



# Colorier le Plan

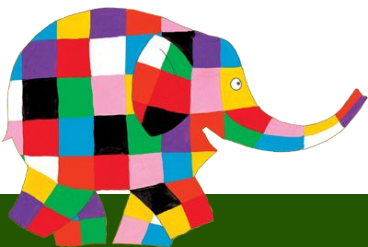
*Lycée Rabelais - Saint-Brieuc*

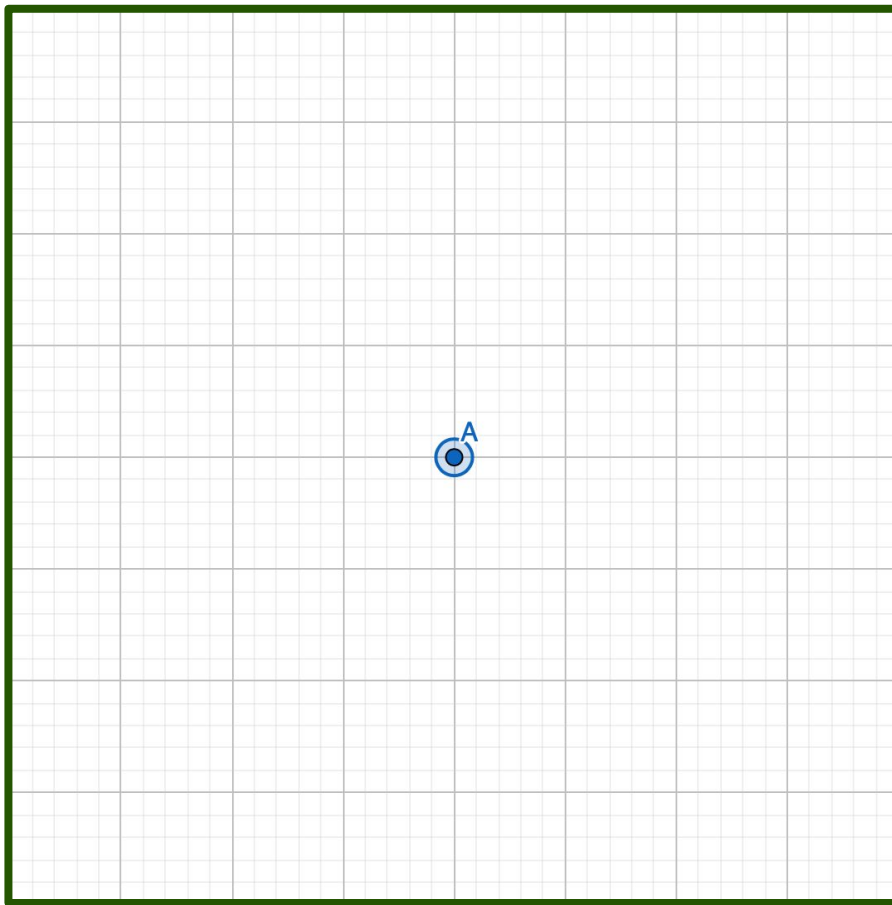
*Camille, Fantine, Mélanie et Özden*

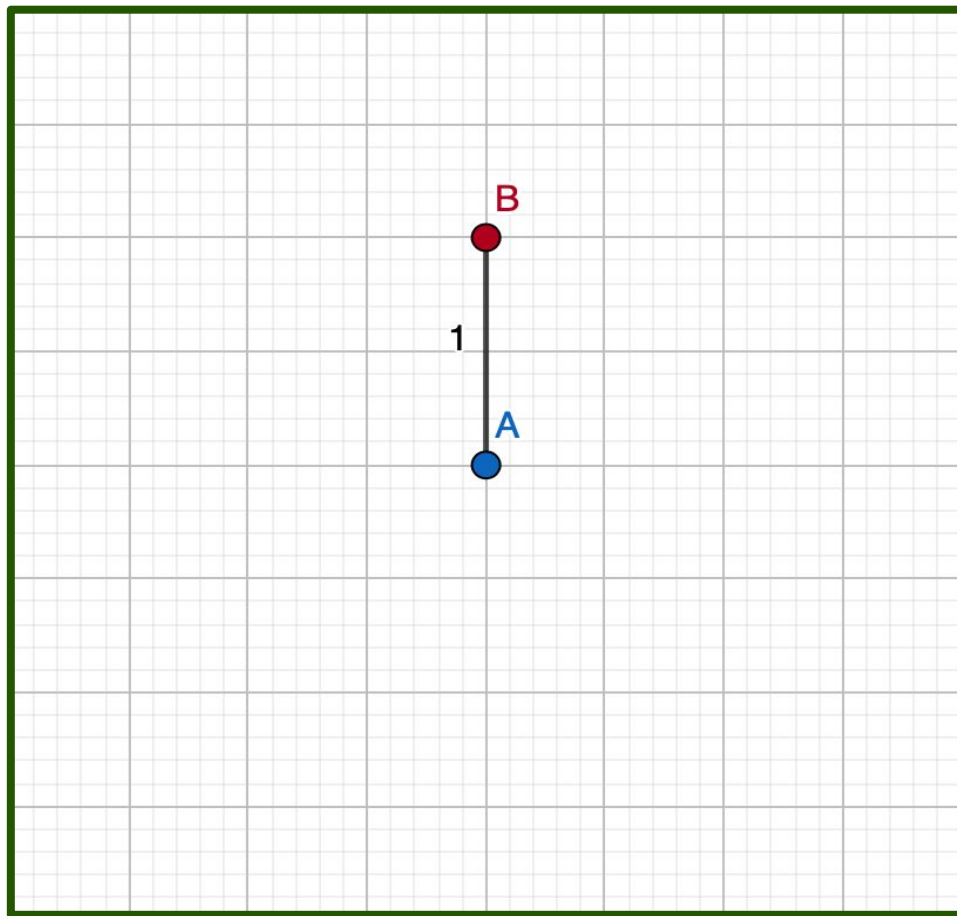
# Rappel du Sujet

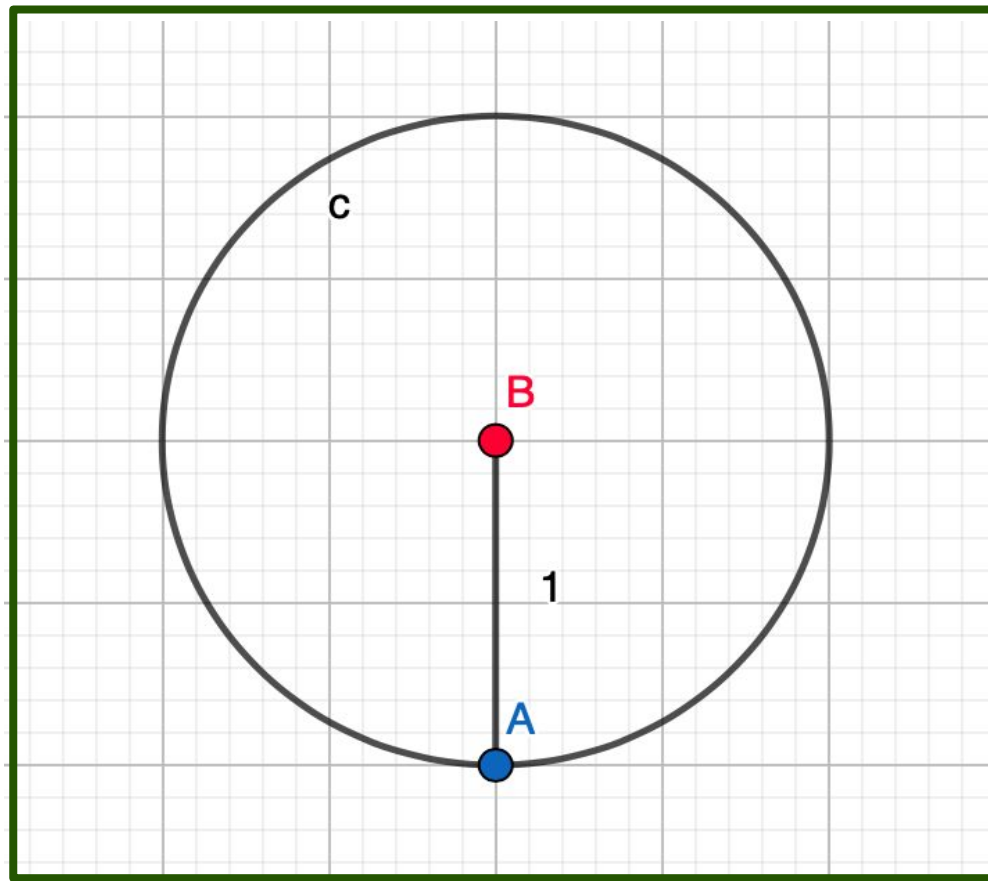
**But** : colorier le plan de sorte à ce que 2 points de même couleur ne soient pas à une distance **1** l'un de l'autre

→ Avec combien de couleurs différentes peut-on colorier le plan?

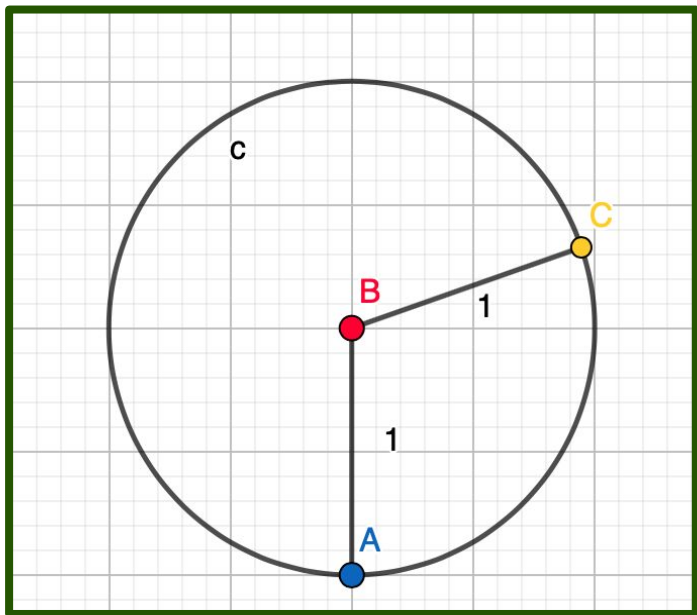




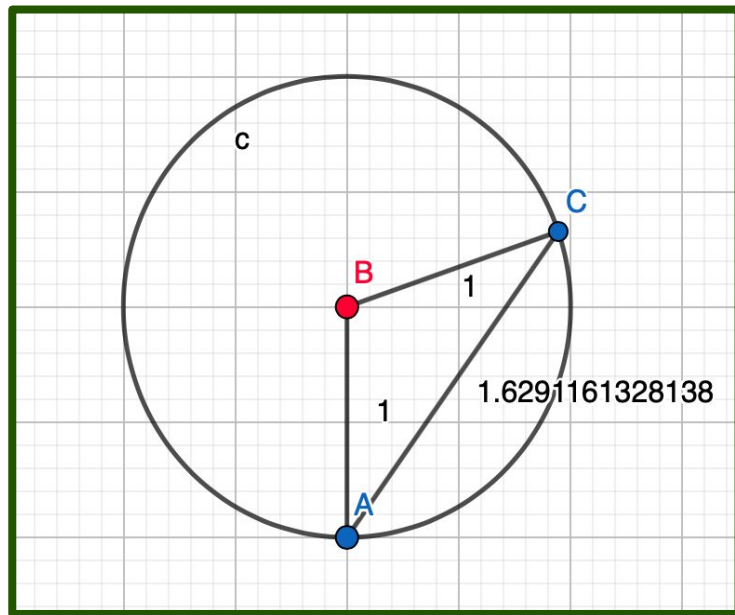




On ne le colorie pas en rouge...



mais on peut aussi le colorier en bleu !



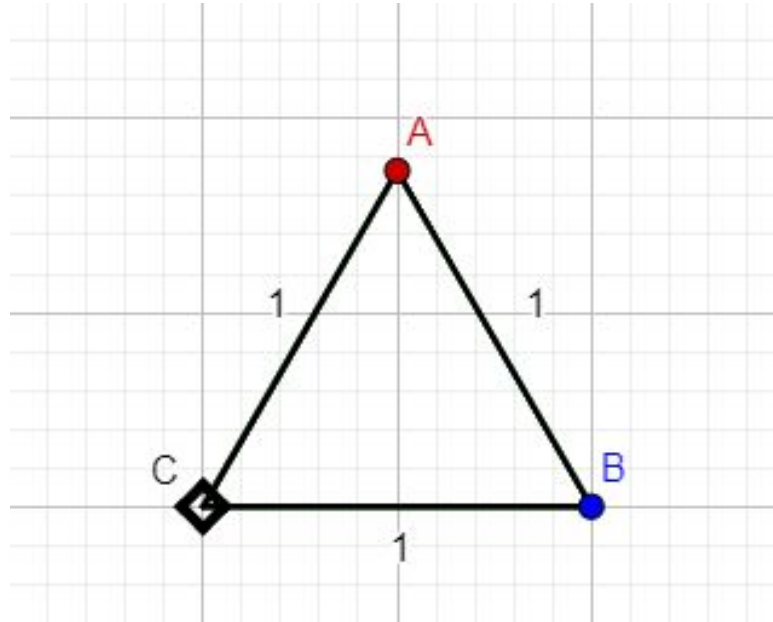


# Recherche d'un nombre minimum de couleurs



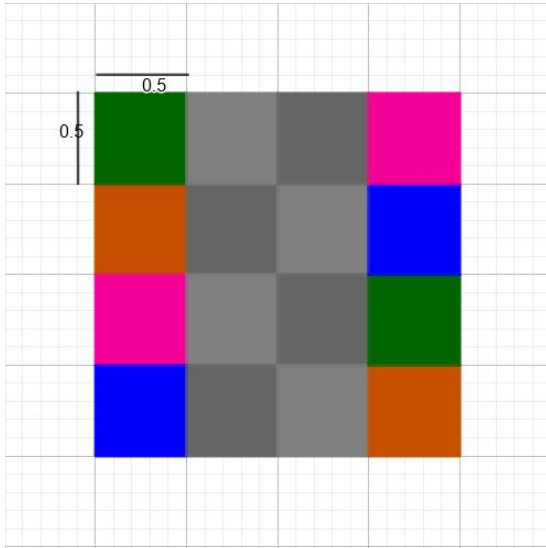
# Affirmation immédiate

→ Impossibilité avec 2 couleurs





→ Premières démarches



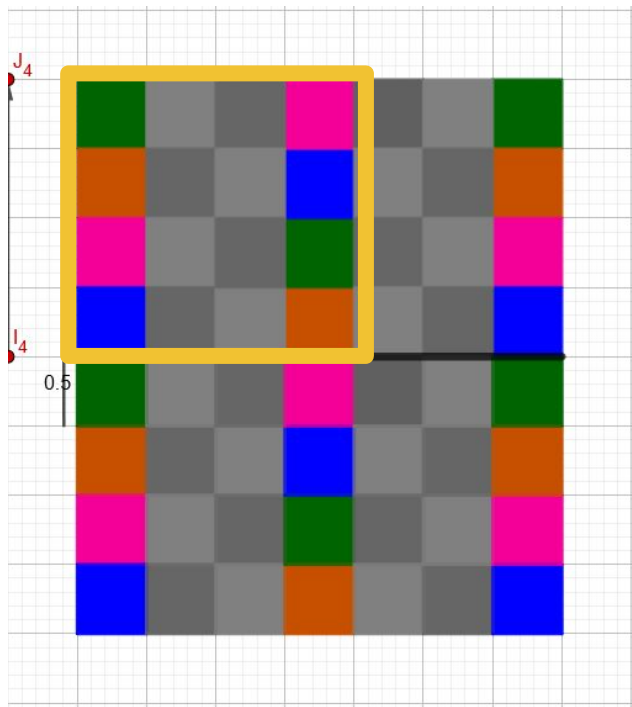
## Étape 1 :

→ Carrés de 0.5

→ Dans les carrés gris on met 8 couleurs différentes

# Recherches de Configurations possibles

→ Premières démarches



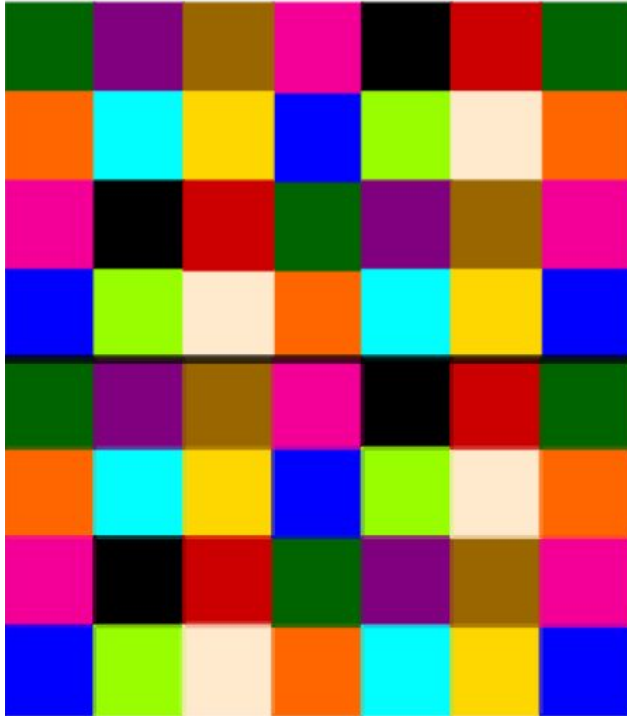
## Étape 2 :

→ Expansion du motif “de base”

→ Chaque grande zone grise est identique

# Recherches de Configurations possibles

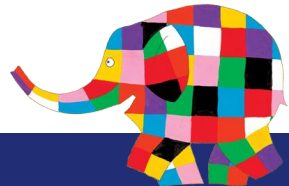
→ Premières démarches



## Étape 3 :

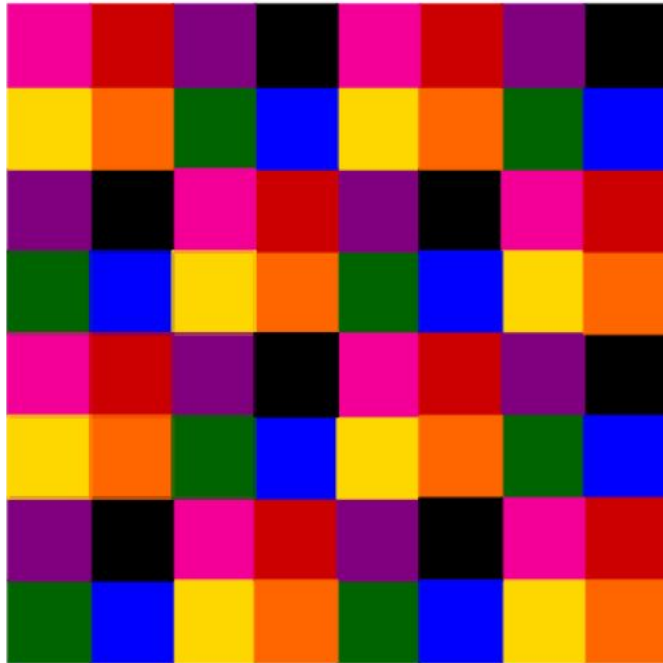
→ Remplissage des zones grises avec des couleurs différentes

→ 12 couleurs



# Recherches de Configurations possibles Optimales

→ Configuration optimale : 8 Couleurs

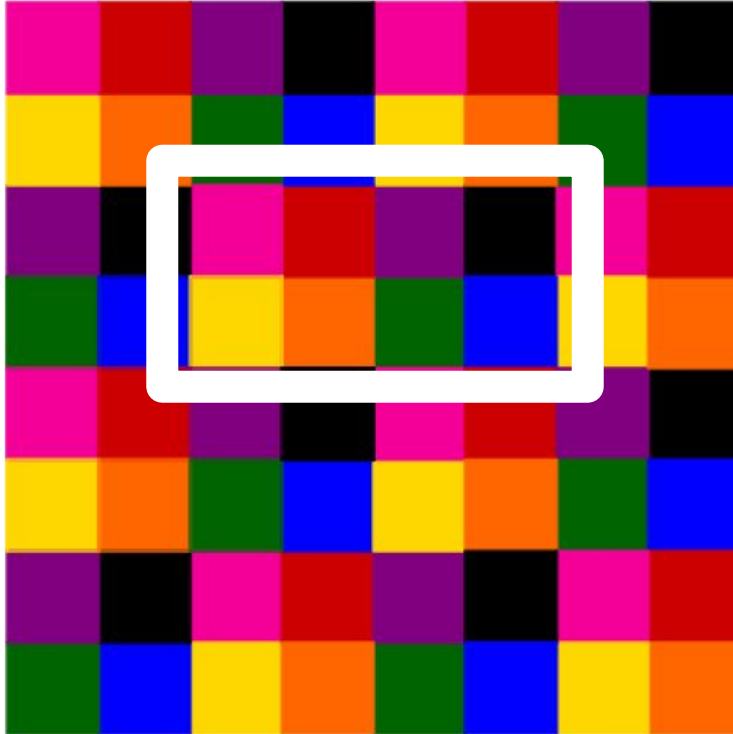


**Motif Général**

# Recherches de Configurations possibles Optimales



→ Configuration optimale : 8 Couleurs

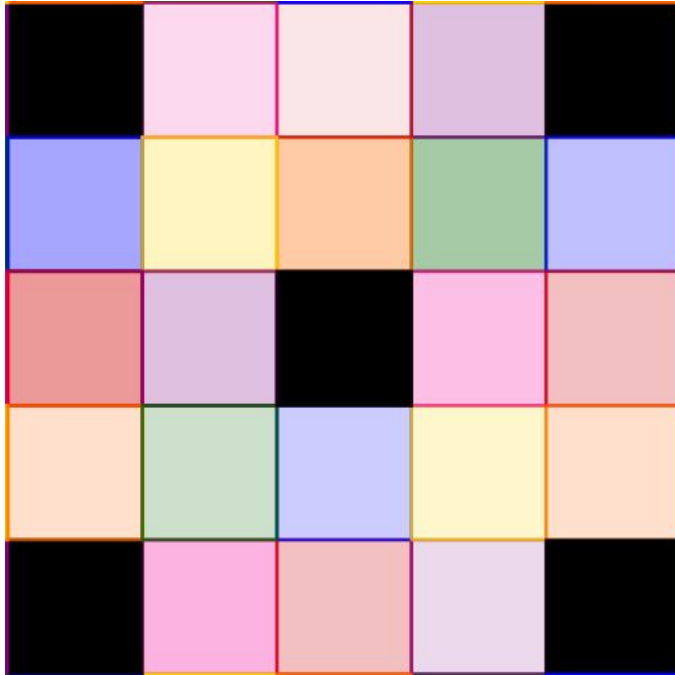


**Pattern**



# Recherches de Configurations possibles Optimales

→ Configuration à 8 Couleurs



**Déplacement des couleurs :**

→ Carrés de côté  $\frac{1}{\sqrt{2}}$

→ Diagonale de 1

DONC Chaque carré est à distance 1 minimum des autres carrés de même couleur

# Recherches de Configurations possibles Optimales

→ Configuration optimale : 7 Couleurs



## Motif Général

→ Hexagone de côté de 0.5

→ Diagonale de 1

# Recherches de Configurations possibles Optimales

→ Configuration optimale : 7 Couleurs



## Pattern

→ Hexagone de côté 0.5

→ Diagonale 1



# Recherches de Configurations possibles Optimales

→ Configuration optimale : 7 Couleurs



**Création du motif**

# Recherches de Configurations possibles Optimales

→ Configuration optimale : 7 Couleurs



**Création du motif**

# Recherches de Configurations possibles Optimales

→ Configuration optimale : 7 Couleurs



**Création du motif**

# Recherches de Configurations possibles Optimales

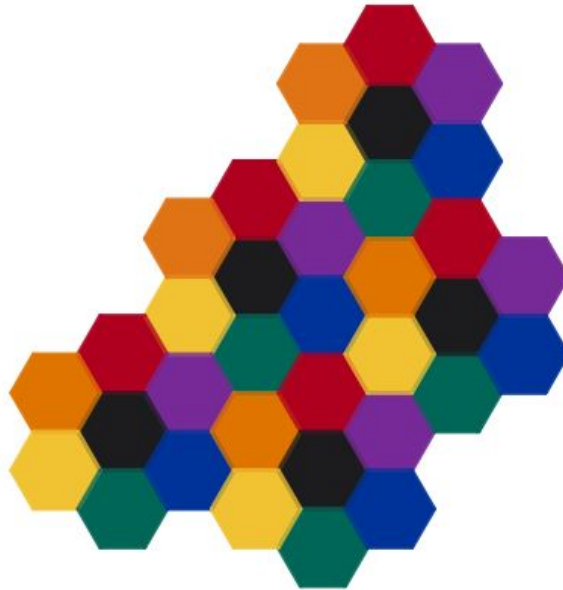
→ Configuration optimale : 7 Couleurs



**Création du motif**

# Recherches de Configurations possibles Optimales

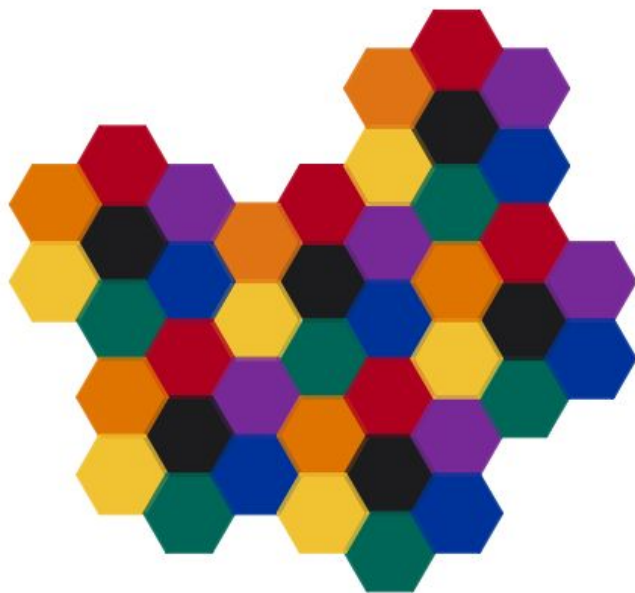
→ Configuration optimale : 7 Couleurs



**Création du motif**

# Recherches de Configurations possibles Optimales

→ Configuration optimale : 7 Couleurs



**Création du motif**

# Recherches de Configurations possibles Optimales

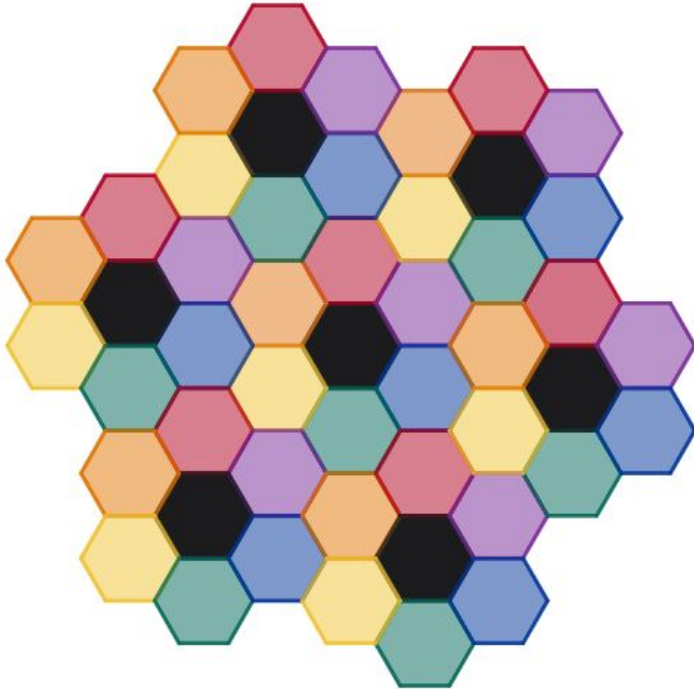
→ Configuration optimale : 7 Couleurs



**Création du motif**

# Recherches de Configurations possibles Optimales

→ Configuration optimale : 7 Couleurs



## Déplacement des couleurs :

→ Hexagones de côté 0.5

→ Diagonale de 1

→ Translation  $>1$

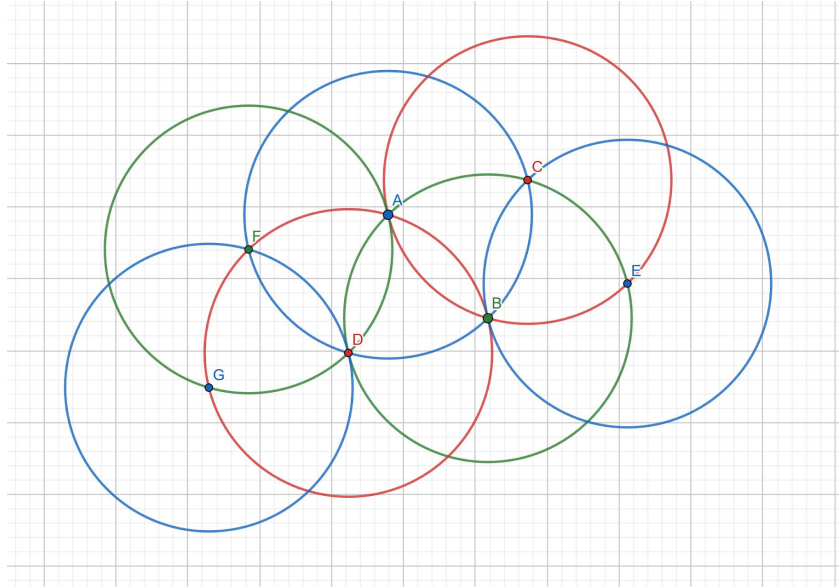




# Prouver l'impossibilité à 3 couleurs

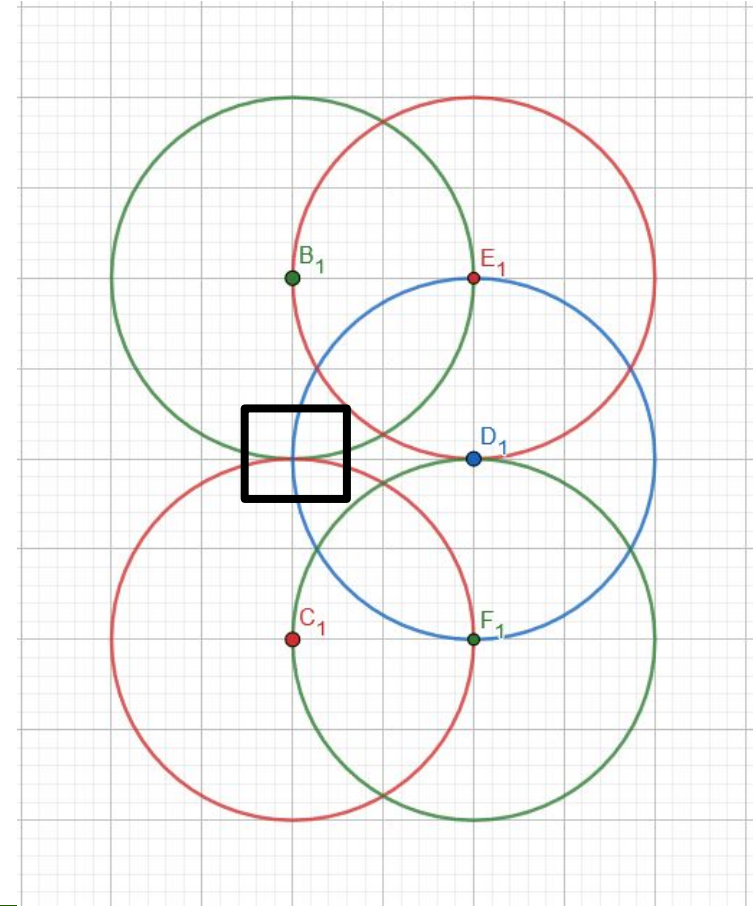


# Test avec 3 couleurs

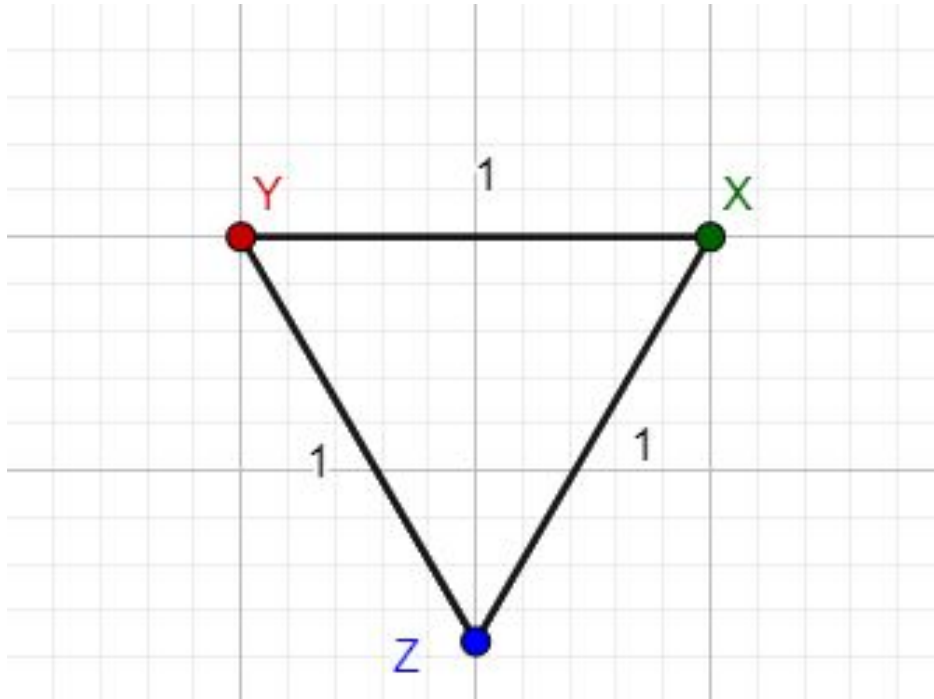


Cercles d'exclusion de rayon 1

Croisement de 3 cercles d'exclusion  
Impossible  $\Leftarrow$



# Impossibilité 3 couleurs

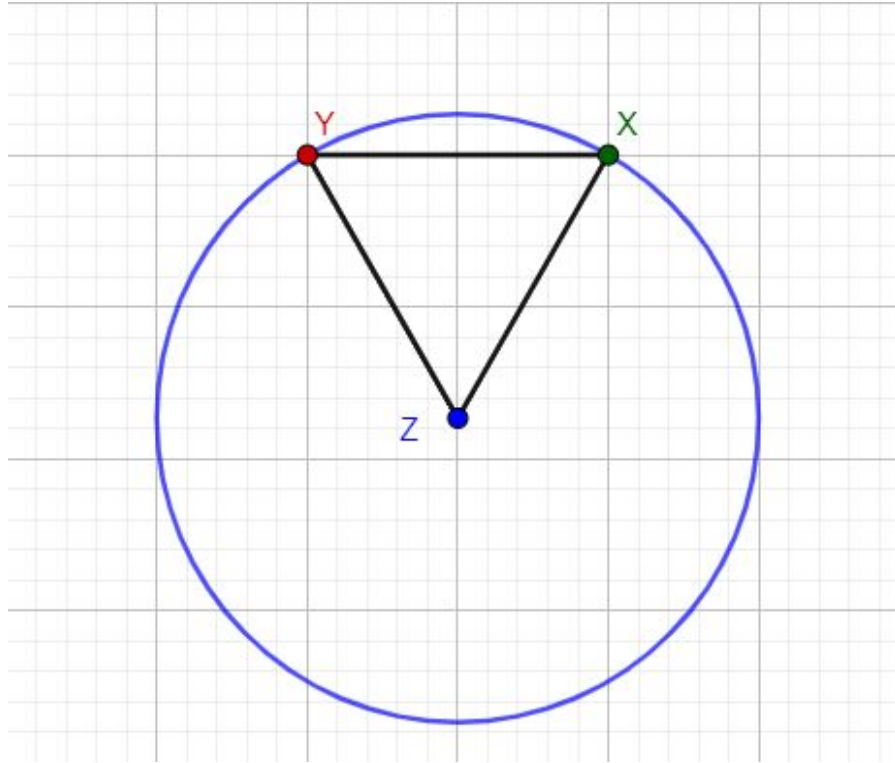


## Étape 1

Triangle équilatéral  
de 1: **XYZ**

Chaque sommet est  
donc d'une couleur  
différente

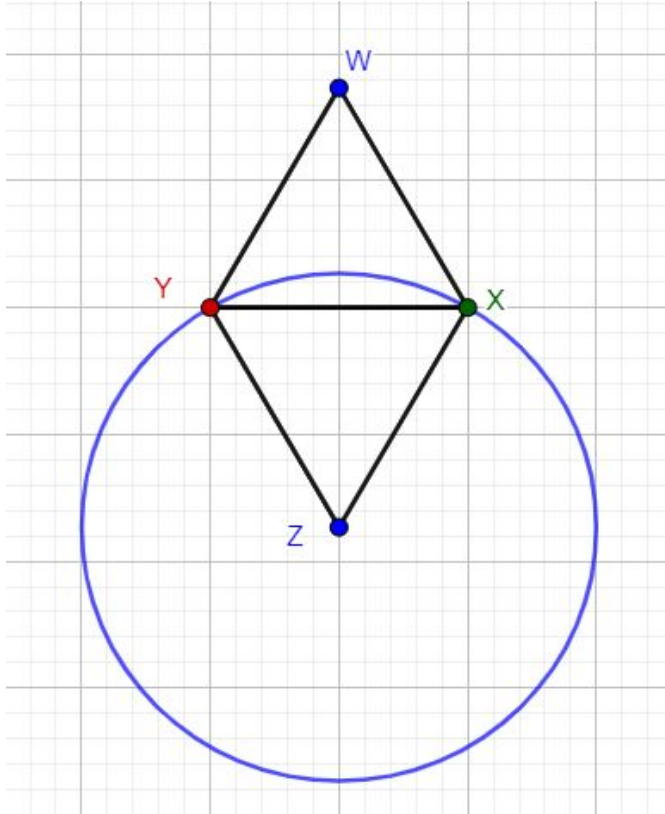
# Impossibilité 3 couleurs



## Étape 2

Cercle d'exclusion du  
point **Z**

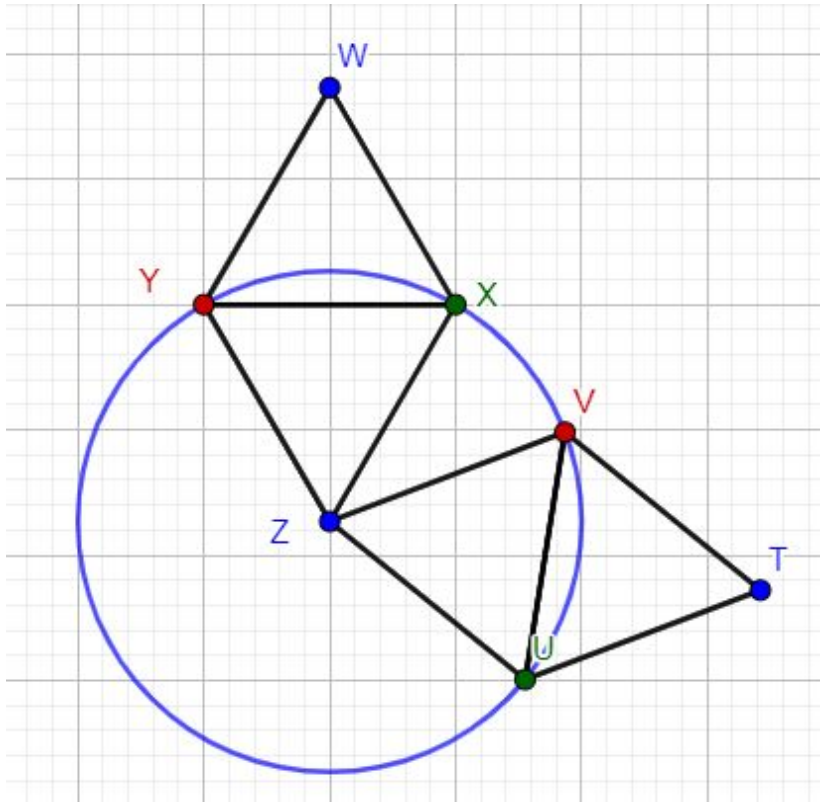
# Impossibilité 3 couleurs



## Étape 3

Triangle équilatéral de  
1 au dessus du 1er: **WXY**

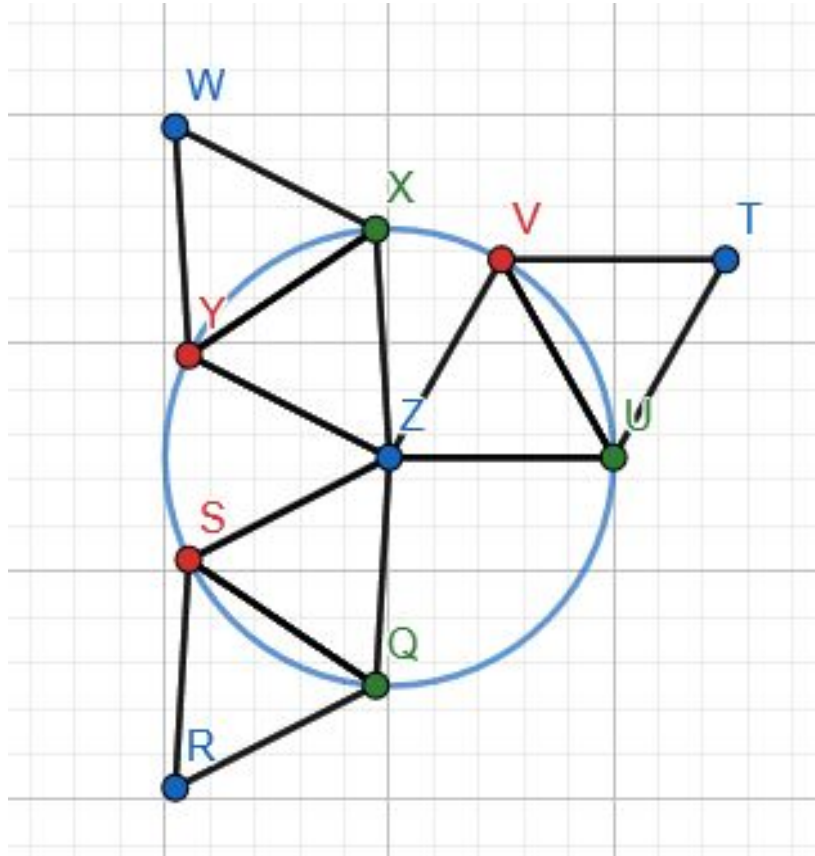
# Impossibilité 3 couleurs



## Étape 4

Création de plusieurs losanges de triangles équilatéraux autour du cercle d'exclusion (obligatoires de toute façon)

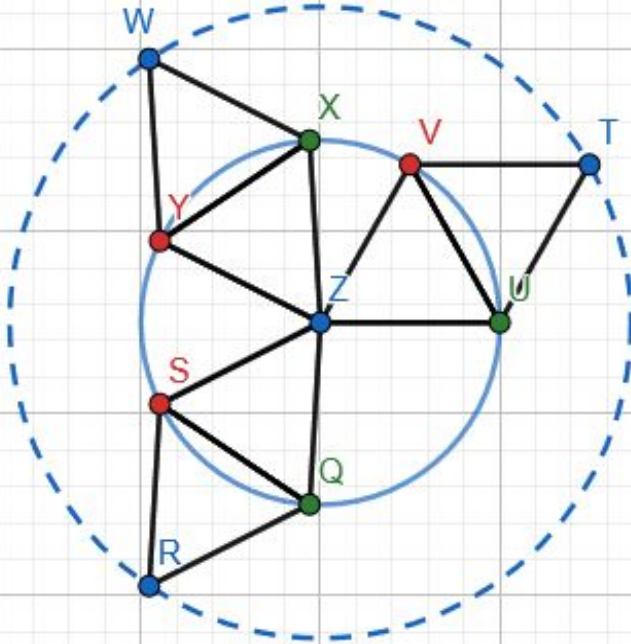
# Impossibilité 3 couleurs



## Étape 5

Observation : Ce “phénomène” se répète tout du long du cercle d'exclusion bleu

# Impossibilité 3 couleurs

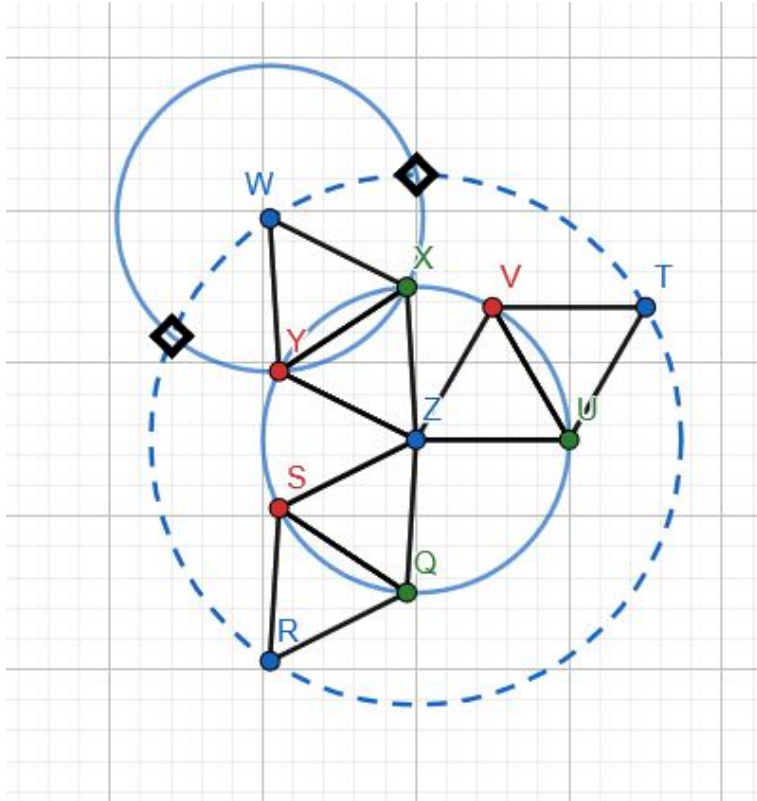
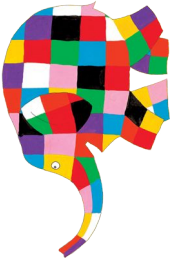


## Étape 6

Traçage d'un cercle  
d'inclusion (en pointillés)  
où tous les points  
devront être bleus



# Impossibilité 3 couleurs



## Étape 7

→ 2 intersections entre le cercle où on NE DOIT PAS mettre de points bleus (cercle d'exclusion) et le cercle où on DOIT mettre des points bleus (cercle d'inclusion)

# Conclusion

- Possible à **7** Couleurs et +
- Impossible à **3** couleurs
- Inconnu pour **4**, **5**, et **6** couleurs



**Merci pour votre  
écoute !**

*Camille, Fantine, Mélanie et Özden*

**Bonus** : 9 couleurs  
→ Octogones inscrits  
dans un cercle de  
rayon 0.5

