

Pour acheter sa maison, Zoé a besoin de souscrire un emprunt bancaire de 100 000 €. Elle a trouvé un prêt au taux de 3 %.

Info

Lorsque l'on souscrit un emprunt à un taux de 3 %, on rembourse tous les mois les intérêts et une partie de l'emprunt.

Les intérêts sont calculés ainsi :

$$\text{montant des intérêts} = \frac{3 \% \text{ du montant restant à rembourser}}{12}$$

Zoé souhaite payer 600 € par mois pour rembourser son prêt.

1. Zoé paye une première mensualité de 600 €.
 - a. Quel est le montant des intérêts le premier mois ?
 - b. Sur les 600 € de sa mensualité, quel est le montant reste-il pour le remboursement du prêt ?
 - c. Combien lui reste-il à payer après son premier remboursement ?
2. Pour n entier naturel, on note :
 - u_n le montant des intérêts le n^{e} mois ;
 - v_n le montant restant à rembourser après n mois.On a donc : $v_0 = 100\,000$; $u_1 = \dots\dots\dots$ et $v_1 = \dots\dots\dots$
 - a. Montrer que pour tout n entier $u_{n+1} = 0,0025 v_n$
 - b. Montrer que pour tout n entier $v_{n+1} = 1,0025 v_n - 600$.
 - c. En déduire l'expression de v_n en fonction de n puis celle de u_{n+1} en fonction de n .
 - d. Donner les variations des suites (v_n) et (u_n) .
 - e. Après combien de mois Zoé aura-t-elle complètement remboursé son crédit ?
3. Pour n entier naturel strictement positif, on note S_n le montant total des intérêts payés après n mois.
 - a. Montrer que pour tout n entier naturel, $S_n = 600 n - 140\,000 (1,0025^n - 1)$.
 - b. Calculer le montant total des intérêts payés par Zoé.