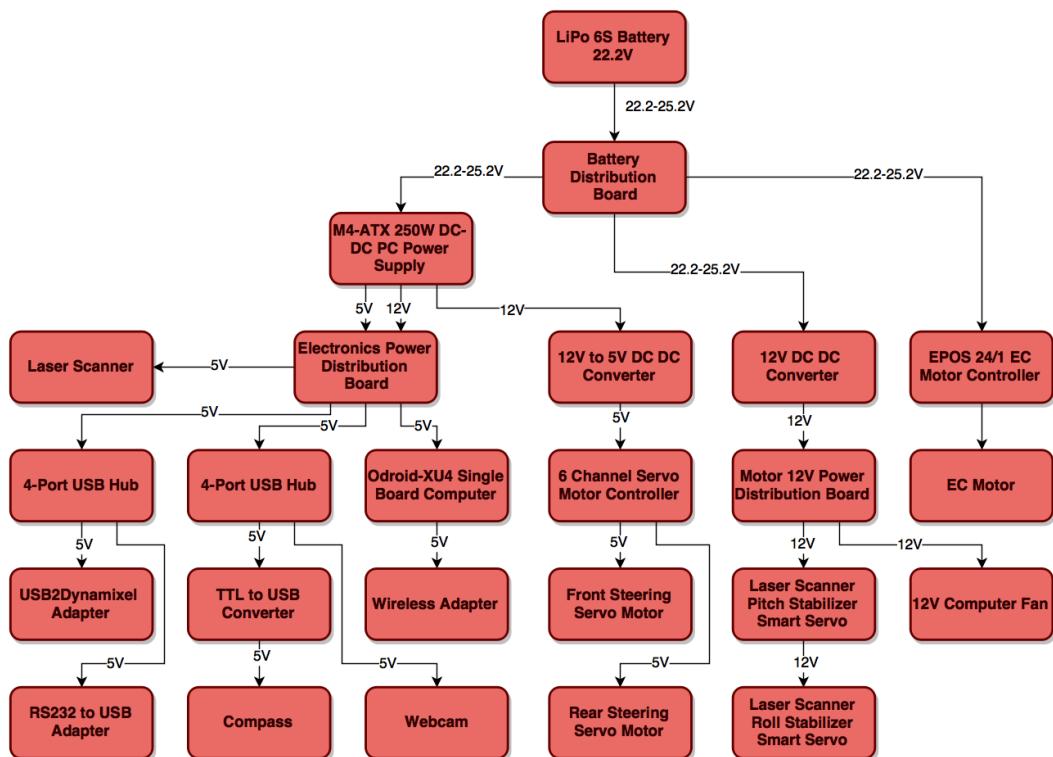


(α') Τροφοδοτικό M4-ATX.

(β') 5V DC-DC Μετατροπέας.

(γ') 12V DC-DC Μετατροπέας.

Σχήμα 2.28: Επιμέρους τμήματα συστήματος τροφοδοσίας.

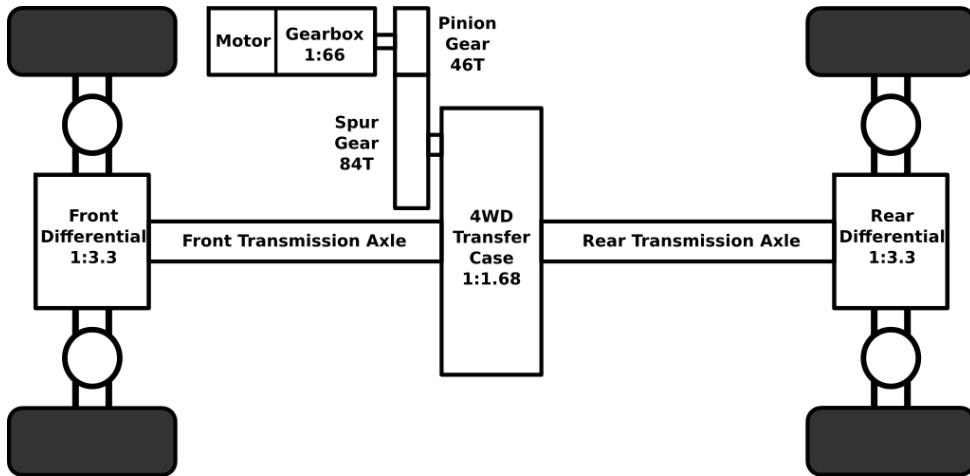
Σχήμα 2.29: Σύστημα Τροφοδοσίας της ρομποτικής πλατφόρμας *Monstertruck*.

## 2.2 Σύστημα Μετάδοσης Κίνησης

Ένα αυτοκίνητο όχημα, για να κινηθεί, απαιτεί την ύπαρξη ενεργοποιητών (actuators), οι οποίοι μετατρέπουν την ενέργεια από μία πηγή τροφοδοσίας και ένα σήμα ελέγχου σε μηχανική κίνηση. Τον σκοπό αυτό, εξυπηρετούν οι κινητήρες και στην προκειμένη περίπτωση, για την επίτευξη της μηχανικής κίνησης του υλοποιημένου ρομποτικού οχήματος, χρησιμοποιούνται ένας κινητήρας, ο οποίος, μέσω ενός συστήματος μετάδοσης κίνησης, μεταδίδει την περιστροφική κίνηση του και στους τέσσερις τροχούς του οχήματος (*tetrakínηση*) και δύο σερβοκινητήρες, οι οποίοι στρίβουν και τους τέσσερις τροχούς, με ανεξάρτητη στρέψη των μπροστινών, από τους πίσω τροχούς (*tetradiεύθυνση*). Στην συνέχεια, παρουσιάζεται η ανάλυση των μηχανισμών *tetrakínησης* και *tetradiεύθυνσης* της ρομποτικής πλατφόρμας *Monstertruck*.

### 2.2.1 Σύστημα Τετρακίνησης

Η μετάδοση της κίνησης, από τον μοναδικό κινητήρα του οχήματος, προς τους τέσσερις τροχούς, δηλαδή η τετρακίνηση επιτυγχάνεται, μέσω του συστήματος μετάδοσης κίνησης (drivetrain), όπως φαίνεται στο σχήμα 2.30. Το σύστημα αυτό περιλαμβάνει, συνολικά τέσσερα στάδια μετάδοσης της περιστροφικής κίνησης του κινητήρα, προς κάθε τροχό, όπου κάθε στάδιο εισάγει ένα λόγο μείωσης των στροφών, αλλά ταυτόχρονα, αντίστοιχο λόγο αύξησης της ροπής στρέψης.



Σχήμα 2.30: Σύστημα Μετάδοσης Κίνησης (Drivetrain) της ρομποτικής πλατφόρμας *Monstertruck*.

Το πρώτο στάδιο, αποτελεί το κιβώτιο ταχυτήτων - μειωτήρας (gearbox) του κινητήρα, το οποίο περιγράφεται από ένα λόγο μετάδοσης  $1 : 66$ . Ο λόγος, αυτός, μειώνει την μέγιστη περιστροφική ταχύτητα του κινητήρα, από  $18\,000\text{ rpm}$  σε  $18\,000 : 66 = 272.72\text{ rpm}$ .

Το δεύτερο στάδιο μετάδοσης, αποτελείται από δύο γρανάζια, το Πινιόν (Pinion Gear) και Ωθησης (Spur Gear). Το γρανάζι Πινιόν, μεταδίδει την κίνηση από τον κινητήρα στο γρανάζι Ωθησης, το οποίο, με τη σειρά του μεταδίδει την κίνηση στο επόμενο στάδιο μετάδοσης. Το γρανάζι Πινιόν περιλαμβάνει 46 οδοντώσεις, ενώ το γρανάζι Ωθησης, 84, έχοντας ως αποτέλεσμα ένα λόγο μετάδοσης  $46 : 84 = 1 : 1.76$ . Με την μείωση του δεύτερου σταδίου, η μέγιστη ταχύτητα μειώνεται στα  $272.72 : 1.76 = 154.96\text{ rpm}$ .

Το τρίτο στάδιο μετάδοσης και σημαντικότερο, για την επίτευξη *tetrakínησης*, περιλαμβάνει το κιβώτιο μετάδοσης (Transfer Case) του μπροστινού και του πίσω άξονα, που φαίνεται στο σχήμα 2.32. Το κιβώτιο μετάδοσης, περιλαμβάνει δύο γρανάζια, το γρανάζι μετάδοσης (Transmission Gear) και το



Σχήμα 2.31: Γρανάζια Πινιόν και Ωθησης.

**διαφορικό γρανάζι (Differential Gear).** Η περιστροφική κίνηση μεταδίδεται, από το γρανάζι Ωθησης, προς το γρανάζι μετάδοσης, μέσω ενός μηχανισμού σφιγκτήρα ολίσθησης (*slipper clutch*), που επιτρέπει την αποσύμπλεξη των γραναζιών, μέσω ολίσθησης, σε περίπτωση, υψηλής ροπής στους τροχούς, που θα μπορούσαν να προκαλέσουν ζημιά στα γρανάζια και στους άξονες μετάδοσης. Υπό φυσιολογικές συνθήκες, το γρανάζι μετάδοσης, μεταδίδει την περιστροφική κίνηση προς το διαφορικό γρανάζι και έπειτα προς τους δύο άξονες μετάδοσης, με λόγο μετάδοσης  $1 : 1.68$ . Επομένως, έχουμε μία επιπλέον μείωση των στροφών, με αποτέλεσμα  $154.96 : 1.68 = 92.24 \text{ rpm}$ .



Σχήμα 2.32: Το κιβώτιο μετάδοσης κίνησης (Transfer Case) του οχήματος GroundPounder.

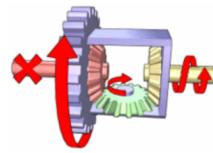
Το τέταρτο και τελευταίο στάδιο μετάδοσης της κίνησης, αποτελείται από δύο διαφορικά (*differential*), ένα για τους μπροστινούς τροχούς και ένα για τους πίσω. Το διαφορικό είναι ένας μηχανισμός, ο οποίος μετατρέπει την κατεύθυνση κίνησης, από την ευθύγραμμη, του άξονα μετάδοσης, στην εγκάρσια, των ημιαξόνων κάθε τροχού. Παράλληλα, επιτρέπει σε δύο τροχούς, έναν αριστερό και ένα δεξιό, να κινούνται με διαφορετική περιστροφική ταχύτητα ή ροπή, ανάλογα με την πρόσφυση σε κάθε έναν, από αυτούς. Ο μηχανισμός, αυτός, είναι απαραίτητος, καθώς, όταν ένα όχημα προσπαθεί να στρίψει, ακολουθώντας μία καμπύλη, οι τροχοί που βρίσκονται στην εξωτερική πλευρά της καμπύλης, διανύουν μεγαλύτερη απόσταση, από τους εσωτερικούς τροχούς και άρα θα πρέπει να κινούνται με μεγαλύτερη ταχύτητα. Τέλος, το κάθε διαφορικό εισάγει, ακόμη, έναν τελευταίο λόγο μείωσης των στροφών, της τάξης του  $1 : 3.3$ , οπότε η τελική μέγιστη ταχύτητα περιστροφής των τροχών προκύπτει  $92.24 : 3.3 = 27.95 \text{ rpm}$ .

Επομένως, η σχέση μετάδοσης της περιστροφικής ταχύτητας, από τον κινητήρα, στους τροχούς προκύπτει:

$$\omega_{wheel} = \omega_{motor} / (\lambda_{gearbox} \times \lambda_{spur\_pinion} \times \lambda_{transfer\_case} \times \lambda_{differential}) = \omega_{motor} / 644 \quad (2.1)$$



**Σχήμα 2.33:** Το διαφορικό (Differential) του οχήματος GroundPounder.

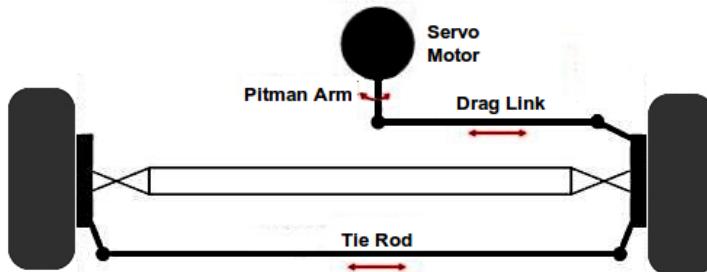


**Σχήμα 2.34:** Λειτουργία ενδεικτικού μηχανισμού διαφορικού.

## 2.2.2 Σύστημα Τετραδιεύθυνσης

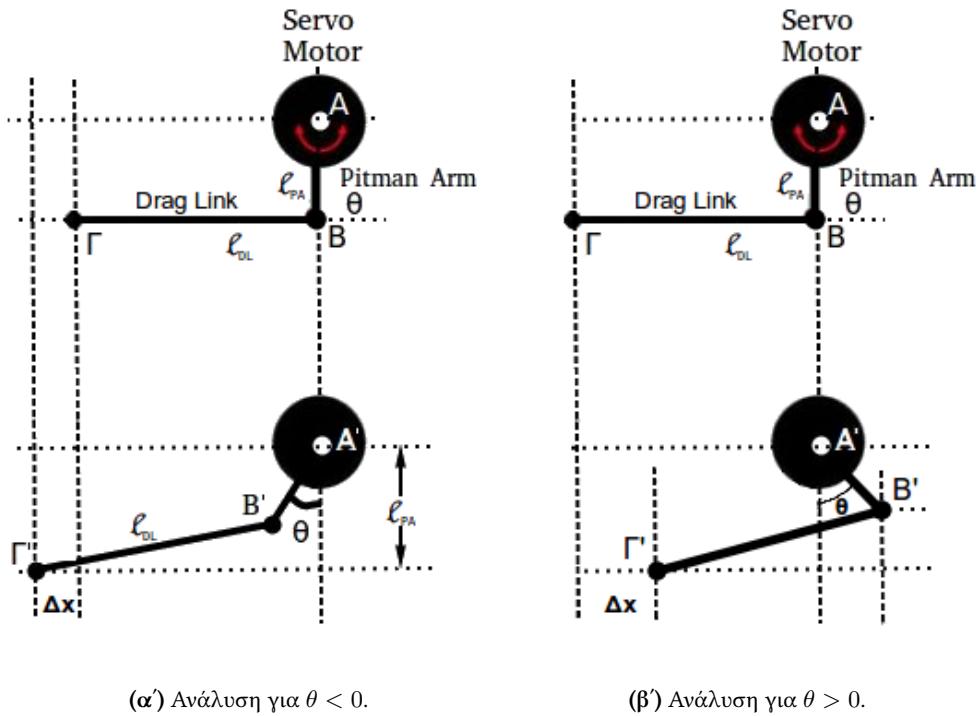
Η ρομποτική πλατφόρμα *Monstertruck*, περιλαμβάνει δύο σερβοκινητήρες, υπεύθυνους για την ανεξάρτητη στρέψη των μπροστινών και πίσω τροχών. Η ανεξάρτητη αυτή στρέψη, επιτρέπει στο όχημα να λειτουργεί με μπροστινή στρέψη (*Μπροστινοδιεύθυνση - FWS*), πίσω στρέψη (*Πίσωδιεύθυνση - RWS*), ή ταυτόχρονη στρέψη (*Τετραδιεύθυνση - 4WS*) των τροχών. Στην *τετραδιεύθυνση*, οι μπροστινοί τροχοί, μπορεί να στρίβουν, είτε, με την ίδια φορά με τους πίσω τροχούς, οπότε μιλάμε για *θετική τετραδιεύθυνση*, είτε με αντίθετη, οπότε μιλάμε για *αρνητική τετραδιεύθυνση*.

Εφόσον, υπάρχει ένας σερβοκινητήρας, για τους μπροστινούς τροχούς και ένας για τους πίσω, γεννάται το ερώτημα, πώς μεταδίδεται η στρέψη από έναν σερβοκινητήρα σε δύο τροχούς, έναν αριστερό και έναν δεξιό. Ο μηχανισμός, που λύνει το πρόβλημα, στην προκειμένη περίπτωση, ονομάζεται *Μηχανισμός Στρέψης*, μέσω *Συνδέσμου Έλξης* (*Drag Link Steering Mechanism*). Ο μηχανισμός αυτός, στην προκειμένη περίπτωση, αποτελείται από έναν σερβοκινητήρα, ένα μπράτσο *Pitman* (*Pitman Arm*), έναν σύνδεσμο έλξης (*Drag Link*) και έναν σύνδεσμο ένωσης των τροχών (*Tie Rod*), όπως επίσης και τις αρθρώσεις στρέψης των τροχών (*Wheel Steering Knuckles*), όπως και παρουσιάζεται στο σχήμα 2.35.



**Σχήμα 2.35:** Ο Μηχανισμός στρέψης, με όξονα έλξης (*Drag Link Steering Mechanism*) της ρομποτικής πλατφόρμας *Monstertruck*.

Η περιστροφική κίνηση του σερβοκινητήρα, μεταδίδεται μέσω του μπράτσου *Pitman* και μετατρέπεται σε μεταφορική κίνηση του συνδέσμου έλξης, η οποία με τη σειρά της μετατρέπεται σε στρέψη της άρθρωσης του δεξιού τροχού. Η στρέψη, τώρα, της δεξιάς άρθρωσης, παρασύρει τον σύνδεσμο ένωσης των αρθρώσεων στρέψης των τροχών σε μεταφορική κίνηση, η οποία, έχει σαν αποτέλεσμα την στρέψη και του αριστερού τροχού. Ακολούθως, αναλύεται η λειτουργία του μηχανισμού στρέψης, σε δύο βήματα. Πρώτα υπολογίζεται η μετατόπιση  $\Delta x$  του συνδέσμου έλξης, συναρτήσει της γωνίας στρέψης  $\theta$  του σερβοκινητήρα και έπειτα, συναρτήσει της γωνίας στρέψης  $\delta$  της άρθρωσης τροχού, με την οποία, είναι συνδεδεμένος ο σύνδεσμος έλξης.



**Σχήμα 2.36:** Μετάδοση κίνησης από τον σερβοκινητήρα και το μπράτσο Pitman στον συνδέσμο έλξης.

Λαμβάνοντας την παραδοχή, ότι η άκρη (σημείο  $\Gamma$ ) του συνδέσμου έλξης, κινείται, μόνο οριζόντια και όχι κάθετα και με βάση το σχήμα 2.36 και απλή γεωμετρική ανάλυση, μπορεί να εξαχθεί η σχέση μεταξύ της γωνίας στρέψης  $\theta$  του σερβοκινητήρα και της μετατόπισης  $\Delta x$  του συνδέσμου έλξης, ως:

$$\Delta x = \begin{cases} \sqrt{l_{DL}^2 - l_{PA}^2(1 - \cos(\theta))^2} + l_{PA} \sin(|\theta|) - l_{DL}, & \theta < 0 \\ 0, & \theta = 0 \\ -\sqrt{l_{DL}^2 - l_{PA}^2(1 - \cos(\theta))^2} - l_{PA} \sin(|\theta|) - l_{DL}, & \theta > 0 \end{cases} \quad (2.2)$$

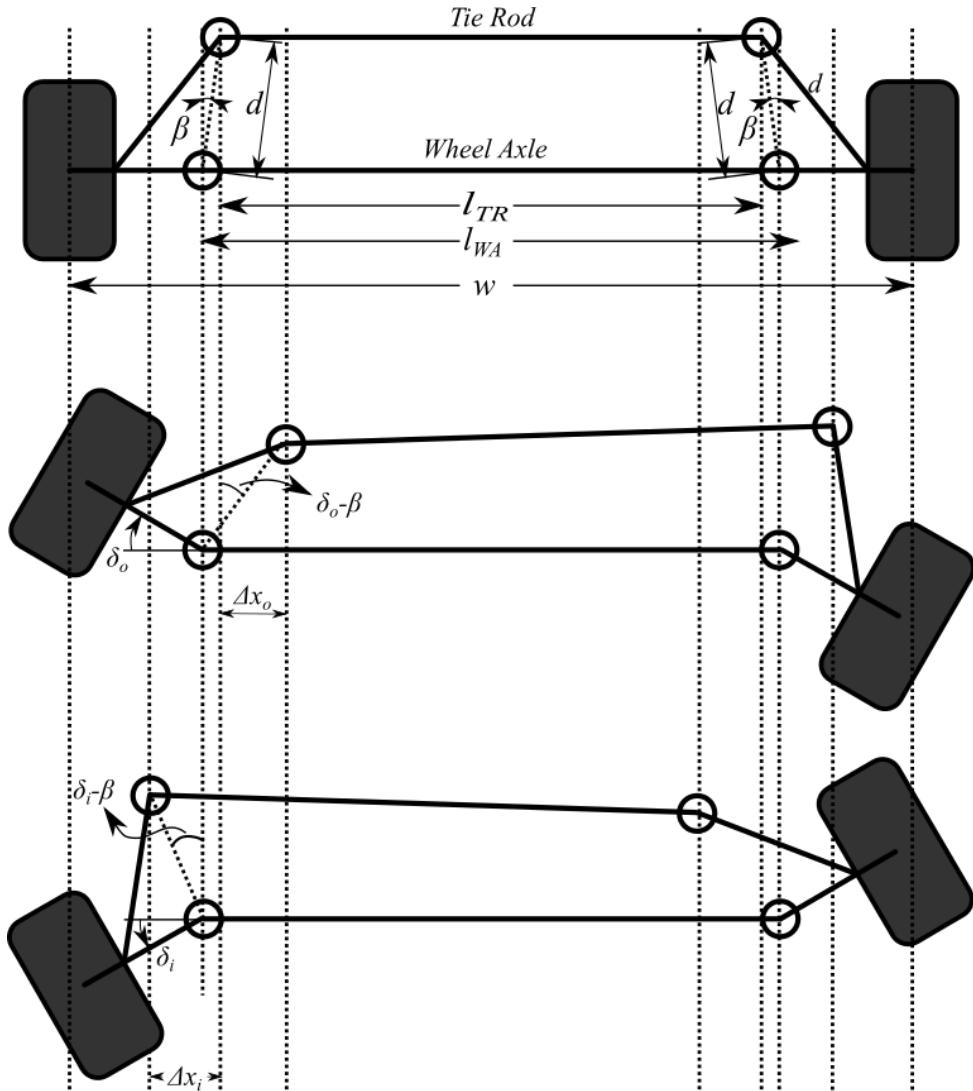
όπου  $l_{DL}$  είναι το μήκος του συνδέσμου έλξης και  $l_{PA}$  είναι το μήκος του μπράτσου *Pitman*.

Με βάση το σχήμα 2.37, μέσω γεωμετρικής ανάλυσης, προκύπτει ότι, η μετατόπιση του συνδέσμου έλξης  $\Delta x$ , συναρτήσει της γωνίας στρέψης, του άμεσα συνδεδεμένου τροχού, δηλαδή του αριστερού, στην προκειμένη περίπτωση, για τις περιπτώσεις, που ο τροχός είναι στην εσωτερική ή στην εξωτερική πλευρά της στροφής, λαμβάνεται μέσω των ακόλουθων σχέσεων.

$$\Delta x_i = d \sin(\delta_i - \beta) + d \sin(\beta) \quad (2.3)$$

$$(2.4)$$

$$\Delta x_o = d \sin(\delta_o + \beta) - d \sin(\beta) \quad (2.5)$$



Σχήμα 2.37: Τραπεζοειδής Μηχανισμός στρέψης των τροχών.

Εξισώνοντας, τώρα, τις σχέσεις (2.2), (2.3), (2.4), προκύπτει η σχέση μεταξύ της γωνίας στρέψης του σερβοκινητήρα και της γωνίας στρέψης του αριστερού τροχού, για τις περιπτώσεις που είναι εσωτερικά ( $\delta_i$ ) στην στροφή και εξωτερικά ( $\delta_o$ ):

$$\delta_i = \beta + \sin^{-1} \left( \frac{\sqrt{l_{DL}^2 - l_{PA}^2(1 - \cos(\theta))} + l_{PA} \sin |\theta| - l_{DL} - d \sin \beta}{d} \right) \quad (2.6)$$

$$\delta_o = -\beta + \sin^{-1} \left( \frac{-\sqrt{l_{DL}^2 - l_{PA}^2(1 - \cos(\theta))} - l_{PA} \sin |\theta| - l_{DL} + d \sin \beta}{d} \right) \quad (2.7)$$

Ο υπολογισμός της γωνίας στρέψης, του απέναντι τροχού, δηλαδή, στην προκειμένη περίπτωση, του δεξιού τροχού, προκύπτει από τις εξισώσεις τραπεζοειδούς μηχανισμού στρέψης τροχών [4]:

$$\sin(\beta + \delta_i) + \sin(\beta - \delta_o) = \frac{L}{d} + \sqrt{\left(\frac{L}{d} - w \sin \beta\right)^2 - \left(\cos(\beta - \delta_o) - \cos(\beta + \delta_i)\right)^2} \quad (2.8)$$

Αντικαθιστώντας την τιμή για την  $\delta_i$ , στην εξίσωση (2.8) θα πρέπει να εφαρμοστεί, ένας επαναληπτικός αλγόριθμος, για την εύρεση της  $\delta_o$  και αντίστροφα.

Για την απλοποίηση της όλης διαδικασίας μετατροπής της γωνίας στρέψης του σερβοκινητήρα, σε γωνίες στρέψης των τροχών και αντίστροφα, χρησιμοποιήθηκαν πολυωνυμικές προσεγγίσεις των σχέσεων μεταξύ αυτών, λύνοντας, επαναληπτικά και για όλες τις δυνατές τιμές, τις εξισώσεις (2.6), (2.7), (2.8) και για τις τιμές των παραμέτρων του μηχανισμού στρέψης που φαίνονται στον πίνακα 2.6.

**Πίνακας 2.6:** Παράμετροι του μηχανισμού μετάδοσης στρέψης των τροχών.

Παράμετρος	Τιμή
$d$	30mm
$\beta$	5°
$l_{TR}$	225mm
$l_{WA}$	230mm
$l_{PA}$	20mm
$l_{DA}$	100mm

$$\begin{aligned}
 \delta_{lf} &= -0.029 \cdot \theta_f^2 - 0.6515 \cdot \theta_f - 0.0006 \\
 \delta_{lr} &= 0.029 \cdot \theta_r^2 + 0.6515 \cdot \theta_r + 0.0006 \\
 \delta_{rf} &= -0.0058 \cdot \delta_{lf}^2 + 1.0203 \cdot \delta_{lf} \\
 \delta_{rr} &= 0.0058 \cdot \delta_{lr}^2 - 1.0203 \cdot \delta_{lr} \\
 \theta_f &= 0.1047 \cdot \delta_{lf}^2 + 1.5362 \cdot \delta_{lf} + -0.0009 \\
 \theta_r &= -0.1047 \cdot \delta_{lr}^2 - 1.5362 \cdot \delta_{lr} - 0.0009
 \end{aligned} \tag{2.9}$$

όπου

$\theta_f$  : γωνία στρέψης του μπροστινού σερβοκινητήρα

$\theta_r$  : γωνία στρέψης του πίσω σερβοκινητήρα

$\delta_{lf}$  : γωνία στρέψης του μπροστινού αριστερού τροχού

$\delta_{lr}$  : γωνία στρέψης του πίσω αριστερού τροχού

$\delta_{rf}$  : γωνία στρέψης του μπροστινού δεξιού τροχού

$\delta_{rr}$  : γωνία στρέψης του πίσω δεξιού τροχού

## 2.3 Κινηματική Ανάλυση

Ένα σύγχρονο αυτοκίνητο όχημα, στην πλειονότητα των περιπτώσεων, για να κινηθεί, περιλαμβάνει έναν κινητήρα, ο οποίος είναι υπεύθυνος για την περιστροφική κίνηση των μπροστινών (μπροστινοκίνηση), πίσω (πισωκίνηση) ή όλων (τετρακίνηση) των τροχών. Επίσης, περιλαμβάνει ένα σύστημα στρέψης των τροχών, είτε μπροστινών (μπροστινοδιεύθυνση), είτε πισινών (πισωδιεύθυνση), είτε και των τεσσάρων (τετραδιεύθυνση), έτσι ώστε να μπορεί να ακολουθεί καμπύλες τροχιές και

όχι μόνο ευθύγραμμες. Η κινηματική ανάλυση του οχήματος, που παρουσιάζεται στην παρούσα ενότητα, προσπαθεί να περιγράψει την επίδραση του ελέγχου κίνησης των τροχών του, στην κίνηση του οχήματος και στις μεταβολές της κατάστασης του.

Η κατάσταση ενός άκαμπτου (rigid) ρομποτικού οχήματος, συνήθως περιγράφεται, από έξι μεταβλητές, τις καρτεσιανές συντεταγμένες του  $x$ ,  $y$ ,  $z$ , ως προς ένα αυθαίρετο εξωτερικό σύστημα συντεταγμένων και τις γωνίες *Euler yaw, pitch, roll*. Στην προκειμένη περίπτωση, το πρόβλημα που εξετάζεται, περιορίζεται σε επίπεδο περιβάλλον και επομένως, ως κατάσταση του οχήματος, λαμβάνεται, η πόζα του  $q$ , η οποία περιγράφεται από τις καρτεσιανές συνταγμένες του  $x$ ,  $y$  στο επίπεδο και τον προσανατολισμό του  $\theta$ , ως προς αυθαίρετο εξωτερικό σύστημα συντεταγμένων.

$$\mathbf{q} = [x \ y \ \theta]^T \quad (2.10)$$

Αντίστοιχα, η ταχύτητα ενός ρομποτικού οχήματος στο επίπεδο, ως προς ένα αυθαίρετο εξωτερικό σύστημα συντεταγμένων ορίζεται ως η μεταβολή της πόζας του  $q$ , ως προς τον χρόνο.

$$\dot{\mathbf{q}} = [\dot{x} \ \dot{y} \ \dot{\theta}]^T \quad (2.11)$$

Ενώ, η ταχύτητα ενός ρομποτικού οχήματος, στο επίπεδο, ως προς το κέντρο μάζας του  $C$  είναι

$$\mathbf{v} = [v_{cx} \ v_{cy} \ \omega_c]^T \quad (2.12)$$

και αντιστοιχεί σε μία κυκλική τροχιά, ακτίνας  $R$ . Εφόσον, ένα διάνυσμα ταχυτήτων, αντιστοιχεί σε μία κυκλική τροχιά του κέντρου μάζας  $C$  του οχήματος, τότε, μία επιθυμητή καμπύλη τροχιά, μπορεί να προσεγγιστεί, από ένα σύνολο τόξων κύκλου και τις αντίστοιχες ταχύτητες τους.

### 2.3.1 Κινηματικό Μοντέλο Ackermann

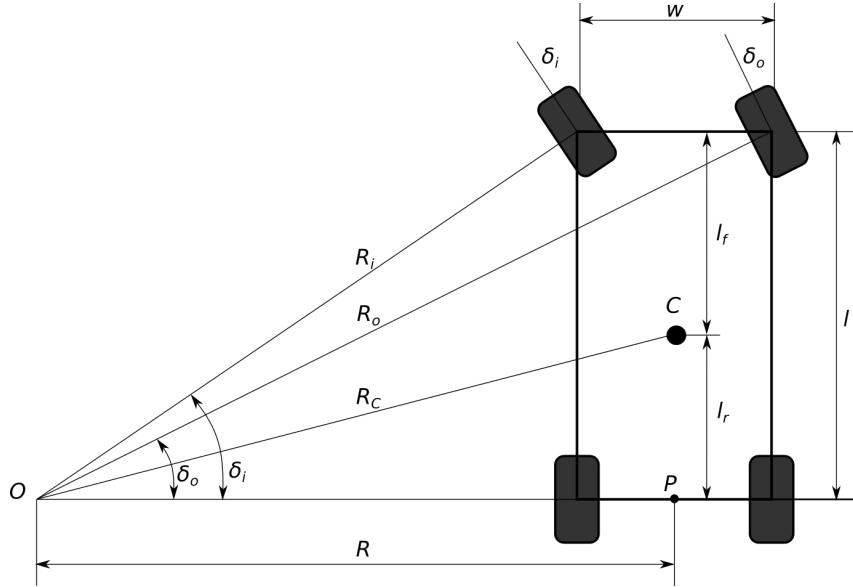
Το *Κινηματικό Μοντέλο Ackermann*, αποτελεί το δημοφιλέστερο και πιο διαδεδομένο κινηματικό μοντέλο στην αυτοκινητοβιομηχανία. Αναπτύχθηκε από τον Γερμανό μηχανικό Georg Lankensperger στο Μόναχο, το 1817, αλλά το δίπλωμα ευρεσιτεχνίας κατοχυρώθηκε από τον Rudolph Ackermann, το 1818, για ιππήλατες άμαξες. Τελικά, επεκτάθηκε και στην αυτοκινητοβιομηχανία και χρησιμοποιείται μέχρι και σήμερα.

Σκοπός του κινηματικού μοντέλου *Ackermann* είναι η αποφυγή της πλευρικής ολίσθησης των τροχών, ενός τετράτροχου οχήματος κατά την ακολούθηση καμπύλων τροχιών. Για την εξυπηρέτηση αυτού του σκοπού, λοιπόν, το κινηματικό μοντέλο *Ackermann*, στηρίζεται σε μία συνθήκη, την λεγόμενη συνθήκη *Ackermann*, μεταξύ των τροχών στρέψης ενός οχήματος, που αν ικανοποιείται προβλέπει την κίνηση των τροχών, χωρίς πλευρική ολίσθηση [4]. Η συνθήκη *Ackermann*, υποστηρίζει ότι για να κινείται ένα τετράτροχο όχημα χωρίς να ολισθαίνουν πλευρικά οι τροχοί του, θα πρέπει οι κάθετοι, στους τροχούς, άξονες να τέμνονται σε ένα κοινό σημείο, το οποίο ονομάζεται *Στιγμαίο Κέντρο Περιστροφής* (*Instantaneous Center of Rotation - ICR*) [5] και αποτελεί το κέντρο της στιγμαίας κυκλικής τροχιάς που ακολουθεί το όχημα.

Λαμβάνοντας υπόψιν το σχήμα 2.38 προκύπτουν οι γωνίες στρέψης των τροχών ως

$$\tan(\delta_i) = \frac{l}{R - \frac{w}{2}} \quad \text{ή} \quad \cot(\delta_i) = \frac{R - \frac{w}{2}}{l} \quad (2.13)$$

$$\tan(\delta_o) = \frac{l}{R + \frac{w}{2}} \quad \text{ή} \quad \cot(\delta_o) = \frac{R + \frac{w}{2}}{l} \quad (2.14)$$



Σχήμα 2.38: Κινηματικό Μοντέλο Ackermann.

Αφαιρώντας τις εξισώσεις (2.13), (2.14), προκύπτει η συνθήκη Ackermann.

$$\cot \delta_i - \cot \delta_o = w/l \quad (2.15)$$

όπου

$\delta_i$  : γωνία στρέψης εσωτερικού (inner), ως προς την στροφή, τροχού.

$\delta_o$  : γωνία στρέψης εξωτερικού (outer), ως προς την στροφή, τροχού.

$L$  : μεταξόνιο (wheelbase).

$w$  : μετατρόχιο (track).

$R$  : ακτίνα τροχιάς που εκτελεί το μεσαίο σημείο μεταξύ των πίσω τροχών.

Το όχημα, που παρουσιάζεται στο σχήμα 2.38, πραγματοποιεί μία κυκλική τροχιά γύρω από το Στιγματό Κέντρο Περιστροφής  $O$ . Αν λάβουμε ως σημείο αναφοράς το κέντρο του πίσω άξονα (σημείο  $P$ ), τότε το όχημα εκτελεί μία κυκλική τροχιά, ακτίνας  $R$ , γύρω από το σημείο  $O$ . Η ακτίνα  $R$ , μπορεί να υπολογιστεί προσθέτοντας τις εξισώσεις (2.13), (2.14), ως

$$R = l \cdot \frac{\cot \delta_i + \cot \delta_o}{2} = l \cot \delta = \frac{l}{\tan \delta} \quad (2.16)$$

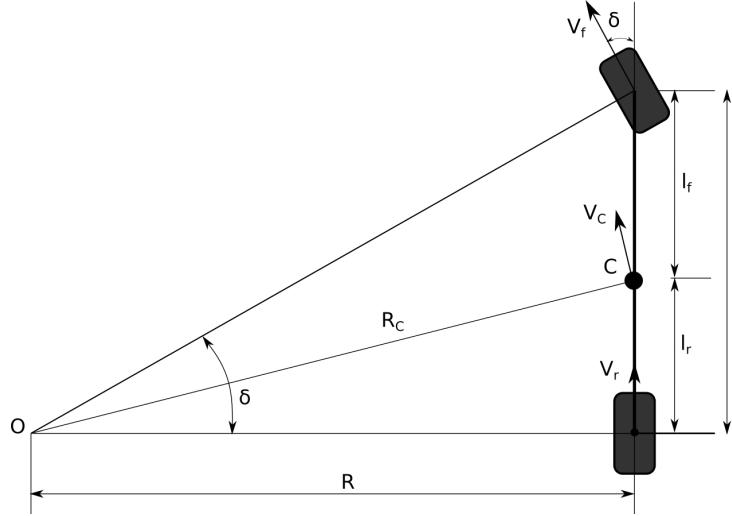
όπου  $\delta$  είναι η γωνία στρέψης του ισοδύναμου κινηματικού μοντέλου ποδηλάτου (σχήμα 2.39).

Αντίστοιχα, ο υπολογισμός της ακτίνας  $R_c$  του κέντρου μάζας του οχήματος, με βάση το σχήμα 2.38, προκύπτει

$$R_c = \sqrt{R^2 + l_R^2} = \sqrt{R^2 + (l - l_F)^2} \quad (2.17)$$

όπου,  $l_R$  και  $l_F$  είναι η απόσταση του κέντρου μάζας του οχήματος από τον άξονα των μπροστινών και πίσω τροχών αντίστοιχα, όπου  $l_R + l_F = l$ .

Κατά την κίνηση σε κυκλική τροχιά, κάθε τροχός του οχήματος διαγράφει διαφορετική τροχιά από τους υπόλοιπους. Για παράδειγμα, στο σχήμα 2.38, για να καταστεί δυνατή η εκτέλεση της τροχιάς, γύρω από το  $O$ , χωρίς ολίσθηση, θα πρέπει οι τροχοί να κινούνται ίδια γωνιακή ταχύτητα  $\dot{\theta}$ ,



Σχήμα 2.39: Ισοδύναμο μοντέλο ποδηλάτου Ackermann.

ως προς το κέντρο  $O$  και με διαφορετική γραμμική ταχύτητα, και άρα, καθένας, να περιστρέφεται με διαφορετική περιστροφική ταχύτητα  $\omega$ , ανάλογη της ακτίνας της τροχιάς που διαγράφει. Επομένως, ισχύει

$$\dot{\theta}_{ir} = \dot{\theta}_{or} = \dot{\theta}_{if} = \dot{\theta}_{of} = \dot{\theta} \quad (2.18)$$

και αντικαθιστώντας στην εξίσωση (2.18), την σχέση μεταξύ γωνιακής και γραμμικής ταχύτητας

$$v = \dot{\theta} \cdot R \quad (2.19)$$

η εξίσωση (2.18) μετασχηματίζεται στη μορφή

$$\frac{v_{ir}}{R_{ir}} = \frac{v_{or}}{R_{or}} = \frac{v_{if}}{R_{if}} = \frac{v_{of}}{R_{of}} = \dot{\theta} = \frac{v_c}{R_c} \quad (2.20)$$

όπου

$ir$  : εσωτερικός πίσω τροχός

$or$  : εξωτερικός πίσω τροχός

$if$  : εσωτερικός μπροστινός τροχός

$of$  : εξωτερικός μπροστινός τροχός

Επομένως, με βάση τις δύο παραπάνω παρατηρήσεις, και την σχέση (2.20) μπορεί να υπολογιστεί η γραμμική ταχύτητα κάθε τροχού, ως

$$v_{if} = \dot{\theta} \cdot R_{if} = \dot{\theta} \cdot \sqrt{l^2 + (R - \frac{w}{2})^2} \quad (2.21)$$

$$v_{of} = \dot{\theta} \cdot R_{of} = \dot{\theta} \cdot \sqrt{l^2 + (R + \frac{w}{2})^2} \quad (2.22)$$

$$v_{ir} = \dot{\theta} \cdot R_{ir} = \dot{\theta} \cdot (R - \frac{w}{2}) \quad (2.23)$$

$$v_{or} = \dot{\theta} \cdot R_{or} = \dot{\theta} \cdot (R + \frac{w}{2}) \quad (2.24)$$

Χρησιμοποιώντας, τις εξισώσεις (2.21) - (2.24), όπως επίσης και την σχέση μεταξύ γραμμικής ταχύτητας  $v$ , περιστροφικής ταχύτητας  $\omega$  και ακτίνας τροχού  $r$

$$v = \omega \cdot r \quad (2.25)$$

προκύπτουν οι περιστροφικές ταχύτητες των τροχών, ως

$$\omega_{ir} = \frac{\dot{\theta}}{r} \cdot R_{ir} = \frac{\dot{\theta}}{r} \cdot \left(R - \frac{w}{2}\right) \quad (2.26)$$

$$\omega_{or} = \frac{\dot{\theta}}{r} \cdot R_{or} = \frac{\dot{\theta}}{r} \cdot \left(R + \frac{w}{2}\right) \quad (2.27)$$

$$\omega_{if} = \frac{\dot{\theta}}{r} \cdot R_{if} = \frac{\dot{\theta}}{r} \cdot \sqrt{l^2 + \left(R - \frac{w}{2}\right)^2} \quad (2.28)$$

$$\omega_{of} = \frac{\dot{\theta}}{r} \cdot R_{of} = \frac{\dot{\theta}}{r} \cdot \sqrt{l^2 + \left(R + \frac{w}{2}\right)^2} \quad (2.29)$$

Τέλος, οι ταχύτητες του κέντρου του άξονα των πίσω τροχών, ως προς ένα αυθαίρετο εξωτερικό σύστημα συντεταγμένων, βάση του *ισοδύναμου κινηματικού μοντέλου Ackermann*, είναι:

$$\dot{X}_r = v_r \cdot \cos \theta \quad (2.30)$$

$$\dot{Y}_r = v_r \cdot \sin \theta \quad (2.31)$$

$$\dot{\Theta}_r = \frac{v_r}{l} \cdot \tan \delta \quad (2.32)$$

Ενώ, οι ταχύτητες του κέντρου του άξονα των μπροστινών τροχών, ως προς ένα αυθαίρετο εξωτερικό σύστημα συντεταγμένων, είναι:

$$\dot{X}_f = v_f \cdot \cos(\theta + \delta) \quad (2.33)$$

$$\dot{Y}_f = v_f \cdot \sin(\theta + \delta) \quad (2.34)$$

$$\dot{\Theta}_f = \frac{v_f \cdot \sin \delta}{l} \quad (2.35)$$

### 2.3.2 Κινηματικό Μοντέλο Τετραδιεύθυνσης

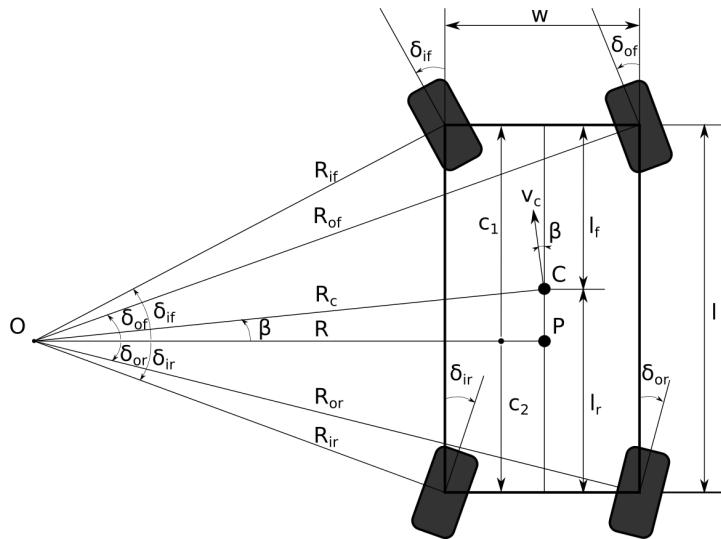
Το *κινηματικό μοντέλο τετραδιεύθυνσης* αποτελεί επέκταση του *κινηματικού μοντέλου Ackermann*, χρησιμοποιώντας, ταυτόχρονη στρέψη των μπροστινών και πίσω τροχών του οχήματος. Προσφέρει, με αυτόν τον τρόπο μεγαλύτερη ευελιξία, μέσω μειωμένης ακτίνας τροχιάς, συγκριτικά με το απλό μοντέλο *Ackermann* ( $R_{4WS,min} < R_{2WS,min}$ ), ενώ, ακόμα, παρέχει και δυνατότητα διαγώνιας κίνησης, μέσω παραλληλης στρέψη των τροχών (crab steering). Επίσης, στην ειδική περίπτωση, που κάθε τροχός, μπορεί να κινηθεί και να στραφεί ανεξάρτητα από τους άλλους, το όχημα μπορεί να πραγματοποιήσει επί τόπου στροφή (0-point-turn,  $R_{min} = 0$ ), κάτι που δεν εφαρμόζεται στην ρομποτική πλατφόρμα *Monstertruck*.

Στην παρούσα ενότητα, θα μας απασχολήσει η κινηματική ανάλυση του μοντέλου τετραδιεύθυνσης, για τις λειτουργίες, της *αρνητικής στρέψης* (counter/negative steering) και της *θετικής στρέψης* (same/positive/crab steering) των τροχών. Η αρνητική τετραδιεύθυνση, χρησιμοποιείται σε αυτοκίνητα, για χαμηλές ταχύτητες ( $< 40 km/h$ ), με στόχο την αυξημένη ευελιξία, μέσω πραγματοποίησης πιο στενών ελιγμών. Αντίθετα, η θετική τετραδιεύθυνση, χρησιμοποιείται για, υψηλές ταχύτητες ( $> 40 km/h$ ),

για πιο ομαλή αλλαγή λωρίδων, μέσω πιο μικρών μεταβολών στην ακτίνα της τροχιάς που εκτελεί. Σε ρομποτικές εφαρμογές, όπως και η παρούσα, όπου οι ταχύτητες είναι πολύ μικρότερες, το μοντέλο θετικής στρέψης μπορεί να χρησιμοποιηθεί σε αλγορίθμους κατασκευής μονοπατιών, για την επέκταση του ρεπερτορίου των δυνατών κινήσεων, αλλά και για την ενίσχυση αλγορίθμων διάσχισης μονοπατιού, μέσω διόρθωσης απόκλισης, σε περιπτώσεις παρεκκλίνουσας συμπεριφοράς, λόγω εξωτερικών παραγόντων, όπως ολίσθηση, ή ατελειών του κινηματικού ή του δυναμικού μοντέλου του οχήματος. Επίσης, στην ειδική περίπτωση θετικής τετραδιεύθυνσης, όπου οι πίσω τροχοί στρέφονται με την ίδια γωνία και φορά με τους μπροστινούς, το όχημα κινείται πλαγίως, με μηδενική γωνιακή ταχύτητα και άρα μηδενική μεταβολή προσανατολισμού.

Η κινηματική ανάλυση του μοντέλου τετραδιεύθυνσης, ακολουθεί ίδια κατεύθυνση με την κινηματική ανάλυση του μοντέλου Ackermann, μέσω μία αντίστοιχης συνθήκης στρέψης των τροχών (steering condition) [4]. Η συνθήκη αυτή, την οποία θα καλούμε, συνθήκη τετραδιεύθυνσης, ορίζει την σχέση μεταξύ των γωνιών στρέψης και των τεσσάρων τροχών, έτσι ώστε, οι, κάθετοι στους τροχούς, άξονες να τέμνονται σε ένα κοινό σημείο (σχήματα 2.40, 2.41).

Η ανάλυση του κινηματικού μοντέλου τετραδιεύθυνσης και η εξαγωγή των εξισώσεων και σχέσεων, που ακολουθεί στην συνέχεια, χρησιμοποιεί την διάταξη αρνητικής τετραδιεύθυνσης, που παρουσιάζεται στο σχήμα 2.40, αλλά ισχύει, παράλληλα και για την διάταξη θετικής τετραδιεύθυνσης, γεγονός που μπορεί να αποδειχθεί με απλή γεωμετρική ανάλυση του σχήματος 2.41.



Σχήμα 2.40: Κινηματικό μοντέλο αρνητικής τετραδιεύθυνσης.

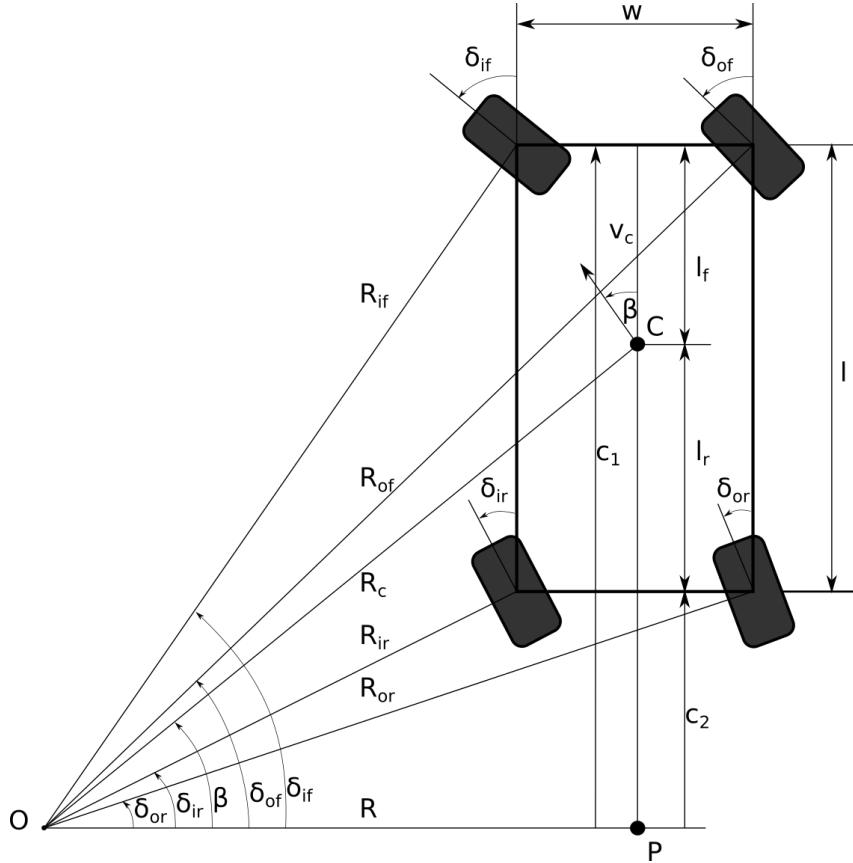
Μέσω γεωμετρικής ανάλυσης του σχήματος 2.40, βάση του ορισμού της συνθήκης τετραδιεύθυνσης, προκύπτουν οι γωνίες στρέψης των τροχών του οχήματος:

$$\tan \delta_{if} = \frac{c_1}{R - \frac{w}{2}} \quad (2.36)$$

$$\tan \delta_{of} = \frac{c_1}{R + \frac{w}{2}} \quad (2.37)$$

$$\tan \delta_{ir} = \frac{c_2}{R - \frac{w}{2}} \quad (2.38)$$

$$\tan \delta_{or} = \frac{c_2}{R + \frac{w}{2}} \quad (2.39)$$



Σχήμα 2.41: Κινηματικό μοντέλο θετικής τετραδιεύθυνσης.

Αντιστρέφοντας και αφαιρώντας τις σχέσεις (2.36), (2.37) και (2.38), (2.39) προκύπτουν οι συνθήκες τετραδιεύθυνσης των μπροστινών και πίσω τροχών, αντίστοιχα.

$$\cot \delta_{of} - \cot \delta_{if} = \frac{w}{c_1} \quad (2.40)$$

$$\cot \delta_{or} - \cot \delta_{ir} = \frac{w}{c_2} \quad (2.41)$$

Έπειτα, προσθέτοντας τις προκύπτουσες εξισώσεις (2.40), (2.41), λαμβάνεται η μαθηματική εξίσωση της συνθήκης τετραδιεύθυνσης.

$$\frac{1}{\cot \delta_{of} - \cot \delta_{if}} + \frac{1}{\cot \delta_{or} - \cot \delta_{ir}} = \frac{c_1 - c_2}{w} = \frac{l}{w} \quad (2.42)$$

Η γωνία  $\beta$  πλευρικής ολίσθησης (sideslip angle) [6] του κέντρου μάζας  $C$  του οχήματος, υπολογίζεται, εύκολα, από το ισοδύναμο μοντέλο ποδηλάτου τετραδιεύθυνσης (σχήμα 2.42).

$$\tan \beta = \frac{l_r \cdot \tan \delta_f + l_f \cdot \tan \delta_r}{l} \quad (2.43)$$

όπου

$\delta_f$  : γωνία στρέψης μπροστινού τροχού ισοδύναμου μοντέλου ποδηλάτου τετραδιεύθυνσης

$\delta_r$  : γωνία στρέψης πίσω τροχού ισοδύναμου μοντέλου ποδηλάτου τετραδιεύθυνσης

Οι γωνίες στρέψης  $\delta_f$  και  $\delta_r$ , μπορούν να υπολογιστούν για ένα όχημα με τετραδιεύθυνση ως

$$\cot \delta_f = \frac{\cot \delta_{if} + \cot \delta_{of}}{2} = \frac{R}{c_1} \quad (2.44)$$

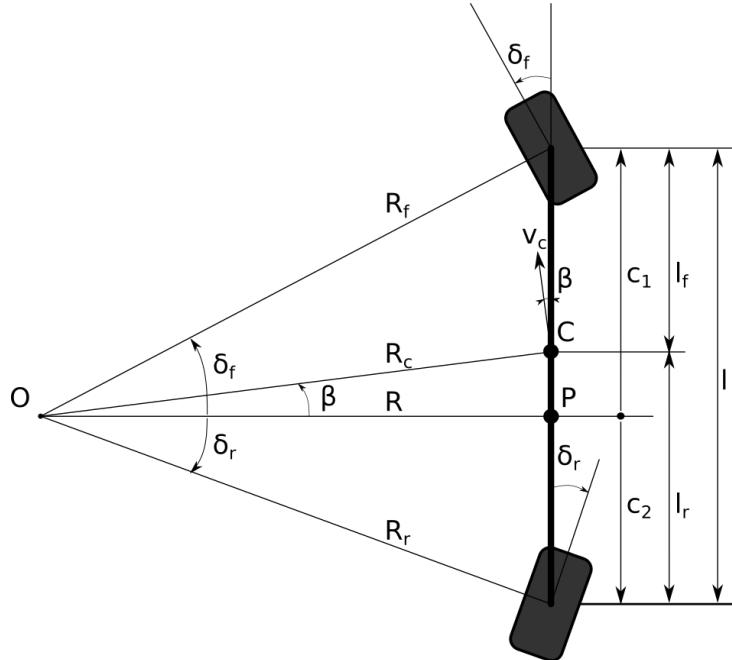
$$\cot \delta_r = \frac{\cot \delta_{ir} + \cot \delta_{or}}{2} = \frac{R}{c_2} \quad (2.45)$$

Αντιστρέφοντας και αφαιρώντας τις εξισώσεις (2.45), (2.44), υπολογίζεται η ακτίνα  $R$  της τροχιάς, του σημείου  $P$

$$R = \frac{l}{\tan \delta_f - \tan \delta_r} \quad (2.46)$$

και έπειτα η ακτίνα  $R_c$  της τροχιάς του κέντρου μάζας  $C$  του οχήματος.

$$R_c = \frac{R}{\cos \beta} = \frac{l}{\cos \beta \cdot (\tan \delta_f - \tan \delta_r)} \quad (2.47)$$



Σχήμα 2.42: Ισοδύναμο μοντέλο ποδηλάτου αρνητικής τετραδιεύθυνσης.

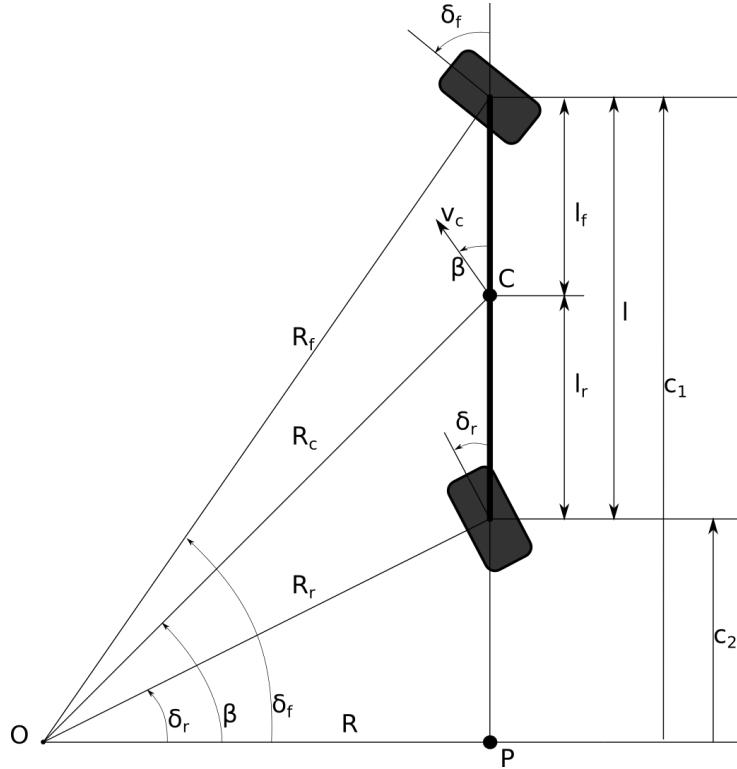
Για τον υπολογισμό των ταχυτήτων θα χρησιμοποιηθούν και πάλι, οι εξισώσεις (2.18)-(2.20), εφόσον ισχύουν και στην προκειμένη περίπτωση, σε συνδυασμό με τις σχέσεις των ακτίνων τροχιάς κάθε τροχού, όπως προκύπτει από το σχήμα 2.40.

$$R_{if} = \frac{R - \frac{w}{2}}{\cos \delta_{if}} \quad (2.48)$$

$$R_{of} = \frac{R + \frac{w}{2}}{\cos \delta_{of}} \quad (2.49)$$

$$R_{ir} = \frac{R - \frac{w}{2}}{\cos \delta_{ir}} \quad (2.50)$$

$$R_{or} = \frac{R + \frac{w}{2}}{\cos \delta_{or}} \quad (2.51)$$



**Σχήμα 2.43:** Ισοδύναμο μοντέλο ποδηλάτου θετικής τετραδιεύθυνσης.

Επομένως, οι γραμμικές ταχύτητες των τροχών προκύπτουν, ως

$$v_{if} = \dot{\theta} \cdot R_{if} = \frac{v_c}{R_c} \cdot \frac{R - \frac{w}{2}}{\cos \delta_{if}} \quad (2.52)$$

$$v_{of} = \dot{\theta} \cdot R_{of} = \frac{v_c}{R_c} \cdot \frac{R + \frac{w}{2}}{\cos \delta_{of}} \quad (2.53)$$

$$v_{ir} = \dot{\theta} \cdot R_{ir} = \frac{v_c}{R_c} \cdot \frac{R - \frac{w}{2}}{\cos \delta_{ir}} \quad (2.54)$$

$$v_{or} = \dot{\theta} \cdot R_{or} = \frac{v_c}{R_c} \cdot \frac{R + \frac{w}{2}}{\cos \delta_{or}} \quad (2.55)$$

και αντίστοιχα οι περιστροφικές ταχύτητες των τροχών, με βάση την εξίσωση (2.25), προκύπτουν

$$\omega_{if} = \frac{v_{if}}{r} = \frac{v_c}{r \cdot R_c} \cdot \frac{R - \frac{w}{2}}{\cos \delta_{if}} \quad (2.56)$$

$$\omega_{of} = \frac{v_{if}}{r} = \frac{v_c}{r \cdot R_c} \cdot \frac{R + \frac{w}{2}}{\cos \delta_{of}} \quad (2.57)$$

$$\omega_{ir} = \frac{v_{if}}{r} = \frac{v_c}{r \cdot R_c} \cdot \frac{R - \frac{w}{2}}{\cos \delta_{ir}} \quad (2.58)$$

$$\omega_{or} = \frac{v_{if}}{r} = \frac{v_c}{r \cdot R_c} \cdot \frac{R + \frac{w}{2}}{\cos \delta_{or}} \quad (2.59)$$

Με βάση την παραπάνω κινηματική ανάλυση, οι εξισώσεις των ταχυτήτων, του οχήματος, ως προς το κέντρο μάζας του  $C$ , μπορούν να υπολογιστούν, χρησιμοποιώντας τις σχέσεις

$$\tan \beta = \frac{v_{c,y}}{v_{c,x}} \Leftrightarrow v_{c,y} = v_{c,x} \cdot \tan \beta \quad (2.60)$$

$$v_c^2 = v_{c,x}^2 + v_{c,y}^2 \Leftrightarrow v_c^2 = v_{c,x}^2 - v_{c,x}^2 \cdot \tan^2 \beta \quad (2.61)$$

$$v_c = \omega_c \cdot R_c \quad (2.62)$$

από τις οποίες, τελικά προκύπτουν οι εξισώσεις των ταχυτήτων του οχήματος, ως προς το κέντρο μάζας του  $C$ :

$$v_{c,x} = \frac{v_c}{\sqrt{1 + \tan^2 \beta}} \quad (2.63)$$

$$v_{c,y} = \frac{v_c \cdot \tan \beta}{\sqrt{1 + \tan^2 \beta}} \quad (2.64)$$

$$\omega_c = \frac{v_c \cdot \cos \beta \cdot (\tan \delta_f - \tan \delta_r)}{l} \quad (2.65)$$

όπου

$v_c$  : η συνισταμένη γραμμική ταχύτητα του κέντρου μάζας του οχήματος

$v_{c,x}$  : η γραμμική επιμήκης ταχύτητα του κέντρου μάζας του οχήματος

$v_{c,y}$  : η γραμμική εγκάρσια ταχύτητα του κέντρου μάζας του οχήματος

$\omega_c$  : η γωνιακή ταχύτητα του κέντρου μάζας του οχήματος

Τέλος, οι ταχύτητες κέντρου μάζας  $C$  του οχήματος, ως προς ένα αυθαίρετο εξωτερικό σύστημα συντεταγμένων, προκύπτουν βάση του *ισοδύναμου κινηματικού μοντέλου ποδηλάτου τετραδιεύθυνσης* (σχήμα 2.42) [7].

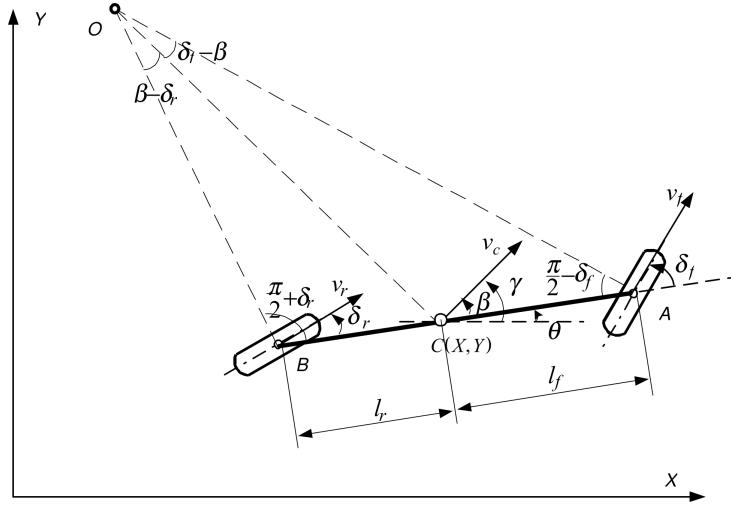
$$\dot{X} = v_c \cdot \cos(\theta + \beta) \quad (2.66)$$

$$\dot{Y} = v_c \cdot \sin(\theta + \beta) \quad (2.67)$$

$$\dot{\Theta} = \omega_c = \frac{v_c \cdot \cos \beta \cdot (\tan \delta_f - \tan \delta_r)}{l} \quad (2.68)$$

όπου,

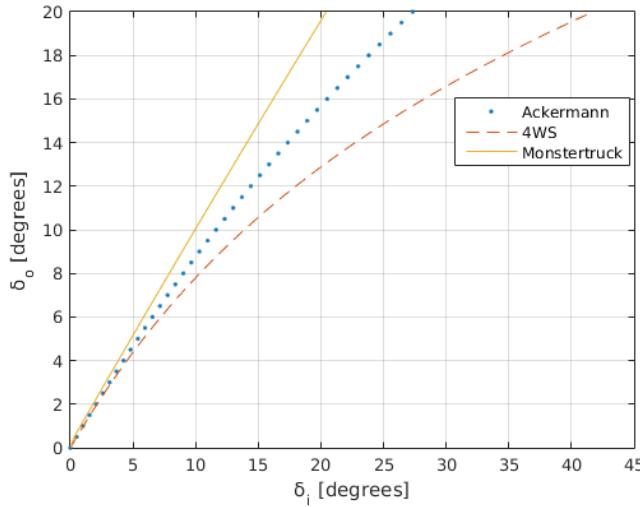
$$v_c = \frac{v_f \cdot \cos \delta_f + v_r \cos \delta_r}{2 \cdot \cos \beta} \quad (2.69)$$



Σχήμα 2.44: Ισοδύναμο κινηματικό μοντέλο ποδηλάτου τετραδιεύθυνσης στο επίπεδο XY [7].

### 2.3.3 Κινηματικό Μοντέλο Ρομποτικής Πλατφόρμας *Monstertruck*

Η ρομποτική πλατφόρμα *Monstertruck* περιλαμβάνει ένα μη ιδανικό κινηματικό μοντέλο τετραδιεύθυνσης, με την έννοια, ότι δεν υπακούει στην συνθήκη τετραδιεύθυνσης (2.42). Το γεγονός αυτό, οφείλεται στο μηχανισμό μετάδοσης της στρέψης των τροχών που παρουσιάστηκε στην ενότητα 2.2.2 και ο οποίος ορίζει μία σχέση, μεταξύ εσωτερικού και εξωτερικού τροχού, με αρκετά μεγάλη απόκλιση από την ιδανική, όπως παρουσιάζεται και στο σχήμα 2.45.



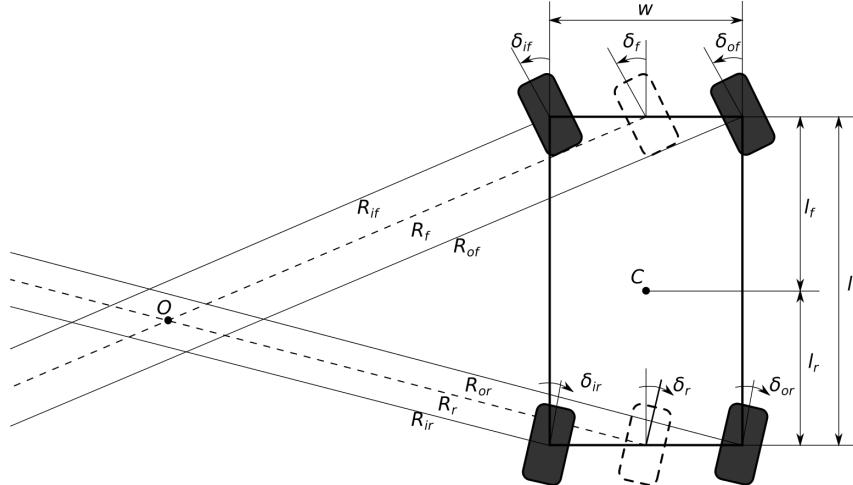
Σχήμα 2.45: Η σχέση στρέψης μεταξύ εσωτερικού και εξωτερικού τροχού για τα κινηματικά μοντέλα Ackermann, Τετραδιεύθυνσης και της ρομποτικής πλατφόρμας *Monstertruck*.

Εφόσον, παραβιάζεται η συνθήκη τετραδιεύθυνσης (2.42), η κίνηση της ρομποτικής πλατφόρμας *Monstertruck*, θα επιβαρύνεται από πλευρική ολίσθηση των τροχών. Παρόλα αυτά, επειδή, η ρομποτική πλατφόρμα, σχεδιάστηκε και προορίζεται για εφαρμογές εξαιρετικά μικρών ταχυτήτων και επομένως τυχόν δυναμικά φαινόμενα, που παρουσιάζονται, κατά την κίνηση, είναι αμελητέα, η κίνηση της ρομποτικής πλατφόρμας, μπορεί να προσεγγισθεί από το ιδανικό κινηματικό μοντέλο τετραδιεύθυνσης.

Για την κινηματική ανάλυση του μοντέλου της ρομποτικής πλατφόρμας *Monstertruck*, θα χρησιμοποιήσουμε τις παραδοχές, ότι η διαφορά της γωνίας στρέψης μεταξύ δεξιού και αριστερού τροχού

είναι αμελητέα και ότι σε χαμηλές ταχύτητες, η κίνηση της ρομποτικής πλατφόρμας, περιγράφεται, με αμελητέο σφάλμα, από τις εξισώσεις κίνησης του κινηματικού μοντέλου τετραδιεύθυνσης στο επίπεδο.

Το μη ιδανικό κινηματικό μοντέλο τετραδιεύθυνσης της ρομποτικής πλατφόρμας *Monstertruck*, παρουσιάζεται στο σχήμα 2.46. Στο μοντέλο αυτό, το Στιγμαίο Κέντρο Περιστροφής  $O$ , βρίσκεται στην τομή των κάθετων στους τροχούς, αξόνων του ισοδύναμου κινηματικού μοντέλου ποδηλάτου τετραδιεύθυνσης. Σαν αποτέλεσμα η διεύθυνση κάθε τροχού είναι διάφορη της διεύθυνσης της ταχύτητας του κατά μία γωνία  $\alpha$ , που ονομάζεται γωνία πλευρικής ολίσθησης τροχού (*side slip angle*) [5], όπως παρουσιάζεται στο σχήμα 2.47.



**Σχήμα 2.46:** Το κινηματικό μοντέλο της ρομποτικής πλατφόρμας *Monstertruck*, σε διάταξη αρνητικής τετραδιεύθυνσης;

Με βάση το μη ιδανικό μοντέλο τετραδιεύθυνσης, που παρουσιάζεται στο σχήμα 2.47, ο εσωτερικός τροχός στρέφεται κατά ίδια γωνία με τον αντίστοιχο εξωτερικό. Παρόλα αυτά, επειδή το όχημα, εκτελεί μία περιστροφική κίνηση, γύρω από το  $O$ , οι εξωτερικοί τροχοί διανύουν μεγαλύτερη απόσταση από τους εσωτερικούς, το οποίο σημαίνει ότι οι τροχοί ολισθαίνουν. Οι γωνίες της συνισταμένης ταχύτητας των τροχών δίνονται από τις ακόλουθες σχέσεις.

$$\cot(\delta_{if} + \alpha_{if}) = \frac{R - \frac{w}{2}}{c_1} \quad (2.70)$$

$$\cot(\delta_{of} - \alpha_{of}) = \frac{R + \frac{w}{2}}{c_1} \quad (2.71)$$

$$\cot(\delta_{ir} + \alpha_{ir}) = \frac{R - \frac{w}{2}}{c_2} \quad (2.72)$$

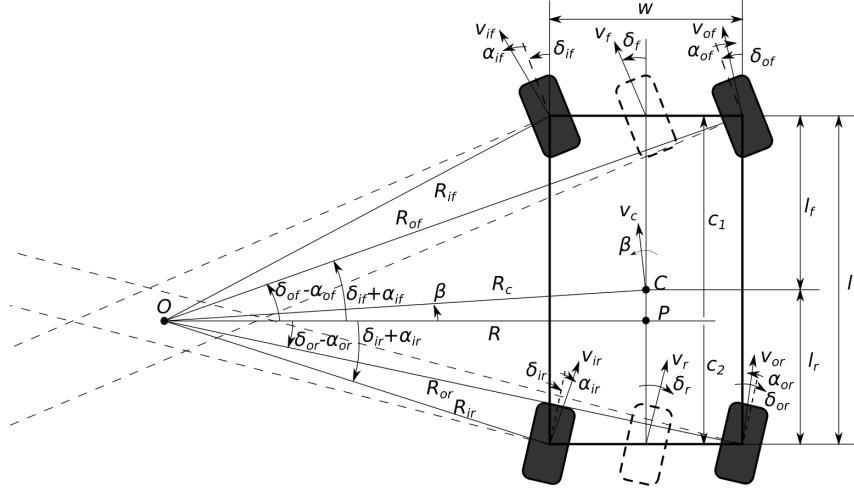
$$\cot(\delta_{or} - \alpha_{or}) = \frac{R + \frac{w}{2}}{c_2} \quad (2.73)$$

Αφαιρώντας τις (2.70), (2.71) και (2.72), (2.73) προκύπτουν οι σχέσεις τετραδιεύθυνσης του μη ιδανικού μοντέλου, για τους μπροστινούς και πίσω τροχούς.

$$\cot(\delta_{of} - \alpha_{of}) - \cot(\delta_{if} + \alpha_{if}) = \frac{w}{c_1} \quad (2.74)$$

$$\cot(\delta_{or} - \alpha_{or}) - \cot(\delta_{ir} + \alpha_{ir}) = \frac{w}{c_2} \quad (2.75)$$

$$(2.76)$$



**Σχήμα 2.47:** Το μη ιδανικό κινηματικό μοντέλο τετραδιεύθυνσης, με πλευρική ολίσθηση τροχών, της ρομποτικής πλατφόρμας Monstertruck, σε διάταξη αρνητικής τετραδιεύθυνσης.

Έπειτα, αντιστρέφοντας και αφαιρώντας τις σχέσεις (2.74), (2.75) προκύπτει τελικά, η κινηματική συνθήκη του μη ιδανικού μοντέλου τετραδιεύθυνσης της ρομποτικής πλατφόρμας Monstertruck [5].

$$\frac{1}{\cot(\delta_{of} - \alpha_{of}) - \cot(\delta_{if} + \alpha_{if})} - \frac{1}{\cot(\delta_{or} - \alpha_{or}) - \cot(\delta_{ir} + \alpha_{ir})} = \frac{c_1 - c_2}{w} = \frac{l}{w} \quad (2.77)$$

Με βάση την παραδοχή, ότι το όχημα περιστρέφεται με συνισταμένη γραμμική ταχύτητα  $v_c$  και γωνιακή ταχύτητα  $\omega_c$ , γύρω από το κέντρο  $O$ , υπολογίζονται αρχικά οι ακτίνες περιστροφής των τροχών γύρω από το κέντρο  $O$ .

$$R_{if} = \frac{R_c}{\cos(\delta_{if} + \alpha_{if})} \quad (2.78)$$

$$R_{of} = \frac{R_c}{\cos(\delta_{of} - \alpha_{of})} \quad (2.79)$$

$$R_{ir} = \frac{R_c}{\cos(\delta_{ir} + \alpha_{ir})} \quad (2.80)$$

$$R_{or} = \frac{R_c}{\cos(\delta_{or} - \alpha_{or})} \quad (2.81)$$

Έπειτα, μπορούμε να υπολογίσουμε τις συνισταμένες ταχύτητες κάθε τροχού γύρω από το κέντρο  $O$ , χρησιμοποιώντας την αντίστοιχη ακτίνα τροχιάς.

$$v_{if} = \dot{\theta} \cdot R_{if} = \frac{v_c}{R_c} \cdot \frac{R - \frac{w}{2}}{\cos(\delta_{if} - \alpha_{if})} \quad (2.82)$$

$$v_{of} = \dot{\theta} \cdot R_{of} = \frac{v_c}{R_c} \cdot \frac{R + \frac{w}{2}}{\cos(\delta_{of} - \alpha_{of})} \quad (2.83)$$

$$v_{ir} = \dot{\theta} \cdot R_{ir} = \frac{v_c}{R_c} \cdot \frac{R - \frac{w}{2}}{\cos(\delta_{ir} + \alpha_{ir})} \quad (2.84)$$

$$v_{or} = \dot{\theta} \cdot R_{or} = \frac{v_c}{R_c} \cdot \frac{R + \frac{w}{2}}{\cos(\delta_{or} - \alpha_{or})} \quad (2.85)$$

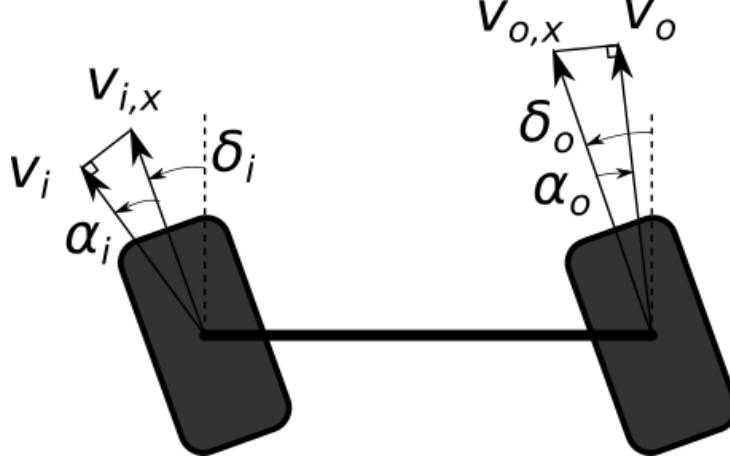
Επομένως, με βάση τις συνισταμένες ταχύτητες  $v$  και τις γωνίες πλευρικής ολίσθησης  $\alpha$ , (σχήμα 2.48) μπορούμε να υπολογίσουμε τις επιψήμετρες ταχύτητες των τροχών ως

$$v_{if,x} = \frac{v_{if}}{\cos \alpha_{if}} \quad (2.86)$$

$$v_{of,x} = \frac{v_{of}}{\cos \alpha_{of}} \quad (2.87)$$

$$v_{ir,x} = \frac{v_{ir}}{\cos \alpha_{ir}} \quad (2.88)$$

$$v_{or,x} = \frac{v_{or}}{\cos \alpha_{or}} \quad (2.89)$$



Σχήμα 2.48: Ολίσθηση τροχών, λόγω μη ιδανικού μηχανισμού στρέψης.

Τέλος, οι περιστροφικές ταχύτητες των τροχών, υπολογίζονται από τις ακόλουθες σχέσεις

$$\omega_{if} = \frac{v_{if,x}}{r} = \frac{v_c \cdot (R - \frac{w}{2})}{r \cdot R_c \cdot \cos \alpha_{if} \cdot \cos(\delta_{if} - \alpha_{if})} \quad (2.90)$$

$$\omega_{of} = \frac{v_{of,x}}{r} = \frac{v_c \cdot (R - \frac{w}{2})}{r \cdot R_c \cdot \cos \alpha_{of} \cdot \cos(\delta_{of} - \alpha_{of})} \quad (2.91)$$

$$\omega_{ir} = \frac{v_{ir,x}}{r} = \frac{v_c \cdot (R - \frac{w}{2})}{r \cdot R_c \cdot \cos \alpha_{ir} \cdot \cos(\delta_{ir} - \alpha_{ir})} \quad (2.92)$$

$$\omega_{or} = \frac{v_{or,x}}{r} = \frac{v_c \cdot (R - \frac{w}{2})}{r \cdot R_c \cdot \cos \alpha_{or} \cdot \cos(\delta_{or} - \alpha_{or})} \quad (2.93)$$

Οι παραπάνω τύποι, μπορούν να χρησιμοποιηθούν και για διαφορετικά κινηματικά μοντέλα *τετραδιεύθυνσης*, αντικαθιστώντας κατάλληλα τις γωνίες στρέψης  $\delta$  και τις γωνίες πλευρικής ολίσθησης  $\alpha$ . Επίσης, περιγράφουν και το ιδανικό κινηματικό μοντέλο *τετραδιεύθυνσης* για μηδενικές γωνίες πλευρικής ολίσθησης  $\alpha$  των τροχών και για γωνίες στρέψης  $\delta$  που υπακούν στις εξισώσεις (2.36)-(2.39).

Για τις γωνίες στρέψης της ρομποτικής πλατφόρμας Monstertruck, με βάση την παραδοχή της αμελητέας διαφοράς στρέψης, ισχύουν οι ακόλουθες εξισώσεις.

$$\delta_{if} = \delta_{of} = \delta_f \quad (2.94)$$

$$\delta_{ir} = \delta_{or} = \delta_r \quad (2.95)$$

Επομένως, οι γωνίες πλευρικής ολίσθησης προκύπτουν ως

$$\alpha_{if} = \tan^{-1}\left(\frac{c_1}{R - \frac{w}{2}}\right) - \delta_f \quad (2.96)$$

$$\alpha_{of} = -\tan^{-1}\left(\frac{c_1}{R + \frac{w}{2}}\right) + \delta_f \quad (2.97)$$

$$\alpha_{ir} = \tan^{-1}\left(\frac{c_2}{R - \frac{w}{2}}\right) - \delta_r \quad (2.98)$$

$$\alpha_{or} = -\tan^{-1}\left(\frac{c_2}{R + \frac{w}{2}}\right) + \delta_r \quad (2.99)$$

Τέλος, οι ταχύτητες του κέντρου μάζας C του οχήματος, ως προς ένα αυθαίρετο σύστημα συντεταγμένων, υπολογίζονται από τους τύπους του ιδανικού κινηματικού μοντέλου τετραδιεύθυνσης (2.66)-(2.68).

## Κεφάλαιο 3

# Αυτόνομη Πλοήγηση σε Άγνωστο Περιβάλλον

Στο παρόν κεφάλαιο θα παρουσιαστούν μέθοδοι και αλγόριθμοι που χρησιμοποιήθηκαν στη ρομποτική πλατφόρμα Monstertuck, για να καταστεί δυνατή η αυτόνομη πλοήγηση της σε ένα άγνωστο περιβάλλον. Θα μας απασχολήσουν θέματα σχετικά με τον εντοπισμό της θέσης του ρομποτικού οχήματος στον χώρο και την χαρτογράφηση του χώρου αυτού, μέσω μετρήσεων από τους αισθητήρες του ρομπότ αλλά και την ασφαλή και κινηματικά εφικτή αυτόνομη πλοήγηση μέσα σε αυτόν, αποσκοπώντας στην άφιξη σε έναν δεδομένο στόχο, ή την πλήρη εξερεύνηση του χώρου.

### 3.1 Εντοπισμός Θέσης και Χαρτογράφηση

Κατά την αυτόνομη πλοήγηση, ένα ρομποτικό όχημα θα πρέπει να γνωρίζει την θέση και τον προσανατολισμό του, δηλαδή την πόζα του, ως προς ένα συγκεκριμένο αδρανειακό πλαίσιο. Το πρόβλημα εντοπισμού θέσης (localization), συνήθως λύνεται βάσει ενός συνόλου μεθόδων που παρέχουν πληροφορία, σχετικά με την πόζα του ρομπότ. Η πληροφορία αυτή μπορεί να είναι είτε απόλυτη (global localization), είτε σχετική (local localization) [2]. Για παράδειγμα, αισθητήρες GPS, παρέχουν απόλυτη πληροφορία για την πόζα ενός ρομποτικού οχήματος, με βάση ορόσημα (landmarks). Αντίθετα, αισθητήρες, που μετρούν ταχύτητες ή ανιχνεύουν οπτικά χαρακτηριστικά στο περιβάλλον, παρέχουν μία σχετική πληροφορία της νέας πόζας του ρομποτικού οχήματος, ως προς την προηγούμενη.

Συνήθως, στις σύγχρονες ρομποτικές εφαρμογές, χρησιμοποιείται πληθώρα αισθητήρων και άρα πηγών πληροφορίας, είτε σχετική, είτε απόλυτη, σχετικά με την πόζα του ρομποτικού οχήματος και επομένως απαιτούνται μέθοδοι συνδυασμού και συγχώνευσης της πληροφορίας από όλες τις πηγές, για την παραγωγή μίας πιο αξιόπιστης εκτίμησης της κατάστασης του. Για την εξυπηρέτηση του σκοπού αυτού, ιδιαίτερα δημοφιλή λύση, αποτελεί η χρήση πιθανοτικών μεθόδων, όπως τα Φίλτρα Kalman, ο Εντοπισμός Θέσης Markov (Markov Localization) και Monte Carlo (Monte Carlo Localization).

Για να μπορεί ένα ρομπότ να ξέρει ανά πάσα στιγμή την θέση του και να μπορεί να πλοηγηθεί σε ένα άγνωστο περιβάλλον για να φτάσει σε κάποιον στόχο, αποφεύγοντας, ταυτόχρονα, τυχόν εμπόδια, θα πρέπει να διαθέτει μία μέθοδο χαρτογράφησης του περιβάλλοντος του. Επομένως, η χαρτογράφηση αποτελεί μία απαραίτητη ικανότητα για κάθε αυτόνομο ρομπότ, που προορίζεται για χρήση σε άγνωστο περιβάλλον. Μία αξιόπιστη μέθοδος χαρτογράφησης, όμως, προϋποθέτει και μία αποδοτική και εύρωστη μέθοδο εντοπισμού θέσεις. Γι αυτό το λόγο, υπάρχει το ευρέως μελετημένο αντικείμενο αλγορίθμων Ταυτόχρονης Χαρτογράφησης και Εντοπισμού Θέσης (SLAM).

#### 3.1.1 Οδομετρία

Η Οδομετρία είναι μία μέθοδος υπολογισμού της μεταβολής της πόζας ενός ρομποτικού οχήματος. Οι πιο δημοφιλείς μέθοδοι οδομετρίας, σε ρομποτικές εφαρμογές, είναι η οδομετρία τροχών (wheel

odometry) και η οπτική οδομετρία (visual odometry). Η οδομετρία τροχών χρησιμοποιεί τις μετρήσεις των ταχυτήτων των τροχών ενός ρομποτικού οχήματος για την εξαγωγή των ταχυτήτων αυτού και μέσω ολοκλήρωσης των ταχυτήτων, υπολογίζει την μεταβολή της πόζας του οχήματος. Αντίστοιχα, η οπτική οδομετρία, χρησιμοποιεί μία κάμερα για τον υπολογισμό της μεταβολής της πόζας του οχήματος, μέσω των μεταβολών, μεταξύ διαδοχικών εικόνων. Στην προκειμένη περίπτωση, παρόλα αυτά, θα μας απασχολήσει μόνο η περίπτωση της οδομετρίας τροχών.

Η οδομετρία τροχών απαιτεί την μέτρηση της ταχύτητας κάθε τροχού και με βάση το κινηματικό μοντέλο την εξαγωγή των ταχυτήτων του οχήματος. Παρόλα αυτά, η ρομποτική πλατφόρμα Monstetruck, δεν περιλαμβάνει ξεχωριστούς κινητήρες και αισθητήρες μέτρησης ταχύτητας για κάθε τροχό, αλλά μόνο έναν κινητήρα του συστήματος τετρακίνησης, που μεταδίδει την κίνηση και στους τέσσερις τροχούς. Επομένως, θα λάβουμε την παραδοχή, ότι οι ταχύτητες κάθε τροχού υπακούν στις εξισώσεις (2.82)-(2.85) του κινηματικού μοντέλου της ρομποτικής πλατφόρμας Monstetruck, με βάση την μέτρηση της ταχύτητας που παρέχει ο εν λόγω κινητήρας.

Η γραμμική ταχύτητα του οχήματος προκύπτει από την μέτρηση της ταχύτητας του κινητήρα, ως

$$v_c = \frac{\omega_{motor}}{644 \cdot r} \quad (3.1)$$

ενώ οι γωνίες στρέψης  $\delta_f, \delta_r, \delta_l, \delta_r$  των τροχών, υπολογίζονται από τις γωνίες στρέψεις των σερβοκινητήρων και τις σχέσεις (2.9).

Με βάση τις γωνίες στρέψης των τροχών, μπορούμε να υπολογίσουμε τις γωνίες στρέψης  $\delta_f, \delta_r$  του ισοδύναμου κινηματικού μοντέλου ποδηλάτου τετραδιεύθυνσης, μέσω των τύπων (2.44), (2.45) και, επομένως, την γωνία πλευρικής ολίσθησης  $\beta$  του κέντρου μάζας  $C$  του οχήματος, βάσει του τύπου (2.43).

Έπειτα, μέσω της γωνίας πλευρικής ολίσθησης  $\beta$ , των γωνιών στρέψης  $\delta_f, \delta_r$  και της συνισταμένης γραμμικής ταχύτητας του κέντρου μάζας  $C$  του οχήματος  $v_c$ , μπορούμε να υπολογίσουμε τις συνιστώσες της γραμμική ταχύτητας  $v_x, v_y$ , αλλά και την γωνιακή ταχύτητα  $\omega_c$  του οχήματος, μέσω των τύπων (2.63)-(2.65).

Με βάση τους K. Bohlmann et al. [6], μέσω γεωμετρικής προσέγγισης των κυκλικών τροχιών για μικρά διαστήματα  $\Delta t$ , ως γραμμικές τροχιές, η νέα πόζα του οχήματος, μπορεί να υπολογιστεί, σε σχέση με την προηγούμενη, βάσει των ακόλουθων τύπων.

$$X_i = X_{i-1} + \Delta d \cdot \cos(\Theta_{i-1} + \frac{\Delta\Theta}{2} + \beta_{i-1} + \frac{\Delta\beta}{2}) \quad (3.2)$$

$$Y_i = Y_{i-1} + \Delta d \cdot \sin(\Theta_{i-1} + \frac{\Delta\Theta}{2} + \beta_{i-1} + \frac{\Delta\beta}{2}) \quad (3.3)$$

$$\Theta_i = \Theta_{i-1} + \Delta\Theta \quad (3.4)$$

όπου

$$\Delta d = v_c \cdot \Delta T \quad (3.5)$$

$$\Delta\Theta = \omega_c \cdot \Delta T \quad (3.6)$$

Τέλος, το γενικό πρόβλημα με την οδομετρία έγκειται στην ολοκλήρωση των ταχυτήτων, όπου, λόγω, ολίσθησης, σφαλμάτων μετρήσεων και ατελειών κινηματικού ή δυναμικού μοντέλου, εισάγεται ολοκληρωτικό σφάλμα που αυξάνεται όλο και περισσότερο με το πέρασμα του χρόνου. Το γεγονός αυτό, καθιστά την μέθοδο της οδομετρίας τροχών, ανεπαρκή ως αυτοτελή μέθοδο εντοπισμού θέσης.

Πολλές φορές παράλληλα, με την οδομετρία τροχών χρησιμοποιούνται και αισθητήρες κατεύθυνσης (πυξίδα, IMU), που μπορεί να παρέχουν μετρήσεις της γωνιακής ταχύτητας, γραμμικής επιτάχυνσης και απόλυτου προσανατολισμού ως προς τους άξονες x,y,z.

Στην ρομποτική πλατφόρμα Monstertruck, όπως προαναφέρθηκε στην ενότητα 2.1.3, χρησιμοποιείται μία πυξίδα Compass OS4000, που διαθέτει μαγνητόμετρο και επιταχυνσιόμετρο και άρα παρέχει πληροφορία για τον απόλυτο προσανατολισμό  $yaw$ ,  $pitch$ ,  $roll$  και την γραμμική επιτάχυνση  $a_x$ ,  $a_y$ ,  $a_z$ , ως προς τους άξονες x,y,z. Επίσης, οι γραμμικές επιταχύνσεις, μπορούν να ολοκληρωθούν, για τον υπολογισμό της μεταβολής των γραμμικών ταχυτήτων  $u_x$ ,  $u_y$ ,  $u_z$  του οχήματος, ενώ με δεύτερη ολοκλήρωση, για τον υπολογισμό της μεταβολής της θέσης  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$ . Παρόλα αυτά, οι εν λόγω μετρήσεις, δεν είναι αρκετά αξιόπιστες και είναι επιρρεπείς σε συσσωρευτικά σφάλματα, λόγω ολοκλήρωσης.

Οι μετρήσεις της πυξίδας, μπορούν να χρησιμοποιηθούν, συμπληρωματικά με τις μετρήσεις της οδομετρίας τροχών, με στόχο την εξαγωγή της πλήρους κατάστασης  $q = [x, y, z, roll, pitch, yaw]$  του οχήματος και τον πιο αξιόπιστο εντοπισμό θέσης, σε περίπτωση φαινομένων ολίσθησης των τροχών.

### 3.1.2 Εκτίμηση Κατάστασης με Συνδυαστική Αντίληψη

Για την εκτίμηση της κατάστασης ενός ρομπότ, μπορούν να χρησιμοποιηθούν μία πληθώρα αλγόριθμων που αξιοποιούν διαφορετικούς αισθητήρες, όπως κωδικοποιητές τροχών, πυξίδες, IMU, GPS, κάμερες, σαρωτές λέιζερ κ.α., που καθένας, παρόλα αυτά, παρουσιάζει αιβεβαιότητα στις εκτιμήσεις του. Η συνδυαστική αντίληψη (sensor fusion) χρησιμοποιεί τις εκτιμήσεις που παράγονται με βάση τους διάφορους αισθητήρες που χρησιμοποιούνται και παράγει μία βελτιωμένη εκτίμηση της κατάστασης του ρομπότ. Μία δημοφιλής μέθοδος συνδυαστικής αντίληψης αποτελεί η χρήση πιθανοτικών φίλτρων για την εκτίμηση του μέσου διανύσματος κατάστασης και του πίνακα συμμεταβλητότητας.

Τα φίλτρα Kalman, αποτελούν μία πολύ δημοφιλής επιλογή πιθανοτικών φίλτρων για εκτίμηση κατάστασης σε ρομποτικές εφαρμογές. Στη ρομποτική, τα Φίλτρα Kalman περιλαμβάνουν ένα μοντέλο κίνησης και ένα μοντέλο μετρήσεων, όπου το μοντέλο κίνησης αναπαριστά την σχέση μεταξύ των εντολών κίνησης και της κατάστασης του ρομπότ, ενώ το μοντέλο μετρήσεων αποτελείται από τα δεδομένα που προέρχονται από τους αισθητήρες, όσον αφορά την θέση του ρομπότ. Τα φίλτρα Kalman, χρησιμοποιούν έναν αλγόριθμο πρόβλεψης δύο σταδίων που επαναλαμβάνεται μετά από κάθε χρονικό βήμα και ανανέωση των μετρήσεων. Πρώτον, προβλέπει την εκτίμηση κατάστασης και τον πίνακα συμμεταβλητότητας με βάση τις προηγούμενες καταστάσεις για την εκτίμηση της νέας κατάστασης. Έπειτα, όταν έρθει κάποια μέτρηση από τους αισθητήρες, διορθώνει την προβλεπόμενη εκτίμηση.

Τα παραδοσιακά φίλτρα Kalman μπορούν να χειριστούν μονάχα γραμμικά συστήματα και επειδή τα περισσότερα ρομποτικά συστήματα είναι άκρως μη γραμμικά, η χρήση τους είναι προβληματική. Για αυτό το λόγο αναπτύχθηκαν παραλλαγές των φίλτρων Kalman, όπως τα Εκτεταμένα Φίλτρα Kalman (EKF). Για τον χειρισμό των μη γραμμικών συστημάτων, τα EKF γραμμικοποιούν τους μη γραμμικούς μετασχηματισμούς και αντικαθιστούν τους Ιακωβιανούς Πίνακες με τους γραμμικούς μετασχηματισμούς στα παραδοσιακά Φίλτρα Kalman. Παρόλα αυτά, οι μέθοδοι αυτοί είναι ανεπαρκής για τον εκ νέου εντοπισμό της θέσης του ρομπότ, ενώ, επίσης, είναι επιρρεπείς σε αποκλίσεις σε περίπτωση προβληματικής αρχικοποίησης και επομένως δεν μπορούν να επανέλθουν σε περίπτωση αποτυχίας.

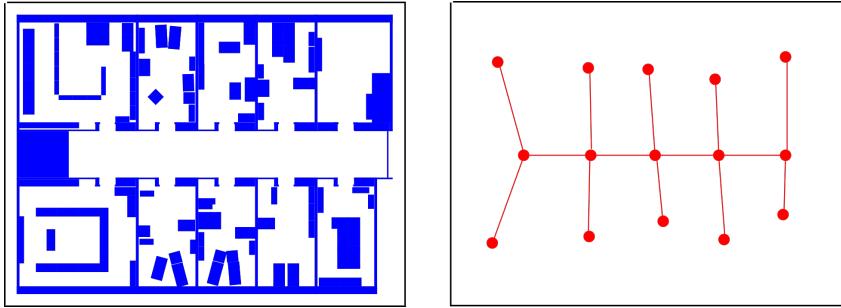
Στην ρομποτική πλατφόρμα Monstertruck χρησιμοποιείται ένα EKF για την πιθανοτική εκτίμηση της κατάστασης του ρομπότ, βάσει των μετρήσεων του συστήματος οδομετρίας των τροχών και των μετρήσεων της πυξίδας που αναφέρθηκαν στην προηγούμενη ενότητα.

### 3.1.3 Ταυτόχρονη Χαρτογράφηση και Εντοπισμός Θέσης

Στην βιβλιογραφία, συναντάται πληθώρα αλγορίθμων SLAM, ενώ τα τελευταία χρόνια, έχουν κυκλοφορήσει και αρκετές υλοποιήσεις ανοικτού κώδικα. Σημαντική εξέλιξη, επίσης, τα τελευταία χρόνια αποτελεί και η εμφάνιση αλγορίθμων 3D SLAM, που πραγματοποιούν χαρτογράφηση και εντοπισμό θέσης στον χώρο, αντί για το επίπεδο, περίπτωση που παρόλα αυτά δε μας απασχόλησε στα πλαίσια της παρούσας διπλωματικής.

Οι περισσότεροι δισδιάστατοι αλγόριθμοι SLAM χρησιμοποιούν, βασικά, ένα σύνολο μετρήσεων από αισθητήρες απόστασης και δεδομένα οδομετρίας με στόχο την εκτίμηση της θέσης του ρομπότ και παραγωγή ενός χάρτη του περιβάλλοντος. Αυτά επιτυγχάνονται, μέσω τεχνικών, όπως τα Φίλτρα Kalman (Kalman Filters), τα Φίλτρα Σωματιδίων (Particle Filters) και η Αντιστοίχιση Σκαναρισμάτων απόστασης (Scan Matching).

Υπάρχουν δύο βασικοί τύποι χάρτη, που παράγονται από αλγορίθμους SLAM. Ο τοπολογικός χάρτης είναι μία αναπαράσταση του περιβάλλοντος που στοχεύει στην αποτύπωση της συνδετικότητας του περιβάλλοντος και όχι στην παραγωγή ενός γεωμετρικά ακέραιου χάρτη. Αντίθετα, οι Χάρτες Πλέγματος Κατάληψης (OGM) χρησιμοποιούν πίνακες με διακριτά κελιά, για μετρική αναπαράσταση του περιβάλλοντος, όπου κάθε κελί εκφράζεται από έναν αριθμό που δηλώνει την πεποιθηση για την κατάσταση κατάληψης του κελιού, δηλαδή κατειλημμένο, ελεύθερο ή άγνωστο.



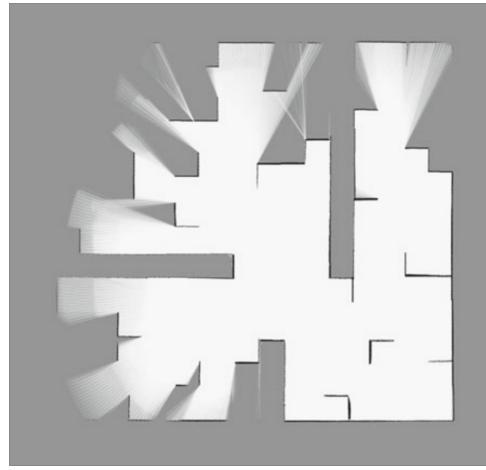
Σχήμα 3.1: Μετρικός 2D χάρτης και αντίστοιχος τοπολογικός χάρτης σε μορφή γράφου [8].

Στην παρούσα διπλωματική εξετάστηκαν δύο αλγόριθμοι 2D SLAM, οι οποίοι χρησιμοποιούν αισθητήρες απόστασης και στην προκειμένη περίπτωση έναν σαρωτή λέιζερ και παράγουν χάρτες πλέγματος κατάληψης (Occupancy Grid Maps). Πρόκειται για τους αλγορίθμους CRSM-SLAM [9] και GMapping [10].

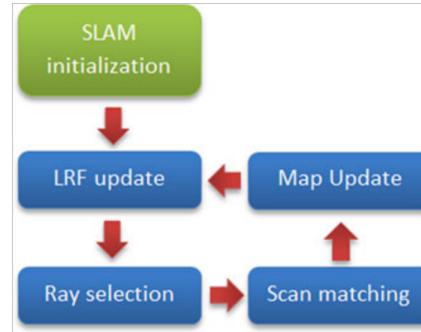
#### CRSM-SLAM

Ο αλγόριθμος CRSM-SLAM βασίζεται στην τεχνική της αντιστοίχισης σκαναρισμάτων απόστασης, που παρέχει ένας σαρωτής λέιζερ. Με βάση την τεχνική αυτή, η πόζα ενός ρομπότ και ο χάρτης, μπορούν να υπολογιστούν, χρησιμοποιώντας τον δισδιάστατο μετασχηματισμό μεταξύ διαδοχικών σκαναρισμάτων ενός σαρωτή λέιζερ. Ο αλγόριθμος CRSM-SLAM, πραγματοποιεί αντιστοίχιση σκαναρισμάτων, σε σκαναρίσματα που έχουν υποστεί προεπεξεργασία, μέσω μίας μεθόδου επιλογής κρίσιμων, για την επιλογή, ακτίνων (ray selection method). Με αυτόν τον τρόπο, επιτυγχάνεται μείωση της πολυπλοκότητας και του χρόνου που απαιτείται για την διαδικασία αντιστοίχισης. Επίσης, πραγματοποιεί και αντιστοίχιση του τρέχοντος σκαναρίσματος, με τον ολικό χάρτη, που έχει κατασκευασθεί, με στόχο την μείωση των συσσωρευτικών σφαλμάτων.

Ο αλγόριθμος CRSM-SLAM αποτελεί μία αποδοτική και αξιόπιστη υλοποίηση, που μπορεί να χρησιμοποιηθεί σε υπολογιστικά συστήματα, με χαμηλή υπολογιστική ισχύ και απαιτεί μόνο έναν



Σχήμα 3.2: Χάρτης πλέγματος κατάληψης [9].



Σχήμα 3.3: Διάγραμμα σταδίων του αλγορίθμου CRSM-SLAM [9].

σαρωτή λέιζερ για την παροχή πληροφορίας για το περιβάλλον, για την χαρτογράφηση και τον εντοπισμό θέσης του ρομπότ. Παρόλα αυτά, προϋποθέτει ένα δομημένο περιβάλλον με αρκετά κρίσιμα χαρακτηριστικά (γωνίες, τελειώματα ή ασυνέχειες τοίχων κλπ.), έτσι ώστε να μπορεί να κάνει αξιόπιστη αντιστοίχιση των διαδοχικών σκαναρισμάτων. Επομένως, δεν είναι κατάλληλος για ανοιχτό περιβάλλον, ή μεγάλους ομοιόμορφους διαδρόμους, όπου δεν αρκεί η εμβέλεια του σαρωτή λέιζερ.

### GMapping

Ο αλγόριθμος GMapping αποτελεί έναν αλγόριθμο SLAM, που βασίζεται σε Rao-Blackwellized φίλτρα σωματιδίων για την παραγωγή χαρτών πλέγματος κατάληψης. Παράλληλα, χρησιμοποιεί, προσαρμοστικές τεχνικές για την μείωση του αριθμού των σωματιδίων, ενώ λαμβάνει υπόψιν την κίνηση του ρομπότ και τις πιο πρόσφατες μετρήσεις των αισθητήρων απόστασης, για την μείωση της αβεβαιότητας σχετικά με την πόζα του ρομπότ, κατά το στάδιο της πρόβλεψης.

Στην παρούσα διπλωματική, ο αλγόριθμος GMapping, χρησιμοποιήθηκε σε συνδυασμό με σκαναρίσματα από έναν σαρωτή λέιζερ και οδομετρία από ένα εκτεταμένο φίλτρο Kalman, που συνδυάζει πληροφορία οδομετρίας τροχών και πυξίδας. Το δεδομένο σύστημα, θα μπορούσε να επεκταθεί περαιτέρω με προσθήκη οπτικής οδομετρίας από κάμερα, αλλά και πληροφορία από αισθητήρα GPS. Η συμπερίληψη της οδομετρίας, κατά τον εντοπισμό θέσης, σε αντίθεση με τον αλγόριθμο CRSM-SLAM, καταστεί τον αλγόριθμο GMapping κατάλληλο και για εσωτερικούς και εξωτερικούς χώρους, αλλά με το μειονέκτημα της μεγαλύτερης πολυπλοκότητας και ανάγκης για μεγαλύτερη υπολογιστική ισχύ.

## 3.2 Αυτόνομη Πλοήγηση

Στις προηγούμενες ενότητες ασχολήθηκαμε με την κινηματική ανάλυση, την ρομποτική αντίληψη, την χαρτογράφηση και τον εντοπισμό θέσης, ικανότητες απαραίτητες για την αυτόνομη πλοήγηση σε άγνωστο περιβάλλον, δηλαδή την ικανότητα ενός ρομποτικού οχήματος να μεταβεί από μία αρχική θέση σε μία τελική, αυτόνομα, αποφεύγοντας, ταυτόχρονα εμπόδια και γενικότερα ανεπιθύμητες καταστάσεις.

Η αυτόνομη πλοήγηση ενός ρομποτικού οχήματος σχετίζεται άμεσα με την ευφυΐα ενός ρομπότ, όσον αφορά την λήψη αποφάσεων και την εκτέλεση στόχων που ορίζονται από λειτουργίες υψηλότερου επιπέδου, όπως για παράδειγμα η λειτουργία της επιλογής στόχων (*target selection*). Επομένως, η επάρκεια της ικανότητας αυτόνομης πλοήγησης ενός ρομπότ συνεπάγεται μία εύρωστη ευφυΐα κίνησης, ούτως ώστε με μερική γνώση του περιβάλλοντος και με δεδομένους στόχους να δρα αποδοτικά, αξιόπιστα και με ασφάλεια για την επίτευξη των στόχων αυτών.

Ένας πολύ σημαντικός όρος για τον τομέα της αυτόνομης πλοήγησης αποτελεί ο όρος της *πληρότητας* (*completeness*). Με βάση τον ορισμό της πληρότητας, ένα σύστημα αυτόνομης πλοήγησης είναι πλήρες, εάν μπορεί να βρει λύση στο πρόβλημα επίτευξης ενός στόχου, εάν αυτή υπάρχει. Παρόλα αυτά, συνήθως, στις περισσότερες πρακτικές εφαρμογές, η πληρότητα του συστήματος θυσιάζεται για χάρη της υπολογιστικής πολυπλοκότητας. Επομένως, μας ενδιαφέρει η λύση ενός προβλήματος να μπορεί να βρεθεί σε πραγματικό χρόνο (*real-time*) και να καταναλώνει όσο το δυνατόν λιγότερους υπολογιστικούς πόρους.

Για την αντιμετώπιση του προβλήματος της αυτόνομης πλοήγησης, οι περισσότερες προσεγγίσεις προτείνουν κατανεμημένες αρχιτεκτονικές, που διασπούν το πρόβλημα σε επιμέρους υποπροβλήματα, προς αντιμετώπιση. Με αυτόν τον τρόπο επιτυγχάνεται δραστική μείωση της πολυπλοκότητας, παροχή δυνατότητας πιο αποδοτικής και απλουστευμένης υλοποίησης, ελέγχου και αποσφαλμάτωσης κάθε επιμέρους τμήματος, αλλά και δυνατότητα επαναχρησιμοποίησης τμημάτων σε άλλες προσεγγίσεις.

Η πιο δημοφιλής αρχιτεκτονική αυτόνομης πλοήγησης διασπά το πρόβλημα σε δύο επιμέρους υποπροβλήματα, προβλήματα αντίθετα, αλλά, ταυτόχρονα, συμπληρωματικά [1]. Το πρώτο πρόβλημα προς επίλυση αποτελεί η *κατασκευή μονοπατιού* (*path planning*), η οποία, κατά το πλείστον, χρησιμοποιεί έναν χάρτη του περιβάλλοντος, τη θέση του ρομπότ και τη θέση του τρέχοντα στόχου, με σκοπό την κατασκευή ενός μονοπατιού που επιτρέπει στο ρομπότ την πλοήγηση προς τον στόχο, αποφεύγοντας στατικά εμπόδια. Το δεύτερο πρόβλημα προς επίλυση αποτελεί η *αποφυγή εμποδίων* (*obstacle avoidance*), η οποία χρησιμοποιεί τις πιο πρόσφατες μετρήσεις αισθητήρων ή και ένα τοπικό τμήμα του παραγομένου χάρτη, με στόχο την παραμόρφωση του κατασκευασμένου μονοπατιού για αποφυγή απρόσμενων εμποδίων και καταστάσεων, αλλά και την παραγωγή εφικτών κινηματικά και δυναμικά τροχιών, από το ρομπότ. Επομένως, η κατασκευή μονοπατιού σχετίζεται με μακροπρόθεσμο σχεδιασμό για την επίτευξη του δοσμένου στόχου, ενώ η αποφυγή εμποδίων σχετίζεται με την βραχυπρόθεσμη λήψη αποφάσεων για την ασφαλή πλοήγηση προς τον δοσμένο στόχο, συνδυάζοντας σχεδιασμό και εκτέλεση, βάσει της πιο πρόσφατης αντίληψης για το περιβάλλον.

Στην παρούσα διπλωματική εξετάζονται δύο αρχιτεκτονικές συστήματος αυτόνομης πλοήγησης. Η πρώτη αρχιτεκτονική επεκτείνει την προσέγγιση, που αναφέρθηκε παραπάνω, διασπώντας τη λειτουργία της αποφυγής εμποδίων σε τρία επιμέρους στάδια. Το σύνολο των σταδίων αυτών, αποτελείται από ένα στάδιο παραμόρφωσης μονοπατιού για απομάκρυνση από εμπόδια, στατικά ή δυναμικά, ένα στάδιο μετατροπής του παραμορφωμένου μονοπατιού σε ένα νέο κινηματικά εφικτό μονοπάτι και ένα τελευταίο στάδιο που είναι υπεύθυνο για την διάσχιση του μονοπατιού, μέσω κινηματικά εφικτών εντολών στο χώρο *ταχύτητας-στρέψης* ( $v, \delta_f, \delta_r$ ). Αντίθετα, η δεύτερη αρχιτεκτονική που εξετάζεται

χρησιμοποιεί έναν αλγόριθμο κατασκευής κινηματικά εφικτών μονοπατιών με δυναμική ανακατασκευή (dynamic replanning), σε περίπτωση δυναμικών εμποδίων ή γενικά απρόσμενων καταστάσεων, σε συνδυασμό με έναν αλγόριθμο διάσχισης μονοπατιού, αντίστοιχο της πρώτης προσέγγισης.

Η κατασκευή μονοπατιών και η αποφυγή εμποδίων πραγματοποιούνται σε μία αναπαράσταση του περιβάλλοντος, μέσω χαρτών κόστους. Οι χάρτες κόστους (*costmaps*) είναι μία δομή αναπαράστασης του περιβάλλοντος που συντίθεται από ένα σύνολο επίπεδων (*layers*). Στην προκειμένη περίπτωση, χρησιμοποιούνται δύο επίπεδα, το επίπεδο εμποδίων (*obstacle layer*) που αποτελεί μία 2D αναπαράσταση των εμποδίων του περιβάλλοντος, όπου τα κελιά των εμποδίων περιγράφονται από ένα απαγορευτικό κόστος (*lethal cost*) που δηλώνει μη προσπελασμότητα και το επίπεδο διαστολής (*inflation layer*) που διαδίδει τα απαγορευτικά κόστη ακτινικά με φθίνουσα τιμή κατά μία απόσταση που προσδιορίζεται από τον χρήστη κάθετα από τα εμπόδια. Στα κελιά που βρίσκονται σε απόσταση από τα εμπόδια, μικρότερη της ακτίνας εγγεγραμμένου, στο ρομπότ, κύκλου, ανατίθεται ένα υψηλό κόστος, ενώ στα επόμενα το κόστος υπολογίζεται από μία εκθετικά φθίνουσα συνάρτηση, τέτοια ώστε το κόστος μηδενίζεται σε απόσταση ίση με την απόσταση που ορίστηκε από τον χρήστη. Με αυτόν τον τρόπο, το ρομπότ μπορεί να αντιμετωπίζεται σαν σημείο που κινείται στον ελεύθερο χώρο, όπου ως ελεύθερος χώρος ορίζεται το σύνολο των κελιών του χάρτη κόστους με μηδενικό κόστος, ή αρκετά χαμηλό κόστος που προσδιορίζεται από τον χρήστη.

Στην συνέχεια, θα παρουσιαστούν τα αντικείμενα της κατασκευής μονοπατιών, της αποφυγής εμποδίων και της διάσχισης μονοπατιού όπως επίσης και η σχετική βιβλιογραφία, αλλά και οι τελικοί αλγόριθμοι που χρησιμοποιήθηκαν στο σύστημα αυτόνομης πλοήγησης της ρομποτικής πλατφόρμας Monstertruck.

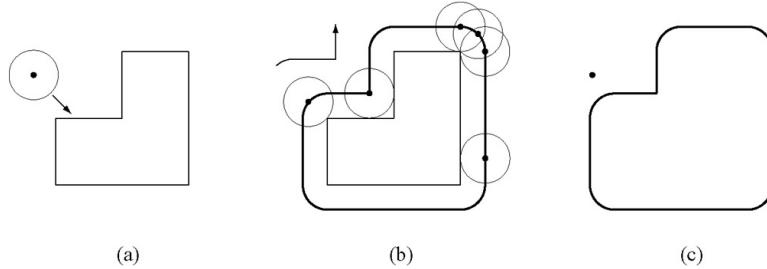
### 3.2.1 Κατασκευή Μονοπατιού

Το αντικείμενο της κατασκευής μονοπατιών ξεκίνησε με τους βιομηχανικούς ρομποτικούς βραχίονες για την αυτοματοποίηση γραμμών παραγωγής σε εργοστάσια, αλλά από τότε έχει περιλάβει κάθε είδους ρομποτική εφαρμογή, όπως και η κατασκευή μονοπατιών για πλοήγηση ρομπότ στο επίπεδο (2D path planning) ή στο χώρο (3D path planning), πρόβλημα που αποτελεί αρκετά απλούστερο από αυτό των ρομποτικών βραχιόνων, λόγω λιγότερων βαθμών ελευθερίας και άρα λιγότερες διαστάσεις.

Πριν προχωρήσουμε στην κατασκευή μονοπατιών, αυτή καθ' αυτή, θα πρέπει πρώτα να περιγράψουμε την αναπαράσταση του χώρου στον οποίο πραγματοποιείται η εργασία αυτή. Η αναπαράσταση αυτή, ονομάζεται χώρος καταστάσεων (*configuration space*)  $C$  και έχει τόσες διαστάσεις όσες και οι βαθμοί ελευθερίας (DOF) του ρομπότ. Στην προκειμένη περίπτωση, εφόσον έχουμε ένα ρομποτικό όχημα που κινείται στο επίπεδο, μιλάμε για τρεις βαθμούς ελευθερίας (3-DOF), όσον αφορά τις καρτεσιανές συντεταγμένες θέσης  $(x, y)$  και τον προσανατολισμό  $\theta$  του ρομπότ. Ο χώρος αυτός αποτελείται από όλες τις δυνατές καταστάσεις (*configurations*)  $(x, y, \theta)$  που μπορεί να βρεθεί το ρομπότ στον χώρο. Στις περισσότερες περιπτώσεις ένας χώρος δεν είναι πλήρως ελεύθερος, αλλά περιλαμβάνει εμπόδια. Επομένως, ως ελεύθερος χώρος  $C_{free}$  ορίζεται ο χώρος καταστάσεων μείον τον υποχώρο των εμποδίων  $C_O$ , δηλαδή  $C_{free} = C - C_O$  και αποτελεί το υποσύνολο του χώρου, στο οποίο, το ρομπότ μπορεί να κινηθεί χωρίς να υποστεί συγκρούσεις.

Ο παραπάνω χώρος καταστάσεων  $C$  περιορίζεται περαιτέρω, αν αναλογιστεί κανείς, ότι τα περισσότερα ρομπότ χρησιμοποιούν κινηματικά μοντέλα, όπως Differential-Drive, Skid-Steer- Drive, Ackermann ή Four-Wheel Steering, τα οποία παρουσιάζουν μη ολονομικούς περιορισμούς (*nonholonomic constraints*) που περιορίζουν τον χώρο ταχυτήτων  $(\dot{x}, \dot{y}, \dot{\theta})$ , σε αντίθεση με ολονομικά (*holonomic*) πανκατευθυντικά (*omnidirectional*) ρομπότ. Παρόλα αυτά, η συνήθης προσέγγιση έγκειται στην αγνόηση της μη ολονομικότητας για την κατασκευή μονοπατιών, καθώς τα πιο συνήθη ρομποτικά κινηματικά μοντέλα Differential-Drive και Skid-Steer-Drive, θεωρούνται ως ψευδο-ολονομικά, καθώς διαθέτουν δυνατότητα επιτόπου στροφής (0-point turn) και μπορούν να ακολουθήσουν ολονομικά

μονοπάτια, ενώ ίδια προσέγγιση ακολουθείται και για ρομπότ με Ackermann ή Four-Wheel Steering, αλλά στην συγκεκριμένη περίπτωση, το πρόβλημα της διάσχισης του μονοπατιού λύνεται σε επόμενο στάδιο. Επίσης, στις περισσότερες προσεγγίσεις, για την διευκόλυνση του προβλήματος της κατασκευής μονοπατιών λαμβάνεται η παραδοχή ότι το ρομπότ είναι ένα κινούμενο σημείο στο 2D χώρο  $(x, y)$ , ενώ αντί για τα πραγματικά εμπόδια, λαμβάνεται μία διασταλμένη εκδοχή αυτών, κατά την ακτίνα ενός κύκλου, στον οποίο εγγράφεται το ίχνος/αποτύπωμα του ρομπότ. Τέλος, όπως είναι φυσικό, έχουν μελετηθεί και αναπτυχθεί και διαφορετικές προσεγγίσεις που λαμβάνουν υπόψιν κινηματικούς και δυναμικούς περιορισμούς στο στάδιο της κατασκευής μονοπατιού, κατάλληλοι για μη ολονομικά οχήματα. Παρακάτω, θα εξεταστούν και οι δύο περιπτώσεις.

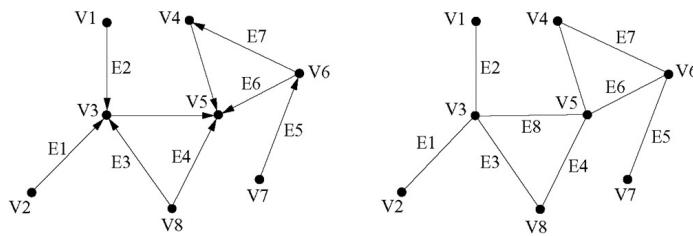


Σχήμα 3.4: Αναπαράσταση ρομπότ ως σημείο και διαστολή εμποδίων, βάσει της ακτίνας του ρομπότ [11].

Όπως αναφέρθηκε παραπάνω, η κατασκευή μονοπατιών λαμβάνει χώρα πάνω σε έναν χάρτη κόστους, ο οποίος παράγεται από τον συνολικό τρέχοντα χάρτη πλέγματος κατάληψης, που έχει παραχθεί από έναν αλγόριθμο SLAM και ονομάζεται ολικός χάρτης κόστους (*global costmap*). Ο ολικός χάρτης κόστους, έπειτα, αντιμετωπίζεται ως γράφος και επομένως, η κατασκευή μονοπατιού μετασχηματίζεται σε αναζήτηση μονοπατιού σε γράφο.

### Αναζήτηση Μονοπατιού σε Γράφο

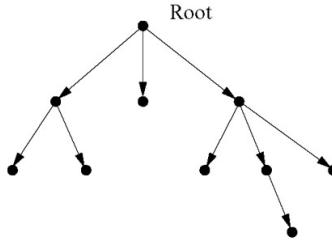
Ος γράφος  $G$  ορίζεται μία συλλογή από κόμβους  $V$  και ακμές  $E$ . Στην κατασκευή μονοπατιών, ένας κόμβος  $V$  αναπαριστά μία θέση στον χώρο, ενώ μία ακμή  $E$  αναπαριστά την σύνδεση μεταξύ δύο γειτονικών κόμβων, όπου δύο κόμβοι ορίζεται ως γειτονικοί εάν είναι προσπελάσμιοι ο ένας από τον άλλο. Μία ακμή είναι κατευθυνόμενη εάν επιτρέπει την μονόδρομη μετάβαση από έναν κόμβο  $V_i$  σε έναν άλλο  $V_j$  ( $E_{ij}$  ή  $E_{ji}$ ) ή μη κατευθυνόμενη εάν επιτρέπει αμφίδρομη μετάβαση ( $E_{ij}$  και  $E_{ji}$ ). Επίσης, σε κάθε ακμή  $E_{ij}$  ανατίθεται μία τιμή που αναπαριστά το κόστος μετάβασης από τον κόμβο  $V_i$  προς έναν γειτονικό κόμβο  $V_j$  και ονομάζεται βάρος  $w_{ij}$  της ακμής.



Σχήμα 3.5: Κατευθυνόμενος (αριστερά) και μη κατευθυνόμενος (δεξιά) γράφος [11].

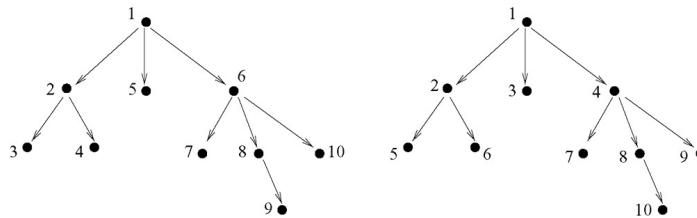
Ος μονοπάτι στον γράφο ορίζεται μία ακολουθία κόμβων  $V_i$ , τέτοια ώστε, για κάθε  $V_i, V_{i+1}$  υπάρχει μία ακμή  $E_{i,i+1}$  που ενώνει τους κόμβους  $V_i, V_{i+1}$ . Αν υπάρχει ακμή  $E_{ij}$  για κάθε συνδυασμό κόμβων  $V_i, V_j$ , τότε ο γράφος είναι συδεδεμένος.

Τα δέντρα αποτελούν μία υποπερίπτωση των γράφων και ορίζονται ως συνδεδεμένοι, καυτευθυντικοί άκυκλοι γράφοι, όπου ένας γράφος θεωρείται άκυκλος εάν δεν περιέχει κυκλικά μονοπάτια, δηλαδή μονοπάτια που αποτελούνται από μία ακολουθία  $n$  κόμβων, όπου ο πρώτος κόμβος  $V_1$  ταυτίζεται με τον τελευταίο  $V_n$ . Τα δέντρα έχουν έναν αρχικό κόμβο, που ονομάζεται ρίζα και συνδέεται μόνο με εξερχόμενες ακμές (outgoing) και όχι με εισερχόμενες (incoming). Στα δέντρα, επίσης χρησιμοποιείται μία τοπολογία πατέρα - παιδιού, όπου κάθε κόμβος έχει πατέρα (εκτός τη ρίζα) και μπορεί να έχει από μηδέν ή περισσότερα παιδιά. Εάν ένας κόμβος δεν περιλαμβάνει παιδιά, αυτό υποδηλώνει ότι είναι τερματικός κόμβος και ονομάζεται φύλλο (leaf) του δέντρου.



Σχήμα 3.6: Δέντρο: συνδεδεμένος, καυτευθυνόμενος και άκυκλος γράφος [11].

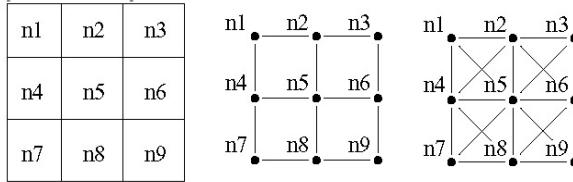
Η αναζήτηση μονοπατιού από έναν αρχικό κόμβο προς ένα κόμβο - στόχο σε ένα δέντρο, πραγματοποιείται με μεθόδους αναζήτησης μονοπατιού. Υπάρχουν δύο βασικές προσεγγίσεις που διακρίνονται, η **αναζήτηση κατά βάθος** (depth-first search) και η **αναζήτηση κατά πλάτος** (breadth-first search). Η αναζήτηση κατά βάθος ξεκινά από την ρίζα του δέντρου, επιλέγει ένα παιδί της ρίζας, έπειτα ένα παιδί του παιδιού της ρίζας και ούτω καθεξής, μέχρις ότου να βρεθεί σε φύλλο ή στον στόχο. Εάν βρεθεί σε φύλλο, τότε ανεβαίνει ένα επίπεδο πάνω και προχωράει στο επόμενο παιδί. Η διαδικασία αυτή επαναλαμβάνεται, μέχρις ότου βρεθεί ο στόχος ή καλυφθούν όλοι οι κόμβοι του δέντρου. Αντίθετα, η αναζήτηση κατά πλάτος, λειτουργεί με την πεποίθηση ότι ο στόχος βρίσκεται κοντά στον αρχικό κόμβο - ρίζα. Έτσι, λοιπόν, ξεκινάει από την ρίζα, επισκέπτεται όλα τα παιδιά της ρίζας και έπειτα όλα τα εγγόνια (παιδιά των παιδιών) της ρίζας και ούτω καθεξής, μέχρις ότου επισκεφθεί τον στόχο, ή μέχρι να καλύψει όλους τους κόμβους του δέντρου.



Σχήμα 3.7: Μέθοδοι αναζήτησης κατά βάθος (αριστερά) και κατά πλάτος (δεξιά) σε δέντρο [11].

Σε ρομποτικές εφαρμογές, συνήθως χρησιμοποιείται ένα **πλέγμα** (grid), για την αναπαράσταση του χώρου. Η δομή του πλέγματος, μπορεί να θεωρηθεί ως γράφος, εάν λάβουμε ως κόμβους του γράφου, τα pixels του πλέγματος και ως ακμές τις ενώσεις γειτονικών κελιών. Η γειτονικότητα των κελιών, συνήθως ορίζεται με βάση τον ορισμό της συνδετικότητας του γράφου, όπου επιλέγεται συνήθως συνδετικότητα τεσσάρων σημείων ή οκτώ σημείων, όπως παρουσιάζεται στο σχήμα 3.8.

Οι γράφοι πλέγματος, όπως είναι προφανές, δεν αποτελούν δέντρα. Παρόλα αυτά, με κάποιες παραδοχές, γίνεται, δυνατή η χρήση των προαναφερθέντων μεθόδων αναζήτησης κατά βάθος και κατά πλάτος. Συγκεκριμένα, η αναζήτηση κατά βάθος ξεκινάει από τον αρχικό κόμβο, επιλέγει ένα παιδί - κόμβο και μετέπειτα παιδιά - κόμβους με αυξανόμενη απόσταση από τον αρχικό κόμβο, μέχρις ότου βρεθεί σε κόμβο χωρίς παιδιά ή σε κόμβο που έχει ήδη επισκεφθεί. Αντίστοιχα, η αναζήτηση κατά



**Σχήμα 3.8:** Πλέγμα και γράφοι συνδετικότητας τεσσάρων και οκτώ σημείων (από αριστερά προς τα δεξιά) [11].

πλάτος επισκέπτεται πρώτα τα κόμβους που ισαπέχουν από τον αρχικό κόμβο και έπειτα μεταβαίνει σε επόμενα επίπεδα κόμβων. Τέλος, υπάρχει και η περίπτωση των άπληστων μεθόδων αναζήτησης γράφων (greedy-search methods) που επεκτείνονται σε κόμβους που βρίσκονται κοντινότερα στον κόμβο, που έχει οριστεί ως στόχος.

### Αλγόριθμοι Dijkstra και $A^*$

Οι πιο γνωστοί και δημοφιλείς αλγόριθμοι αναζήτησης μονοπατιού σε γράφο είναι οι αλγόριθμοι Dijkstra και  $A^*$ . Ο αλγόριθμος Dijkstra αναπτύχθηκε από τον Edsger W. Dijkstra, το 1956, με στόχο την αναζήτηση του συντομότερου μονοπατιού διάσχισης μεταξύ δύο κόμβων σε έναν γράφο, βάσει αναζήτησης κατά πλάτος. Ο αλγόριθμος  $A^*$  αποτελεί μία γενίκευση του αλγορίθμου Dijkstra, που αναπτύχθηκε το 1968 από τους Peter Hart, Nils Nilsson και Bertram Raphael και βασίζεται στην χρήση ευρετικών (heuristics) μεθόδων για την κατεύθυνση του αναζήτησης, με στόχο την βελτιστοποίηση της όλης διαδικασίας αναζήτησης, όσον αφορά την ελαχιστοποίηση του αριθμού των επισκεπτόμενων κόμβων, την ελαχιστοποίηση του χρόνου εκτέλεσης κλπ.

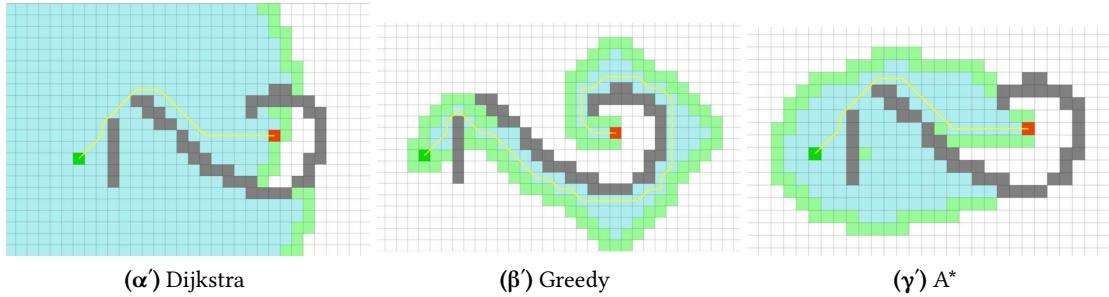
Το μειονέκτημα των μεθόδων αναζήτησης κατά βάθος και κατά πλάτος, έγκειται στο γεγονός ότι δεν χρησιμοποιούν πληροφορία σχετικά με την θέση του κόμβου, που έχει οριστεί ως στόχος, για να κατευθύνουν την αναζήτηση. Το πρόβλημα αυτό λύνεται, από τον αλγόριθμο  $A^*$  ο οποίος απαιτεί τον ορισμό μίας ευρετικής μεθόδου για την εκτίμηση του κόστους για την μετάβαση από έναν κόμβο στον δεδομένο στόχο. Η ευρετική αυτή μέθοδος χρησιμοποιείται κατά την επιλογή του νέου κόμβου, βάσει της απόστασης του από τον στόχο. Ο νέος στόχος, επομένως, πρέπει να εκφράζει την υψηλότερη πιθανότητα προσέγγισης του στόχου, με βάση τοπική πληροφορία. Η μέθοδος αυτή, παρόλα αυτά, δεν προσφέρει καμία εγγύηση για την σύγκλιση στο ολικώς βέλτιστο μονοπάτι.

Η απόδοση του αλγορίθμου  $A^*$  βασίζεται στην επιλογή μίας καλής ευρετικής μεθόδου και επομένως, καθορίζει την πιθανότητα εύρεσης του βέλτιστου μονοπατιού. Μία ευρετική μέθοδος, θεωρείται καλή εάν είναι αισιόδοξη, δηλαδή εάν επιστρέφει κόστος, μικρότερο ή ίσο με το μήκος του βέλτιστου μονοπατιού για την μετάβαση από τον τρέχον κόμβο στον στόχο. Για παράδειγμα, μία αισιόδοξη ευρετική μέθοδος, που χρησιμοποιείται συχνά, είναι η ευκλείδια απόσταση ή απόσταση Manhattan μεταξύ του τρέχοντος κόμβου και του στόχου.

Αν ορίσουμε ως  $h(n)$  την ευρετική συνάρτηση και  $g(n)$  την συνάρτηση κόστους μετάβασης από τον αρχικό στον τρέχοντα κόμβο, τότε η συνάρτηση  $f(n)$  που δηλώνει την εκτίμηση του κόστους μετάβασης από τον αρχικό κόμβο στον τελικό στόχο, μέσω του κόμβου  $n$  ορίζεται ως

$$f(n) = g(n) + h(n) \quad (3.7)$$

Εδώ αξίζει να αναφερθεί, ότι αν λάβουμε  $h(n) = 0$ , η σχέση (3.7) περιγράφει το κόστος επιλογής νέου κόμβου του αλγορίθμου Dijkstra, ενώ αν λάβουμε  $g(n) = 0$ , τότε παίρνουμε την αντίστοιχη επιλογή νέου κόμβου του άπληστου αλγορίθμου αναζήτησης.



**Σχήμα 3.9:** Σύγκριση αλγορίθμων αναζήτησης μονοπατιού σε γράφο πλέγματος με Dijkstra, Greedy και  $A^*$  [12].

Οι αλγόριθμοι Dijkstra και  $A^*$  που εφαρμόζονται στον χώρο καταστάσεων, όπως παρουσιάστηκαν παραπάνω και με βάση τις παραδοχές που αναφέρθηκαν για την γεωμετρία και κινητικότητα του ρομπότ, αγνοούν πλήρως κινηματικούς και δυναμικούς περιορισμούς, που μπορεί να παρουσιάζει αυτό. Επίσης, αποτελούν μεθόδους ακατάλληλες για δυναμικά περιβάλλοντα, όπου ένα μονοπάτι, μπορεί να καταστεί μη προσπελάσιμο, με βάση τις πιο σύγχρονες πληροφορίες σχετικά με το περιβάλλον.

### Αλγόριθμος SBPL Lattice Planner

Οι Maxim Likhachev και Dave Ferguson [13] προτείνουν έναν αλγόριθμο κατασκευής δυναμικά εφικτών μονοπατιών, μεγάλου μήκους για αυτόνομα οχήματα που κινούνται με υψηλές ταχύτητες (25kph), ο οποίος χρησιμοποιήθηκε στον διαγωνισμό DARPA Urban Challenge, με πολύ θετικά αποτελέσματα. Ο αλγόριθμος, αυτός, βασίζεται σε μία χρονικά άμεση και σταδιακή αναζήτηση (*anytime & incremental search*) σε ένα πολλαπλής-ανάλυσης δικτύωμα δυναμικά εφικτών καταστάσεων (*multi-resolution dynamically feasible lattice state space*).

Το δικτύωμα καταστάσεων (*state lattice*) ορίζεται ως μία διακριτοποίηση του χώρου καταστάσεων σε ένα σετ καταστάσεων και τις αντίστοιχες συνδέσεις μεταξύ αυτών, όπου μία σύνδεση μεταξύ δύο καταστάσεων, δηλώνει ένα εφικτό μονοπάτι. Επομένως, το πρόβλημα κατασκευής μονοπατιών μετασχηματίζεται και πάλι σε αναζήτηση σε γράφο. Σε αντίθεση με γράφους με συνδετικότητα τεσσάρων ή οκτώ σημείων, ο ορισμός της συνδετικότητας καταστάσεων στα δικτυωμάτα καταστάσεων εγγυάται ότι όποια λύση βρεθεί θα είναι δυναμικά εφικτή, γεγονός που καθιστά τον εν λόγω αλγόριθμο κατάλληλο για μη ολονομικά οχήματα.

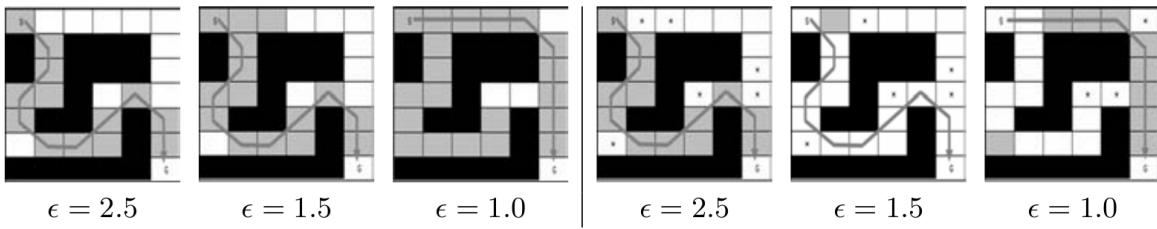
Στην προκειμένη περίπτωση για την αναπαράσταση μίας κατάστασης χρησιμοποιείται το διάνυσμα τεσσάρων μεταβλητών  $s = (x, y, \theta, v)$ , όπου  $(x, y)$  είναι οι καρτεσιανές συντεταγμένες,  $\theta$  ο προσανατολισμός και  $v$  η ταχύτητα για την δεδομένη κατάσταση. Οι συντεταγμένες και ο προσανατολισμός είναι βασικοί για τον έλεγχο της εγκυρότητας μίας πόζας, δηλαδή κατά πόσο είναι εφικτή, ενώ η ταχύτητα που μπορεί να πάρει μόνο μέγιστη κατά απόλυτο τιμή, χρησιμοποιείται για να λαμβάνεται υπόψιν ο χρόνος που απαιτείται για την αντιστροφή της ταχύτητας, σε περιπτώσεις ελιγμών.

Για την κατασκευή των δικτυωμάτων καταστάσεων λαμβάνονται υπόψιν δύο βασικά σημεία. Πρώτον η διακριτοποίηση / δειγματοληψία του χώρου καταστάσεων για την αναπαράσταση των καταστάσεων στο δικτύωμα και δεύτερον η κατασκευή ενός χώρου κινήσεων (*action space / control set*) που ορίζει τις δυναμικά εφικτές συνδέσεις μεταξύ δύο καταστάσεων. Ο χώρος κινήσεων θα πρέπει να είναι αρκετά πλήρης, ώστε να καθιστά δυνατή την κατασκευή δύο των δυνατών μονοπατιών στο δικτύωμα καταστάσεων, μέσω συνδυασμού ακολουθιών των βασικών δυνατών κινήσεων (*motion primitives*).

Για την μείωση του κόστους ελέγχου δύο των δυνατών κινήσεων για την κατασκευή ενός μονοπατιού μεταξύ δύο καταστάσεων, ο αλγόριθμος χρησιμοποιεί μία προσέγγιση πολλαπλής ανάλυσης, με βάση την οποία χρησιμοποιείται ένας χώρος ελέγχου υψηλής ανάλυσης για

περιοχές κοντά στην αρχική και τελική κατάσταση και ένας χώρος ελέγχου χαμηλής ανάλυσης για το ενδιάμεσο τμήμα.

Η αναζήτηση στο δικτύωμα καταστάσεων πραγματοποιείται με βάση τις δυνατές κινήσεις και τα κόστη αυτών. Η πιο δημοφιλής μέθοδος αναζήτησης είναι ο αλγόριθμος  $A^*$ , ο οποίος είναι αρκετά αποδοτικός και στοχεύει στην εύρεση του βέλτιστου μονοπατιού μεταξύ δύο καταστάσεων. Παρόλα αυτά λόγω του μεγέθους του προβλήματος που καλείται να λύσει, μπορεί να παραβιάζει χρονικούς περιορισμούς και άρα καθίσταται ανεπαρκής. Μία λύση στο πρόβλημα αυτό προσφέρουν παραλλαγές του αλγόριθμου  $A^*$  που βασίζονται στην προσέγγιση της χρονικής αμεσότητας (Anytime  $A^*$  variants), όπως ο αλγόριθμος  $ARA^*$  (Anytime Repairing  $A^*$ ). Οι αλγόριθμοι, που ανήκουν σ' αυτήν την κατηγορία στοχεύουν στην εύρεση μίας αρχικής άκρως μη βέλτιστης λύσης, αλλά σε πολύ μικρό χρόνο, ενώ έπειτα, ασχολούνται με την συνεχή βελτίωση της λύσης αυτής, όσο επιτρέπεται από τους χρονικούς περιορισμούς.



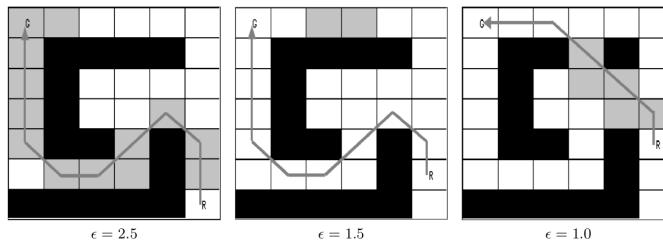
**Σχήμα 3.10:** Αναζήτηση σε γράφο πλέγματος με  $A^*$  (αριστερά) και  $ARA^*$  (δεξιά) για φθίνοντα παράγοντα διαστολής  $\epsilon$  [14].

Ο αλγόριθμος  $A^*$  και οι παραλλαγές του δουλεύουν αποτελεσματικότερα, όταν το περιβάλλον εργασίας είναι γνωστό από πριν και δεν μεταβάλλεται, κάτι αρκετά απίθανο στις περισσότερες ρομποτικές εφαρμογές. Ένα ρομπότ, δέχεται συνεχώς δεδομένα από τους αισθητήρες του μπορεί να μεταβάλλουν την αντίληψη του για το περιβάλλον και άρα μία λύση να καθίσταται μη εφικτή. Επίσης, τα περισσότερα περιβάλλοντα είναι δυναμικά, δηλαδή περιλαμβάνουν κινούμενα αντικείμενα, όπως άλλα ρομπότ, οχήματα, ανθρώπους κα., στα οποία θα πρέπει να μπορεί να αντιδράσει το ρομπότ για να αποφύγει πιθανές συγκρούσεις. Το πρόβλημα αυτό θα μπορούσε να λυθεί χρησιμοποιώντας συνεχής ανανέωση του μονοπατιού, λύση που αποτελεί ιδιαίτερα κοστοβόρα και μπορεί να μην είναι χρονικά εφικτή. Επομένως, απαιτείται μία λύση που να στοχεύει στην επιδιόρθωση τμημάτων της υπάρχουσας λύσης και όχι στην αντικατάσταση της από νέα, όπως για παράδειγμα ο αλγόριθμος  $D^*$  και οι παραλλαγές του.

Ο αλγόριθμος αναζήτησης που προτείνουν οι Likhachev και Ferguson, είναι ο αλγόριθμος  $AD^*$  (Anytime Dynamic  $A^*$ ). Ο αλγόριθμος  $AD^*$  συνδυάζει τα θετικά και των δύο παραπάνω κατηγοριών, παραλλαγών  $Anytime A^*$  και  $D^*$  αλγορίθμων. Συγκεκριμένα, πραγματοποιεί μη βέλτιστες αναζητήσεις  $A^*$ , μέσω διαστολής του κόστους λύσης κατά έναν μειούμενο παράγοντα  $\epsilon > 1$ , χρησιμοποιώντας παράλληλα πληροφορία από την προηγούμενη αναζήτηση. Επίσης, δανείζεται ιδέες από τον αλγόριθμο  $D^*$  και τις παραλλαγές του, βάσει των οποίων, χρησιμοποιεί καινούργιες πληροφορίες, μόνο για τμήματα του χώρου αναζήτησης, που αφορούν την τρέχουσα κατάσταση και αναζήτηση. Αυτό επιτυγχάνεται με ανανέωση του μονοπατιού, μέσω αναζήτησης από την τελική κατάσταση (στόχος) προς τα πίσω μέχρι την τρέχουσα κατάσταση του ρομπότ.

Η απόδοση του αλγορίθμου  $AD^*$ , όπως και του αλγορίθμου  $A^*$ , βασίζεται απόλυτα στην επιλογή μίας αποδοτικής ευρετικής συνάρτησης  $h(n)$  για την κατεύθυνση της αναζήτησης, η οποία μπορεί να μειώσει της απαιτήσεις της αναζήτησης σε χρόνο και μνήμη κατά τουλάχιστον μία τάξη μεγέθους. Μία γενική αισιόδοξη ευρετική συνάρτηση που μπορεί να χρησιμοποιηθεί αποτελεί η βέλτιστη λύση

σε περιβάλλον χωρίς εμπόδια, που μπορεί να υπολογιστεί *offline* και να αποθηκευθεί σε έναν ευρετικό πίνακα για ένα δεδομένο περιβάλλον. Παρόλα αυτά, η λύση αυτή δεν είναι πρακτική για διάφορα περιβάλλοντα. Αντίθετα, προτιμότερη είναι η *online* λύση ενός απλοποιημένου προβλήματος αναζήτησης και η χρήση του αποτελέσματος για την κατεύθυνση του πιο σύνθετου προβλήματος αναζήτησης. Μία τέτοια λύση, αποτελεί η χρήση του αλγορίθμου αναζήτησης Dijkstra για την εύρεση του κόστους μονοπατιού από την κατάσταση του ρομπότ σε κάθε άλλη εφικτή κατάσταση στο περιβάλλον. Η ευρετική συνάρτηση Dijkstra μπορεί, παρόλα αυτά, να υπερεκτιμήσει το κόστος του μονοπατιού, αφού εκτιμάει την μετακίνηση του κέντρου του ρομπότ μόνο και άρα δεν είναι πάντα αισιόδοξη, όπως απαιτείται από τον αλγόριθμο. Για την επίλυση του προβλήματος αυτού, το κόστος κάθε κελιού στο δισδιάστατο πλέγμα (grid) που χρησιμοποιείται για την εξαγωγή του ευρετικού κόστους, ορίζεται ως ο μέσος όρος των κοστών των κελιών που βρίσκονται μέσα σε ένα κύκλο, με κέντρο το κελί που εξετάζεται και ακτίνα, την ακτίνα του κύκλου στον οποίο εγγράφεται το αποτύπωμα (footprint) του ρομπότ. Επομένως, το κόστος της μετάβασης  $c(s, s')$  από μία κατάσταση  $s$  σε μία κατάσταση  $s'$  προκύπτει ως το μήκος του μονοπατιού μετάβασης επί του μέγιστου εκ των (α) μέσος όρος κόστους κελιών κατά την μετάβαση  $c(s, s')$  και (β) μέγιστο κόστος κελιών, "τιμωρώντας" έτσι μεταβάσεις υψηλού κόστους (κοντά σε εμπόδια). Κάθε μια από τις δύο ευρετικές συνάρτησεις που αναφέρθηκαν, έχουν πλεονεκτήματα, ανά περίπτωση και γενικά λειτουργούν συμπληρωματικά. Επομένως, επιλέχθηκε ένας συνδυασμός τους, μέσω μίας νέας ευριστικής συνάρτησης  $h(n) = \max(h_{fsh}(s), h_{2D}(s))$ , όπου  $h_{fsh}(s)$  είναι η ευρετική συνάρτηση στον ελεύθερο από εμπόδια χώρο, ενώ η  $h_{2D}(s)$  είναι η ευρετική συνάρτηση με βάση τα εμπόδια στο περιβάλλον.



Σχήμα 3.11: Αναζήτηση σε γράφο πλέγματος με  $\text{AD}^*$  για φθίνοντα παράγοντα διαστολής  $\epsilon$  [15].

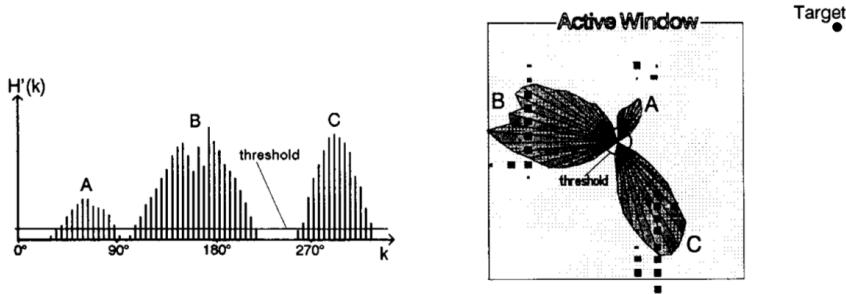
### 3.2.2 Αποφυγή Εμποδίων

Η λειτουργία ενός αλγορίθμου δυναμικής αποφυγής εμποδίων είναι να χρησιμοποιεί τις πιο πρόσφατες μετρήσεις των αισθητήρων του ρομπότ για την ανανέωση της πεποίθησης του, για την θέση του, τη θέση του τρέχοντα στόχου και την τοπολογία του περιβάλλοντος, έτσι ώστε να μπορεί να προσαρμόζεται σε απρόσμενες καταστάσεις, αλλά ταυτόχρονα να μην αποκλίνει σημαντικά από τον δεδομένο στόχο.

Η αυτόνομη αποφυγής εμποδίων για ρομπότ, αποτελεί ένα εξαιρετικά μελετημένο αντικείμενο, με μεγάλο ερευνητικό ενδιαφέρον και συνεχή παραγωγή νέων μεθόδων και αλγορίθμων. Ένας από τους πιο απλοϊκούς αλγορίθμους αποφυγής εμποδίων είναι ο αλγόριθμος Bug, όπως επίσης και η εξέλιξη του Bug 2, οι οποίοι βασίζονται στην ακολούθηση του συνόρου των εμποδίων καθώς το ρομπότ κινείται προς τον δοσμένο στόχο. Όπως είναι προφανές, η συγκεκριμένη μέθοδος, δεν είναι πρακτική για πιο απαιτητικές εφαρμογές και επομένως έχουν αναπτυχθεί πολλές πιο ευφυείς μέθοδοι, κάποιες από τις οποίες εξετάστηκαν για την παρούσα υλοποίηση, παρουσιάζονται συνοπτικά στη συνέχεια.

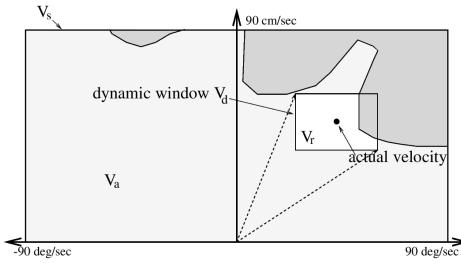
- Ο αλγόριθμος VFH (Vector Field Histogram) που αναπτύχθηκε από τους Johann Borenstein Και Yoram Koen [16], βασίζεται στην παραγωγή ενός πολικού ιστογράμματος με βάση την πιθανότητα ύπαρξης εμποδίων ανά κατεύθυνση γύρω από το ρομπότ, μέσα σε ένα τοπικό τμήμα

του περιβάλλοντος (ενεργό παράθυρο). Το ιστόγραμμα που παράγεται περιλαμβάνει "βουνά" και "κοιλάδες", που δηλώνουν την ύπαρξη εμποδίων και ελεύθερου χώρου, αντίστοιχα. Τελικά, επιλέγει την κατεύθυνση που παρουσιάζει την μικρότερη ύπαρξης εμποδίων, χωρίς παράλληλα να αποκλίνει σημαντικά από τον στόχο. Αργότερα, οι Johann Borenstein και Iwan Ulfreich επέκτειναν τον αλγόριθμο VFH στις εκδοχές VFH+ [17] και VFH\* [18], για βελτίωση της ομαλότητας των μονοπατιών και εκμετάλλευση πληροφορίας από μονοπάτια, που παράγονται μέσω του αλγορίθμου A\*, βάσει της ολικής διαθέσιμης πληροφορίας για το περιβάλλον.



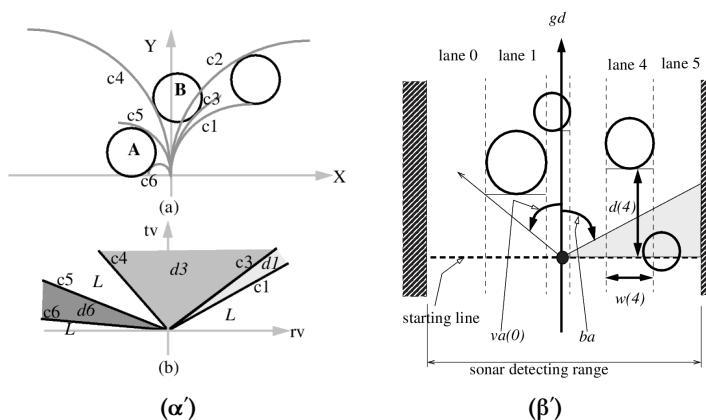
**Σχήμα 3.12:** Πολικό Ιστόγραμμα Πυκνότητας Εμποδίων βάσει του εμποδίου που βρίσκονται μέσα στο ενεργό παράθυρο. [16].

- Ο αλγόριθμος DWA (Dynamic Window Approach) που αναπτύχθηκε από τους Dieter Fox, Wolfram Burgard και Sebastian Thrun [19] και βασίζεται στην κατασκευή ενός χώρου ταχυτήτων (velocity space). Ο χώρος ταχυτήτων ορίζει τις κινηματικά και δυναμικά εφικτές ταχύτητες  $(v, \omega)$ , με τις οποίες μπορεί να κινηθεί το ρομπότ, λαμβάνοντας υπόψιν τα εμπόδια του περιβάλλοντος. Από τον χώρο ταχυτήτων, επιλέγει σε κάθε χρονικό βήμα, ένα δυναμικό παράθυρο (Dynamic Window), το οποίο ορίζει τις εφικτές ταχύτητες που μπορεί να φτάσει μέσα σε ένα χρονικό βήμα, με βάση την γραμμική και γωνιακή επιτάχυνση και επιβράδυνση. Τελικά, η επιλογή του ζεύγους ταχυτήτων  $(v, \omega)$ , πραγματοποιείται βάσει μίας αντικειμενικής συνάρτησης, που εφαρμόζεται σε όλα τα ζεύγη  $(v, \omega)$  του δυναμικού παραθύρου. Η αντικειμενική αυτή συνάρτηση, γενικά, προτιμάει τροχιές που μειώνουν το σφάλμα προσανατολισμού του ρομπότ ως προς το στόχο, περιγράφονται από υψηλή ταχύτητα και κρατούν ασφαλή απόσταση από τα εμπόδια του περιβάλλοντος. Ο αλγόριθμος DWA, έχει μελετηθεί και επεκταθεί από αρκετούς ερευνητές, με την εξαιρετικά σημαντική περίπτωση του Global DWA, που αναπτύχθηκε από τους Oliver Brock και Oussama Khatib [20]. Ο αλγόριθμος Global DWA χρησιμοποιεί ολική πληροφορία (global information) για το περιβάλλον και όχι μόνο τοπική, αποφεύγοντας έτσι το πρόβλημα τοπικών ελαχίστων (local minima), που μπορεί να οδηγεί το ρομπότ σε αδιέξοδες καταστάσεις. Ο αλγόριθμος DWA και ιδιαίτερα η Global εκδοχή του αποτελούν μία εξαιρετικά δημοφιλής επιλογή για ρομποτικές εφαρμογές, λόγω του γεγονότος ότι λαμβάνει υπόψιν κινηματικούς και δυναμικούς περιορισμούς, χρησιμοποιεί ολική πληροφόρηση και μπορεί να κινείται, αποφεύγοντας εμπόδια σε υψηλές ταχύτητες.
- Ο αλγόριθμος CVM (Curvature Velocity Method) αναπτύχθηκε από τον Reid Simmons [21]. Ο αλγόριθμος λαμβάνει υπόψιν κινηματικούς και δυναμικούς περιορισμούς, όπως επίσης και περιβαλλοντικούς περιορισμούς (εμπόδια), μέσω ενός χώρου ταχυτήτων  $(v, \omega)$ , αντίστοιχα, όπως και ο αλγόριθμος DWA. Ο αλγόριθμος CVM, όμως, αναπαριστά τα εμπόδια ως κύκλους ακτίνας  $r$  και ορίζει μη εφικτές τροχιές  $c = \omega/v$ , βάσει της ανισότητας  $c_{min} < c < c_{max}$ , όπου  $c_{min}, c_{max}$  είναι οι εφαπτομενικές τροχιές στον κύκλο που αναπαριστά το εμπόδιο. Ο αλγόριθμος CVM, είναι επιρρεπείς στο πρόβλημα τοπικών ελαχίστων, καθώς λαμβάνει υπόψιν μόνο τοπική πληροφορία του χώρου. Μία βελτίωση του αλγορίθμου CVM, αποτελεί ο αλγόριθμος LCM (Lane Curvature Method), που αναπτύχθηκε από τους Nak Yong Ko και Reid G. Simmons



**Σχήμα 3.13:** Ενδεικτικός χώρος ταχυτήτων και δυναμικό παράθυρο του αλγορίθμου DWA [19]. Η γκρίζα περιοχή δηλώνει τις περιοχές που προκαλούν σύγκρουση με εμπόδια.

[22]. Σε αντίθεση με τον αλγόριθμο CVM, ο αλγόριθμος LCM χωρίζει τον χώρο σε λωρίδες (lanes) και επιλέγει την λωρίδα με το μεγαλύτερο μήκος και πλάτος, όσον αφορά τα εμπόδια. Αντίστοιχα, με τον αλγόριθμο DWA, οι αλγόριθμοι CVM Και LCM χρησιμοποιούν αντικειμενικές συναρτήσεις για την εύρεση της καλύτερης δυνατής τροχιάς.



**Σχήμα 3.14:** (α) Καθορισμός ελεύθερων τροχιών, με βάση τον αλγόριθμο CVM [21] και (β) Χωρισμός του χώρου σε λωρίδες για μετάβαση στην πιο ελεύθερη λωρίδα, με βάση τον αλγόριθμο LCM [22].

Οι περισσότεροι αλγόριθμοι αποφυγής εμποδίων, όπως οι παραπάνω, παρότι, έχουν σημαντικά πλεονεκτήματα και αποδοτική συμπεριφορά σε πραγματικές συνθήκες, σχεδιάστηκαν από τους εμπνευστές τους για ολονομικά ή ψευδο-ολονομικά ρομπότ, που μπορούν να ακολουθήσουν μη ομαλές τροχιές ή τροχιές μηδενικής ακτίνας - επί τόπου στροφές (0-point turns). Όμως, τα μη ολονομικά ρομπότ που χρησιμοποιούν κινηματικά μοντέλα Ackermann ή Τετραδιεύθυνσης, παρουσιάζουν κάτωφρα για τροχιάς ακτίνα τροχιάς ( $|R| > R_{min}$ ), το οποίο καθιστά τις παραπάνω μεθόδους ανεπαρκή για την περίπτωση που εξετάζεται.

Για την λύση του προβλήματος της αποφυγής εμποδίων για την ρομποτική πλατφόρμα Monstertruck και γενικότερα για ρομπότ με κινηματικό Ackermann ή Τετραδιεύθυνσης, υλοποιήθηκε ένας αλγόριθμος, βάσει του αλγορίθμου **Bubble Band** που ανέπτυξαν οι M. Khatib, H. Jaouni, R. Chatila και J.P. Laumond [23]. Παρόλα αυτά πριν παρουσιαστεί ο αλγόριθμος Bubble Band και η προσεγγιστική υλοποίηση του, θα παρουσιάσουμε πρώτα τον αλγόριθμο της ελαστικής ζώνης (elastic band) των Sean Quinlan και Oussama Khatib [24], όπως επίσης και τα μονοπάτια Reeds-Shepp των J.J. Reeds και L.A. Shepp [25], που είναι απαραίτητες για την κατανόηση του αλγορίθμου Bubble Band.

## Ο αλγόριθμος της Ελαστικής Ζώνης

Ο αλγόριθμος της ελαστικής ζώνης αναπτύχθηκε από τους Sean Quinlan και Oussama Khatib [24] με στόχο την πλήρωση του χάσματος μεταξύ της κατασκευής μονοπατιού και του ελέγχου του ρομπότ, με έναν ομαλό και ασφαλή τρόπο. Η ιδέα πίσω από τον αλγόριθμο της ελαστικής ζώνης έχει να κάνει με την ελαστική παραμόρφωση ενός δεδομένου μονοπατιού, βάσει τεχνητών δυνάμεων, με στόχο την αποφυγή εμποδίων και την εξομάλυνση του μονοπατιού.

Ο αλγόριθμος της ελαστικής ζώνης αποσκοπεί στην μίμηση της συμπεριφοράς ενός λάστιχου που παραμορφώνεται, εξαιτίας ενός συνόλου δυνάμεων που ασκούνται σ' αυτό. Οι δυνάμεις αυτές είναι γενικά δύο ειδών, εσωτερικές ελκτικές δυνάμεις συστολής και εξωτερικές απωστικές δυνάμεις, που παραμορφώνουν το λάστιχο, μέχρι να φτάσει σε ένα επίπεδο ηρεμίας, δηλαδή μηδενικών συνισταμένων δυνάμεων. Στην περίπτωση, του αλγορίθμου της ελαστικής ζώνης, ορίζονται τεχνητές απωστικές δυνάμεις που τείνουν να απομακρύνουν την ελαστική ζώνη από εμπόδια και ελκτικές δυνάμεις που τείνουν να μειώσουν την διαστολή - τέντωμα της.

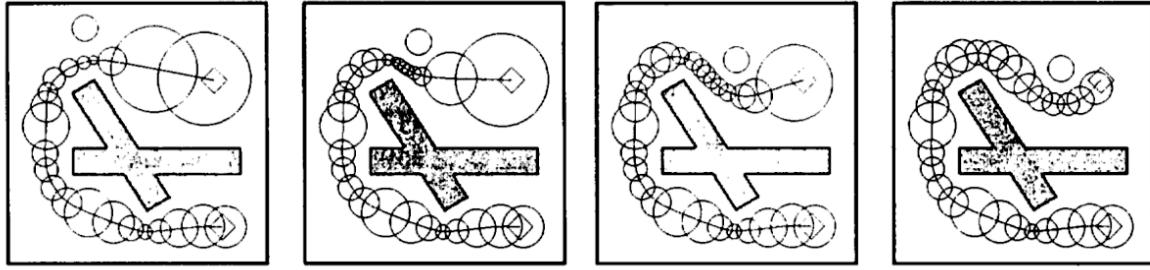
Το κλειδί για την υλοποίηση του αλγορίθμου της ελαστικής ζώνης, αποτελεί η φούσκα (bubble). Η φούσκα ορίζεται ως το μέγιστο τοπικό, προσβάσιμο τμήμα του ελεύθερου χώρου, γύρω από μία κατάσταση  $b$ . Αν  $\rho(b)$  είναι η ελάχιστη ευκλείδια απόσταση του ρομπότ στην κατάσταση  $b$ , από το κοντινότερο εμπόδιο, τότε είναι προφανές ότι το ρομπότ μπορεί να κινηθεί για απόσταση  $\rho(b)$  προς οποιαδήποτε κατεύθυνση σε μια νέα κατάσταση  $q$ , χωρίς να έλθει σε σύγκρουση με κάποιο εμπόδιο. Το μέγεθος της φούσκας είναι ανάλογο της απόστασης  $\rho(b)$  του ρομπότ σε μία κατάσταση  $b$  από το κοντινότερο εμπόδιο, ενώ ουσιαστικά δηλώνει το σύνολο των δυνατών καταστάσεων  $q$  στις οποίες μπορεί να διέλθει το ρομπότ από μία κατάσταση  $b$ . Επομένως, η φούσκα μπορεί να οριστεί μαθηματικά ως

$$B(b) = \{q : \|b - q\| < \rho(b)\} \quad (3.8)$$

Η ελαστική ζώνη κατασκευάζεται, αρχικά βάσει του ολικού μονοπατιού που παράγεται από έναν αλγόριθμο κατασκευής μονοπατιών (πχ. A\*), τοποθετώντας μία φούσκα σε κάθε ενδιάμεσο σημείο του μονοπατιού. Επομένως, η ελαστική ζώνη αναπαρίσταται από ένα πεπερασμένο σύνολο από φούσκες. Για να είναι τώρα δυνατή η κατασκευή ενός ασφαλούς μονοπατιού, θα πρέπει οι διαδοχικές φούσκες της ελαστικής ζώνης να επικαλύπτονται κατά ένα ποσοστό, δηλαδή όσο το μονοπάτι βρίσκεται εντός των φουσκών, αυτό είναι ασφαλές.

Η παραμόρφωση του μονοπατιού της ελαστικής ζώνης, πραγματοποιείται ασκώντας τις τεχνητές δυνάμεις που αναφέρθηκαν παραπάνω σε κάθε μία από τις φούσκες που αποτελούν την ελαστική ζώνη, σειριακά πάνω κάτω και με έναν πεπερασμένο αριθμό επαναλήψεων. Η άσκηση των τεχνητών δυνάμεων στις φούσκες έχει ως αποτέλεσμα, αυτές να μετακινούνται. Η μετακίνηση αυτή, παρόλα αυτά, έχει ως αποτέλεσμα διαδοχικές φούσκες να μην επικαλύπτονται επαρκώς ή να υπερκαλύπτονται. Επομένως, για να διατηρηθεί η συνθήκη της μερικής επικάλυψης, θα πρέπει να δημιουργούνται καινούργιες φούσκες για την περίπτωση της μη επαρκούς επικάλυψης και να διαγράφονται φούσκες που υπερκαλύπτονται. Με αυτόν τον τρόπο βελτιώνεται η απόδοση του αλγορίθμου.

Το μέγεθος και η κατεύθυνση της μετακίνησης μίας φούσκας καθορίζεται από τις τεχνητές ελκτικές δυνάμεις  $f_c$  και απωστικές δυνάμεις  $f_r$  που ασκούνται σε αυτή και υπολογίζονται από τις απόδοσης σχέσεις.



Σχήμα 3.15: Παραμόρφωση ελαστικής ζώνης, βάσει ελκτικών και απωστικών δυνάμεων που ασκούνται από το στατικό και το δυναμικό εμποδίου [24].

$$\mathbf{f}_c = k_c \cdot \left( \frac{\mathbf{b}_{i-1} - \mathbf{b}_i}{\|\mathbf{b}_{i-1} - \mathbf{b}_i\|} + \frac{\mathbf{b}_{i+1} - \mathbf{b}_i}{\|\mathbf{b}_{i+1} - \mathbf{b}_i\|} \right) \quad (3.9)$$

$$\mathbf{f}_r = \begin{cases} k_r \cdot \left( \rho_0 - \rho \frac{\partial \rho}{\partial \mathbf{b}} \right) & \rho < \rho_0 \\ 0 & \rho \geq \rho_0 \end{cases} \quad (3.10)$$

όπου

$k_c$  : κέρδος ελκτικής δύναμης

$k_r$  : κέρδος απωστικής δύναμης

και

$$\frac{\partial \rho}{\partial \mathbf{b}} = \frac{1}{2h} \begin{bmatrix} \rho(b - h_x) - \rho(b + h_x) \\ \rho(b - h_y) - \rho(b + h_y) \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

Έπειτα, η μετατόπιση κάθε φούσκας μπορεί να υπολογιστεί χρησιμοποιώντας την προσεγγιστική σχέση

$$\mathbf{b}_{new} = \mathbf{b}_{old} + \alpha \cdot \mathbf{f}_{total} \quad (3.12)$$

όπου  $\alpha$  είναι ένα κέρδος που μπορεί να οριστεί ως  $\rho(\mathbf{b}_{old})$ , βάσει της οποίας η μετατόπιση της φούσκας είναι αναλογική του μεγέθους της. Ουσιαστικά, πρόκειται, δηλαδή, για μία μέθοδο μέγιστης καθόδου για την εύρεση του σημείου ισορροπίας των δυνάμεων.

### Τα μονοπάτια Reeds-Shepp

Το 1990 οι J.A. Reeds και L. A. Shepp εκδώσαν μία επιστημονική έρευνα [25] στην οποία περιγράφουν τα βέλτιστα μονοπάτια για ένα αυτοκίνητο που κινείται και εμπρός και πίσω. Συγκεκριμένα ορίζουν ένα σύνολο μονοπατιών που είναι επαρκές για κάθε συνδυασμό καταστάσεων, βέλτιστο από άποψη μήκους και μικρό σε πλήθος.

Το πρόβλημα που εξετάζεται είναι η κατασκευή βέλτιστου μονοπατιού για ένα αυτοκίνητο που κινείται και μπρος και πίσω με μοναδιαία ταχύτητα και παρουσιάζει άνω φραγμένη γωνία στρέψης των τροχών και άρα κάτω φραγμένη ακτίνα τροχιάς. Το εν λόγω σύστημα περιγράφεται από τις ακόλουθες σχέσεις.

$$\dot{x} = u_1 \cdot \cos \theta \quad (3.13)$$

$$\dot{y} = u_1 \cdot \sin \theta \quad (3.14)$$

$$\dot{\theta} = u_1 \cdot u_2 \quad (3.15)$$

όπου

$$u_1 : \text{η ταχύτητα με τιμές } \{-1, 1\}$$

$$u_2 : \text{η καμπυλότητα της τροχιάς με τιμές στο διάστημα } [-\tan \phi_{max}, \tan \phi_{max}]$$

$$\phi : \text{η γωνία στρέψης των μπροστινών τροχών του αυτοκινήτου με τιμές στο διάστημα } [-\phi_{max}, \phi_{max}]$$

$$\phi_{max} : \text{μέγιστη γωνία στρέψης τροχών με τιμή στο διάστημα } (0, \frac{\pi}{2})$$

Ο στόχος, λοιπόν, είναι η ελαχιστοποίηση του μήκους  $L$  μονοπατιού μετάβασης από μία κατάσταση  $q_{start}$  σε μία κατάσταση  $q_{goal}$  και συγκεκριμένα η ελαχιστοποίηση της σχέσης

$$L(\tilde{q}, \tilde{u}) = \int_0^{t_F} \sqrt{\dot{x}^2(t) + \dot{y}^2(t)} dt \quad (3.16)$$

Οι J.A. Reeds και L.A. Shepp απέδειξαν ότι τα βέλτιστα μονοπάτια για την εξεταζόμενη περίπτωση είναι το πολύ σαράντα οχτώ και αναπαρίστανται από ένα αντίστοιχο σύνολο λέξεων. Οι εν λόγω λέξεις συντίθενται από ένα σύνολο συμβόλων βασικών κινήσεων. Οι βασικές κινήσεις (*motion primitives*) περιγράφονται από τα σύμβολα  $S, L, R$ , όπου το σύμβολο  $S$  δηλώνει ευθύγραμμη κίνηση, το σύμβολο  $L$  δηλώνει αριστερή στροφή, ενώ το σύμβολο  $R$  δεξιά στροφή. Επίσης, χρησιμοποιείται το σύμβολο "|" για να δηλώσει την αντιστροφή της φοράς κίνησης, αλλά και άνω δείκτης  $\{+, -\}$  (πχ.  $R^+$ ) που δηλώνουν την φορά κίνησης και κάτω δείκτες (πχ.  $S_{1.5}, C_{\frac{\pi}{2}}$ ) που δηλώνουν το μέτρο του κάθε επιμέρους τμήματος - βασικής κίνησης ενός μονοπατιού. Αναπαριστώντας, τώρα τις βασικές κινήσεις στροφής  $R, L$  με το σύμβολο  $C$ , το βέλτιστο μονοπάτι μπορεί να εκφραστεί βάσει των ακόλουθων βασικών λέξεων, για το πολύ πέντε βασικές κινήσεις.

$$\begin{aligned} & \{C|C|C, CC|C, C|CC, CSC, CC_\beta|C_\beta C, C|C_\beta C_\beta|C, \\ & C|C_{\frac{\pi}{2}}SC, CSC_{\frac{\pi}{2}}|C, C|C_{\frac{\pi}{2}}SC_{\frac{\pi}{2}}|C\} \end{aligned} \quad (3.17)$$

Χρησιμοποιώντας τις βασικές λέξεις (3.17) για κάθε δυνατή περίπτωση, προκύπτουν οι σαράντα οχτώ διαφορετικές λέξεις, που αναπαριστούν τα μονοπάτια Reeds-Shepp, όπως φαίνεται στον πίνακα 3.1.

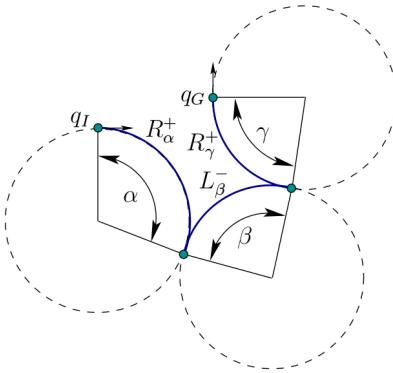
Τέλος, οι H.J. Sussmann και G. Tang [27] απέδειξαν ότι οι ακόλουθες  $(L^-R^+L^-), (R^-L^+R^-)$  είναι πλεονάζουσας και μπορούν να παραληφθούν και επομένως προκύπτουν τελικά σαράντα έξι δυνατές ακόλουθιές, που μπορούν να περιγράψουν τα βέλτιστα μονοπάτια για ένα αυτοκίνητο όχημα που μπορεί να κινείται και μπρος και πίσω με κάτω φραγμένη ακτίνα τροχιάς.

### Ο Αλγόριθμος Bubble Band

Οι M. Khatib, H. Jaouni, R. Chatila και J.P. Laumond [23] ανέπτυξαν τον αλγόριθμο Bubble Band με στόχο την δυναμική παραμόρφωση των μονοπατιών μη ολονομικών ρομπότ, ούτως ώστε να προσαρμόζονται σε μεταβολές του περιβάλλοντος, ενώ παράλληλα να υπακούν σε δυναμικούς περιορισμούς του ρομπότ, χωρίς να θυσιάζεται η επίτευξη του τρέχοντα στόχου.

Πίνακας 3.1: Τα 48 είδη μονοπατιών Reeds-Shepp.

Βασική Λέξη	Δυνατές Ακολουθίες Βασικών Κινήσεων
$C C C$	$(L^+R^-L^+), (L^-R^+L^-), (R^+L^-R^+), (R^-L^+R^-)$
$CC C$	$(L^+R^+L^-), (L^-R^-L^+), (R^+L^+R^-), (R^-L^-R^+)$
$C CC$	$(L^+R^-L^-), (L^-R^+L^+), (R^+L^-R^-), (R^-L^+R^+)$
$CSC$	$(L^+S^+L^+), (L^-S^-L^-), (R^+S^+R^+), (R^-S^-R^-),$ $(L^+S^+R^+), (L^-S^-R^-), (R^+S^+L^+), (R^-S^-L^-)$
$CC_\beta C_\beta C$	$(L^+R_\beta^+L_\beta^-R^-), (L^-R_\beta^-L_\beta^+R^+), (R^+L_\beta^+R_\beta^-L^-), (R^-L_\beta^-R_\beta^+L^+)$
$C C_\beta C_\beta C$	$(L^+R_\beta^-L_\beta^-R^+), (L^-R_\beta^+L_\beta^+R^-), (R^+ + L_\beta^-R_\beta^-L^+), (R^-L_\beta^+R_\beta^+L^-)$
$C C_{\frac{\pi}{2}}SC$	$(L^+R_{\frac{\pi}{2}}^-S^-R^-), (L^-R_{\frac{\pi}{2}}^+S^+R^+), (R^+L_{\frac{\pi}{2}}^-S^-L^-), (R^-L_{\frac{\pi}{2}}^+S^+L^+),$ $(L^+R_{\frac{\pi}{2}}^-S^-L^-), (L^-R_{\frac{\pi}{2}}^+S^+L^+), (R^+L_{\frac{\pi}{2}}^-S^-R^-), (R^-L_{\frac{\pi}{2}}^+S^+R^+)$
$CSC_{\frac{\pi}{2}} C$	$(L^+S^+L_{\frac{\pi}{2}}^+R^-), (L^-S^-L_{\frac{\pi}{2}}^-R^+), (R^+S^+R_{\frac{\pi}{2}}^+L^-), (R^-S^-R_{\frac{\pi}{2}}^-L^+),$ $(R^+S^+L_{\frac{\pi}{2}}^+R^-), (R^-S^-L_{\frac{\pi}{2}}^-R^+), (L^+S^+R_{\frac{\pi}{2}}^+L^-), (L^-S^-R_{\frac{\pi}{2}}^-L^+)$
$C C_{\frac{\pi}{2}}SC_{\frac{\pi}{2}} C$	$(L^+R_{\frac{\pi}{2}}^-S^-L_{\frac{\pi}{2}}^-R^+), (L^-R_{\frac{\pi}{2}}^+S^+L_{\frac{\pi}{2}}^+R^-), (R^+L_{\frac{\pi}{2}}^-S^-R_{\frac{\pi}{2}}^-L^+),$ $(R^-L_{\frac{\pi}{2}}^+S^+R_{\frac{\pi}{2}}^+L^-)$

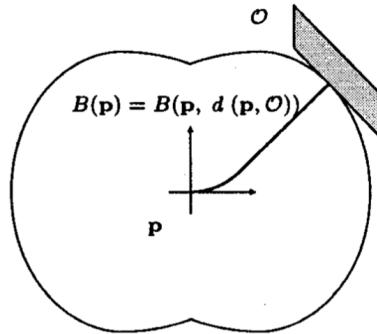
Σχήμα 3.16: Παράδειγμα μονοπατιού Reeds-Shepp  $R_\alpha^+L_\beta^-R_\gamma^+$  [26].

Ο αλγόριθμος Bubble Band, ορίζει την *μη ολονομική φούσκα* (*nonholonomic bubble*), για ένα μη ολονομικό ρομπότ, ως το μέγιστο τοπικά προσβάσιμο τμήμα του χώρου, γύρω από μία κατάσταση, λαμβάνοντας υπόψιν τυχόν εμπόδια, όπως επίσης και τους μη ολονομικούς περιορισμούς του ρομπότ. Ο αλγόριθμος Bubble Band, χρησιμοποιεί ένα μονοπάτι, που έχει κατασκευασθεί από έναν αλγόριθμο που δεν λαμβάνει υπόψιν μη ολονομικούς περιορισμούς, όπως ο  $A^*$  και παραμορφώνει το μονοπάτι αυτό, βάσει της μεθόδου της ελαστικής ζώνης, των S. Quinlan και O. Khatib [24], που αναφέρθηκε παραπάνω.

Σε αντίθεση με την φούσκα που χρησιμοποιεί ο αλγόριθμος της ελαστικής ζώνης, η μη ολονομική φούσκα παράγεται βάσει των αποστάσεων του ρομπότ σε μία κατάσταση  $q$  από τα εμπόδια, αλλά και βάσει του κινηματικού και δυναμικού μοντέλου του ρομπότ. Αυτό το επιτυγχάνει χρησιμοποιώντας μία διαφορετική απόστασης κατά την κατασκευή της φούσκας. Συγκεκριμένα, ενώ ο αλγόριθμος της ελαστικής ζώνης χρησιμοποιεί την ευκλείδια απόσταση για να βρει το κοντινότερο εμπόδιο, ο αλγόριθμος Bubble Band χρησιμοποιεί μία μετρική, που ονομάζεται *μη ολονομική απόσταση* (*nonholonomic distance*). Η μη ολονομική απόσταση ορίζεται από τους J.P. Laumond και P. Soueres [28] στον χώρο καταστάσεων  $R^2 \times S^1$  ως το κοντινότερο μονοπάτι μεταξύ δύο καταστάσεων. Επομένως, μία μη ολονομική φούσκα  $B(p)$  κατασκευάζεται βάσει της μικρότερης μη ολονομικής απόστασης μεταξύ της κατάστασης  $p$  που οδηγεί σε σύγκρουση.

Με βάση τα παραπάνω η μη ολονομική φούσκα στην κατάσταση  $p$ , με ακτίνα  $r$  δηλώνει το σύνολο των εφικτών καταστάσεων  $q$  στις οποίες μπορεί να μεταβεί το ρομπότ από την κατάσταση  $p$ , με την μη ολονομική απόσταση  $d(p, q)$  μεταξύ των καταστάσεων  $p$  και  $q$  να είναι κατά μέτρο μικρότερη από  $r$ . Η μαθηματική αναπαράσταση της μη ολονομικής φούσκας προκύπτει ως

$$B(p, r) = \{q \in R^2 \times S^1 \mid d(p, q) < r\} \quad (3.18)$$



Σχήμα 3.17: Μη ολονομική φούσκα [23].

Αντίστοιχα με την συνθήκη μερικής επικάλυψης του αλγορίθμου ελαστικής ζώνης που αναφέρθηκε στην ενότητα 3.2.2, ορίζεται και οι συνθήκες επικάλυψης του αλγορίθμου Bubble Band ως η απαίτηση δύο διαδοχικές φούσκες να επικαλύπτονται, αλλά να μην υπερκαλύπτονται. Αυτό σημαίνει ότι για τρεις διαδοχικές φούσκες  $B(p_{i-1}, r_{i-1})$ ,  $B(p_i, r_i)$ ,  $B(p_{i+1}, r_{i+1})$  θα πρέπει να ισχύουν οι σχέσεις

$$d(p_i, p_{i+1}) \leq r_i + r_{i+1} - \epsilon_c \quad (3.19)$$

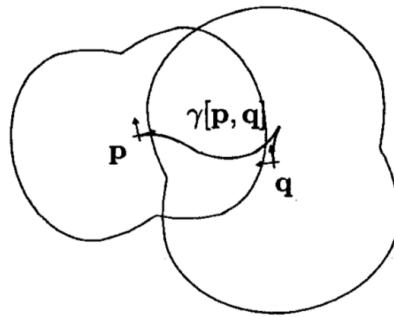
$$d(p_{i-1}, p_{i+1}) \geq r_{i-1} + r_{i+1} - \epsilon_o \quad (3.20)$$

όπου  $\epsilon_c, \epsilon_o$  θετικές μικρές σταθερές.

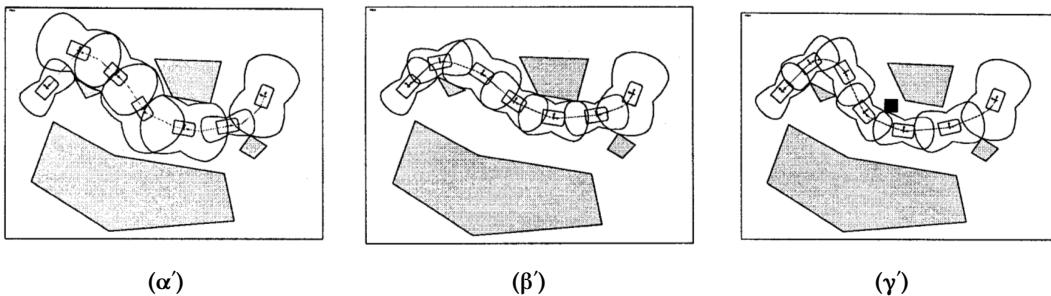
Σε περίπτωση που δεν ικανοποιείται η σχέση (3.19) για δύο διαδοχικές φούσκες, τότε θα πρέπει να δημιουργείται μία ενδιάμεση φούσκα, ενώ σε περίπτωση που δεν ισχύει η σχέση 3.20 τότε θα πρέπει να διαγράφεται η ενδιάμεση φούσκα. Επίσης, για να αποφεύγεται η συνεχής δημιουργία και διαγραφή φουσκών θα πρέπει να επιλέγονται οι σταθερές  $\epsilon_c, \epsilon_o$  τέτοιες ώστε  $\epsilon_c < \epsilon_o$ .

Σαν αποτέλεσμα, ένα βέλτιστο μονοπάτι Reeds-Shepp μεταξύ των κέντρων δύο διαδοχικών φουσκών  $B(p_i, r_i), B(p_{i+1}, r_{i+1})$  θα περιέχεται εξολοκλήρου μέσα στην ένωση τους  $B(p_i, r_i) \cup B(p_{i+1}, r_{i+1})$ , γεγονός που καθιστά το μονοπάτι ασφαλές, όπως φαίνεται και στο σχήμα 3.18. Επομένως, μπορεί να κατασκευασθεί ένα ασφαλές μονοπάτι, μέσω της εύρεσης επιμέρους βέλτιστων μονοπατιών Reeds-Shepp μεταξύ των κέντρων των φουσκών.

Ο αλγόριθμος Bubble Band ξεκινάει με ένα ολικό μονοπάτι και το δειγματοληπτεί, λαμβάνοντας ένα σύνολο σημείων κατά μήκους του μονοπατιού. Έπειτα δημιουργεί μία μη ολονομική φούσκα για κάθε ένα από τα επιμέρους σημεία και ξεκινάει την διαδικασία παραμόρφωσης μέσω της άσκησης τεχνητών δυνάμεων, ενώ παράλληλα ελέγχει την συνδετικότητα και αλληλοκάλυψη των φουσκών και ανάλογα με την περίπτωση δημιουργεί ή διαγράφει φούσκες. Όπως και με τον αλγόριθμο της ελαστικής ζώνης οι τεχνητές δυνάμεις που ασκούνται στις φούσκες, χωρίζονται σε εσωτερικές - ελκτικές και εξωτερικές - απωστικές δυνάμεις. Οι εσωτερικές δυνάμεις αναπαριστούν την αλληλεπίδραση μεταξύ διαδοχικών φουσκών και τείνουν να τοποθετούν μία φούσκα πάνω στο κοντινότερο μονοπάτι



Σχήμα 3.18: Βέλτιστο ασφαλές μονοπάτι μεταξύ των κέντρων δυο μη ολονομικών φουσκών [23].



Σχήμα 3.19: (α') Δημιουργία ζώνης φουσκών, (β') παραμόρφωση και (γ') αντίδραση σε δυναμικό εμπόδιο [23].

που ενώνει τις διαδοχικές της φούσκες ενώ οι εξωτερικές δυνάμεις δηλώνουν την αλληλεπίδραση μίας φούσκας με τα εμπόδια και τείνουν να απομακρύνουν την φούσκα από τα εμπόδια. Με βάση τα παραπάνω προκύπτει ένα δυναμικό πεδίο από την συνισταμένη δράση των δυναμικών πεδίων που δημιουργούν τις εσωτερικές και εξωτερικές δυνάμεις. Στην συνέχεια παρουσιάζονται οι σχέσεις των δυναμικών πεδίων των εσωτερικών και εξωτερικών δυνάμεις.

$$P_f(p_i) = \frac{K_f}{2} (d(p_i, p_{i+1}) - (r_i + r_{i+1}) + \epsilon_c) \times (d(p_i, p_{i+1}) - (r_i + r_{i+1}) + \epsilon_o) \quad (3.21)$$

$$P_b(p_i) = \frac{K_b}{2} (d(p_i, p_{i-1}) - (r_i + r_{i-1}) + \epsilon_c) \times (d(p_i, p_{i-1}) - (r_i + r_{i-1}) + \epsilon_o) \quad (3.22)$$

$$P_c(p_i) = \frac{K_c}{2} (d^\gamma(p_i))^2 \quad (3.23)$$

όπου

$P_f$  : το δυναμικό πεδίο που μεταξύ των φουσκών  $B(p_i), B(p_{i+1})$

$P_b$  : το δυναμικό πεδίο που μεταξύ των φουσκών  $B(p_{i-1}), B(p_i)$

$P_c$  : το δυναμικό πεδίο που ασκείται που τείνει να συστάλλει το μονοπάτι

$d^\gamma$  : η μικρότερη μη ολονομική απόσταση μεταξύ των φουσκών  $(p_{i-1})$  και  $(p_{i+1})$

$K_f$  : κέρδος δύναμης από την επόμενη διαδοχικά φούσκα  $B(p_{i+1})$

$K_b$  : κέρδος δύναμης από την προηγούμενη διαδοχικά φούσκα  $B(p_{i-1})$

$K_c$  : κέρδος δύναμης συστολής

Αντίστοιχα, τα δυναμικά πεδία των εξωτερικών δυνάμεων από τα εμπόδια [29] υπολογίζονται ως

$$P_r(p_i) = \begin{cases} \frac{K_r}{2} (d_{cs}^O(p_i) - d_c)^2 + \frac{K_\infty}{2} \left( \frac{1}{d_{cs}^O(p_i)} - \frac{1}{d_c} \right)^2 & , \quad d_{cs}^O(p_i) \leq d_c \\ 0 & , \quad \text{αλλιώς} \end{cases} \quad (3.24)$$

όπου

$P_r$  : δυναμικό πεδίο απωστικών δυνάμεων από εμπόδια

$K_r, K_\infty$  : κέρδη απωστικών δυνάμεων

$d_{cs}^O$  : κοντινότερο μονοπάτι Reeds-Shepp από εμπόδια

$d_c$  : άνω κατώφλι απόστασης από τα εμπόδια για περιορισμό του μεγέθους της φούσκας

Τέλος, η εξαγωγή των εσωτερικών και εξωτερικών δυνάμεων μπορεί να γίνει με την εφαρμογή του τελεστή  $-\nabla$ , στις αντίστοιχες εξισώσεις δυναμικού.

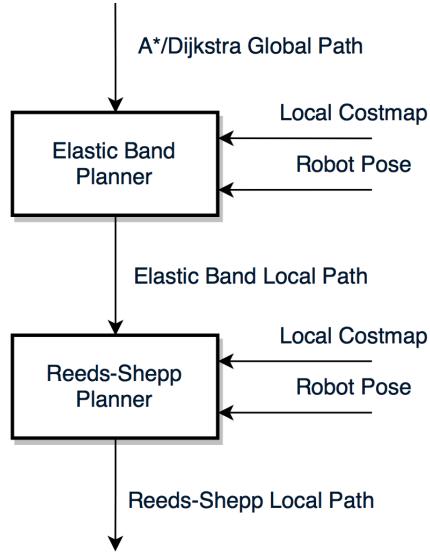
### Ο Αλγόριθμος Reeds-Shepp Band

Ο αλγόριθμος Reeds-Shepp Band που υλοποιήθηκε στα πλαίσια της παρουσίας διπλωματικής εργασίας, όπως προαναφέρθηκε, βασίστηκε στον αλγόριθμο Bubble Band, που αναλύθηκε παραπάνω και αποτελεί μία απλοποιημένη προσέγγιση αυτού.

Λόγω της αυξημένης πολυπλοκότητας υπολογισμού της μη ολονομικής απόστασης, σε αντίθεση με την ευκλείδια και συνεπώς και του υπολογισμού των επιμέρους δυνάμεων που παραμορφώνουν το δοσμένο ολικό μονοπάτι, επιλέχθηκε, τελικά, η χρησιμοποίηση του απλούστερου και λιγότερο απαιτητικού αλγορίθμου της ελαστικής ζώνης. Ο αλγόριθμος της ελαστικής ζώνης, όπως ορίστηκε παραμορφώνει δυναμικά το δοσμένο ολικό μονοπάτι, αλλά δεν λαμβάνει υπόψιν του μη ολονομικούς περιορισμούς.

Για την μετατροπή της ελαστικής ζώνης σε ένα δυναμικά και κινηματικά εφικτό μονοπάτι λαμβάνονται το σύνολο των κέντρων των φουσκών της ελαστικής ζώνης και για κάθε δύο διαδοχικά κέντρα παράγεται ένα μονοπάτι Reeds-Shepp. Σε αντίθεση με τον αλγόριθμο Bubble Band, παρόλα αυτά, ένα μονοπάτι Reeds-Shepp που ενώνει τα κέντρα δύο φουσκών της ελαστικής ζώνης, μπορεί να μην περιλαμβάνεται πλήρως μέσα στις φουσκές, με αποτέλεσμα να υπάρχει κίνδυνος σύγκρουσης με εμπόδια, εάν δεν υπάρχει πρόσθετος έλεγχος σύγκρουσης. Επομένως, για την λύση του προβλήματος αυτού πραγματοποιείται έλεγχος σύγκρουσης για κάθε κατάσταση ενός υποψήφιου μονοπατιού Reeds-Shepp, το οποίο γίνεται δεκτό ή απορρίπτεται ανάλογα με το αποτέλεσμα.

Επίσης, με στόχο την μείωση του υπολογιστικού φόρτου, η δημιουργία της ελαστικής ζώνης πραγματοποιείται για ένα τοπικό τμήμα του ολικού μονοπατιού, αλλά παράλληλα ανανεώνεται δυναμικά όσο κινείται το ρομπότ για αποφυγή δυναμικών απρόσμενων καταστάσεων. Επίσης, πραγματοποιείται περαιτέρω μείωση του υπολογιστικού φόρτου, κατά το στάδιο της μετατροπής της ελαστικής ζώνης σε μονοπάτια Reeds-Shepp, επιλέγοντας την κατασκευή μονάχα ενός μονοπατιού Reeds-Shepp μεταξύ του κέντρου της φουσκας που αντιστοιχεί στην τρέχουσα κατάσταση του ρομπότ και του κέντρου της επόμενης διαδοχικά φουσκας στην ελαστική ζώνη, ή σε επόμενη, εάν η απόσταση μεταξύ των δύο κέντρων είναι μικρότερη από ένα κατώφλι.



**Σχήμα 3.20:** Το διάγραμμα σταδίων παραμόρφωσης ολικού μονοπατιού μέσω αλγορίθμου ελαστικής ζώνης και μονοπατιών Reeds-Shepp.

### 3.2.3 Διάσχιση Μονοπατιού

Έχοντας κατασκευάσει ένα μονοπάτι για να ακολουθήσει το ρομπότ, με στόχο την μετάβαση από μία αρχική σε μία τελική κατάσταση, το πρόβλημα που απομένει είναι ο ορισμός ενός νόμου ελέγχου που θα παράγει τις κατάλληλες ταχύτητες και θα επιτρέψει στο ρομπότ να κινηθεί με τον αναμενόμενο τρόπο. Πολλές προσεγγίσεις αλγορίθμων αποφυγής εμποδίων, όπως ο αλγόριθμος DWA [19] που αναφέρθηκε στην ενότητα 3.2.2 παράγουν τροχιές στον χώρο των ταχυτήτων, για την ασφαλή ακολούθηση ολικού μονοπατιού, με αποτέλεσμα να λύνονται τρία προβλήματα ταυτόχρονα. Στην προκειμένη περίπτωση, παρόλα αυτά, χρησιμοποιείται η κατασκευή ενός τοπικού, ασφαλούς και κινηματικά και δυναμικά εφικτού μονοπατιού στο επίπεδο και επομένως, θα πρέπει να ορισθεί ένας ξεχωριστός νόμος ελέγχου που θα παράγει τις εντολές ελέγχου, δηλαδή τις ταχύτητες με τις οποίες θα πρέπει να κινηθεί το ρομπότ για να ακολουθήσει αποτελεσματικά το εν λόγω μονοπάτι.

Οι αλγόριθμοι ή μέθοδοι διάσχισης μονοπατιού συνήθως χωρίζονται σε δύο κατηγορίες, ανοικτού και κλειστού βρόχου. Οι αλγόριθμοι διάσχισης μονοπατιού, ανοικτού βρόχου, συνήθως, λύνουν το πρόβλημα, μέσω του, εκ των προτέρου διαχωρισμού ενός μονοπατιού σε μία ακολουθία ευθύγραμμων τμημάτων και καμπυλών και τον υπολογισμό των εντολών ταχύτητας για την ακολούθηση της ακολουθίας των τμημάτων. Σαν αποτέλεσμα, δεν λαμβάνουν υπόψιν απρόσμενες καταστάσεις, όπως ολίσθηση, αλλά και ατέλειες κινηματικού και δυναμικού μοντέλου του ρομπότ και επομένως μπορεί να αποκλίνουν σημαντικά από την επιθυμητή συμπεριφορά. Αντίθετα, μία μέθοδος διάσχισης μονοπατιού, κλειστού βρόχου, λειτουργούν δυναμικά, μετασχηματίζοντας το πρόβλημα της διάσχισης μονοπατιού, στο πρόβλημα της επιλογής ενός υπό-στόχου και την παραγωγή εντολών ελέγχου για την ακολούθηση του στόχου αυτού, λαμβάνοντας υπόψιν την τρέχουσα κατάσταση του ρομπότ και την απόκλιση από την επιθυμητή συμπεριφορά, δηλαδή, για παράδειγμα τα σφάλματα θέσης και προσανατολισμού από το τρέχοντα υπό-στόχο. Οι μέθοδοι κλειστού βρόχου, όπως είναι προφανές είναι αποδοτικότεροι και πιο εύρωστοι από τις μεθόδους ανοικτού βρόχου, αλλά απαιτούν την ύπαρξη μεθόδων για την συνεχή εκτίμηση της κατάστασης του ρομπότ και τον υπολογισμό των αποκλίσεων του από την. Στην προκειμένη περίπτωση, εφόσον παρέχεται η εκτίμηση της κατάστασης του ρομπότ επιλέχθηκε να χρησιμοποιηθεί ένας αλγόριθμος διάσχισης μονοπατιού, κλειστού βρόχου.

Το αντικείμενο της διάσχισης μονοπατιού για ρομποτικά οχήματα, έχει ερευνηθεί εκτενώς από τον ερευνητικό κόσμο, αλλά έχει επικεντρωθεί κατά κύριο λόγο σε ολονομικά ή ψευδο-ολονομικά

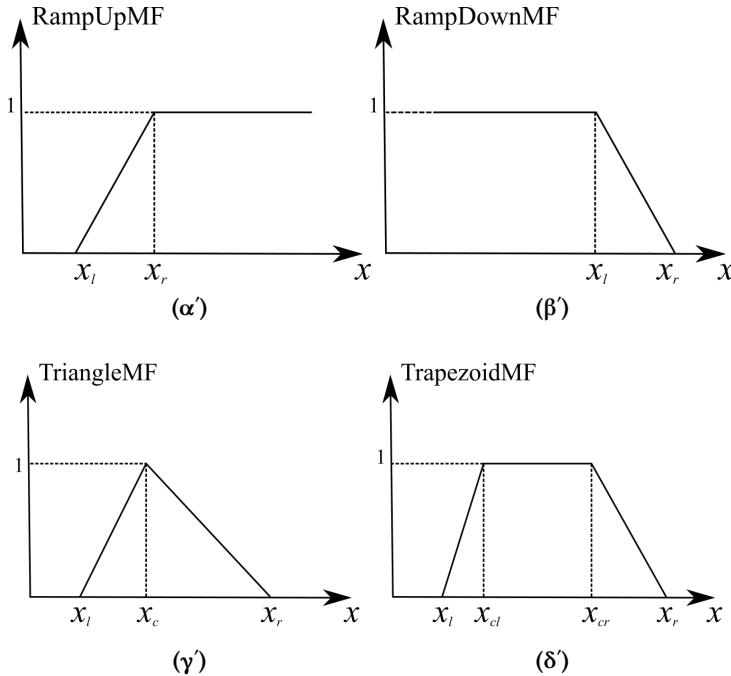
ρομπότ, όπως ρομπότ με κινηματικό μοντέλο omnidirectional, differential drive και skid steer drive. Παράλληλα, υπάρχει και επαρκής έρευνα για την ακολούθηση μονοπατιού για μη ολονομικά ρομπότ, όπως το συμβατικό αυτοκίνητο με κινηματικό Ackermann. Παρόλα αυτά, η περίπτωση του κινηματικού μοντέλου τετραδιεύθυνσης που εξέταζεται δεν έχει μελετηθεί εκτενώς, λόγω της περιορισμένης χρήσης του σε ρομποτικές εφαρμογές, αλλά και στην αυτοκινητοβιομηχανία. Επίσης, ακόμα και οι ερευνητές που έχουν μελετήσει το πρόβλημα της διάσχισης μονοπατιού για ρομποτικά οχήματα με τετραδιεύθυνση, όπως στις δημοσιεύσεις [30], [31], [32], εστιάζονται περισσότερο στην κίνηση με αρνητική/αντίστροφη τετραδιεύθυνση, χωρίς να εκμεταλλεύονται πλήρως τις δυνατότητες του εν λόγω κινηματικού μοντέλου. Ακόμα και όταν μελετάται το πρόβλημα της θετικής τετραδιεύθυνσης, συνήθως χρησιμοποιείται είτε για την αύξηση της σταθερότητας του αυτοκινήτου, είτε για ομαλή αλλαγή λωρίδων σε υψηλές ταχύτητες, όπου λαμβάνουν χώρα φαινόμενα διαταραχών, περίπτωση που δεν είχε νόημα να εξεταστεί στα πλαίσια της παρούσας εργασίας, καθώς μιλάμε για ρομποτικές εφαρμογές χαμηλών ταχυτήτων.

Μεγάλο ενδιαφέρον παρουσιάζει η πρόταση των Cariou et al. [33] για έναν αλγόριθμο διάσχισης μονοπατιού, μέσω προσαρμοστικού ελέγχου για την αντιστάθμιση φαινομένων ολίσθησης, ο οποίος ουσιαστικά στοχεύει στην μείωση της πλευρικής απόκλισης από το μονοπάτι που ακολουθεί, προσπαθώντας ταυτόχρονα να κρατήσει μικρό σφάλμα προσανατολισμού. Επίσης, εξίσου ενδιαφέρουσα, αν όχι περισσότερο, είναι και η πρόταση των Mendes et al. [34] για έναν αλγόριθμο διάσχισης μονοπατιού με ταυτόχρονη αποφυγή εμποδίων, βασισμένο σε Ασαφή Λογική (Fuzzy Logic), που ανεξαρτητοποιεί τις εντολές στρέψης των μπροστινών από τους πίσω τροχούς, όπου οι πίσω τροχοί χρησιμοποιούνται, όμοια με τον αλγόριθμο των [33] [33] για την αντιστάθμιση της πλευρικής απόκλισης από ένα δοσμένο μονοπάτι.

Με βάση τις δύο μεθόδους που παρουσιάστηκαν παραπάνω, αποφασίστηκε η ανάπτυξη ενός αλγορίθμου διάσχισης μονοπατιού, που θα εκμεταλλεύεται την θετική τετραδιεύθυνση για την αντιστάθμιση της πλευρικής απόκλισης σε περίπτωση ολίσθησης, διαταραχής ή ατελειών του νόμου ελέγχου, ενώ παράλληλα θα χρησιμοποιεί αρνητική τετραδιεύθυνση σε περίπτωση κλειστών στροφών. Επίσης, αποφασίστηκε η ανάπτυξη του αλγορίθμου να γίνει με Ασαφή Λογική, όπως η υλοποίηση των Mendes et al. [34], καθώς η Ασαφής Λογική διευκολύνει σημαντικά την διαδικασία υλοποίησης, ενώ παράλληλα προσφέρει υψηλούς βαθμούς προσαρμοστικότητας και επέκτασης.

### Ελεγκτές Ασαφούς Λογικής

Οι μεταβλητές εισόδου ενός ελεγκτή ασαφούς λογικής (FLC), ονομάζονται ασαφής μεταβλητές (fuzzy variables) και συσχετίζονται με ένα σύνολο ασαφών συνόλων (fuzzy set). Κάθε ασαφές σύνολο χαρακτηρίζεται από μία συνάρτηση συμμετοχής (membership variable), που δηλώνει κατά πόσο τις εκατό, μία τιμή της ασαφούς μεταβλητής ανήκει στο εν λόγω ασαφές σύνολο. Για την υλοποίηση του ασαφούς ελεγκτή διάσχισης που παρουσιάζεται πιο κάτω, χρησιμοποιήθηκαν ράμπες, τριγωνικές και τραπεζοειδής συναρτήσεις συμμετοχής, οι οποίες παρουσιάζονται στο σχήμα 3.21 ορίζονται ως



**Σχήμα 3.21:** Συναρτήσεις συμμετοχής ασαφούς συνόλου, που χρησιμοποιήθηκαν στον ασαφή ελεγκτή διάσχισης μονοπατιού.

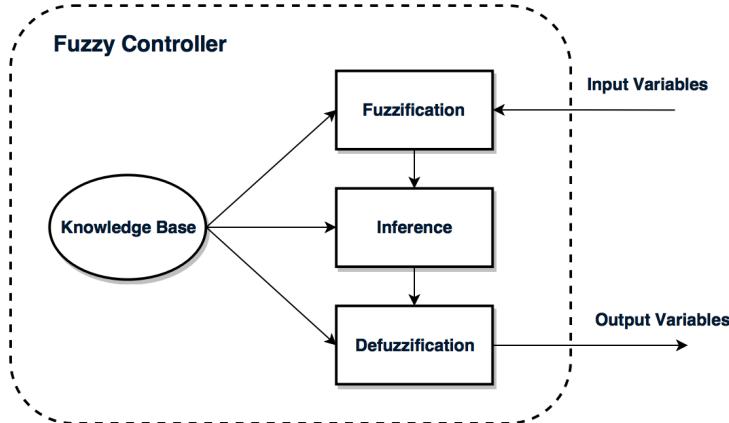
$$RampUpMF(x_l, x_r, x) = \begin{cases} 0, & \text{εάν } x \leq x_l \\ \frac{x-x_l}{x_r-x_l}, & \text{εάν } x_l \leq x \leq x_r \\ 1, & \text{εάν } x \geq x_r \end{cases} \quad (3.25)$$

$$RampDownMF(x_l, x_r, x) = \begin{cases} 1, & \text{εάν } x \leq x_l \\ \frac{x_r-x}{x_r-x_l}, & \text{εάν } x_l \leq x \leq x_r \\ 0, & \text{εάν } x \geq x_r \end{cases} \quad (3.26)$$

$$TriangleMF(x_l, x_c, x_r, x) = \begin{cases} 0, & \text{εάν } x \leq x_l \\ \frac{x-x_l}{x_c-x_l}, & \text{εάν } x_l \leq x \leq x_c \\ \frac{x_r-x}{x_r-x_c}, & \text{εάν } x_c \leq x \leq x_r \\ 0, & \text{εάν } x \geq x_r \end{cases} \quad (3.27)$$

$$TrapezoidMF(x_l, x_{cl}, x_{cr}, x_r, x) = \begin{cases} 0, & \text{εάν } x \leq x_l \\ \frac{x-x_l}{x_{cl}-x_l}, & \text{εάν } x_l \leq x \leq x_{cl} \\ 1, & \text{εάν } x_{cl} \leq x \leq x_{cr} \\ \frac{x_r-x}{x_r-x_{cr}}, & \text{εάν } x_c \leq x \leq x_r \\ 0, & \text{εάν } x \geq x_r \end{cases} \quad (3.28)$$

Η γενική αρχιτεκτονική ενός ελεγκτή ασαφούς λογικής αποτελείται από τέσσερα βασικά τμήματα και τρία στάδια επεξεργασίας. όπως παρουσιάζονται στο σχήμα 3.22.



Σχήμα 3.22: Γενική Αρχιτεκτονική Ασαφούς Ελεγκτή.

Τα επιμέρους τμήματα της γενικής αρχιτεκτονικής του ελεγκτή ασαφούς λογικής περιγράφονται ως ακολούθως.

- Η **Βάση Γνώσης (Knowledge Base)** περιλαμβάνει τις ασαφείς μεταβλητές και τα αντίστοιχα τους ασαφή σύνολα, τα οποία αναπαρίστανται βάσει συναρτήσεων συμμετοχής, όπως επίσης και τους ασαφείς κανόνες, τύπου "if <conditions> then <action>".
- Στο στάδιο της **Ασαφοποίηση (Fuzzification)**, μία κανονική τιμή (crisp value) μίας ασαφούς μεταβλητής εισόδου ασαφοποιείται σε ζεύγη (ασαφές σύνολο, ποσοστό συμμετοχής), μέσω αντιστοίχισης της τιμής με την συνάρτηση συμμετοχής κάθε ασαφούς συνόλου.
- Στο στάδιο του **Συμπερασμού (Inference)**, λαμβάνονται οι ασαφείς είσοδοι, εφαρμόζονται οι ασαφείς κανόνες σε αυτούς και παράγεται μία ασαφής έξοδος.
- Στο στάδιο της **Αποασαφοποίησης (Defuzzification)**, τα ασαφή σύνολα που παράγονται από κάθε κανόνα στο στάδιο του συμπερασμού μετατρέπονται σε κανονικές τιμές, μέσω σταθμισμένου μέσου (weighted average) Takagi-Sugeno:

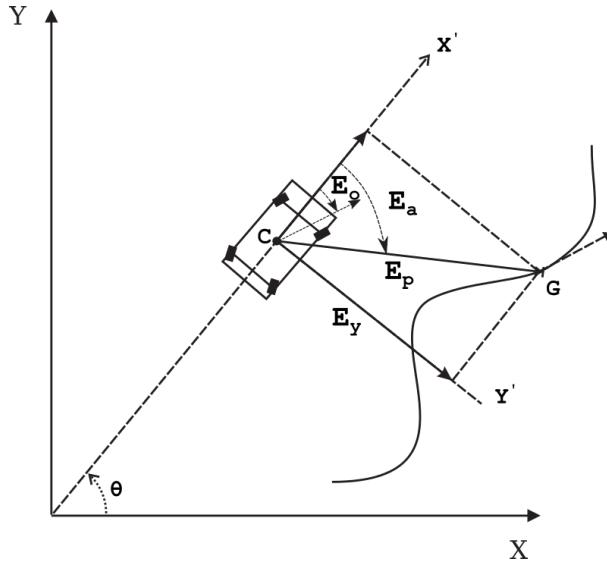
$$WA = \frac{\sum_{i=1}^n \mu(x_i)x_i}{\sum_{i=1}^n \mu(x_i)} \quad (3.29)$$

### Ασαφής Ελεγκτής Διάσχισης Μονοπατιού

Όπως, προαναφέρθηκε, στόχος του αλγορίθμου διάσχισης μονοπατιού, κλειστού βρόχου είναι να ακολουθήσει όσο πιο εύρωστα γίνεται μία διαδρομή, μέσω του ορισμού υπό-στόχων κατά μήκος του μονοπατιού. Επομένως, το μονοπάτι προς διάσχιση αναπαρίσταται ως μία ακολουθία προσανατολισμένων σημείων στο επίπεδο. Επομένως, βάσει ενός μονοπατιού  $\{p_1, p_2, \dots, p_n\}$  που πρέπει να ακολουθήσει το ρομπότ για να μεταβεί από μία αρχική κατάσταση  $q_I = [x_I, y_I, \theta_I]$  σε ένα στόχο - μία τελική κατάσταση  $q_F = [x_F, y_F, \theta_F]$ , επιλέγεται ένας υπό-στόχος  $q_G = [x_G, y_G, \theta_G]$  πάνω στο εν λόγω μονοπάτι. Σαν αποτέλεσμα, το πρόβλημα της διάσχισης μονοπατιού μετασχηματίζεται σε ένα πρόβλημα προσέγγισης διαδοχικών υπό-στόχων, το οποίο συνεπάγεται έναν νόμο ελέγχου που θα τείνει να μειώνει την απόκλιση μεταξύ του ρομπότ και του τρέχοντα υπό-στόχου, μέχρι τελικά να φτάσει στην επιθυμητή τελική κατάσταση.

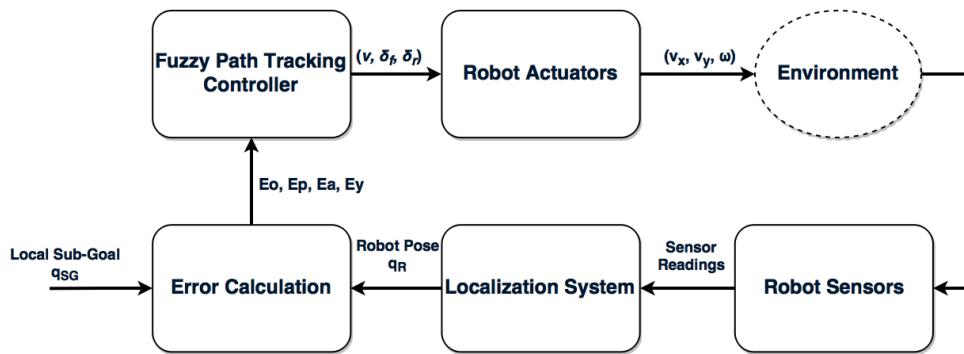
Η απόκλιση μεταξύ δύο καταστάσεων στο επίπεδο, μπορεί να οριστεί με διάφορους τρόπους, μέσω ενός συνόλου σφαλμάτων. Μία συνήθης επιλογή, αποτελεί η ευκλείδια απόσταση και το σφάλμα προσανατολισμού μεταξύ δύο καταστάσεων. Στην προκειμένη περίπτωση, για την ικανοποίηση των στόχων του αλγορίθμου διάσχισης μονοπατιού, επιλέχθηκε το ακόλουθο σύνολο τεσσάρων σφαλμάτων που παρουσιάζεται και παραστατικά στο σχήμα 3.23.

- $E_o$ : Σφάλμα προσανατολισμού μεταξύ κατάστασης ρομπότ και τρέχοντα υπό-στόχου.
- $E_p$ : Σφάλμα απόστασης μεταξύ θέσης ρομπότ και τρέχοντα υπό-στόχου.
- $E_a$ : Σφάλμα γωνιακής απόκλισης μεταξύ θέσης ρομπότ και τρέχοντα υπό-στόχου.
- $E_y$ : Σφάλμα πλευρικής απόκλισης μεταξύ θέσης ρομπότ και τρέχοντα υπό-στόχου.



**Σχήμα 3.23:** Σφάλματα μεταξύ τρέχουσας κατάστασης ρομπότ και τρέχοντα υπό-στόχου που επιλέχθηκαν για την υλοποίηση του αλγορίθμου διάσχισης μονοπατιού.

Τα σφάλματα  $E_o$ ,  $E_p$ ,  $E_a$ ,  $E_y$  χρησιμοποιούνται ως είσοδοι στον ελεγκτή ασαφούς λογικής που σχεδιάστηκε για την ακολούθηση μονοπατιού. Αντίστοιχα, ως έξοδοι του ελεγκτή ορίζονται οι γωνίες  $\delta_f$ ,  $\delta_r$  στρέψης των μπροστά και πίσω τροχών και η ταχύτητα  $v$  του οχήματος, όπως παρουσιάζεται στο σχήμα 3.24

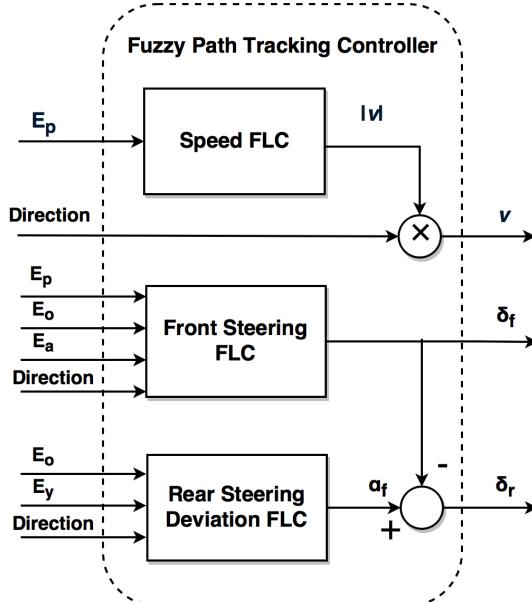


**Σχήμα 3.24:** Βρόχος ελέγχου λειτουργίας διάσχισης μονοπατιού.

Επίσης, για την μείωση την απλοποίηση του προβλήματος ορίζεται και η μεταβλητή φοράς κίνησης *Direction*, συναρτήσει του σφάλματος γωνίας απόκλισης  $E_a$  ως

$$Direction = \begin{cases} -1, & \text{εάν } |E_a| > 120^\circ \\ 1, & \text{εάν } |E_a| < 120^\circ \end{cases} \quad (3.30)$$

Ο ελεγκτής διάσχισης μονοπατιού αποτελείται από τρεις επιμέρους ανεξάρτητους ελεγκτές, κάθε ένας υπεύθυνος για τον καθορισμό μίας από τις τρεις εξόδους  $\delta_f$ ,  $\delta_r$ ,  $v$  του συστήματος. Συγκεκριμένα, οι ελεγκτές παρουσιάζονται στο σχήμα 3.25 και ορίζονται ως ακολούθως.



Σχήμα 3.25: Ο ελεγκτής διάσχισης μονοπατιού.

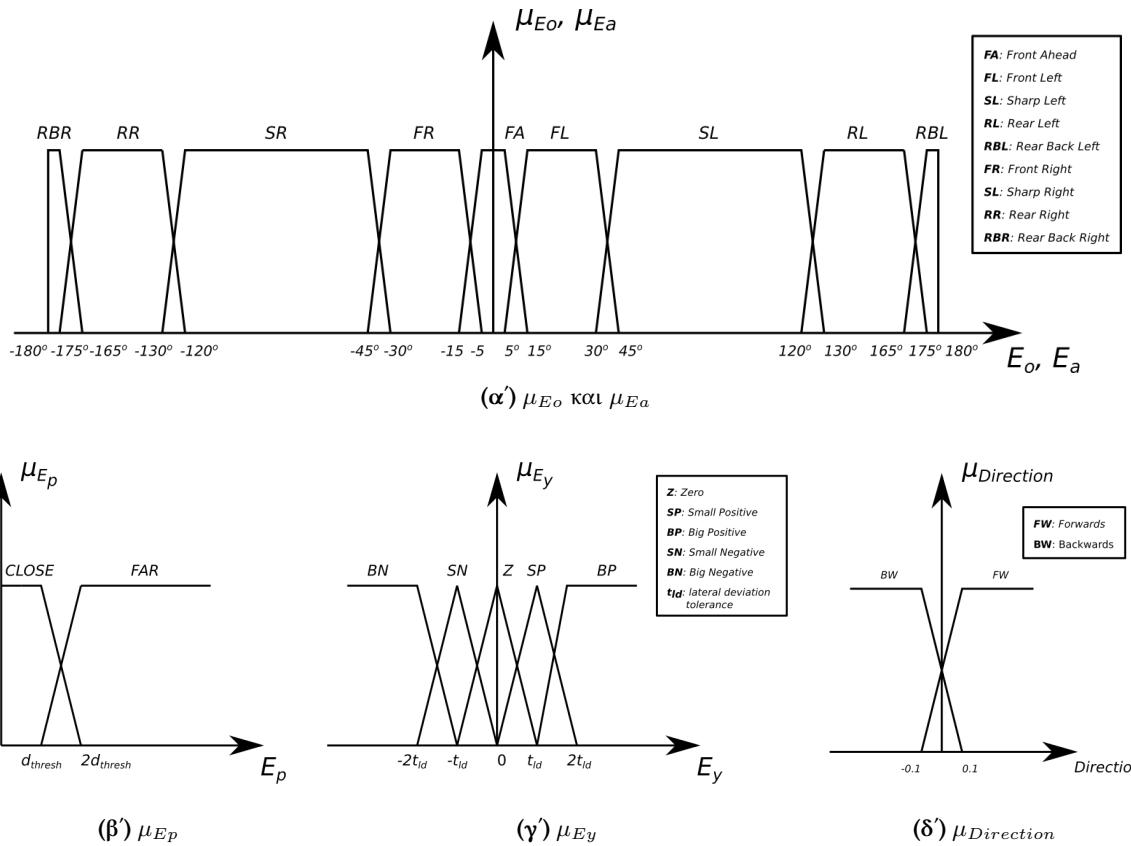
- Ο ελεγκτής ταχύτητας (Speed Controller) παίρνει ως είσοδο το σφάλμα θέσης  $E_p$  και την φορά κίνησης  $Direction$  και παρέχει ως έξοδο την ταχύτητα  $v$  κίνησης του ρομπότ.
- Ο ελεγκτής μπροστινοδιέύθυνσης (Front Steering Controller) παίρνει ως είσοδο τα σφάλματα  $E_o$ ,  $E_a$ ,  $E_p$  και την φορά κίνησης  $Direction$  και παράγει ως έξοδος την γωνία στρέψης  $\delta_f$  των μπροστινών τροχών.
- Ο ελεγκτής απόκλισης πισωδιεύθυνσης (Rear Steering Deviation Controller) παίρνει ως είσοδο τα σφάλματα  $E_o$ ,  $E_y$  και την φορά κίνησης  $Direction$  και παράγει την επιθυμητή γωνία απόκλισης της γωνίας στρέψης των πίσω τροχών από την αντίθετη γωνία στρέψης των μπροστινών τροχών. Επομένως, η γωνία στρέψης των πίσω τροχών προκύπτει ως

$$\delta_r = -\delta_f + \alpha_r \quad (3.31)$$

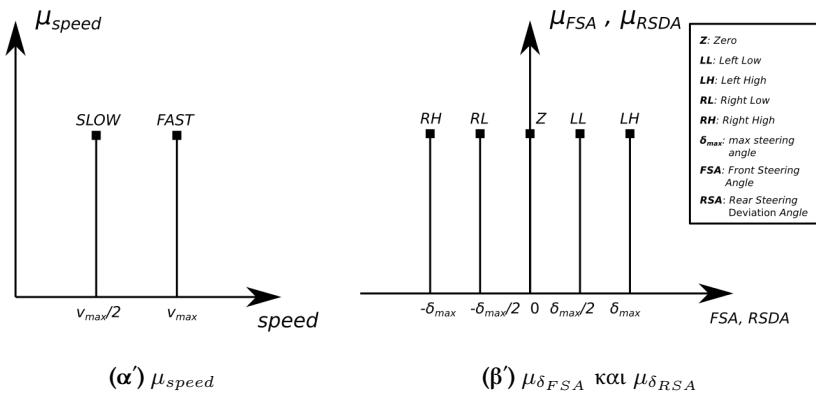
Στη συνέχεια για κάθε μία από τις εισόδους του ελεγκτή ορίζονται ένα σύνολο ασαφών συνόλων και οι αντίστοιχες συναρτήσεις συμμετοχής, όπως παρουσιάζεται στο σχήμα 3.26.

Αντίστοιχα, ορίζονται και τα ασαφή σύνολα των εξόδων του ελεγκτή διάσχισης μονοπατιού, όπως παρουσιάζεται στο σχήμα 3.27.

Έχοντας ορίσει τις μεταβλητές εισόδου, εξόδου και τα αντίστοιχα ασαφή σύνολα και συναρτήσεις συμμετοχής, το μόνο που μένει είναι ο ορισμός των ασαφών κανόνων της βάση γνώσης του ελεγκτή. Η επιλογή των ασαφών κανόνων των τριών επιμέρους ελεγκτών του ελεγκτή διάσχισης μονοπατιού, πραγματοποιήθηκε βάσει της επιθυμητής συμπεριφοράς του ελεγκτή ανά ένα σύνολο περιπτώσεων. Οι περιπτώσεις που πρέπει ικανοποιούν οι ασαφείς κανόνες έχουν ως εξής:



Σχήμα 3.26: Οι συναρτήσεις συμμετοχής των μεταβλητών εισόδου του ελεγκτή διάσχισης μονοπατιού.



Σχήμα 3.27: Οι συναρτήσεις συμμετοχής των μεταβλητών εξόδου του ελεγκτή διάσχισης μονοπατιού.

- Η ταχύτητα θα πρέπει να η μέγιστη δυνατή, όταν το όχημα βρίσκεται μακριά από τον στόχο και να ελαττώνεται όταν πλησιάζει σ' αυτόν.
- Στην περίπτωση που το όχημα βρίσκεται μακριά από τον στόχο θα πρέπει η γωνία στρέψης των μπροστινών τροχών να στρέφεται ανάλογα με το μέγεθος και την κατεύθυνση του σφάλματος γωνιακής απόκλισης. Γι αυτήν την περίπτωση δεν μας ενδιαφέρει, τόσο το σφάλμα προσανατολισμού, όσο η προσέγγιση του στόχου.
- Στην περίπτωση που το όχημα βρίσκεται κοντά στον στόχο, αντιθέτως, δεν μας ενδιαφέρει η προσέγγιση του στόχου, μιας και είμαστε είδη κοντά, αλλά η διόρθωση του σφάλματος προσανατολισμού.

4. Στην περίπτωση που το σφάλμα προσανατολισμού είναι μικρό και η πλευρική απόκλιση δεν είναι εξαιρετικά μεγάλη, θα πρέπει η απόκλιση της γωνίας στρέψης των πίσω τροχών να είναι μεγάλη, ούτως ώστε, το όχημα να κινείται με θετική τετραδιεύθυνση, κρατώντας το σφάλμα προσανατολισμού μικρό. Η περίπτωση αυτή είναι χρήσιμη για την περίπτωση ολίσθησης ή για διόρθωση μικρής πλευρικής απόκλισης.
5. Σε περίπτωση που το σφάλμα προσανατολισμού είναι μικρό, αλλά το σφάλμα πλευρικής απόκλισης είναι πολύ μεγάλο τότε θα πρέπει η απόκλιση της γωνίας στρέψης των πίσω τροχών να είναι μηδενική, ούτως ώστε, το όχημα να κινείται με αρνητική τετραδιεύθυνση, με στόχο την προσέγγιση του μονοπατιού, διορθώνοντας το σφάλμα γωνιακής απόκλισης και πλευρικής απόκλισης, χωρίς να λαμβάνεται υπόψιν το σφάλμα προσανατολισμού.
6. Ο ελεγκτής θα πρέπει να μπορεί να ικανοποιεί τις παραπάνω περιπτώσεις και για τις δύο δυνατές φορές κίνησης, εμπρός και πίσω.

**Πίνακας 3.2:** Οι ασαφείς κανόνες του ελεγκτή ταχύτητας.

Speed Fuzzy Rules	if Ep is CLOSE then Speed is SLOW if Ep is FAR then Speed is FAST
-------------------	--

**Πίνακας 3.3:** Οι ασαφείς κανόνες του ελεγκτή της γωνίας στρέψης των μπροστινών τροχών.

FSA Fuzzy Rules	if Ep is FAR and Ea is RBL then FSA is Z if Ep is FAR and Ea is RL then FSA is LH if Ep is FAR and Ea is SL then FSA is LH if Ep is FAR and Ea is FL then FSA is LL if Ep is FAR and Ea is FA then FSA is Z if Ep is FAR and Ea is FR then FSA is RL if Ep is FAR and Ea is SR then FSA is RH if Ep is FAR and Ea is RR then FSA is RH if Ep is FAR and Ea is RBR then FSA is Z if Ep is CLOSE and Direction is FW and Eo is SL then FSA is LH if Ep is CLOSE and Direction is FW and Eo is FL then FSA is LL if Ep is CLOSE and Direction is FW and Eo is FA then FSA is Z if Ep is CLOSE and Direction is FW and Eo is FR then FSA is RL if Ep is CLOSE and Direction is FW and Eo is SR then FSA is RH if Ep is CLOSE and Direction is BW and Eo is SL then FSA is RH if Ep is CLOSE and Direction is BW and Eo is FL then FSA is RL if Ep is CLOSE and Direction is BW and Eo is FR then FSA is LL if Ep is CLOSE and Direction is BW and Eo is SR then FSA is LH
-----------------	--

**Πίνακας 3.4:** Οι ασαφείς κανόνες του ελεγκτή της απόκλισης της γωνίας στρέψης των πίσω τροχών.

RSDA Fuzzy Rules	if Eo is not FA and Eo is not FR and Eo is not FL then RSDA is Z if Direction is FW and Eo is FA and Ey is BP then RSDA is Z if Direction is FW and Eo is FL and Ey is BP then RSDA is Z if Direction is FW and Eo is FR and Ey is BP then RSDA is Z if Direction is FW and Eo is FA and Ey is SP then RSDA is LH if Direction is FW and Eo is FL and Ey is SP then RSDA is LH if Direction is FW and Eo is FR and Ey is SP then RSDA is LH if Direction is FW and Eo is FA and Ey is Z then RSDA is Z if Direction is FW and Eo is FL and Ey is Z then RSDA is Z if Direction is FW and Eo is FR and Ey is Z then RSDA is Z if Direction is FW and Eo is FA and Ey is SN then RSDA is RH if Direction is FW and Eo is FL and Ey is SN then RSDA is RH if Direction is FW and Eo is FR and Ey is SN then RSDA is RH if Direction is FW and Eo is FA and Ey is BN then RSDA is Z if Direction is FW and Eo is FL and Ey is BN then RSDA is Z if Direction is FW and Eo is FR and Ey is BN then RSDA is Z if Direction is BW and Eo is FA and Ey is BP then RSDA is Z if Direction is BW and Eo is FL and Ey is BP then RSDA is Z if Direction is BW and Eo is FR and Ey is BP then RSDA is Z if Direction is BW and Eo is FA and Ey is SP then RSDA is LH if Direction is BW and Eo is FL and Ey is SP then RSDA is LH if Direction is BW and Eo is FR and Ey is SP then RSDA is LH if Direction is BW and Eo is FA and Ey is Z then RSDA is Z if Direction is BW and Eo is FL and Ey is Z then RSDA is Z if Direction is BW and Eo is FR and Ey is Z then RSDA is Z if Direction is BW and Eo is FA and Ey is SN then RSDA is RH if Direction is BW and Eo is FL and Ey is SN then RSDA is RH if Direction is BW and Eo is FR and Ey is SN then RSDA is RH if Direction is BW and Eo is FA and Ey is BN then RSDA is Z if Direction is BW and Eo is FL and Ey is BN then RSDA is Z if Direction is BW and Eo is FR and Ey is BN then RSDA is Z
------------------	--

# Βιβλιογραφία

- [1] R. Siegwart and I. R. Nourbakhsh. “Introduction to Autonomous Mobile Robots”. In: Cambridge MIT Press, 2004.
- [2] K. Berns and E. von Puttkamer. “Autonomous Land Vehicles”. In: Vieweg+Teubner, 2009. Chap. 3: Sensors.
- [3] *EPOS 24/1 Positioning Controller Documentation: Getting Started*. maxon motor. July 2007.
- [4] R. N. Jazar. “Vehicle Dynamics: Theory and Applications”. In: Springer Science and Business Media, LLC, 2009. Chap. 7: Steering Dynamics.
- [5] K. N. Spentzas, I. Alkhazali, and M. Demic. “Kinematics of four-wheel-steering vehicles”. In: *Springer - Verlag* (2001).
- [6] K. Bohlmann, H. Marks, and A. Zell. “Automated odometry self-calibration for car-like robots with four-wheel-steering”. In: *Robotic and Sensors Environments (ROSE), 2012 IEEE International Symposium on*. Nov. 2012, pp. 168–173. doi: [10.1109/ROSE.2012.6402609](https://doi.org/10.1109/ROSE.2012.6402609).
- [7] D. Wang and F. Qi. “Trajectory planning for a four-wheel-steering vehicle”. In: *Robotics and Automation, 2001. Proceedings 2001 ICRA. IEEE International Conference on*. Vol. 4. 2001, 3320–3325 vol.4. doi: [10.1109/ROBOT.2001.933130](https://doi.org/10.1109/ROBOT.2001.933130).
- [8] S. Thrun, W. Burgard, and D. Fox. “Probabilistic Robotics”. In: The MIT Press, 2005. Chap. 7: Mobile Robot Localization.
- [9] E. Tsardoulias and L. Petrou. “Critical Rays Scan Match SLAM”. In: *Journal of Intelligent and Robotic Systems* (2013).
- [10] G. Grisetti, C. Stachniss, and W. Burgard. “Improved Techniques for Grid Mapping with Rao - Blackwellized Particle Filters”. In: *IEEE Transactions on Robotics* 23 (2007), pp. 34–46.
- [11] H. Choset et al. *Principles of Robot Motion: Theory, Algorithms and Implementations*. The MIT Press, 2005.
- [12] E. Tsardoulias. “Ενοποιημένο σύστημα ενός ή πολλαπλών ρομπότ για την πλοϊγηση και εξερεύνηση σε αστικό περιβάλλον με σκοπό τον εντοπισμό ανθρώπινης ζωής (USAR)”. PhD thesis. Electrical and Computer Engineering, Aristotle University of Thessaloniki, 2013.
- [13] M. Likhachev and Dave Ferguson. “Planning Long Dynamically Feasible Maneuvers for Autonomous Vehicles”. In: *The International Journal of Robotics Research* 28 (2009), pp. 933–945.
- [14] Maxim Likhachev, Geoff Gordon, and Sebastian Thrun. “ARA\*: Anytime A\* with Provable Bounds on Sub-Optimality”. In: *IN ADVANCES IN NEURAL INFORMATION PROCESSING SYSTEMS 16: PROCEEDINGS OF THE 2003 CONFERENCE (NIPS-03)*. MIT Press, 2004.
- [15] Maxim Likhachev et al. “Anytime Dynamic A\*: An Anytime, Replanning Algorithm”. In: *In ICAPS*. 2005, pp. 262–271.
- [16] J. Borenstein and Y. Koren. “The vector field histogram-fast obstacle avoidance for mobile robots”. In: *IEEE Transactions on Robotics and Automation* 7.3 (June 1991), pp. 278–288. ISSN: 1042-296X. doi: [10.1109/70.88137](https://doi.org/10.1109/70.88137).
- [17] I. Ulrich and J. Borenstein. “VFH+: reliable obstacle avoidance for fast mobile robots”. In: *Robotics and Automation, 1998. Proceedings. 1998 IEEE International Conference on*. Vol. 2. May 1998, 1572–1577 vol.2. doi: [10.1109/ROBOT.1998.677362](https://doi.org/10.1109/ROBOT.1998.677362).

- [18] I. Ulrich and J. Borenstein. “VFH\*: local obstacle avoidance with look-ahead verification”. In: *Robotics and Automation, 2000. Proceedings. ICRA '00. IEEE International Conference on*. Vol. 3. 2000, 2505–2511 vol.3. doi: [10.1109/ROBOT.2000.846405](https://doi.org/10.1109/ROBOT.2000.846405).
- [19] D. Fox, W. Burgard, and S. Thrun. “The dynamic window approach to collision avoidance”. In: *IEEE Robotics Automation Magazine* 4.1 (Mar. 1997), pp. 23–33. ISSN: 1070-9932. doi: [10.1109/100.580977](https://doi.org/10.1109/100.580977).
- [20] O. Brock and O. Khatib. “High-speed navigation using the global dynamic window approach”. In: *Robotics and Automation, 1999. Proceedings. 1999 IEEE International Conference on*. Vol. 1. 1999, 341–346 vol.1. doi: [10.1109/ROBOT.1999.770002](https://doi.org/10.1109/ROBOT.1999.770002).
- [21] R. Simmons. “The curvature-velocity method for local obstacle avoidance”. In: *Robotics and Automation, 1996. Proceedings., 1996 IEEE International Conference on*. Vol. 4. Apr. 1996, 3375–3382 vol.4. doi: [10.1109/ROBOT.1996.511023](https://doi.org/10.1109/ROBOT.1996.511023).
- [22] Nak Yong Ko and R. G. Simmons. “The lane-curvature method for local obstacle avoidance”. In: *Intelligent Robots and Systems, 1998. Proceedings., 1998 IEEE/RSJ International Conference on*. Vol. 3. Oct. 1998, 1615–1621 vol.3. doi: [10.1109/IROS.1998.724829](https://doi.org/10.1109/IROS.1998.724829).
- [23] M. Khatib et al. “Dynamic path modification for car-like nonholonomic mobile robots”. In: *Robotics and Automation, 1997. Proceedings., 1997 IEEE International Conference on*. Vol. 4. Apr. 1997, 2920–2925 vol.4. doi: [10.1109/ROBOT.1997.606730](https://doi.org/10.1109/ROBOT.1997.606730).
- [24] S. Quinlan and O. Khatib. “Elastic bands: connecting path planning and control”. In: *Robotics and Automation, 1993. Proceedings., 1993 IEEE International Conference on*. May 1993, 802–807 vol.2. doi: [10.1109/ROBOT.1993.291936](https://doi.org/10.1109/ROBOT.1993.291936).
- [25] J. A. Reeds and L. A. Shepp. “Optimal paths for a car that goes both forwards and backwards.” In: *Pacific J. Math.* 145.2 (1990), pp. 367–393. URL: <http://projecteuclid.org/euclid.pjm/1102645450>.
- [26] Steven M. LaValle. *Planning Algorithms*. New York, NY, USA: Cambridge University Press, 2006.
- [27] H.J. Sussmann and G. Tang. *Shortest Paths For The Reeds-Shepp Car: A Worked Out Example Of The Use Of Geometric Techniques In Nonlinear Optimal Control*. Tech. rep. Rutgers University, Department of Mathematics, 1991.
- [28] J. P. Laumond and P. Soueres. “Metric induced by the shortest paths for a car-like mobile robot”. In: *Intelligent Robots and Systems '93, IROS '93. Proceedings of the 1993 IEEE/RSJ International Conference on*. Vol. 2. July 1993, 1299–1304 vol.2. doi: [10.1109/IROS.1993.583756](https://doi.org/10.1109/IROS.1993.583756).
- [29] M. Khatib. “Sensor-based motion control for mobile robots”. PhD thesis. Toulouse, France: Laboratoire d'Automatique et d'Analyse des Systemes, LAAS-CNRS, 1996.
- [30] Bogdan Dumitrescu and Adrian Filipescu. “Sliding Mode Control of Lateral Motion for Four Driving-Steering Wheels Autonomous Vehicle”. In: *Annals of the University of Craiova* 7 (2010), pp. 20–25.
- [31] S. A. Tchenderli-Braham and F. Hamerlain. “Trajectory tracking with a hybrid control applied to a bi-steerable car”. In: *Systems and Computer Science (ICSCS), 2013 2nd International Conference on*. Aug. 2013, pp. 252–257. doi: [10.1109/IcConSCS.2013.6632056](https://doi.org/10.1109/IcConSCS.2013.6632056).
- [32] O. Azouaoui et al. “Fuzzy motion-based control for a bi-steerable mobile robot navigation”. In: *Mechatronics and its Applications, 2009. ISMA '09. 6th International Symposium on*. Mar. 2009, pp. 1–6. doi: [10.1109/ISMA.2009.5164850](https://doi.org/10.1109/ISMA.2009.5164850).
- [33] C. Cariou et al. “Adaptive control of four-wheel-steering off-road mobile robots: Application to path tracking and heading control in presence of sliding”. In: *2008 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*. Sept. 2008, pp. 1759–1764. doi: [10.1109/IROS.2008.4650645](https://doi.org/10.1109/IROS.2008.4650645).

- [34] A. Mendes, L. C. Bento, and U. Nunes. “Path-tracking controller with an anti-collision behaviour of a bi-steerable cybernetic car”. In: *Emerging Technologies and Factory Automation, 2003. Proceedings. ETFA '03. IEEE Conference*. Vol. 1. Sept. 2003, 613–619 vol.1. doi: [10.1109/ETFA.2003.1247763](https://doi.org/10.1109/ETFA.2003.1247763).