

## Exercice 1 : Équations se ramenant au produit-nul

Résoudre les équations suivantes :

1.  $(-2x - 2)(2x + 9) = 0$
2.  $(5x + 7)^2 + (5x + 7)(-4x + 5) = 0$
3.  $(4x + 6)(9x - 6) = (4x + 6)(-6x + 8)$

1. On reconnaît une équation produit-nul, donc on applique la propriété :  
**Un produit est nul si et seulement si au moins un de ses facteurs est nul.**

$$\begin{aligned}(-2x - 2)(2x + 9) &= 0 \\ \Leftrightarrow -2x - 2 = 0 \text{ ou } 2x + 9 &= 0 \\ \Leftrightarrow -2x = 2 \text{ ou } 2x &= -9 \\ \Leftrightarrow x = \frac{2}{-2} \text{ ou } x &= \frac{-9}{2}\end{aligned}$$

$$\text{On en déduit : } S = \left\{ -\frac{9}{2}; -1 \right\}$$

2.  $(5x + 7)^2 + (5x + 7)(-4x + 5) = 0$   
 $\Leftrightarrow (5x + 7)(5x + 7) + (5x + 7)(-4x + 5) = 0$

On observe que  $(5x + 7)$  est un facteur commun dans les deux termes :

$$\begin{aligned}(5x + 7)(5x + 7) + (5x + 7)(-4x + 5) &= 0 \\ \Leftrightarrow (5x + 7)((5x + 7) + (-4x + 5)) &= 0 \\ \Leftrightarrow (5x + 7)(5x + 7 - 4x + 5) &= 0 \\ \Leftrightarrow (5x + 7)(x + 12) &= 0 \\ \Leftrightarrow 5x + 7 = 0 \text{ ou } x + 12 &= 0 \\ \Leftrightarrow x = -\frac{7}{5} \text{ ou } x &= -12\end{aligned}$$

$$\text{On en déduit : } S = \left\{ -12; -\frac{7}{5} \right\}$$

3. Deux nombres sont égaux si et seulement si leur différence est nulle.

$$\begin{aligned}(4x + 6)(9x - 6) &= (4x + 6)(-6x + 8) \\ \Leftrightarrow (4x + 6)(9x - 6) - (4x + 6)(-6x + 8) &= 0 \\ \Leftrightarrow (4x + 6)((9x - 6) - (-6x + 8)) &= 0 \\ \Leftrightarrow (4x + 6)(9x - 6 + 6x - 8) &= 0 \\ \Leftrightarrow (4x + 6)(15x - 14) &= 0 \\ \Leftrightarrow 4x + 6 = 0 \text{ ou } 15x - 14 &= 0 \\ \Leftrightarrow 4x = -6 \text{ ou } 15x &= 14 \\ \Leftrightarrow x = \frac{-6}{4} \text{ ou } x &= \frac{14}{15}\end{aligned}$$

$$\text{On en déduit : } S = \left\{ -\frac{3}{2}; \frac{14}{15} \right\}$$