

espaço de fase é o gráfico da magnitude aparente versus a fase.

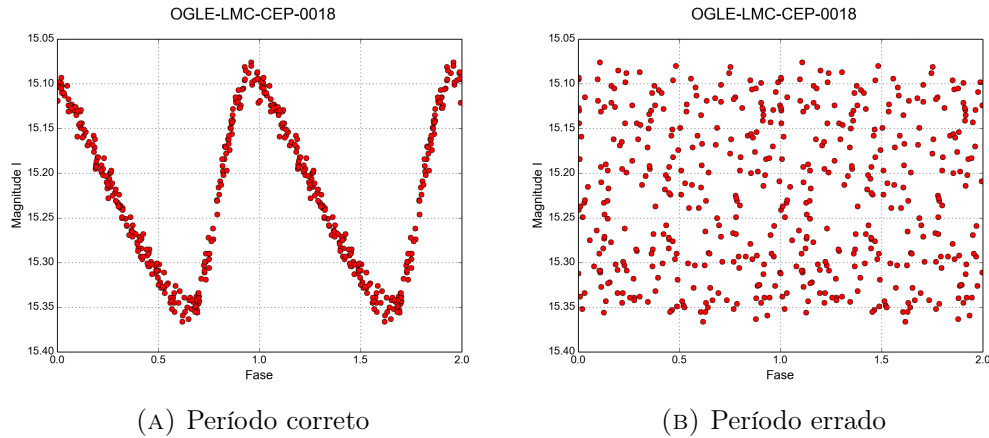


FIGURA 1.2: Exemplos de espaço de fase para a Cefeida OGLE-LMC-CEP-0018 do catálogo OGLE. O espaço de fase da imagem na esquerda foi construído utilizando o período correto da estrela ($P = 4,0478$) e na imagem da direita foi utilizado um período aleatório ($P = 3,0123$).

Quando a série temporal de uma estrela periódica é dividida pelo período correto, será gerado uma dispersão com característica oscilante, como é o caso da figura 1.2a. Se o período utilizado na transformação não for o correto, será gerado uma dispersão aleatória, sem forma definida, como mostra a figura 1.2b.

1.1.11 Classificação Espectral

A classificação espectral é uma forma de dividir as estrelas em relação aos elementos observados em seu espectro e em relação a sua temperatura. Esse método de classificação foi desenvolvido no laboratório de Harvard, nos Estados Unidos, no início do século XX.

A classificação foi desenvolvida por Williamina Fleming (1857-1911), Antonia Caetana de Paiva Pereira Maury (1886-1952) e Annie Jump Cannon (1863-1941) que classificaram 225000 estrelas até magnitude 9. Esse trabalho foi publicado no *Henry Draper Catalogue*. A classificação espectral assim como a cor correspondente das estrelas, temperatura efetiva e as características das linhas espectrais podem ser vista na tabela 1.3.

TABELA 1.3: Classificação Espectral.

Tipo Espectral	Cor	T_{eff} K	Linhas no Espectro
O	Azul	20000 a 40000	HeII e HI
B	Branca-azulada	15000	HeI e HI
A	Branca	9000	HI
F	Branca-amarelada	7000	HI e CaII
G	Amarela	5500	HI e CaII
K	Laranja	4000	Linhas Metálicas
M	Vermelha	3000	CaI

Fonte: Extraído de Kepler e Saraiva (2013).

1.1.12 Diagrama H-R

O Diagrama H-R foi descoberto por Ejnar Hertzsprung (1873-1967) e Henry Russell (1877-1957) em 1913. Esse diagrama apresenta uma relação entre a luminosidade de uma estrela e a sua temperatura superficial. Hertzsprung descobriu que estrelas com uma mesma cor podiam ser divididas pela sua luminosidade, chamando as mais luminosas de gigantes e as menos luminosas de anãs.

No diagrama H-R (figura 1.3) o eixo das abcissas representa a temperatura que cresce para a esquerda e o eixo das ordenadas representa a luminosidade. Podemos dividir o diagrama em algumas seções. Uma dessas seções é a *Sequência Principal* que cobre a faixa na diagonal que vai do extremo direito inferior (estrelas frias e pouco luminosas) até o extremo esquerdo superior (estrelas quentes e muito luminosas). Na região superior direita acima da sequência principal há uma região chamada *Gigantes Vermelhas* pois é onde esses tipos de estrelas se localizam. Essas estrelas são frias porém luminosas, o que indica um tamanho maior. Acima das Gigantes Vermelhas há a região das *Supergigantes* que apresentam grande luminosidade. Por fim, no canto inferior esquerdo há a região das *Anãs Brancas*, estrelas quentes e pouco luminosas, o que indica o seu tamanho reduzido.

Um fator que determina a posição de uma estrela no digrama H-R é a sua massa. Quanto mais massiva a estrela, mais quente e luminosa ela se torna.

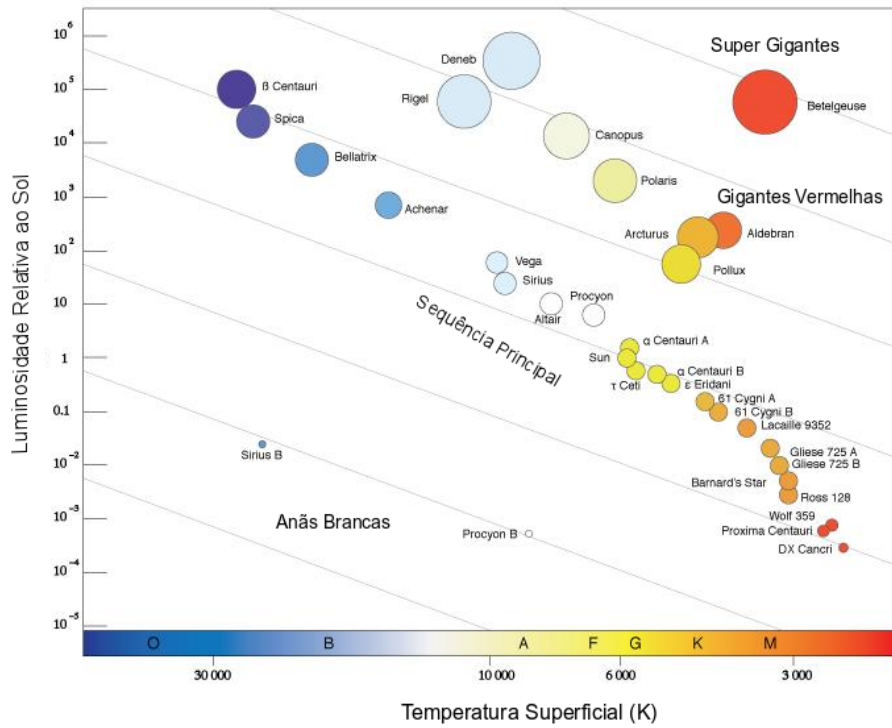


FIGURA 1.3: Diagrama H-R. O eixo das abscissas representa a temperatura superficial da estrela e por convenção cresce para a esquerda. Nesse mesmo eixo podemos ver a classificação espectral. O eixo das ordenadas representa a luminosidade das estrelas relativa com a luminosidade do Sol. As linhas diagonais no diagrama representam o tamanho do raio da estrela, quanto mais para o topo do diagrama, maior o raio da estrela. Disponível em <<http://henrietta.iaa.es/el-harén-de-pickering-antonia-c-maury>>. Acessado e adaptado em maio de 2016.

Também é possível interpretar o diagrama como uma relação entre massa e temperatura, pois a luminosidade é proporcional a massa da estrela.

Existe uma versão do diagrama H-R para estrelas variáveis. Nele é possível ver a localização de diversos tipos dessas estrelas. Essa versão do diagrama pode ser visto na figura 1.4. Nesse diagrama uma região importante é a chamada *faixa de instabilidade* onde se localizam a maioria das estrelas variáveis pulsantes. Essa região é localizada entre as linhas tracejadas da figura 1.4.

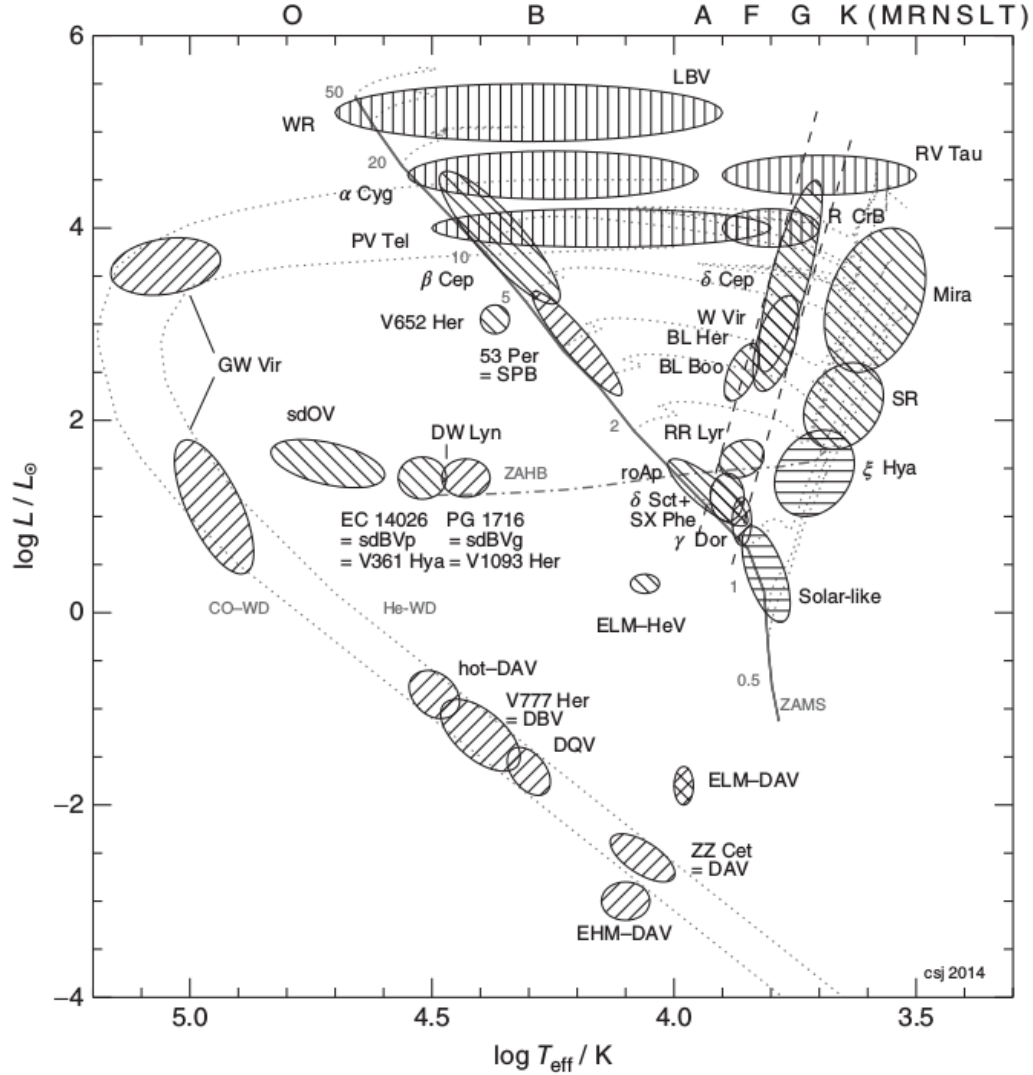


FIGURA 1.4: Diagrama H-R para estrelas variáveis. A sequência principal é representada pela linha sólida. A faixa entre as linhas tracejadas representam a faixa de instabilidade onde estão localizadas diversas estrelas pulsantes. Adaptado de Catelan (2015).

1.1.13 Pulsação Estelar

Estrelas pulsam, ou vibram, de forma análoga a instrumentos de corda ou de sopro. Cada instrumento possui uma frequência fundamental de vibração e o formato do instrumento determina a sua frequência natural de vibração e seus harmônicos, que são múltiplos inteiros da frequência natural. A combinação destas frequências, amplitudes e fases dos harmônicos definem o timbre do instrumento,

ou seja, o seu som característico. Logo, o formato interno do instrumento gera um som característico e, a partir das frequências emitidas podemos inferir o formato interno do instrumento.

De forma análoga, através da pulsação nos podemos determinar o formato interno da estrela. Porém, as estrelas não possuem harmônicos de vibração, elas possuem sobretons. Um sobreton é qualquer frequência a cima da frequência natural de pulsação. Tecnicamente, os harmônicos são sobretons, mas nem todos sobretons são harmônicos. Dentro da astrofísica há um ramo chamado de astrosismologia que tem como objetivo medir a velocidade do som dentro das estrelas e determinar os parâmetros da estrutura interna destes corpos celestes. Portanto, a pulsação das camadas externas das estrelas nos dão informação a respeito dos processos que ocorrem no interior da estrela.

Porém, diferente de instrumentos onde há apenas ondas sonora se propagando, nas estrelas ocorrem os modos P (ondas sonoras) e modos G de pulsação. Estes modos também são chamados respectivamente de modos de pressão e modos de gravidade. Para entender melhor como ocorre a pulsação nas estrelas, vamos analisar alguns casos mais simples.

1.1.13.1 Oscilação em uma corda

No caso de oscilação mais simples, temos uma corda oscilando unidimensionalmente com as suas extremidades fixas. As frequências de oscilação dependem do comprimento L , da tensão T e do material com o qual a corda é feita. Geralmente, a composição da corda e sua tensão são uniformes ao longo de seu comprimento. Assim, o primeiro harmônico (ou sobreton) é duas vezes a frequência fundamental ($2\omega_0$) o segundo harmônico é três vezes frequência fundamental ($3\omega_0$) e assim por diante. Um exemplo de pulsação em corda fixa pode ser visto na figura 1.5.

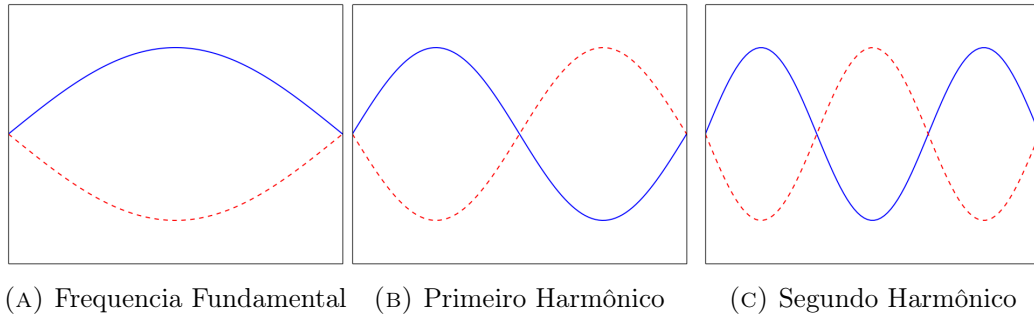


FIGURA 1.5: Exemplos de oscilação em uma corda com as extremidades fixas. A imagem da esquerda (a) representa a oscilação na frequência natural. A figura do meio (b) representa a pulsação no primeiro harmônico. Por ultimo, a imagem da esquerda (c) representa oscilação no segundo harmônico.

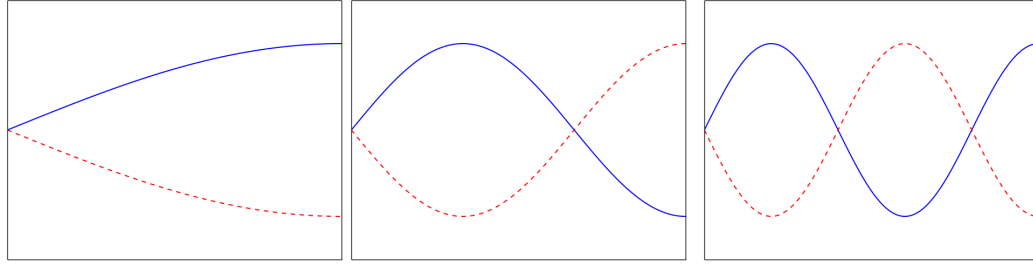
1.1.13.2 Oscilação em uma corda com uma extremidade fixa

Neste caso, temos uma corda que oscila de forma unidimensional e possui uma de suas extremidades fixa e a outra solta. Este exemplo é semelhante à um instrumento de sopro que possui uma extremidade fechada. A parte fixa da corda, ou fechada do instrumento de sopro, atua como um nó (ponto onde a amplitude é zero) e na extremidade fixa a amplitude é máxima (ou mínima). No caso do instrumento de sopro, como a temperatura e composição do gás são uniformes na parte interna do instrumento, a velocidade do som é constante nessa região. Para este caso, os harmônicos são múltiplos ímpares da frequência fundamental, por exemplo, $3\omega_0$, $5\omega_0$, etc.. Um exemplo deste comportamento pode ser visto na figura 1.6.

1.1.13.3 Oscilação bidimensional

Para o caso bidimensional vamos utilizar um disco como exemplo. Existem dois tipos de nós no caso bidimensional. Estes nós são ortogonais e podem ser classificados como radiais (modo radial) e não-radiais.

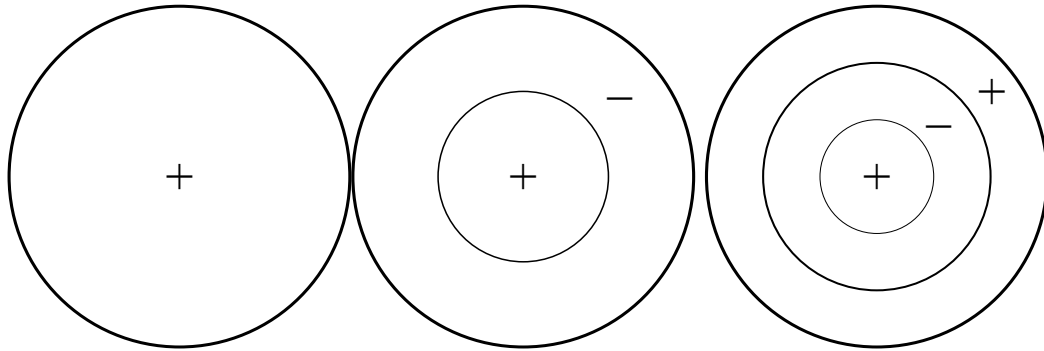
Os nós radiais são círculos concêntricos ao disco. A frequência fundamental de vibração para o modo radial é semelhante à frequência fundamental da corda



(A) Frequência Fundamental (B) Primeiro Harmônico (C) Segundo Harmônico

FIGURA 1.6: Exemplo de oscilação em uma corda com uma extremidade fixa e outra solta. A imagem (a) representa o modo fundamental, a imagem (b) representa o primeiro harmônico e a imagem (c) representa o segundo harmônico.

com as extremidades fixas, o centro do disco terá amplitude máxima e mínima enquanto que a borda possui amplitude zero (nó). O primeiro sobretom radial possui um nó com formato de um círculo concêntrico onde o disco interno possui amplitude máxima e o disco externo amplitude mínima e vice e versa. O segundo sobretom radial possui dois nós, ou seja, dois círculos concêntricos e portanto há três áreas onde a amplitude varia de máxima a mínima.



(A) Frequência Fundamental (B) Primeiro Sobretom (C) Segundo Sobretom

FIGURA 1.7: Exemplo de oscilação radial em um disco. Os sinais + e - significam os pontos de máximo e mínimo. A imagem (a) representa o a frequência fundamental, a imagem (b) representa o primeiro sobretom e a imagem (c) representa o segundo sobretom.

A segunda forma de nós são os nós não-radiais. O primeiro nó não-radial é uma linha que divide o disco ao meio. Com isto, as duas metades do disco oscilam de forma oposta, enquanto uma possui o máximo de amplitude a outra metade

possui o mínimo. O segundo nó não-radial são duas linhas ortogonais que dividem o disco em quatro partes com cada parte oscilando de forma contrária a outra.

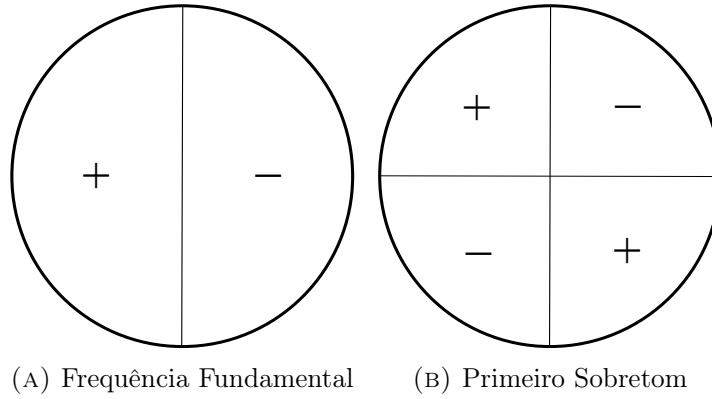


FIGURA 1.8: Exemplo de oscilação não-radial em um disco. A imagem (a) representa o a frequência fundamental e a imagem (b) representa o primeiro sobreton.

Porém, essas duas formas de oscilação não ocorrem isoladamente pois geralmente há combinações dos sobretons radiais e não radiais nas estrelas.

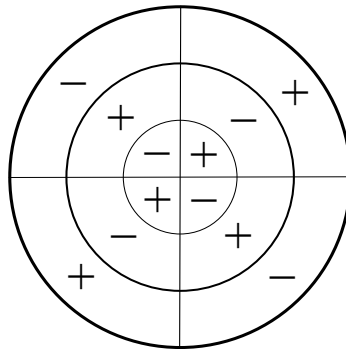


FIGURA 1.9: Oscilação radial e não-radial em um disco.

1.1.13.4 Oscilações em 3 dimensões

Estrelas possuem um formato esférico e suas pulsações obedecem os modos de oscilações em 3 dimensões. De forma análoga ao disco que possui dois modos de pulsação em direções ortogonais, as oscilações em uma esfera possuem três modos em direções ortogonais. Estas direções são a distancia do centro r , latitude θ e

longitude ϕ . Os nós serão compostos por cascas esféricas de tamanho r , cones de tamanho θ e planos de dimensão ϕ .

Para uma estrela simétrica, as soluções das equações de movimento ondulatório são as seguintes,

$$\xi_r(r, \theta, \phi, t) = a(r) Y_l^m(\theta, \phi) \exp(-i2\pi\nu t) \quad (1.22)$$

$$\xi_\theta(r, \theta, \phi, t) = b(r) \frac{\partial Y_l^m(\theta, \phi)}{\partial \theta} \exp(-i2\pi\nu t) \quad (1.23)$$

$$\xi_\phi(r, \theta, \phi, t) = \frac{b(r)}{\sin \theta} \frac{\partial Y_l^m(\theta, \phi)}{\partial \phi} \exp(-i2\pi\nu t) \quad (1.24)$$

em que $a(r)$ e $b(r)$ são amplitudes, ν é a frequência de oscilação e $Y_l^m(\theta, \phi)$ são esféricos harmônicos que são calculados da seguinte forma,

$$Y_l^m(\theta, \phi) = (-1)^m \sqrt{\frac{2l+1}{4\pi} \frac{(l-m)!}{(l+m)!}} P_l^m(\cos \theta) \exp(im\phi) \quad (1.25)$$

onde $P_l^m(\cos \theta)$ são polinômios de Legendre dados por,

$$P_l^m(\cos \theta) = \frac{1}{2^l l!} (1 - \cos^2 \theta)^{m/2} \frac{d^{l+m}}{d \cos^{l+m} \theta} (\cos^2 \theta - 1)^l. \quad (1.26)$$

As letras l e m são números quânticos que caracterizam os modos de pulsação. A variação destes números indicam se haverá pulsação radial ou não-radial.

1.1.13.5 Modo radial

Na pulsação radial o número quântico l é igual a zero. O modo mais simples de pulsação radial é chamado de modo fundamental radial. Neste modo, a estrela se contrai e expande como um todo de forma simétrica. Este é o principal modo de pulsação de estrelas Cefeidas e RR Lyraes.

O primeiro sobretom do modo radial possui um nó no interior da estrela. Este nó é uma casca esférica onde a amplitude é sempre zero. As camadas da estrela

antes e depois deste modo se movem de forma oposta, ou seja, enquanto uma contrai a outra expande.

1.1.13.6 Modos não-radiais

O modelo mais simples de pulsação não-radial possui $l = 1$ e $m = 0$. Neste modo, o equador da estrela é um nó, então um hemisfério expande enquanto o outro contrai. Este modelo também é chamado de modo de dipolo. O modo de pulsação com $l = 2$ possui dois nós na sua superfície e é chamado de modo de quadrupolo. Neste modo, os polos se expandem enquanto o equador contrai e vice e versa. Na figura 1.10 temos a representação de um modo de pulsação com $l = 3$ e m variando de 0 a 2.

1.2 Introdução Histórica

1.2.1 Estrelas Variáveis

No século 16, acreditava-se que as estrelas eram fixas em posição e com brilho constante. Em 1572, foi observada uma supernova na constelação de Cassiopeia que atingiu magnitude -4 . Este evento, que foi estudado por Tycho Brahe (1546-1601), fez com que a comunidade astronômica da época voltasse a se interessar pela descobertas de novas estrelas. Alguns anos mais tarde, em 1596, o holandês David Fabricius (1564-1617) fez o primeiro registro de variação em brilho de uma estrela na constelação da Baleia (Cetus). Essa estrela foi observada em agosto e em outubro havia desaparecido. Em 1603, Johann Bayer observou a mesma estrela e deu o nome de omicron (O) Ceti, porém não sabia que era a mesma estrela que Fabricius havia observado, pois achava que se tratava de uma supernova. Em 1638, Johannes Holwarda (1618-1651) observou novamente O Ceti. Em 1662, Johannes Hevelius (1611-1687) fez um estudo detalhado da estrela e a renomeou, chamando-a de Mira Ceti (a Maravilhosa). Ismael Bullialdus (1605-1694) percebeu que o pico

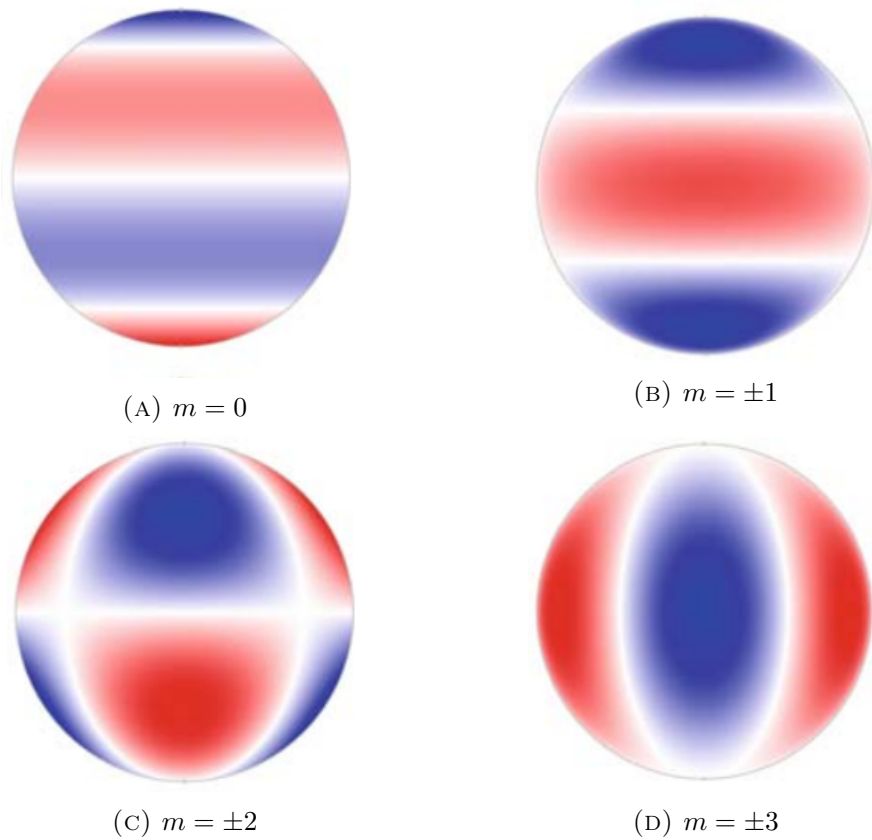


FIGURA 1.10: Oscilação não-radial em uma esfera com $l = 3$ e m variando de 0 a 2. As figuras mostram uma estrela vista de lado, com os polos sendo no topo e na região mais baixa. O equador seria exatamente no meio das esferas. As linhas brancas são os nós e a regiões em azul e vermelho estão contraindo e expandindo

de magnitude da estrela ocorria sempre um mês mais cedo a cada ano, descobrindo a natureza cíclica de sua variação de brilho. Bullialdus publicou em 1667 que o período de oscilação era de 333 dias. Essa estrela foi a primeira variável a ter o período conhecido e virou referência para as estrelas variáveis de períodos longos, conhecidas hoje em dia como as *variáveis Mira*.

Em 1784, o inglês Jonh Goodricke (1764-1786) descobriu a variação no brilho da estrela δ Cephei. Ele mediu o período 5d8h. No mesmo ano, o inglês Edward Pigott (1753-1825) descobriu a variabilidade de η Aquilae. Ambas estrelas se tornaram os protótipos da classe de *variáveis Cefeidas*.