

# Simulační úloha - Servo Amira

Matouš Vrba

17. dubna 2015

# 1 Linearizace modelu

Stabilní rovnovážná poloha kyvadla je v pracovním bodě  $\mathbf{x}_0 = [x_{1p}, x_{2p}, x_{3p}, x_{4p}] = [0, -\frac{\pi}{2}, 0, 0]$ ,  $u_0 = 0$ .

Matice linearizovaného systému v pracovním bodě  $\mathbf{x}_0, u_0$ :

$$A = \left( \begin{array}{cccc} \frac{\partial x_1}{\partial x_1} & \frac{\partial x_1}{\partial x_2} & \frac{\partial x_1}{\partial x_3} & \frac{\partial x_1}{\partial x_4} \\ \frac{\partial x_2}{\partial x_1} & \frac{\partial x_2}{\partial x_2} & \frac{\partial x_2}{\partial x_3} & \frac{\partial x_2}{\partial x_4} \\ \frac{\partial x_3}{\partial x_1} & \frac{\partial x_3}{\partial x_2} & \frac{\partial x_3}{\partial x_3} & \frac{\partial x_3}{\partial x_4} \\ \frac{\partial x_4}{\partial x_1} & \frac{\partial x_4}{\partial x_2} & \frac{\partial x_4}{\partial x_3} & \frac{\partial x_4}{\partial x_4} \end{array} \right) \bigg|_{\mathbf{x}_0} = \left( \begin{array}{cccc} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \frac{k_2 k_3}{J_p k_1 - k_2^2} & -\frac{J_p b}{J_p k_1 - k_2^2} & \frac{2 \delta k_2}{J_p k_1 - k_2^2} \\ 0 & -\frac{k_3}{J_p - \frac{k_2^2}{k_1}} & \frac{b k_2}{k_1 \left( J_p - \frac{k_2^2}{k_1} \right)} & -\frac{2 \delta}{J_p - \frac{k_2^2}{k_1}} \end{array} \right)$$

$$B = \left( \begin{array}{c} \frac{\partial x_1}{\partial u} \\ \frac{\partial x_2}{\partial u} \\ \frac{\partial x_3}{\partial u} \\ \frac{\partial x_4}{\partial u} \end{array} \right) \bigg|_{u_0} = \left( \begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ \frac{J_p}{J_p k_1 - k_2^2} \\ -\frac{k_2}{k_1 \left( J_p - \frac{k_2^2}{k_1} \right)} \end{array} \right)$$

$$C = \left( \begin{array}{cccc} \frac{\partial y_1}{\partial x_1} & \frac{\partial y_1}{\partial x_2} & \frac{\partial y_1}{\partial x_3} & \frac{\partial y_1}{\partial x_4} \\ \frac{\partial y_2}{\partial x_1} & \frac{\partial y_2}{\partial x_2} & \frac{\partial y_2}{\partial x_3} & \frac{\partial y_2}{\partial x_4} \end{array} \right) \bigg|_{\mathbf{x}_0} = \left( \begin{array}{cccc} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{array} \right)$$

$$D = \left( \begin{array}{c} \frac{\partial y_1}{\partial u} \\ \frac{\partial y_2}{\partial u} \end{array} \right) \bigg|_{u_0} = \left( \begin{array}{c} 0 \\ 0 \end{array} \right)$$

## 2 Saturace, pásma necitlivosti, apod.

Vstup systému v MATLABu je normalizován na interval  $u_{norm} \in \langle -1; 1 \rangle$ , což vymezuje saturaci vstupu. Pásmo necitlivosti jsme identifikovali v intervalu  $\langle -0.007; 0.007 \rangle$ .

Při výchylce kyvadla v rozmezí  $\pm 12^\circ$  je vliv kyvadla na polohu kyvadla zanedbatelný a dá se považovat za pásmo necitlivosti. Toho jsme využili také při identifikaci dynamiky kyvadla z počátečních podmínek.

Další nelinearitu jsme identifikovali u ramene, které se na jednu stranu posouvalo snáze, než na druhou.

## 3 Identifikace dynamiky motoru (ramene)

Uvažujeme první rovnici, popisující systém před úpravou do stavových rovnic, v okolí pracovního bodu  $\mathbf{x}_0$ . Po zanedbání křížových členů (vliv kyvadla na polohu ramene je pro identifikaci ostatních členů zanedbatelný) a linearizaci goniometrických funkcí získáváme následující předpis:

$$(J_m + mr^2)\ddot{\varphi}_m(t) + b\dot{\varphi}_m(t) = M(t) = k_u \cdot u_{norm}(t)$$

Po zlaplaceování a standardních úpravách dostaneme přenos a srovnání s normálním tvarem:

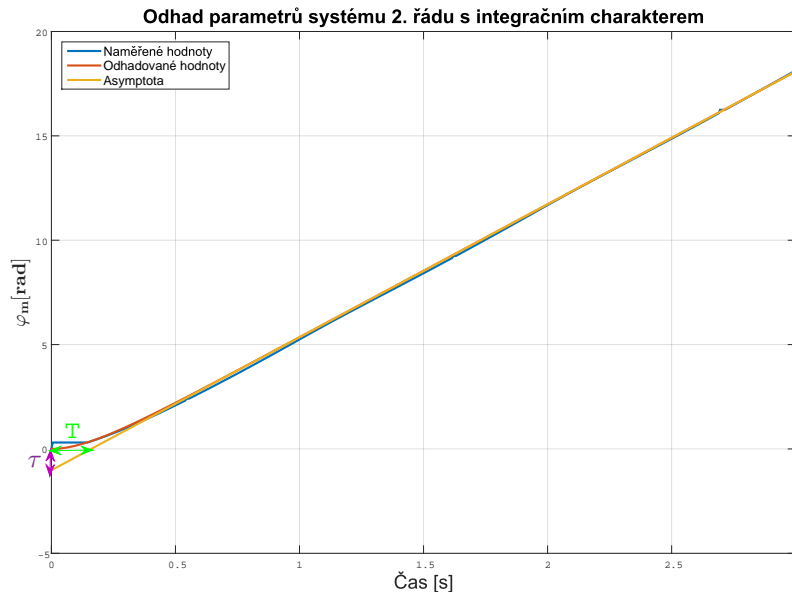
$$H_{\varphi_m}(s) = \frac{k_u}{b} \cdot \frac{1}{s(\frac{J_m + mr^2}{b}s + 1)} = k \frac{1}{s(Ts + 1)}$$

Jedná se tedy o systém druhého řádu s jedním pólem v nule. Takový systém se dá snadno identifikovat ze skokové odezvy. Srovnáním identifikovaných obecných konstant  $T$  a  $k$  s odpovídajícími konstantami v našem systému je pak můžeme vypočítat:

$$b = \frac{k_u}{k} = k_u \frac{T}{\tau} = 0,5024 \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-1}$$

$$k_1 = (J_m + mr^2) = T \cdot b = 0,0831$$

, kde  $T$  a  $\tau$  odečteme z grafu (viz. obrázek níže).



Obrázek 1: Odhad parametrů rovnice pro  $\varphi_m$  z asymptoty

## 4 Identifikace křížových členů

Zbývá nám ještě určit konstanty  $k_2$  a  $k_3$ , které v rovnicích tvoří koeficienty křížových členů. Platí, že

$$k_2 = mlr$$

$$k_3 = mgl$$

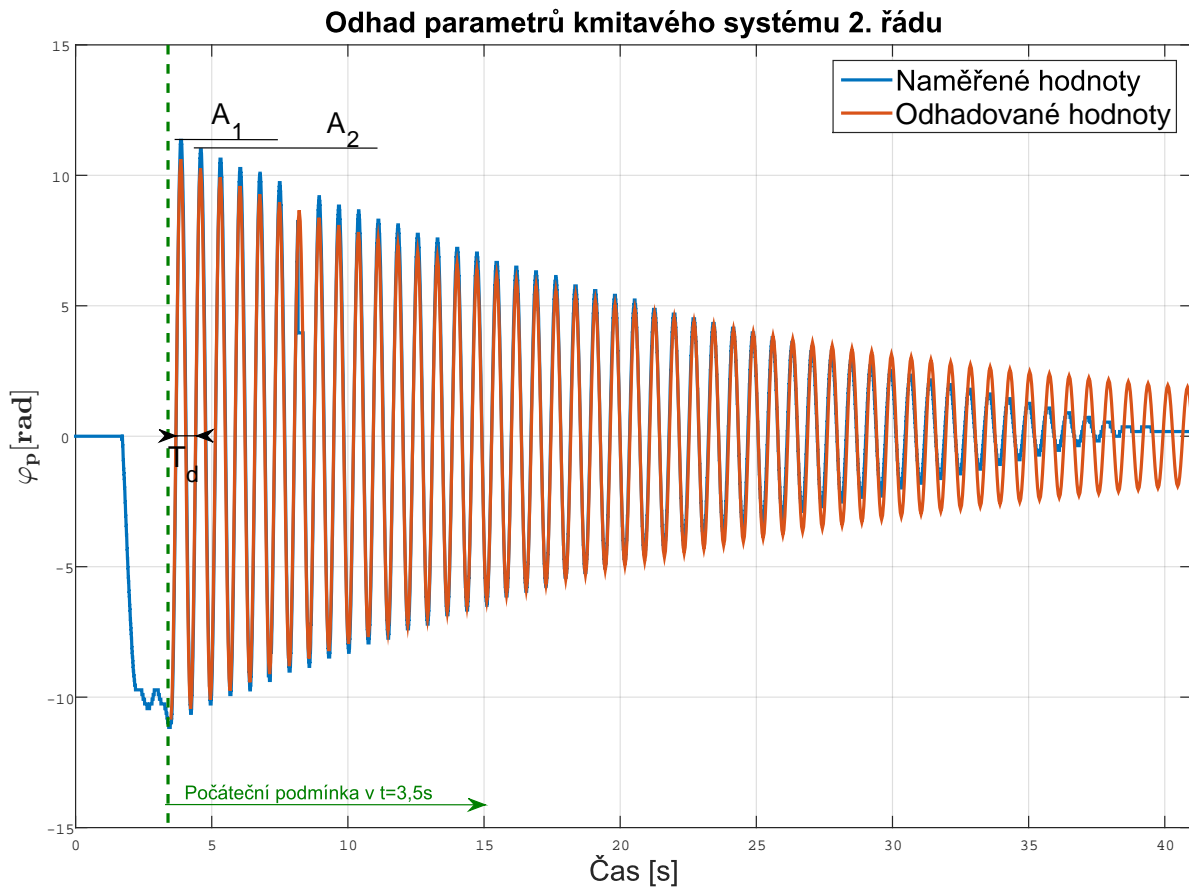
Prvky  $l$  a  $r$  jsme určili naměřením na modelu kyvadla (jedná se o délku kyvadla a délku ramene),  $g$  je tíhové zrychlení, které je pro naši polohu známé, a nakonec hodnotu  $m$  jsme dostali zadanou. Výsledné hodnoty tedy jsou:

$$m = 0,175 \text{ kg}$$

$$g = 9,81 \text{ m s}^{-2}$$

$$l = 0,17 \text{ m}$$

$$r = 0,2 \text{ m}$$



Obrázek 2: Odhad parametrů rovnice pro  $\varphi_m$  z asymptoty

Určené hodnoty jsme ještě upravili tak, aby dobře seděly i pro obecnější případ bez zanedbaných a linerizovaných členů. Tyto upravené hodnoty jsou:

$$b = 0,5193 \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-1}$$

$$J_p = 0,0044$$

$$\delta = 1.9297 \cdot 10^{-4}$$