

Capítulo 1

Introdução

Na astronomia, especialmente no campo das estrelas variáveis, geralmente é necessário analisar dados com períodos desconhecidos. Existem métodos desenvolvidos para lidar com dados que possuem intervalos espaciais uniformes, porém as observações geralmente são limitadas para o período da noite e possuem limitações devido ao clima e disponibilidade do telescópio, o que faz com que os dados sejam espaçados por uma ordem de horas, dias ou até mesmo meses (Ferraz-Mello, 1981). Assim, os dados obtidos raramente possuem um espaçamento constante entre os pontos de observação e lidar com este tipo de série temporal não é um trabalho fácil (Lomb, 1976).

Estrelas variáveis são objetos em que seu brilho aparente oscila em função do tempo. A partir desta variação do brilho, podemos obter o período de variação na magnitude da estrela analisando a sua curva de luz, ou seja, examinando os dados observacionais obtidos pelo telescópio. A obtenção deste período de oscilação da luz de uma estrela variável é fundamental para descrever a estrela, pois podemos relacionar este período com luminosidade (Leavitt e Pickering, 1912), densidade (Payne, 1930) e cor (Kraft, 1960). Também, as estrelas variáveis são utilizadas como velas padrões e através da relação entre período-luminosidade podemos estimar distâncias astronômicas, que é um dos problemas fundamentais da astronomia.

Existem diversos algoritmos para a determinação de períodos em dados astronômicos. Cada um possui um método diferente ou alguma pequena modificação em relação aos demais. Mesmo com uma grande quantidade de métodos, nenhum deles parece se sobressair de uma forma geral (Graham et al., 2013a). Alguns métodos são melhores para lidar com dados que sejam igualmente espaçados, enquanto que outros são adaptados para lidar com espaçamento variável. Os algoritmos mais utilizados para determinação de períodos em séries temporais astronômicas fazem um ajuste de curva utilizando o método dos mínimos quadrados (Lomb, 1976) ou utilizam análise de Fourier (Ferraz-Mello, 1981). Outros métodos tentam minimizar alguma grandeza na dispersão da série temporal no espaço de fase, como é o caso da análise de variância (Schwarzenberg-Czerny, 1989) e da entropia (Cincotta, Mendez e Nunez, 1995).

O objetivo deste trabalho é testar um algoritmo que seja confiável para trabalhar com séries temporais astronômicas e que não seja dependente do espaçamento entre os dados observacionais. Este algoritmo trabalha com a entropia de Shannon condicional (Graham et al., 2013b; Cincotta et al., 1999), um método que utiliza a dispersão no espaço de fase para obter o período da série temporal através da minimização da entropia.

Neste capítulo de introdução será feita uma revisão de alguns tópicos de astrofísica estelar importantes para a compreensão do trabalho e uma revisão história e bibliográfica sobre as estrelas variáveis, técnicas de observação e métodos e detecção de períodos. No capítulo 2 será abordado o tópico sobre estrelas variáveis, explicando a sua classificação, importância e as principais relações com o período. A explicação do método utilizado neste trabalho será abordado no capítulo 3. Finalmente, os resultados obtidos e exemplo de aplicação do método será discutida no capítulo 4.

1.1 Conceitos de astrofísica estelar

1.1.1 Fluxo

O Fluxo (F) é a medida de energia por unidade de área e por unidade de tempo, ou seja, é a potência emitida através de uma superfície. O fluxo a uma distância r de uma estrela é obtido pela expressão,

$$F(r) = \frac{L}{4\pi r^2} \quad [\text{W m}^{-2}] \quad \text{ou} \quad [\text{erg cm}^{-2} \text{s}^{-1}] \quad (1.1)$$

em que L é a luminosidade da estrela ou a energia total emitida por unidade de tempo em todas as direções. Pela expressão do fluxo, podemos perceber que esta quantidade diminui com o quadrado da distância.

1.1.2 Magnitude

O sistema de magnitude foi criado pelo Grego Hiparco (160-125 a.C.) há mais de 2000 anos. Ele dividiu as estrelas visíveis a olho nu de acordo com o seu brilho aparente, classificando as estrelas mais brilhantes como magnitude 1 ($m = 1$) e as mais fracas como magnitude 6 ($m = 6$). Como a percepção de brilho do olho humano é logarítmica, o fluxo de uma estrela com $m = 1$ é 100 vezes mais brilhante que uma estrela com $m = 6$. Por definição, a magnitude aparente (m) ou brilho aparente, é a medida do brilho de um objeto observado na Terra que é dado por,

$$m = -2,5 \log \frac{F}{F_0} \quad (1.2)$$

em que F_0 é fluxo para magnitude $m = 0$. Para duas estrelas com magnitudes m_1 e m_2 , e fluxos F_1 e F_2 , a sua diferença é expressa pela relação,

$$m_2 - m_1 = -2,5 \log \frac{F_2}{F_1}. \quad (1.3)$$

A tabela 1.1 possui uma comparação entre as magnitudes aparentes de alguns objetos celestes.

TABELA 1.1: Exemplo de magnitudes aparentes.

Objeto	Magnitude
Vega	0
Sírius	-1,46
Marte	-2,0
Júpiter	-2,7
Lua Cheia	-12,8
Sol	-26,74

Fonte: Extraído de Kepler e Saraiva (2013).

1.1.3 Magnitude absoluta e o módulo de distância

A magnitude aparente é uma medida de brilho que depende da distância e por isso não representa exatamente o brilho real de uma estrela. Para podermos comparar o brilho de duas estrelas, precisamos de uma medida que seja independente da distância. Assim, a magnitude absoluta (M) representa o brilho da estrela a uma distancia de 10 parsecs da Terra.

$$M = -2,5 \log \frac{F(10\text{pc})}{F_0} \quad (1.4)$$

A diferença entre a magnitude aparente e absoluta é dada por,

$$m - M = -2,5 \log \frac{F}{F_0} + 2,5 \log \frac{F(10\text{pc})}{F_0} \quad (1.5)$$

$$= -2,5 \left[\log \frac{F}{F_0} - \log \frac{F(10\text{pc})}{F_0} \right] \quad (1.6)$$

$$= -2,5 \log \left[\frac{F}{F_0} \frac{F_0}{F(10\text{pc})} \right] \quad (1.7)$$

$$= -2,5 \log \frac{F}{F(10\text{pc})} \quad (1.8)$$

mas de acordo com a expressão (1.1) para o fluxo,

$$\frac{F}{F(10\text{pc})} = \frac{L}{4\pi r^2} \frac{4\pi (10\text{pc})^2}{L} = \frac{100\text{pc}^2}{r^2} \quad (1.9)$$

em que r é a distância da estrela. Substituindo este resultado na equação (1.8),

$$m - M = -2,5 \log \frac{100\text{pc}^2}{r^2} \quad (1.10)$$

$$= -2,5 \log 100\text{pc}^2 + 2,5 \log r^2 \quad (1.11)$$

$$= 5 \log r - 5 \quad (1.12)$$

e definindo o módulo de distância μ como,

$$\mu = m - M \quad (1.13)$$

obtemos a expressão,

$$\mu = m - M = 5 \log r - 5 \quad (1.14)$$

lembrando que a distância r deve ser medida em parsecs. Evidenciando r , obtemos uma expressão para calcular a distância,

$$r = 10^{0,2(m-M+5)} \quad \text{ou} \quad r = 10^{0,2(\mu+5)} \quad [\text{pc}]. \quad (1.15)$$

Este método de calcular distâncias é conhecido como *Vela Padrão* e utiliza o fato de o fluxo ser inversamente proporcional com a distância. Desta forma, sabendo a relação entre distância e fluxo (ou magnitude) e sabendo as magnitudes aparentes e absolutas podemos calcular a distância pela fórmula (1.15).

1.1.4 Sistemas de magnitudes

A magnitude aparente m que observamos nos telescópios depende do detector utilizado, do filtro aplicado e das configurações do telescópio. Geralmente a sensibilidade de um detector não é a mesma para diferentes comprimentos de onda. Assim, o fluxo medido pelo equipamento é uma parcela do fluxo total da estrela. Portanto, sistemas de magnitudes foram desenvolvidos. Estes sistemas são conjuntos de filtros que permitem o equipamento coletar apenas uma determinada faixa de comprimento de onda. Um dos sistemas mais utilizados é o conjunto UBV (ultravioleta, azul e visível) desenvolvido por Johnson e Morgan (1953). Alguns anos mais tarde, Cousins (1973) adaptou o trabalho de Johnson para o hemisfério sul. Outro conjunto comumente utilizado é o sistema UBVRIJKL (Johnson, 1966). A tabela 1.2 mostra o comprimento de onda efetivo λ_{eff} e a largura de banda $\Delta\lambda$ de alguns filtros utilizados na detecção de fluxo.

TABELA 1.2: Filtros, comprimento de onda efetivo e largura da banda.

Cor	λ_{eff} (nm)	$\Delta\lambda$ (nm)
U	366	65
B	436	89
V	545	84
R	641	158
I	798	154

Fonte: Extraído de Catelan (2015).

1.1.5 Magnitude bolométrica

Em um caso ideal, seria possível medir todo o espectro magnético em um único aparelho. Essa medida seria a *magnitude bolométrica*. Infelizmente, é difícil realizar esta medida pois a nossa atmosfera absorve parte da radiação e também precisamos de diferentes detectores para determinadas frequências.

A magnitude bolométrica (m_{bol}) pode ser obtida pela magnitude visual (m_V),

$$m_{\text{bol}} = m_V - BC \quad (1.16)$$

em que BC é a correção bolométrica. Por definição, esta correção possui valor zero para estrelas parecidas com o nosso Sol e possui valores maiores para estrelas mais quentes ou mais frias do que o Sol.

1.1.6 Extinção atmosférica

A nossa atmosfera não é inteiramente transparente. Embora permita a passagem de luz visível, a atmosfera absorve radiação ultravioleta e várias bandas do infravermelho. Também, existem diversas moléculas que desviam a luz em todas as direções e absorvem parte da radiação reemitindo em praticamente todos os comprimentos de onda. Toda essa perda em radiação devida aos constituintes da atmosfera é chamada de *extinção atmosférica*. Quanto maior a quantidade de ar atravessada pela luz, maior a extinção. Este é um dos motivos que os telescópios terrestres são localizados em lugares altos como montanhas.

Para corrigir este efeito, a magnitude observada em um determinado comprimento de onda pode ser escrita como,

$$m_\lambda = m_{\lambda_0} + K_\lambda \cdot X \quad (1.17)$$

em que m_{λ_0} é a magnitude em um determinado comprimento de onda no alto da atmosfera, K_λ é o coeficiente de extinção e X é a massa de ar, que depende do ângulo de observação.

1.1.7 Extinção interestelar

Devido a presença de poeira no meio interestelar, parte da radiação emitida por alguma fonte é absorvida, desviada e geralmente reemitida em outro comprimento de onda. Toda a perda de radiação devido ao meio interestelar é chamada de *extinção interestelar*. Este desvio que ocorre na radiação causa um desvio para o vermelho no espectro de frequência da luz. Por causa disto, devemos fazer uma correção na formula (1.14) da magnitude aparente observada.

Sendo a extinção interestelar representada pela letra A_λ com um subscrito indicando a banda espectral, a correção na magnitude absoluta para um determinado comprimento de onda a uma distância r será,

$$m_\lambda - M_\lambda - A_\lambda = 5 \log r - 5 \quad (1.18)$$

$$M_\lambda = m_\lambda - A_\lambda - 5 \log r + 5. \quad (1.19)$$

e da mesma forma, a correção para o calculo da distância será,

$$r = 10^{0.2(m-M+5-A_\lambda)}. \quad (1.20)$$

1.1.8 Data Juliana

A data Juliana (sigla JD) foi proposta por Josephus Justus Scalinger em 1583. Com esta data é possível calcular facilmente o intervalo de tempo entre um evento astronômico e outro, pois este formato de medir tempo não possui meses e nem anos, apenas mede a quantidade de dias solares médios decorridos desde 1 de Janeiro de 4713 a.C. (início da era Juliana).

1.1.9 Curva de luz

A curva de luz de uma estrela é simplesmente o gráfico de sua magnitude aparente versus tempo, ou seja, um gráfico dos dados obtidos pelo telescópio,

como mostra a figura 1.1. A partir desses dados que os métodos de detecção de período operam e, no momento em que se define o período da estrela, é possível construir a curva de luz no espaço de fase, como será visto a seguir.

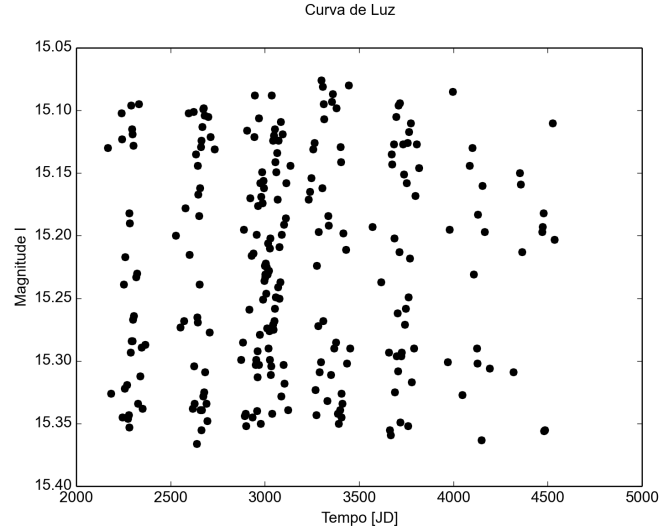


FIGURA 1.1: Exemplo de curva de luz utilizando a Cefeida OGLE-LMC-CEP-0018 do catálogo OGLE. Podemos perceber o espaçamento entre os conjuntos de pontos.

1.1.10 Fase e o Espaço de Fase

Quando uma estrela possui um comportamento periódico, a variação em sua magnitude é representada em ciclos iguais. Cada ciclo é uma fase. Se os ciclos são iguais, não importa qual ciclo nós estamos observando, apenas onde nós estamos no ciclo. Com isso, o espaço de fase é uma representação de todos os ciclos observados em apenas uma fase, ou em apenas um ciclo. Desta forma, os pontos de sobrepõem e formam uma oscilação geral da estrela. A fase é calculada pela seguinte expressão,

$$\phi_i = \frac{t_i}{P} - \left[\frac{t_i}{P} \right] \quad (1.21)$$

em que t_i é o i -ésimo dado do tempo, P é o período de oscilação da magnitude e a quantidade entre colchetes representa apenas o numero inteiro da divisão. O

espaço de fase é o gráfico da magnitude aparente versus a fase.

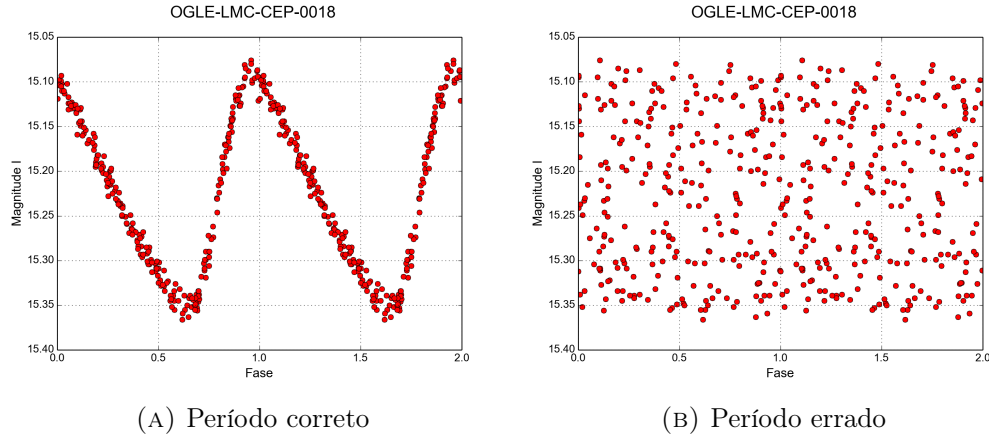


FIGURA 1.2: Exemplos de espaço de fase para a Cefeida OGLE-LMC-CEP-0018 do catálogo OGLE. O espaço de fase da imagem na esquerda foi construído utilizando o período correto da estrela ($P = 4,0478$) e na imagem da direita foi utilizado um período aleatório ($P = 3,0123$).

Quando a série temporal de uma estrela periódica é dividida pelo período correto, será gerado uma dispersão com característica oscilante, como é o caso da figura 1.2a. Se o período utilizado na transformação não for o correto, será gerado uma dispersão aleatória, sem forma definida, como mostra a figura 1.2b.

1.1.11 Classificação Espectral

A classificação espectral é uma forma de dividir as estrelas em relação aos elementos observados em seu espectro e em relação a sua temperatura. Esse método de classificação foi desenvolvido no laboratório de Harvard, nos Estados Unidos, no início do século XX.

A classificação foi desenvolvida por Williamina Fleming (1857-1911), Antonia Caetana de Paiva Pereira Maury (1886-1952) e Annie Jump Cannon (1863-1941) que classificaram 225000 estrelas até magnitude 9. Esse trabalho foi publicado no *Henry Draper Catalogue*. A classificação espectral assim como a cor correspondente das estrelas, temperatura efetiva e as características das linhas espectrais podem ser vista na tabela 1.3.

TABELA 1.3: Classificação Espectral.

Tipo Espectral	Cor	T_{eff} K	Linhas no Espectro
O	Azul	20000 a 40000	HeII e HI
B	Branca-azulada	15000	HeI e HI
A	Branca	9000	HI
F	Branca-amarelada	7000	HI e CaII
G	Amarela	5500	HI e CaII
K	Laranja	4000	Linhas Metálicas
M	Vermelha	3000	CaI

Fonte: Extraído de Kepler e Saraiva (2013).

1.1.12 Diagrama H-R

O Diagrama H-R foi descoberto por Ejnar Hertzsprung (1873-1967) e Henry Russell (1877-1957) em 1913. Esse diagrama apresenta uma relação entre a luminosidade de uma estrela e a sua temperatura superficial. Hertzsprung descobriu que estrelas com uma mesma cor podiam ser divididas pela sua luminosidade, chamando as mais luminosas de gigantes e as menos luminosas de anãs.

No diagrama H-R (figura 1.3) o eixo das abcissas representa a temperatura que cresce para à esquerda e o eixo das ordenadas representa a luminosidade. Podemos dividir o diagrama em algumas seções. Uma dessas seções é a *Sequência Principal*, que cobre a faixa na diagonal que vai do extremo direito inferior (estrelas frias e pouco luminosas) até o extremo esquerdo superior (estrelas quentes e muito luminosas). Na região superior direita acima da sequência principal há uma região chamada *Gigantes Vermelhas* pois é onde esses tipos de estrelas se localizam. Essas estrelas são frias porém luminosas, o que indica um tamanho maior. Acima das Gigantes Vermelhas há a região das *Supergigantes* que apresentam grande luminosidade. Por fim, no canto inferior esquerdo há a região das *Anãs Brancas*, estrelas quentes e pouco luminosas, o que indica o seu tamanho reduzido.

Um fator que determina a posição de uma estrela no digrama H-R é a sua massa. Quanto mais massiva a estrela, mais quente e luminosa ela se torna.

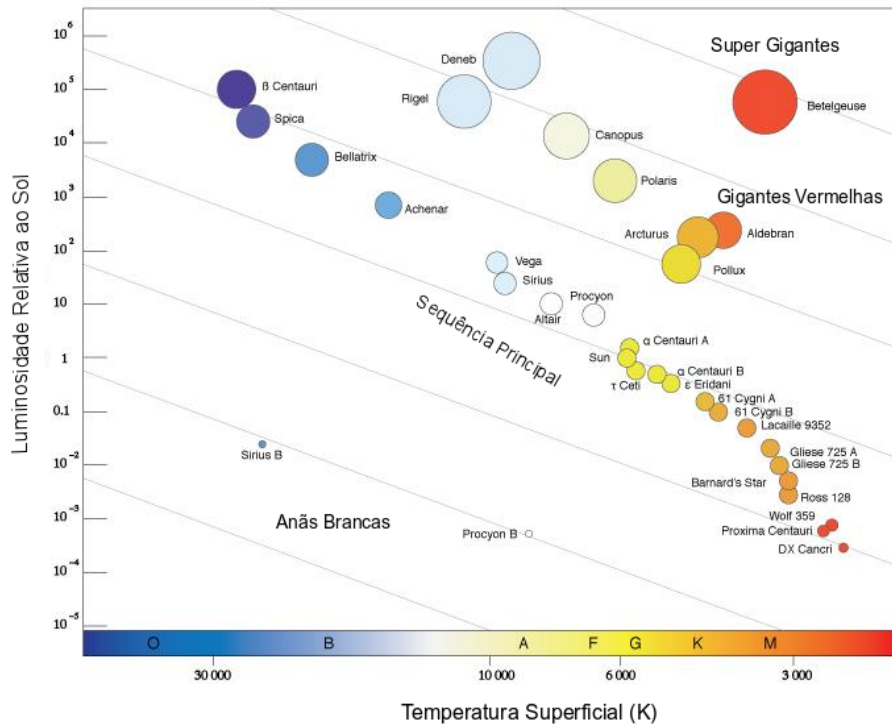


FIGURA 1.3: Diagrama H-R. O eixo das abscissas representa a temperatura superficial da estrela e por convenção cresce para à esquerda. Nesse mesmo eixo podemos ver a classificação espectral. O eixo das ordenadas representa a luminosidade das estrelas relativa com a luminosidade do Sol. As linhas diagonais no diagrama representam o tamanho do raio da estrela, quanto mais para o topo do diagrama, maior o raio. Disponível em <<http://henrietta.iaa.es/el-harén-de-pickering-antonia-c-maury>>. Acessado e adaptado em maio de 2016.

Também é possível interpretar o diagrama como uma relação entre massa e temperatura, pois a luminosidade é proporcional a massa da estrela.

Existe uma versão do diagrama H-R para estrelas variáveis. Nele é possível ver a localização de diversos tipos dessas estrelas. Essa versão do diagrama pode ser visto na figura 1.4. Nesse diagrama uma região importante é a chamada *faixa de instabilidade* onde se localizam a maioria das estrelas variáveis pulsantes. Essa região é localizada entre as linhas tracejadas da figura 1.4.

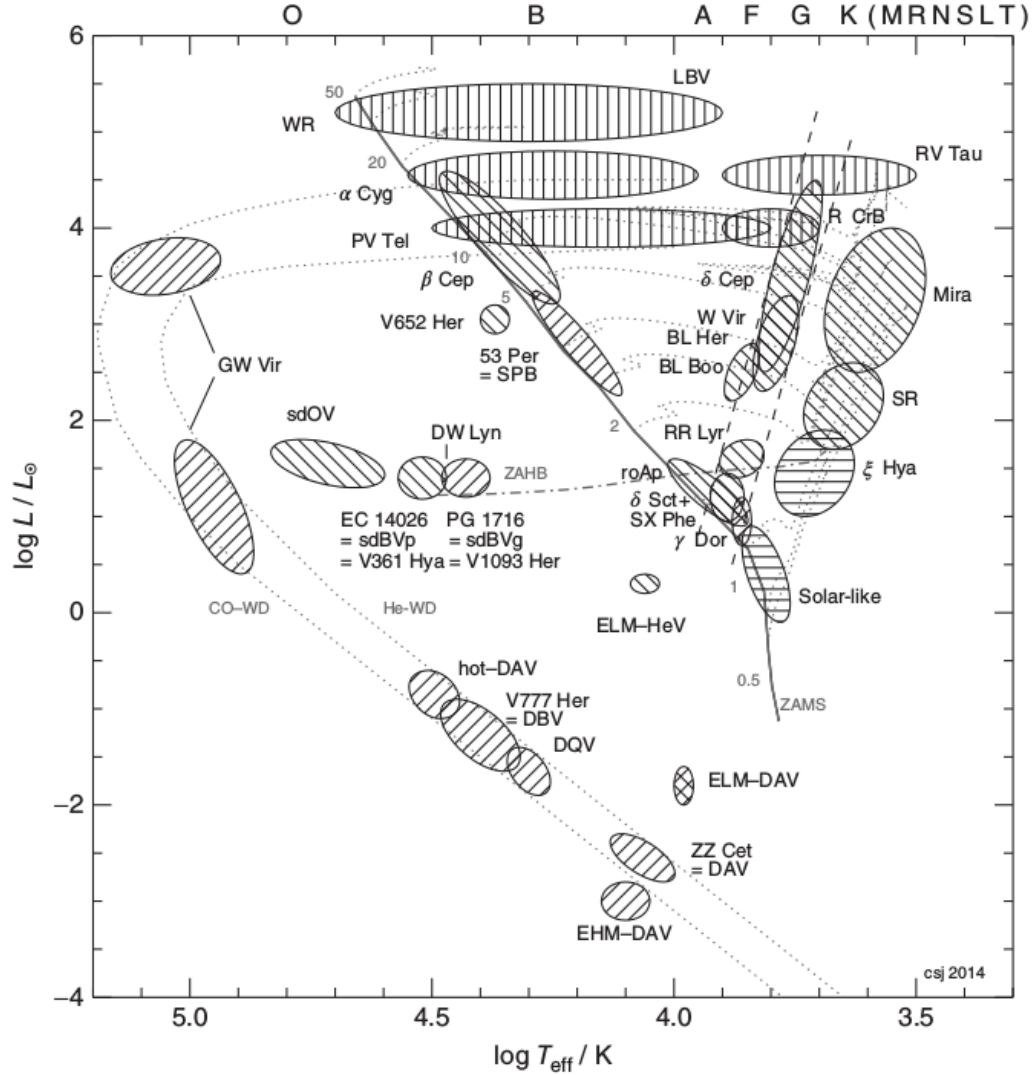


FIGURA 1.4: Diagrama H-R para estrelas variáveis. A sequência principal é representada pela linha sólida. A região entre as linhas tracejadas representa a faixa de instabilidade onde estão localizadas diversas estrelas pulsantes. Adaptado de Catelan (2015).

1.1.13 Pulsção Estelar

Estrelas pulsam ou vibram de forma análoga a instrumentos de corda ou de sopro. Cada instrumento possui uma frequência fundamental e o formato do objeto determina a sua frequência natural de vibração e seus harmônicos, que são múltiplos inteiros da frequência natural. A combinação destas frequências, amplitudes e fases dos harmônicos definem o timbre do instrumento, ou seja,

o seu som característico. Logo, o formato interno do instrumento gera um som característico e, a partir das frequências emitidas podemos inferir o formato interno do instrumento.

De forma análoga, através da pulsação nós podemos determinar o formato interno da estrela. Porém, as estrelas não possuem harmônicos de vibração, elas possuem sobretons. Um sobretom é qualquer frequência acima da frequência natural de pulsação. Tecnicamente, os harmônicos são sobretons, mas nem todos sobretons são harmônicos. Dentro da astrofísica há um ramo chamado de astrosismologia que tem como objetivo medir a velocidade do som dentro das estrelas e determinar os parâmetros da estrutura interna destes corpos celestes. Portanto, a pulsação das camadas externas das estrelas nos dão informação a respeito dos processos que ocorrem no seu interior.

Porém, diferente de instrumentos onde há apenas ondas sonora se propagando, nas estrelas ocorrem os modos P (ondas sonoras) e modos G de pulsação. Estes modos também são chamados respectivamente de modos de pressão e modos de gravidade. Para entender melhor como ocorre a pulsação nas estrelas, vamos analisar alguns casos mais simples.

1.1.13.1 Oscilação em uma corda

No caso de oscilação mais simples, temos uma corda oscilando unidimensionalmente com as suas extremidades fixas. As frequências de oscilação dependem do comprimento L , da tensão T e do material com o qual a corda é feita. Geralmente, a composição da corda e sua tensão são uniformes ao longo de seu comprimento. Assim, o primeiro harmônico (ou sobretom) é duas vezes a frequência fundamental ($2\omega_0$) o segundo harmônico é três vezes frequência fundamental ($3\omega_0$) e assim por diante. Um exemplo de pulsação em corda fixa pode ser visto na figura 1.5.

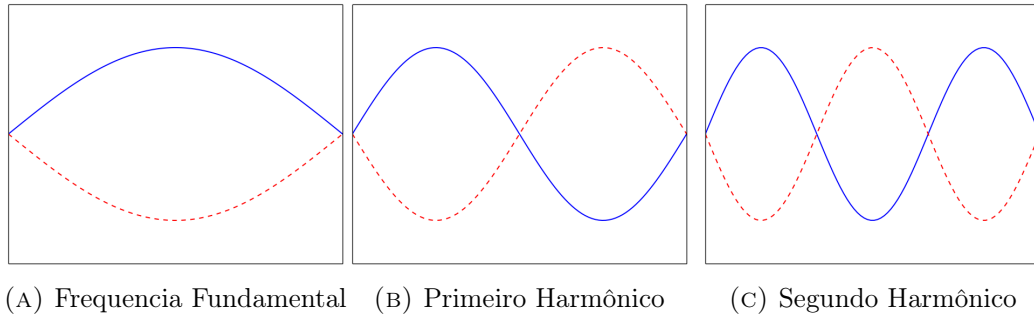


FIGURA 1.5: Exemplos de oscilação em uma corda com as extremidades fixas. A imagem da esquerda (a) representa a oscilação na frequência natural. A figura do meio (b) representa a pulsação no primeiro harmônico. Por ultimo, a imagem da direita (c) representa oscilação no segundo harmônico.

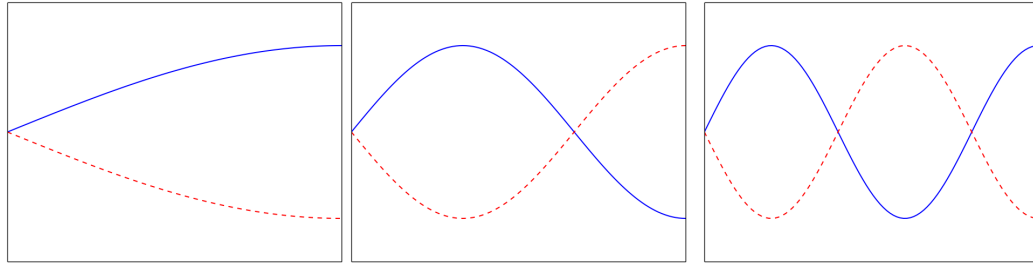
1.1.13.2 Oscilação em uma corda com uma extremidade fixa

Neste caso, temos uma corda que oscila de forma unidimensional e possui uma de suas extremidades fixa e a outra solta. Este exemplo é semelhante a um instrumento de sopro que possui uma extremidade fechada. A parte fixa da corda, ou fechada do instrumento de sopro, atua como um nó (ponto onde a amplitude é zero) e na extremidade fixa a amplitude é máxima (ou mínima). No caso do instrumento de sopro, como a temperatura e composição do gás são uniformes na parte interna do instrumento, a velocidade do som é constante nessa região. Para este caso, os harmônicos são múltiplos ímpares da frequência fundamental, por exemplo, $3\omega_0$, $5\omega_0$, etc.. Um exemplo deste comportamento pode ser visto na figura 1.6.

1.1.13.3 Oscilação bidimensional

Para o caso bidimensional vamos utilizar um disco como exemplo. Existem dois tipos de nós no caso bidimensional. Estes nós são ortogonais e podem ser classificados como radiais (modo radial) e não-radiais.

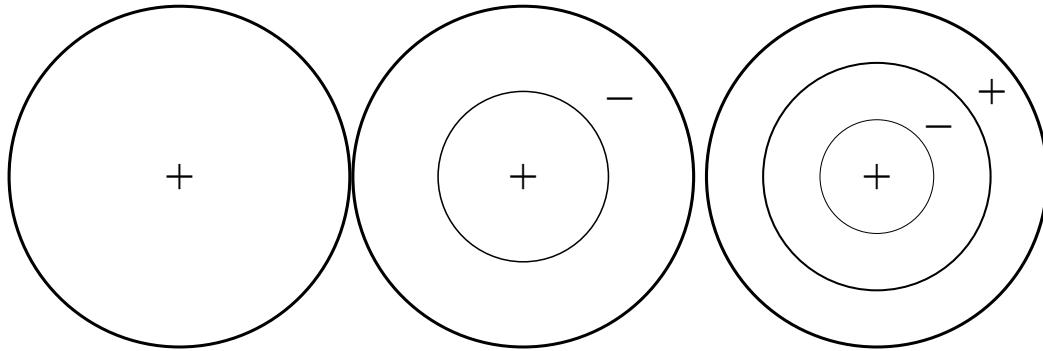
Os nós radiais são círculos concêntricos ao disco. A frequência fundamental de vibração para o modo radial é semelhante à frequência fundamental da corda



(A) Frequência Fundamental (B) Primeiro Harmônico (C) Segundo Harmônico

FIGURA 1.6: Exemplo de oscilação em uma corda com uma extremidade fixa e outra solta. A imagem (a) representa o modo fundamental, a imagem (b) representa o primeiro harmônico e a imagem (c) representa o segundo harmônico.

com as extremidades fixas, o centro do disco terá amplitude máxima e mínima enquanto que a borda possui amplitude zero (nó). O primeiro sobretom radial possui um nó com formato de um círculo concêntrico onde o disco interno possui amplitude máxima e o disco externo amplitude mínima e vice e versa. O segundo sobretom radial possui dois nós, ou seja, dois círculos concêntricos e portanto há três áreas onde a amplitude varia de máxima a mínima.



(A) Frequência Fundamental (B) Primeiro Sobretom (C) Segundo Sobretom

FIGURA 1.7: Exemplo de oscilação radial em um disco. Os sinais + e - significam os pontos de máximo e mínimo. A imagem (a) representa o a frequência fundamental, a imagem (b) representa o primeiro sobretom e a imagem (c) representa o segundo sobretom.

A segunda forma de nós são os nós não-radiais. O primeiro nó não-radial é uma linha que divide o disco ao meio. Com isto, as duas metades do disco oscilam de forma oposta, enquanto uma possui o máximo de amplitude a outra metade

possui o mínimo. O segundo nó não-radial são duas linhas ortogonais que dividem o disco em quatro partes com cada parte oscilando de forma contrária a outra.

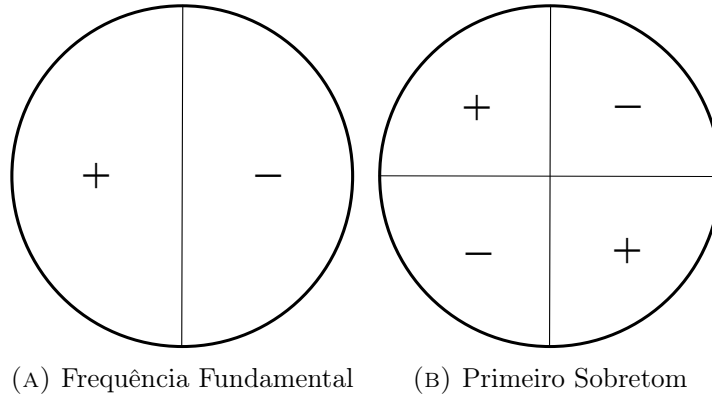


FIGURA 1.8: Exemplo de oscilação não-radial em um disco. A imagem (a) representa a frequência fundamental e a imagem (b) representa o primeiro sobreton.

Porém, essas duas formas de oscilação não ocorrem isoladamente pois, geralmente há combinações dos sobretons radiais e não radiais nas estrelas.

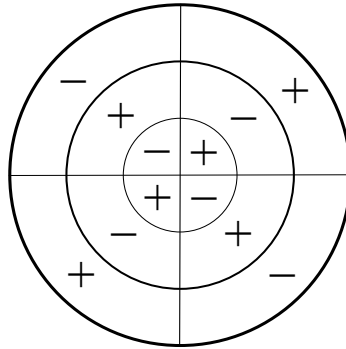


FIGURA 1.9: Oscilação radial e não-radial em um disco.

1.1.13.4 Oscilações em 3 dimensões

Estrelas possuem um formato esférico e suas pulsações obedecem os modos de oscilações em 3 dimensões. De forma análoga ao disco que possui dois modos de pulsação em direções ortogonais, as oscilações em uma esfera possuem três modos em direções ortogonais. Estas direções são a distância do centro r , latitude θ e

longitude ϕ . Os nós serão compostos por cascas esféricas de tamanho r , cones de tamanho θ e planos de dimensão ϕ .

Para uma estrela simétrica, as soluções das equações de movimento ondulatório são as seguintes,

$$\xi_r(r, \theta, \phi, t) = a(r) Y_l^m(\theta, \phi) \exp(-i2\pi\nu t) \quad (1.22)$$

$$\xi_\theta(r, \theta, \phi, t) = b(r) \frac{\partial Y_l^m(\theta, \phi)}{\partial \theta} \exp(-i2\pi\nu t) \quad (1.23)$$

$$\xi_\phi(r, \theta, \phi, t) = \frac{b(r)}{\sin \theta} \frac{\partial Y_l^m(\theta, \phi)}{\partial \phi} \exp(-i2\pi\nu t) \quad (1.24)$$

em que $a(r)$ e $b(r)$ são amplitudes, ν é a frequência de oscilação e $Y_l^m(\theta, \phi)$ são esféricos harmônicos que são calculados da seguinte forma,

$$Y_l^m(\theta, \phi) = (-1)^m \sqrt{\frac{2l+1}{4\pi} \frac{(l-m)!}{(l+m)!}} P_l^m(\cos \theta) \exp(im\phi) \quad (1.25)$$

onde $P_l^m(\cos \theta)$ são polinômios de Legendre dados por,

$$P_l^m(\cos \theta) = \frac{1}{2^l l!} (1 - \cos^2 \theta)^{m/2} \frac{d^{l+m}}{d \cos^{l+m} \theta} (\cos^2 \theta - 1)^l. \quad (1.26)$$

As letras l e m são números quânticos que caracterizam os modos de pulsação. A variação destes números indicam se haverá pulsação radial ou não-radial.

1.1.13.5 Modo radial

Na pulsação radial o número quântico l é igual a zero. O modo mais simples de pulsação radial é chamado de modo fundamental radial. Neste modo, a estrela se contrai e expande como um todo de forma simétrica. Este é o principal modo de pulsação de estrelas Cefeidas e RR Lyrae.

O primeiro sobretom do modo radial possui um nó no interior da estrela. Este nó é uma casca esférica onde a amplitude é sempre zero. As camadas da estrela

antes e depois deste modo se movem de forma oposta, ou seja, enquanto uma contrai a outra expande.

1.1.13.6 Modos não-radiais

O modelo mais simples de pulsação não-radial possui $l = 1$ e $m = 0$. Neste modo, o equador da estrela é um nó, então um hemisfério expande enquanto o outro contrai. Este modelo também é chamado de modo de dipolo. O modo de pulsação com $l = 2$ possui dois nós na sua superfície e é chamado de modo de quadrupolo. Neste modo, os polos se expandem enquanto o equador contrai e vice e versa. Na figura 1.10 temos a representação de um modo de pulsação com $l = 3$ e m variando de 0 a 2.

1.2 Introdução Histórica

1.2.1 Estrelas Variáveis

No século 16, acreditava-se que as estrelas eram fixas em posição e com brilho constante. Em 1572, foi observada uma supernova na constelação de Cassiopeia que atingiu magnitude -4 . Este evento, que foi estudado por Tycho Brahe (1546-1601), fez com que a comunidade astronômica da época voltasse a se interessar pela descobertas de novas estrelas. Alguns anos mais tarde, em 1596, o holandês David Fabricius (1564-1617) fez o primeiro registro de variação em brilho de uma estrela na constelação da Baleia (Cetus). Essa estrela foi observada em agosto e em outubro havia desaparecido. Em 1603, Johann Bayer observou a mesma estrela e deu o nome de omicron (O) Ceti, porém não sabia que era a mesma estrela que Fabricius havia observado, pois achava que se tratava de uma supernova. Em 1638, Johannes Holwarda (1618-1651) observou novamente O Ceti. Em 1662, Johannes Hevelius (1611-1687) fez um estudo detalhado da estrela e a renomeou, chamando-a de Mira Ceti (a Maravilhosa). Ismael Bullialdus (1605-1694) percebeu que o pico

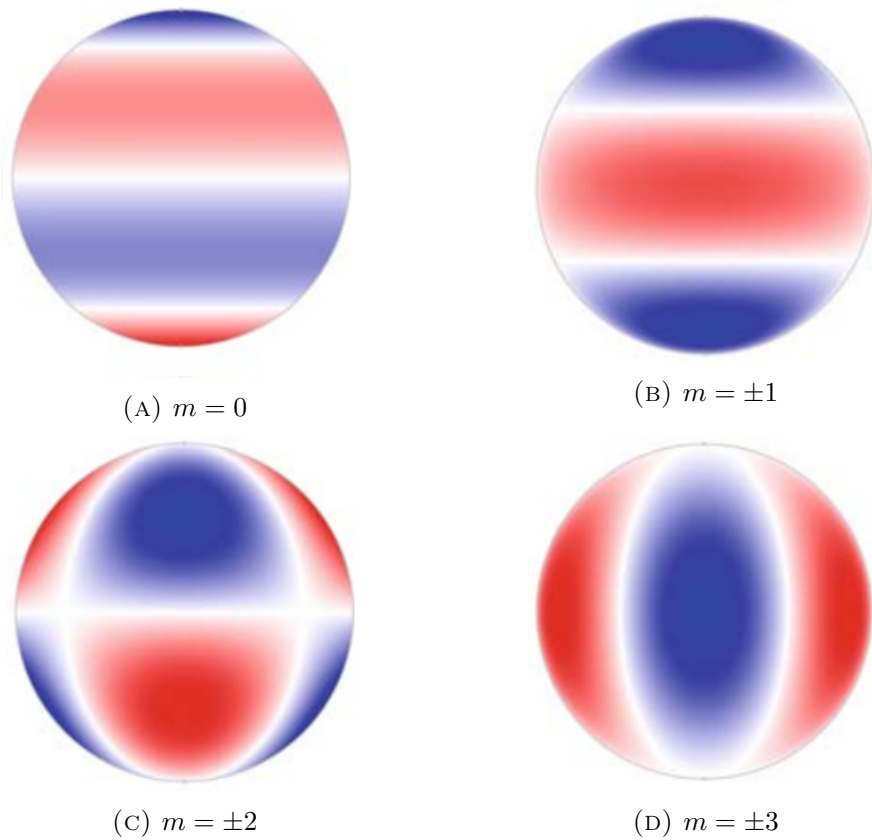


FIGURA 1.10: Oscilação não-radial em uma esfera com $l = 3$ e m variando de 0 a 2. As figuras mostram uma estrela vista de lado, com os polos sendo no topo e na região mais baixa. O equador seria exatamente no meio das esferas. As linhas brancas são os nós e a regiões em azul e vermelho estão contraindo e expandindo

de magnitude da estrela ocorria sempre um mês mais cedo a cada ano, descobrindo a natureza cíclica de sua variação de brilho. Bullialdus publicou em 1667 que o período de oscilação era de 333 dias. Essa estrela foi a primeira variável a ter o período conhecido e virou referência para as estrelas variáveis de períodos longos, conhecidas hoje em dia como as *variáveis Mira*.

Em 1784, o inglês Jonh Goodricke (1764-1786) descobriu a variação no brilho da estrela δ Cephei. Ele mediu o período 5d8h. No mesmo ano, o inglês Edward Pigott (1753-1825) descobriu a variabilidade de η Aquilae. Ambas estrelas se tornaram os protótipos da classe de *variáveis Cefeidas*.

Em 1912, a americana Henrietta Swan Leavitt (1868-1921) derivou uma relação entre o período e a luminosidade (também conhecida como lei de Leavitt) para as estrelas Cefeidas localizadas na Pequena Nuvem de Magalhães (Leavitt e Pickering, 1912). Graças a essa relação que em 1913 Hertzsprung foi capaz de calcular a primeira determinação de distância da Pequena Nuvem (Hertzsprung, 1913). Utilizando a mesma relação, Hubble determinou a distância de Andrômeda em 1923.

1.2.2 Técnicas de Observação

O primeiro dispositivo utilizado na observação de estrelas variáveis foi o olho humano. Embora este dispositivo nos seja muito útil no dia a dia, para a observações de estrelas não seria o mais adequado, pois a sua precisão para captar brilho é baixa (≈ 0.1), o que faz com que apenas estrelas com variação de algumas unidades de magnitude nos chamaria a atenção. Da mesma forma, a percepção de mudanças no céu noturno não é possível com observações feitas em telescópios. Apenas com a introdução da placas fotográficas é que foi possível ter um controle mais efetivo desta variações.

1.2.2.1 Métodos fotográficos

As primeiras fotografias astronômicas foram obtidas em torno de 1850 e 1860 utilizando o Daguerreótipo (ou método de Daguerre), que consistia em fixar a imagem em uma placa de cobre com uma fina camada de prata. Devido a sua limitação para variações em luminosidade, apenas fotos da Lua, Sol e estrelas mais brilhantes foram obtidas por este método. Apenas com o advento do método de placa seca em 1871 foi possível melhorar as observações de estrelas variáveis. Porém, identificar estrelas variáveis em placas fotográficas era um trabalho tedioso. Uma única imagem do céu noturno poderia conter milhares de estrelas. Uma forma utilizada para tentar identificar as variações de brilho seria utilizar uma série de

10 ou mais fotografias da mesma porção do céu, fazer divisões nas fotografias e comparar todas elas para perceber variações nos brilhos das estrelas. Através desta técnica aplicada em clusters globulares, o astrônomo Solon Bailey detectou mais de 500 variáveis (Bailey, 1902).

Outros métodos surgiram para aprimorar a identificação das estrelas variáveis. Um desses métodos seria a sobreposição dos negativos e positivos da mesma fotografia. No positivo, as estrelas seriam brancas em um fundo escuro enquanto que no negativo seria o oposto. Se o brilho de uma estrela variasse, a imagem negativa seria menor ou maior do que a imagem positiva.

Uma das principais ferramentas utilizadas para analisar as fotografias de estrelas era o dispositivo chamado *Comparador Blink* (do inglês, *Blink Comparator*). Nesse dispositivo, duas placas fotográficas eram analisadas, uma por cada olho do observador. Se as imagens fossem iguais, não seria identificada variação, porém alguma variação no brilho de uma imagem para a outra seria percebida pela mudança de tamanho da estrela entre as imagens.

Embora a quantidade de estrelas variáveis descobertas a partir de 1880 aumentou drasticamente devido aos métodos fotográficos, essa técnica não consegue identificar pequenas variações no brilho, apenas variações em torno de um terço da magnitude máxima da estrela, fazendo com que uma parcela das estrelas não fossem identificadas. Assim, surgiu a necessidade de algum método mais efetivo.

1.2.2.2 Métodos fotoelétricos

O desenvolvimento da fotometria fotoelétrica ocorreu na década de 40. Esses métodos captam a luz em uma célula fotossensível que converte o fluxo de fótons recebido em sinal elétrico através do efeito fotoelétrico. Os sistemas de magnitudes (filtros) foram desenvolvidos para estes tipos de equipamentos.

Os primeiros dispositivos desta época utilizavam placas de selênio e eram capazes de captar o brilho de apenas um objeto por vez. A magnitude de uma estrela

era obtido fazendo a leitura do brilho da estrela e do céu noturno a sua volta, após era feita a leitura apenas de uma porção do céu e subtraído da leitura da estrela.

Uma das revoluções nesta área de observação ocorreu com a utilização das células fotomultiplicadoras na astronomia em 1936 pela Radio Corporation of America (RCA) (Miles, 2007). As vantagens dessas células são a amplificação do sinal observado, o que melhorou a precisão das medidas, maior faixa de detecção (640nm até a faixa do vermelho) e menor ruído. Embora a célula fotomultiplicadora tenha trazido grandes avanços na astronomia observacional, essa tecnologia ainda era limitada a observar objetos individuais. A grande revolução ocorreu com a utilização dos detectores em área.

1.2.2.3 Detectores em área

Em 1969 as placas CCD (do inglês, *Charged Coupled Device*) foram criadas no Bell Laboratories nos Estado Unidos. Esse dispositivo apresenta alta sensibilidade espectral, podendo ser utilizado em faixas de 350 a 1000nm. Também, possui a habilidade de detectar luz em área quando dispostas em conjunto (chamado de *CCD Array*) e habilidade de transformar a observação em sinal digital sendo possível analisar as imagens em computadores, facilitando o trabalho de detecção de periodicidades através dos métodos de detecção de períodos.

Atualmente, as placas CCD são os dispositivos utilizados no grandes projetos de levantamento de dados astronômicos (*Surveys*). Um destes projetos é o OGLE que atualmente está atuando em sua quarta fase. A terceira fase (Udalski et al., 2008) que já esta completa e possui seus dados públicos e utilizados nesse trabalho, monitorou mais de 200 milhões de estrelas nas Nuvens de Magalhães e se espera detectar em torno de um milhão de estrelas variáveis .

1.3 Detecção de Períodos

A busca por periodicidades na curva de luz de uma estrela variável é um dos mais importantes processos na análise de dados observacionais. A importância desse processo é devido as grandezas físicas que podemos derivar a partir do período. Dentro dessas grandezas, a distância é sem duvidas uma das mais importantes, pois a determinação de distâncias astronômicas é um dos problemas fundamentais da astronomia.

Devido a importância na determinação de períodos, diversos métodos surgiram ao longo dos anos. Uma técnica comum para demonstrar os períodos em um dado seria o *Periodograma* ou *Espectro de Potência*. Neste método, a intensidade do sinal gerado através dos dados é mostrado em um gráfico versus o período. Os picos desse gráfico seriam o período principal com os seu harmônicos. Alguns desse métodos utilizam o método dos mínimos quadrados para ajustar uma função com período conhecido à curva de luz da estrela (Lomb, 1976). Outros determinam o período através dos picos no espectro de Fourier (Ferraz-Mello, 1981) ou fazem análise de variância nesses picos (Schwarzenberg-Czerny, 1989). Ou também, calculam a minimização da dispersão dos pontos observacionais no espaço de fase (Cincotta et al., 1999; Cincotta, Mendez e Nunez, 1995; Graham et al., 2013b).

Um dos principais problemas na determinação de períodos está nos dados observacionais. Dados que contenham uma semana de observação são impróprios para objetos que possuem período na ordem de anos. Para calcularmos o período com confiança, precisamos que o tempo de observação seja de pelo menos o dobro do tempo do período, de acordo com o *Teorema de Nyquist*. Se esta condição não é satisfeita, podemos obter mais de um período ou o período errado para o nosso dado (este efeito é conhecido como *Aliasing*). Outro motivo de erro nos dados são os espaçamentos entre as observações. Devido a estes espaçamento, as técnicas de detecção de períodos podem identificar períodos que aparentemente produzem uma curva de luz adequada, mas que não são os períodos corretos, sendo uma

fonte de Aliasing. Alguns motivos para espaçamento entre os dados são a disponibilidade do telescópio, a limitação de observação para o turno da noite e a posição da lua nos telescópios terrestres, o que pode fazer com que as observações sejam espaçadas por até um mês. Por esses motivos apresentados, seria interessante aprimorar técnicas que sejam independentes deste espaçamento entre os dados, como as técnicas que utilizam a dispersão da curva de luz no espaço de fase, técnica utilizado pelo método aplicado neste trabalho.