

Exercice 1 : Équations se ramenant au produit-nul

Résoudre les équations suivantes :

1. $(2x - 1)(x + 7) = 0$
2. $(8x - 8)(x - 5) + (8x - 8)(4x - 9) = 0$
3. $(-8x + 4)(-4x - 9) = (-8x + 4)(-3x - 5)$

1. On reconnaît une équation produit-nul, donc on applique la propriété :
Un produit est nul si et seulement si au moins un de ses facteurs est nul.

$$(2x - 1)(x + 7) = 0$$

$$\iff 2x - 1 = 0 \text{ ou } x + 7 = 0$$

$$\iff 2x = 1 \text{ ou } x = -7$$

$$\iff x = \frac{1}{2} \text{ ou } x = -7$$

$$\text{On en déduit : } S = \left\{ -7; \frac{1}{2} \right\}$$

2. $(8x - 8)(x - 5) + (8x - 8)(4x - 9) = 0$

On observe que $(8x - 8)$ est un facteur commun dans les deux termes :

$$(8x - 8)(x - 5) + (8x - 8)(4x - 9) = 0$$

$$\iff (8x - 8)((x - 5) + (4x - 9)) = 0$$

$$\iff (8x - 8)(5x - 14) = 0$$

$$\iff 8x - 8 = 0 \quad \text{ou} \quad 5x - 14 = 0$$

$$\iff x = \frac{8}{8} \quad \text{ou} \quad x = \frac{14}{5}$$

$$\text{On en déduit : } S = \left\{ 1; \frac{14}{5} \right\}$$

3. $(-8x + 4)(-4x - 9) = (-8x + 4)(-3x - 5)$

$$\iff (-8x + 4)(-4x - 9) - (-8x + 4)(-3x - 5) = 0$$

$$\iff (-8x + 4)((-4x - 9) - (-3x - 5)) = 0$$

$$\iff (-8x + 4)(-4x - 9 + 3x + 5) = 0$$

$$\iff (-8x + 4)(-x - 4) = 0$$

$$\iff -8x + 4 = 0 \quad \text{ou} \quad -x - 4 = 0$$

$$\iff x = \frac{4}{8} \quad \text{ou} \quad x = -\frac{4}{1}$$

$$\text{On en déduit : } S = \left\{ -4; \frac{1}{2} \right\}$$