

## Exercice 1 : Équations avec un quotient

Pour chacune des équations suivantes, préciser les valeurs interdites éventuelles puis résoudre l'équation :

1.  $\frac{8}{9x-5} = \frac{7}{-2x+7}$ .      2.  $\frac{3x^2-3}{8x+24} = 0$ .

1. Déterminer les valeurs interdites revient à déterminer les valeurs qui annulent les dénominateurs des quotients, puisque la division par 0 n'existe pas.

Or  $9x - 5 = 0$  si et seulement si  $x = \frac{5}{9}$  et  $-2x + 7 = 0$  si et seulement si  $x = \frac{7}{2}$ .

Donc l'ensemble des valeurs interdites est  $\left\{\frac{5}{9}; \frac{7}{2}\right\}$ .

Pour tout  $x \in \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{5}{9}; \frac{7}{2}\right\}$ ,

$$\begin{aligned} \frac{8}{9x-5} = \frac{7}{-2x+7} &\iff 7 \times (9x-5) = 8 \times (-2x+7) && \text{car les produits en croix sont égaux.} \\ &\iff 63x - 35 = -16x + 56 \\ &\iff 79x = 91 \\ &\iff x = \frac{91}{79} \end{aligned}$$

$\frac{91}{79}$  n'est pas une valeur interdite, donc l'ensemble des solutions de cette équation est  $\mathcal{S} = \left\{\frac{91}{79}\right\}$ .

2. Déterminer les valeurs interdites revient à déterminer les valeurs qui annulent le dénominateur du quotient, puisque la division par 0 n'existe pas.

Or  $8x + 24 = 0$  si et seulement si  $x = -3$ .

Donc l'ensemble des valeurs interdites est  $\{-3\}$ .

Pour tout  $x \in \mathbb{R} \setminus \{-3\}$ ,

$$\begin{aligned} \frac{3x^2-3}{8x+24} = 0 &\iff 3x^2 - 3 = 0 && \text{car } \frac{A(x)}{B(x)} = 0 \text{ si et seulement si } A(x) = 0 \text{ et } B(x) \neq 0. \\ &\iff 3x^2 = 3 \\ &\iff x^2 = 1 \\ &\iff x = 1 \text{ ou } x = -1 \end{aligned}$$

-1 et 1 ne sont pas des valeurs interdites, donc l'ensemble des solutions de cette équation est  $\mathcal{S} = \{-1; 1\}$ .