

## Exercice 1 : Équations avec un quotient

Pour chacune des équations suivantes, préciser les valeurs interdites éventuelles puis résoudre l'équation :

1.  $\frac{4x+1}{-3x+7} = 9.$                       2.  $\frac{x^2-16}{-7x-28} = 0.$

1. Déterminer les valeurs interdites revient à déterminer les valeurs qui annulent le dénominateur du quotient, puisque la division par 0 n'existe pas.

Or  $-3x+7=0$  si et seulement si  $x=\frac{7}{3}$ . Donc l'ensemble des valeurs interdites est  $\left\{\frac{7}{3}\right\}$ .

Pour tout  $x \in \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{7}{3}\right\}$ ,

$$\begin{aligned} \frac{4x+1}{-3x+7} = 9 &\iff 4x+1 = 9 \times (-3x+7) && \text{car les produits en croix sont égaux.} \\ &\iff 4x+1 = -27x+63 \\ &\iff 31x = 62 \\ &\iff x = \frac{62}{31} \\ &\iff x = 2 \end{aligned}$$

2 n'est pas une valeur interdite, donc l'ensemble des solutions de cette équation est  $\mathcal{S} = \{2\}$ .

2.  $-7x-28=0$  si et seulement si  $x=-4$ . Donc l'ensemble des valeurs interdites est  $\{-4\}$ .

Pour tout  $x \in \mathbb{R} \setminus \{-4\}$ ,

$$\begin{aligned} \frac{x^2-16}{-7x-28} = 0 &\iff x^2-16=0 && \text{car } \frac{A(x)}{B(x)} = 0 \text{ si et seulement si } A(x)=0 \text{ et } B(x) \neq 0 \\ &\iff x^2=16 \\ &\iff x=\sqrt{16} \quad \text{ou} \quad x=-\sqrt{16} \\ &\iff x=4 \quad \text{ou} \quad x=-4 \end{aligned}$$

-4 est une valeur interdite et 4 n'en est pas une, donc l'ensemble des solutions est  $\mathcal{S} = \{4\}$ .