

Evaluation-bilan 4 - Sujet A

1^{ère}spé

Calculatrice autorisée. Toutes les réponses doivent être justifiées.

Exercice 1

... / 5 pts

Une chaîne de salons de coiffure propose à ses clients qui viennent pour une coupe, deux prestations supplémentaires cumulables :

- Une coloration naturelle à base de plantes appelée « couleur-soin »;
- Des mèches blondes pour donner du relief à la chevelure, appelées « effet coup de soleil ».

Le tableau ci-contre donne la répartition incomplète des demandes des clients sur une semaine.

On choisit un client au hasard.

On note C l'événement : « Le client souhaite une « couleur-soin » »
et E l'événement : « Le client souhaite un « effet coup de soleil » ».

	C	\overline{C}	Total
E		15	25
\overline{E}			
Total	24		40

Pour chaque question, plusieurs réponses peuvent être correctes.

1. La probabilité que le client ait choisi une « couleur-soin » et un « effet coup de soleil » est :

- ☐ $P_E(C)$ ☐ $P(C \cap E)$ ☐ 25% ☐ 40%

2. $P_{\overline{E}}(C)$ représente la probabilité que le client :

- ☐ ait choisi une « couleur-soin » sans « effet coup de soleil »;
- ☐ ait choisi une « couleur-soin » et « effet coup de soleil »;
- ☐ n'ait pas choisi un « effet coup de soleil » sachant qu'il a choisi une « couleur-soin »;
- ☐ ait choisi une « couleur-soin » sachant qu'il n'a pas choisi un « effet coup de soleil ».

3. La probabilité que le client n'ait choisi ni une « couleur-soin », ni un « effet coup de soleil » est :

- ☐ 25% ☐ 2,5% ☐ $\frac{1}{40}$ ☐ $\frac{1}{16}$

... / 10 pts

De plus, s'ils le souhaitent, ils peuvent compléter leur formule par l'option « visites guidées ».

- 42 % des clients optent pour l'avion ;
- Parmi les clients ayant choisi le train, 44 % choisissent aussi l'option « visites guidées » ;
- 30 % des clients ont choisi à la fois l'avion et l'option « visites guidées ».

On considère les événements suivants :

- A : le client a choisi l'avion;
- V : le client a choisi l'option «visites guidées».

[illegible][illegible]

3. Démontrer que la probabilité pour que le client interrogé ait choisi l'option « visites guidées » est égale à 0,555 environ.

[illegible]

4. Calculer la probabilité pour que le client interrogé ait pris l'avion sachant qu'il n'a pas choisi l'option «visites guidées». Arrondir le résultat au centième.

[illegible]

5. On interroge au hasard deux clients de manière aléatoire et indépendante. Quelle est la probabilité qu'aucun des deux ne prenne l'option «visites guidées»? On donnera les résultats sous forme de valeurs approchées à 10^{-3} près.

[illegible]

Exercice 3

... / 5 pts

Soit x un réel compris entre 0 et 1.

Soient A et B deux événements tels que $P(A) = x$, $P(B) = 1 - x$ et $P(A \cap B) = \frac{3}{16}$.

Déterminer toutes les valeurs de x possibles pour que A et B soient indépendants.

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, uniform squares formed by thin, light blue horizontal and vertical lines. There are no margins, text, or other markings on the page.

Evaluation-bilan 4 - Sujet B

1^{ère}spé

Calculatrice autorisée. Toutes les réponses doivent être justifiées.

Exercice 1

... / 5 pts

Une chaîne de salons de coiffure propose à ses clients qui viennent pour une coupe, deux prestations supplémentaires cumulables :

- Une coloration naturelle à base de plantes appelée « couleur-soin »;
- Des mèches blondes pour donner du relief à la chevelure, appelées « effet coup de soleil ».

Le tableau ci-contre donne la répartition incomplète des demandes des clients sur une semaine.

On choisit un client au hasard.

On note C l'événement : « Le client souhaite une « couleur-soin » »
et E l'événement : « Le client souhaite un « effet coup de soleil » ».

	C	\overline{C}	Total
E		10	18
\overline{E}			
Total	25		40

Pour chaque question, plusieurs réponses peuvent être correctes.

1. La probabilité que le client ait choisi une « couleur-soin » et un « effet coup de soleil » est :

- ☐ $P(C \cap E)$ ☐ $P_E(C)$ ☐ 20% ☐ 32%

2. $P_{\overline{E}}(C)$ représente la probabilité que le client :

- ☐ n'ait pas choisi un « effet coup de soleil » sachant qu'il a choisi une « couleur-soin »;
- ☐ ait choisi une « couleur-soin » sachant qu'il n'a pas choisi un « effet coup de soleil »;
- ☐ ait choisi une « couleur-soin » sans « effet coup de soleil »;
- ☐ ait choisi une « couleur-soin » et « effet coup de soleil »;

3. La probabilité que le client n'ait choisi ni une « couleur-soin », ni un « effet coup de soleil » est :

- ☐ 5% ☐ 12,5% ☐ $\frac{5}{15}$ ☐ $\frac{4}{40}$

... / 10 pts

De plus, s'ils le souhaitent, ils peuvent compléter leur formule par l'option « visites guidées ».

- 25 % des clients ont choisi à la fois l'avion et l'option «visites guidées».

On considère les événements suivants :

- A : le client a choisi l'avion;
- V : le client a choisi l'option «visites guidées».

[illegible][illegible]

3. Démontrer que la probabilité pour que le client interrogé ait choisi l'option « visites guidées » est égale à 0,429 environ.

A full-page sheet of graph paper featuring a uniform grid of small squares. The grid consists of 20 columns and 10 rows, creating a total of 200 square units. The lines are thin and dark gray, set against a white background. There are no margins, text, or other markings on the page.

4. Calculer la probabilité pour que le client interrogé ait pris l'avion sachant qu'il n'a pas choisi l'option «visites guidées». Arrondir le résultat au centième.

[illegible]

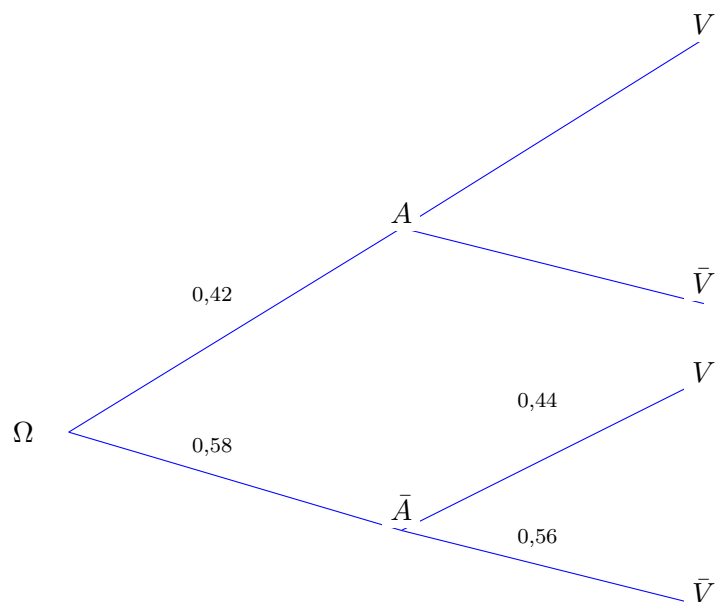
5. On interroge au hasard deux clients de manière aléatoire et indépendante. Quelle est la probabilité qu'aucun des deux ne prenne l'option «visites guidées»? On donnera les résultats sous forme de valeurs approchées à 10^{-3} près.

[illegible]

$$P_{\bar{A}}(V) = 0,44$$

$$P(A \cap V) = 0,3$$

On peut alors construire cet arbre de probabilités :



$$\text{On a donc } P_A(V) = \frac{P(A \cap V)}{P(A)} = \frac{0,3}{0,42} = \frac{30}{42}.$$

2. Comme A et \bar{A} forment une partition de l'univers, on peut appliquer la loi des probabilités totales :

$$P(V) = P(A \cap V) + P(\bar{A} \cap V).$$

$$\text{Or } P(\bar{A} \cap V) = P(\bar{A}) \times P_{\bar{A}}(V) = (1 - 0,42) \times 0,44 = 0,255.$$

$$\text{Donc } P(V) = 0,3 + 0,255 = 0,555.$$

$$3. \text{ On a } P_{\bar{V}}(A) = \frac{P(\bar{V} \cap A)}{P(\bar{V})} = \frac{P(A \cap \bar{V})}{P(\bar{V})} = \frac{P(A) \times P_A(\bar{V})}{P(\bar{V})}.$$

$$\text{Or, d'après la question précédente : } P(\bar{V}) = 1 - P(V) = 1 - 0,555 = 0,445$$

$$\text{et d'après la question 1 : } P_A(\bar{V}) = 1 - P_A(V) = 1 - \frac{30}{42} = \frac{12}{42}.$$

$$\text{Donc } P_{\bar{V}}(A) = \frac{0,42 \times \frac{12}{42}}{0,445} \approx 0,27.$$

$$4. \text{ On a vu que } P(\bar{V}) = 1 - 0,555 = 0,445.$$

$$\text{Comme les deux événements sont indépendants, en les appelant } \bar{V}_1 \text{ et } \bar{V}_2, \text{ on a : } P(\bar{V}_1 \cap \bar{V}_2) = P(\bar{V}_1) \times P(\bar{V}_2)$$

$$\text{La probabilité cherchée est donc égale à } P(\bar{V}_1 \cap \bar{V}_2) = 0,445 \times 0,445 \approx 0,198.$$

Corrigé sujet A

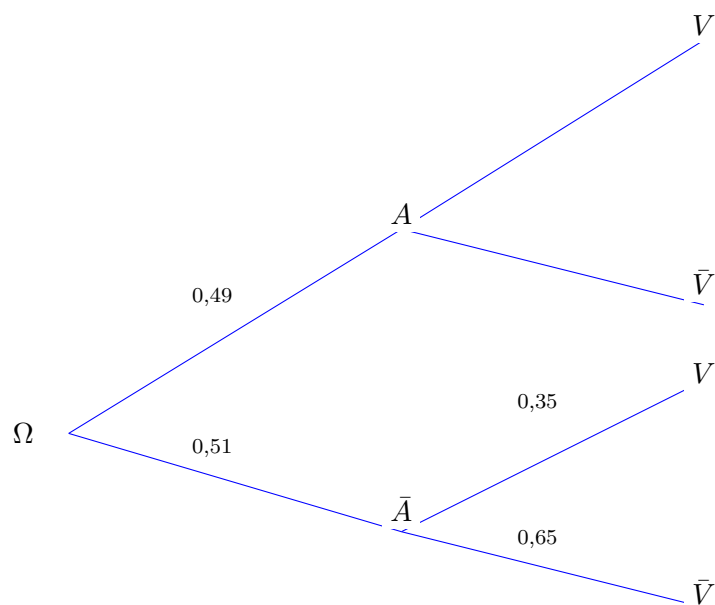
1. De l'énoncé, on déduit que :

$$P(A) = 0,49$$

$$P_{\bar{A}}(V) = 0,35$$

$$P(A \cap V) = 0,25$$

On peut alors construire cet arbre de probabilités :



$$P(A \cap V) =$$

On a donc $P_A(V) = \frac{P(A \cap V)}{P(A)} = \frac{0,25}{0,49} = \frac{25}{49}$.

2. Comme A et \bar{A} forment une partition de l'univers, on peut appliquer la loi des probabilités totales :

$$P(V) = P(A \cap V) + P(\bar{A} \cap V).$$

Or $P(\bar{A} \cap V) = P(\bar{A}) \times P_{\bar{A}}(V) = (1 - 0,49) \times 0,35 = 0,179$.

Donc $P(V) = 0,25 + 0,179 = 0,429$.

3. On a $P_{\bar{V}}(A) = \frac{P(\bar{V} \cap A)}{P(\bar{V})} = \frac{P(A \cap \bar{V})}{P(\bar{V})} = \frac{P(A) \times P_A(\bar{V})}{P(\bar{V})}$.

Or, d'après la question précédente : $P(\bar{V}) = 1 - P(V) = 1 - 0,429 = 0,572$

et d'après la question 1 : $P_A(\bar{V}) = 1 - P_A(V) = 1 - \frac{25}{49} = \frac{24}{49}$.

Donc $P_{\bar{V}}(A) = \frac{0,49 \times \frac{24}{49}}{0,572} \approx 0,42$.

4. On a vu que $P(\bar{V}) = 1 - 0,429 = 0,572$.

Comme les deux événements sont indépendants, en les appelant \bar{V}_1 et \bar{V}_2 , on a : $P(\bar{V}_1 \cap \bar{V}_2) = P(\bar{V}_1) \times P(\bar{V}_2)$

La probabilité cherchée est donc égale à $P(\bar{V}_1 \cap \bar{V}_2) = 0,572 \times 0,572 \approx 0,327$.