RAPPELS SUR RAND() ET GRAND()





feuilles de TD

Scilab online

rand() et grand()

- La commande rand() renvoie un nombre pseudo-aléatoire entre 0 et 1.
- La commande grand(m,n,'uin',a,b) renvoie une matrice de taille $m \times n$ dont les éléments sont des entiers suivant une loi uniforme sur [a; b].
- La commande grand (m,n,'unf',a,b) renvoie une matrice de taille $m \times n$ dont les éléments sont des réels suivant une loi uniforme sur [a; b[.
- La commande grand(m,n,'bin',N,p) renvoie une matrice de taille $m \times n$ dont les éléments suivent une loi binômiale de paramètres (N, p).
- La commande grand(m,n,'geom',p) renvoie une matrice de taille $m \times n$ dont les éléments suivent une loi géométrique de paramètre p.

Extraits de sujets de concours

Exercice 1 extrait BCE BSB 2018

Une urne contient une boule rouge et deux boules blanches. Un joueur effectue n tirages successifs d'une boule dans cette urne, n étant un entier naturel supérieur ou égal à 2. Il remet la boule obtenue dans l'urne après chaque tirage.

À partir du deuxième tirage, le joueur reçoit un point à chaque fois que la couleur obtenue à un tirage n'est pas celle qui a été obtenue au tirage précédent. Dans le cas contraire il ne reçoit aucun point.

Ainsi, si trois tirages successifs amènent : blanc, rouge, rouge le joueur marque un point au deuxième tirage et aucun au troisième tirage.

Soit G la variable aléatoire égale au nombre total de points marqués lors des n tirages.

- 1. Expliquer avec précision pourquoi l'instruction X=grand(1,n,'bin',1,1/3) permet de simuler n tirages dans l'urne.
- 2. Quelle instruction faut-il ajouter à la ligne 6 pour que le programme ci-dessous simule n tirages successifs dans l'urne (l'entier $n \ge 2$) étant donné par l'utilisateur) et qu'il affiche le nombre de points marqués par le joueur? On justifiera la réponse.

```
n = input('n ?')
    X = grand(1,n,'bin',1,1/3)
3
4
    for i = 2:n
5
        if X(i) <> X(i-1) then
6
7
        end
8
    end
9
    disp(G)
```

Exercice 2 extrait BCE BSB 2019

Une cible circulaire de rayon 1 mètre est posée au sol. Deux joueurs 1 et 2 lancent chacun un palet en direction de la cible. On note U_1 et U_2 les variables aléatoires égales aux distances respectives en mètres entre le centre de la cible et les points d'impact des palets des joueurs 1 et 2. On suppose que U_1 et U_2 suivent des lois uniformes sur [0;1] et qu'elles sont

On note Z la variable aléatoire égale à la plus grande valeur entre U_1 et U_2 .

Compléter le programme suivant afin qu'il simule l'expérience ci-dessus et qu'il affiche la valeur de Z.

```
U1=grand(1,1,'unf',0,1)
1
2
    U2=grand(1,1,'unf',0,1)
    if U1 >= U2 then
3
4
5
               else
6
7
    end
    disp(Z)
```

Exercice 3 extrait BCE ESCP 2016

Une puce se déplace sur un axe gradué. À l'instant 0, la puce se trouve sur le point d'abscisse 0. À partir de l'instant 0, la puce effectue à chaque instant, un saut vers la droite selon le protocole suivant :

- elle effectue un saut d'une unité vers la droite avec la probabilité $\frac{1}{2}$;
- elle effectue un saut de deux unités vers la droite avec la probabilité $\frac{1}{4}$;
- elle effectue un saut de trois unités vers la droite avec la probabilité $\frac{1}{4}$;

Les différents sauts sont supposés aléatoires.

1. On rappelle qu'en Scilab, l'instruction grand(1,1,'uin',1,4) simule une variable aléatoire suivant la loi discrète uniforme sur [3;4].

Compléter le programme suivant pour qu'il simule les 100 premiers déplacements de la puce.

```
1
    A = zeros(1,100)
2
     for k = 1:100
        t = grand(1,1,'uin',1,4)
4
        if t \le \dots then A(k) = 1
5
        if t == \dots then A(k) = 2
6
7
        end
        if t == \dots then A(k) = 3
8
9
        end
10
     end
11
     disp(A)
```

2. On rappelle que si $x = (x_1, x_2, ..., x_n)$ et $y = (y_1, y_2, ..., y_n)$ sont deux vecteurs de même taille, la commande plot2d(x,y) permet de tracer la ligne brisée joignant les points $M_1(x_1, y_1), M_2(x_2, y_2), ..., M_n(x_n, y_n)$. On complète le programme Scilab de la question 4 en y ajoutant les trois commandes suivantes :

```
1  x = 1:100
2  y = cumsum(A)
3  plot2d(x,y)
```

Quelle sortie graphique obtient-on?

Exercice 4 extrait Ecricome 2017

Une urne \mathcal{U} contient 1 boule noire et 3 boules blanches indiscernables au toucher.

Une urne $\mathcal V$ contient 2 boules noires et 2 boules blanches in discernables au toucher.

On lance une pièce équilibrée. Si elle retombe du côté Pile, on tire deux boules successivement et avec remise dans \mathcal{U} , et si on obtient Face, on tire deux boules successivement et avec remise dans \mathcal{V} .

On note T la variable aléatoire égale au nombre de fois où l'on a pioché une boule noire.

On rappelle qu'en langage Scilab l'instruction grand(1,1,'uin',n1,n1) renvoie un entier au hasard et uniformément compris entre n1 et n2. Compléter le programme Scilab suivant afin qu'il affiche une simulation de la variable aléatoire T.

```
1
     if grand(1,1,"uin",1,2) == 1 then
2
3
         for k = 1:2
              if grand(1,1,"uin",1,4)<2 then
4
5
                  T = T + 1
 6
              end
7
         end
8
     else
9
10
11
12
         . . .
13
14
15
    disp(T, "une simulation de T donne :")
```

Exercice 5

Un gardien de nuit doit ouvrir une porte dans le noir et choisit aléatoirement une clé parmi les 10 clés de son trousseau. Comme il ne peut pas les distinguer, il peut essayer plusieurs fois les mêmes clés sans s'en rendre compte. Soit X la variable aléatoire qui compte le nombre d'essais jusqu'à ce que la porte s'ouvre.

- **1.** Que vaut E(X)?
- 2. Écrire un programme Scilab qui simule 100000 ouvertures de porte et retrouver la valeur théorique de E(X).