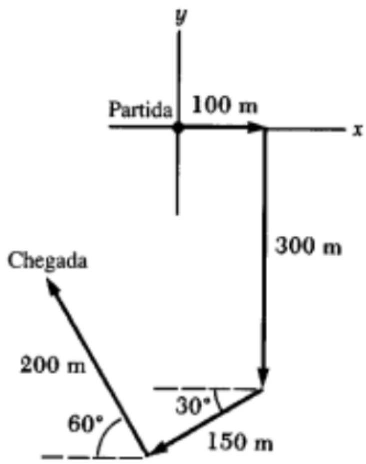
Curso de Tecnologia em Sistemas de Computação

Gabarito da 1ª Avaliação à Distância de Física para Computação – 2020.1

Questão 1 (1,0 pontos): Uma pessoa caminha seguindo a trajetória que aparece na figura ao lado. A caminhada tem quatro etapas retilíneas, ao termina-las, qual será o vetor deslocamento ($r=r_x i+r_y j$) dessa pessoa medido em relação ao ponto inicial?

<u>Solução</u>



Para cada etapa da caminhada, determinamos o vetor deslocamento resultante em função de seus vetores unitários:

Deslocamento1$_{(100m)}$: $100\hat{\imath} + 0\hat{\jmath}$

Deslocamento2$_{(300m)}$: $0\hat{\imath} + (-300)\hat{\jmath}$

Deslocamento3$_{(150m)}$: $(-150cos30)\hat{\imath} + (-150sen30)\hat{\jmath}$

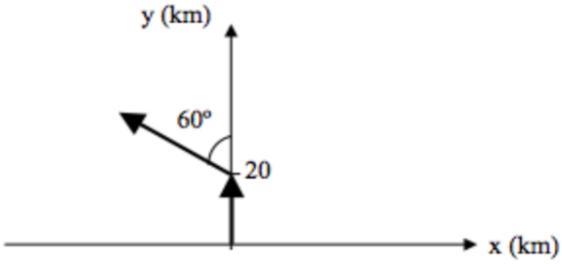
Deslocamento4$_{(200m)}$: $(-200cos60)\hat{\imath} + (200sen60)\hat{\jmath}$

O Deslocamento2 é feito a partir do ponto atingido após o Deslocamento1; o Deslocamento3 é feito a partir do ponto atingido após o Deslocamento2; O Deslocamento4 é feito a partir do ponto atingido após o Deslocamento3. Assim, a soma de todos os vetores Deslocamento individuais determina a posição final da pessoa. Assim, podem-se obter os pontos atingidos após cada Deslocamento individual; porém, como o enunciado pede apenas o ponto final ao qual a pessoa chegou, podem-se agrupar as componentes horizontal e vertical dos Deslocamentos individuais, obtendo-se o que foi pedido.

$$\vec{R}_x = 100\hat{\imath} + 0\hat{\imath} - (150cos30)\hat{\imath} - (200cos60)\hat{\imath} = -129{,}9\hat{\imath}$$
$$\vec{R}_y = 0\hat{\jmath} - 300\hat{\jmath} - (150sen30)\hat{\jmath} + (200sen60)\hat{\jmath} = -201{,}8\hat{\jmath}$$

Portanto, o vetor deslocamento é $\vec{R} = -129{,}9\hat{\imath} + (-201{,}8)\hat{\jmath}$

Questão 2 (1,5 pontos): Um carro percorre uma distância de 20km na direção norte e depois 45km no rumo 60° a noroeste, como mostra a figura.



a) Determine o módulo e a direção do vetor deslocamento resultante.
b) Escreva o deslocamento em termos dos vetores unitários
c) Supondo que ele realizou todo o trajeto em 1h e 10min calcule o módulo do vetor velocidade, bem como sua direção e sentido.

<u>Solução</u>
Inicialmente decompomos cada vetor deslocamento em seus vetores unitários:

$$\vec{D}_1 = 0\hat{\imath} + 20\hat{\jmath}$$

$$\vec{D}_2 = (-45sen60)\hat{\imath} + (45cos60)\hat{\jmath} = -38{,}9\hat{\imath} + 22{,}5\hat{\jmath}$$

a) O módulo do vetor deslocamento resultante pode ser determinado, após a obtenção do deslocamento resultante, como a hipotenusa do triângulo retângulo cujos catetos são as componentes x e y do deslocamento resultante (feito abaixo, na Observação); pode, também, ser obtido utilizando a lei de cossenos, conforme a seguir:

$$\vec{D}_R = \sqrt{20^2 + 45^2 + 2(20)(45)cos60} \cong \mathbf{57{,}7km}$$

Logo, o vetor deslocamento resultante é:
$\vec{D}_{Rx} = 0\hat{\imath} + (-38{,}9\hat{\imath}) = -38{,}9\hat{\imath}$
$\vec{D}_{Ry} = 20\hat{\jmath} + 22{,}5\hat{\jmath} = 42{,}5\hat{\jmath}$
$tg\theta = \left|\frac{\vec{D}_{Ry}}{\vec{D}_{Rx}}\right| = \left|\frac{42{,}5}{-38{,}9}\right| \Rightarrow \theta \cong 47{,}6^o$
Portanto, a direção do vetor deslocamento será $(180° - 47{,}6°) = \mathbf{132{,}4}°$

Observação: de modo equivalente pode-se calcular o módulo do vetor resultante com auxílio do triângulo retângulo em que os catetos são: um, a soma das componentes ao longo do eixo vertical; outro, a soma das componentes ao longo do eixo horizontal. Ou seja, $D_R^2 = (38{,}9)^2 + (20+22{,}5)^2$
A obtenção da direção é conforme acima.

b) O deslocamento em termos dos vetores unitários é: $\boldsymbol{\vec{D}_R = -38{,}9\hat{\imath} + 42{,}5\hat{\jmath}}$

c) O trajeto foi realizado em 1h e 10, logo convertendo para horas temos o equivalente aproximado de 1,17h. O enunciado pede para determinar o módulo do vetor velocidade, que será obtido a partir de $d = d_o + vt$, considerando que *do=0* e substituindo pelos valores encontrados nos itens acima, temos que:

$57{,}7km = v(1{,}17h) \Rightarrow v \cong \mathbf{48{,}9km/h.}$

Inicialmente, identificamos componentes do vetor velocidade:

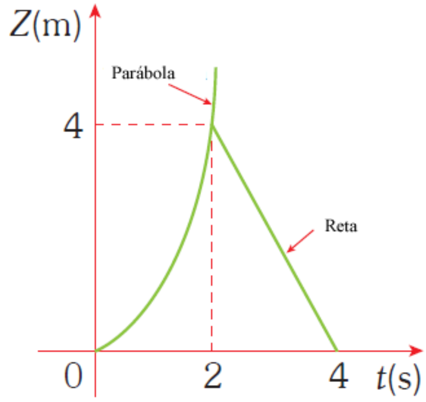
$\vec{v} = \frac{D}{t} = \frac{-38{,}9\hat{\imath}+42{,}5\hat{\jmath}}{1{,}17} = -33{,}2\hat{\imath} + 36{,}3\hat{\jmath}$

Determinando a direção:

$tg\theta = \left|\frac{\vec{v}_y}{\vec{v}_x}\right| = \left|\frac{36{,}3}{-33{,}2}\right| \Rightarrow \theta \cong 47{,}6^o$

Portanto a direção será a anteriormente calculada, ou seja, $180° - 47{,}6° = \mathbf{132{,}4}°$

Questão 3 (1,5 ponto):



A figura mostra o deslocamento unidimensional de uma partícula que parte do repouso. Diga se as seguintes proposições são verdadeiras, justifique sua resposta.

a) O módulo da aceleração da partícula entre [0;2] segundos, é 1,5m/s^2?
b) A velocidade para t=1s é (1,5m/s).
c) A velocidade para t=3s é (-1,5m/s).

<u>Solução</u>

a) Observe que no intervalo de tempo tϵ[0;2]s a partícula se afasta de um ponto de referência 0. Assim, a distância a partícula percorre é $d = v_o\Delta t + \frac{a\Delta t^2}{2}$

Observe que d= $z_f - z_o$

Substituindo: $z_f - z_o = v_o\Delta t + \frac{a\Delta t^2}{2} \Rightarrow 4m - 0 = 0 \times (2s) + \frac{a.(2s)^2}{2} \Rightarrow \boldsymbol{a = 2m/s^2}$

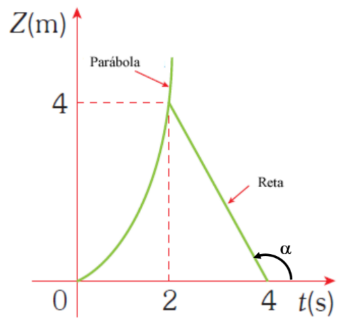
Portanto, a afirmativa é **falsa**.

b) No intervalo de tempo tϵ[0;1s], observamos que o movimento da partícula começa do repouso e vai na direção de +Z. Nesse caso, a velocidade v e a aceleração em tϵ[0;1s] está na direção de $+\hat{k}$, temos então:

$v_f = v_o + a\Delta t, \Rightarrow v_f = 0 + (2\mathrm{m}/\boldsymbol{s^2}) \times 1s = \mathbf{2}\boldsymbol{m/s}$

Portanto, a afirmativa é **falsa**.

c) Primeiramente, observe que t=3s encontra-se dentro do intervalo t ϵ [2s;4s] e note que a partícula realiza um MRU. Observemos também que a velocidade da partícula começa a diminuir (conforme mostrado pela reta na figura). Logo, a velocidade pode ser determinada pela inclinação da reta (ver figura do lado) com a seguinte relação: $\vec{v} = \tan\alpha\,\hat{k}$, onde $\tan\alpha$ é o coeficiente angular. Substituindo os valores das variações de posição (0-4m) e tempo (4s-2s), e lembrando que o movimento é unidimensional, encontramos, para a velocidade, ***v = -2m/s***.

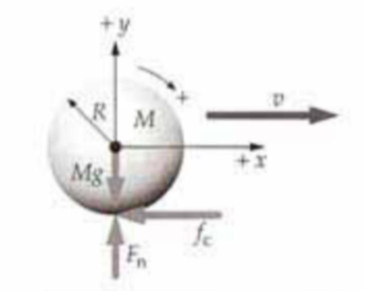


Portanto, a afirmativa é **falsa**.

Questão 4 (2,5 pontos):

Uma bola de boliche, de massa M e raio R, é lançada no nível da pista, de forma a iniciar um movimento horizontal sem rolamento, com a rapidez v_o =4,5m/s. O coeficiente de atrito cinético entre a bola e o piso é u_c=0,075. Determine a) (1,5 ponto) o tempo que a bola leva derrapando na pista (após o qual ela passa a rolar sem deslizar) e b) (1,0 ponto) a distância na qual ela derrapa. Suponha que não ocorre dissipação de energia térmica.

<u>Solução</u>



Observe que o movimento inicial da bola de boliche é a translação, pois o centro de massa da bola se desloca à medida que o tempo passa. Ademais, podemos determinar a aceleração do centro da massa durante o deslizamento (ou seja, a bola vai gradualmente perdendo velocidade).

De acordo com o diagrama de corpo livre (figura acima) identificamos as seguintes relações:

$\sum F_x = Ma_{cmx}$

Observe que a força de atrito cinético atua no sentido negativo do eixo x (olhando a partir do centro de massa da bola)

$-f_c = Ma_{cmx}$ ....(i)

Mas o atrito é produzido devido à resistência do piso ao deslocamento da superfície da bola, com uma intensidade que depende diretamente da resposta do piso ao peso da bola, denominada força normal

$\sum F_y = Ma_{cmy} = 0$

$F_n = Mg$

Assim, tem-se

$$f_c = u_c F_n = u_c Mg \text{..............................(ii)}$$

Para determinar a aceleração linear substituímos (ii) em (i)

$$-(u_c Mg) = Ma_{cmx}$$

$$a_{cmx} = -u_c g \text{......................................(iii)}$$

Portanto, $v_{cmx} = v_o + a_{cmx}t$ ➔ $v_{cmx} = v_o - u_c g t$ ....(iv)

Assim, observe que logo depois do início do movimento, o deslizamento da bola começa a ter sua velocidade reduzida, à medida que a bola começa a rolar/girar; ou seja, a força de atrito cinético reduz a velocidade linear, ao mesmo tempo em que aumenta a velocidade angular da bola, até que esta somente passe a rolar, sem deslizar.

Então, a velocidade final de translação do centro de massa (v_{cm}) é menor do que a velocidade de translação inicial; ademais, a velocidade tangencial final da superfície da bola ($R\omega$) será de mesmo módulo que a velocidade final do centro de massa (de translação), então teremos uma combinação do movimento de translação (do centro de massa) e rotação (sem que a superfície da bola deslize sobre o piso, ou seja, o atrito se anula).

A aceleração angular pode ser determinada a partir do análogo rotacional da segunda Lei de Newton.

$$\sum \tau_{cm} = I_{cm}\alpha.$$

Na expressão anterior, I_{cm} é o momento de inercia em relação ao eixo que passa pelo centro de massa da bola, e $\sum \tau_{cm}$ são os torques externos em relação ao centro de massa.

Explicitando os termos, tem-se $u_c MgR + 0 + 0 = (\frac{2}{5}MR^2)\alpha$, sendo o momento de inercia de uma bola maciça $\frac{2}{5}MR^2$

Portanto, a aceleração angular será $\alpha = \frac{5}{2}\frac{u_c g}{R}$ ....*(v)*

a) Relacionamos a velocidade angular com a aceleração angular constante (porque a força de atrito é constante enquanto houver deslizamento) e o tempo, utilizamos *(v)* para substituir α.

$$\omega = \omega_o + \alpha t = 0 + \alpha t = \frac{5}{2}\frac{u_c g}{R} t \text{ ....}(vi)$$

O tempo durante o qual ocorre o atrito, assim como a velocidade angular final, é desconhecido. Conforme já discutido, a velocidade final do centro de massa da bola, v_{cmx}, e a velocidade linear da borda da bola quando vista do centro de massa, *w.R*, são iguais, o que permite obter o tempo de redução da velocidade de translação (que é o mesmo em que ocorre a aceleração angular).

Pode-se escrever $v_{cmx} = R\omega$, logo utilizamos (iv) e (vi) para determinar o tempo

$$(v_o - u_c g t) = R\left(\frac{5}{2}\frac{u_c g}{R} t\right) \text{, ou seja,}$$

$$t = \frac{2}{7}\frac{\cancel{R}v_o}{\cancel{R}u_c g} = \frac{2}{7}\frac{4{,}5m/s}{\times 0{,}075 \times 9{,}8m/s^2} \cong \mathbf{1{,}7s}$$

b) A distância percorrida (pelo centro de massa da bola) durante a derrapagem pode ser obtida a partir da equação cinemática:

$$\Delta x = v_o t + \frac{1}{2}a_{cm}t^2, \text{ ou seja, } \Delta x = v_o t + \frac{1}{2}(-u_c g)t^2 \text{ e, portanto,}$$

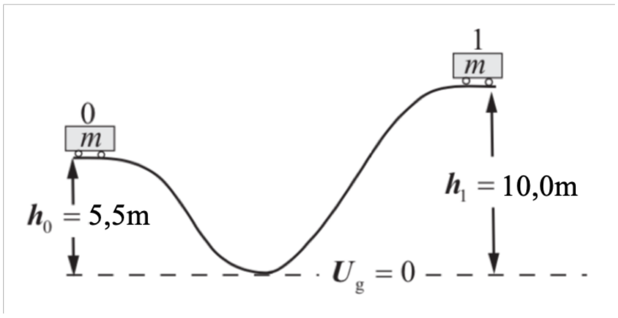
$$\Delta x = 4{,}5m/s \times 1{,}7s - \frac{1}{2} \times 0{,}075 \times 9{,}8m/s^2 \times (1{,}7s)^2 \cong \mathbf{6{,}6m}$$

Observação: Outras abordagens podem ser adotadas para resolver a questão. Por exemplo, conforme mencionado acima, o fenômeno inicia como uma translação sem rolamento da bola de boliche, com velocidade de translação $V_{o,cm}$. Assim, a bola tem inicialmente apenas energia cinética de movimento translacional $(1/2)MV^2_{o,cm}$. Como consequência da presença do atrito da bola com o piso, que impõe rotação à bola, sabemos que a bola passa a ter energia associada à rotação, na forma $(1/2)Iw^2_f$, quando estiver rolando sem deslizar. Além de uma energia cinética relativa à translação, de $(1/2)MV^2_{cmf}$. Igualando as energias totais do início e final, pode-se determinar w_f e V_{cmf}. Em seguida, utilizando a Segunda Lei de Newton para movimento circular, $\tau = F_{at} . R = I. \alpha$ (sabe-se I para uma esfera densa), determina-se a aceleração angular, α . Determina-se, então, o tempo que transcorreu até que a velocidade angular final fosse atingida, com a aceleração angular agora calculada. Finalmente, a distância percorrida é obtida a partir da equação cinemática para o centro de massa mostrada no item (b) acima.

Questão 5 (2,0 pontos):

Um carrinho de montanha-rusa está se movendo com rapidez v_o no inicio do percurso, quando desce um vale de 5,5m e depois sobe até o topo de uma elevação, 4,5m acima do inicio do percurso. Desconsidere o atrito e a resistência do ar. a) (1,0 pontos) Qual a menor rapidez v_o necessária para que o carrinho ultrapasse o topo da elevação? b) (1,0 pontos) Esta rapidez pode ser alterada modificando-se a profundidade do vale, para que o carrinho adquira mas rapidez lá embaixo? Explique.

Solução



a) Para que o carrinho chegue a 10m, ele tem que vir, na altura inicial, com energia suficiente para que isto ocorra. No mínimo com velocidade zero na altura máxima, o que significa que se, no início, o carrinho tiver, pelo menos, a energia de movimento (cinética) com valor mgΔh disponível para converter em energia potencial, onde *Δh = mg(10m-5,5m),* ele chega à altura final *10m*.

O processo é o de conversão de energia cinética em energia potencial. Ou seja, o carrinho, com massa total m e deslocando-se com velocidade v_o, dispunha de uma quantidade de energia cinética $E_c = (½).mv_o^2$. Ou seja, o mínimo de Ec que permite que o carrinho chegue aos 10m é tal que E_c=mgΔh.

No contexto do teorema trabalho x energia, esse mínimo de Ec corresponde à energia necessária para igualar o trabalho realizado pela gravidade sobre o carrinho.

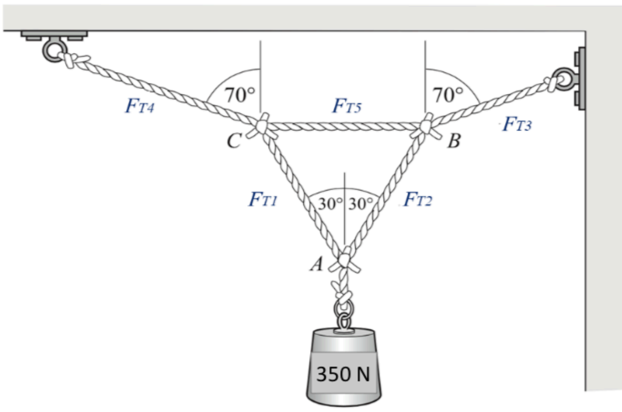
Finalmente, $Ec = (½).mv^2 = mg\Delta h$ e, portanto, $v_o^2 = 2g\Delta h = 2x9,8m/s^2x4,5m$, e

$v_o = 9,39m/s.$

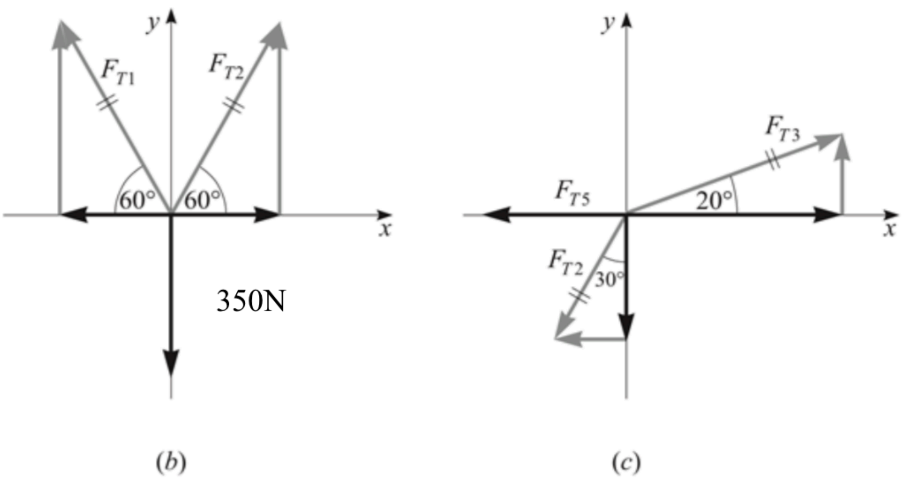
Observação: Lembre-se de que o campo gravitacional é conservativo e, assim, as alturas inicial e final é que determinam a solução, independente de o carrinho ir menos ou mais abaixo do que os 5,5m mencionados no enunciado.

b) Não. Conforme mencionado ao final da resolução do item anterior, a velocidade necessária depende apenas da diferença das alturas inicial e final. Do ponto de vista da "contabilidade" relativa à conservação de energia, a energia cinética adquirida ao descer da altura inicial (com energia potencial correspondente à altura inicial) para o vale é reconvertida em energia potencial assim que o carrinho volta à altura inicial. Algebricamente, tal energia seria somada e subtraída, não afetando o resultado final.

Questão 5 (1,5 ponto): Na figura abaixo, determine as tensões das cordas se o objeto suportado pesa 350N.



<u>Solução</u>



(b) (c)

Primeiramente, identificamos as forças que atuam no sistema todo, conforme se mostra na figura (a). Começamos a analisar a partir do nó A. Observe que o sistema está em equilíbrio; portanto, podemos aplicar a primeira Lei de Newton. Observe, também, que sobre o nó A, na componente vertical, atua uma força de 400N, de modo que ao desenhar o DCL (conforme se mostra na figura b) obtemos as seguintes relações:

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow F_{T2}cos60° - F_{T1}cos60° = 0$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow F_{T1}sen60° + F_{T2}sen60° - 350 = 0$$

Note que $F_{T2} = F_{T1}$, pois o sistema é simétrico. De forma similar, por simetria observamos que $F_{T3} = F_{T4}$,

Resolvendo e substituindo F_{T1} por F_{T2} na segunda equação de acima obtemos que $F_{T1} \cong 202N$, portanto, $F_{T2} \cong 202N$.

Por outro lado, no nó B o diagrama de corpo livre é como mostra a figura (c) e as equações de equilíbrio são:

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow F_{T3}cos20° - F_{T5} - 202sen30° = 0$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow F_{T3}sen20° - 202cos30° = 0$$

Desta última expressão determinamos o valor de $F_{T3} \cong 511{,}5N$. Logo, o valor de $F_{T5} \cong 379{,}7N$. Como mencionado inicialmente, obtemos por simetria $F_{T4} = F_{T3} = 511{,}5N$. Observe que as trações nas cordas conectadas aos pinos de sustentação (F_{T3}, F_{T4}) são maiores que a carga sustentada.