

Exercice 1 : Résoudre une inéquation du second degré

Résoudre dans \mathbb{R} les inéquations suivantes :

1. $-3x^2 - 12x - 17 < 0$

2. $2x^2 - 8x - 10 \leq 0$

1. Soit P le polynôme défini pour tout x de \mathbb{R} par $P(x) = -3x^2 - 12x - 17$.

On cherche à résoudre $P(x) < 0$.

Pour cela, on cherche ses racines éventuelles.

$$\Delta = (-12)^2 - 4 \times (-3) \times (-17) = -60$$

$\Delta < 0$ donc le polynôme P n'admet pas de racine.

Il est toujours du signe de $a = -3 < 0$, donc $P(x) < 0$ pour tout x de \mathbb{R} .

On en déduit $S = \mathbb{R}$.

2. Soit P le polynôme défini pour tout x de \mathbb{R} par $P(x) = 2x^2 - 8x - 10$.

On cherche à résoudre $P(x) \leq 0$.

Pour cela, on cherche ses racines éventuelles.

$$\Delta = (-8)^2 - 4 \times 2 \times (-10) = 144$$

$\Delta > 0$ donc le polynôme admet deux racines : $x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$.

$$x_1 = \frac{8 - \sqrt{144}}{4} = -1$$

$$x_2 = \frac{8 + \sqrt{144}}{4} = 5$$

On sait qu'un polynôme du second degré est du signe de a à l'extérieur de ses racines.

Comme $a = 2 > 0$:

On peut résumer le signe du polynôme dans un tableau de signes :

x	$-\infty$	-1	5	$+\infty$	
$2x^2 - 8x - 10$	$+$	0	$-$	0	$+$

Finalement $S = [-1; 5]$.