

LÓGICA DE BOOLE

Prof. Demétrius de Castro
83 9 8773-0383
demdecastro@gmail.com
@demdecastro
www.demetriusdecastro.com.br



LÓGICA BOOLEANA

PROPOSIÇÃO

Toda sentença declarativa a qual podemos atribuir um dos valores lógico, verdadeiro ou falso, nunca ambos. Trata-se de uma sentença fechada.

Exemplos:

- O número 6 é par
- Todos os homens são mortais
- $2^2 + 3^2 > (2 + 2)^2$
- O número 15 é par

LÓGICA BOOLEANA



PROPOSIÇÃO

Apenas sentenças afirmativas com sentido completo são proposições, sentenças exclamativas, interrogativas e imperativas não podem ser classificadas como proposições.

Analisando as Seguintes frases:

- Ele foi o 1º colocado no concurso
- Diego foi o 1º colocado no concurso



LÓGICA BOOLEANA

PROPOSIÇÃO

Apenas sentenças afirmativas com sentido completo são proposições, sentenças exclamativas, interrogativas e imperativas não podem ser classificadas como proposições.

Analizando as Seguintes frases:

- Ele foi o 1º colocado no concurso
- Diego foi o 1º colocado no concurso

Embora as duas sentenças sejam afirmativas, apenas a segunda tem sentido completo.

LÓGICA BOOLEANA

PROPOSIÇÃO SIMPLES

São proposições que não contêm qualquer outra proposição em sua componente, onde não é possível obter outra proposição em sua divisão.

Exemplos:

- O número 6 é par
- Todos os homens são mortais



LÓGICA BOOLEANA

PROPOSIÇÃO COMPOSTAS

São proposições que contêm qualquer outra proposição em sua componente, onde é possível obter outra proposição em sua divisão.

Exemplos:

- O gato possui 4 patas e 1 calda

Proposição A: O gato possui 4 patas

Proposição B: O gato possui 1 calda



ESTRUTURAS LÓGICAS

CONECTIVOS

São elementos de ligação entre proposições.

- **Conjunção A e B ($A \wedge B$) ou ($A \cdot B$)**
- **Disjunção A ou B ($A \vee B$) ou ($A + B$)**
- **Condicional Se A então B ($A \rightarrow B$)**
- **Bicondicional A se e somente se B ($A \leftrightarrow B$)**
- **Negação não A ($\sim A$)**



ESTRUTURAS LÓGICAS

CONECTIVOS (CONJUNÇÃO - E)

São proposições compostas formadas por 2 proposições quaisquer e que estejam ligadas pelo conectivo “e”. Representada simbolicamente por (.).

Exemplo:

Vaga de estágio de empresa nos EUA

Proposição A: Thiago é universitário.

Proposição B: Thiago fala Inglês.

Uma conjunção é verdadeira apenas quando as
duas proposições forem verdadeiras

ESTRUTURAS LÓGICAS

CONECTIVOS (CONJUNÇÃO - E)

Representando na tabela verdade, podemos observar os resultados da conjunção A e B para cada um dos valores que A e B podem assumir.

A	B	$A \wedge B$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F



ESTRUTURAS LÓGICAS

CONECTIVOS (DISJUNÇÃO - OU)

São proposições compostas formadas por 2 proposições quaisquer e que estejam ligadas pelo conectivo “ou”. Representada simbolicamente por (\vee).

Exemplo:

Pessoa ocupada

Proposição A: Thiago é universitário.

Proposição B: Thiago trabalha o dia todo.

Uma disjunção é verdadeira quando uma das preposições forem verdadeiras ou ambas forem verdadeiras

ESTRUTURAS LÓGICAS

CONECTIVOS (DISJUNÇÃO - OU)

Representando na tabela verdade, podemos observar os resultados da disjunção A ou B para cada um dos valores que A e B podem assumir.

A	B	$A \vee B$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

ESTRUTURAS LÓGICAS



CONECTIVOS (DISJUNÇÃO - OU)

FAÇA A ANÁLISE ABAIXO

A: Eu nasci em João pessoa

B: Eu nasci em Recife

Na inclusão existe a possibilidade de apenas um dos fatos ocorrerem ou ambos. Na exclusão, se um fato ocorre o outro estará impedido de acontecer.



ESTRUTURAS LÓGICAS

CONECTIVOS (DISJUNÇÃO - OU)

INCLUSIVA

P	Q	$P \vee Q$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

EXCLUSIVA

P	Q	$P \vee Q$
V	V	F
V	F	V
F	V	V
F	F	F



ESTRUTURAS LÓGICAS

CONECTIVOS (CONDICIONAL – SE... ENTÃO)

São proposições compostas formadas por 2 proposições quaisquer e que estejam ligadas pelo conectivo “Se... Então”
Representada simbolicamente por (\rightarrow) .

Exemplo:

Proposição A: José é paraibano.

Proposição B: José é brasileiro.



ESTRUTURAS LÓGICAS

CONECTIVOS (CONDICIONAL – SE... ENTÃO)

São proposições compostas formadas por 2 proposições quaisquer e que estejam ligadas pelo conectivo “Se... Então”
Representada simbolicamente por (\rightarrow) .

Exemplo:

Proposição A: José é paraibano.

Proposição B: José é brasileiro.

Uma disjunção é falsa quando preposição A for verdadeiras
e a proposição B for falsa, sendo verdadeira em qualquer
outro caso.

ESTRUTURAS LÓGICAS

CONECTIVOS (CONDICIONAL – SE... ENTÃO)

Representando na tabela verdade, podemos observar os resultados da preposição condicional Se A então B para cada um dos valores que A e B podem assumir.

A	B	$A \rightarrow B$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V



ESTRUTURAS LÓGICAS

CONECTIVOS (CONDICIONAL – SE... ENTÃO)

Exemplo prático:

Computador Desktop

A: O computador liga.

B: A tomada está plugada.

A	B	A → B
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

ESTRUTURAS LÓGICAS

CONECTIVOS (BICONDICIONAL – SE E SOMENTE SE)

São proposições compostas formadas por 2 proposições quaisquer e que estejam ligadas pelo conectivo “Se e somente se” Representada simbolicamente por (\leftrightarrow).

Exemplo:

Proposição A: Luan é meu tio.

Proposição B: Luan é irmão de um dos meus pais.

ESTRUTURAS LÓGICAS

CONECTIVOS (BICONDICIONAL – SE E SOMENTE SE)

São proposições compostas formadas por 2 proposições quaisquer e que estejam ligadas pelo conectivo “Se e somente se” Representada simbolicamente por (\leftrightarrow).

Exemplo:

Proposição A: Luan é meu tio.

Proposição B: Luan é irmão de um dos meus pais.

Uma disjunção é verdadeira somente quando preposições A e B tiverem o mesmo valor lógico.

ESTRUTURAS LÓGICAS

CONECTIVOS (BICONDITIONAL – SE E SOMENTE SE)

Representando na tabela verdade, podemos observar os resultados da preposição condicional Se A então B para cada um dos valores que A e B podem assumir.

A	B	$A \leftrightarrow B$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

ESTRUTURAS LÓGICAS

CONECTIVOS (BICONDICIONAL – SE E SOMENTE SE)

Exemplo prático:

Trabalhando ou não?

A: O computador está ligado.

B: João trabalha no computador.

A	B	$A \leftrightarrow B$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

ESTRUTURAS LÓGICAS

CONECTIVOS (NEGAÇÃO – NÃO)

Denominamos negação, a proposição composta que se obtém a partir da proposição A acrescida do conectivo lógico “Não” Representada simbolicamente por (\sim) .

Uma proposição A e sua negação “Não A ” terão sempre valores lógicos opostos.

A	$\sim A$
V	F
F	V



ESTRUTURAS LÓGICAS

ORDEM DE PRECEDÊNCIA DOS CONECTIVOS

Assim como na matemática, onde existe uma ordem de precedência entre os operadores, existe uma ordem também nos conectivos.

Vocês lembram da ordem matemática?

Primeiro resolvemos as potências, depois as multiplicações e divisões, depois somas e subtrações, e caso tenha dois operadores iguais, resolvemos da esquerda para a direita. Exceto em casos onde houver limitadores (parênteses e etc).



ESTRUTURAS LÓGICAS

ORDEM DE PRECEDÊNCIA DOS CONECTIVOS

Com os conectivos funciona assim:

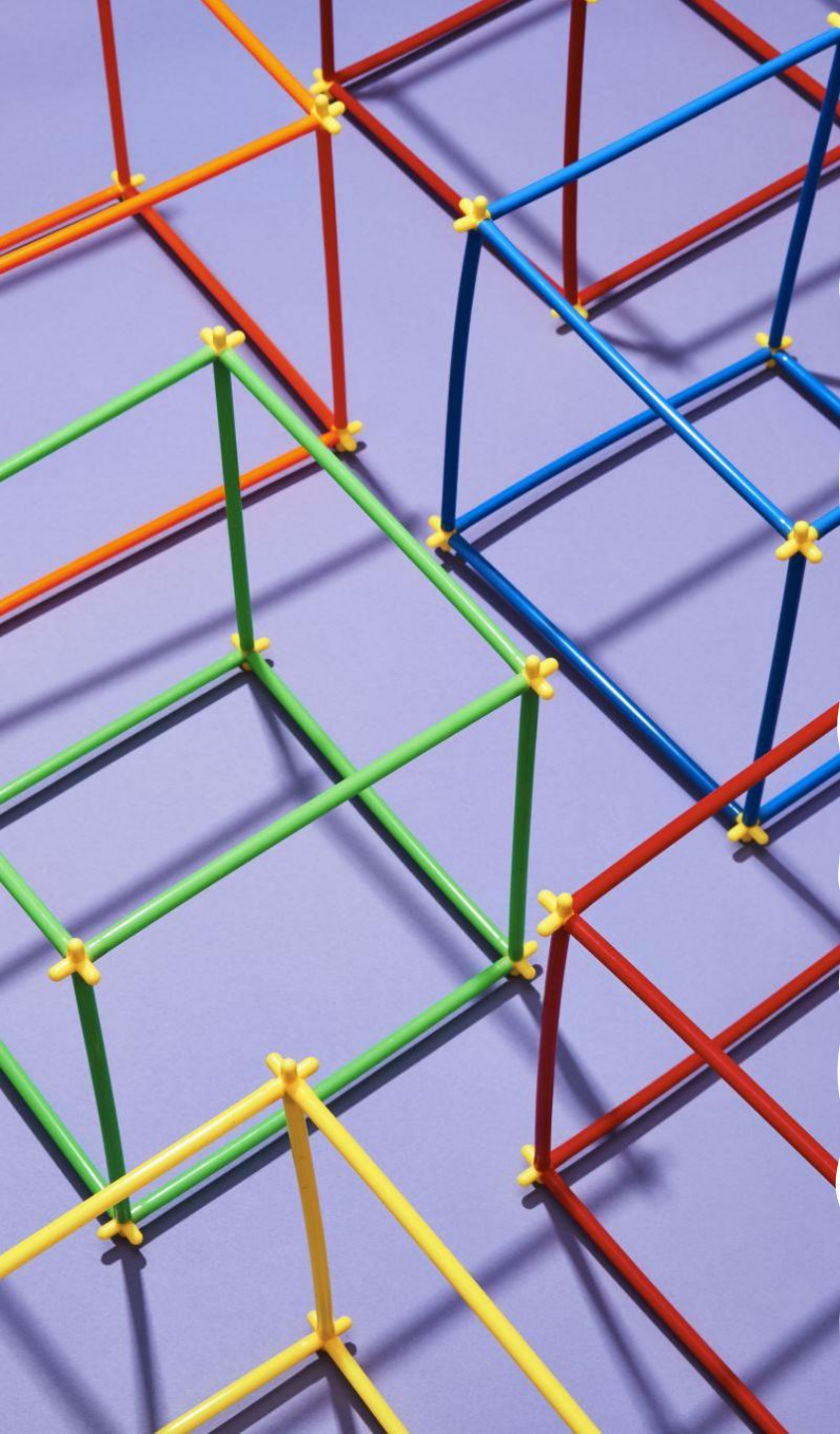
1º Negação (\sim) - Não

2º Conjunção (\wedge) – E

3º Disjunção (\vee) – OU

4º Condicional (\rightarrow) Se... Então

5º Bicondicional (\leftrightarrow) Se e somente se



ESTRUTURAS LÓGICAS

REVISANDO TUDO

Estrutura lógica	É verdade quando	É falso quando
A e B	A e B são, ambos, verdade	pelo menos um dos dois for falso
A ou B	pelo menos um dos dois for verdade	A e B, ambos, são falsos
A <u>ou</u> B	A e B tiverem valores lógicos diferentes	A e B tiverem valores lógicos iguais
A → B	nos demais casos	A é verdade e B é falso
A ↔ B	A e B tiverem valores lógicos iguais	A e B tiverem valores lógicos diferentes

ESTRUTURAS LÓGICAS

NA TABELA VERDADE FICA:

A	B	$A \text{ e } B$	$A \text{ ou } B$	$\underline{A} \text{ ou } B$	$A \rightarrow B$	$A \leftrightarrow B$
V	V	V	V	F	V	V
V	F	F	V	V	F	F
F	V	F	V	V	V	F
F	F	F	F	F	V	V



ESTRUTURAS LÓGICAS

COMO MONTAR A TABELA VERDADE?

Para montar a tabela verdade, primeiro você precisa saber quantas linhas terá a sua tabela.

Vocês lembram das proposições?



ESTRUTURAS LÓGICAS

COMO MONTAR A TEBLA VERDADE?

Para montar a tabela verdade, primeiro você precisa saber quantas linhas terá a sua tabela.

Vocês lembram das proposições?

Viram que elas se transformaram e letras (A e B)?

Mas podemos ter mais que 2 proposições na nossa tabela verdade (A, B, C, ..., Z,... AA, ...)



ESTRUTURAS LÓGICAS

COMO MONTAR A TABELA VERDADE?

Quanto mais proposições tivermos, mais linhas na nossa tabela teremos.

Ex:

Para montar uma tabela com 2 proposições fazemos:

$$2^2 = 4 \text{ (linhas)}$$

Para uma tabela com 3 proposições:

$$2^3 = 8 \text{ (linhas)}$$

ESTRUTURAS LÓGICAS

COMO MONTAR A TEBLA VERDADE?

Exemplo:

$A \wedge B$

2 proposições: A, B

$2^2 = 4$ linhas

A	B	$A \wedge B$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

ESTRUTURAS LÓGICAS

COMO MONTAR A TEBLA VERDADE?

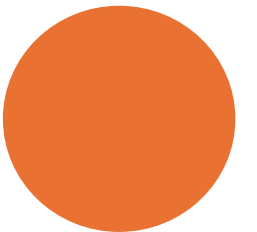
Exemplo:

$A \wedge B \wedge C$

3 proposições: A, B, C

$2^3 = 8$ linhas

A	B	C	$A \wedge B \wedge C$
V	V	V	V
V	V	F	F
V	F	V	F
V	F	F	F
F	V	V	F
F	V	F	F
F	F	V	F
F	F	F	F





ESTRUTURAS LÓGICAS

COMO MONTAR A TEBLA VERDADE?

E quando temos mais de um conectivo? Como resolver?

Para resolver uma tabela com mais de um conectivo, devemos primeiro isolar as operações, respeitando a sua regra de precedência.

Exemplo:

$$(A \wedge B) \vee C$$

Neste caso, primeiro isolamos e resolvemos a operação entre parênteses, para então resolver o restante da operação.

ESTRUTURAS LÓGICAS

COMO MONTAR A TEBLA VERDADE?

Exemplo:

$$(A \wedge B) \vee C$$

A	B	C	$A \wedge B$	$(A \wedge B) \vee C$
V	V	V	V	V
V	V	F	V	V
V	F	V	F	V
V	F	F	F	F
F	V	V	F	V
F	V	F	F	F
F	F	V	F	V
F	F	F	F	F

ESTRUTURAS LÓGICAS

COMO MONTAR A TEBLA VERDADE?

Também podemos ter operações como:

$$(A \vee \sim B) \rightarrow (C \wedge \sim B)$$

O que eu resolvo primeiro?

Como eu monte essa tabela?

ESTRUTURAS LÓGICAS

COMO MONTAR A TEBLA VERDADE?

$$(A \vee \sim B) \rightarrow (C \wedge \sim B)$$

[illegible]

ESTRUTURAS LÓGICAS

COMO MONTAR A TEBLA VERDADE?

$$(A \vee \sim B) \rightarrow (C \wedge \sim B)$$

A	B	C	$\sim B$	$(A \vee \sim B)$	$(C \wedge \sim B)$	$(A \vee \sim B) \rightarrow (C \wedge \sim B)$
V	V	V	F	V	F	F
V	V	F	F	V	F	F
V	F	V	V	V	V	V
V	F	F	V	V	F	F
F	V	V	F	F	F	V
F	V	F	F	F	F	V
F	F	V	V	V	V	V
F	F	F	V	V	F	F

Exercício

Monte a tabela verdade das seguintes expressões lógicas

$$(A \wedge B) \rightarrow (C \vee \sim B)$$

$$A \leftrightarrow (B \vee \sim C)$$

$$(\sim A \wedge B) \wedge (C \rightarrow \sim D)$$