Notion de suite

On donne les cinq listes de nombres suivantes :

a. 1 ; 4 ; 7 ; 10 ; 13 ; 16 ; 19.

b. 1 ; 2 ; 4 ; 8 ; 16 ; 32 ; 64.

c. 1 ; 4 ; 9 ; 16 ; 25 ; 36 ; 49.

d. 1 ; 1 ; 2 ; 3 ; 5 ; 8 ; 13 ; 21 ; 34.

e. 1 ; 11 ; 21 ; 1211 ; 111221 ; 312211 ; 13112221 ; 1113213211.

1 Des règles de construction

1. **Devinette :** Ces listes ont été construites en suivant des règles de construction précises. Trouver une règle de construction pour chacune.
   Aide : La suite **e.** est appelée « look and say sequence ».

2. Écrire, pour chacune des listes, les quatre termes suivants en utilisant la règle de construction trouvée.

3. Donner le 18^e terme de chacune des listes **a, b, c** et **d**.

4. Peut-on prévoir, pour certaines de ces listes, le 100^e terme de la liste (sans écrire tous les termes précédents !) ? Si oui, donner sa valeur.

2 Une notation

On note u_0 le permier terme d'une liste, u_1 le deuxième terme, u_2 le troisième terme, etc.

1. Donner le terme u_7 de chaque liste.

2. On considère une nouvelle liste de nombres v_0, v_1, v_2, etc. définie par $v_n = 3 \times n$ pour tout entier naturel n.
   Écrire, dans l'ordre, les 8 premiers termes de cette liste.

3 Avec des bâtons

Avec des bâtons identiques, on réalise les figures suivantes :

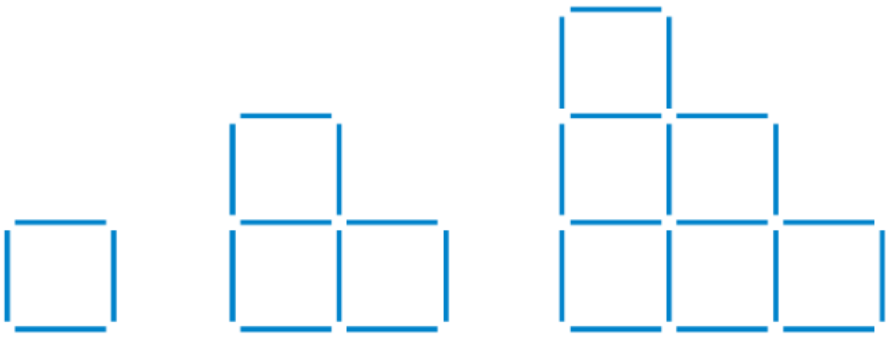

Figure 1 Figure 2 Figure 3

1. On note b_n le nombre de bâtons nécessaires pour construire la figure n, où n est un nombre entier naturel non nul.
   De combien de bâtons est composée la figure 5 ?

2. Proposer une expression de b_{n+1} en fonction de b_n.

Si besoin, aide au verso.

Version guidée :

1. **a.** En utilisant le même procédé de construction, représenter la figure 4.

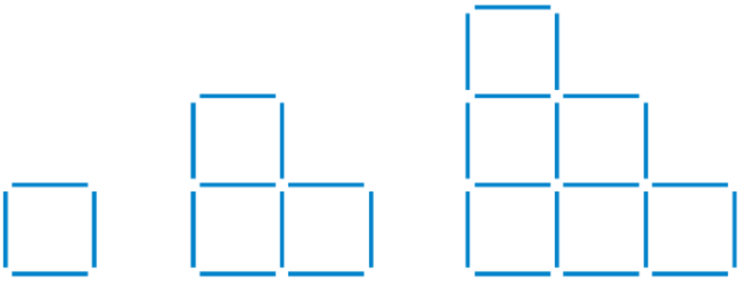

Figure 1 Figure 2 Figure 3

b. Compléter le tableau suivant :

Figure numéro	1	2	3	4
Nombre de bâtons	...	...	...	...

+ ... + ... + ...

c. De combien de bâtons est composée la figure 5 ?

2. On note b_n le nombre de bâtons nécessaires pour construire la figure n, où n est un nombre entier naturel non nul.

a. Compléter les égalités suivantes :

$b_2 = b_1 + ... \times 3$ $b_3 = b_2 + ... \times 4$ $b_4 = b_3 + ... \times 5$ $b_5 = b_4 + ... \times 6$

b. Généraliser les égalités précédentes en complétant l'égalité :

$$b_{n+1} = b_n + ... \times (..........)$$