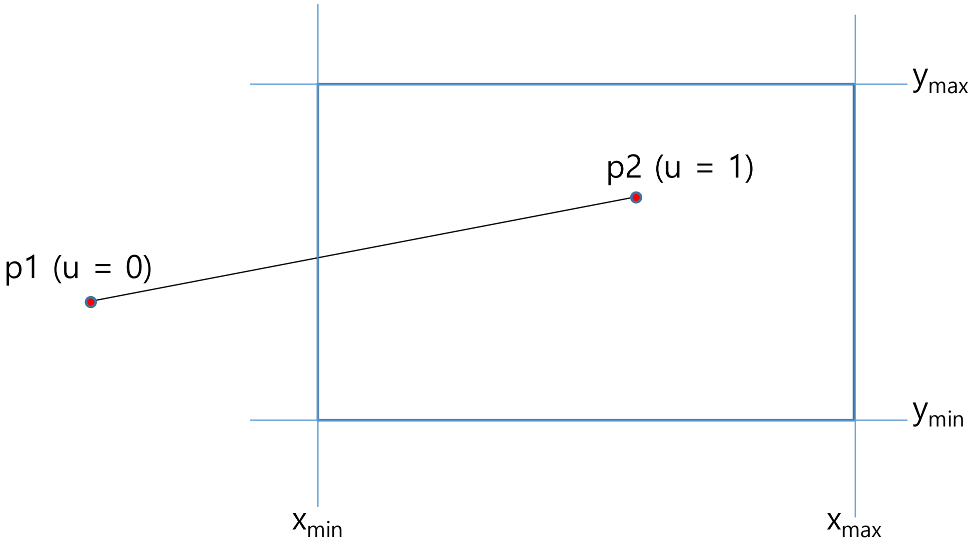
Liang Barskey
Line Clipping Algorithm

Liang-barskey 알고리즘

- 매개변수 방정식을 이용하여 선분을 윈도우 경계에 대하여 자르는 알고리즘
  - 선을 나타내는 매개변수 방정식은
    - $p(u) = (1- u)p_1 + up_2$
      $= p_1 + u(p_2 - p_1)$ $0 <= u <= 1$
      즉, $x = x_1 + u(x_2 - x_1)$
      $y = y_1 + u(y_2 - y_1)$

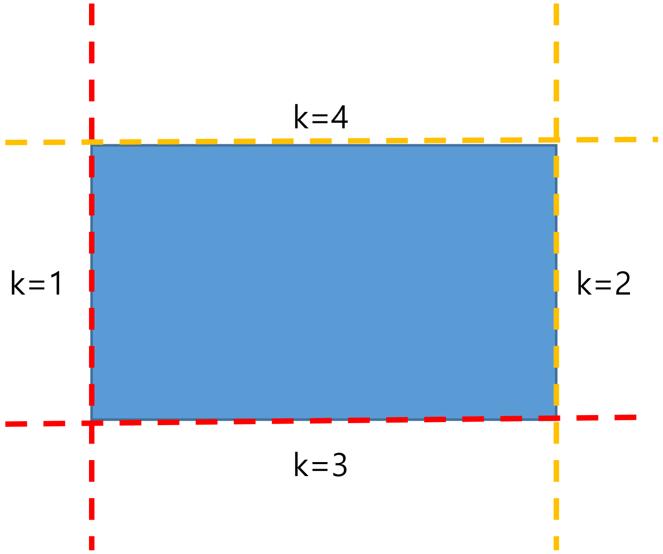


- 끝점이 P1 = (x1, y1) P2 = (x2, y2) 인 선분일 때
  - 매개변수 방정식 사용하여 임의의 점 P (x, y) 을 표시
    - $x = x1 + (x2 - x1)u$ $0 \le u \le 1$ ($x2 - x1$ -> d_x)
    - $y = y1 + (y2 - y1)u$ $0 \le u \le 1$ ($y2 - y1$ -> d_y)
      - $u = 0$ → $x = x1, y = y1$
      - $u = 1$ → $x = x2, y = y2$
    - 선분위에 있는 모든 점들은 아래의 조건을 만족
      - $x_{min} \le x \le x_{max}$, $y_{min} \le y \le y_{max}$

- 매개 변수 방정식으로 다시 작성하면
  - $x_{min} \le x1 + d_x u \le x_{max}$ --- ① $(d_x = x2 - x1)$
  - $y_{min} \le y1 + d_y u \le y_{max}$ --- ② $(d_y = y2 - y1)$

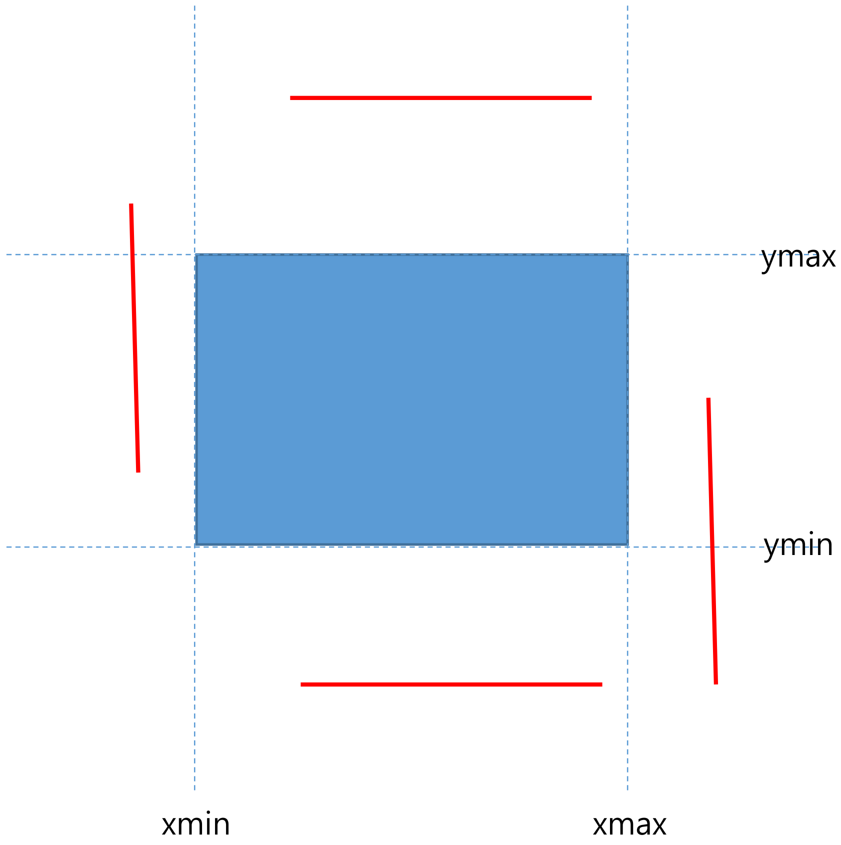
  - ① 은 다음과 같다
    - 왼쪽 가장자리에 대하여 $-d_x u < x1 - x_{min}$
    - 오른쪽 가장자리에 대하여 $d_x u < x_{max} - x1$
  - ② 도 같은 방식으로 바꿀 수 있다.
    - 아래쪽 가장자리에 대하여 $-d_y u < y1 - y_{min}$
    - 위쪽 가장자리에 대하여 $d_y u < y_{max} - y1$

- 위의 식은, $up_k < q_k$ $k = 1, 2, 3, 4$
  - $p_1 = -d_x$ $q_1 = x1 - x_{min}$ ➔ left
  - $p_2 = d_x$ $q_2 = x_{max} - x1$ ➔ right
  - $p_3 = -d_y$ $q_3 = y1 - y_{min}$ ➔ bottom
  - $p_4 = d_y$ $q_4 = y_{max} - y1$ ➔ top



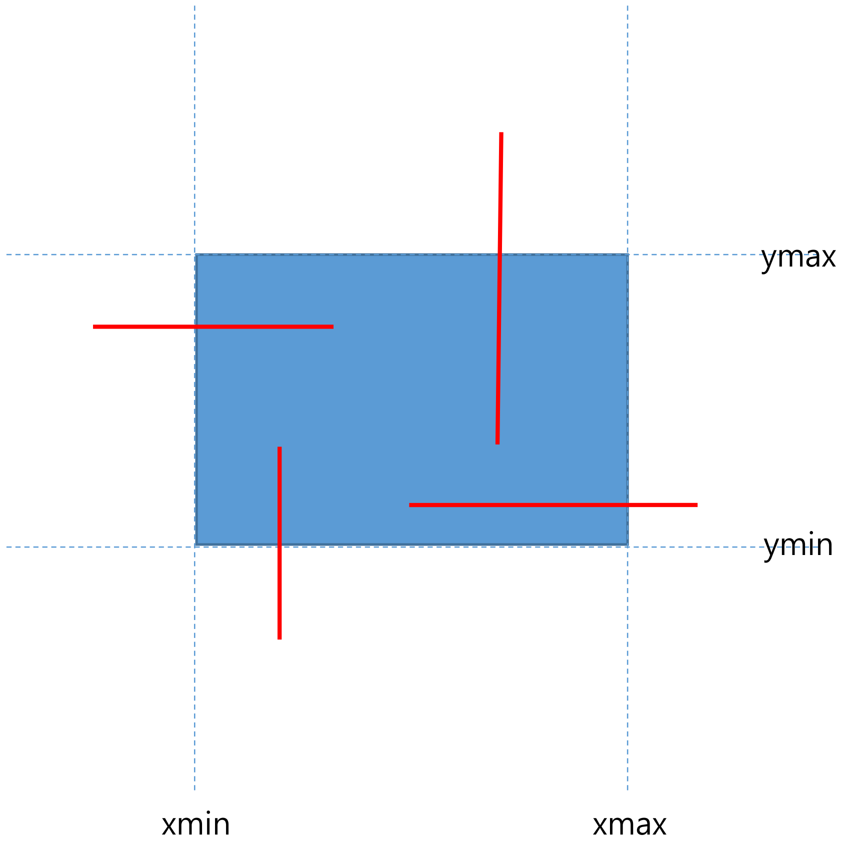
1. p_k == 0 일 때,
   - p_k가 0 이면, k번째 가장자리와 평행
     - q_k < 0이면, 그 가장자리 영역 밖에 있다.
       즉, p_1 = -dx = -(x2 – x1) = 0 ➔ x2 == x1
       a. q_1 < 0 ➔ q_1 = (x1 – xmin) < 0 ➔ x1 < xmin ➔ 영역 밖에 있다.
       b. q_2 < 0 ➔ q_2 = (xmax – x1) < 0 ➔ xmax < x1 ➔ 영역 밖에 있다.
       c. q_3 < 0 ➔ q_3 = (y1 – ymin) < 0 ➔ y1 < ymin ➔ 영역 밖에 있다.
       d. q_4 < 0 ➔ q_4 = (ymax – y1) < 0 ➔ ymax < y1 ➔ 영역 밖에 있다.

     - p_k == 0 이고 q_k < 0 이면, 영역 밖에 있으므로 안 그린다.



- $p_k = 0$ 이고, $q_k > 0$ 일 때
  a. $q_1 > 0 \Rightarrow q_1 = (x1 - xmin) > 0 \Rightarrow x1 > xmin$
  b. $q_2 > 0 \Rightarrow q_2 = (xmax - x1) > 0 \Rightarrow xmax > x1$
  c. $q_3 > 0 \Rightarrow q_3 = (y1 - ymin) > 0 \Rightarrow y1 > ymin$
  d. $q_4 > 0 \Rightarrow q_4 = (ymax - y1) > 0 \Rightarrow ymax > y1$

  - 평행한 가장자리외의 가장자리와 만날 수 있다.



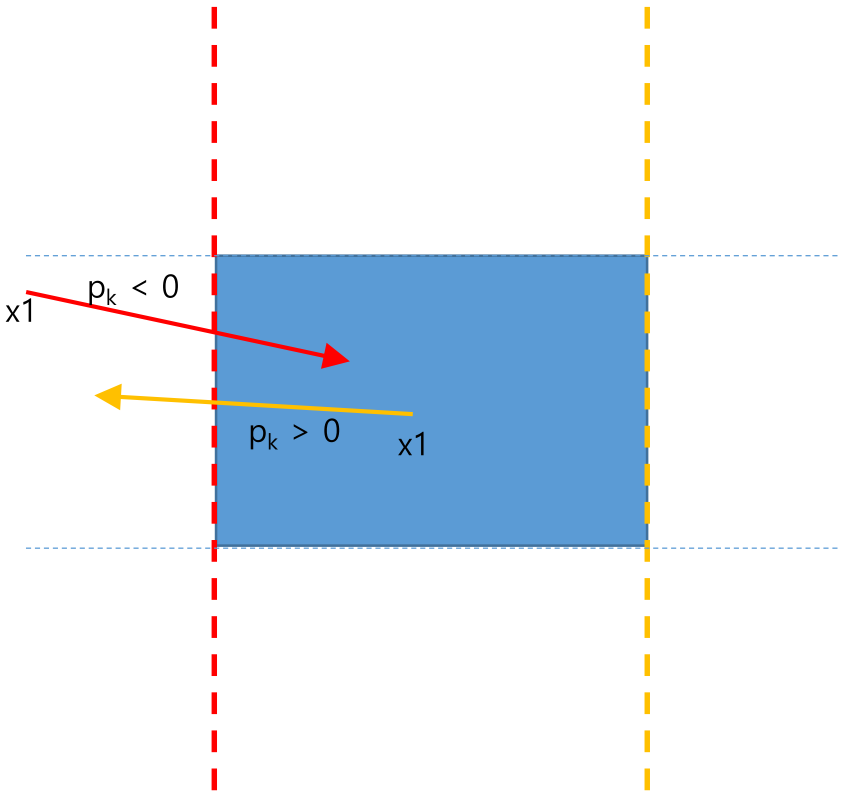
2. p_k != 0 일 때,

- p_k != 0이면, 선분이 경계선 중 하나와 평행하지 않다.

  -> 그 선분의 무한한 연장선은 윈도우의 네 개의 경계선과 어디에선가 교차한다.

- $p_k < 0$:
  - $p_1 < 0$ ➔ $p_1 = -dx = -(x2 - x1) < 0$ ➔ $x2 - x1 > 0$ ➔ $x2 > x1$
    - $p_1 < 0$이면 $p_2 = dx$ ➔ $p_2 > 0$
  - $p_3 < 0$ ➔ $p_3 = -dy = -(y2 - y1) < 0$ ➔ $y2 - y1 > 0$ ➔ $y2 > y1$
    - $p_3 < 0$ 이면 $p_4 = dy$ ➔ $p_4 > 0$

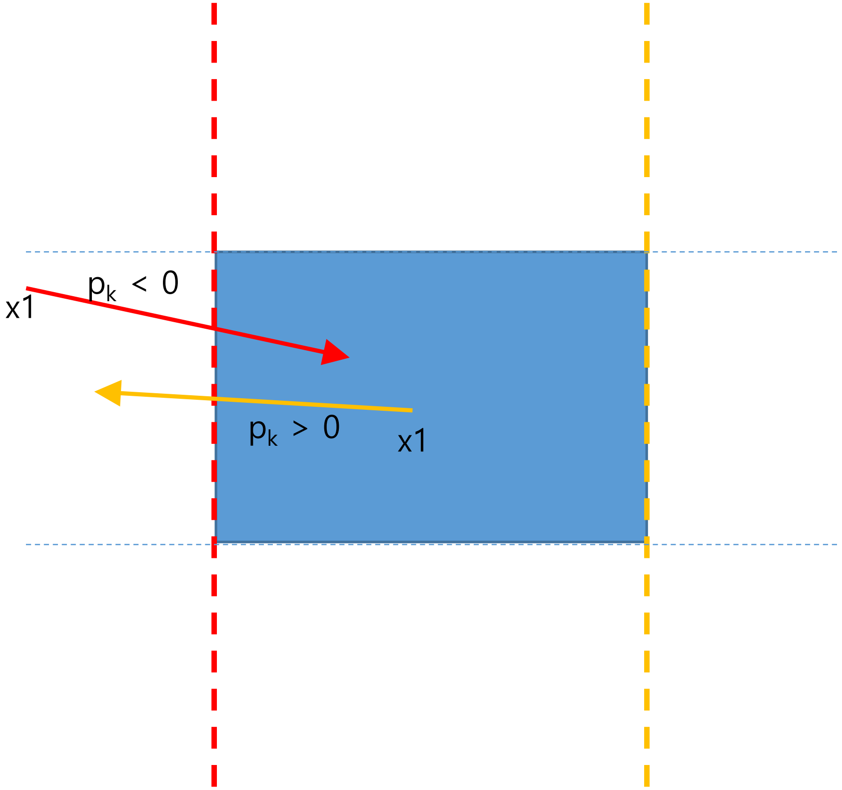
- $p_k > 0$:
  - $p_1 > 0$ ➔ $p_1 = -dx = -(x2 - x1) > 0$ ➔ $x2 - x1 < 0$ ➔ $x2 < x1$
    - $p_1 > 0$ 이면 $p_2 = dx$ ➔ $p_2 < 0$
  - $p_3 > 0$ ➔ $p_3 = -dy = -(y2 - y1) > 0$ ➔ $y2 - y1 < 0$ ➔ $y2 < y1$
    - $p_3 > 0$ 이면 $p_4 = dy$ ➔ $p_4 < 0$



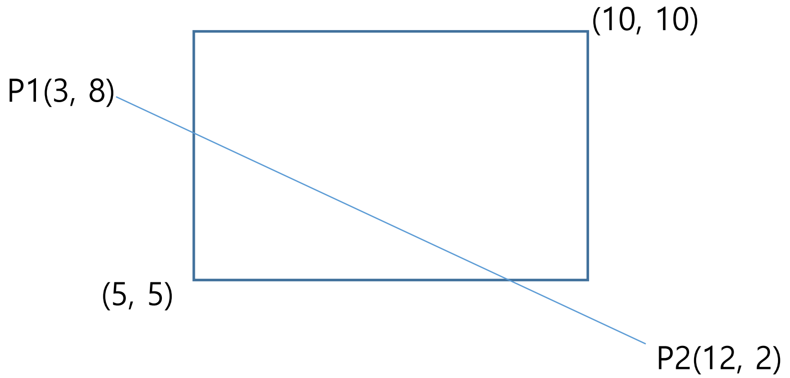
- 만약 p_k < 0이면, 직선은 밖→ 안으로 진행
- 만약 p_k > 0이면, 직선은 안 → 밖으로 진행

- 0이 아닌 p_k에 대하여, 매개변수 u의 값으로 가장자리와의 교차점을 찾을 수 있다. 즉,
  - $u_k = q_k / p_k \quad (k = 1, 2, 3, 4)$
    - k 에 대한 u의 값에 대하여,
    - $p_k < 0$ 이면, $u_{start} = \max(u_k, 0)$
    - $p_k > 0$ 이면, $u_{end} = \min(u_k, 1)$

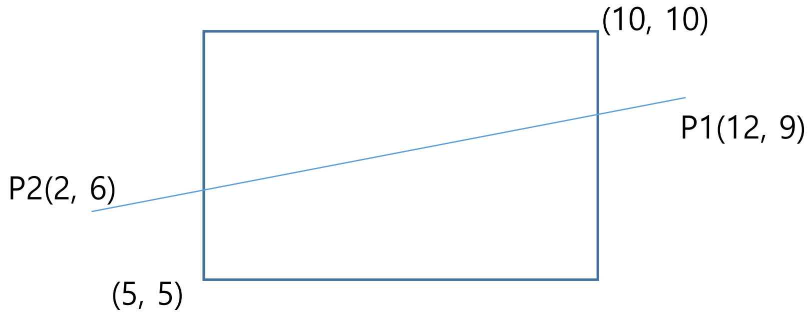
  - 가장자리와의 교차점인 새로운 매개변수 u_{start} 와 u_{end} 에 대해서,
    - if $u_{start} > u_{end}$ → reject
    - if $u_{start} < u_{end}$ → 새로운 좌표값
      - $new\_x1 = x1 + u_{start} * dx$, $new\_y1 = y1 + u_{start} * dy$
      - $new\_x2 = x1 + u_{end} * dx$, $new\_y2 = y1 + u_{end} * dy$



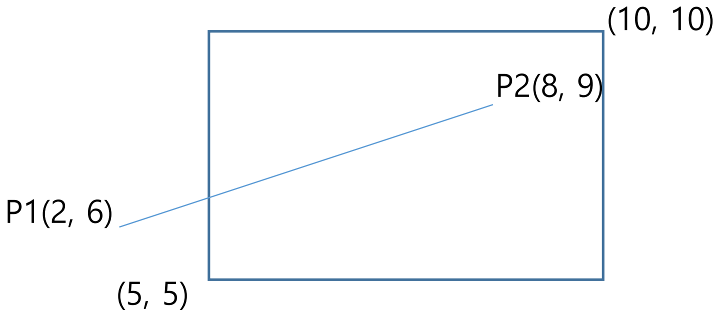
- 예) 윈도우 영역 (5, 5) (10, 10), p1=(3, 8) p2=(12, 2)



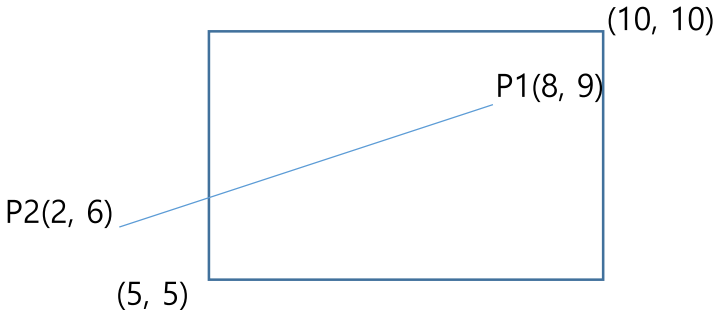
- 예) 윈도우 영역 (5, 5) (10, 10), p1=(12, 9) p2=(2, 6)



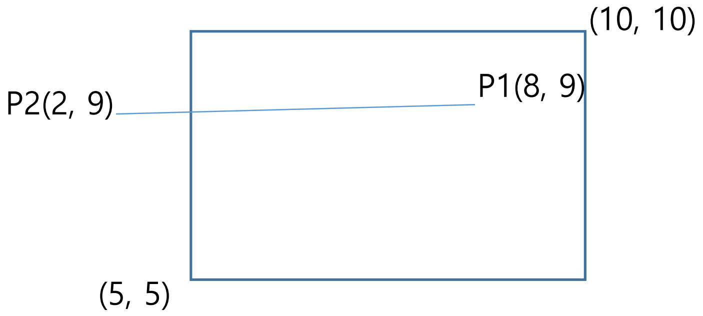
- 예) 윈도우 영역 (5, 5) (10, 10), p1=(2, 6) p2=(8, 9)



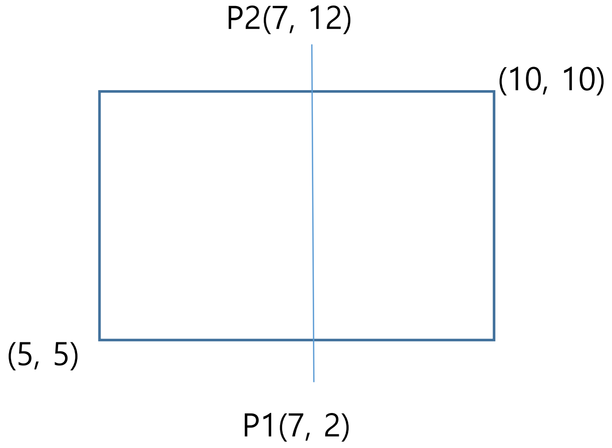
- 예) 윈도우 영역 (5, 5) (10, 10), p1=(8, 9) p2=(2, 6)



- 예) 윈도우 영역 (5, 5) (10, 10), p1=(2, 9) p2=(8, 9)



- 예) 윈도우 영역 (5, 5) (10, 10), p1=(7, 2) p2=(7, 12)



- 예) 윈도우 영역 (5, 5) (10, 10), p1=(6, 3) p2=(9, 3)