

Universidade Federal do Rio Grande - FURG

Instituto de Matemática, Estatística e Física - IMEF

Grupo de Astrofísica Teórica e Computacional - GATC

# Determinação de Períodos de Pulsação Estelar Através da Entropia de Shannon Condicional

Gabriel Lauffer Ramos

Rio Grande - RS

24 de abril de 2016

**Determinação de Períodos de Pulsação Estelar Através da Entropia de  
Shannon Condicional**

*Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao curso de Física  
Bacharelado da Universidade Federal do Rio Grande como requisito  
parcial para obtenção do título de bacharel em Física.*

Discente: Gabriel Laufer Ramos

Orientador: Prof. Dr. Fabricio Ferrari

---

Prof. Dr. Fabricio Ferrari

Orientador

---

Profa. Dra. Dinalva A. Sales

Banca Examinadora

---

Prof. Dr. Cristian G. Bernal

Banca Examinadora

Rio Grande, \_\_\_\_ de \_\_\_\_\_ de \_\_\_\_\_.

*“The Road goes ever on and on  
Down from the door where it began.  
Now far ahead the Road has gone,  
And I must follow, if I can,  
Pursuing it with eager feet,  
Until it joins some larger way  
Where many paths and errands meet.  
And whither then? I cannot say.”*

J.R.R Tolkien, *The Fellowship of the Ring*.

# **Determinação de Períodos de Pulsação Estelar Através da Entropia de Shannon Condicional**

por Gabriel Lauffer Ramos

The Thesis Abstract is written here (and usually kept to just this page). The page is kept centered vertically so can expand into the blank space above the title too...

**Conditional Shannon Entropy Method to Detect Periods on Variable  
Stars**

by Gabriel Lauffer Ramos

abstract in english

# *Agradecimientos*

The acknowledgements and the people to thank go here, don't forget to include your project advisor...

# Sumário

<b>Resumo</b>	<b>ii</b>
<b>Abstract</b>	<b>iii</b>
<b>Agradecimentos</b>	<b>iv</b>
<b>Lista de Figuras</b>	<b>vii</b>
<b>Lista de Tabelas</b>	<b>viii</b>
<b>1 Introdução</b>	<b>1</b>
1.1 Conceitos de astrofísica estelar . . . . .	2
1.1.1 Fluxo . . . . .	2
1.1.2 Magnitude . . . . .	3
1.1.3 Magnitude absoluta e o módulo de distância . . . . .	4
1.1.4 Sistemas de magnitudes . . . . .	5
1.1.5 Magnitude bolométrica . . . . .	6
1.1.6 Extinção atmosférica . . . . .	6
1.1.7 Extinção interestelar . . . . .	7
1.1.8 Diagrama H-R . . . . .	8
1.1.9 Data Juliana . . . . .	8
1.1.10 Fase . . . . .	8
1.1.11 Curva de luz . . . . .	8
1.1.12 Frequência de Nyquist . . . . .	8
1.1.13 Relação período-luminosidade . . . . .	8
1.1.14 Ascensão reta ( $\alpha$ ) . . . . .	8
1.1.15 Declinação ( $\delta$ ) . . . . .	8
<b>2 Estrelas Variáveis</b>	<b>9</b>
<b>3 Metodologia</b>	<b>11</b>
3.1 Amostragem . . . . .	11
3.2 Análise de Fourier . . . . .	11
3.2.1 Lomb-Scargle . . . . .	11
3.3 Espaço de fase . . . . .	11
3.3.1 Entropia de Shannon . . . . .	12
3.4 Algoritmo . . . . .	13

<b>4 Resultados e Discussão</b>	<b>16</b>
4.1 resultado parciais . . . . .	16
4.1.1 Dados Sintéticos . . . . .	17
<b>Bibliografia</b>	<b>21</b>



# Lista de Figuras

3.1	Exemplos de espaço de fase . . . . .	12
3.2	Fluxograma do algoritmo . . . . .	15
4.1	Exemplos curva de luz sintética . . . . .	18
4.2	Resultados obtidos em escala de cinza . . . . .	19

# Lista de Tabelas

1.1	Exemplo de magnitudes aparentes. . . . .	4
1.2	Filtros, comprimento de onda efetivo e largura da banda. . . . .	6
3.1	Exemplo de dados . . . . .	13
4.1	Quantidade de dados analisados e resultados corretos . . . . .	16

*Dedico este trabalho aos meus pais, por todo o incentivo e  
esforço deles para me garantirem uma educação de  
qualidade.*

# Capítulo 1

## Introdução

Na astronomia, especialmente no campo das estrelas variáveis, geralmente é necessário analisar dados com períodos desconhecidos. Existem métodos desenvolvidos para lidar com dados que possuem intervalos espaciais uniformes, porém, as observações geralmente são limitadas para o período da noite e possuem limitações devido ao clima e disponibilidade do telescópio, o que faz com que os dados sejam espaçados por uma ordem de horas, dias ou até mesmo meses (Ferraz-Mello, 1981). Assim, os dados obtidos raramente possuem um espaçamento constante entre os pontos de observação e lidar com este tipo de série temporal não é um trabalho fácil (Lomb, 1976).

Estrelas variáveis são objetos em que seu brilho aparente oscila em função do tempo. A partir desta variação do brilho, podemos obter o período de variação na magnitude da estrela analisando a sua curva de luz, ou seja, analisando os dados observacionais obtidos pelo telescópio. A obtenção deste período de oscilação da luz de uma estrela variável é fundamental para descrever a estrela, pois podemos relacionar este período com luminosidade ((citar a henrietta)), densidade ((citar a relação período-densidade)), cor ((citar a relação com a cor)), etc... ((ver o que mais podemos calcular, talvez metalicidade...)).

Existem diversos algoritmos para a determinação de períodos em dados astronômicos. Cada um possui um método diferente ou alguma pequena modificação em relação aos demais. Mesmo com uma grande quantidade de métodos,

nenhum deles parece se sobressair de uma forma geral (Graham et al., 2013a). Alguns métodos são melhores para lidar com dados que sejam igualmente espaçados, enquanto que outros são adaptados para lidar com espaçamento variável. Os algoritmos mais utilizados para determinação de períodos em séries temporais astronômicas fazem um ajuste de curva utilizando o método dos mínimos quadrados (Lomb, 1976) ou utilizam análise de Fourier (Ferraz-Mello, 1981). Outros métodos tentam minimizar alguma grandeza na dispersão da série temporal no espaço de fase, como é o caso da análise de variância (Schwarzenberg-Czerny, 1989) e da entropia (Cincotta, Mendez e Nunez, 1995).

O objetivo deste trabalho é testar um algoritmo que seja confiável para trabalhar com séries temporais astronômicas e que não seja dependente do espaçamento entre os dados observacionais. Este algoritmo trabalha com a entropia de Shannon condicional (Graham et al., 2013b; Cincotta et al., 1999), um método que utiliza a dispersão no espaço de fase para obter o período da série temporal através da minimização da entropia.

Neste capítulo de introdução será feita uma revisão de alguns tópicos de astrofísica estelar importantes para a compreensão do trabalho. No capítulo 2 será abordado o tópico sobre estrelas variáveis, explicando a sua história, classificação e importância. Uma breve explicação das principais técnicas, dando ênfase para a entropia de Shannon, será vista no capítulo 3. Finalmente, os resultados obtidos e uma discussão será abordada no capítulo 4.

## 1.1 Conceitos de astrofísica estelar

### 1.1.1 Fluxo

O Fluxo ( $F$ ) é a medida de energia por unidade de área e por unidade de tempo, ou seja, é a potência emitida através de uma superfície. O fluxo a uma distância

$r$  de uma estrela é obtido pela expressão,

$$F(r) = \frac{L}{4\pi r^2} \quad [\text{W m}^{-2}] \quad \text{ou} \quad [\text{erg cm}^{-2} \text{s}^{-1}] \quad (1.1)$$

em que  $L$  é a luminosidade da estrela ou a energia total emitida por unidade de tempo em todas as direções. Pela expressão do fluxo, podemos perceber que esta quantidade diminui com o quadrado da distância.

### 1.1.2 Magnitude

O sistema de magnitude foi criado pelo Grego Hiparco (160-125 a.C.) há mais de 2000 anos atrás. Ele dividiu as estrelas visíveis a olho nu de acordo com o seu brilho aparente, classificando as estrelas mais brilhantes como magnitude 1 ( $m = 1$ ) e as mais fracas como magnitude 6 ( $m = 6$ ). Como a percepção de brilho do olho humano é logarítmica, o fluxo de uma estrela com  $m = 1$  é 100 vezes mais brilhante que uma estrela com  $m = 6$ . Por definição, a magnitude aparente ( $m$ ) ou brilho aparente, é a medida do brilho de um objeto observado na Terra, é dado por,

$$m = -2,5 \log \frac{F}{F_0} \quad (1.2)$$

em que  $F_0$  é fluxo para magnitude  $m = 0$ . Para duas estrelas com magnitudes  $m_1$  e  $m_2$ , e fluxos  $F_1$  e  $F_2$ , a sua diferença é expressa pela relação,

$$m_2 - m_1 = -2,5 \log \frac{F_2}{F_1}. \quad (1.3)$$

A tabela 1.1 possui uma comparação entre as magnitudes aparentes de alguns objetos celestes.

TABELA 1.1: Exemplo de magnitudes aparentes.

Objeto	Magnitude
Vega	0
Sírius	-1,46
Marte	-2,0
Júpiter	-2,7
Lua Cheia	-12,8
Sol	-26,74

Fonte: Extraído de Kepler e Saraiva, [2013](#).

### 1.1.3 Magnitude absoluta e o módulo de distância

A magnitude aparente é uma medida de brilho que depende da distância e por isso não representa exatamente o brilho real de uma estrela. Para podermos compara o brilho de duas estrelas, precisamos de uma medida que seja independente da distância. Assim, a magnitude absoluta ( $M$ ) representa o brilho da estrela a uma distancia de 10 parsecs da Terra.

$$M = -2,5 \log \frac{F(10\text{pc})}{F_0} \quad (1.4)$$

A diferença entre a magnitude aparente e absoluta é dada por,

$$m - M = -2,5 \log \frac{F}{F_0} + 2,5 \log \frac{F(10\text{pc})}{F_0} \quad (1.5)$$

$$= -2,5 \left[ \log \frac{F}{F_0} - \log \frac{F(10\text{pc})}{F_0} \right] \quad (1.6)$$

$$= -2,5 \log \left[ \frac{F}{F_0} \frac{F_0}{F(10\text{pc})} \right] \quad (1.7)$$

$$= -2,5 \log \frac{F}{F(10\text{pc})} \quad (1.8)$$

mas, de acordo com a expressão (1.1) para o fluxo,

$$\frac{F}{F(10\text{pc})} = \frac{L}{4\pi r^2} \frac{4\pi (10\text{pc})^2}{L} = \frac{100\text{pc}^2}{r^2} \quad (1.9)$$

em que  $r$  é a distância da estrela. Substituindo este resultado na equação (1.8),

$$m - M = -2,5 \log \frac{100\text{pc}^2}{r^2} \quad (1.10)$$

$$= -2,5 \log 100\text{pc}^2 + 2,5 \log r^2 \quad (1.11)$$

$$= 5 \log r - 5 \quad (1.12)$$

e definindo o módulo de distância  $\mu$  como,

$$\mu = m - M \quad (1.13)$$

obtemos a expressão,

$$\mu = m - M = 5 \log r - 5 \quad (1.14)$$

lembrando que a distância  $r$  deve ser medida em parsecs. Evidenciando  $r$ , obtemos uma expressão para calcular a distância,

$$r = 10^{0,2(m-M+5)} \quad \text{ou} \quad r = 10^{0,2(\mu+5)} \quad [\text{pc}]. \quad (1.15)$$

#### 1.1.4 Sistemas de magnitudes

A magnitude aparente  $m$  que observamos nos telescópios depende do detector utilizado, do filtro aplicado e das configurações do telescópio. Geralmente a sensibilidade de um detector não é a mesma para diferentes comprimentos de onda. Assim, o fluxo medido pelo equipamento é uma parcela do fluxo total da estrela. Portanto, sistemas de magnitudes foram desenvolvidos. Estes sistemas são conjuntos de filtros que permitem o equipamento coletar apenas uma determinada faixa de comprimento de onda. Um dos sistemas mais utilizados é o conjunto UBV (ultravioleta, azul e visível) desenvolvido por Johnson e Morgan (1953). Alguns anos mais tarde, Cousins (1973) adaptou o trabalho de Johnson para o hemisfério sul.



Outro conjunto comumente utilizado é o sistema UBVRIJKL (Johnson, 1966). A tabela 1.2 mostra o comprimento de onda efetivo  $\lambda_{eff}$  e a largura de banda  $\Delta\lambda$  de alguns filtros utilizados na detecção de fluxo.

TABELA 1.2: Filtros, comprimento de onda efetivo e largura da banda.

Cor	$\lambda_{eff}$ (nm)	$\Delta\lambda$ (nm)
U	366	65
B	436	89
V	545	84
R	641	158
I	798	154

Fonte: Extraído de Catelan e Smith, 2015.

### 1.1.5 Magnitude bolométrica

Em um caso ideal, seria possível medir todo o espectro magnético em um único aparelho. Essa medida seria a *magnitude bolométrica*. Infelizmente, é difícil realizar esta medida pois a nossa atmosfera absorve parte da radiação e também precisamos de diferentes detectores para determinadas frequências.

A magnitude bolométrica ( $m_{bol}$ ) pode ser obtida pela magnitude visual ( $m_V$ ),

$$m_{bol} = m_V - BC \quad (1.16)$$

em que  $BC$  é a correção bolométrica. Por definição, esta correção possui valor zero para estrelas parecidas com o nosso Sol e possui valores maiores para estrelas mais quentes ou mais frias do que o Sol.

### 1.1.6 Extinção atmosférica

A nossa atmosfera não é inteiramente transparente. Embora ela permita a passagem de luz visível, ela absorve radiação ultravioleta e várias bandas do infravermelho. Também, existem diversas moléculas que desviam a luz em todas as direções

e absorvem parte da radiação reemitindo em praticamente todos os comprimentos de onda. Toda essa perda em radiação devida aos constituintes da atmosfera é chamada de *extinção atmosférica*. Quanto maior a quantidade de ar atravessada pela luz, maior a extinção. Este é um dos motivos que os telescópios terrestres são localizados em lugares altos como montanhas.

Para corrigir este efeito, a magnitude observada, em um determinado comprimento de onda pode, ser escrita como,

$$m_\lambda = m_{\lambda_0} + K_\lambda \cdot X \quad (1.17)$$

em que  $m_{\lambda_0}$  é a magnitude em um determinado comprimento de onda no alto da atmosfera,  $K_\lambda$  é o coeficiente de extinção e  $X$  é a massa de ar, que depende do ângulo de observação.

### 1.1.7 Extinção interestelar

Devido a presença de poeira no meio interestelar, parte da radiação emitida por alguma fonte é absorvida, desviada e geralmente reemitida em outro comprimento de onda. Toda a perda de radiação devido ao meio interestelar é chamado de *extinção interestelar*. Este desvio que ocorre na radiação causa um desvio para o vermelho no espectro de frequência da luz. Por causa disto, devemos fazer uma correção na formula (1.14) da magnitude aparente observada.

Sendo a extinção interestelar representada pela letra  $A_\lambda$  com um subscrito indicando a banda espectral. A correção na magnitude absoluta para um determinado comprimento de onda a uma distância  $r$  será,

$$m_\lambda - M_\lambda - A_\lambda = 5 \log r - 5 \quad (1.18)$$

$$M_\lambda = m_\lambda - A_\lambda - 5 \log r + 5. \quad (1.19)$$

e da mesma forma, a correção para o calculo da distância será,

$$r = 10^{0.2(m-M+5-A_{\lambda})}. \quad (1.20)$$

### 1.1.8 Diagrama H-R

### 1.1.9 Data Juliana

livro do catelan, capitulo 2

### 1.1.10 Fase

### 1.1.11 Curva de luz

livro do catelan, capitulo 2

### 1.1.12 Frequência de Nyquist

### 1.1.13 Relação período-luminosidade

### 1.1.14 Ascensão reta ( $\alpha$ )

### 1.1.15 Declinação ( $\delta$ )

## Capítulo 2

### Estrelas Variáveis

No século 16, acreditava-se que as estrelas eram fixas em posição e com brilho constante. Em 1572, foi observada uma supernova na constelação de Cassiopeia que atingiu magnitude  $-4$ . Este evento, que foi estudado por Tycho Brahe (1546-1601), fez com que a comunidade astronômica da época voltasse a se interessar pela descobertas de novas estrelas. Alguns anos mais tarde, em 1596, o holandês David Fabricius (1564-1617) fez o primeiro registro de variação em brilho de uma estrela na constelação da Baleia (Cetus). Essa estrela foi observada em agosto e em outubro havia desaparecido. Em 1603, Johann Bayer observou a mesma estrela e deu o nome de omicron ( $O$ ) Ceti, porém não sabia que era a mesma estrela que Fabricius havia observado, pois achava que se tratava de uma supernova. Em 1638, Johannes Holwarda (1618-1651) observou novamente  $O$  Ceti. Em 1662, Johannes Hevelius (1611-1687) fez um estudo detalhado da estrela e a renomeou, a chamando de Mira Ceti (a Maravilhosa). Ismael Bullialdus (1605-1694) percebeu que o pico de magnitude da estrela ocorria sempre um mês mais cedo a cada ano, descobrindo a natureza cíclica de sua variação de brilho. Bullialdus publicou em 1667 que o período de oscilação era de 333 dias. Esta estrela foi a primeira variável a ter o período conhecido e virou referência para as estrelas variáveis de períodos longos, conhecidas hoje em dia como as *variáveis Mira*.

Em 1784, o inglês Jonh Goodricke (1764-1786) descobriu a variação no brilho da estrela  $\delta$  Cephei. Ele mediu o período 5d8h. No mesmo ano, o inglês Edward

Pigott (1753-1825) descobriu a variabilidade de  $\eta$  Aquilae. Ambas essas estrelas se tornaram os protótipos da classe de *variáveis Cefeidas*.

# Capítulo 3

## Metodologia

descrição das técnicas em detalhes

### 3.1 Amostragem

A vantagem de utilizar as RRLyraes AB é tal que a distancia pode ser obtida pela relação  $p_l$  e a extinção pela relação período-cor (Pejcha e Stanek, 2009)

*falar sobre a amostragem das Lyraes e Nyquist*

### 3.2 Analise de Fourier

#### 3.2.1 Lomb-Scargle

### 3.3 Espaço de fase

Quando uma estrela possui um comportamento periódico, a variação em sua magnitude é representada em ciclos iguais. Cada ciclo é uma fase. Se os ciclos são iguais, não importa qual ciclo nos estamos observando, apenas onde nos estamos no ciclo. Assim, o espaço de fase é uma representação de todos os ciclos observados em apenas uma fase, ou em apenas um ciclo. Assim, os pontos de sobrepõem e formam uma oscilação geral da estrela. Este espaço de fase é calculado pela

seguinte expressão,

$$\phi_i = \frac{t_i}{P} - \left[ \frac{t_i}{P} \right] \quad (3.1)$$

em que  $t_i$  é o  $i$ -ésimo dado do tempo,  $P$  é o período de oscilação da magnitude e a quantidade entre colchetes representa apenas o numero inteiro da divisão.

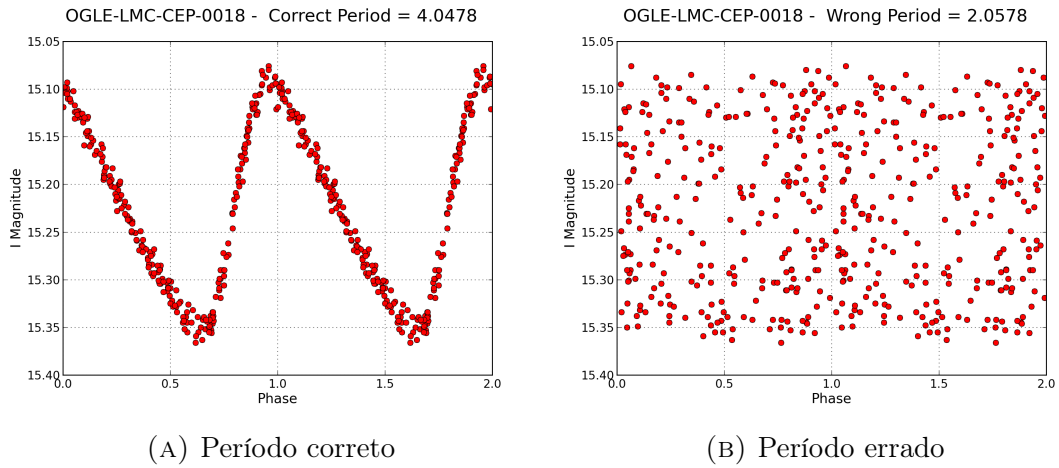


FIGURA 3.1: Exemplos de espaço de fase

Quando uma série temporal é dividida pelo período correto, será gerado uma dispersão com característica oscilante, como é o caso da figura 3.1a. Se o período utilizado na transformação não for o correto, será gerado uma dispersão aleatória, sem forma definida, como mostra a figura 3.1b.

### 3.3.1 Entropia de Shannon

Na teoria de informação, a entropia, ou entropia de Shannon, é a medida de incerteza de uma variável. A entropia de Shannon mede a falta de informação do nosso sistema, ou seja, quanto maior o seu valor mais incorreto a variável que estamos medindo. Desta forma, vamos procurar pela minimização da entropia no nosso espaço de fase.

Podemos observar que, no caso da figura 3.1a, os pontos se sobrepõem e formam uma curva. Assim, fazendo repartições na dimensão da fase e da magnitude, podemos calcular a probabilidade dos pontos estarem localizados em cada um dos

quadrados formados por estas repartições em relação a coluna em que eles estão e somá-los para obter uma grandeza. Esta grandeza é a entropia condicional, que é calculada pela seguinte formula (Graham et al., 2013b),

$$H_c = \sum_{i,j} p(m_i, \phi_j) \ln \left( \frac{p(\phi_j)}{p(m_i, \phi_j)} \right) \quad (3.2)$$

onde  $p(m_i, \phi_j)$  é a probabilidade de ocupação na  $i$ -ésima repartição da magnitude e na  $j$ -ésima repartição da fase e  $p(\phi_j)$  é a probabilidade de ocupação na  $j$ -ésima repartição da fase. No caso de repartições retangulares,

$$p(\phi_j) = \sum_i p(m_i, \phi_j) \quad (3.3)$$

A entropia de Shannon mede a falta de informação do sistema, ou seja, quanto maior o seu valor, mais incorreto o período. Por isso que buscamos a minimização da entropia. Considerando estes dois exemplos, a probabilidade de de ocupação das repartições é menor na figura 3.1a do que na figura 3.1b. O menor valor de entropia condicional é associado ao período mais provável da estrela (Graham et al., 2013b).

## 3.4 Algoritmo

Foi desenvolvido um algoritmo em Python3 para calcular a entropia condicional de dados pertencentes ao [Catálogo OGLE-III de estrelas variáveis](#). Os dados são obtidos no formato .dat e possuem três colunas que significam tempo, magnitude e erro. Um exemplo de arquivo pode ser visto na tabela 3.1.

TABELA 3.1: Exemplo de dados



Tempo	Magnitude	Erro
2165,85271	15,130	0,007
2183,83450	15,326	0,008
2238,62899	15,102	0,007
⋮	⋮	⋮

Um loop é iniciado e para o primeiro valor do vetor período, o tempo é transformado em fase. São feitas as repartições para este espaço de fase e são contabilizados a quantidade de pontos em cada repartição. Então a entropia condicional é calculada e este valor é armazenado num vetor entropia. O mesmo é feito para o próximo período do vetor período até que sejam calculados a entropia para todos os dados deste vetor. No fim, o algoritmo indica o menor valor do vetor entropia e qual período esta relacionado com este valor. A figura 3.2 apresenta um fluxograma do algoritmo.

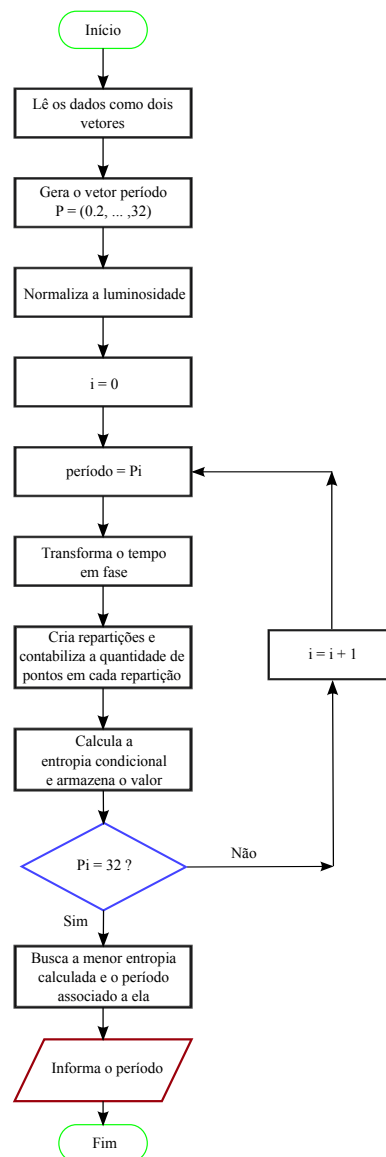


FIGURA 3.2: Fluxograma do algoritmo

# Capítulo 4

## Resultados e Discussão

Como mostrar os resultados de maneira eficiente

### 4.1 resultado parciais

Afim de validar o método, foram calculados os períodos de um total de 25707 estrelas variáveis da Grande Nuvem de Magalhães, das quais 3056 eram Cefeidas clássicas tipo FO e FU, e 22651 eram RRLyraes tipo AB e C. Os resultado obtidos foram comparados com os resultados do catálogo e o percentual de acertos pode ser visto na tabela [4.1](#).

Podemos perceber que para as Cefeidas (estrelas de períodos mais longos) o método apresenta um resultado um pouco melhor se comparado com as RRLyraes (estrelas de período mais curto).

Com estes resultados, podemos confiar no método de entropia condicional, porem, ainda queremos entender melhor o comportamento deste método para dados com diferentes níveis de ruído e com diferentes quantidade de pontos de observação.

TABELA 4.1: Quantidade de dados analisados e resultados corretos

Estrelas	Quantidade	Acertos	Porcentagem
Cefeidas FU	1818	1817	99,94%
Cefeidas FO	1238	1231	99,43%
RRLyraes AB	17693	17540	99,14%
RRLyraes C	4958	4535	91,47%
<b>Total</b>	<b>25707</b>	<b>25123</b>	<b>97,73 %</b>

#### 4.1.1 Dados Sintéticos

Dados sintéticos foram criados a fim de explorar o método e entender até onde podemos utiliza-lo. De acordo com a tabela 4.1, as RRLyraes apresentaram uma taxa menor de acerto então elas foram utilizadas como referencia para construir os dados sintéticos. Assim, foi determinado a partir dos dados qual a variação média entre os pontos de observação para assim calcular a amostragem média dos dados. A amostragem representa a frequência de pontos de observação. Desta forma, foi calculado a amostragem,

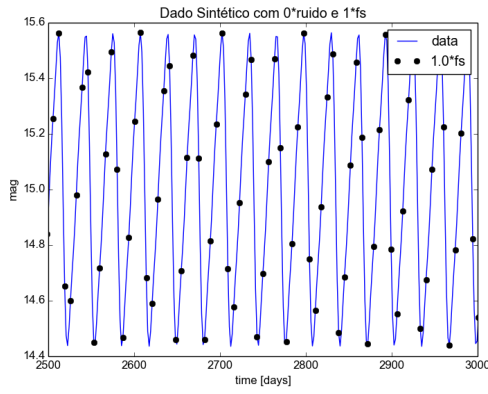
$$f_s = \frac{1}{dt} = 0.1473. \quad (4.1)$$

Obtendo a amostragem, podemos construir dados sintéticos variando a amostragem e o nível de ruído afim de estudar o comportamento do método. De acordo com Graham et al., 2013b e Cincotta, Mendez e Nunez, 1995, para construir dados sintéticos semelhantes com os dados observacionais da maioria dos Surveys de estrelas variáveis, podemos utilizar a seguinte expressão,

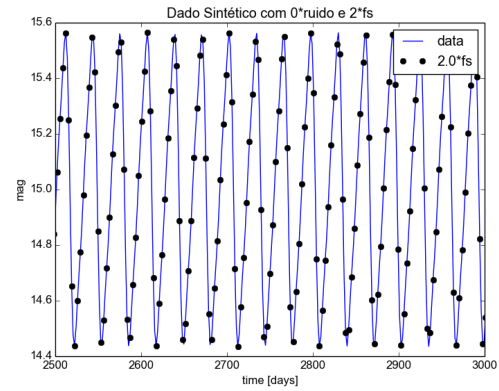
$$m(t) = A_0 + \sum_i^3 A_n \sin\left(\frac{2n\pi t}{P}\right) + \varepsilon\eta \quad (4.2)$$

em que  $\varepsilon$  é um fator de escala para o ruído entre 0.0 e 1.0,  $\eta$  é uma distribuição gaussiana com média zero e desvio unitário e  $P$  é o período médio das RRLyraes que, segundo Soszyński et al., 2009 é de 0.576 dias.

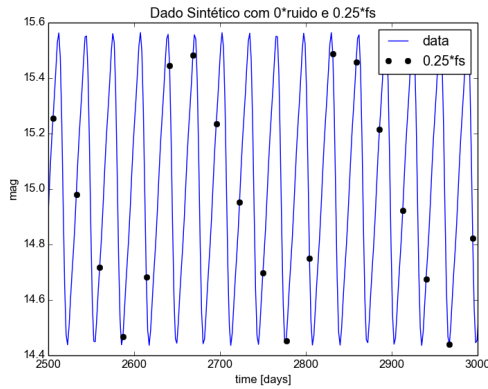
A influencia da amostragem está no vetor  $t$  que é construindo a fim de representar de forma mais fiel possível os dados do Catálogo OGLE-III. Sendo assim, o vetor tempo é construído com os seguinte parâmetros: tempo inicial de 2152.5019 HJD, tempo final de 4539.4593 HJD e espaçamento entre os pontos  $dt = 1/f$  em que  $f = n \times f_s$  e  $n$  é um parâmetro de escala para a amostragem. Os tempos iniciais e finais foram escolhidos desta forma por serem os valores de maior frequência entre os dados das RR Lyraes. Quatro exemplos de curva de luz sintética gerada pelo método acima podem ser vistas na figura 4.1.



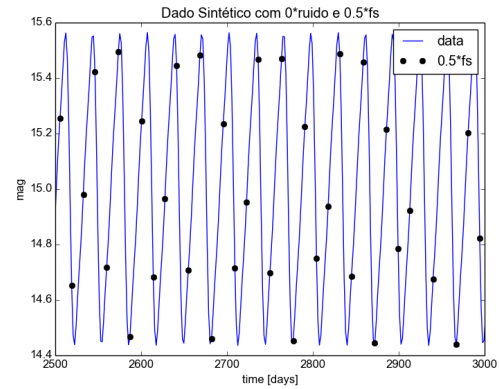
(A) Dado sem ruído e com amostragem padrão



(B) Dado sem ruído com  $n = 2$



(C) Dado sem ruído e com  $n = 1/4$



(D) Dado sem ruído com  $n = 1/2$

FIGURA 4.1: Exemplos curva de luz sintética

Na figura 4.1, os pontos pretos são os pontos de observação e a linha contínua é o dado original com  $n = 1$ . Podemos perceber que quanto maior a amostragem, maior a quantidade de pontos, assim o método aplicado a um dado com

uma grande amostragem deve retornar um período com maior precisão do que comparado à um dado com pequena amostragem.

Então, para estudar a influencia da amostragem nos dados, foram gerados dados sintéticos variando o parâmetro  $n$  da amostragem de 0.25 a 4 com intervalo de 0.25 e variando o fator de escala  $\varepsilon$  de 0.0 até 1.0 com intervalo de 0.05 assim obtendo 300 curvas de luz. No momento, estamos pensando em como demonstrar os resultados obtidos. Uma forma para demonstrar os dados é fazendo um mapa de cor entre ruído e amostragem onde a cor representa o valor  $|(P - P_0)/P_0|$ , ou seja, quanto que o período calculado está variando em relação ao período original. O mapa de cor é feito em escala de cinza, em que a cor mais escura representa o valor 0 (período calculado = período real) e quanto mais clara a cor, maior o desvio do período.

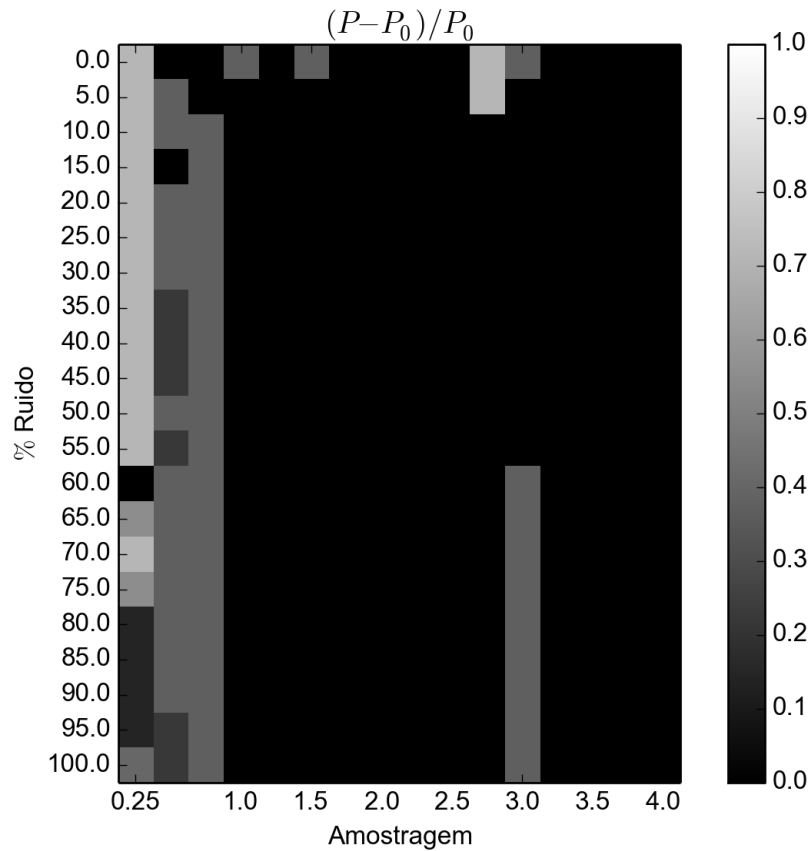


FIGURA 4.2: Resultados obtidos em escala de cinza

Os valores iguais a zero (cor preta) representam as configurações em que o método de entropia condicional calculou o período corretamente.

Com esta análise, é possível construir uma ferramenta que nos indica como os dados influenciam no resultado do método, ou ainda, partindo do resultado que se espera obter, é possível escolher como a observação deve ser feita.

# Bibliografia

- Catelan, M. e H. A. Smith (2015). *Pulsating Stars*. Jonh Wiley & Sons. ISBN: 9783527655205.
- Cincotta, P. M., M. Mendez e J. A. Nunez (1995). “Astronomical Time Series Analysis. I. A Search for Periodicity Using Information Entropy”. Em: *The Astrophysical Journal* 449, p. 231. DOI: [10.1086/176050](https://doi.org/10.1086/176050).
- Cincotta, Pablo M. et al. (1999). “Astronomical time-series analysis – II. A search for periodicity using the Shannon entropy”. Em: *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 302.3, pp. 582–586. ISSN: 0035-8711. DOI: [10.1046/j.1365-8711.1999.02128.x](https://doi.org/10.1046/j.1365-8711.1999.02128.x). URL: <http://adsabs.harvard.edu/abs/1999MNRAS.302..582C>.
- Cousins, A. W. J. (1973). “Revised zero points and UBV photometry of stars in the Harvard E and F regions.” Em: *Mem. R. Astron. Soc.* 77. URL: <http://adsabs.harvard.edu/abs/1973MmRAS..77..223C>.
- Ferraz-Mello, S. (1981). “Estimation of Periods from Unequally Spaced Observations”. Em: *The Astronomical Journal* 86, p. 619. DOI: [10.1086/112924](https://doi.org/10.1086/112924).
- Graham, M. J. et al. (2013a). “A comparison of period finding algorithms”. Em: *Monthly Notices of the RAS* 434, pp. 3423–3444. DOI: [10.1093/mnras/stt1264](https://doi.org/10.1093/mnras/stt1264). arXiv: [1307.2209](https://arxiv.org/abs/1307.2209) [astro-ph.IM].
- Graham, M. J. et al. (2013b). “Using conditional entropy to identify periodicity”. Em: *Monthly Notices of RAS* 434, pp. 2629–2635. DOI: [10.1093/mnras/stt1206](https://doi.org/10.1093/mnras/stt1206). arXiv: [1306.6664](https://arxiv.org/abs/1306.6664) [astro-ph.IM].



- Johnson, Harold L (1966). “Astronomical Measurements in the Infrared”. Em: *Annual Review of Astronomy and Astrophysics* 4.1, pp. 193–206. ISSN: 0066-4146. DOI: [10.1146/annurev.aa.04.090166.001205](https://doi.org/10.1146/annurev.aa.04.090166.001205). URL: <http://www.annualreviews.org/doi/abs/10.1146/annurev.aa.04.090166.001205>.
- Johnson, Harold L. e W. W. Morgan (1953). “Fundamental stellar photometry for standards of spectral type on the revised system of the Yerkes spectral atlas”. Em: *The Astrophysical Journal* 117, p. 313. ISSN: 0004-637X. DOI: [10.1086/145697](https://doi.org/10.1086/145697). URL: <http://labs.adsabs.harvard.edu/adsabs/abs/1953ApJ...117..313J>.
- Karttunen, H. et al. (2007). *Fundamental Astronomy*. 5<sup>a</sup> ed. Springer. ISBN: 3540001794,978-3-540-00179-9.
- Kepler, S.O. e M. F. Saraiva (2013). *Astronomia & Astrofísica*. Livraria da Física.
- Lomb, N. R. (1976). “Least-squares frequency analysis of unequally spaced data”. Em: *Astrophysics and Space Science* 39, pp. 447–462. DOI: [10.1007/BF00648343](https://doi.org/10.1007/BF00648343).
- Pejcha, Ondřej e K. Z. Stanek (2009). “THE STRUCTURE OF THE LARGE MAGELLANIC CLOUD STELLAR HALO DERIVED USING OGLE-III RR Lyr STARS”. Em: *The Astrophysical Journal* 704.2, pp. 1730–1734. ISSN: 0004-637X. DOI: [10.1088/0004-637X/704/2/1730](https://doi.org/10.1088/0004-637X/704/2/1730). URL: <http://adsabs.harvard.edu/abs/2009ApJ...704.1730P>.
- Schwarzenberg-Czerny, A. (1989). “On the advantage of using analysis of variance for period search”. Em: *Monthly Notices of the RAS* 241, pp. 153–165.
- Soszyński, I. et al. (2009). “The Optical Gravitational Lensing Experiment. The OGLE-III Catalog of Variable Stars. III. RR Lyrae Stars in the Large Magellanic Cloud”. Em: *Acta Astronomica* 59, pp. 1–18. arXiv: [0903.2482](https://arxiv.org/abs/0903.2482) [astro-ph.SR].