Московский Физико-Технический Институт

Кафедра общей физики

Лабораторная работа №3.2.6

Исследование гальванометра.

Автор:
Глеб Уваркин
615 группа

Преподаватель:
Андрей Александрович
Заболотных

18 ноября 2017 г.

Цель работы:

Изучение работы высокочувствительного зеркального гальванометра магнитоэлектрической системы в режимах измерения постоянного тока и электрического заряда.

В работе используются:

Зеркальный гальванометр с осветителем и шкалой, источник постоянного напряжения, делитель напряжения, магазин сопротивлений, эталонный конденсатор, вольтметр, переключатель, ключи, линейка.

1 Теоретические сведения.

Общее устройство. *Баллистический гальванометр* – электроизмерительный прибор магнитоэлектрической системы, отличающийся высокой чувствительностью к току и сравнительно большим периодом колебаний подвижной системы. Два режима работы:

- *Стационарный* (измерение постоянного тока)
- *Баллистический* (измерение заряда, протекшего через рамку за некоторое время)

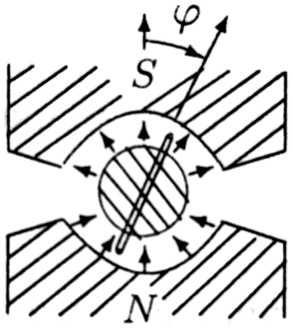

Рис. 1: Рамка с током в магнитном поле

Уравнение движения подвижной системы. Обозначим

$$\left.\begin{aligned} \frac{(BSN)^2}{JR_\Sigma} &= 2\gamma \\ \frac{D}{J} &= \omega_0 \\ \frac{BSN}{J} &= K \end{aligned}\right\} \tag{1}$$

Тогда уравнение движения рамки примет вид:

$$\ddot{\varphi} + 2\gamma\dot{\varphi} + \omega_0^2\gamma = KI, \tag{2}$$

где γ – *коэффициент затухания* подвижной системы гальванометра,
ω_0 – *собственная частота* колебаний рамки

Режим измерения постоянного тока. При пропускании постоянного тока через рамку, то в уравнении (2) можно положить $\ddot{\varphi} = \ddot{\varphi} = 0$ и угол поворота определится как:

$$\varphi = \frac{K}{\omega_0^2}I = \frac{I}{C_I}, \tag{3}$$

где C_I – *динамическая постоянная* гальванометра.

Свободные колебания рамки. Исследуем движение в отсутствие внешних источников тока, когда $I = 0$.

НУ: при $t = 0$ $\varphi = 0,$ $\dot{\varphi} = \dot{\varphi}_0$.

Возможные случаи:

1. $\gamma < \omega_0$ (колебательный режим).

   Решение задачи Коши однородного ур-ия для (2) даст

$$\varphi = \frac{\dot{\varphi}_0}{\omega} e^{-\gamma t} \sin \omega t, \tag{4}$$

   где

$$\omega^2 = \omega_0^2 - \gamma^2 \tag{5}$$

   Движение рамки имеет колебательный характер и затухает со временем.

   Период таких колебаний равен:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{pi}{\sqrt{\frac{D}{J} - \frac{(BSN)^4}{(2JR_\Sigma)^2}}} \tag{6}$$

   Если затухание мало ($\gamma \ll \omega_0$), то движение рамки близко к синусоидальному

$$\varphi = \frac{\dot{\varphi}_0}{\omega_0} \sin \omega_0 t. \tag{7}$$

2. $\gamma = \omega_0$ (критический режим).

   В этом случае

$$\varphi = \dot{\varphi}_0 t e^{-\gamma t} \tag{8}$$

   Движение не имеет колебательного характера: отклоненная подвижная система после отброса почти экспоненциально приближается к нулю.

3. $\gamma > \omega_0$ (случай переуспокоенного гальванометра).

   Решение все той же задачи примет вид

$$\varphi = \frac{\dot{\varphi}_0}{\varkappa} e^{-\gamma t} \operatorname{sh} \varkappa t, \tag{9}$$

   где

$$\varkappa^2 = \gamma^2 - \omega_0^2$$

   Движение остается апериодическим, однако подвижная система приближается к равновесию медленнее, чем в критическом режиме.

Режим измерения заряда При пропускании через рамку короткого импульса тока, можно считать, что весь ток успевает пройти при не отклоненном положении рамки, хотя она и получает толчок, в результате которого она приводится в движение, описываемое однородным уравнением (2), при заданных НУ.

Вычислим скорость $\dot{\varphi}_0$, при длительности импульса τ:

$$\int_0^\tau \ddot{\varphi} dt + 2\gamma \int_0^\tau \dot{\varphi} dt + \omega_0^2 \int_0^\tau \varphi dt = K \int_0^\tau I dt \tag{10}$$

Второе и третье слагаемые малы, поэтому их мы не учитываем. Итого:

$$\dot{\varphi}(\tau) = Kq. \tag{11}$$

Величину $C_Q = q/\varphi_{max}$ будем называть *баллистической постоянной* гальванометра. Максимальный отброс достигается при отсутствии затухания:

$$\varphi_{max\ \text{св}} = \frac{\dot{\varphi}(\tau)}{\omega_0} = \frac{Kq}{\omega_0} \tag{12}$$

В случае критического затухания

$$\varphi_{max\ \text{кр}} = \frac{Kq}{\omega_0 e} \tag{13}$$

Таким образом отношение баллистических постоянных для двух режимов:

$$\frac{C_{Q\ \text{кр}}}{C_{Q\ \text{св}}} = e$$

1.1 Определение динамической постоянной

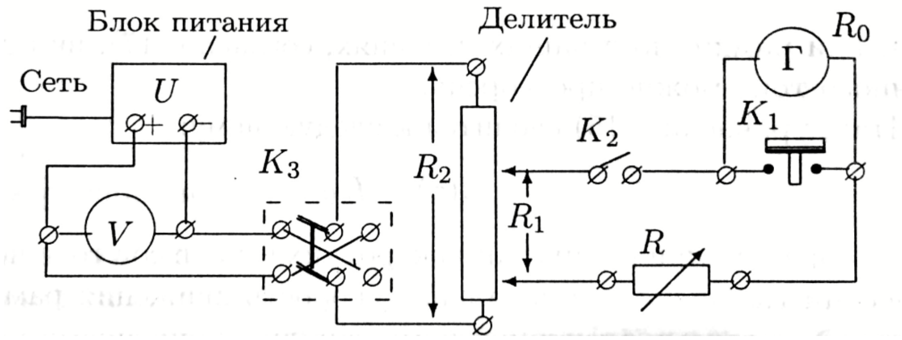

Рис. 2: Схема установки для работы гальванометра в стационарном режиме

Экспериментальная установка. Схема установки представлена на Рис. 2. При малых R_1 сила тока, протекающего через гальванометр может быть вычислена по очевидной формуле:

$$I = U_0 \frac{R_1}{R_2} \frac{1}{R + R_0}, \tag{14}$$

где U_0 – показания вольтметра, R_1/R_2 – положение делителя, R – сопротивление магазина, R_0 – внутреннее сопротивление гальванометра.

Связь координаты x светового пятна на шкале и углом отклонения рамки:

$$x = a\,\mathrm{tg}(2\varphi),$$

где a – расстояние от шкалы до зеркальца. При малых углах $\varphi = x/2a$. Динамическая постоянная

$$C_I \left[\frac{\text{А}}{\text{мм/м}}\right] = \frac{I}{\varphi} = \frac{2aI}{x}. \tag{15}$$

1.2 Определение критического сопротивления гальванометра

Схему будем использовать ту же.

При больших R свободное движение рамки имеет колебательный характер. С его уменьшением увеличивается затухание и колебания переходят в апериодический режим.

Скорость затухания характеризуется *логарифмическим декрементом затухания*

$$\Theta = \ln \frac{\varphi_n}{\varphi_{n+1}} = \ln \frac{x_n}{x_{n+1}} = \gamma T, \tag{16}$$

где

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \tag{17}$$

Измеряя зависимость $\Theta(R)$ можно найти $R_{кр}$, при котором $\Theta \to \infty$. Комбинируя формулы (1), (2), (5), (16) и (17) получаем:

$$\Theta = \frac{2\pi R_3}{\sqrt{(R+R_0)^2 - R_3^2}}, \tag{18}$$

где введено обозначение:

$$R_3 = \frac{(BSN)^2}{2\sqrt{JD}} = R_0 + R_{кр} \tag{19}$$

Преобразовав предпоследнее выражение получим:

$$\frac{1}{\Theta} = \frac{(R_0+R)^2}{4\pi^2 R_3^2} - \frac{1}{4\pi^2} \tag{20}$$

Представив последнее на графике в осях $X = (R+R_0)^2, Y = 1/\Theta^2$, получим прямую, угол наклона которой позволяет рассчитать критическое сопротивление

$$R_{кр} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{\Delta X}{\Delta Y}} - R_0. \tag{21}$$

1.3 Определение баллистической постоянной и критического сопротивления гальванометра, работающего в баллистическом режиме

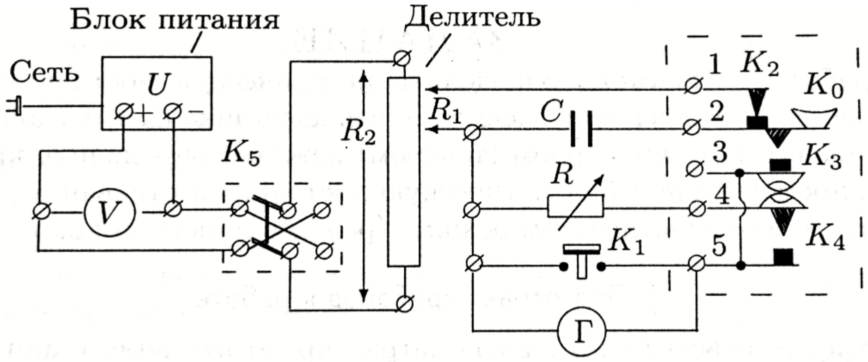

Рис. 3: Схема установки для определения баллистической постоянной

Будем использовать схему, изображенную на Рис. 3.

При нормальном положении кнопки K_0 конденсатор C заряжается до напряжения

$$U_C = \frac{R_1}{R_2} U_0.$$

Заряд конденсатора равен

$$q = CU_C = \frac{R_1}{R_2} U_0 C. \tag{22}$$

Величину максимального отклонения гальванометра без затухания φ_0 можно рассчитать, если при разомкнутой цепи измерены максимальное отклонение рамки ϕ_1 и логарифмический декремент затухания Θ_0.

Из ур-ий (9) и (16) следует, что при $\gamma \ll \omega_0$

$$\varphi_0 = \varphi_1 \cdot e^{\Theta_0/4} \tag{23}$$

Баллистическую постоянную гальванометра $C_{Q\ \text{кр}} \left[\frac{\text{Кл}}{\text{мм/м}}\right]$ определяем при критическом сопротивлении:

$$C_{Q\ \text{кр}} = \frac{q}{\varphi_{max\ \text{кр}}} = 2a \frac{R_1}{R_2} \frac{U_0 C}{l_{max\ \text{кр}}}, \tag{24}$$

где $l_{max\ \text{кр}}$ –величина первого отброса в критическом режиме (мм), – расстояние от зеркальца до шкалы (м), U_0C – заряд (Кл).

2 Обработка результатов.

2.1 Определение динамической постоянной.

Снимем зависимость отклонения зайчика x от сопротивления магазина R, увеличивая сопротивление магазина, но не меняя делителя ($U_0 = 1.38 \pm 0.02$ В, $R_1/R_2 \simeq 1/2000$, $R_2 =$ 10 кОм, $R_0 = 280$ Ом, $2a = 2.2$ м). Рассчитаем токи I по формуле (14) и построим график $I = f(x)$.

Таблица 1: Зависимость I(x).

R, кОм	4.3	5.3	6.3	7.3	8.3	9.3	10.3	11.3	12.3	13.3
x, см	23.3	19	16	13.8	12.1	10.8	9.8	9	8.3	7.6
$I \cdot 10^{-8}$, А	15.1	12.4	10.5	9.1	8.0	7.2	6.5	5.9	5.5	5.1
σ_x, см	0.1									
$\sigma_I \cdot 10^{-9}$, А	3	2	2	2	2	1	1	1	1	1

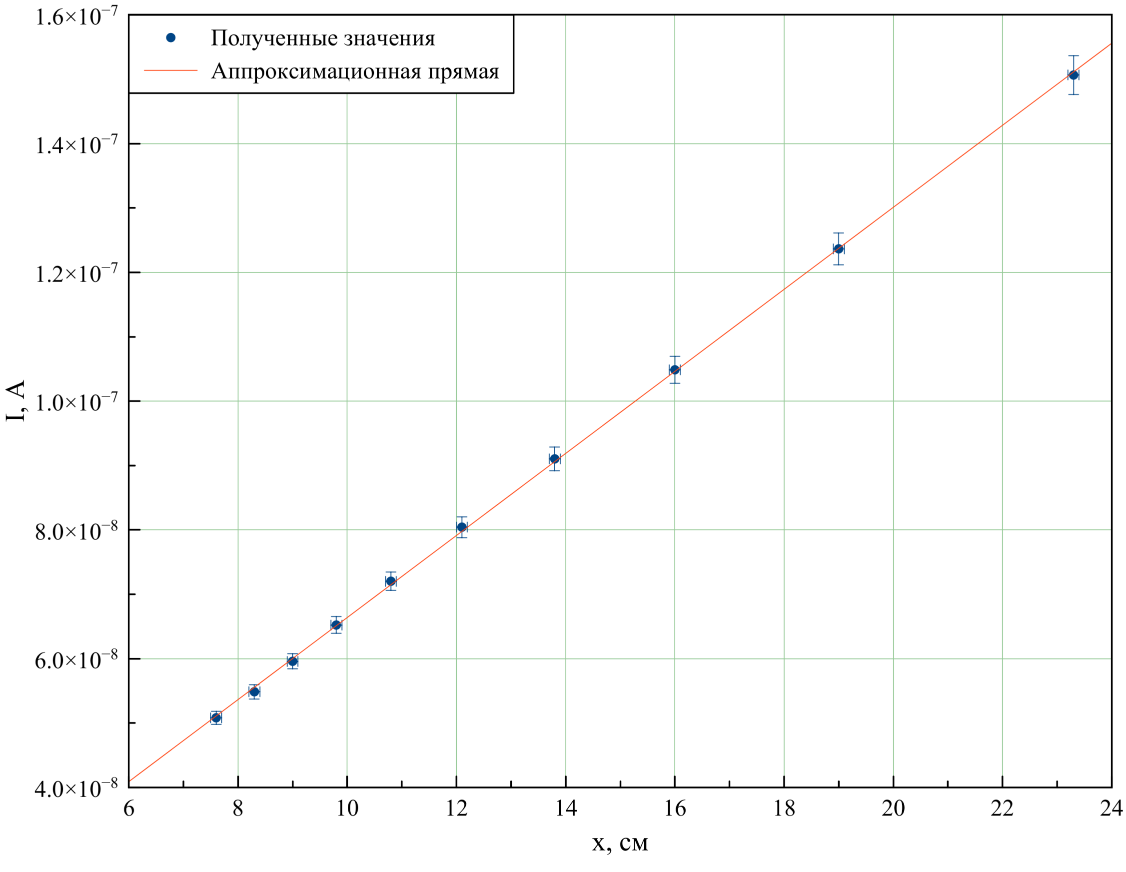

Рис. 4: График зависимости $I = f(x)$.

С помощью метода наименьших квадратов определим угловой коэффициент наклона аппроксимационной прямой:

$$k = \frac{< x \cdot I >}{< x^2 >} \simeq 6.55 \cdot 10^{-7} \text{ А/м} = 6.56 \cdot 10^{-10} \text{ А/мм}$$

$$\sigma_k = \frac{1}{\sqrt{10}} \cdot \sqrt{\frac{< I^2 >}{< x^2 >} - k^2} \simeq 2.36 \cdot 10^{-9} \text{ А/м} = 2.36 \cdot 10^{-12} \text{ А/мм}.$$

По наклону прямой рассчитаем динамическую постоянную C_I по формуле (15):

$$C_I = \frac{2aI}{x} \simeq 1.44 \cdot 10^{-9}\ \frac{\text{А}}{\text{мм/м}}.$$

Окончательно получаем:

$$\boxed{C_I \simeq (1.44 \pm 0.01) \cdot 10^{-9}\ \frac{\text{А}}{\text{мм/м}}\ (\varepsilon \simeq 0.4\%)}$$

2.2 Определение критического сопротивления.

Измерим два последовательных отклонения зайчика в одну сторону ($x_n = 21.3$ см, $x_{n+1} = 19.4$ см). Рассчитаем логарифмический декремент затухания Θ_0 разомкнутого гальванометра по формуле (16):

$$\Theta_0 = \ln \frac{x_n}{x_{n+1}} \simeq 0.09$$

Построим график $1/\Theta^2 = f[(R + R_0)^2]$ и по наклону прямой(в области малых R) рассчитаем критическое сопротивление по формуле (21).

Таблица 2: Определение критического сопротивления.

x_n, см	5.7	10.5	9.8	17.7	16.4	15.4	14.5
x_{n+1}, см	1.0	2.7	3.2	6.4	6.6	6.7	6.8
Θ	1.74	1.36	1.12	1.02	0.91	0.83	0.76
$R + R_0$, Ом	7080	8780	10480	12180	13880	15580	17280
$(R + R_0)^2 \cdot 10^8$, Ом^2	0.50	0.77	1.09	1.48	1.93	2.43	2.99
$1/\Theta^2$	0.33	0.54	0.79	0.97	1.21	1.44	1.74

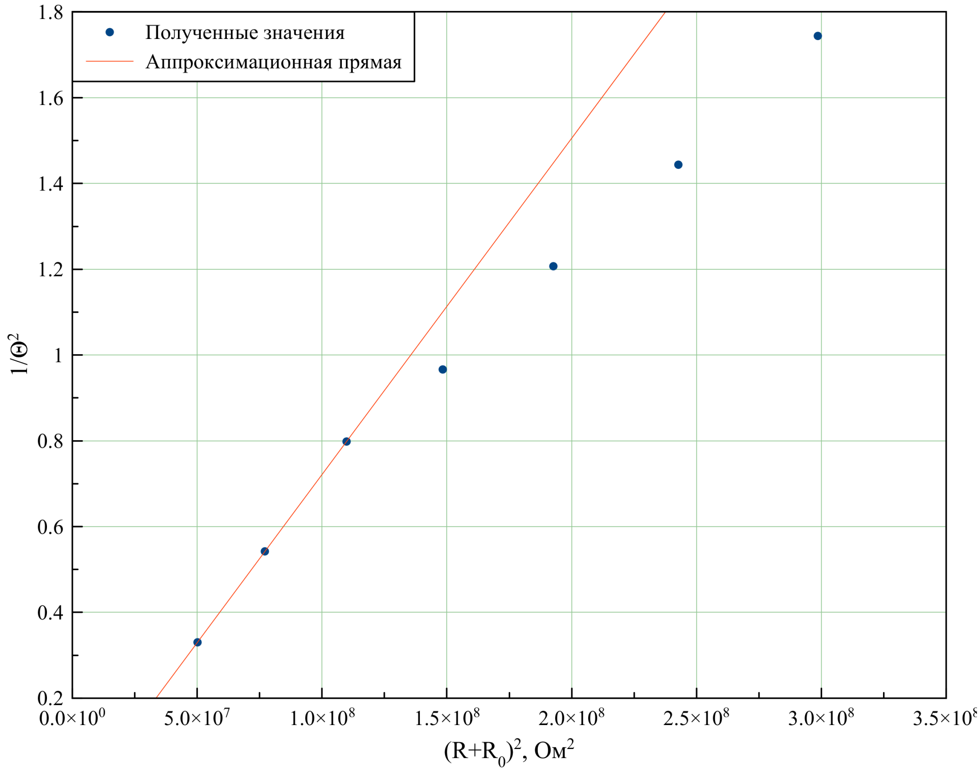

Рис. 5: График зависимости $1/\Theta^2 = f[(R + R_0)^2]$.

С помощью метода наименьших квадратов определим тангенс угла наклона аппроксимационной прямой:

$$k = \frac{<1/\Theta^2 \cdot (R+R_0)^2> - <(R+R_0)^2><1/\Theta^2>}{<(R+R_0)^4> - <(R+R_0)^2>^2} \simeq 7.84 \cdot 10^{-9} \text{ Ом}^{-2}$$

$$\sigma_k = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \sqrt{\frac{<1/\Theta^4> - <1/\Theta^2>^2}{<(R+R_0)^4> - <(R+R_0)^2>^2} - k^2} \simeq 6.8 \cdot 10^{-12} \text{ Ом}^{-2}$$

$$R_{\text{кр}} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{\Delta X}{\Delta Y}} - R_0 \simeq 1518 \text{ Ом}$$

Окончательно получаем:

$$\boxed{R_{\text{кр}} \simeq (1518 \pm 1) \text{ Ом } (\varepsilon \simeq 0.1\%)}$$

Перейдём к изучению гальванометра в баллистическом режиме. Построим график $l_{\text{max}} = f[(R+R_0)^{-1}]$. Определим по графику критическое сопротивление гальванометра (с учётом (23)).

Таблица 3: Таблица зависимости $l_{max}[(R_0+R)^{-1}]$

R, кОм	0.09	0.5	0.6	0.70	0.8	0.9	1	2	5	8	10	20	30	40	50
$\frac{1}{(R+R_0)} \cdot 10^{-5}$, Ом$^{-1}$	270.3	128.2	113.6	102.0	92.6	84.7	78.1	43.9	18.9	12.1	9.7	4.9	3.3	2.5	1.9
l_{max}, см	2.3	4.5	4.7	5.1	5.4	5.7	6.2	8.5	12.2	14.2	14.7	16.6	17.2	17.5	17.8

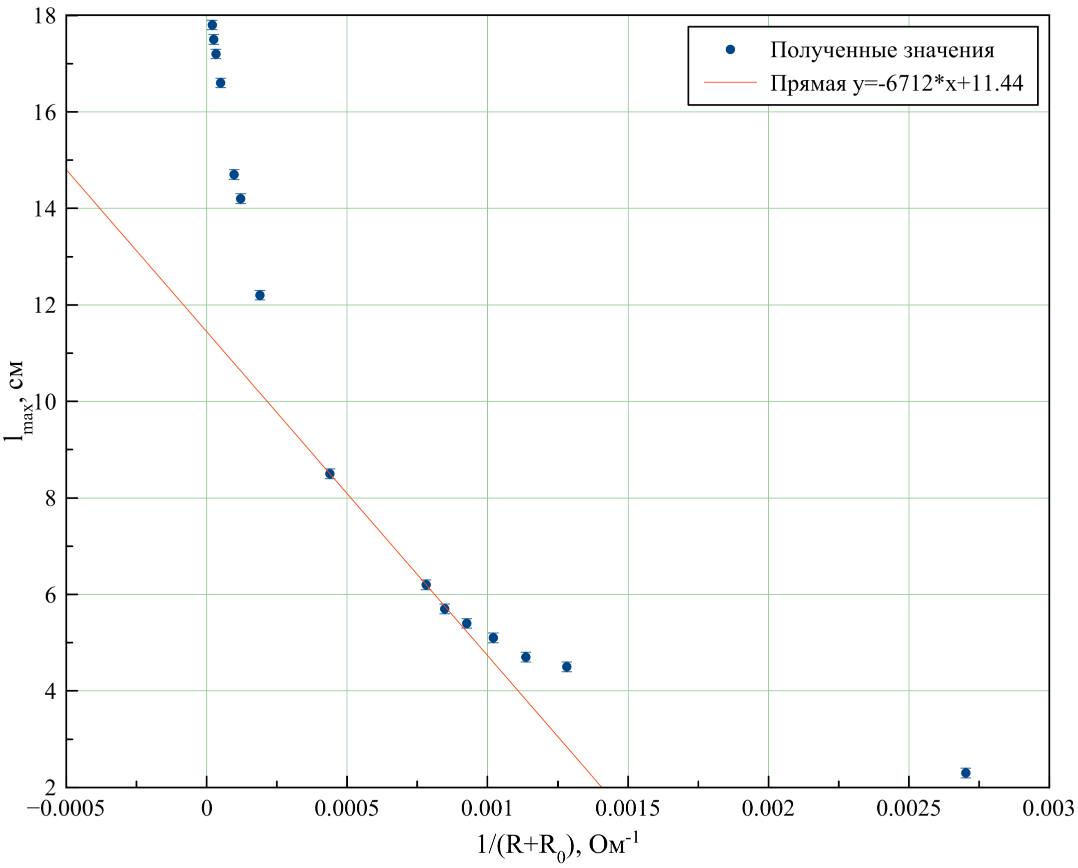

Рис. 6: График зависимости $l_{max} = f[(R+R_0)^{-1}]$.

Сравним значения $R_{\text{кр}}$, измеренные различными способами (см. таблицу (4)).

Таблица 4: Значения $R_{\text{кр}}$.

Способ	Эксперимент	Стационарный режим	Баллистический режим
$R_{\text{кр}}$, Ом	1700	1518 ± 1	1284

2.3 Определение баллистической постоянной.

Рассчитаем баллистическую постоянную в критическом режиме $C_{Q\ \text{кр}}$ по формуле (24):

$$C_{Q\ \text{кр}} = 2a\frac{R_1}{R_2}\frac{U_0C}{l_{max\ \text{кр}}} \simeq 2.08 \cdot 10^{-9}\ [\text{К}/(\text{мм}/\text{м})]$$

С учётом погрешности получаем:

$$\boxed{C_{Q\ \text{кр}} \simeq (2.08 \pm 0.03) \cdot 10^{-9}\ [\text{К}/(\text{мм}/\text{м})](\varepsilon \simeq 1.4\%)}$$

Сравним время релаксации t и период свободных колебаний гальванометра T_0:

$$t = R_0C \simeq 280 * 2 \cdot 10^{-6} \simeq 5.6 \cdot 10^{-4}\ \text{с}$$

$$T_0 = \frac{T}{n} \simeq \frac{74.6}{10} \simeq 7.5\ \text{с}$$

3 Вывод.

В данной лабораторной работе мы измерили значение динамической постоянной гальванометра, критического сопротивления тремя способами и баллистической постоянной. В измерениях динамической постоянной значения $R_{\text{кр}}$ близки, но все же не совпадают (это можно объяснить тем, что экспериментальное значение $R_{\text{кр}}$ измерено с большой погрешностью, так как оно определялось на "глаз"). Наибольшая погрешность в третьем эксперименте, так как большой вклад в погрешность даёт скорость реакции человека (отклонения зайчика происходят быстро, необходимо успевать замыкать ключ и считывать значения).