NOM, Prénom :

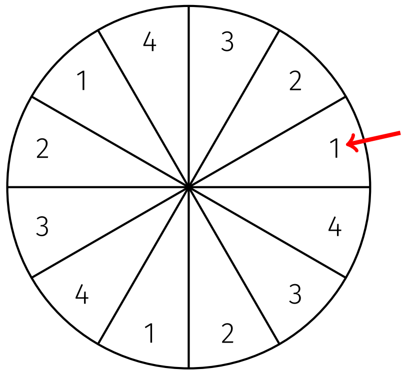
Préparation de l'évaluation-bilan 4

T[ale]Comp

Calculatrice autorisée. Toutes les réponses doivent être justifiées.

Exercice 1

Dans une kermesse, on fait tourner la roue de loterie équilibrée ci-contre où tous les secteurs ont le même angle.
Le joueur gagne le nombre de points indiqué par le secteur désigné par la flèche.
X est la variable aléatoire qui donne le gain du joueur.



1. Quelle est la loi de probabilité suivie par X ?
2. Combien de points un joueur peut-il espérer gagner en moyenne lors d'une partie ?
3. Pour pouvoir tourner la roue, le joueur doit payer 1 euro. Un point rapporte 0,40 €. Le jeu est-il équitable ?

Exercice 2

En janvier 2025, la ville de Rennes a subit une crue exceptionnelle de l'Ille. La précédente crue semblable a eu lieu en 1981.
On suppose que les crues de l'Ille sont indépendantes entre elles, qu'il y a au plus une crue par an et que chaque année, une crue se réalise avec une probabilité égale à 0,02.

Période entre deux crues

Soit T la variable aléatoire égale au nombre d'années écoulées avant la prochaine crue de l'Ille.
Si nécessaire, on arrondira les résultats à 10^{-4} près.

1. Calculer $P(T = 1)$ et interpréter le résultat.
2. Calculer la probabilité que la prochaine crue de l'Ille se produise dans 10 ans.
3. Quelle est la loi de probabilité suivie par T ? Préciser son (ou ses) paramètre(s).
4. Justifier qu'une telle crue se produit en moyenne tous les 50 ans.

Nombre de crues par siècle

Soit N la variable aléatoire égale au nombre de crues de l'Ille pendant les 100 prochaines années.

1. Quelle est la loi de probabilité suivie par N ? Préciser son (ou ses) paramètre(s).
2. Calculer la probabilité qu'il n'y ait pas de crue de l'Ille pendant les 100 prochaines années.
3. En déduire la probabilité qu'il y ait au moins une crue de l'Ille pendant les 100 prochaines années.
4. À l'aide de la calculatrice, déterminer la probabilité qu'il y ait au moins 5 crues de l'Ille pendant les 100 prochaines années.

Exercice 3 Loi de refroidissement de Newton

Une tasse de café est servie à une température initiale de 80°C. On la laisse refroidir dans une pièce à température ambiante de 20°C.
On va étudier à l'aide d'une suite le refroidissement du café en appliquant la loi de Newton.

Pour tout entier naturel n, on note t_n la température du café (en °C)au bout de n minutes.
On a ainsi $t_0 = 80$. Entre deux minutes consécutives n et $n+1$, on a $t_{n+1} - t_n = -0,2(t_n - 20)$.

1. Conjecturer d'après le contexte le sens de variation de la suite (t_n).
2. Montrer que, pour tout entier naturel n, on a $t_{n+1} = 0,8t_n + 4$.
3. Exprimer t_n en fonction de n.
4. Déterminer la limite de la suite (t_n).
5. Combien de temps faut-il pour que la température du café soit inférieure à 30°C ?