

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

КАФЕДРА ОБЩЕЙ ФИЗИКИ

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №3.2.4

---

## Свободные колебания в электрическом контуре.

---

**Автор:**

Глеб Уваркин  
615 группа

**Преподаватель:**

Андрей Александрович  
Заболотных



22 сентября 2017 г.

## Цель работы:

Исследование свободных колебаний в колебательном контуре.

## В работе используются:

Генератор импульсов, электронное реле, магазин сопротивлений, магазин ёмкостей, индуктивность, электронный осциллограф с разделительной панелью, измеритель  $LCR$ .

## 1 Теоретические сведения.

### 1.1 Предмет исследования.

В этой лабораторной работе мы будем рассматривать гармонические колебания токов(зарядов) в электрических цепях, включающих в себя резисторы, конденсаторы и катушки индуктивности(рис. 1). Все колебания мы будем рассматривать при относительно низких частотах когда выполняется условие *квазистационарности*. Квазистационарность означает, что мгновенные значения тока  $I$  практически одинаковы во всех проводниках, соединяющих элементы цепи, а изменения во времени происходят настолько медленно, что распространение электродинамических взаимодействий можно считать *мгновенным*.

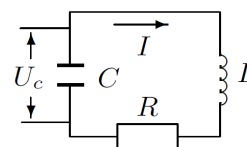
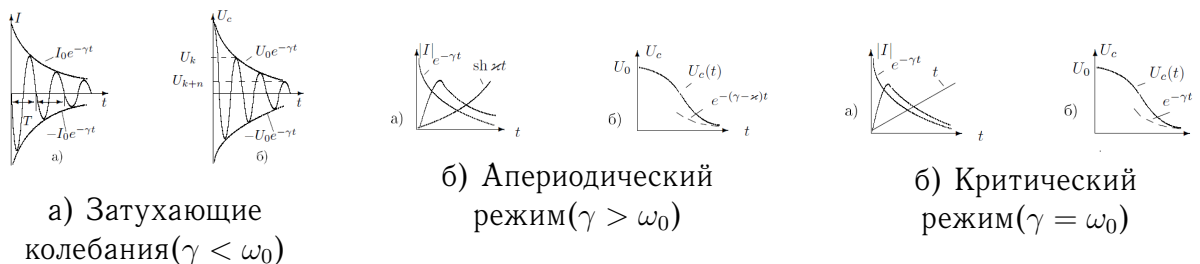


Рис. 1: Колебательный контур.



### 1.2 Основные формулы.

$$\ddot{I} + 2\gamma\dot{I} + \omega_0^2 I = 0$$

- дифференциальное уравнение свободных колебаний, где  $\gamma = \frac{R}{2L}$  - коэффициент затухания,  $\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$ -собственная частота контура.

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2}$$

- частота свободных или собственных колебаний.

$$R_{кр} = 2\sqrt{\frac{L}{C}}$$

- критическое сопротивление(сопротивление, при котором  $\gamma = \omega_0$ , а периодические колебания сменяются аперiodическими).

В колебательном режиме потери в контуре принято характеризовать *добротностью* и *логарифмическим декрементом затухания*. Определим эти понятия. Назовём добротностью величину

$$Q = 2\pi \frac{W}{\Delta W}$$

или

$$Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$$

Добротность контура  $Q$  показывает, во сколько раз запасённая в контуре энергия превосходит среднюю потерю энергии за время, в течение которого фаза колебаний изменяется на один радиан.

Введём логарифмический декремент затухания  $\Theta$  - логарифм отношения двух последовательных максимальных отклонений в одну сторону.

$$\Theta = \ln \frac{U_k}{U_{k+1}} = \ln e^{\gamma T}$$

На практике для определения  $\Theta$  удобно использовать отношение максимальных отклонений, разделённых целым числом периодов  $n$ :

$$Q = \frac{1}{n} \ln \frac{U_k}{U_{k+n}}$$

Связь между  $\Theta$  и  $Q$ :

$$Q = \frac{\pi}{\gamma T} = \frac{\pi}{\Theta}$$

## 2 Экспериментальная установка.

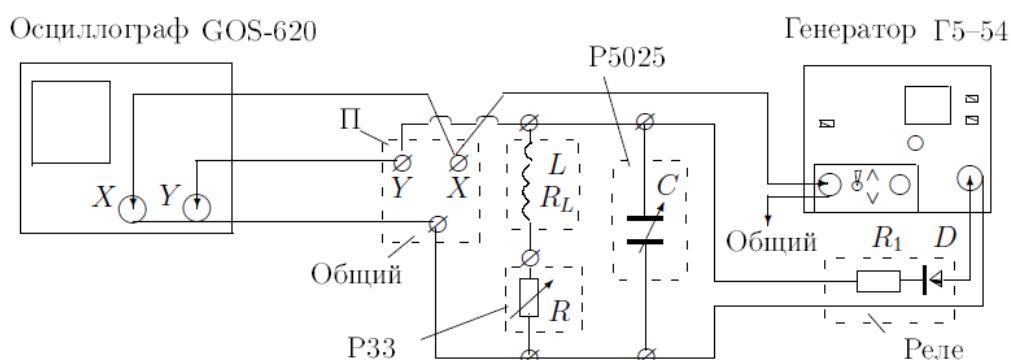


Рис. 2: Схема установки для исследования свободных колебаний

На рис.2 приведена схема для исследования свободных колебаний в контуре, содержащем постоянную индуктивность  $L$  и переменные ёмкость  $C$  и сопротивление  $R$ . Колебания наблюдаются на экране осциллографа.

Для периодического возбуждения колебаний в контуре используется генератор импульсов Г5-54. С выхода генератора по коаксиальному кабелю и импульсы поступают на колебательный контур через электронное реле, смонтированное в отдельном блоке (или на выходе генератора). Реле содержит диодный тиристор  $D$  и ограничительный резистор  $R_1$ .

Импульсы заряжают конденсатор  $C$ . После каждого импульса генератор отключается от колебательного контура и в контуре возникают свободные затухающие колебания. Входное сопротивление осциллографа велико ( $\simeq 1$  МОм), так что его влиянием на контур можно пренебречь. Для получения устойчивой картины затухающих колебаний используется режим ждущей развертки с синхронизацией внешними импульсами, поступающими с выхода «синхроимпульсы» генератора.

### 3 Ход работы.

#### 3.1 Измерение периодов.

Соберём схему согласно рис. 2, подготовим осциллограф к работе, установим длительность импульсов  $\sim 5\mu S$ , частоту повторения импульсов  $\nu_0 = 100\text{Hz}$  ( $T_0 = 0,01\text{с}$ ).

Подберём частоту развертки ЭО, при которой расстояние  $x_0$  между импульсами, поступающими с генератора, занимает почти весь экран ( $x_0 = (10,4 \pm 0,2)\text{мс}$ ).

Изменяя ёмкость от 0,02 мкФ до 0,9 мкФ и, периодически проверяя величину  $x_0$ , проведём измерение расстояния  $x$ , которое занимают несколько полных периодов  $n$  и рассчитаем период колебаний контура по формуле:

$$T = T_0 x / (n x_0) \quad (1)$$

Полученные значения запишем в таблицу 1.

Таблица 1: Зависимость периода свободных колебаний контура от ёмкости конденсатора.

С, мкФ	х, мс	п	Т, мс	$\sigma_T$ , мс	$\varepsilon$ , %
0,02	4,7	14	0,32	0,01	3
0,11	8,6	11	0,75	0,02	2
0,20	9,4	9	1,00	0,02	2
0,29	8,8	7	1,21	0,03	2
0,38	8,6	6	1,38	0,04	2
0,47	8	5	1,54	0,04	2
0,56	8,8	5	1,69	0,04	2
0,65	7,6	4	1,83	0,04	2
0,74	8	4	1,92	0,04	2
0,83	8,6	4	2,07	0,05	2
0,9	9	4	2,16	0,05	2

#### 3.2 Критическое сопротивление и декремент затухания.

Примем  $L = 200\text{мГн}$ , найдём ёмкость  $C$ , при которой собственная частота колебаний контура  $\nu_0$  составляет 5 кГц из формулы:

$$\nu_0 = 1 / (2\pi\sqrt{LC}) \quad (2)$$

$$C = 0,005\text{мкФ}$$

Для этих значений  $L$  и  $C$  рассчитаем критическое сопротивление контура  $R$  по формуле:

$$R_{\text{кр}} = 2\sqrt{L/C} \quad (3)$$

$$R_{\text{кр}} \approx 12,6\text{кОм}$$

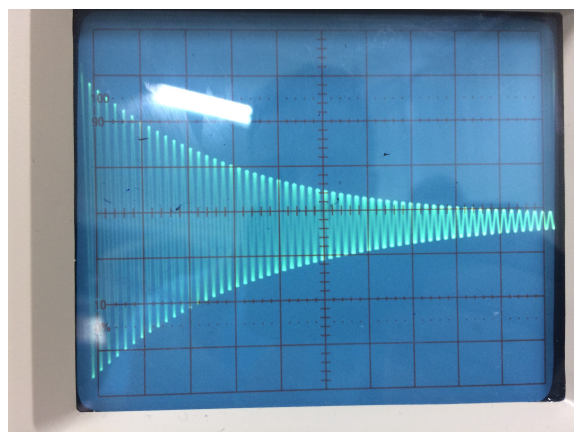
С помощью установки, собранной ранее, найдём экспериментальное значение сопротивления при котором колебательный режим переходит в аperiodический:

$$R_{\text{кр}} \approx 10\text{кОм}$$

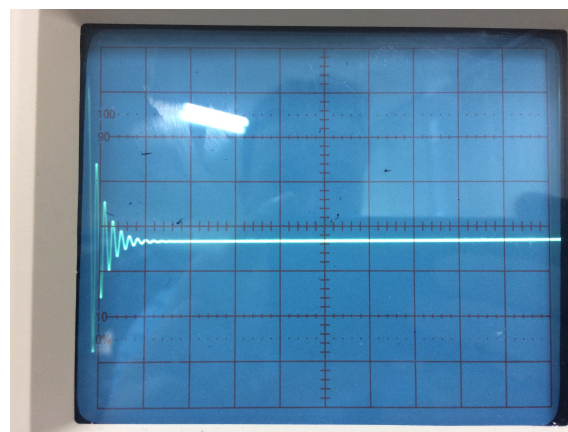
Для расчёта логарифмического декремента затухания  $\Theta$  по формуле:

$$\Theta = \frac{1}{n} \ln \frac{U_k}{U_{k+n}} \quad (4)$$

измерим амплитуды, разделённые целым числом периодов  $n$ . Полученные значения запишем в таблицу 2.



а)  $R = 0 \text{ Ом}$



б)  $R = 1000 \text{ Ом}$

Рис. 3: Вид свободных колебаний при разных значениях сопротивления  $R$ .

Таблица 2: Зависимость логарифмического декремента затухания  $\Theta$  от сопротивления  $R$ .

$R$ , кОм	$U_0$ , дел	$U_n$ , дел	$n$	$\Theta$
1	6,8	0,4	4	0,71
1,25	5,8	0,4	3	0,89
1,5	5	0,2	3	1,07
1,75	4,2	0,4	2	1,18
2	3,2	0,2	2	1,39
2,25	7,4	0,4	2	1,46
2,5	6,2	0,2	2	1,72
2,75	5,2	0,8	1	1,87
3	4,4	0,5	1	2,17

### 3.3 Колебания на фазовой плоскости.

Найдём логарифмический декремент затухания с помощью фазовой плоскости и формулы 4. Для этого измерим радиусы витков спирали, разделённые целым числом периодов  $n$ . Данные запишем в таблицу 3.

Таблица 3: Измерение логарифмического декремента затухания  $\Theta$  с помощью фазовой плоскости.

$R$ , кОм	$r_0$ , дел	$r_n$ , дел	$n$	$\Theta$
1	4,6	1,2	2	0,67
1,25	5,6	1,1	2	0,81
2,75	4,2	0,6	1	1,95
3	4,6	0,6	1	2,04

Отсоединим катушку от цепи. Измерим омическое сопротивление катушки  $R_L$  и индуктивность  $L$  с помощью измерителя  $LCR$  на различных частотах.

Таблица 4: Измерение характеристик катушки.

$\nu$ , гц	$L$ , мГн	$R$ , Ом
50	148,6	9,8
1000	142,73	12,2
5000	143,97	20,2

## 4 Обработка результатов.

### 4.1 Исследование периода колебаний контура.

Рассчитаем теоретические значения периода колебаний контура по формуле

$$T = 2\pi\sqrt{LC},$$

где  $L \approx 145\text{мГн}$ .

Сравним их с экспериментальными значениями, полученными в пункте **3.1**.

Таблица 5: Сравнение теоретических и экспериментальных значений периода колебаний контура.

$C$ , мкФ	0,02	0,11	0,20	0,29	0,38	0,47	0,56	0,65	0,74	0,83	0,90
$T_{\text{эксп}}$ , мс	0,32	0,75	1,00	1,21	1,38	1,54	1,69	1,83	1,92	2,07	2,16
$T_{\text{теор}}$ , мс	0,34	0,79	1,07	1,29	1,47	1,64	1,79	1,93	2,06	2,18	2,27

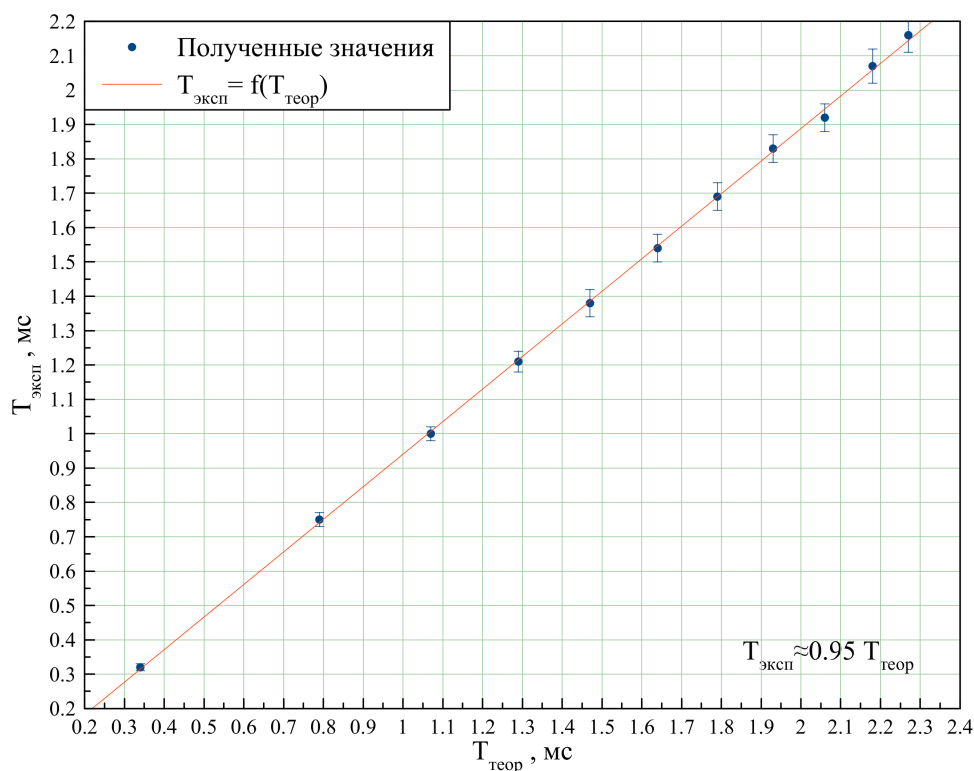


Рис. 4: График функции  $T_{\text{эксп}} = f(T_{\text{теор}})$ .

Найдём тангенс угла наклона с помощью метода наименьших квадратов

$$k = \frac{\langle T_{\text{теор}} T_{\text{эксп}} \rangle}{\langle T_{\text{теор}}^2 \rangle}, \quad \sigma_k = \frac{1}{11} \sqrt{\frac{\langle T_{\text{эксп}}^2 \rangle}{\langle T_{\text{теор}}^2 \rangle} - k^2}$$

тогда

$$T_{\text{эксп}} = (0,940 \pm 0,001) T_{\text{теор}}$$

## 4.2 Исследование логарифмического декремента затухания.

Рассчитаем значение  $R_{\text{конт}}$  (сопротивление контура состоит из сопротивления магазина  $R$  и омического сопротивления катушки  $R_L$ ). Построим график в координатах  $1/\Theta^2 = f[1/(R_{\text{конт}}^2)]$ . Примем обозначения  $1/\Theta^2 = Y$ ,  $1/(R_{\text{конт}}^2) = X$ . Необходимые измерения возьмём из таблицы 2

Таблица 6: Данные для построения графика  $1/\Theta^2 = f[1/(R_{\text{конт}}^2)]$ .

$R_{\text{конт}}, \text{ Ом}$	$1/(R_{\text{конт}}^2), 1/\text{Ом}^2 \times 10^{-7}$	$1/\Theta^2$
1010	9,80	1,99
1260	6,29	1,26
1510	4,39	0,87
1760	3,23	0,72
2010	2,48	0,52
2260	1,96	0,47
2510	1,59	0,34
2760	1,31	0,29
3010	1,10	0,21

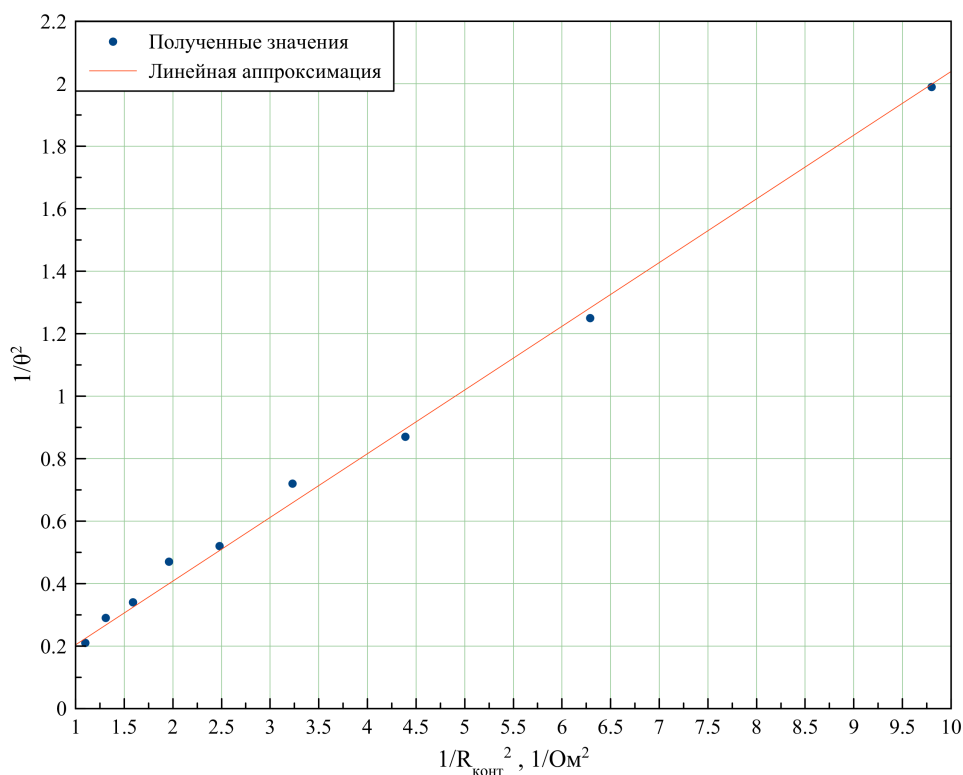


Рис. 5: График функции  $1/\Theta^2 = f[1/(R_{\text{конт}}^2)]$ .

Найдём тангенс угла наклона  $k$  прямой графика, изображённого на рис. 5, с помощью метода наименьших квадратов по формуле

$$k = \frac{\langle XY \rangle}{\langle X^2 \rangle}, \quad \sigma_k = \frac{1}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{\langle Y^2 \rangle}{\langle X^2 \rangle} - k^2}$$

Тогда имеем

$$k = (2044038 \pm 26622) \text{ Ом}^2$$

Из формулы  $R_{\text{кр}} = 2\pi \sqrt{\Delta Y / \Delta X}$  получаем

$$R_{\text{кр}} = (8973 \pm 58) \text{ Ом} \quad (5)$$

Рассчитаем теоретическое значение  $R_{\text{кр}} = 2\sqrt{L/C}$ , где  $L \approx 145 \text{ мГн}$  и  $C \approx 0,007 \text{ мкФ}$ .

$$R_{\text{кр}} \approx 9102 \text{ Ом} \quad (6)$$

Рассчитаем добротность контура  $Q$  для максимального и минимального значений  $\Theta$  по картине затухающих колебаний и по спирали. Для этого воспользуемся формулой  $Q = \pi/\Theta$ . Сравним полученные значения с теоретическими, рассчитанными по формуле  $Q = 1/R\sqrt{L/C}$ . Найдём погрешности измерения  $R_{\text{кр}}$  и  $Q$  по отношению к табличному значению. Сведём результаты эксперимента в таблицу 7

Таблица 7: Итоговые результаты эксперимента.

Лкат, мГн	Rкр, Ом			R, кОм	Q		
	Теор.	Подбор	Граф.		Теор.	$f(\Theta)$	Спираль
145	9102	$10000 \pm 898$	$8973 \pm 129$	3	1,52	$1,45 \pm 0,07$ ( $\varepsilon = 5\%$ )	$1,54 \pm 0,02$ ( $\varepsilon = 1,3\%$ )
		( $\varepsilon = 9\%$ )	( $\varepsilon = 1,5\%$ )	1	4,55	$4,42 \pm 0,13$ ( $\varepsilon = 3\%$ )	$4,69 \pm 0,14$ ( $\varepsilon = 3\%$ )

## 5 Вывод.

Рассчитанные значения  $R_{\text{кр}}$  и  $\Theta$  практически совпадают с теоретическими (относительные погрешности не превышают 5%).

При определении  $R_{\text{кр}}$ , несомненно, предпочтительнее графический метод перед методом подбора, так как определить на глаз момент перехода критического режима в апериодический довольно сложно.

В ходе работы были измерены с довольно высокой точностью:

- период свободных колебаний контура
- критическое сопротивление
- декремент затухания
- добротность контура.