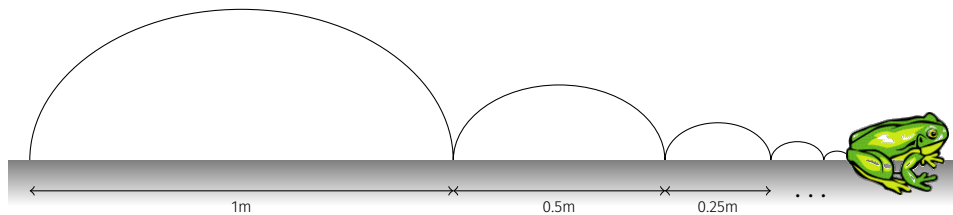


Une grenouille fait des bonds successifs en ligne droite, en se fatiguant au fur et à mesure :



Le premier bond est d'un mètre. Le deuxième, b_1 , est de 0,5 mètres, le troisième de 0,25 m, et ainsi de suite.

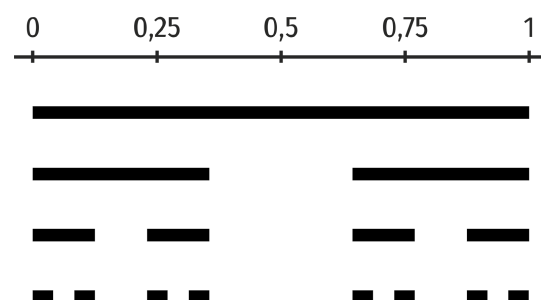
On suppose que la grenouille peut faire autant de bonds que l'on désire, on se pose les questions suivantes :

- La grenouille peut-elle aller aussi loin qu'on le désire (pourvu qu'on lui fasse faire assez de sauts)?
- Sinon, quelle est la distance limite de la grenouille?

Ensemble de Cantor

On considère l'intervalle $[0 ; 1]$. On lui applique l'algorithme suivant :

- Couper l'intervalle en trois parties égales.
- Retirer la partie du milieu
- Recommencer les étapes 1 et 2 avec les deux segments restants.
- Recommencer les étapes 1 et 2 avec les quatre segments restants.
- Etc.

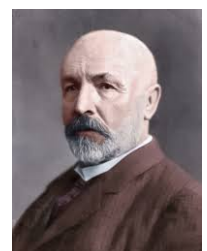


Quelle est la longueur des segments dessinés à la n^e étape?

Quelle est la longueur totale des segments dessinés après n étapes? après une infinité d'étapes?

Un peu d'histoire

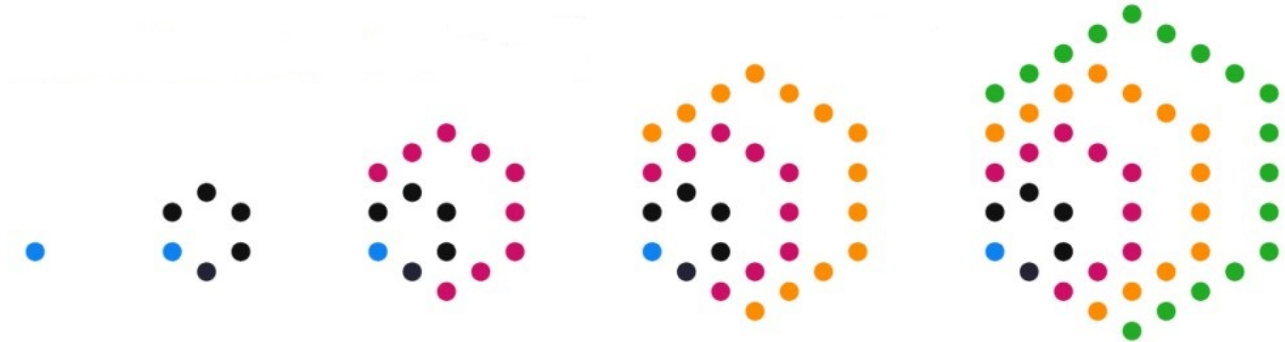
Georg Cantor (1845-1918) était un mathématicien allemand. Il est le fondateur de la théorie des ensembles. Il a démontré en particulier que l'intervalle $[0 ; 1]$ (l'ensemble de tous les nombres réels compris entre 0 et 1) contient plus de nombres que l'ensemble \mathbf{N} et que l'ensemble \mathbf{Z} contient autant de nombres que \mathbf{N} .



Nombres hexagonaux

1^{ère}spé

On construit une suite de figures géométriques en partant d'un point et en ajoutant des points à chaque étape :



Combien de points faut-il pour construire la figure à la n^{e} étape ?

Nombres octogonaux

1^{ère}spé

On construit une suite de figures géométriques en partant d'un point et en ajoutant des points à chaque étape :



Combien de points faut-il pour construire la figure à la n^{e} étape ?

Nombres pentagonaux

1^{ère}spé

On construit une suite de figures géométriques en partant d'un point et en ajoutant des points à chaque étape :



Combien de points faut-il pour construire la figure à la n^{e} étape ?

Coloriage d'un carré

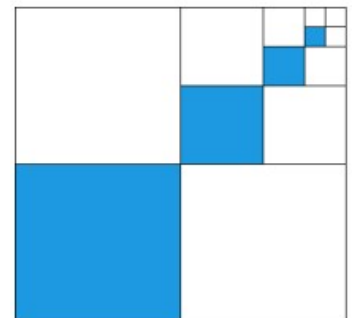
1^{ère}spé

On colore un carré en suivant le schéma ci-contre :

- À l'étape 1, on colore un quart du carré ;
- À l'étape 2, on colore un quart du quart supérieur ;
- Etc.

Quelle est l'aire totale des parties coloriées après n étapes ?

Quelle sera l'aire totale des parties coloriées après un nombre infini d'étapes ?



Coloriage d'un triangle

1^{ère}spé

On colore un triangle en suivant le schéma ci-contre :

- À l'étape 1, on colore un quart du triangle ;
- À l'étape 2, on colore un quart du quart supérieur ;
- Etc.

Quelle est l'aire totale des parties coloriées après n étapes ?

Quelle sera l'aire totale des parties coloriées après un nombre infini d'étapes ?

