Vendredi 28/03/2025

NOM, Prénom :

Evaluation-bilan 5

1ère spé

Calculatrice autorisée. Toutes les réponses doivent être justifiées.

Exercice 1 Concentration d'un antibiotique

... / 8 pts

On étudie la concentration dans le sang en fonction du temps d'un antibiotique injecté en une seule prise à un patient. On modélise cette concentration par la fonction g définie sur l'intervalle $[0\ ;\ 10]$ par : $g(t) = \dfrac{6t}{t^2+4}$.

$g(t)$ représente la concentration en mg.L^{-1} de l'antibiotique lorsque t heures se sont écoulées.

Répondre aux questions suivantes de façon algébrique. Il est possible de vérifier la cohérence des résultats à l'aide d'un graphique à la calculatrice.

1. On cherche à déterminer sur quel intervalle de temps la concentration sera supérieure ou égale à 1,2 mg.L^{-1}.

   a. Montrer que résoudre l'inéquation $g(t) \geqslant 1,2$ revient à résoudre l'inéquation $-1,2t^2 + 6t - 4,8 \geqslant 0$.

   b. Résoudre l'inéquation $-1,2t^2 + 6t - 4,8 \geqslant 0$ et conclure : sur quel intervalle de temps la concentration sera-t-elle supérieure ou égale à 1,2 mg.L^{-1} ?

2. On cherche à déterminer si concentration peut être strictement supérieure à 1,5 mg.L^{-1}.

   a. Montrer que résoudre l'inéquation $g(t) > 1,5$ revient à résoudre l'inéquation $-1,5t^2 + 6t - 6 > 0$.

   b. Résoudre l'inéquation $-1,5t^2 + 6t - 6 > 0$ et conclure : la concentration peut-elle être strictement supérieure à 1,5 mg.L^{-1} ?

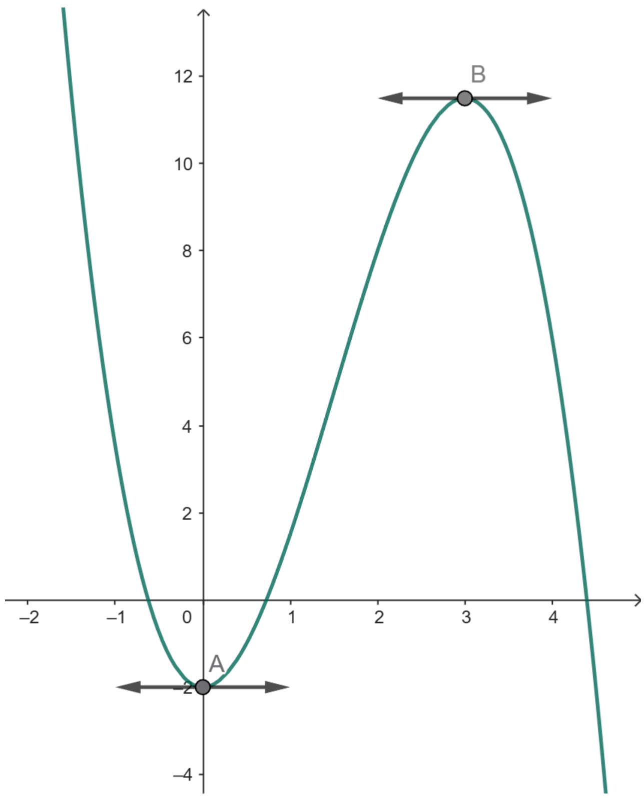
Exercice 2

... / 8 pts

La courbe ci-contre représente dans un repère du plan une fonction f définie et dérivable sur l'ensemble des nombres réels.

Les points A$(0\,;-2)$ et B $(3\,;11,5)$ appartiennent à la courbe représentative de la fonction f et les tangentes à la courbe aux points A et B sont horizontales.

Le but de l'exercice est de déterminer l'expression algébrique de la fonction f.



1. Déterminer $f(0)$, $f(3)$, $f'(0)$ et $f'(3)$.

2. On admet que pour tout réel x, $f(x)$ peut s'écrire sous la forme :

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d,$$

où a, b, c et d désignent des nombres réels .

a. Donner une expression de $f'(x)$ à l'aide de a, b, c et d.

b. Traduire $f(0) = -2$ par une égalité sur les coefficients a, b, c et d et en déduire la valeur de d.
Traduire $f'(0) = 0$ par une égalité et en déduire la valeur de c.

Conclure :
Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f(x) = ax^3 + bx^2 +$ .... et $f'(x) =$ ....

c. Traduire $f(3) = 11,5$ par une égalité sur les coefficients a et b.
Traduire $f'(3) = 0$ par une égalité sur les coefficients a et b.

d. Résoudre le système (S) : $\begin{cases} 27a + 9b = 13,5 \\ 27a + 6b = 0 \end{cases}$

Conclure en donnant l'expression de $f(x)$ pour tout $x \in \mathbb{R}$.

Exercice 3

... / 4 pts

On considère la fonction h définie sur $\mathbb{R}$ par : $h(t) = x^3 - 4x + 2$ et la droite (d) d'équation $y = -x + 1$.

La courbe représentative de la fonction h admet-elle des tangentes parallèles à la droite (d) ? Si oui, préciser en quel(s) point(s).