1

Optimisation de la reconstruction d'images scanners

eqref

MAINTENANT que nous avons un modèle EDP qui reproduit bien les aspects constatés en clinique, interrogeons nous sur la manière de reconstruire une image en niveau de gris (image scanner) à partir des résultats numériques *i.e.* de l'évolution des densités $N(t,x)$, $P(t,x)$ et $S(t,x)$ (toutes comprises entre 0 et 1). On tentera, dans ce chapitre, d'optimiser les niveaux de gris τ_N, τ_P et τ_S de l'interpolation EQREF afin de rapprocher au maximum la visualisation des résultas numériques de la visualisation des scanners médicaux.

1.1 Présentation de l'approche

Pour un patient donné, on considère n instants auxquels on possède des scanners (aux temps $t_i, i \in \{1,\dots,n\}$). Sur ces n images, on propose d'optimiser les coefficients (niveaux de gris) de l'interpolation $\tau_N N + \tau_P P + \tau_S S$ où N, P et S sont les populations définies dans le modèle présenté précédement. Sur l'ensemble de ces images, on fait correspondre le niveau de gris moyen des images numériques à celui moyen des scanners, ce qui s'écrit :

$$\begin{aligned}\frac{1}{\mathcal{A}(Z_1(t_i))}\left(\tau_N \int\limits_{Z_1(t_i)} N(t_i,x)\,\mathrm{d}x + \tau_P \int\limits_{Z_1(t_i)} P(t_i,x)\,\mathrm{d}x + \tau_S \int\limits_{Z_1(t_i)} S(t_i,x)\,\mathrm{d}x\right) \\ = \frac{1}{\mathcal{A}(Z_2(t_i))}\int\limits_{Z_2(t_i)} s(t_i,x,z_0)\,\mathrm{d}x \qquad i \in \{1,\dots,n\}\end{aligned} \tag{1.1}$$

où :

- $\mathcal{A}(Z)$ est l'aire de la zone Z.
- $Z_1(t_i)$ est la zone correspondant à la tumeur dans les simulations numériques au temps t_i. Elle est définie par un seuillage sur S.

specifier le seuillage ?

- $Z_2(t_i)$ est la zone tumorale sur le scanner réalisé au temps t_i. Cette zone a été définie par contourage manuel à l'aide du logiciel OsiriX.
- z_0 est la coupe que l'on choisie d'étudier dans les scanners. Cette coupe est approximativement la même au cours du temps.
- $s(t_i, x, z_0)$ est la valeur du niveaux de gris du pixel en position x sur la coupe z_0 du scanner effectué au temps t_i.

En utilisant la discrétisation, aussi bien sur les simulations numériques que sur les scanners, on obtient :

$$\begin{aligned}\frac{1}{\mathcal{N}(Z_1(t_i))}\left(\tau_N \sum_{x\in Z_1(t_i)} N(t_i,x) + \tau_P \sum_{x\in Z_1(t_i)} P(t_i,x) + \tau_S \sum_{x\in Z_1(t_i)} S(t_i,x)\right) \\ = \frac{1}{\mathcal{N}(Z_2(t_i))} \sum_{x\in Z_2(t_i)} s(t_i,x,z_0) \qquad i\in\{1,\dots,n\}\end{aligned} \tag{1.2}$$

où $\mathcal{N}(Z)$ désigne le nombre de pixel contenu dans la zone Z. On a donc un système linéaire de 3 inconnues à n équations que l'on peut réécrire :

$$A\tau = B, \tag{1.3}$$

avec $\tau = {}^t(\tau_N, \tau_P, \tau_S)$, A matrice de taille $n\times 3$ et B vecteur colonne de taille n.

Pour ne pas se limiter au cas $n = 3$ qui clos le système, on le résoud par la minimisation suivante :

$$\min_\tau J(\tau) \quad \text{avec} \quad J(\tau) = \frac{\|A\tau - B\|^2_{\ell^2}}{\|B\|^2_{\ell^2}} + \mathcal{P}(\tau), \tag{1.4}$$

où $\mathcal{P}$ pénalise la fonction coût J lorsque l'une des composante de τ est en dehors de l'intervalle $[0; 255]$. Une pénalisation en créneau sera considérée ici

$$\mathcal{P}(\tau) = 1e7 \times (\tau \notin [0; 255]^3). \tag{1.5}$$

1.2 Optimisation sur 3 paramètres

La résolution de l'équation (1.4) fournit le τ optimal. Il y a cependant plusieurs manières de calculer cet optimum. On peut faire varier :

- le nombre d'images considérées
- les moments considérés
- l'algorithme d'optimisation lui-même

Dans tous les cas, on ne considèrera pas le premier scanner (numéro 0) car la condition initiale numérique EQREF n'est pas prise de sorte à respecter la répartition des niveaux de gris du scanner. Evitons donc d'inclure dans l'optimisation une erreur de base qui serait incompressible. On regardera des situations avec seulement 2 images (problème sous-déterminé) ou 3 images (problème fermé) ou plus (problème sur-déterminé).

Presenter les algo

EQREF

En ce qui concerne les algorithmes d'optimisations utilisés, nous en choisirons quatre :

Scanners choisis pour l'optimisation	Algorithme d'optimisation							
	SLSQP		**GC**		**Neldear-Mead**		**BFGS**	
	τ_N, τ_P, τ_S	Erreur	τ_N, τ_P, τ_S	Erreur	τ_N, τ_P, τ_S	Erreur	τ_N, τ_P, τ_S	Erreur
[1, 2]	39.08, 145.73, 195.76	7.0e-07	39.08, 145.73, 195.76	2.7e-11	37.34, 145.08, 200.62	5.5e-09	39.08, 145.73, 195.76	2.6e-10
[1, 2, 3]	29.87, 148.26, 192.23	1.2e-02	54.09, 151.32, 153.71	1.2e-09	54.09, 151.32, 153.71	2.6e-08	54.09, 151.32, 153.71	8.5e-11
[1, 2, 3, 4]	28.29, 147.54, 190.53	2.0e-02	61.29, 153.52, 136.77	4.0e-03	61.58, 153.57, 136.3	4.0e-03	61.58, 153.57, 136.3	4.0e-03
[1, 2, 3, 4, 5]	27.06, 146.73, 188.18	2.7e-02	56.18, 152.31, 146.43	5.2e-03	56.35, 152.32, 146.23	5.2e-03	56.35, 152.32, 146.23	5.2e-03
[1, 3]	30.72, 146.69, 192.06	1.0e-06	30.74, 145.7, 191.96	5.0e-03	35.66, 147.67, 183.96	2.2e-09	30.72, 146.69, 192.06	7.5e-11
[1, 3, 5]	28.36, 145.23, 188.1	2.5e-02	58.7, 152.23, 146.13	5.2e-11	58.7, 152.23, 146.13	2.9e-08	58.7, 152.23, 146.13	2.4e-11
[1, 2, 5]	28.84, 146.19, 189.06	3.2e-02	56.1, 152.07, 148.06	3.9e-11	56.1, 152.07, 148.06	4.4e-08	56.1, 152.07, 148.06	3.5e-11
[1, 2, 3, 5]	28.07, 147.06, 189.07	2.8e-02	56.73, 152.07, 147.85	1.2e-03	56.76, 152.08, 147.82	1.2e-03	56.76, 152.08, 147.82	1.2e-03
[1, 2, 3, 7]	66.03, 154.63, 127.93	5.1e-03	65.99, 154.63, 127.97	5.1e-03	66.06, 154.62, 127.92	5.1e-03	66.07, 154.62, 127.91	5.1e-03
[1, 2, 5, 7]	24.09, 158.07, 152.67	3.8e-02	65.54, 154.1, 131.69	1.3e-02	65.77, 154.09, 131.56	1.3e-02	65.79, 154.09, 131.55	1.3e-02
[1, 2, 9]	66.95, 156.11, 117.68	3.6e-06	66.95, 156.11, 117.68	3.1e-11	66.95, 156.11, 117.68	5.7e-08	66.95, 156.11, 117.68	3.5e-11
[1, 7, 11]	15.19, 153.63, 148.95	1.7e-03	28.18, 154.12, 143.44	1.4e-10	28.18, 154.12, 143.44	7.6e-09	28.18, 154.12, 143.44	3.7e-11
[1, 9, 11]	28.31, 159.08, 120.72	8.7e-03	28.33, 159.08, 120.75	8.7e-03	255.0, 150.81, 101.75	8.5e-03	28.31, 159.09, 120.73	8.7e-03
[1, 2, 7, 11]	24.8, 156.45, 147.25	3.2e-02	60.86, 155.38, 129.69	3.9e-03	60.92, 155.38, 129.66	3.9e-03	60.91, 155.38, 129.66	3.9e-03
[1, 3, 5, 7]	21.73, 156.58, 156.48	3.8e-02	74.46, 154.4, 126.77	1.1e-02	74.78, 154.39, 126.57	1.1e-02	74.78, 154.39, 126.58	1.1e-02
[1, 3, 7, 11]	21.61, 154.79, 152.72	3.4e-02	68.12, 155.64, 126.72	4.7e-03	68.24, 155.65, 126.65	4.7e-03	68.24, 155.65, 126.65	4.7e-03
[1, 3, 9, 11]	34.7, 161.68, 121.59	3.5e-02	73.74, 157.46, 116.9	7.7e-03	73.84, 157.45, 116.89	7.7e-03	73.75, 157.46, 116.89	7.7e-03
[2, 3]	26.59, 152.64, 191.17	1.1e-02	35.77, 163.3, 152.67	7.4e-11	42.91, 158.63, 153.07	3.4e-09	35.77, 163.3, 152.67	3.1e-10
[2, 3, 4]	25.3, 150.49, 188.98	2.4e-02	39.24, 168.0, 135.44	4.9e-03	0.0, 193.74, 133.11	4.8e-03	39.45, 168.0, 135.16	4.9e-03
[2, 3, 5]	24.95, 150.0, 186.75	3.3e-02	35.25, 165.75, 147.57	1.2e-03	0.0, 188.15, 147.14	8.3e-04	35.35, 165.69, 147.56	1.2e-03
[2, 3, 4, 5]	24.39, 149.04, 186.18	3.0e-02	36.07, 165.1, 146.11	6.3e-03	255.0, 26.08, 149.25	4.6e-03	35.59, 165.48, 145.97	6.3e-03
[2, 5, 7]	38.95, 171.19, 131.26	1.6e-02	38.8, 171.21, 131.36	1.6e-02	0.0, 196.02, 130.85	1.6e-02	38.95, 171.19, 131.27	1.6e-02
[2, 3, 5, 7]	39.05, 171.6, 130.96	1.4e-02	38.88, 171.63, 131.06	1.4e-02	0.0, 196.35, 130.63	1.4e-02	39.05, 171.6, 130.97	1.4e-02
[3, 5, 7]	21.44, 144.29, 173.47	6.1e-02	41.24, 175.3, 126.62	1.3e-02	255.0, 41.26, 127.12	1.3e-02	41.18, 175.46, 126.49	1.3e-02
Moyenne :	31.02, 153.07, 164.99		50.43, 157.76, 140.8		72.05, 149.97, 139.84		50.49, 157.82, 140.72	

TABLE 1.1 – Tableau récapitulatif des optimisations pour les 3 niveaux de gris

- SLSQP (Sequential Least SQuares Programming) : Méthodes des moindres carrés
- GC : Gradient Conjugué
- Neldear-Mead : Algorithme basé sur une méthode du Simplex.
- BFGS (Broyden, Fletcher, Goldfarb, and Shanno) : Méthode quasi newtonnienne basée également sur une approximation de la dérivée.

  Ref : Piocher ref algo : `http://docs.scipy.org/doc/scipy-0.15.1/reference/generated/scipy.optimize.minimize.html`

Ces algorithmes seront initialisés avec les paramètres τ_N, τ_P et τ_S de l'estimation visuelle du chapitre REF SECTION ET/OU PAGE . Lorsqu'il sont nécessaire, les gradients (voire les hessiennes) sont approximés par les algorithmes eux-même. Outre un vecteur de paramètre initial et la fonction coût à optimiser (1.4), aucune information supplémentaire n'est fournie à ces différents algorithmes.

ref section

La Table 1.1 synthétise une partie des résultats d'optimisation obtenus sur les différents tests qui ont été réalisés. On remarque que plus le nombre d'image considérées est grand, plus l'erreur à convergence a tendance à être grande. Ce comportement est attendu et ne pose pas de problème tant que l'erreur reste acceptable (de l'ordre de quelques pourcents). Augmenter le nombre d'images considérées s'avère utile pour rendre les optima moins sensibles aux perturbations éventuelles qu'il y a sur les données (bruit, marge d'erreur de segmentation manuelle, etc ...).

Presenter numerotation des scans

On peut de plus remarquer que selon les images choisies et selon les algorithmes choisis les résultats sont assez variables. Les moyennes des optima trouvés selon l'algorithme sont présentés sur la dernière ligne de la Table 1.1. Seul l'algorithme SLSQP se démarque des autres qui ont :

- une valeur moyenne de τ_P supérieur à τ_S alors qu'on s'attendrait plutôt à l'inverse... Des images ont été reconstituées avec des valeurs de τ_S aux alentours de 140 et 150. Il apparaît que la couleur du tissu sain n'est pas bonne : il est beaucoup trop foncé.
- pour environ un tiers des combinaisons, une valeur de τ_P proche de celle de τ_S, ce qui ne facilite pas du tout le contraste du tissu proliférant avec le tissu sain.

L'algorithme Neldear-Mead semble le moins bon algorithme, au vu notamment des résultats fournis pour les combinaisons [1,9,11], [2,3,4,5] et [3,5,7] qui font apparaître une valeur de τ_N de 255 ! Non seulement elle est grande, mais en plus elle atteint le bord autorisé. Notez que si l'on retire ces 3 valeurs de la moyenne présentée sur la dernière ligne du tableau, alors celle-ci s'approche des moyennes des algorithmes GC et BFGS.

Pour expliquer l'erreur commise sur τ_S, on aurait pu penser à une large variabilité permise sur ce paramètre due à la présence très minoritaire de tissu sain dans la tumeur. Ainsi τ_S serait très peu influent dans le calcul de

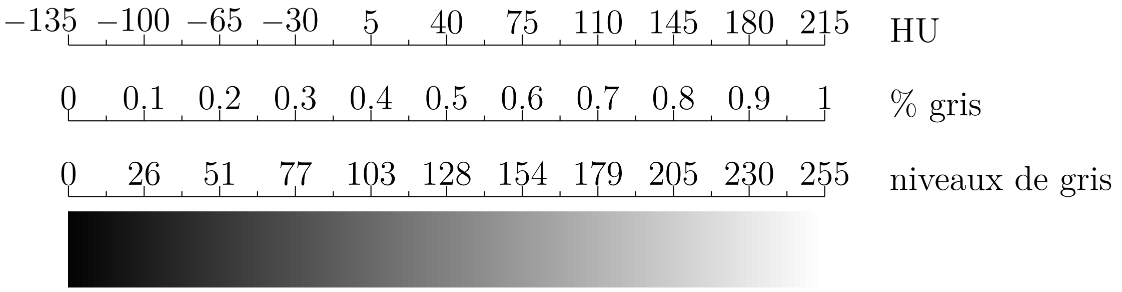

Figure 1.1 – Correspondance des niveaux de gris

l'erreur (1.4). Cependant après avoir examiné de plus près les valeurs des intégrales de l'équation (1.1) (*i.e.* les coefficients de la matrice A), il y a toujours au moins 10% de cellules saines. La plupart du temps, elles sont réparties sur le pourtour de la tumeur, dans la zone de transition sur laquelle il y a un mélange de tissu sain et de tissu tumoral. Ceci écarte donc l'hypothèse avancée. On pourrait alors avancer des variations dans les données (bruit dans les images, erreur sur le contourage, variation du temps d'acquisition du scanner qui impacte sur les niveaux de gris, ...) pour justifier cela, mais les impacts sont difficiles à mesurer. Il n'en reste pas moins que le niveau de gris τ_S est mal estimé. Pour palier à cela, nous allons le fixer dans la section suivante.

1.3 Optimisation sur 2 paramètres, τ_S fixé

Pour essayer de palier aux problèmes rencontrés dans la section précédentes, nous allons fixer τ_S à une valeur de 197 (sur l'échelle des niveaux de gris de 0 à 255). Cette valeur a été fixée en réalisant un contourage d'une zone de tissu sain dans OsiriX (*cf.* Figure 1.2). La moyenne de ce contourage est de 134.5 HU. Le niveau de gris étant échelonné linéairement entre -135 et 215, on peut ainsi faire correspondre cette quantité en HU à un niveau de gris compris entre 0 et 255 (*cf.* Figure 1.1). Ainsi, selon l'échelle considérée ici, 134.5 HU équivaut à un gris de 77% soit un gris de niveau 197.

Titre figure 1.1 à revoir ...

Ainsi nous résolvons toujours (1.3), mais ici avec

$$\begin{aligned} A_{k,\dots}.\tau &= \frac{1}{\mathcal{N}\big(Z_1(t_i)\big)}\left(\tau_N \sum_{x\in Z_1(t_i)} N(t_i,x) + \tau_P \sum_{x\in Z_1(t_i)} P(t_i,x)\right), \\ B_k &= \frac{1}{\mathcal{N}\big(Z_2(t_i)\big)} \sum_{x\in Z_2(t_i)} s(t_i,x,z_0) - \bar{\tau_S} \sum_{x\in Z_1(t_i)} S(t_i,x) \qquad i\in\{1,\dots,n\}, \end{aligned} \tag{1.6}$$

où $A_{k,\dots}$ désigne la k-ième ligne de la matrice A et où $\bar{\tau_S}$ est fixé à 197.

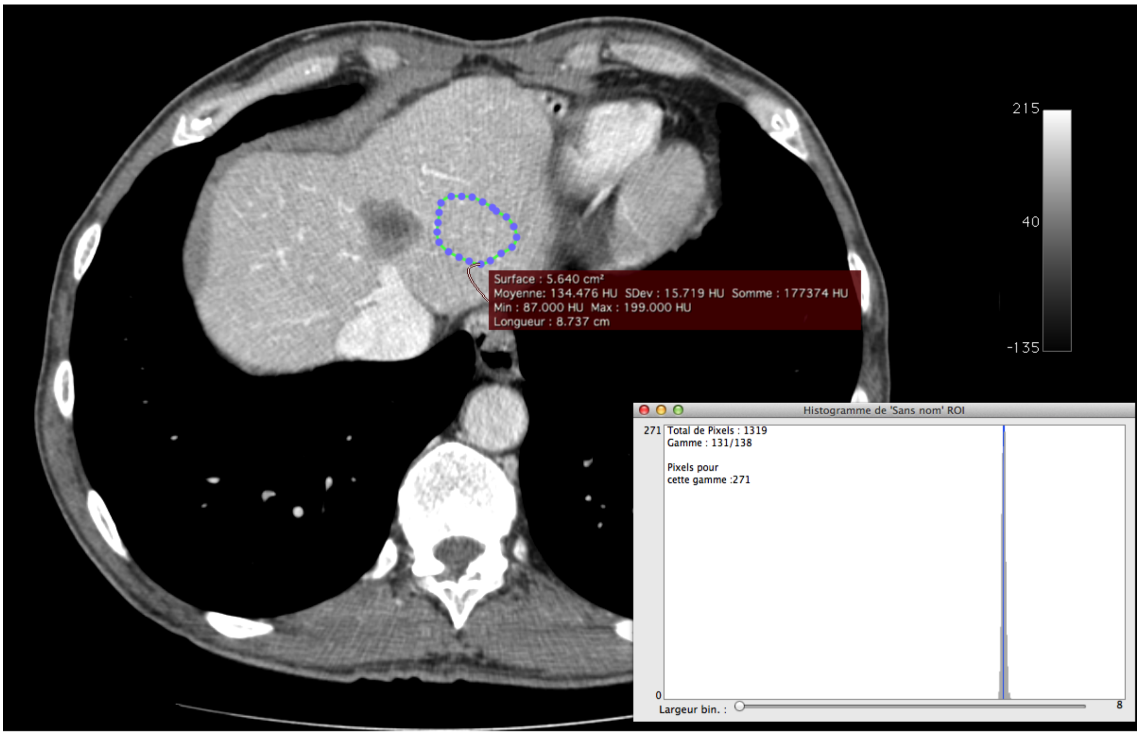

FIGURE 1.2 – Contourage d'une zone saine réalisé à l'aide du logiciel OsiriX – Moyenne de la valeur des pixels dans ce périmètre : 134.5 HU (avec une échelle HU de -135 à 215).

Les premiers essais ont été réalisés avec la même fonction coût (1.4) et avec la même pénalisation (1.5) que pour l'optimisation sur 3 paramètres. L'ensemble des résultats d'optimisation de τ_N et de τ_P avec τ_S fixé à 197 est fourni dans les Tables 1.2 et 1.3.

La table 1.2 présentent les cas correctement convergés. Ici les niveaux de gris moyens fournis sont conformes aux attentes dans le sens où l'on a τ_N<τ_P<τ_S. Ici encore l'algorithme basé sur la méthode des moindres carrés se démarque des 3 autres qui fournissent des aptima très similiaire.

Cependant dans certaines configurations, présentées dans la Table 1.3, les algorithmes tendent vers un jeu de paramètres optimal qui s'approche du bord 0 ou du bord 255, voire même qui est négatif (*i.e.* non convergence de l'algorithme d'optimisation). Même en écartant les configurations qui tendent vers le bord 0, il reste encore quelques combinaisons qui paraissent très pathologiques avec τ_N»τ_S ce qui est aberrant. Notons que l'algorithme basé sur la méthode des moindres carrés semble moins touché par ce problème. Ces erreurs pourraient être des notamment au fait que la pénalisation choisie (1.5) présente une discontinuité. Les algorithmes de descente fonctionnant sur une approximation du gradient peuvent ainsi être perturbé par cette discontinuité aux abords des bornes autorisées. Dans l'annexe **??** page **??** est détaillé l'enquête menée sur les fonctions de pénalisations. Des pénalisations plus régulières ont été testées (parabole tronquée et parabole tronquée régularisée)

Scanners choisis pour l'optimisation	Algorithme d'optimisation			
	SLSQP	**GC**	**Neldear-Mead**	**BFGS**
	τ_N, τ_P	τ_N, τ_P	τ_N, τ_P	τ_N, τ_P
[1, 2]	38.64, 145.56 Err : 8.0e-07	38.64, 145.56 Err : 2.7e-11	38.64, 145.56 Err : 8.6e-08	38.64, 145.56 Err : 3.4e-11
[1, 2, 3]	33.65, 145.78 Err : 1.3e-02	33.6, 145.8 Err : 1.3e-02	33.63, 145.79 Err : 1.3e-02	33.67, 145.78 Err : 1.3e-02
[1, 2, 3, 4]	27.62, 145.69 Err : 3.2e-02	26.63, 146.05 Err : 3.2e-02	26.53, 146.08 Err : 3.2e-02	26.51, 146.08 Err : 3.2e-02
[1, 2, 3, 4, 5]	25.93, 144.01 Err : 5.1e-02	19.97, 146.34 Err : 4.9e-02	19.82, 146.4 Err : 4.9e-02	19.77, 146.42 Err : 4.9e-02
[1, 3]	27.72, 146.09 Err : 5.5e-07	27.42, 146.12 Err : 5.3e-04	27.72, 146.09 Err : 1.9e-08	27.72, 146.09 Err : 2.3e-11
[1, 3, 5]	27.55, 142.69 Err : 5.0e-02	12.47, 146.8 Err : 4.2e-02	12.35, 146.84 Err : 4.2e-02	12.34, 146.84 Err : 4.2e-02
[1, 2, 5]	28.23, 144.23 Err : 5.6e-02	20.87, 146.33 Err : 5.4e-02	20.71, 146.38 Err : 5.4e-02	20.68, 146.39 Err : 5.4e-02
[1, 2, 3, 5]	27.26, 144.83 Err : 5.0e-02	23.32, 146.22 Err : 5.0e-02	23.17, 146.27 Err : 5.0e-02	23.16, 146.27 Err : 5.0e-02
[1, 2, 3, 7]	25.65, 141.8 Err : 1.3e-01	11.26, 146.64 Err : 1.3e-01	10.86, 146.77 Err : 1.3e-01	10.78, 146.81 Err : 1.3e-01
[1, 2, 9]	28.58, 134.69 Err : 2.9e-01	34.13, 133.49 Err : 2.9e-01	35.21, 133.25 Err : 2.9e-01	35.33, 133.23 Err : 2.9e-01
[1, 3, 9, 11]	29.62, 133.93 Err : 2.5e-01	19.26, 135.52 Err : 2.5e-01	17.99, 135.72 Err : 2.5e-01	17.55, 135.83 Err : 2.5e-01
Moyenne :	29.13, 142.66	24.32, 144.08	24.24, 144.1	24.19, 144.12

TABLE 1.2 – Tableau récapitulatif des optimisations réalisées sur 2 niveaux de gris, τ_S fixé à 197, avec un créneau comme pénalisation de l'intervalle – cas favorables

mais n'améliorent que très peu le résultat final. Ceci nous amène à penser que ce n'est donc pas la régularité de la pénalisation qui est à mettre en cause mais les données elles-mêmes. Certaines combinaisons d'images fourniraient donc de mauvais résultats.

Pour une combinaison de 2 ou 3 images, on s'attend à ce que l'optimum soit la solution exacte du système linéaire, et ce indépendamment de l'algorithme choisi. Dans la mesure où ce n'est pas le cas, nous devons nous interroger sur le conditionnement des systèmes que l'on résout. S'il ne sont pas bien conditionné, alors une petite perturbation des données entraine un très grand écart sur la solution du système. Bien que nous ne résolvions pas directement le système, mais que nous effectuons une minimisation, ces problèmes de sensibilité aux données n'ont aucune raisons de ne pas se reporter. La Table 1.4 présente les conditionnements (rapport de la plus grande valeur propre sur la plus petite) associés aux différentes combinaison d'image que nous avons examinés. Pour les cas ayant bien convergés (partie inférieure des tableaux), le conditionnement reste raisonnable (excepté peut-être pour le cas [1,2,3]). Maintenant, si on examine les cas ayant mal convergés, on constate des conditionnements très élevés (dans la partie supérieure des ta-

Scanners choisis pour l'optimisation	**Algorithme d'optimisation**			
	SLSQP τ_N, τ_P	**GC** τ_N, τ_P	**Neldear-Mead** τ_N, τ_P	**BFGS** τ_N, τ_P
[2, 3]	25.49, 150.89 Err : 1.9e-02	31.85, 146.9 Err : 1.9e-02	255.0, 6.31 Err : 1.4e-02	226.63, 22.8 Err : 1.6e-02
[2, 3, 4]	23.64, 147.84 Err : 4.4e-02	32.94, 142.01 Err : 4.3e-02	255.0, 2.76 Err : 3.6e-02	220.28, 27.1 Err : 4.0e-02
[2, 3, 5]	22.75, 146.5 Err : 6.9e-02	27.06, 143.79 Err : 6.9e-02	255.0, 0.39 Err : 6.6e-02	223.15, 18.18 Err : 6.7e-02
[2, 3, 4, 5]	21.9, 145.05 Err : 6.5e-02	27.6, 141.48 Err : 6.5e-02	253.36, 0.0 Err : 6.0e-02	222.72, 21.59 Err : 6.3e-02
[2, 5, 7]	15.96, 135.58 Err : 2.0e-01	24.3, 130.33 Err : 2.0e-01	231.68, 0.0 Err : 2.0e-01	219.66, 12.28 Err : 2.0e-01
[1, 7, 11]	0.0, 139.22 Err : 1.1e-01	0.3, 139.4 Err : 1.1e-01	0.0, 139.65 Err : 1.0e-01	0.11, 131.97 Err : 1.2e-01
[1, 9, 11]	31.17, 131.88 Err : 2.7e-01	-0.01, 134.01 Err : 3.3e+02	0.0, 134.11 Err : 2.6e-01	2.14, 140.56 Err : 2.7e-01
[1, 2, 7, 11]	28.41, 138.98 Err : 1.3e-01	6.75, 143.27 Err : 1.2e-01	6.3, 143.36 Err : 1.2e-01	6.13, 143.4 Err : 1.2e-01
[1, 3, 7, 11]	27.94, 137.75 Err : 1.2e-01	0.03, 142.99 Err : 1.1e-01	0.0, 143.06 Err : 1.1e-01	0.09, 145.57 Err : 1.1e-01
[3, 5, 7]	13.92, 132.24 Err : 1.9e-01	14.03, 132.18 Err : 1.9e-01	225.52, 0.0 Err : 1.9e-01	13.91, 132.23 Err : 1.9e-01
[1, 3, 5, 7]	23.41, 137.16 Err : 1.4e-01	-0.04, 144.54 Err : 1.4e+04	0.0, 144.78 Err : 1.2e-01	1.2, 148.93 Err : 1.3e-01
[2, 3, 5, 7]	18.39, 139.46 Err : 1.7e-01	23.89, 136.02 Err : 1.7e-01	240.58, 0.0 Err : 1.7e-01	216.95, 18.63 Err : 1.7e-01
[1, 2, 5, 7]	24.17, 138.77 Err : 1.4e-01	-0.03, 146.6 Err : 9.2e+03	0.0, 146.65 Err : 1.3e-01	0.01, 144.07 Err : 1.3e-01

TABLE 1.3 – Tableau récapitulatif des optimisations réalisées sur 2 niveaux de gris, τ_S fixé à 197, avec un créneau comme pénalisation de l'intervalle – cas défavorables.

bleaux, les conditionnements dépassent 10^3). Le conditionnement semble donc expliquer la plupart des configurations non convergentes avec 2 ou 3 images. Pour les configurations où l'on considère un plus grand nombres d'images, si un sous-ensemble d'images fournit une configurations instable, alors il y a de fortes chances que l'image (ou les 2 images) supplémentaire(s) ne parvienne(nt) pas à contrebalancer cette instabilité. On pourra donner comme exemple la configuration [2,5,7] pour laquelle l'ajout de l'image n°1 ne fournit pas d'amélioration (*cf.*. résultats de la configuration [1,2,5,7]) ou bien la configuration [1,3,5,7] qui n'améliore pas la configuration [3,5,7] ou encore la configuration [1,3,7,11] qui n'améliore pas non plus la configuration [1,7,11].

Pour les configuration contenant l'image n°11, on peut aussi avancer que le modèle EDP n'est pas proche de la réalité en terme de volume tumorale (*cf.* Figure REFF). Bien qu'ici les niveaux de gris soit moyennés, il y a certainement des erreurs qui se reportent sur nos systèmes. ref

Scanners choisis pour l'optimisation	Conditionnement matrice 3x3
$[2,3,4]$	1.5e+07
$[2,3,5]$	2.8e+05
$[2,5,7]$	3.1e+06
$[1,7,11]$	1.8e+03
$[1,9,11]$	1.6e+07
$[3,5,7]$	4.7e+06
$[1,2,3]$	6.7e+02
$[1,3,5]$	1.5e+02
$[1,2,5]$	6.9e+01
$[1,2,9]$	2.2e+01

Scanners choisis pour l'optimisation	Conditionnement matrice 2x2
$[2,3]$	1.2e+05
$[1,2]$	1.6e+01
$[1,3]$	1.8e+01

Table 1.4 – Conditionnement (rapport de la plus grande valeur propre sur la plus petite).

1.4 Conclusion

L'algorithme basé sur la méthodes des moindres carrés semblent plus robustes que les autres méthodes examinées. Bien que plus robuste, il peut également fournir des résultats biaisés dans le cas de système mal conditionnés. Il est donc important d'examiner le conditionnement – ou du moins le conditionnement des sous-systèmes carrés – pour donner de la crédibilité (ou non) aux optima fournis.

Dans les cas bien conditionnés, les optima fourni sont relativement proches les uns des autres même en faisant varier la méthode d'optimisation ou bien les images considérées comme en atteste la Table 1.2. Dans la suite de ce manuscrit, on fixera alors les niveaux de gris $\tau_N = 25$, $\tau_P = 143$ et $\tau_S = 197$.