Ceinture orange 04 - Corrigé

Exercice 1 : Résoudre une inéquation du second degré

Résoudre dans **R** les inéquations suivantes :

1. $-x^2 + x + 2 < 0$

2. $4x^2 + 24x + 40 \leqslant 0$

1. Soit P le polynôme défini pour tout x de $\mathbb{R}$ par $P(x) = -x^2 + x + 2$.
On cherche à résoudre $P(x) < 0$.
Pour cela, on cherche ses racines éventuelles.
$\Delta = 1^2 - 4 \times (-1) \times 2 = 9$
$\Delta > 0$ donc le polynôme admet deux racines : $x_1 = \dfrac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \dfrac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$.
$x_1 = \dfrac{-1 - \sqrt{9}}{-2} = 2$
$x_2 = \dfrac{-1 + \sqrt{9}}{-2} = -1$
On sait qu'un polynôme du second degré est du signe de a à l'extérieur de ses racines.
Comme $a = -1 < 0$:
On peut résumer le signe du polynôme dans un tableau de signes :

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
signe de $-x^2 + x + 2$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Finalement $S =]-\infty; -1[\cup]2; +\infty[$.

2. Soit P le polynôme défini pour tout x de $\mathbb{R}$ par $P(x) = 4x^2 + 24x + 40$.
On cherche à résoudre $P(x) \leqslant 0$.
Pour cela, on cherche ses racines éventuelles.
$\Delta = 24^2 - 4 \times 4 \times 40 = -64$
$\Delta < 0$ donc le polynôme P n'admet pas de racine.
Il est toujours du signe de $a = 4 > 0$, donc $P(x) > 0$ pour tout x de $\mathbb{R}$.
On en déduit $S = \varnothing$.