Ceinture orange 03 - Corrigé

1ère spé

Exercice 1 : Résoudre une inéquation du second degré

Résoudre dans **R** les inéquations suivantes :

1. $-4x^2 - 4x + 8 \geq 0$
2. $-2x^2 - 4x - 3 \leq 0$

1. Soit P le polynôme défini pour tout x de $\mathbb{R}$ par $P(x) = -4x^2 - 4x + 8$.
   On cherche à résoudre $P(x) \geq 0$.
   Pour cela, on cherche ses racines éventuelles.
   $\Delta = (-4)^2 - 4 \times (-4) \times 8 = 144$
   $\Delta > 0$ donc le polynôme admet deux racines : $x_1 = \dfrac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \dfrac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$.
   $x_1 = \dfrac{4 - \sqrt{144}}{-8} = 1$
   $x_2 = \dfrac{4 + \sqrt{144}}{-8} = -2$
   On sait qu'un polynôme du second degré est du signe de a à l'extérieur de ses racines.
   Comme $a = -4 < 0$, on peut dire que $P(x) \geq 0$ sur $S =]-\infty; -2] \cup [1; +\infty[$
   On peut résumer le signe du polynôme dans un tableau de signes :

x	$-\infty$		-2		1		$+\infty$
$-4x^2 - 4x + 8$		$-$	0	$+$	0	$-$	

   Finalement $S = [-2; 1]$.

2. Soit P le polynôme défini pour tout x de $\mathbb{R}$ par $P(x) = -2x^2 - 4x - 3$.
   On cherche à résoudre $P(x) \leq 0$.
   Pour cela, on cherche ses racines éventuelles.
   $\Delta = (-4)^2 - 4 \times (-2) \times (-3) = -8$
   $\Delta < 0$ donc le polynôme P n'admet pas de racine.
   Il est toujours du signe de $a = -2 < 0$, donc $P(x) < 0$ pour tout x de $\mathbb{R}$.
   On en déduit $S = \mathbb{R}$.