

Exercice 1 : Forme canonique

Déterminer la forme canonique du polynôme P , défini pour tout $x \in \mathbb{R}$ par :

1. $P(x) = x^2 + 6x + 9$

2. $P(x) = -2x^2 + 20x - 45$

1. On reconnaît une identité remarquable de la forme $a^2 + 2ab + b^2$.

$$\begin{aligned} P(x) &= x^2 + 6x + 9 \\ &= x^2 + 2 \times x \times 3 + 3^2 \\ &= (x + 3)^2 \end{aligned}$$

2. On sait que si le polynôme, sous forme développée, s'écrit $P(x) = ax^2 + bx + c$, alors sa forme canonique est de la forme $P(x) = a(x - \alpha)^2 + \beta$,

avec $\alpha = \frac{-b}{2a}$ et $\beta = P(\alpha)$.

Avec l'énoncé : $a = -2$ et $b = 20$, on en déduit que $\alpha = 5$.

On calcule alors $\beta = P(5)$, et on obtient au final que $\beta = 5$.

d'où, $P(x) = -2(x - 5)^2 + 5$

Finalement, $P(x) = -2(x - 5)^2 + 5$