I– Utilisation des vecteurs

feuilles de TD — Scilab online

1. Expression cumsum()

syntaxe Scilab

Si `u` est un vecteur (ligne ou colonne), alors l'expression `cumsum(u)` va créer un vecteur dont chaque terme est la **somme cumulée** des termes précédents.

```
-> u = [1, 10, 4, 7];

-> v = cumsum(u)

    v =

        1. 11. 15. 22.
```

Exercice 1
On considère la suite $(u_n)_{n\geqslant 1}$ définie par $u_n = \dfrac{1}{n^2}$.

1. Créer un script `Scilab` qui stocke dans un vecteur `u` les 10 premiers termes de la suite (u_n).
2. En console, créer le vecteur `v = cumsum(u)`. Écrire en langage mathématique ce que contient le vecteur `v`.
3. Que représente le nombre `v(10)` ?

2. Représenter graphiquement le contenu d'un vecteur

syntaxe Scilab

Si `u` est un vecteur (ligne ou colonne) de taille n, alors l'expression `plot(1:n, u, '+')` va générer un graphique où seront représentés n points (avec le motif : '+') de coordonnées (k, u_k), pour $k \in \{1; 2; \ldots; n\}$.

▶ **Explications :**

- `1:n` génère le vecteur $1, 2, 3, \ldots, n$. Il contient l'abscisse des points à représenter.
- `u` est le vecteur qui contient l'ordonnée des points à représenter.
- `'+'` est le motif des points. `'-'` génèrera une ligne brisée.

Exercice 2
Représenter graphiquement les 10 premiers termes de la suite $(u_n)_{n\geqslant 1}$ précédente.

II– Extraits de sujets de concours

Exercice 3 *extrait BCE ESCP 2019*
On note M et I les matrices suivantes :

$$M = \begin{pmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \text{ et } N = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

1. Calculer M^2 et montrer que $M^4 = I$.
2. En déduire que M est inversible et donner l'expression de M^{-1}, sans calcul, en fonction de M.
3. Compléter le script `Scilab` suivant permettant de saisir M, de calculer $N = M^{-1}$ et d'afficher les deux matrices M et M^{-1}.

```
M = [....;....;....]
N = .....
disp(M,'la matrice M est')
disp(N,'la matrice inverse de M est :')
```

Exercice 4 *extrait Ecricome 2019 (exercice modifié)*
Soit g la fonction numérique réelle définie sur l'intervalle $]0;+\infty[$ par :

$$g(x) = 2x - 1 + \ln\left(\frac{x}{x+1}\right)$$

1. Dans un script `Scilab`, créer la fonction g.

On considère la suite $(u_n)_{n\geqslant 1}$ définie pour tout entier naturel n non nul par :

$$u_n = (2n-1) - g(n)$$

Le script `Scilab` ci-dessous construit un vecteur ligne contenant les 50 premiers termes de la suite $(u_n)_{n\geqslant 1}$.

```
u = zeros(1,50)
for n = 1:50
   u(n) = (2*n-1)-g(n)
end
S = cumsum(u)
plot(1:50,S,'+')
```

Dans ce script, `g` désigne la fonction g dont le code a été complété à la question **1.**

2. Intepréter le contenu du vecteur ligne `S` dans le contexte de l'énoncé.

3. Exécutez le script précédent et on observez le graphique obtenu.

4. Sur ce même graphique, tracez la courbe représentative de la fonction logarithme népérien `ln` en trait plein.

5. En notant pour tout entier $n \geqslant 1$, $S_n = \displaystyle\sum_{k=1}^{n} u_k$, que peut-on conjecturer à l'aide du graphique précédent sur la limite de la suite $(S_n)_{n\geqslant 1}$?

6. Déterminer $\lim\limits_{n\mapsto+\infty} S_n$ par un calcul rigoureux.

Exercice 5 *extrait BCE ESCP 2017*
Soit $(u_n)_{n\geqslant 1}$ et $(v_n)_{n\geqslant 1}$ deux suites définies par :

$$u_1 = 1,\ v_1 = 2 \text{ et } \forall n \geqslant 1, u_{n+1} = \frac{u_n^2}{u_n + v_n} \text{ et } v_{n+1} = \frac{v_n^2}{u_n + v_n}$$

1. Compléter les lignes `6` et `7` du programme `Scilab` ci-dessous afin qu'il calcule et affiche les valeurs de u_n et v_n pour une valeur de n entrée par l'utilisateur.

```
1   n = input('entrer la valeur de n :')
2   u = 1
3   v = 2
4   for k = 2:n
5       a = u
6       u = ....
7       v = ....
8   end
9   disp(u)
10  disp(v)
```

2. On considère le programme précédent avec les instructions complémentaires :

```
n = input('entrer la valeur de n :')
u = 1
v = 2
s = ones(1,n)
for k = 2:n
    a = u
    u = ....
    v = ....
    s(k) = u
end
disp(u)
disp(v)
x = 1:n
y = cumsum(s)
plot2d(x,y)
```

a. Que contiennent les variables `s` et `y` à l'issue du programme ?

b. Observer le graphique obtenu pour la valeur $n = 10$. Quel résultat ce graphique permet-il de conjecturer ?