Vendredi 10/01/2025

NOM, Prénom :

Évaluation-bilan 3

T^{ale}Comp

Calculatrice autorisée. Toutes les réponses doivent être justifiées.

Exercice 1

1. Soit f la fonction définie sur $I = [0\ ;\ 12]$ par $\quad f(x) = 2xe^{-x}$. ... / 8 pts

   a. Démontrer que pour tout $x \in I$, $\quad f'(x) = 2(1-x)e^{-x}$.

   b. Dresser le tableau de variations de la fonction f sur $I = [0\ ;\ 12]$.

   c. Démontrer que l'équation $f(x) = 0,2$ admet deux solutions sur l'intervalle I.
   Donner, à l'aide de la calculatrice, une valeur approchée au centième de chacune de ces solutions.

2. Le taux d'alcoolémie d'une personne pendant les 12 heures qui suivent la consommation d'une certaine quantité d'alcool est modélisé par la fonction f. ... / 4 pts

- x représente le temps écoulé (en heures) depuis la consommation d'alcool.
- $f(x)$ représente le taux d'alcoolémie (en grammes par litre de sang).

a. Décrire les variations du taux d'alcoolémie de cette personne pendant les 12 heures suivant la consommation d'alcool.

b. À quel moment le taux d'alcoolémie de cette personne est-il maximal ? Quelle est alors sa valeur ? Arrondir au centième.

c. Le code de la route fixe le taux d'alcoolémie maximal autorisé à 0,2 g/L pour les jeunes conducteurs. Combien de temps après la consommation d'alcool cette personne jeune conductrice est-elle autorisée à prendre le volant ? Donner la réponse en heures et minutes.

Exercice 2

... / pts

Un supermarché souhaite acheter des pommes à un fournisseur qui propose des prix au kilogramme dégressifs en fonction de la masse commandée.

Pour une commande de x kilogrammes de pommes, le prix $p(x)$, en euros, pour un kilogramme de fruit est donné par :

$$p(x) = \frac{x+300}{x+100} \quad \text{pour } x \in [100\ ;\ +\infty[.$$

Partie A : Étude du prix p proposé par le fournisseur

... / 7 pts

1. Montrer que pour tout $x \in [100\ ;\ +\infty[$, $\quad p(x) = \dfrac{1+\dfrac{300}{x}}{1+\dfrac{100}{x}}$.

2. En déduire la limite de la fonction p en $+\infty$.

3. Calculer $p'(x)$ pour tout $x \in [100\ ;\ +\infty[$ puis dreser le tableau de variations de la fonction p.

4. Interpréter économiquement les variations de la fonction p.

Partie B : Étude de la somme à dépenser

1. Quelle somme devra dépenser le supermarché pour acheter à ce fournisseur 150 kilogrammes de pommes ? 700 kilogrammes de pommes ? ... / 2 pts

2. On appelle $S(x)$ la somme, en euros, que le supermarché devra dépenser pour acheter x kilogrammes de pommes vendues au prix de $p(x)$ euros par kilogramme.

   a. Par définition, $S(x) = xp(x)$. Déterminer la limite de la fonction S en $+\infty$.

   b. Calculer $S'(x)$ puis dresser le tableau de variations de la fonction S sur $[100 ; +\infty[$.

3. Le magasin dispose d'un budget de 900 euros pour acheter des pommes. Quelle masse maximale de pommes pourra-t-il acheter chez ce fournisseur ?