# Instituto Tecnológico de Buenos Aires

# 93.54 MÉTODOS NUMÉRICOS

# Trabajo práctico $N^{\circ}2$

### Grupo 3

Fontecha, María Eugenia	58138
Lambertucci, Guido Enrique	58009
POUTHIER, Florian	61337
Londero Bonaparte, Tomás Guillermo	58150

 $\begin{array}{c} Profesor \\ \text{Fierens, Pablo Ignacio} \end{array}$ 

Presentado: 06/06/19

#### 1. Introducción

El trabajo presentado consiste en aproximar funciones dadas en ecuaciones diferenciales, mediante el uso del método de Heun o tambien conocido como Runge-Kutta de segundo orden. Estas ecuaciones representan un modelo de crecimiento óseo basado en un balance entre osteoblastos y osteoclastos, obtenidas delel artículo de  $Lemaire\ et\ al^1$ .

El sistema a aproximar es el siguiente:

$$\frac{dR}{dt} = D_R \cdot \pi_C - \frac{D_B}{\pi_C} I_R, \tag{1}$$

$$\frac{dB}{dt} = \frac{D_B}{\pi_C} \cdot R - k_B \cdot B + I_B, \tag{2}$$

$$\frac{dC}{dt} = D_C \cdot \pi_L - D_A \cdot \pi_C \cdot C + I_C. \tag{3}$$

donde  $D_A$ ,  $D_B$ ,  $D_C$  y  $D_R$  son constantes, R, B y C las incógnitas  $\pi_C$  y  $\pi_L$  son funciones de las incógnitas ( $\pi_C$  función de C y  $\pi_L$  función de B y R). A su vez, estas ultimas dependen de otras funciones, las cuales son dato y varían dependiendo la situación analizada. Todos los valores, tanto de las constantes como de las funciones anteriormente mencionadas, son obtenidas del artículo.

## 2. Código empleado

El código elaborado para este trabajo fue hecho en **Matlab**. Cabe destacar que se probó previamente el algoritmo aproximando una ecuación diferencial

$$\frac{d^2x}{dt^2} = x \quad con \ t \in [0; 1]$$
$$x(0) = 1$$

sabiendo que el resultado de esta es

$$x(t) = e^t$$

determinando así su adecuado funcionamiento.

#### 3. Resultados obtenidos

A continuación, se presentan los resultados obtenidos de las funciones estimadas. En estas se observa la concentración de células (en picomoles) en función del tiempo (en días).

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Vincent Lemaire, Frank L. Tobin, Larry D. Greller, Carolyn R. Cho, and Larry J. Suva. Modeling the interactions between osteoblast and osteoclast activities in bone remodeling. 229:293–309, 2004.

# 4. Conclusión

Comparando los gráficos obtenidos con los presentados en el artículo, se puede observar que las aproximaciones, realizadas con una tolerancia de  $10^{-6}$ , son buenas, es decir, próximas a las empleadas en el artículo.

Página 2