Kacper Bednarski 236502
Michał Glapiński 236534

Rok akademicki 2021/2022
Środa, 8:30

METODY NUMERYCZNE – LABORATORIUM

Zadanie 2 – Metoda eliminacji Gaussa

Opis rozwiązania

Przekształcamy macierz rozszerzoną w macierz trójkątną górną. Przed wykonaniem następnych działań matematycznych sprawdzamy, czy element a_{ii} nie jest elementem zerowym, jeżeli jest następuje zamiana elementów kolejnych wierszy. Redukujemy do zera elementy pierwszej kolumny, leżące pod wartością $a_{11,}$ poprzez dodawanie do kolejnych elementów wiersza i-tego odpowiednio przemnożonych wartości wiersza pierwszego. Następnie redukujemy do zera elementy drugiej kolumny leżące pod wartością $a_{22.}$ Czynności powtarzamy, aż do uzyskania macierzy trójkątnej górnej. Następnie sprawdzamy czy układ nie jest sprzeczny lub nieoznaczony, jeśli nie kontynuujemy. Dzięki tej macierzy możemy wyliczyć niewiadome x_n za pomocą wzorów rekurencyjnych.

$$A = \begin{bmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} & \cdots & a_{1,n} \\ 0 & a_{2,2} & \cdots & a_{2,n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & a_{n,n} \end{bmatrix}$$

Macierz trójkątna górna.

Wyniki

dla ε = 0.000000001

Przykład	Układ równań	Ilość niewiadomych	Rozwiązanie
a)	$3x_1 + 3x_2 + x_3 = 12$ $2x_1 + 5x_2 + 7x_3 = 33$ $x_1 + 2x_2 + x_3 = 8$	3	$x_1 = 1$ $x_2 = 2$ $x_3 = 3$
b)	$3x_1 + 3x_2 + x_3 = 1$ $2x_1 + 5x_2 + 7x_3 = 20$ $-4x_1 -10x_2 -14x_3 = -40$	3	Układ nieoznaczony
c)	$3x_1 + 3x_2 + x_3 = 1$ $2x_1 + 5x_2 + 7x_3 = 20$ $-4x_1 -10x_2 -14x_3 = -20$	3	Układ sprzeczny
d)	$0.5x_1 -0.0625x_2 + 0.1875x_3 + 0.0625x_4 = 1.5$ $-0.0625x_1 + 0.5x_2 = -1.625$ $0.1875x_1 + 0.375x_3 + 0.125x_4 = 1$ $0.0625x_1 + 0.125x_3 + 0.25x_4 = 0.4375$	4	$x_1 = 2$ $x_2 = -3$ $x_3 = 1.5$ $x_4 = 0,5$
e)	$3x_1 + 3x_2 + x_3 - x_4 = 0$ $5x_1 - x_2 + x_3 + 2x_4 = -4$ $x_1 - x_2 + x_3 + 2x_4 = 4$ $7x_1 + 8x_2 + x_3 -7x_4 = 6$	4	Układ sprzeczny
f)	$3x_1 - x_2 + 2x_3 - x_4 = -13$ $3x_1 - x_2 + x_3 + x_4 = 1$ $x_1 + 2x_2 - x_3 + 2x_4 = 21$ $-x_1 + x_2 – 2x_3 -3x_4 = -5$	4	$x_1 = 1$ $x_2 = 3$ $x_3 = -4$ $x_4 = 5$
g)	$x_3 = 3$ $x_1 = 7$ $x_2 = 5$	3	$x_1 = 7$ $x_2 = 5$ $x_3 = 3$
h)	$10x_1 - 5x_2 + x_3 = 3$ $4x_1 - 7x_2 + 2x_3 = -4$ $5x_1 + x_2 + 4x_3 = 19$	3	$x_1 = 1$ $x_2 = 2$ $x_3 = 3$
i)	$6x_1 -4x_2 + 2x_3 = 4$ $-5x_1 + 5x_2 + 2x_3 = 11$ $0,9x_1 + 0,9x_2 + 3,6x_3 = 13,5$	3	Układ nieoznaczony
j)	$x_1 + 0,2x_2 + 0,3x_3 = 1,5$ $0,1x_1 + x_2 - 0,3x_3 = 0,8$ $-0,1x_1 - 0,2x_2 + x_3 = 0,7$	3	$x_1 = 1$ $x_2 = 1$ $x_3 = 1$

Wnioski

- Metoda eliminacji Gaussa jest metodą efektywną,
- Możemy rozwiązać układy z wieloma niewiadomymi,
- Metoda eliminacji Gaussa zapewnia proste i mało złożone obliczenia.