1. Упростите выражения, заданные для подмножеств (событий) A и B:

Ответ:

a) A + B

б) A(B̅ + B) = A

в) B(A + A̅) + B̅(A + A̅) = B + B̅ = Ω

1. Предложите множество элементарных событий из области медицины и/или биологии и связанные с ним события A, B, C такие, чтобы одновременно выполнялись следующие 4 условия: Pr{AB} > 0, Pr{BC} > 0, Pr{AC} > 0, Pr{ABC} = 0

Ответ:

Пример с группами крови:

A – наличие агглютинина A в эритроцитах

B – наличие агглютинина B в эритроцитах

C – группа крови не IV

Теперь рассмотрим выполнение заданных условий:

* Условие Pr{AB} > 0 означает, что вероятность одновременного наличия агглютинина A и агглютинина B в эритроцитах должна быть больше нуля. Это соответствует IV группе крови, где и антитела A, и антитела B присутствуют в эритроцитах.
* Условие Pr{BC} > 0 означает, что вероятность одновременного наличия агглютинина B и группы крови не IV должна быть больше нуля. Это соответствует группе крови III, где антитела B есть, но нет антител A.
* Условие Pr{AC} > 0 означает, что вероятность одновременного наличия агглютинина A и группы крови не IV также должна быть больше нуля. Это соответствует группе крови II, где антитела A есть, но нет антител B.
* Условие Pr{ABC} = 0 указывает на то, что вероятность одновременного наличия агглютинина A, агглютинина B и группы крови не IV должна быть равна нулю. Группа крови IV означает наличие агглютинина A и B. Это взаимоисключающее условие – событие невозможное.

Все 4 условия выполнены.

1. Лаборатория оснащена двумя анализаторами крови, первый из которых из-за сбоя выдает абракадабру в результатах с вероятность 0.01, а второй – 0.1. Из-за этого вторым прибором стараются пользоваться реже – через него проходит всего 10% анализов. Соответственно, через первый прибор проходит 90% анализов. Врач смотрит на случайно выбранную распечатку и видит, что в результатах – абракадабра. Какова вероятность того, что результат был получен с помощью первого прибора?

Решение:

A – анализ обрабатывался первым прибором, отсюда:

A̅ – анализ обрабатывался вторым прибором

B – получилась абракадабра.

По условию:

Pr(A) – 0,9 (90%)

Pr(A̅) – 0.1 (10%)

Pr(B/A) – 0.01 (1%)

Pr(B/A̅) – 0.1 (10%)

Найдем вероятность что использовался первый прибор и получилась абракадабра. Так как события независимые:

Pr(AB) = Pr(A) \* Pr(B/A) = 0.9\*0.01= 0.009 (0.9%)

А теперь второй:

Pr(A̅B) = Pr(A̅) \* Pr(B/A̅) = 0.1\*0.1 = 0.01 (10%)

Найдем искомую вероятность:

Pr(A/B) = Pr(AB) / ((Pr(A̅B) + Pr(AB) = 0.009 / (0.009 + 0.01) = 0.474

Ответ: 0.474 (47.4%)

1. На лекции обсуждался следующий слайд: Задача: воспроизвести аналогичные расчеты для Pr{здоров|-} и провести анализ полученного выражения по пунктам, аналогичным тем, что были использованы на лекции: • Какой клинический смысл у данного выражения? Чему, желательно, оно должно быть равно? • Каким образом его значение зависит от параметров тест-системы? В каких случаях его значение оптимально?

Решение:

Pr(здоров/-) = Pr(здоров) \* Pr(-/здоров) / Pr(-)

Pr(-/здоров) – это специфичность

Pr(-) число всех отрицательных складывается из тех кто действительно здоров и получил (-):

Pr(здоров) \* специфичность

и тех, кто болен, но получил ложноотрицательный результат:

Pr(болен) \* (1 - чувствительность)

В итоге получаем:

Pr(здоров/-) = Pr(здоров) \* Pr(-/здоров) / (Pr(здоров)\*специфичность +

Pr(болен) \* (1 - чувствительность) = 0,95 \* 0,8 / (0,05 \* (1 – 0,9) + 0,95 \* 0,8) =

0,993 (99,3%)

Клинический смысл заключается в том, что человек, получивший отрицательный результат действительно здоров с вероятностью 99,3%.

Это значение должно стремиться к 100%.

Это значение зависит как от специфичности, так и от чувствительности. При их увеличении будет расти значение параметра Pr(здоров/-).

Обычно чувствительность и специфичность тест систем не равны максимальному значение и при увеличении одного, уменьшается второе. Выбрать оптимальные значения чувствительности и специфичности можно исходя из их максимального значение. Так же необходимо учитывать клиническое значение теста. В отдельных случаях больше важна больше специфичность, а в других – чувствительность.