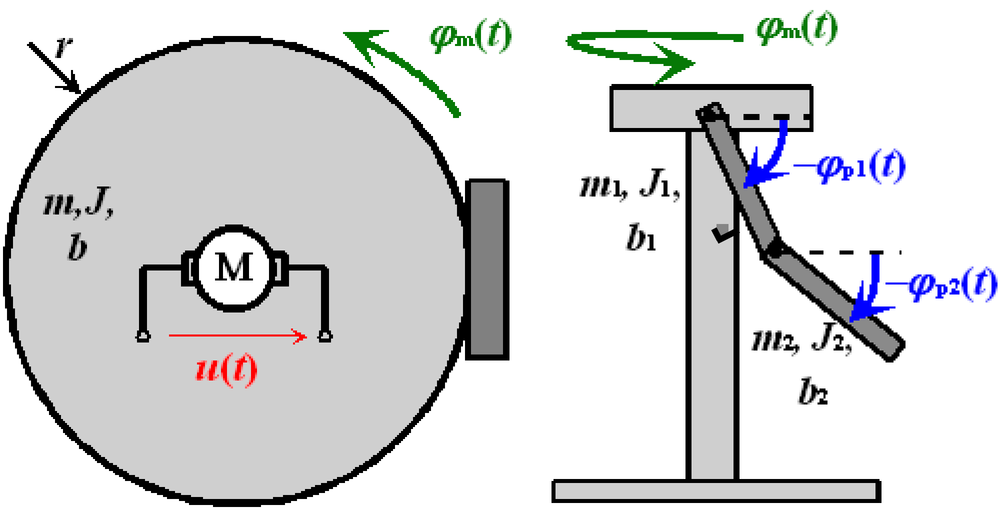
Automatické řízení – simulační úloha

ROTAČNÍ KYVADLO

Principiální schéma modelu nacházejícího se v laboratoři K26 je na obr. 1.



Obr. 1 – Rotační kyvadlo

Laboratorní model Rotační kyvadlo je nelineární stabilní (pro naše účely) systém s jedním vstupem

- napětí na motoru pohánějícím pivot (s ramenem) u [V] (akční veličina)

a dvěma výstupy

- úhel natočení ramene φ_m [°] (na modelu v Simulinku označen jako φ_a),
- úhel natočení kyvadla $\varphi_{\mathrm{p}1}$[°] = φ_p [°].

Modelování

Systém kyvadla na vozíku je popsán následujícími diferenciálními rovnicemi:

$$(J_m + m_1 r^2)\ddot{\varphi}_m(t) - m_1 l r \ddot{\varphi}_p(t)\sin\varphi_p(t) - m_1 l r \dot{\varphi}_p^2(t)\cos\varphi_p(t) + b\dot{\varphi}_m(t) = M(t)$$
$$J_p\ddot{\varphi}_p(t) + m_1 g l\cos\varphi_p(t) - m_1 l r\ddot{\varphi}_m(t)\sin\varphi_p(t) + 2\delta\dot{\varphi}_p(t) = 0.$$

Tyto rovnice je možné upravit zavedením substitucí $k_1 = (J_m + m_1 r^2), k_2 = m_1 l r, k_3 = mgl$ a vzájemným dosazením na

$$\ddot{\varphi}_m(t) = \frac{1}{f_1(t)}\big(-J_p k_2\cos\varphi_p(t)\,\dot{\varphi}_p^2(t) + 2\delta k_2\sin\varphi_p(t)\,\dot{\varphi}_p(t) - J_p M(t) + J_p b\dot{\varphi}_m(t) + k_2 k_3\cos\varphi_p(t)\sin\varphi_p(t)\big)$$

$$\ddot{\varphi}_p(t) = \frac{1}{f_2(t)}\Bigg(2\delta\dot{\varphi}_p(t) + k_3 \cos\varphi_p(t) - \frac{k_2^2}{k_1}\sin\varphi_p(t)\cos\varphi_p(t)\dot{\varphi}^2(t) - \frac{k_2}{k_1}\sin\varphi_p(t)\, M(t) + \frac{k_2 b}{k_1}\sin\varphi_p(t)\,\dot{\varphi}_m(t)\Bigg),$$

kde funkce f_1 a f_2 jsou definovány jako $f_1(t) = -J_p k_1 + k_2^2 \sin^2\varphi_p(t)$ a $f_2(t) = -J_p + \frac{k_2^2}{k_1}\sin^2\varphi_p(t)$.

Parametry mají následující význam: m [kg] je hmotnost kyvadla, l [m] je délka kyvadla, J_p [kg m s^{-2}] je moment setrvačnosti kyvadla vzhledem k ose otáčení kyvadla, R [m] je délka ramene, J_m [kg m s^{-2}] je moment setrvačnosti ramene vzhledem k ose otáčení ramene, g [m s^{-2}] je gravitační zrychlení, b [kg m^2 s^{-1}] reprezentuje viskózní tření v rameni,
δ [kg m^2 s^{-1}] je koeficient viskózního tření v kloubu kyvadla.

Předpokládejte, že síla působící na pivot je lineárně úměrná napětí na motoru. Motor obsahuje pásmo necitlivosti, jeho dynamika je zanedbatelná. Rozsah vstupního signálu je omezen. Znáte jedinou hodnotu u kyvadla, a tou je jeho hmotnost $m = 0{,}175$ kg.

Úlohy (hodnocení je pouze doporučené):

1. Napište stavové rovnice popisující systém s obecnými parametry. Proveďte vhodnou substituci, aby byla u každého členu jen jedna konstanta. [hodnocení 15 %]
2. Model z bodu 1. linearizujte ve stabilním rovnovážném stavu a vytvořte linearizovaný model systému s obecnými parametry. [hodnocení 20 %]
3. Identifikujte všechny statické nelinearity jako třeba saturace stavů a vstupů a pásmo necitlivosti. [hodnocení 5 %]
4. Pomocí vhodných experimentů na původním systému identifikujte parametry ramene za předpokladu, že kyvadlo nemá na rameno žádný vliv. [hodnocení 15 %]
5. Pomocí vhodných experimentů na původním systému identifikujte parametry kyvadla z odezvy na počáteční podmínky. Zafixujte rameno. Koeficient útlumu a přirozená frekvence jsou stejné jak pro odezvu na skok, tak i pro počáteční podmínky. [hodnocení 15 %]
6. Určete křížové členy pro působení kyvadla na rameno a naopak. [hodnocení 5 %]
7. Vytvořte v Simulinku nelineární (včetně všech statických nelinearit) a linearizovaný model identifikovanými parametry. [hodnocení 5 %]
8. Porovnejte odezvy (obou výstupů) modelů z bodu 7. a skutečného systému na Vámi (vhodně) zvolené vstupní signály a počáteční podmínky. Nezapomeňte uvést vstupní signál do grafů. Úlohu zhodnoťte. [hodnocení 20 %]