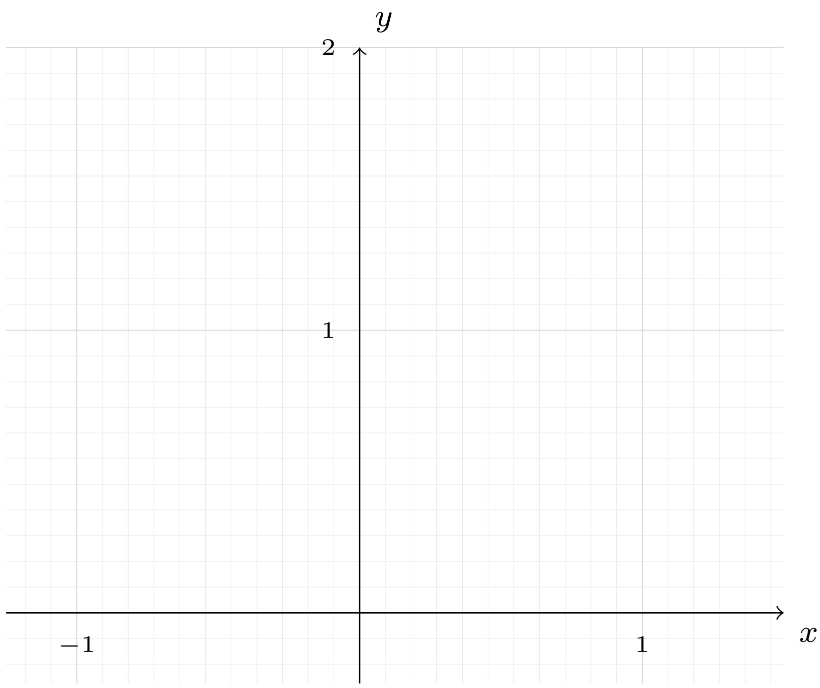
Fonction exponentielle

On souhaite construire de de façon approchée la courbe représentative d'une fonction dérivable f qui vérifie

$$f'(a) = f(a) \text{ pour tout réel } a \quad \text{et} \quad f(0) = 1.$$

Nous allons utiliser la méthode d'Euler qui repose sur l'utilisation d'une approximation affine d'une fonction en un point et donc construire point par point $\mathcal{C}_f$, la courbe représentative de f.



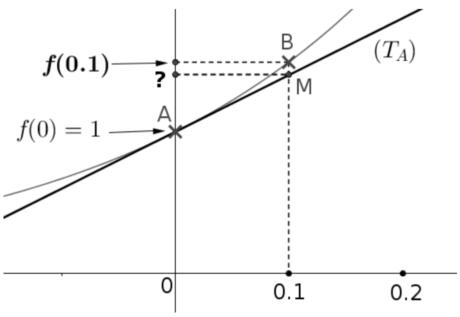
Étape 1 : $f(0) = 1$

Ona donc $f'(0) = \dots\dots\dots$
Placer A le premier point de $\mathcal{C}_f$ et tracer T_A la tangente à $\mathcal{C}_f$ en ce point.

Étape 2 : Approximation de $f(0,1)$

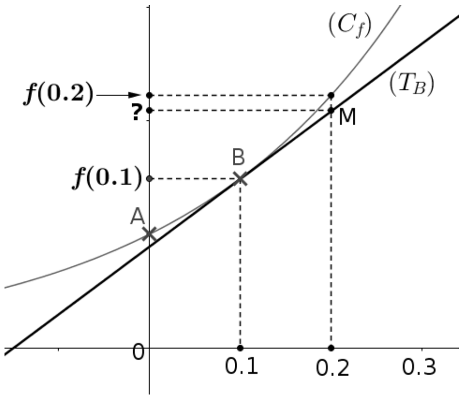
Sur la figure ci-contre, B est le point de $\mathcal{C}_f$ d'abscisse $0,1$. Comme B est proche de A, la droite (AB) est proche de la tangente à $\mathcal{C}_f$ en A. Donc le coefficient directeur de la droite (AB), $\dfrac{f(0,1) - f(0)}{0,1 - 0}$ est proche du coefficient directeur de (T_A)égal à $f'(0)$.

Donc $\quad \dfrac{f(0,1) - f(0)}{0,1 - 0} \approx f'(0)$.



En utilisant cette approximation, donner une approximation de $f(0,1)$ et placer le point B correspondant.

Étape 3 : Approximation de $f(0,2)$



Comme précedemment $\dfrac{f(0,2)-f(0,1)}{0,2-0,1} \approx f'(0,1)$.

En déduire une approximation de $f(0,2)$ et placer le point C correspondant.

Étape 4

COmpléter le tableau suivant. Si besoin, effectuer au brouillon les calculs pour les trois dernières colonnes ou mettre en évidence un moyen rapide de calculer les approximations demandées.

x	0	$0,1$	$0,2$	$0,3$	$0,4$	$0,5$
Approximation de $f(x)$	1					