Exercice 1: Forme canonique

Déterminer la forme canonique du polynôme P, défini pour tout $x \in \mathbb{R}$ par :

1.
$$P(x) = 4x^2 - 8x + 4$$

2.
$$P(x) = 3x^2 - 24x + 49$$

1. On sait que si le polynôme, sous forme développée, s'écrit $P(x) = ax^2 + bx + c$, alors sa forme canonique est de la forme $P(x)=a(x-\alpha)^2+\beta$, avec $\alpha=\frac{-b}{2a}$ et $\beta=P(\alpha)$. Avec l'énoncé : a=4 et b=-8, on en déduit que $\alpha=1$.

avec
$$\alpha = \frac{-b}{2a}$$
 et $\beta = P(\alpha)$.

On calcule alors $\beta = P(1)$, et on obtient au final que $\beta = 0$.

d'où,
$$P(x) = 4(x-1)^2$$

Finalement, $P(x) = 4(x-1)^2$

2. On sait que si le polynôme, sous forme développée, s'écrit $P(x) = ax^2 + bx + c$, alors sa forme canonique est de la forme $P(x) = a(x - \alpha)^2 + \beta$,

avec
$$\alpha = \frac{-b}{2a}$$
 et $\beta = P(\alpha)$.

Avec l'énoncé : a=3 et b=-24, on en déduit que $\alpha=4$.

On calcule alors $\beta = P(4)$, et on obtient au final que $\beta = 1$.

d'où,
$$P(x) = 3(x-4)^2 + 1$$

Finalement, $P(x) = 3(x - 4)^2 + 1$