

Universidade Federal do Rio Grande - FURG

Instituto de Matemática, Estatística e Física - IMEF

Grupo de Astrofísica Teórica e Computacional - GATC

# Determinação de Períodos de Pulsação Estelar Através da Entropia de Shannon Condicional

Gabriel Lauffer Ramos

Rio Grande - RS

7 de maio de 2016

**Determinação de Períodos de Pulsação Estelar Através da Entropia de  
Shannon Condicional**

*Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao curso de Física  
Bacharelado da Universidade Federal do Rio Grande como requisito  
parcial para obtenção do título de bacharel em Física.*

Discente: Gabriel Laufer Ramos

Orientador: Prof. Dr. Fabricio Ferrari

---

Prof. Dr. Fabricio Ferrari

Orientador

---

Profa. Dra. Dinalva A. Sales

Banca Examinadora

---

Prof. Dr. Cristian G. Bernal

Banca Examinadora

Rio Grande, \_\_\_\_ de \_\_\_\_\_ de \_\_\_\_\_.

*“The Road goes ever on and on  
Down from the door where it began.  
Now far ahead the Road has gone,  
And I must follow, if I can,  
Pursuing it with eager feet,  
Until it joins some larger way  
Where many paths and errands meet.  
And whither then? I cannot say.”*

J.R.R Tolkien, *The Fellowship of the Ring*.

# **Determinação de Períodos de Pulsação Estelar Através da Entropia de Shannon Condicional**

por Gabriel Lauffer Ramos

The Thesis Abstract is written here (and usually kept to just this page). The page is kept centered vertically so can expand into the blank space above the title too...

**Conditional Shannon Entropy Method to Detect Periods on Variable  
Stars**

by Gabriel Lauffer Ramos

abstract in english

# *Agradecimentos*

colocar os agradecimentos...

# Sumário

<b>Resumo</b>	<b>ii</b>
<b>Abstract</b>	<b>iii</b>
<b>Agradecimentos</b>	<b>iv</b>
<b>Lista de Figuras</b>	<b>vii</b>
<b>Lista de Tabelas</b>	<b>viii</b>
<b>1 Introdução</b>	<b>1</b>
1.1 Conceitos de astrofísica estelar . . . . .	3
1.1.1 Fluxo . . . . .	3
1.1.2 Magnitude . . . . .	3
1.1.3 Magnitude absoluta e o módulo de distância . . . . .	4
1.1.4 Sistemas de magnitudes . . . . .	5
1.1.5 Magnitude bolométrica . . . . .	6
1.1.6 Extinção atmosférica . . . . .	7
1.1.7 Extinção interestelar . . . . .	7
1.1.8 Data Juliana . . . . .	8
1.1.9 Curva de luz . . . . .	8
1.1.10 Fase e o Espaço de Fase . . . . .	8
1.2 Introdução Histórica - Estrelas Variáveis . . . . .	9
1.3 Introdução Histórica - Técnicas de Observação . . . . .	11
1.3.1 Métodos fotográficos . . . . .	11
1.3.2 Métodos fotoelétricos . . . . .	12
1.3.3 Detectores em área . . . . .	13
1.4 Detecção de Períodos . . . . .	14
<b>2 Estrelas Variáveis</b>	<b>16</b>
2.1 Variáveis extrínsecas . . . . .	16
2.2 Variáveis intrínsecas . . . . .	16
<b>3 Metodologia</b>	<b>17</b>
3.1 Amostragem . . . . .	18
3.2 Análise de Fourier . . . . .	18
3.2.1 Lomb-Scargle . . . . .	18
3.2.2 Entropia de Shannon . . . . .	18

3.3	Algoritmo . . . . .	19
<b>4</b>	<b>Resultados e Discussão</b>	<b>22</b>
4.1	resultado parciais . . . . .	22
4.1.1	Dados Sintéticos . . . . .	23
	<b>Bibliografia</b>	<b>27</b>



# Lista de Figuras

1.1	Exemplo de curva de luz . . . . .	9
1.2	Exemplos de espaço de fase . . . . .	10
3.1	Fluxograma do algoritmo . . . . .	21
4.1	Exemplos curva de luz sintética . . . . .	24
4.2	Resultados obtidos em escala de cinza . . . . .	25

# Lista de Tabelas

1.1	Exemplo de magnitudes aparentes. . . . .	4
1.2	Filtros, comprimento de onda efetivo e largura da banda. . . . .	6
3.1	Exemplo de dados . . . . .	20
4.1	Quantidade de dados analisados e resultados corretos . . . . .	22

*Dedico este trabalho aos meus pais, por todo o incentivo e  
esforço deles para me garantirem uma educação de  
qualidade.*

# Capítulo 1

## Introdução

Na astronomia, especialmente no campo das estrelas variáveis, geralmente é necessário analisar dados com períodos desconhecidos. Existem métodos desenvolvidos para lidar com dados que possuem intervalos espaciais uniformes, porém as observações geralmente são limitadas para o período da noite e possuem limitações devido ao clima e disponibilidade do telescópio, o que faz com que os dados sejam espaçados por uma ordem de horas, dias ou até mesmo meses (Ferraz-Mello, [1981](#)). Assim, os dados obtidos raramente possuem um espaçamento constante entre os pontos de observação e lidar com este tipo de série temporal não é um trabalho fácil (Lomb, [1976](#)).

Estrelas variáveis são objetos em que seu brilho aparente oscila em função do tempo. A partir desta variação do brilho, podemos obter o período de variação na magnitude da estrela analisando a sua curva de luz, ou seja, examinando os dados observacionais obtidos pelo telescópio. A obtenção deste período de oscilação da luz de uma estrela variável é fundamental para descrever a estrela, pois podemos relacionar este período com luminosidade (Leavitt e Pickering, [1912](#)), densidade (Payne, [1930](#)) e cor (Kraft, [1960](#)). Também, as estrelas variáveis são utilizadas como velas padrões e através da relação entre período-luminosidade podemos estimar distâncias astronômicas, que é um dos problemas fundamentais da astronomia.

Existem diversos algoritmos para a determinação de períodos em dados astronômicos. Cada um possui um método diferente ou alguma pequena modificação em relação aos demais. Mesmo com uma grande quantidade de métodos, nenhum deles parece se sobressair de uma forma geral (Graham et al., 2013a). Alguns métodos são melhores para lidar com dados que sejam igualmente espaçados, enquanto que outros são adaptados para lidar com espaçamento variável. Os algoritmos mais utilizados para determinação de períodos em séries temporais astronômicas fazem um ajuste de curva utilizando o método dos mínimos quadrados (Lomb, 1976) ou utilizam análise de Fourier (Ferraz-Mello, 1981). Outros métodos tentam minimizar alguma grandeza na dispersão da série temporal no espaço de fase, como é o caso da análise de variância (Schwarzenberg-Czerny, 1989) e da entropia (Cincotta, Mendez e Nunez, 1995).

O objetivo deste trabalho é testar um algoritmo que seja confiável para trabalhar com séries temporais astronômicas e que não seja dependente do espaçamento entre os dados observacionais. Este algoritmo trabalha com a entropia de Shannon condicional (Graham et al., 2013b; Cincotta et al., 1999), um método que utiliza a dispersão no espaço de fase para obter o período da série temporal através da minimização da entropia.

Neste capítulo de introdução será feita uma revisão de alguns tópicos de astrofísica estelar importantes para a compreensão do trabalho e uma revisão história e bibliográfica sobre as estrelas variáveis, técnicas de observação e métodos e detecção de períodos. No capítulo 2 será abordado o tópico sobre estrelas variáveis, explicando a sua classificação, importância e as principais relações com o período. A explicação do método utilizado neste trabalho será abordado no capítulo 3. Finalmente, os resultados obtidos e exemplo de aplicação do método será discutida no capítulo 4.

## 1.1 Conceitos de astrofísica estelar

### 1.1.1 Fluxo

O Fluxo ( $F$ ) é a medida de energia por unidade de área e por unidade de tempo, ou seja, é a potência emitida através de uma superfície. O fluxo a uma distância  $r$  de uma estrela é obtido pela expressão,

$$F(r) = \frac{L}{4\pi r^2} \quad [\text{W m}^{-2}] \quad \text{ou} \quad [\text{erg cm}^{-2} \text{s}^{-1}] \quad (1.1)$$

em que  $L$  é a luminosidade da estrela ou a energia total emitida por unidade de tempo em todas as direções. Pela expressão do fluxo, podemos perceber que esta quantidade diminui com o quadrado da distância.

### 1.1.2 Magnitude

O sistema de magnitude foi criado pelo Grego Hiparco (160-125 a.C.) há mais de 2000 anos. Ele dividiu as estrelas visíveis a olho nu de acordo com o seu brilho aparente, classificando as estrelas mais brilhantes como magnitude 1 ( $m = 1$ ) e as mais fracas como magnitude 6 ( $m = 6$ ). Como a percepção de brilho do olho humano é logarítmica, o fluxo de uma estrela com  $m = 1$  é 100 vezes mais brilhante que uma estrela com  $m = 6$ . Por definição, a magnitude aparente ( $m$ ) ou brilho aparente, é a medida do brilho de um objeto observado na Terra que é dado por,

$$m = -2,5 \log \frac{F}{F_0} \quad (1.2)$$

em que  $F_0$  é fluxo para magnitude  $m = 0$ . Para duas estrelas com magnitudes  $m_1$  e  $m_2$ , e fluxos  $F_1$  e  $F_2$ , a sua diferença é expressa pela relação,

$$m_2 - m_1 = -2,5 \log \frac{F_2}{F_1}. \quad (1.3)$$

A tabela 1.1 possui uma comparação entre as magnitudes aparentes de alguns objetos celestes.

TABELA 1.1: Exemplo de magnitudes aparentes.

Objeto	Magnitude
Vega	0
Sírius	-1,46
Marte	-2,0
Júpiter	-2,7
Lua Cheia	-12,8
Sol	-26,74

Fonte: Extraído de Kepler e Saraiva, 2013.

### 1.1.3 Magnitude absoluta e o módulo de distância

A magnitude aparente é uma medida de brilho que depende da distância e por isso não representa exatamente o brilho real de uma estrela. Para podermos comparar o brilho de duas estrelas, precisamos de uma medida que seja independente da distância. Assim, a magnitude absoluta ( $M$ ) representa o brilho da estrela a uma distancia de 10 parsecs da Terra.

$$M = -2,5 \log \frac{F(10\text{pc})}{F_0} \quad (1.4)$$

A diferença entre a magnitude aparente e absoluta é dada por,

$$m - M = -2,5 \log \frac{F}{F_0} + 2,5 \log \frac{F(10\text{pc})}{F_0} \quad (1.5)$$

$$= -2,5 \left[ \log \frac{F}{F_0} - \log \frac{F(10\text{pc})}{F_0} \right] \quad (1.6)$$

$$= -2,5 \log \left[ \frac{F}{F_0} \frac{F_0}{F(10\text{pc})} \right] \quad (1.7)$$

$$= -2,5 \log \frac{F}{F(10\text{pc})} \quad (1.8)$$

mas de acordo com a expressão (1.1) para o fluxo,

$$\frac{F}{F(10\text{pc})} = \frac{L}{4\pi r^2} \frac{4\pi (10\text{pc})^2}{L} = \frac{100\text{pc}^2}{r^2} \quad (1.9)$$

em que  $r$  é a distância da estrela. Substituindo este resultado na equação (1.8),

$$m - M = -2,5 \log \frac{100\text{pc}^2}{r^2} \quad (1.10)$$

$$= -2,5 \log 100\text{pc}^2 + 2,5 \log r^2 \quad (1.11)$$

$$= 5 \log r - 5 \quad (1.12)$$

e definindo o módulo de distância  $\mu$  como,

$$\mu = m - M \quad (1.13)$$

obtemos a expressão,

$$\mu = m - M = 5 \log r - 5 \quad (1.14)$$

lembrando que a distância  $r$  deve ser medida em parsecs. Evidenciando  $r$ , obtemos uma expressão para calcular a distância,

$$r = 10^{0,2(m-M+5)} \quad \text{ou} \quad r = 10^{0,2(\mu+5)} \quad [\text{pc}]. \quad (1.15)$$

### 1.1.4 Sistemas de magnitudes

A magnitude aparente  $m$  que observamos nos telescópios depende do detector utilizado, do filtro aplicado e das configurações do telescópio. Geralmente a sensibilidade de um detector não é a mesma para diferentes comprimentos de onda. Assim, o fluxo medido pelo equipamento é uma parcela do fluxo total da estrela.



Portanto, sistemas de magnitudes foram desenvolvidos. Estes sistemas são conjuntos de filtros que permitem o equipamento coletar apenas uma determinada faixa de comprimento de onda. Um dos sistemas mais utilizados é o conjunto UBV (ultravioleta, azul e visível) desenvolvido por Johnson e Morgan (1953). Alguns anos mais tarde, Cousins (1973) adaptou o trabalho de Johnson para o hemisfério sul. Outro conjunto comumente utilizado é o sistema UBVRIJKL (Johnson, 1966). A tabela 1.2 mostra o comprimento de onda efetivo  $\lambda_{eff}$  e a largura de banda  $\Delta\lambda$  de alguns filtros utilizados na detecção de fluxo.

TABELA 1.2: Filtros, comprimento de onda efetivo e largura da banda.

Cor	$\lambda_{eff}$ (nm)	$\Delta\lambda$ (nm)
U	366	65
B	436	89
V	545	84
R	641	158
I	798	154

Fonte: Extraído de Catelan e Smith, 2015.

### 1.1.5 Magnitude bolométrica

Em um caso ideal, seria possível medir todo o espectro magnético em um único aparelho. Essa medida seria a *magnitude bolométrica*. Infelizmente, é difícil realizar esta medida pois a nossa atmosfera absorve parte da radiação e também precisamos de diferentes detectores para determinadas frequências.

A magnitude bolométrica ( $m_{bol}$ ) pode ser obtida pela magnitude visual ( $m_V$ ),

$$m_{bol} = m_V - BC \quad (1.16)$$

em que  $BC$  é a correção bolométrica. Por definição, esta correção possui valor zero para estrelas parecidas com o nosso Sol e possui valores maiores para estrelas mais quentes ou mais frias do que o Sol.

### 1.1.6 Extinção atmosférica

A nossa atmosfera não é inteiramente transparente. Embora permita a passagem de luz visível, a atmosfera absorve radiação ultravioleta e várias bandas do infravermelho. Também, existem diversas moléculas que desviam a luz em todas as direções e absorvem parte da radiação reemitindo em praticamente todos os comprimentos de onda. Toda essa perda em radiação devida aos constituintes da atmosfera é chamada de *extinção atmosférica*. Quanto maior a quantidade de ar atravessada pela luz, maior a extinção. Este é um dos motivos que os telescópios terrestres são localizados em lugares altos como montanhas.

Para corrigir este efeito, a magnitude observada em um determinado comprimento de onda pode ser escrita como,

$$m_{\lambda} = m_{\lambda_0} + K_{\lambda} \cdot X \quad (1.17)$$

em que  $m_{\lambda_0}$  é a magnitude em um determinado comprimento de onda no alto da atmosfera,  $K_{\lambda}$  é o coeficiente de extinção e  $X$  é a massa de ar, que depende do ângulo de observação.

### 1.1.7 Extinção interestelar

Devido a presença de poeira no meio interestelar, parte da radiação emitida por alguma fonte é absorvida, desviada e geralmente reemitida em outro comprimento de onda. Toda a perda de radiação devido ao meio interestelar é chamada de *extinção interestelar*. Este desvio que ocorre na radiação causa um desvio para o vermelho no espectro de frequência da luz. Por causa disto, devemos fazer uma correção na formula (1.14) da magnitude aparente observada.

Sendo a extinção interestelar representada pela letra  $A_{\lambda}$  com um subscrito indicando a banda espectral, a correção na magnitude absoluta para um determinado

comprimento de onda a uma distância  $r$  será,

$$m_\lambda - M_\lambda - A_\lambda = 5 \log r - 5 \quad (1.18)$$

$$M_\lambda = m_\lambda - A_\lambda - 5 \log r + 5. \quad (1.19)$$

e da mesma forma, a correção para o calculo da distância será,

$$r = 10^{0.2(m-M+5-A_\lambda)}. \quad (1.20)$$

### 1.1.8 Data Juliana

A data Juliana (sigla JD) foi proposta por Josephus Justus Scalinger em 1583. Com esta data é possível calcular facilmente o intervalo de tempo entre um evento astronômico e outro, pois este formato de medir tempo não possui meses e nem anos, apenas mede a quantidade de dias solares médios decorridos desde 1 de Janeiro de 4713 a.C. (início da era Juliana).

### 1.1.9 Curva de luz

A curva de luz de uma estrela é simplesmente o gráfico de sua magnitude aparente versus tempo, ou seja, um gráfico dos dados obtidos pelo telescópio, como mostra a figura 1.1. A partir desses dados que os métodos de detecção de período operam e, no momento em que se define o período da estrela, é possível construir a curva de luz no espaço de fase, como será visto a seguir.

### 1.1.10 Fase e o Espaço de Fase

Quando uma estrela possui um comportamento periódico, a variação em sua magnitude é representada em ciclos iguais. Cada ciclo é uma fase. Se os ciclos são iguais, não importa qual ciclo nós estamos observando, apenas onde nós estamos no ciclo. Com isso, o espaço de fase é uma representação de todos os ciclos

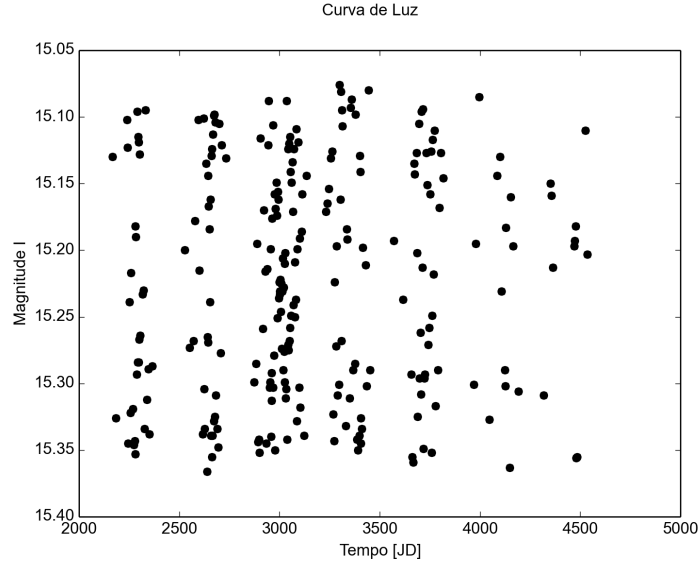


FIGURA 1.1: Exemplo de curva de luz utilizando a Cefeida OGLE-LMC-CEP-0018 do catálogo OGLE. Podemos perceber o espaçamento entre os conjuntos de pontos.

observados em apenas uma fase, ou em apenas um ciclo. Desta forma, os pontos de sobrepõem e formam uma oscilação geral da estrela. A fase é calculada pela seguinte expressão,

$$\phi_i = \frac{t_i}{P} - \left[ \frac{t_i}{P} \right] \quad (1.21)$$

em que  $t_i$  é o  $i$ -ésimo dado do tempo,  $P$  é o período de oscilação da magnitude e a quantidade entre colchetes representa apenas o numero inteiro da divisão. O espaço de fase é o gráfico da magnitude aparente versus a fase.

Quando a série temporal de uma estrela periódica é dividida pelo período correto, será gerado uma dispersão com característica oscilante, como é o caso da figura 1.2a. Se o período utilizado na transformação não for o correto, será gerado uma dispersão aleatória, sem forma definida, como mostra a figura 1.2b.

## 1.2 Introdução Histórica - Estrelas Variáveis

No século 16, acreditava-se que as estrelas eram fixas em posição e com brilho constante. Em 1572, foi observada uma supernova na constelação de Cassiopeia

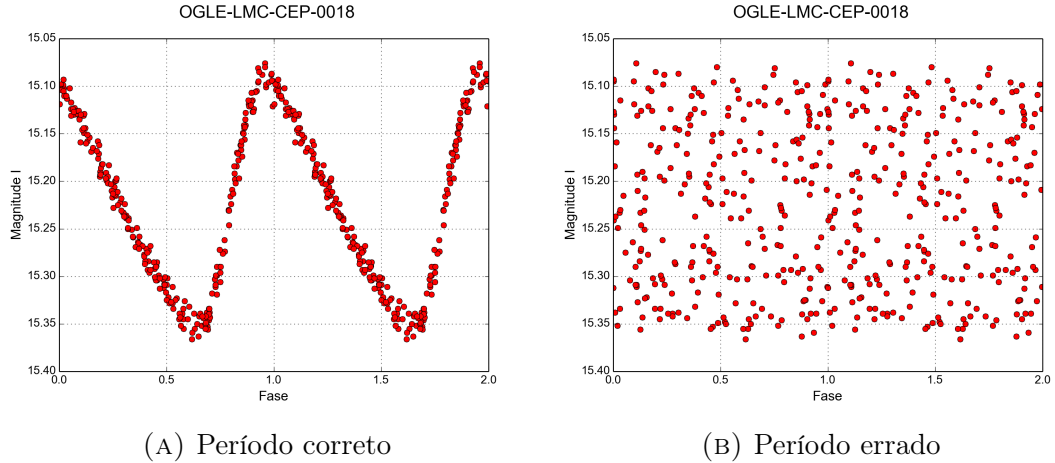


FIGURA 1.2: Exemplos de espaço de fase para a Cefeida OGLE-LMC-CEP-0018 do catálogo OGLE. O espaço de fase da imagem na esquerda foi construído utilizando o período correto da estrela ( $P = 4,0478$ ) e na imagem da direita foi utilizado um período aleatório ( $P = 3,0123$ ).

que atingiu magnitude  $-4$ . Este evento, que foi estudado por Tycho Brahe (1546-1601), fez com que a comunidade astronômica da época voltasse a se interessar pela descobertas de novas estrelas. Alguns anos mais tarde, em 1596, o holandês David Fabricius (1564-1617) fez o primeiro registro de variação em brilho de uma estrela na constelação da Baleia (Cetus). Essa estrela foi observada em agosto e em outubro havia desaparecido. Em 1603, Johann Bayer observou a mesma estrela e deu o nome de omicron ( $O$ ) Ceti, porém não sabia que era a mesma estrela que Fabricius havia observado, pois achava que se tratava de uma supernova. Em 1638, Johannes Holwarda (1618-1651) observou novamente  $O$  Ceti. Em 1662, Johannes Hevelius (1611-1687) fez um estudo detalhado da estrela e a renomeou, chamando-a de Mira Ceti (a Maravilhosa). Ismael Bullialdus (1605-1694) percebeu que o pico de magnitude da estrela ocorria sempre um mês mais cedo a cada ano, descobrindo a natureza cíclica de sua variação de brilho. Bullialdus publicou em 1667 que o período de oscilação era de 333 dias. Essa estrela foi a primeira variável a ter o período conhecido e virou referência para as estrelas variáveis de períodos longos, conhecidas hoje em dia como as *variáveis Mira*.

Em 1784, o inglês Jonh Goodricke (1764-1786) descobriu a variação no brilho

da estrela  $\delta$  Cephei. Ele mediu o período 5d8h. No mesmo ano, o inglês Edward Pigott (1753-1825) descobriu a variabilidade de  $\eta$  Aquilae. Ambas estrelas se tornaram os protótipos da classe de *variáveis Cefeidas*.

Em 1912, a americana Henrietta Swan Leavitt (1868-1921) derivou uma relação entre o período e a luminosidade (também conhecida como lei de Leavitt) para as estrelas Cefeidas localizadas na Pequena Nuvem de Magalhães (Leavitt e Pickering, 1912). Graças a essa relação que em 1913 Hertzsprung foi capaz de calcular a primeira determinação de distância da Pequena Nuvem (Hertzsprung, 1913). Utilizando a mesma relação, Hubble determinou a distância de Andrômeda em 1923.

## 1.3 Introdução Histórica - Técnicas de Observação

O primeiro dispositivo utilizado na observação de estrelas variáveis foi o olho humano. Embora este dispositivo nos seja muito útil no dia a dia, para a observações de estrelas não seria o mais adequado, pois a sua precisão para captar brilho é baixa ( $\approx 0.1$ ), o que faz com que apenas estrelas com variação de algumas unidades de magnitude nos chamaria a atenção. Da mesma forma, a percepção de mudanças no céu noturno não é possível com observações feitas em telescópios. Apenas com a introdução da placas fotográficas é que foi possível ter um controle mais efetivo desta variações.

### 1.3.1 Métodos fotográficos

As primeiras fotografias astronômicas foram obtidas em torno de 1850 e 1860 utilizando o Daguerreótipo (ou método de Daguerre), que consistia em fixar a imagem em uma placa de cobre com uma fina camada de prata. Devido a sua limitação para variações em luminosidade, apenas fotos da Lua, Sol e estrelas mais brilhantes foram obtidas por este método. Apenas com o advento do método

de placa seca em 1871 foi possível melhorar as observações de estrelas variáveis. Porém, identificar estrelas variáveis em placas fotográficas era um trabalho tedioso. Uma única imagem do céu noturno poderia conter milhares de estrelas. Uma forma utilizada para tentar identificar as variações de brilho seria utilizar uma série de 10 ou mais fotografias da mesma porção do céu, fazer divisões nas fotografias e comparar todas elas para perceber variações nos brilhos das estrelas. Através desta técnica aplicada em clusters globulares, o astrônomo Solon Bailey detectou mais de 500 variáveis (Bailey, 1902).

Outros métodos surgiram para aprimorar a identificação das estrelas variáveis. Um desses métodos seria a sobreposição dos negativos e positivos da mesma fotografia. No positivo, as estrelas seriam brancas em um fundo escuro enquanto que no negativo seria o oposto. Se o brilho de uma estrela variasse, a imagem negativa seria menor ou maior do que a imagem positiva.

Uma das principais ferramentas utilizadas para analisar as fotografias de estrelas era o dispositivo chamado *Comparador Blink* (do inglês, *Blink Comparator*). Nesse dispositivo, duas placas fotográficas eram analisadas, uma por cada olho do observador. Se as imagens fossem iguais, não seria identificado variação, porém alguma variação no brilho de uma imagem para a outra seria percebida pela mudança de tamanho da estrela entre as imagens.

Embora a quantidade de estrelas variáveis descobertas a partir de 1880 aumentou drasticamente devido aos métodos fotográficos, essa técnica não consegue identificar pequenas variações no brilho, apenas variações em torno de um terço da magnitude máxima da estrela, fazendo com que uma parcela das estrelas não fossem identificadas. Assim, surgiu a necessidade de algum método mais efetivo.

### 1.3.2 Métodos fotoelétricos

O desenvolvimento da fotometria fotoelétrica ocorreu na década de 40. Esses métodos captam a luz em uma célula fotossensível que converte o fluxo de fótons

recebido em sinal elétrico através do efeito fotoelétrico. Os sistemas de magnitudes (filtros) foram desenvolvidos para estes tipos de equipamentos.

Os primeiros dispositivos desta época utilizavam placas de selênio e eram capazes de captar o brilho de apenas um objeto por vez. A magnitude de uma estrela era obtido fazendo a leitura do brilho da estrela e do céu noturno a sua volta, após era feita a leitura apenas de uma porção do céu e subtraído da leitura da estrela.

Uma das revoluções nesta área de observação ocorreu com a utilização das células fotomultiplicadoras na astronomia em 1936 pela Radio Corporation of America (RCA) (Miles, 2007). As vantagens dessas células são a amplificação do sinal observado, o que melhorou a precisão das medidas, maior faixa de detecção (640nm até a faixa do vermelho) e menor ruído. Embora a célula fotomultiplicadora tenha trazido grandes avanços na astronomia observacional, essa tecnologia ainda era limitada a observar objetos individuais. A grande revolução ocorreu com a utilização dos detectores em área.

### 1.3.3 Detectores em área

Em 1969 as placas CCD (do inglês, *Charged Coupled Device*) foram criadas no Bell Laboratories nos Estado Unidos. Esse dispositivo apresenta alta sensibilidade espectral, podendo ser utilizado em faixas de 350 a 1000nm. Também, possui a habilidade de detectar luz em área quando dispostas em conjunto (chamado de *CCD Array*) e habilidade de transformar a observação em sinal digital sendo possível analisar as imagens em computadores, facilitando o trabalho de detecção de periodicidades através dos métodos de detecção de períodos.

Atualmente, as placas CCD são os dispositivos utilizados no grandes projetos de levantamento de dados astronômicos (*Surveys*). Um destes projetos é o OGLE que atualmente está atuando em sua quarta fase. A terceira fase (Udalski et al., 2008) que já esta completa e possui seus dados públicos<sup>1</sup> e utilizados nesse

---

<sup>1</sup><http://ogledb.astrow.edu.pl/~ogle/CVS/>



trabalho, monitorou mais de 200 milhões de estrelas nas Nuvens de Magalhães e se espera detectar em torno de um milhão de estrelas variáveis .

## 1.4 Detecção de Períodos

A busca por periodicidades na curva de luz de uma estrela variável é um dos mais importantes processos na análise de dados observacionais. A importância desse processo é devido as grandezas físicas que podemos derivar a partir do período. Dentro dessas grandezas, a distância é sem duvidas uma das mais importantes, pois a determinação de distâncias astronômicas é um dos problemas fundamentais da astronomia.

Devido a importância na determinação de períodos, diversos métodos surgiram ao longo dos anos. Uma técnica comum para demonstrar os períodos em um dado seria o *Periodograma* ou *Espectro de Potência*. Neste método, a intensidade do sinal gerado através dos dados é mostrado em um gráfico versus o período. Os picos desse gráfico seriam o período principal com os seu harmônicos. Alguns desse métodos utilizam o método dos mínimos quadrados para ajustar uma função com período conhecido à curva de luz da estrela (Lomb, 1976). Outros determinam o período através dos picos no espectro de Fourier (Ferraz-Mello, 1981) ou fazem análise de variância nesses picos (Schwarzenberg-Czerny, 1989). Ou também, calculam a minimização da dispersão dos pontos observacionais no espaço de fase (Cincotta et al., 1999; Cincotta, Mendez e Nunez, 1995; Graham et al., 2013b).

Um dos principais problemas na determinação de períodos está nos dados observacionais. Dados que contenham uma semana de observação são impróprios para objetos que possuem período na ordem de anos. Para calcularmos o período com confiança, precisamos que o tempo de observação seja de pelo menos o dobro do tempo do período, de acordo com o *Teorema de Nyquist*. Se esta condição não é satisfeita, podemos obter mais de um período ou o período errado para o nosso

dado (este efeito é conhecido como *Aliasing*). Outro motivo de erro nos dados são os espaçamentos entre as observações. Devido a estes espaçamento, as técnicas de detecção de períodos podem identificar períodos que aparentemente produzem uma curva de luz adequada, mas que não são os períodos corretos, sendo uma fonte de Aliasing. Alguns motivos para espaçamento entre os dados são a disponibilidade do telescópio, a limitação de observação para o turno da noite e a posição da lua nos telescópios terrestres, o que pode fazer com que as observações sejam espaçadas por até um mês. Por esses motivos apresentados, seria interessante aprimorar técnicas que sejam independentes deste espaçamento entre os dados, como as técnicas que utilizam a dispersão da curva de luz no espaço de fase, técnica utilizado pelo método aplicado neste trabalho.

# Capítulo 2

## Estrelas Variáveis

As estrelas variáveis são uma classificação de estrelas que apresentam alguma variação na sua magnitude aparente. Elas são classificadas em dois grandes grupos, variáveis extrínsecas e variáveis intrínsecas, devido aos motivos dessa variação. Essa família de estrelas possui grande importância pois são utilizadas como velas padrões e, através da relação período-luminosidade, são utilizadas para determinar distâncias astronômicas. Ao longo deste capítulo será abordada brevemente a história dessa classe de estrelas assim como a sua classificação.

### 2.1 Variáveis extrínsecas

### 2.2 Variáveis intrínsecas

# Capítulo 3

## Metodologia

### descrição das técnicas em detalhes

A busca por periodicidades na curva de luz de uma estrela variável é um dos mais importantes processos na análise de dados observacionais. A importância desse processo é devido as grandezas físicas que podemos derivar a partir do período. Dentro dessas grandezas, a distância é sem duvidas uma das mais importantes pois, a determinação de distâncias astronômicas é um dos problemas fundamentais da astronomia.

Devido a importância na determinação de períodos, diversos métodos surgiram ao longo dos anos. Uma técnica comum para demonstrar os períodos em um dado seria o *Periodograma* ou *Espectro de Potência*. Neste método, a intensidade do sinal gerado através dos dados é mostrado em um gráfico versus o período. Os picos desse gráfico seriam o período principal com os seu harmônicos. Alguns desse métodos utilizam o método dos mínimos quadrados para ajustar uma função com período conhecido à curva de luz da estrela (Lomb, [1976](#)). Outros determinam o período através dos picos no espectro de Fourier (Ferraz-Mello, [1981](#)) ou fazem análise de variância nesses picos (Schwarzenberg-Czerny, [1989](#)). Ou também, calculam a minimização da dispersão dos pontos observacionais no espaço de fase (Cincotta et al., [1999](#); Cincotta, Mendez e Nunez, [1995](#); Graham et al., [2013b](#)).

Um dos principais problemas na determinação de períodos está nos dados observacionais. Dados que contenham uma semana de observação são impróprios

para objetos que possuem período na ordem de anos. Para calcularmos o período com confiança, precisamos que o tempo de observação seja de pelo menos o dobro do tempo do período, de acordo com o *Teorema de Nyquist*. Se esta condição não é satisfeita, podemos obter mais de um período ou o período errado para o nosso dado (este efeito é conhecido como *Aliasing*). Outro motivo de erro nos dados são os espaçamentos entre as observações. Devido a estes espaçamento, as técnicas de detecção de períodos podem identificar períodos que aparentemente produzem uma curva de luz adequada mas que não são os períodos corretos, sendo uma fonte de Aliasing. Alguns motivos para espaçamento entre os dados são a disponibilidade do telescópio, a limitação de observação para o turno da noite e a posição da lua nos telescópios terrestres, o que pode fazer com que as observações sejam espaçadas por até um mês. Por estes motivos apresentados, seria interessante aprimorar técnicas que sejam independentes deste espaçamento entre os dados, como as técnicas que utilizam a dispersão da curva de luz no espaço de fase, técnica utilizado pelo método aplicado neste trabalho.

## 3.1 Amostragem

A vantagem de utilizar as RRLyraes AB é tal que a distancia pode ser obtida pela relação  $P-L$  e a extinção pela relação período-cor (Pejcha e Stanek, 2009)

*falar sobre a amostragem das Lyraes e Nyquist*

## 3.2 Analise de Fourier

### 3.2.1 Lomb-Scargle

### 3.2.2 Entropia de Shannon

Na teoria de informação, a entropia, ou entropia de Shannon, é a medida de incerteza de uma variável. A entropia de Shannon mede a falta de informação

do nosso sistema, ou seja, quanto maior o seu valor mais incorreto a variável que estamos medindo. Desta forma, vamos procurar pela minimização da entropia no nosso espaço de fase.

Podemos observar que, no caso da figura 1.2a, os pontos se sobrepõem e formam uma curva. Assim, fazendo repartições no dimensão da fase e da magnitude, podemos calcular a probabilidade dos pontos estarem localizados em cada um dos quadrados formados por estas repartições em relação a coluna em que eles estão e somá-los para obter uma grandeza. Esta grandeza é a entropia condicional, que é calculada pela seguinte formula (Graham et al., 2013b),

$$H_c = \sum_{i,j} p(m_i, \phi_j) \ln \left( \frac{p(\phi_j)}{p(m_i, \phi_j)} \right) \quad (3.1)$$

onde  $p(m_i, \phi_j)$  é a probabilidade de ocupação na  $i$ -ésima repartição da magnitude e na  $j$ -ésima repartição da fase e  $p(\phi_j)$  é a probabilidade de ocupação na  $j$ -ésima repartição da fase. No caso de repartições retangulares,

$$p(\phi_j) = \sum_i p(m_i, \phi_j) \quad (3.2)$$

A entropia de Shannon mede a falta de informação do sistema, ou seja, quanto maior o seu valor, mais incorreto o período. Por isso que buscamos a minimização da entropia. Considerando estes dois exemplos, a probabilidade de de ocupação das repartições é menor na figura 1.2a do que na figura 1.2b. O menor valor de entropia condicional é associado ao período mais provável da estrela (Graham et al., 2013b).

### 3.3 Algoritmo

Foi desenvolvido um algoritmo em Python3 para calcular a entropia condicional de dados pertencentes ao [Catálogo OGLE-III de estrelas variáveis](#). Os dados são

obtidos no formato .dat e possuem três colunas que significam tempo, magnitude e erro. Um exemplo de arquivo pode ser visto na tabela 3.1.

TABELA 3.1: Exemplo de dados

Tempo	Magnitude	Erro
2165,85271	15,130	0,007
2183,83450	15,326	0,008
2238,62899	15,102	0,007
⋮	⋮	⋮

Um loop é iniciado e para o primeiro valor do vetor período, o tempo é transformado em fase. São feitas as repartições para este espaço de fase e são contabilizados a quantidade de pontos em cada repartição. Então a entropia condicional é calculada e este valor é armazenado num vetor entropia. O mesmo é feito para o próximo período do vetor período até que sejam calculados a entropia para todos os dados deste vetor. No fim, o algoritmo indica o menor valor do vetor entropia e qual período esta relacionado com este valor. A figura 3.1 apresenta um fluxograma do algoritmo.

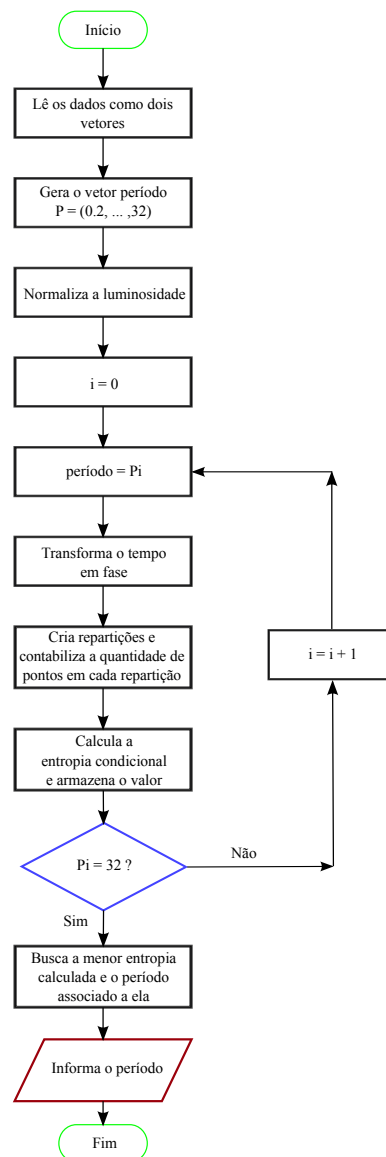


FIGURA 3.1: Fluxograma do algoritmo



# Capítulo 4

## Resultados e Discussão

Como mostrar os resultados de maneira eficiente

### 4.1 resultado parciais

Afim de validar o método, foram calculados os períodos de um total de 25707 estrelas variáveis da Grande Nuvem de Magalhães, das quais 3056 eram Cefeidas clássicas tipo FO e FU, e 22651 eram RRLyraes tipo AB e C. Os resultado obtidos foram comparados com os resultados do catálogo e o percentual de acertos pode ser visto na tabela [4.1](#).

Podemos perceber que para as Cefeidas (estrelas de períodos mais longos) o método apresenta um resultado um pouco melhor se comparado com as RRLyraes (estrelas de período mais curto).

Com estes resultados, podemos confiar no método de entropia condicional, porem, ainda queremos entender melhor o comportamento deste método para dados com diferentes níveis de ruído e com diferentes quantidade de pontos de observação.

TABELA 4.1: Quantidade de dados analisados e resultados corretos

Estrelas	Quantidade	Acertos	Porcentagem
Cefeidas FU	1818	1817	99,94%
Cefeidas FO	1238	1231	99,43%
RRLyraes AB	17693	17540	99,14%
RRLyraes C	4958	4535	91,47%
<b>Total</b>	<b>25707</b>	<b>25123</b>	<b>97,73 %</b>

#### 4.1.1 Dados Sintéticos

Dados sintéticos foram criados a fim de explorar o método e entender até onde podemos utiliza-lo. De acordo com a tabela 4.1, as RRLyraes apresentaram uma taxa menor de acerto então elas foram utilizadas como referencia para construir os dados sintéticos. Assim, foi determinado a partir dos dados qual a variação média entre os pontos de observação para assim calcular a amostragem média dos dados. A amostragem representa a frequência de pontos de observação. Desta forma, foi calculado a amostragem,

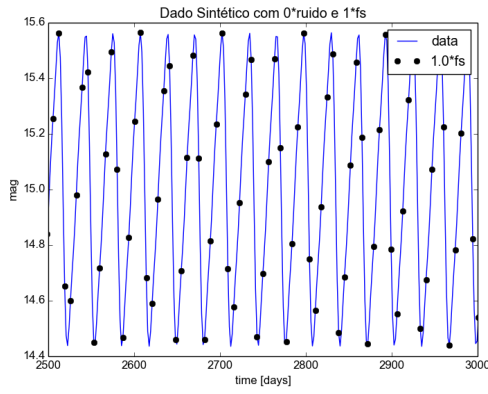
$$f_s = \frac{1}{dt} = 0.1473. \quad (4.1)$$

Obtendo a amostragem, podemos construir dados sintéticos variando a amostragem e o nível de ruído afim de estudar o comportamento do método. De acordo com Graham et al., 2013b e Cincotta, Mendez e Nunez, 1995, para construir dados sintéticos semelhantes com os dados observacionais da maioria dos Surveys de estrelas variáveis, podemos utilizar a seguinte expressão,

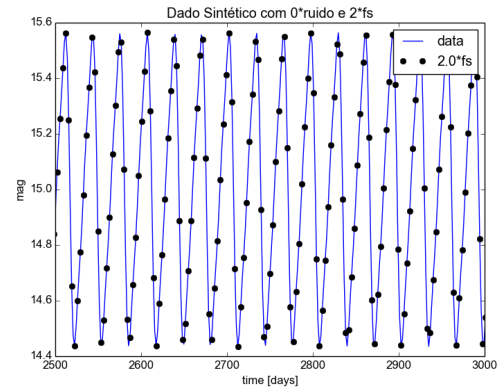
$$m(t) = A_0 + \sum_i^3 A_n \sin\left(\frac{2n\pi t}{P}\right) + \varepsilon\eta \quad (4.2)$$

em que  $\varepsilon$  é um fator de escala para o ruído entre 0.0 e 1.0,  $\eta$  é uma distribuição gaussiana com média zero e desvio unitário e  $P$  é o período médio das RRLyraes que, segundo Soszyński et al., 2009 é de 0.576 dias.

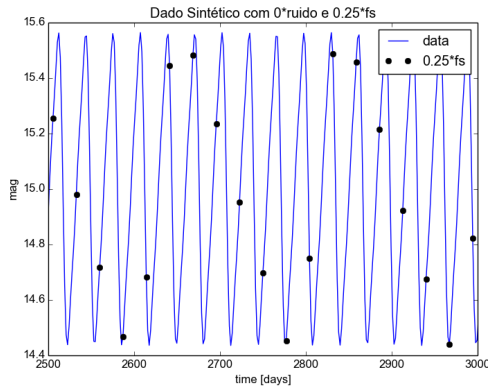
A influencia da amostragem está no vetor  $t$  que é construindo a fim de representar de forma mais fiel possível os dados do Catálogo OGLE-III. Sendo assim, o vetor tempo é construído com os seguinte parâmetros: tempo inicial de 2152.5019 HJD, tempo final de 4539.4593 HJD e espaçamento entre os pontos  $dt = 1/f$  em que  $f = n \times f_s$  e  $n$  é um parâmetro de escala para a amostragem. Os tempos iniciais e finais foram escolhidos desta forma por serem os valores de maior frequência entre os dados das RR Lyraes. Quatro exemplos de curva de luz sintética gerada pelo método acima podem ser vistas na figura 4.1.



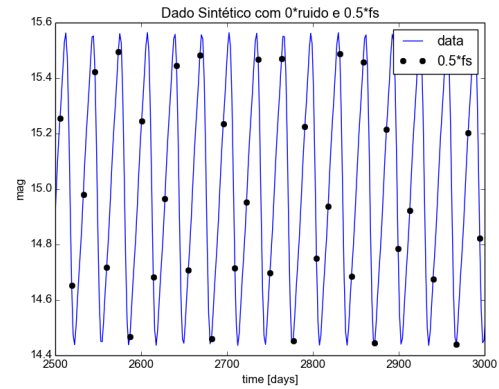
(A) Dado sem ruído e com amostragem padrão



(B) Dado sem ruído com  $n = 2$



(C) Dado sem ruído e com  $n = 1/4$



(D) Dado sem ruído com  $n = 1/2$

FIGURA 4.1: Exemplos curva de luz sintética

Na figura 4.1, os pontos pretos são os pontos de observação e a linha contínua é o dado original com  $n = 1$ . Podemos perceber que quanto maior a amostragem, maior a quantidade de pontos, assim o método aplicado a um dado com

uma grande amostragem deve retornar um período com maior precisão do que comparado à um dado com pequena amostragem.

Então, para estudar a influencia da amostragem nos dados, foram gerados dados sintéticos variando o parâmetro  $n$  da amostragem de 0.25 a 4 com intervalo de 0.25 e variando o fator de escala  $\varepsilon$  de 0.0 até 1.0 com intervalo de 0.05 assim obtendo 300 curvas de luz. No momento, estamos pensando em como demonstrar os resultados obtidos. Uma forma para demonstrar os dados é fazendo um mapa de cor entre ruído e amostragem onde a cor representa o valor  $|(P - P_0)/P_0|$ , ou seja, quanto que o período calculado está variando em relação ao período original. O mapa de cor é feito em escala de cinza, em que a cor mais escura representa o valor 0 (período calculado = período real) e quanto mais clara a cor, maior o desvio do período.

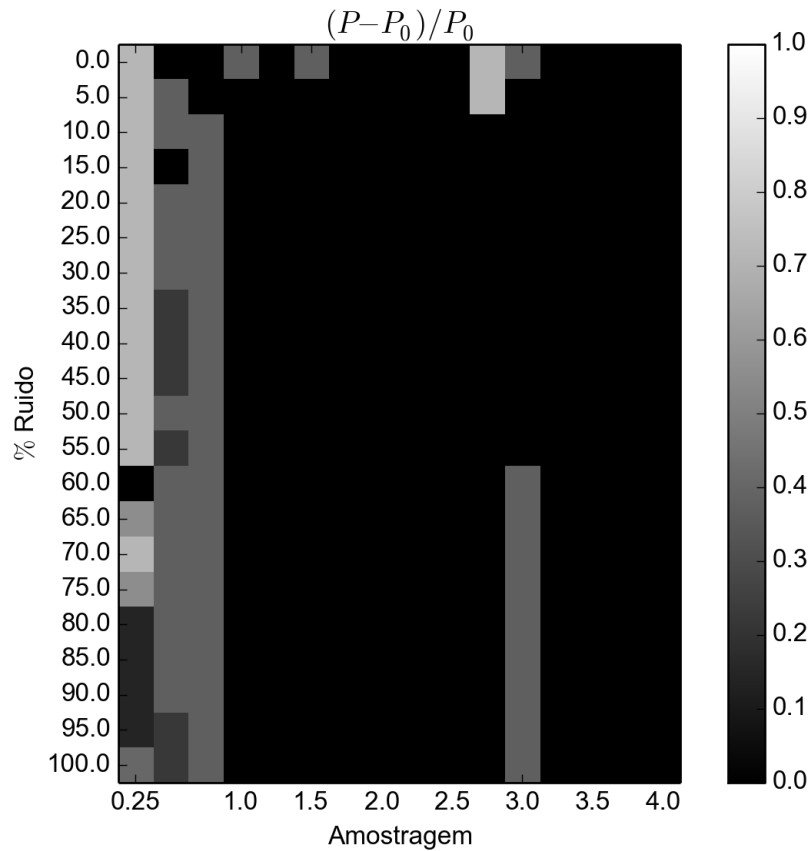


FIGURA 4.2: Resultados obtidos em escala de cinza

Os valores iguais a zero (cor preta) representam as configurações em que o método de entropia condicional calculou o período corretamente.

Com esta análise, é possível construir uma ferramenta que nos indica como os dados influenciam no resultado do método, ou ainda, partindo do resultado que se espera obter, é possível escolher como a observação deve ser feita.

# Bibliografia

- Bailey, Solon Irving (1902). “A discussion of variable stars in the cluster  $\omega$  Centauri”. Em: *Annals of the Astronomical Observatory of Harvard College* ; v. 38. URL: <http://adsabs.harvard.edu/abs/1902AnHar..38....1B>.
- Catelan, M. e H. A. Smith (2015). *Pulsating Stars*. Jonh Wiley & Sons. ISBN: 9783527655205.
- Cincotta, P. M., M. Mendez e J. A. Nunez (1995). “Astronomical Time Series Analysis. I. A Search for Periodicity Using Information Entropy”. Em: *The Astrophysical Journal* 449, p. 231. DOI: [10.1086/176050](https://doi.org/10.1086/176050).
- Cincotta, Pablo M. et al. (1999). “Astronomical time-series analysis – II. A search for periodicity using the Shannon entropy”. Em: *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 302.3, pp. 582–586. ISSN: 0035-8711. DOI: [10.1046/j.1365-8711.1999.02128.x](https://doi.org/10.1046/j.1365-8711.1999.02128.x). URL: <http://adsabs.harvard.edu/abs/1999MNRAS.302..582C>.
- Cousins, A. W. J. (1973). “Revised zero points and UBV photometry of stars in the Harvard E and F regions.” Em: *Mem. R. Astron. Soc.* 77. URL: <http://adsabs.harvard.edu/abs/1973MmRAS..77..223C>.
- Ferraz-Mello, S. (1981). “Estimation of Periods from Unequally Spaced Observations”. Em: *The Astronomical Journal* 86, p. 619. DOI: [10.1086/112924](https://doi.org/10.1086/112924).
- Graham, M. J. et al. (2013a). “A comparison of period finding algorithms”. Em: *Monthly Notices of the RAS* 434, pp. 3423–3444. DOI: [10.1093/mnras/stt1264](https://doi.org/10.1093/mnras/stt1264). arXiv: [1307.2209](https://arxiv.org/abs/1307.2209) [astro-ph.IM].

- Graham, M. J. et al. (2013b). “Using conditional entropy to identify periodicity”. Em: *Monthly Notices of RAS* 434, pp. 2629–2635. DOI: [10.1093/mnras/stt1206](https://doi.org/10.1093/mnras/stt1206). arXiv: [1306.6664](https://arxiv.org/abs/1306.6664) [astro-ph.IM].
- Hertzsprung, Ejnar (1913). “Über die räumliche Verteilung der Veränderlichen vom  $\delta$  Cephei-Typus”. Em: *Astronomische Nachrichten* 196. URL: <http://adsabs.harvard.edu/abs/1913AN....196..201H>.
- Johnson, Harold L (1966). “Astronomical Measurements in the Infrared”. Em: *Annual Review of Astronomy and Astrophysics* 4.1, pp. 193–206. ISSN: 0066-4146. DOI: [10.1146/annurev.aa.04.090166.001205](https://doi.org/10.1146/annurev.aa.04.090166.001205). URL: <http://www.annualreviews.org/doi/abs/10.1146/annurev.aa.04.090166.001205>.
- Johnson, Harold L. e W. W. Morgan (1953). “Fundamental stellar photometry for standards of spectral type on the revised system of the Yerkes spectral atlas”. Em: *The Astrophysical Journal* 117, p. 313. ISSN: 0004-637X. DOI: [10.1086/145697](https://doi.org/10.1086/145697). URL: <http://labs.adsabs.harvard.edu/adsabs/abs/1953ApJ...117..313J>.
- Karttunen, H. et al. (2007). *Fundamental Astronomy*. 5<sup>a</sup> ed. Springer. ISBN: 3540001794,978-3-540-00179-9.
- Kepler, S.O. e M. F. Saraiva (2013). *Astronomia & Astrofísica*. Livraria da Física.
- Kraft, Robert P. (1960). “Color Excesses for Supergiants and Classical Cepheids. II . The Period-Color Relation for Classical Cepheids.” Em: *The Astrophysical Journal* 132, p. 404. ISSN: 0004-637X. DOI: [10.1086/146938](https://doi.org/10.1086/146938). URL: <http://adsabs.harvard.edu/abs/1960ApJ...132..404K>.
- Leavitt, Henrietta S. e Edward C. Pickering (1912). “Periods of 25 Variable Stars in the Small Magellanic Cloud.” Em: *Harvard College Observatory Circular* 173. URL: <http://adsabs.harvard.edu/abs/1912HarCi.173....1L>.
- Lomb, N. R. (1976). “Least-squares frequency analysis of unequally spaced data”. Em: *Astrophysics and Space Science* 39, pp. 447–462. DOI: [10.1007/BF00648343](https://doi.org/10.1007/BF00648343).

- Miles, R. (2007). “A light history of photometry: from Hipparchus to the Hubble Space Telescope”. Em: *Journal of the British Astronomical Association*. URL: <http://adsabs.harvard.edu/abs/2007JBAA...117..172M>.
- Payne, Cecilia H. (1930). “On the Relation of Period to Mean Density for Cepheid Variables”. Em: *Harvard College Observatory Bulletin No. 876*. URL: <http://adsabs.harvard.edu/abs/1930BHar0.876...28P>.
- Pejcha, Ondřej e K. Z. Stanek (2009). “THE STRUCTURE OF THE LARGE MAGELLANIC CLOUD STELLAR HALO DERIVED USING OGLE-III RR Lyr STARS”. Em: *The Astrophysical Journal* 704.2, pp. 1730–1734. ISSN: 0004-637X. DOI: [10.1088/0004-637X/704/2/1730](https://doi.org/10.1088/0004-637X/704/2/1730). URL: <http://adsabs.harvard.edu/abs/2009ApJ...704.1730P>.
- Schwarzenberg-Czerny, A. (1989). “On the advantage of using analysis of variance for period search”. Em: *Monthly Notices of the RAS* 241, pp. 153–165.
- Soszyński, I. et al. (2009). “The Optical Gravitational Lensing Experiment. The OGLE-III Catalog of Variable Stars. III. RR Lyrae Stars in the Large Magellanic Cloud”. Em: *Acta Astronomica* 59, pp. 1–18. arXiv: [0903.2482](https://arxiv.org/abs/0903.2482) [astro-ph.SR].
- Udalski, A. et al. (2008). “The Optical Gravitational Lensing Experiment. Final Reductions of the OGLE-III Data”. Em: p. 13. arXiv: [0807.3884](https://arxiv.org/abs/0807.3884). URL: <http://arxiv.org/abs/0807.3884>.