

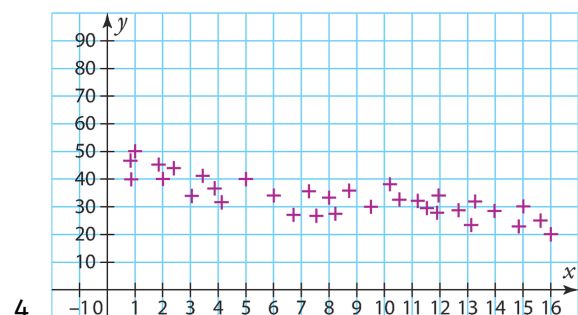
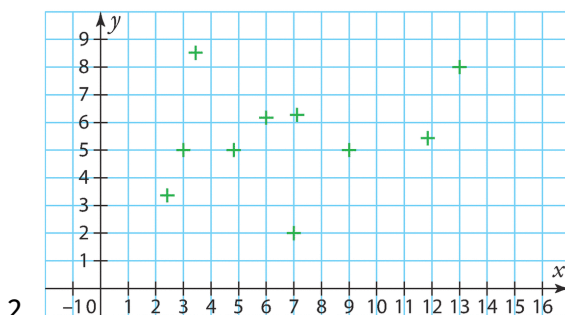
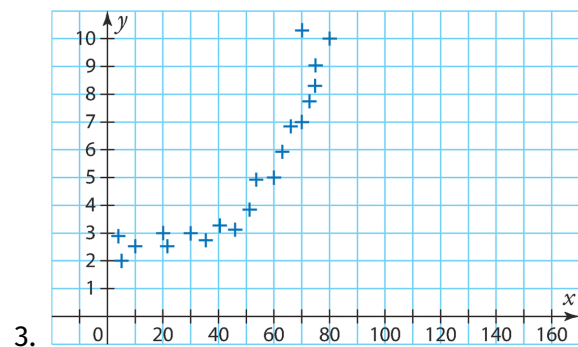
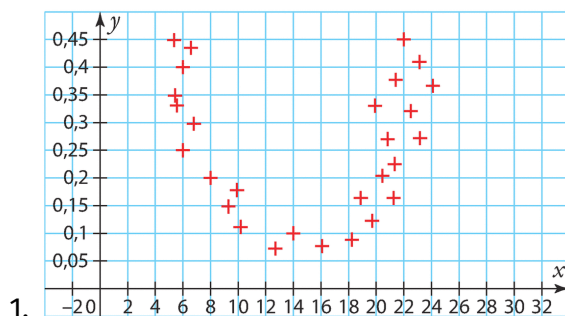
Capacités attendues :

- ☐ Représenter un nuage de points.
- ☐ Calculer les coordonnées d'un point moyen.
- ☐ Déterminer une droite de régression, à l'aide de la calculatrice, d'un logiciel ou par calcul.
- ☐ Dans le cadre d'une résolution de problème, utiliser un ajustement pour interpoler, extrapoler.

Nuage de points, ajustement

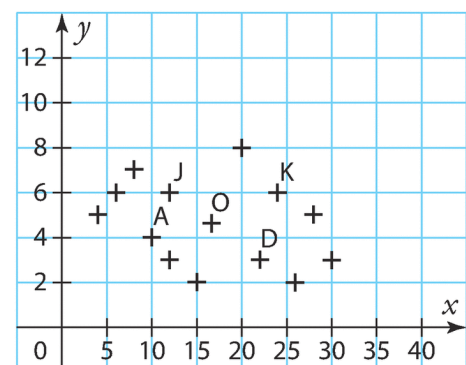
Exercice 1

Parmi les nuages de points suivants, lequel semblent « ajustables » par une fonction reconnaissable ? Citer la fonction correspondante.



Exercice 2

- Dans le nuage de points ci-contre, parmi les points A, J, O, D, K, quel point semble être le point moyen du nuage ?
- Peut-on trouver une corrélation entre les deux variables x et y de la série statistique double associée à ce nuage de points ?

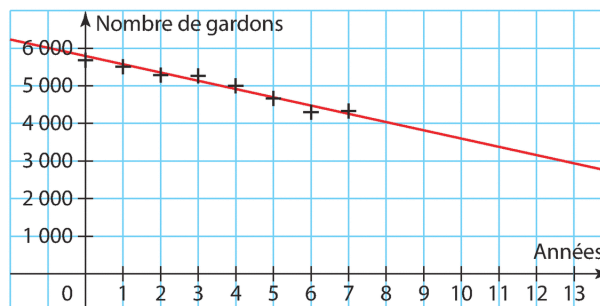


Exploiter un ajustement affine

Exercice 3

Le graphique ci-contre présente l'évolution annuelle du nombre de gardons dans un étang depuis l'année 2017 (année 0).

Le nuage de points obtenu peut être ajusté par la droite (d) représentée sur le graphique.



Si l'évolution continue pendant encore plusieurs années selon l'ajustement modélisé par la droite (d) , estimer graphiquement :

1. Le nombre de gardons dans l'étang en 2025.
2. L'année à partir de laquelle il y aura moins de 3000 gardons dans l'étang.

Exercice 4

La maire d'un village a fait comptabiliser le nombre de mégots ramassés annuellement dans la rue principale de sa commune entre 2020 et 2024. La variable x_i correspond au rang de l'année d'observation et la variable y_i au nombre, en milliers, de mégots ramassés. Voici les résultats obtenus :

Année	2020	2021	2022	2023	2024	Total
Rang x_i	1	2	3	4	5	15
Quantité y_i	10	9,1	8,5	7,6	6,8	42

1. Dans un repère, on note M_i le point de coordonnées $M_i(x_i ; y_i)$ pour $i = 1, 2, \dots, 5$. Représenter le nuage de points associé à cette série statistique.
2. Calculer les coordonnées du point moyen G de cette série statistique. Placer G sur le graphique.
3. On ajuste le nuage par la droite (GM_5) . Déterminer l'équation réduite de (GM_5) .
4. En supposant que l'évolution se poursuive ainsi, estimer le nombre de mégots qui seraient ramassés dans cette rue en 2030.

Exercice 5

Le tableau ci-dessous donne l'évolution du montant net du SMIC (Salaire Minimum Interprofessionnel de Croissance) mensuel, en euros, entre 2000 et 2005.

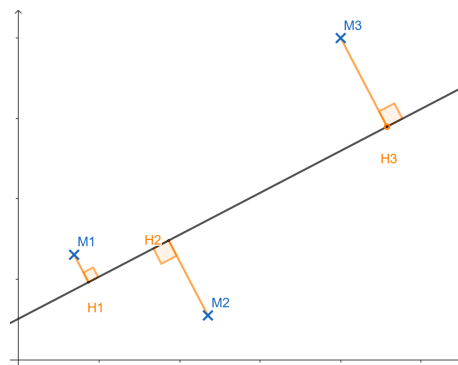
Année	2000	2001	2002	2003	2004	2005
Rang x_i	1	2	3	4	5	6
Montant y_i	842	874	903	934	985	1039

1. Représenter, dans un repère, le nuage de points $M_i(x_i ; y_i)$ associé à cette série statistique et placer le point moyen G .
2. Déterminer l'équation de la droite (GM_5) .
3. En 2025, le SMIC net mensuel est de 1426 €. Comparer ce montant à celui extrapolé avec la droite précédente.

Méthode des moindres carrés

Exercice 6

Edwin affirme « La méthode des moindres carrés minimise la somme des $M_i H_i^2$, comme représenté ci-contre. »
A-t-il raison ?



Exercice 7

Dans un repère orthogonal, le point $G(5 ; 4)$ est le point moyen d'un nuage de points.
Martha affirme « La droite d'ajustement affine associée à ce nuage obtenue par la méthode des moindres carrés a pour équation $y = -2x + 1$. »
Peut-elle avoir raison ?

Exercice 8

Le tableau ci-dessous donne la masse x (en kg) et la taille y (en cm) d'un enfant, relevées par son médecin lors de six visites médicales.

Masse x_i (en kg)	4	5,4	10,2	11	12,6	19,8
Taille y_i (en cm)	53	61	72	78	94	113

On veut réaliser un ajustement affine de cette série par la méthode des moindres carrés.

- Calculer les valeurs moyennes \bar{x} et \bar{y} des deux séries (x_i) et (y_i) .
- Compléter le tableau suivant :

Masse x_i (en kg)	4	5,4	10,2	11	12,6	19,8
Taille y_i (en cm)	53	61	72	78	94	113
Écarts $x_i - \bar{x}$						
Écarts $y_i - \bar{y}$						
Produit des écarts $(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$						
Carré des écarts $(x_i - \bar{x})^2$						

En déduire covariance entre les deux séries $\text{Cov}(x, y)$ et la variance $\text{Var}(x)$ de la série (x_i) .

- En déduire l'équation de la droite de d'ajustement affine (d) de la série (x_i, y_i) par la méthode des moindres carrés.
- Représenter le nuage de points $M_i(x_i ; y_i)$ et la droite (d) dans un repère orthonormé.
- Quelle estimation peut-on faire de la taille de cette enfant lorsqu'il pèsent 25 kg ?

Exercice 9

On a relevé à certaines latitudes x_i (en degrés) la température y_i (en °C) à la surface de la mer. Voici les résultats obtenus :


Latitude x_i (en °)	-45	-20	0	30
Température y_i (en °C)	12,2	12,9	13,4	14,1

1. Calculer la covariance entre les deux séries $\text{Cov}(x, y)$ et la variance $\text{Var}(x)$ de la série (x_i) .
2. En déduire l'équation de la droite de d'ajustement affine (d) de la série (x_i, y_i) par la méthode des moindres carrés.
3. Représenter le nuage de points $M_i(x_i ; y_i)$ et la droite (d) dans un repère orthonormé.

Exercice 10

Sous des conditions de température et de volume constants, on étudie la pression et la quantité de matière d'un gaz. Les résultats sont donnés dans le tableau ci-dessous :


Nombre de moles x_i	0	10	20	30
Pression y_i (en kPa)	0	46	98	145

1. Dans un repère orthonormé, représenter le nuage de points $M_i(x_i ; y_i)$ et vérifier qu'il peut être ajusté par une droite.
2.  Déterminer l'équation réduite de la droite (d) d'ajustement affine de la série (x_i, y_i) par la méthode des moindres carrés et le coefficient de corrélation linéaire.
3. Représenter la droite (d) dans le repère.
4. Quel serait la pression du gaz si l'on avait 50 moles ?
5. Combien de moles aurait-on si le gaz avait une pression de 200 kPa ?

Exercice 11

On considère la série statistique à deux variables (x, y) donnée par le tableau suivant :

Valeurs x_i	-11	-3	2	0	-5
Valeurs y_i	1100	1000	900	950	1050

1. Dans un repère orthogonal, représenter le nuage de points $M_i(x_i ; y_i)$ et vérifier qu'il peut être ajusté par une droite.
2.  Déterminer l'équation réduite de la droite (d) d'ajustement affine de la série (x_i, y_i) par la méthode des moindres carrés et le coefficient de corrélation linéaire.
3. Représenter la droite (d) dans le repère.

Ajustement se ramenant par changement de variable à un ajustement affine

Exercice 12

On injecte un médicament dans le sang d'une patiente en lui faisant une piqûre en intraveineuse. La concentration y_i de ce médicament dans le sang, en micogrammes par millilitres est relevée à différents instants x_i (en heures) après la piqûre. Voici les résultats obtenus :

Temps x_i (en h)	0	1	2	4	6	10
Concentration y_i (en $\mu\text{g/mL}$)	90	65	45	23	12	4

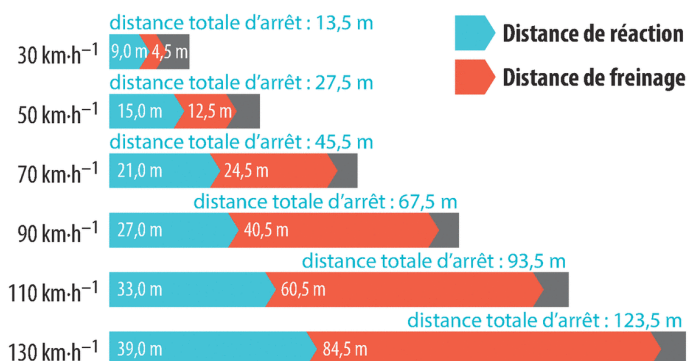
- Représenter le nuage de points $M_i(x_i ; y_i)$ sur la calculatrice et vérifier qu'il peut être ajusté par une fonction exponentielle décroissante.
- On pose $y'_i = \ln(y_i)$ pour tout entier i de 1 à 6.
Compléter le tableau suivant :

x_i	0	1	2	4	6	10
y_i	90	65	45	23	12	4
y'_i						

- Représenter le nuage de points $M_i(x_i ; y'_i)$ sur la calculatrice et vérifier qu'il peut être ajusté par une droite.
- Déterminer l'équation de la droite (d) d'ajustement affine de la série (x_i, y'_i) par la méthode des moindres carrés.
- En déduire une approximation de la concentration y en fonction du temps x .

Exercice 13

Le document ci-contre donne les valeurs moyennes de la distance de réaction et de la distance de freinage selon la vitesse d'un véhicule, sur route sèche, de jour et dans des conditions de visibilité normales.



Partie A : Étude de la série statistique à deux variables : vitesse x et distance de réaction y

- Construire dans un repère orthonormé le nuage de points correspondant à la série statistique (x, y) où x représente la vitesse du véhicule en $\text{km}\cdot\text{h}^{-1}$ et y la distance de réaction en mètres. Vérifier que la forme du nuage de points invite à réaliser un ajustement affine.
- Déterminer à l'aide de la calculatrice l'équation de la droite d'ajustement affine du nuage obtenu par la méthode des moindres carrés.
- Selon cet ajustement :
 - Estimer la distance de réaction d'un véhicule roulant, en excès de vitesse, à $140 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$.
 - Estimer la vitesse à laquelle un véhicule doit rouler pour que la distance de réaction soit inférieure à 3 m.

Partie B : Étude de la série statistique à deux variables : vitesse x et distance de freinage y'

1. Construire dans un repère orthonormé le nuage de points correspondant à la série statistique (x, y') où x représente la vitesse du véhicule en km.h^{-1} et y' la distance de freinage en mètres. Vérifier que la forme du nuage de points invite à réaliser un ajustement affine.
2. On considère que ce nuage de points peut être ajusté par une parabole d'équation $y' = ax^2$ où a est un réel non nul.
 - a. On pose $z = \sqrt{y'}$. Compléter le tableau suivant :

Vitesse x (en km.h^{-1})	30	50	70	90	110	130
Distance de freinage y' (en m)	4,5	12,5	24,5	40,5	60,5	84,5
$z = \sqrt{y'}$						

- b. À l'aide de la calculatrice, déterminer l'équation de la droite de regression de z en x .
 - c. En déduire une approximation de la distance de freinage y' en fonction de la vitesse x .
3. Pour les questions suivantes, on admet que la fonction définie sur $[0 ; +\infty[$ par $f(x) = \frac{x^2}{200}$ est une bonne modélisation de la distance de freinage y' en fonction de la vitesse x .
 - a. Estimer la distance de freinage d'un véhicule roulant, en excès de vitesse, à 140 km.h^{-1} .
 - b. À l'aide de la partie A, estimer la distance totale d'arrêt pour un véhicule roulant en excès de vitesse à 140 km.h^{-1} .

Exercice 14

En 2020, un lycée décide de créer un club d'échecs.

Le nombre d'adhérents chaque année depuis 2020 est donné dans le tableau ci-dessous :

Année	2020	2021	2022	2023
Rang x_i	1	2	3	4
Nombre d'adhérents y_i	9	15	22	31

1. On considère la série statistique à deux variables (x, y) donnée par le tableau ci-dessus. Déterminer le coefficient de corrélation linéaire r_1 de cette série statistique (x, y) .
2. On pose $z = \ln(y)$ et on considère la série statistique à deux variables (x, z) . Déterminer le coefficient de corrélation linéaire r_2 de cette série statistique (x, z) .
3. Depuis la création du club, la présidente espère une progression exponentielle du nombre d'adhérents. Pour ces quatre premières années, peut-on dire que ses espérances sont satisfaites?
4. En 2024, une grande campagne de publicité a été organisée au lycée. Le nombre de participants totalisés à la fin de l'année est de 44.
La présidente du club, après avoir observé l'ensemble des données de 2020 à 2024, affirme dans son discours de fin d'année : « Si on continue sur cette lancée, nous serons au moins 67 adhérents l'année prochaine! »
Qu'en pensez-vous?