Exo 1 - Suites arithmétiques et géométriques 1ère

Exercice 1 - Reconnaître une suite arithmétique ou géométrique avec une formule de récurrence.

1. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = u_n + (-7)$
(u_n) est arithmétique de raison -7.

2. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $v_{n+1} = \frac{1}{7} \times v_n$
(v_n) est géométrique de raison $\frac{1}{7}$

3. (z_n) n'est ni arithmétique, ni géométrique

4. (t_n) n'est ni arithmétique, ni géométrique.

Exercice 2 : Reconnaître une suite arithmétique ou géométrique avec une formule explicite.

1. Soit $n \in \mathbb{N}$. $u_n = 6 + (-1) \times n$
(u_n) est arithmétique de 1er terme 6 et de raison -1.

2. Soit $n \in \mathbb{N}$ $v_n = 6 + 3 \times n$
(u_n) est arithmétique de 1er terme 6 et de raison 3.

3. Soit $n \in \mathbb{N}$ $w_n = 0 + 6 \times n$
(w_n) est arithmétique de 1er terme 0 et de raison 6.

4. (z_n) n'est ni arithmétique, ni géométrique.

5. Soit $n \in \mathbb{N}$ $t_n = 3 \times 6^n$
(t_n) est géométrique de 1er terme 3 et de raison 6.

6. Soit $n \in \mathbb{N}$ $s_n = 6 \times \left(\frac{1}{3}\right)^n$

(s_n) est géométrique de 1er terme 6 et de raison $\frac{1}{3}$.

Exercice 3 Calculer un terme d'une suite arithmétique ou géométrique

1. On a, pour tout $n \in \mathbb{N}$ $u_n = 10 - 3n$
$u_{20} = 10 - 3 \times 20$
$= 10 - 60$
$= -50$.

2. On a, pour tout $n \in \mathbb{N}$ $u_n = -1 \times 2^n$
$= -2^n$

$u_{20} = -2^{20}$
$= -1\ 048\ 576$

3. (u_n) est géométrique de 1er terme 2048 et de raison $\frac{1}{2}$

Pour tout $n \in \mathbb{N}$ $u_n = 2048 \times \left(\frac{1}{2}\right)^n$

$= \frac{2048}{2^n}$

$= \frac{2^{11}}{2^n}$

$= 2^{11-n}$

$u_{20} = \frac{2048}{2^{20}}$

$= \frac{2048}{1048576}$

$= \frac{1}{512}$

$= 2^{-9}$.

4. (u_n) est arithmétique de 1er terme 30 et de raison -3.

Pour tout $n \in \mathbb{N}$ $u_n = 30 - 3n$ donc $u_{20} = 30 - 3 \times 20$

$= -30$.

Exercice 4:

1. Ces suites sont représentées graphiquement par des points alignés, ce sont donc des suites arithmétiques.

2. • Suite (u_n) : les points de coordonnées $(n ; u_n)$ sont alignés sur la droite d'équation $y = 1x + 2$.

donc $u_0 = 2$ et $u_{n+1} = u_n + 1$.

Pour tout $n \in \mathbb{N}$ $u_n = 2 + n$

$u_3 = 5$ et $u_6 = 8$.

• Suite (v_n) : les points de coordonnées $(n ; v_n)$ sont alignés sur la droite d'équation $y = -\frac{1}{2}x + 7$

donc $u_0 = 7$ et $u_{n+1} = u_n - \frac{1}{2}$.

Pour tout $n \in \mathbb{N}$ $u_n = 7 - \frac{1}{2}n$

$u_3 = 7 - \frac{3}{2}$

$= \frac{11}{2}$

$u_6 = 7 - \frac{6}{2}$

$= 4$.

• Suite (w_n) : les points de coordonnées $(n ; w_n)$ sont alignés sur la droite d'équation $y = \frac{2}{5}x + 4$.

donc $u_0 = 4$ et $u_{n+1} = u_n + \frac{2}{5}$

Pour tout $n \in \mathbb{N}$. $u_n = 4 + \frac{2}{5}n$

$= 4 + 0,4n$

$u_3 = 4 + 0,4 \times 3$

$= 5,2$

$u_6 = 4 + 0,4 \times 6$

$= 6,4$.

Suite no1 - Suites arithmétiques et géométriques

Modéliser à l'aide d'une suite arithmétique ou géométrique.

Exercice 5

1. $s_0 = 500$ $\qquad s_1 = 500 + 100 = 600$ $\qquad s_2 = 600 + 100 = 700.$

2. On a : pour tout $n \in \mathbb{N}$ $\quad s_{n+1} = s_n + 100.$

3. $s_n = s_0 + 100n = 500 + 100n.$

4. Soit $n \in \mathbb{N}$. On cherche le plus petit entier n tel que $s_n \geqslant 4200$.

$$s_n \geqslant 4200 \iff 500 + 100n \geqslant 4200 \iff 100n \geqslant 3700 \iff n \geqslant 37.$$

La famille devra économiser pendant 37 mois soit 3 ans et 1 mois.
Elle pourra partir en vacances en février 2025.

Exercice 6 En médecine

1. Surface initiale : 20 mm^2

Après 1 jour : $1,15 \times 20 = 23 \text{ mm}^2$

Après 2 jours : $1,15 \times 23 = 26,45 \text{ mm}^2$.

2. Soit $n \in \mathbb{N}$, on a : $v_{n+1} = 1,15 \times v_n$.

3. (v_n) est une suite géométrique de 1er terme 20 et de raison 1,15.

4. Soit $n \in \mathbb{N}$. On a : $v_n = 20 \times 1,15^n$.

5. $10 \text{ cm}^2 = 1\,000 \text{ mm}^2$.
On cherche le plus petit entier n tel que $v_n \geqslant 1000$.

À la calculatrice

On a $v_{27} \approx 870,7$ et $v_{28} \approx 1001,31$.

La greffe sera possible après 28 jours.