

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

КАФЕДРА ОБЩЕЙ ФИЗИКИ

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №3.2.2

Резонанс напряжений.

Автор:

Глеб Уваркин

615 группа

Преподаватель:

Андрей Александрович

Заболотных



2 декабря 2017 г.

Цель работы:

Изучение последовательной цепи переменного тока, наблюдение резонанса напряжений.

В работе используются:

Регулировочный автотрансформатор, катушка индуктивности с выдвижным сердечником, магазин ёмкостей, реостат, резистор, амперметр, три вольтметра, ваттметр, осциллограф, универсальный мост.

1 Теоретические сведения.

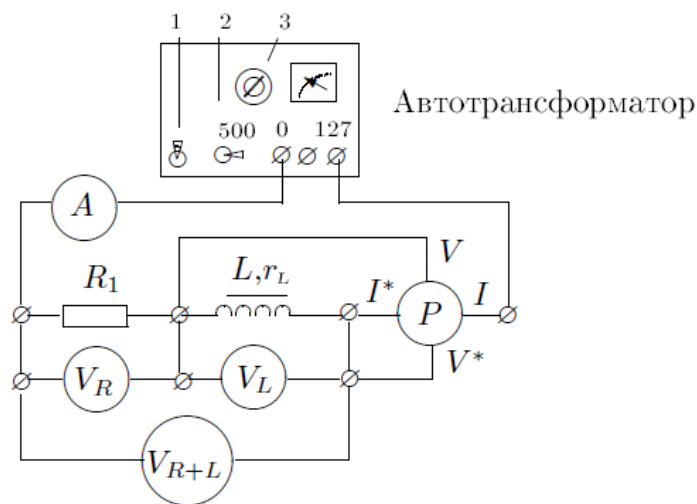


Рис. 1: Схема установки для изучения закона Ома в цепи переменного тока.

Рассмотрим электрическую цепь, состоящую из резистора R и катушки индуктивности L с импедансом $Z_L = r_L + i\Omega L$, последовательно подключённых к внешнему источнику, ЭДС которого меняется по синусоидальному закону с частотой Ω (рис 1).

Обозначим через U_R напряжение на резисторе, через U_L – напряжение на катушке и через U_{R+L} – суммарное напряжение на катушке и на резисторе. Для этих напряжений справедливы комплексные соотношения:

$$\hat{U}_R = \hat{I}R, \quad \hat{U}_L = \hat{I}(r_L + i\omega L), \quad \hat{U}_{R+L} = \hat{I}(R + r_L + i\Omega L) \quad (1)$$

где r_L – активное сопротивление катушки, которое характеризует суммарные потери энергии в катушке, в том числе потери в её ферромагнитном сердечнике.

Переходя к модулям и фазам токов и напряжений, найдём из (1):

$$U_R = I \cdot R, \quad \operatorname{tg}\psi_1 = 0 \quad (2)$$

$$U_L = I \cdot \sqrt{r_L^2 + (\Omega L)^2}, \quad \operatorname{tg}\psi_2 = \frac{\Omega L}{r_L} \quad (3)$$

$$U_{R+L} = I \sqrt{(R + r_L)^2 + (\Omega L)^2}, \quad \operatorname{tg}\psi_3 = \frac{\Omega L}{R + r_L}. \quad (4)$$

В этих формулах U и I обозначают *эффективные* значения напряжений и токов (показания приборов), как принято в электротехнике.

Измеряя с помощью трёх вольтметров значения U_R , U_L и U_{R+L} и зная сопротивление резистора R , нетрудно вычислить, пользуясь формулами (2), (3) и (4), силу тока в цепи, активное сопротивление катушки r_L , её индуктивность L , мощность P_L , выделяемую на катушке, и сдвиг фаз между током и напряжением на катушке.

Рассчитаем мощность переменного тока, выделяемую в катушке. Мгновенное значение мощности равно

$$P = U(t) \cdot I(t).$$

Средняя мощность за период T определяется формулой

$$\bar{P} = \frac{1}{T} \int_0^T U(t) \cdot I(t) dt$$

Полагая $I(t) = I\sqrt{2} \cos \Omega t$, $U(t) = U\sqrt{2} \cos(\Omega t + \psi)$, получим после интегрирования:

$$P_L = U_L \cdot I \cos \psi = I^2 \cdot r_L. \quad (5)$$

Средняя мощность, выделяющаяся в катушке самоиндукции, определяется, таким образом, действительной частью её импеданса.

Активное сопротивление катушки r_L можно определить, если включить её в последовательный колебательный контур с известными параметрами – сопротивлением R и ёмкостью C (рис.2). В контуре, настроенном в резонанс на частоту Ω внешнего источника (собственная частота контура и внешняя совпадают: $\omega_0 = \Omega$), реактивные сопротивления индуктивности и ёмкости одинаковы:

$$\omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C}. \quad (6)$$

Определив каким-либо экспериментальным способом добротность этого контура, можно рассчитать полное сопротивление контура R_Σ в резонансе, поскольку

$$Q = \frac{\omega_0 L}{R_\Sigma} = \frac{1}{\omega_0 C R_\Sigma}. \quad (7)$$

Резонансное сопротивление контура R_Σ включает в себя известное сопротивление резистора R и активное сопротивление катушки r_L :

$$R_\Sigma = R + r_L. \quad (8)$$

2 Экспериментальная установка.

Схема установки для исследования закона Ома в цепи переменного тока представлена на рис. 1. Цепь, состоящая из резистора $R_1 \simeq 100$ Ом и катушки L с выдвижным сердечником, подключена к автотрансформатору, выходное напряжение которого можно менять от 0 до 127 В. Напряжение на каждом из элементов и суммарное напряжение цепи измеряются тремя вольтметрами: V_R , V_L , и V_{R+L} . Амперметр A измеряет ток в цепи, а ваттметр P – мощность, выделяющуюся на катушке.

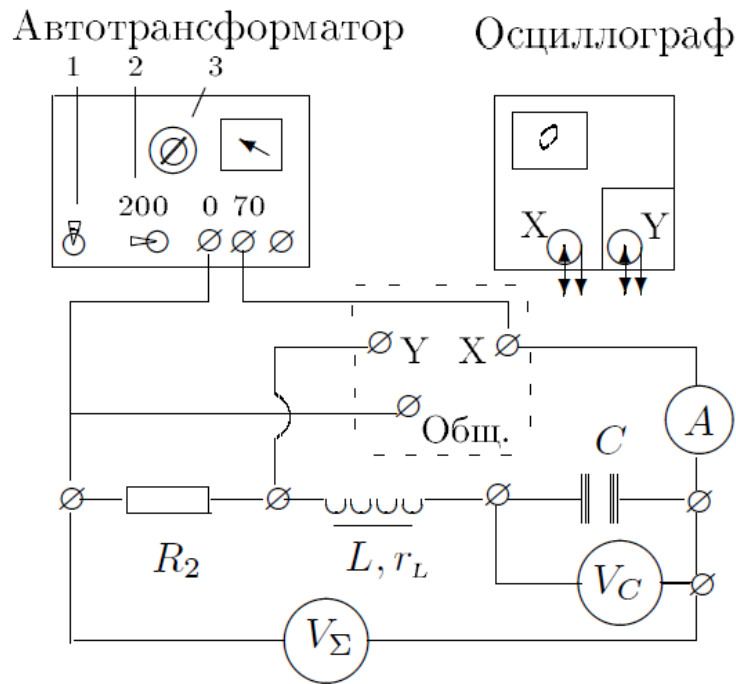


Рис. 2: Схема установки для наблюдения резонанса напряжений.

Схема установки для изучения резонанса напряжений изображена на рис.2. Последовательно соединены резистор $R_2 \simeq 5 \text{ Ом}$, катушка L и магазин ёмкостей C . Амперметр A измеряет ток в цепи, вольтметр V_C – напряжение на ёмкости, вольтметр V_Σ – суммарное напряжение на контуре. Резонанс можно зафиксировать с помощью осциллографа, если подать на вход X напряжение с контура, а на вход Y – напряжение с резистора R_2 , пропорциональное току в цепи. В общем случае на экране виден эллипс. При резонансе эллипс вырождается в прямую линию.

Резонансные напряжения на контуре $U_{\Sigma, \text{рез}}$ и на ёмкости $U_{C, \text{рез}}$ равны соответственно

$$U_{\Sigma, \text{рез}} = I_{\text{рез}} R_\Sigma, \quad U_{C, \text{рез}} = \frac{I_{\text{рез}}}{\Omega C} \quad (9)$$

Сравнивая (7) и (9), получим

$$Q = \frac{U_{C, \text{рез}}}{U_{\Sigma, \text{рез}}} \quad (10)$$

Формула (10) показывает, что добротность контура может быть найдена по измеренным значениям напряжений на контуре и на конденсаторе при резонансе. Зная добротность контура и ёмкость C , можно рассчитать R_Σ по формуле (7), а затем определить r_L .

3 Обработка результатов.

3.1 Закон Ома в цепи переменного тока.

Перемещая сердечник шагами по 2 м, снимем зависимость тока I , напряжений U_R , U_L , U_{R+L} и мощности P_L от координаты сердечника x . По результатам измерений P_L и I вычислим значение r_L по формуле (5), а также, зная частоту сети $\nu_0 = 50$ Гц, определим L с помощью (3):

Таблица 1: Определение r_L и L .

x , мм	3	5	7	9	10	11	13	15	17	19	21
σ_x , мм						0.5					
$I \cdot 10^{-1}$, А	5.25	7.25	8.50	9.00	9.25	9.50	9.75	10.00	10.13	10.25	10.50
$\sigma_I \cdot 10^{-1}$, А						0.25					
P_L , Вт	15.75	13	11.25	10.50	10.25	9.75	9.00	8.75	8.25	8	7.75
σ_{P_L} , Вт						0.25					
r_L , Ом	57.1	24.7	15.6	12.9	11.9	10.8	9.47	8.8	8.0	7.6	7.0
σ_{r_L} , Ом	3.9	1.3	0.7	0.6	0.5	0.5	0.4	0.4	0.4	0.4	0.3
U_L , В	102	87	71	69	63	61	58	54	51	49	46
σ_{U_L} , В						1					
$L \cdot 10^{-2}$, Гн	59.1	37.4	26.1	24.1	21.4	20.2	18.7	16.9	15.8	15.0	13.8
$\sigma_L \cdot 10^{-2}$, Гн	5.0	2.4	1.5	1.3	1.2	1.1	1.0	0.9	0.9	0.8	0.8

Построим графики зависимостей L и r_L от положения сердечника и определим по ним значения L и r_L , соответствующее среднему (резонансному) положению сердечника.

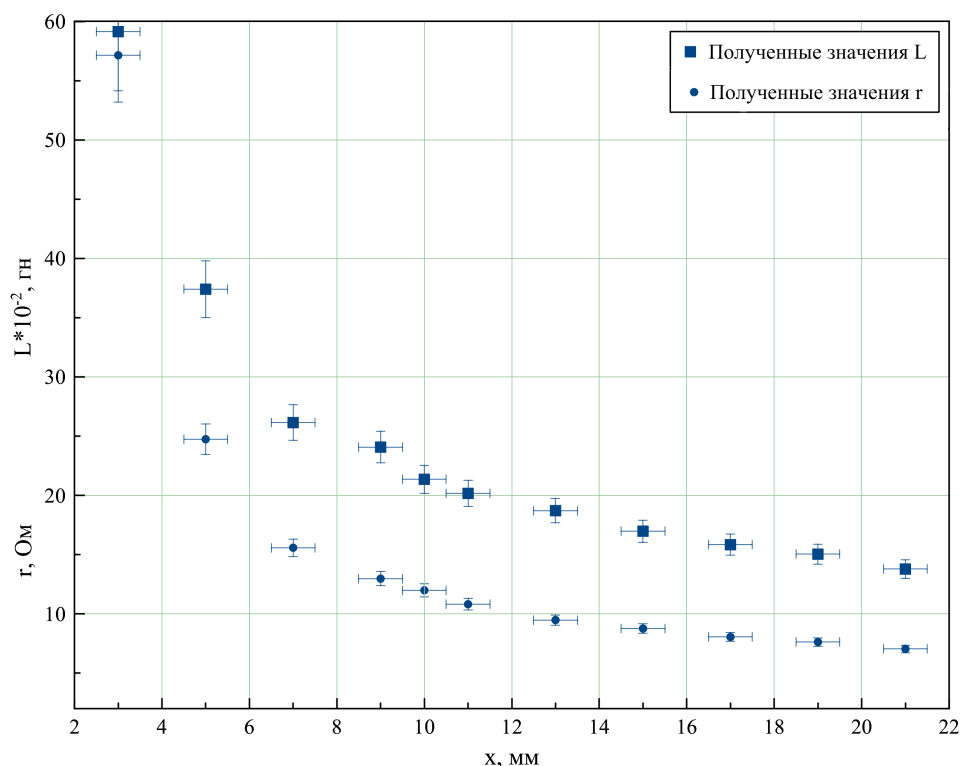


Рис. 3: Зависимость L и r_L от положения сердечника.

$$L \simeq (214 \pm 12) \text{ мГн } (\varepsilon \simeq 5.6\%), \quad r_L \simeq (11.9 \pm 0.5) \text{ Ом } (\varepsilon \simeq 4.2\%)$$

Для среднего положения сердечника построим векторную диаграмму напряжений. Отложим на диаграмме активную ($U_{L, \text{ акт }}$) и реактивную ($U_{L, \text{ реакт }}$) составляющие напряжения на катушке и рассчитаем по ним значения L и r_L .

Таблица 2: Показания вольтметров и амперметра при среднем положении сердечника.

$U_R, \text{ В}$	$U_{R+L}, \text{ В}$	$U_L, \text{ В}$	$I, \text{ А}$
83	114	63	0.925

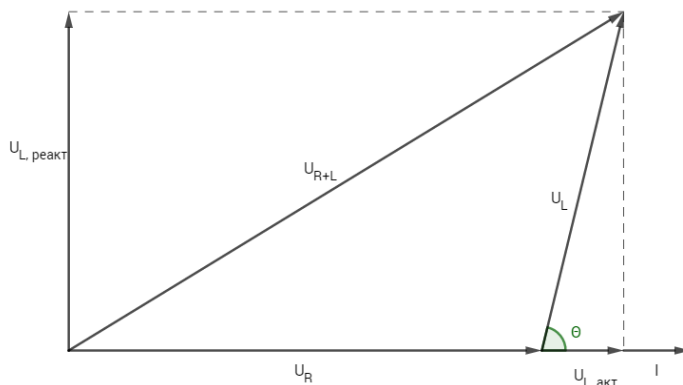


Рис. 4: Векторная диаграмма.

По теореме косинусов получаем:

$$\cos \theta = -\frac{U_R^2 + U_L^2 - U_{R+L}^2}{2U_R U_L} \simeq 0.204 \pm 0.004$$

Отсюда имеем:

$$U_{L, \text{ акт }} = U_L \cos \theta \simeq (12.85 \pm 0.32) \text{ В}$$

$$U_{L, \text{ реакт }} = U_L \sqrt{1 - \cos^2 \theta} \simeq (61.68 \pm 1.56) \text{ В.}$$

$$U_{L, \text{ акт }} = I \cdot r_L \Rightarrow r_L = \frac{U_{L, \text{ акт }}}{I} \simeq (13.89 \pm 0.51) \text{ Ом } (\varepsilon \simeq 3.7\%)$$

$$U_{L, \text{ реакт }} = I \Omega L \Rightarrow L = \frac{U_{L, \text{ реакт }}}{I \Omega} \simeq (212.4 \pm 7.9) \text{ мГн } (\varepsilon \simeq 3.7\%).$$

Рассчитаем $\cos \theta$ по формуле (5):

$$\cos \theta = \frac{P_L}{U_L \cdot I} \simeq 0.176 \pm 0.007.$$

Значения $\cos \theta$, полученное с помощью векторной диаграммы и рассчитанное по формуле (5), очень близки.

С помощью векторной диаграммы по теореме косинусов рассчитаем мощность P_L , выделяемую на катушке, через напряжения U_R , U_L , U_{R+L} и сопротивление $R_1 = 98 \text{ Ом}$ (метод трёх вольтметров).

$$P_L = U_L I \cos \theta = U_L \frac{U_R}{R_1} \cos \theta \simeq (10.88 \pm 0.30) \text{ Вт.}$$

3.2 Резонанс напряжений.

Рассчитаем активное сопротивление катушки r_L через ток и напряжение на контуре (формулы (8) и (9)).

$$r_L = \frac{U_{\Sigma, \text{ рез }}}{I_{\text{рез }}} - R_2 = \frac{31}{3.05} - 5.6 = (4.56 \pm 0.10) \text{ Ом } (\varepsilon \simeq 2.2\%)$$

Рассчитаем L и r_L через добротность (формулы (10), (6), (7), (8)):

$$Q = \frac{U_{C, \text{рез}}}{U_{\Sigma, \text{рез}}} = \frac{230}{31} \simeq 7.42 \pm 0.14$$

$$r_L = \frac{1}{Q\omega_0 C} - R_2 = \frac{1}{7.42 \cdot 2\pi \cdot 50 \cdot 42.6 \cdot 10^{-6}} - 5.6 \simeq (4.48 \pm 0.24) \text{ Ом } (\varepsilon \simeq 5.4\%)$$

$$L = \frac{(r_L + R_2)Q}{\omega_0} = \frac{10.07 \cdot 7.42}{2\pi \cdot 50} \simeq (238 \pm 14) \text{ мГн } (\varepsilon \simeq 5.9\%).$$

Занесём результаты в таблицу:

Таблица 3: Полученные значения.

	Мост E7-	График	Вект.диагр	$f(I_{\text{рез}}, U_{\Sigma, \text{рез}})$	f(Q)
r_L , Ом	4.86	11.9 ± 0.5	13.9 ± 0.5	4.56 ± 0.10	4.48 ± 0.24
L , мГн	202	214 ± 12	212 ± 8	-	238 ± 14

4 Вывод.

Значения индуктивности катушки, полученные разными способами, практически совпадают, а значения активного сопротивления катушки, измеренные с помощью разных цепей (в рамках одной цепи значения близки), различаются. Это может быть связано с тем, что в цепи, изображенной на рис.(1) сила тока была около 1 А, а в цепи, изображенной на рис.(2) – 3 А, а, как известно, активное сопротивление катушки зависит от частоты и амплитуды тока.