Simulační úloha - Servo Amira

Matouš Vrba

17. dubna 2015

1 Linearizace modelu

Stabilní rovnovážná poloha kyvadla je v pracovním bodě $\mathbf{x_0} = [x_{1p}, x_{2p}, x_{3p}, x_{4p}] = [0, -\frac{\pi}{2}, 0, 0]$, $u_0 = 0$.
Matice linearizovaného systému v pracovním bodě $\mathbf{x_0}, u_0$:

$$A = \left.\begin{pmatrix} \frac{\partial x_1}{\partial x_1} & \frac{\partial x_1}{\partial x_2} & \frac{\partial x_1}{\partial x_3} & \frac{\partial x_1}{\partial x_4} \\ \frac{\partial x_2}{\partial x_1} & \frac{\partial x_2}{\partial x_2} & \frac{\partial x_2}{\partial x_3} & \frac{\partial x_2}{\partial x_4} \\ \frac{\partial x_3}{\partial x_1} & \frac{\partial x_3}{\partial x_2} & \frac{\partial x_3}{\partial x_3} & \frac{\partial x_3}{\partial x_4} \\ \frac{\partial x_4}{\partial x_1} & \frac{\partial x_4}{\partial x_2} & \frac{\partial x_4}{\partial x_3} & \frac{\partial x_4}{\partial x_4} \end{pmatrix}\right|_{\mathbf{x_0}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \frac{\mathrm{k_2}\,\mathrm{k_3}}{\mathrm{J_p}\,\mathrm{k_1}-\mathrm{k_2}^2} & -\frac{\mathrm{J_p}\,b}{\mathrm{J_p}\,\mathrm{k_1}-\mathrm{k_2}^2} & \frac{2\,\delta\,\mathrm{k_2}}{\mathrm{J_p}\,\mathrm{k_1}-\mathrm{k_2}^2} \\ 0 & -\frac{\mathrm{k_3}}{\mathrm{J_p}-\frac{\mathrm{k_2}^2}{\mathrm{k_1}}} & \frac{b\,\mathrm{k_2}}{\mathrm{k_1}\left(\mathrm{J_p}-\frac{\mathrm{k_2}^2}{\mathrm{k_1}}\right)} & -\frac{2\,\delta}{\mathrm{J_p}-\frac{\mathrm{k_2}^2}{\mathrm{k_1}}} \end{pmatrix}$$

$$B = \left.\begin{pmatrix} \frac{\partial x_1}{\partial u} \\ \frac{\partial x_2}{\partial u} \\ \frac{\partial x_3}{\partial u} \\ \frac{\partial x_4}{\partial u} \end{pmatrix}\right|_{u_0} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{\mathrm{J_p}}{\mathrm{J_p}\,\mathrm{k_1}-\mathrm{k_2}^2} \\ -\frac{\mathrm{k_2}}{\mathrm{k_1}\left(\mathrm{J_p}-\frac{\mathrm{k_2}^2}{\mathrm{k_1}}\right)} \end{pmatrix}$$

$$C = \left.\begin{pmatrix} \frac{\partial y_1}{\partial x_1} & \frac{\partial y_1}{\partial x_2} & \frac{\partial y_1}{\partial x_3} & \frac{\partial y_1}{\partial x_4} \\ \frac{\partial y_2}{\partial x_1} & \frac{\partial y_2}{\partial x_2} & \frac{\partial y_2}{\partial x_3} & \frac{\partial y_2}{\partial x_4} \end{pmatrix}\right|_{\mathbf{x_0}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$D = \left.\begin{pmatrix} \frac{\partial y_1}{\partial u} \\ \frac{\partial y_2}{\partial u} \end{pmatrix}\right|_{u_0} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

2 Saturace, pásma necitlivosti, apod.

Vstup systému v MATLABu je normalizován na interval $u_{norm} \in \langle -1; 1 \rangle$, což vymezuje saturaci vstupu. Pásmo necitlivosti jsme identifikovali v intervalu $\langle -0.007; 0.007 \rangle$.

Při výchylce kyvadla v rozmezí $\pm 12°$ je vliv kyvadla na polohu kyvadla zanedbatelný a dá se považovat za pásmo necitlivosti. Toho jsme využili také při identifikaci dynamiky kyvadla z počátečních podmínek.

Další nelinearitu jsme identifikovali u ramene, které se na jednu stranu posouvalo snáze, než na druhou.

3 Identifikace dynamiky motoru (ramene)

Uvažujeme první rovnici, popisující systém před úpravou do stavových rovnic, v okolí pracovního bodu $\mathbf{x_0}$. Po zanedbání křížových členů (vliv kyvadla na polohu ramene je pro identifikaci ostatních členů zanedbatelný) a linearizaci goniometrických funkcí získáváme následující předpis:

$$(J_m + mr^2)\ddot{\varphi}_m(t) + b\dot{\varphi}_m(t) = M(t) = k_u \cdot u_{norm}(t)$$

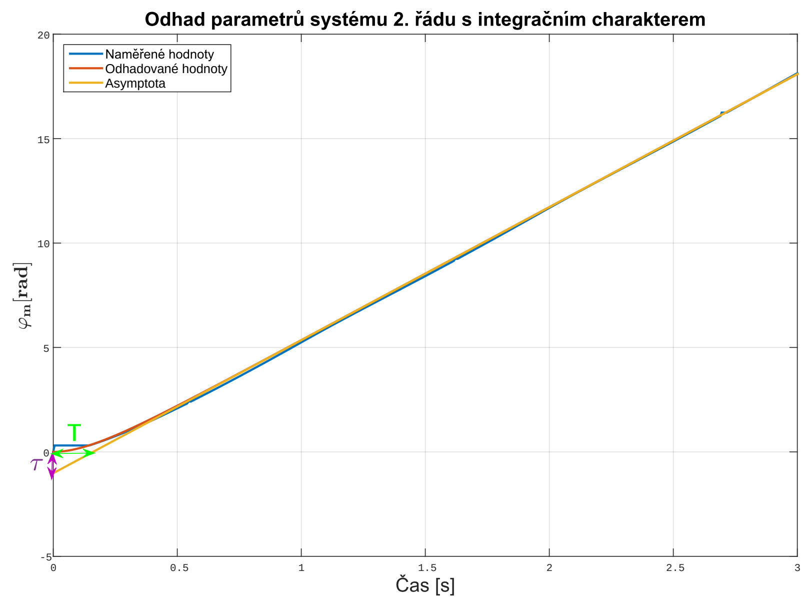
Po zlaplaceování a standardních úpravách dostaneme přenos a srovnání s normálním tvarem:

$$H_{\varphi_m}(s) = \frac{k_u}{b} \cdot \frac{1}{s(\frac{J_m + mr^2}{b}s + 1)} = k\frac{1}{s(Ts+1)}$$

Jedná se tedy o systém druhého řádu s jedním pólem v nule. Takový systém se dá snadno identifikovat ze skokové odezvy. Srovnáním identifikovaných obecných konstant T a k s odpovídajícími konstantami v našem systému je pak můžeme vypočítat:

$$b = \frac{k_u}{k} = k_u\frac{T}{\tau} = 0{,}5024\,\mathrm{kg\,m^2\,s^{-1}}$$
$$k_1 = (J_m + mr^2) = T \cdot b = 0,0831$$

, kde T a τ odečteme z grafu (viz. obrázek níže).



Obrázek 1: Odhad parametrů rovnice pro φ_m z asymptoty

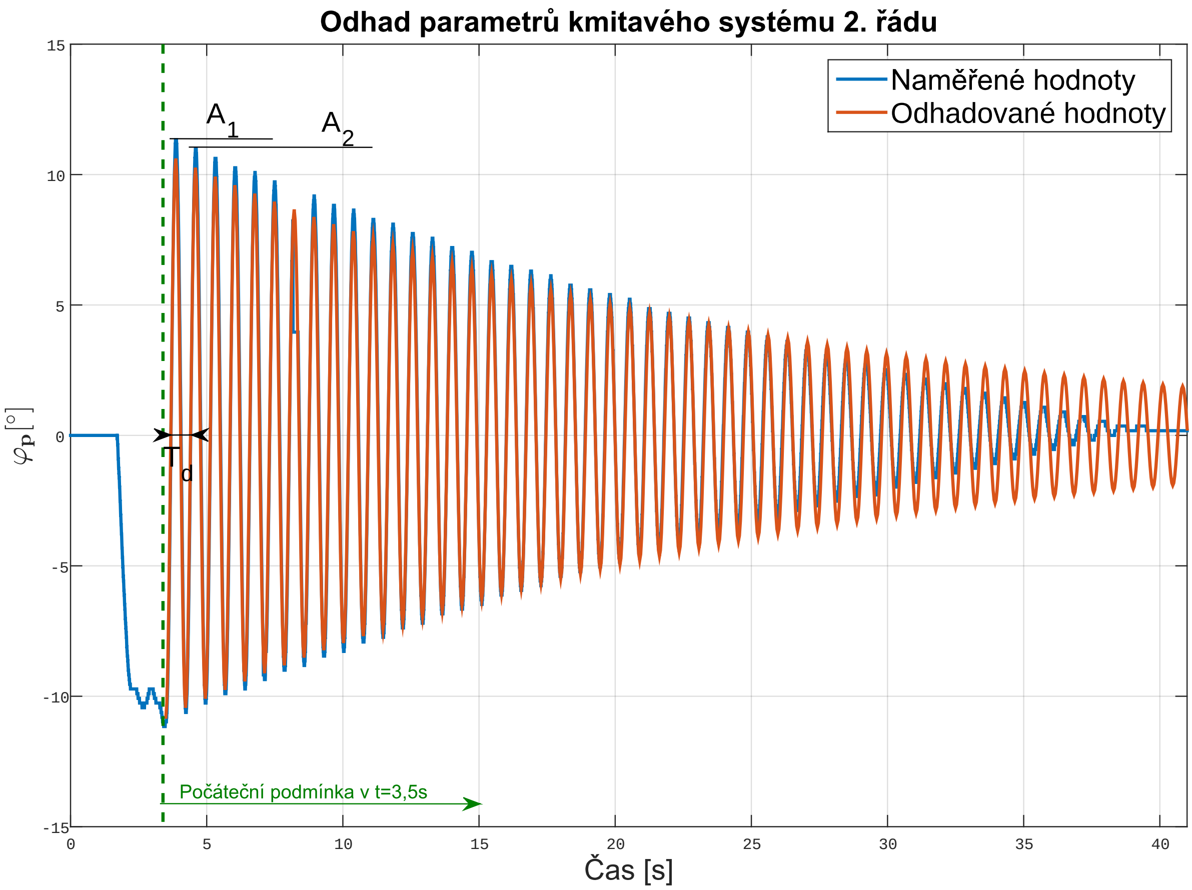
4 Identifikace křížových členů

Zbývá nám ještě určit konstanty k_2 a k_3, které v rovnicích tvoří koeficienty křížových členů. Platí, že

$$k_2 = mlr \qquad\qquad k_3 = mgl$$

Prvky l a r jsme určili naměřením na modelu kyvadla (jedná se o délku kyvadla a délku ramene), g je tíhové zrychlení, které je pro naši polohu známé, a nakonec hodnotu m jsme dostali zadanou. Výsledné hodnoty tedy jsou:

$$m = 0{,}175\,\mathrm{kg} \qquad\qquad g = 9{,}81\,\mathrm{m\,s^{-1}}$$
$$l = 0{,}17\,\mathrm{m} \qquad\qquad r = 0{,}2\,\mathrm{m}$$



Obrázek 2: Odhad parametrů rovnice pro φ_m z asymptoty

Určené hodnoty jsme ještě upravili tak, aby dobře seděly i pro obecnější případ bez zanedbaných a linerizovaných členů. Tyto upravené hodnoty jsou:

$$b = 0{,}5193\,\mathrm{kg\,m^2\,s^{-1}}$$
$$J_p = 0{,}0044\,\mathrm{kg\,m\,s^{-2}} \qquad\qquad \delta = 1{,}9297\cdot 10^{-4}\,\mathrm{kg\,m^2\,s^{-1}}$$

5 Závěr

I přesto, že jsme se snažili parametry systému určit co nejpřesněji, neodpovídají naše modely naměřeným hodnotám reálného systému pro větší vstupy příliš dobře, jak je vidět z porovnávání odezev na skok v

sekci 8 (hlavně v poloze kyvadla φ_p). To může být způsobeno dalšími skrytými nelinearitami systému, použitím rovnic pro kyvadlo na vozíku, které nemusí dostatečně přesně popisovat rotační kyvadlo, zanedbáním případné dynamiky vstupu a zanedbáním vlivu tření vzduchu, které nejspíš způsobuje ustálení polohy kyvadla v jiné poloze, než je klidová, když je rychlost ramene nenulová.
Pro malé vstupy, a ze začátku i pro větší, se ale odezvy systémů celkem shodují, takže snad bude tyto modely možné použít pro řízení v dalších částech laboratorní úlohy.