Ceinture marron 03 - Corrigé

1ère spé

Exercice 1 : Utiliser la forme canonique pour résoudre une équation du second degré

> Résoudre dans **R** l'équation $4x^2 + 5x + 4 = 0$ sans utiliser le discriminant, mais en utilisant la forme canonique du polynôme.

On veut résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $4x^2 + 5x + 4 = 0 \quad (1)$.
On reconnaît une équation du second degré sous la forme $ax^2 + bx + c = 0$.
La consigne nous amène à commencer par écrire le polynôme du second degré sous forme canonique, c'est à dire sous la forme : $a(x-\alpha)^2 + \beta$,
On commence par diviser les deux membres de l'égalité par le coefficient a qui vaut ici 4.

$$(1) \iff \quad x^2 + \frac{5}{4}x + 1 = 0$$

On reconnaît le début d'une identité remarquable :

$$\left(x + \frac{5}{8}\right)^2 = x^2 + \frac{5}{4}x + \frac{25}{64}$$

On en déduit que : $x^2 + \frac{5}{4}x = \left(x + \frac{5}{8}\right)^2 - \frac{25}{64}$

Il vient alors :

$$\begin{aligned} & x^2 + \frac{5}{4}x + 1 = 0 \\ \iff \quad & \left(x + \frac{5}{8}\right)^2 - \frac{25}{64} + 1 = 0 \\ \iff \quad & \left(x + \frac{5}{8}\right)^2 + \frac{39}{64} = 0 \end{aligned}$$

L'équation revient à ajouter deux nombres positifs, dont un non-nul. Cette somme ne peut pas être égale à zéro.
On en déduit que $S = \emptyset$