

Exercice 1 : Équations se ramenant au produit-nul

Résoudre les équations suivantes :

1. $(x - 4)(-6x + 9) = 0$

2. $(3x + 6)(-4x - 2) + (3x + 6)(-x - 4) = 0$

3. $(-8x - 6)(-3x - 5) = (-8x - 6)(-6x + 4)$

1. On reconnaît une équation produit-nul, donc on applique la propriété :

Un produit est nul si et seulement si au moins un de ses facteurs est nul.

$$(x - 4)(-6x + 9) = 0$$

$$\iff x - 4 = 0 \text{ ou } -6x + 9 = 0$$

$$\iff x = 4 \text{ ou } -6x = -9$$

$$\iff x = 4 \text{ ou } x = \frac{-9}{-6}$$

$$\text{On en déduit : } S = \left\{ \frac{3}{2}; 4 \right\}$$

2. $(3x + 6)(-4x - 2) + (3x + 6)(-x - 4) = 0$

On observe que $(3x + 6)$ est un facteur commun dans les deux termes :

$$(3x + 6)(-4x - 2) + (3x + 6)(-x - 4) = 0$$

$$\iff (3x + 6)((-4x - 2) + (-x - 4)) = 0$$

$$\iff (3x + 6)(-5x - 6) = 0$$

On reconnaît une équation produit-nul, donc on applique la propriété :

Un produit est nul si et seulement si au moins un de ses facteurs est nul.

$$\iff 3x + 6 = 0 \quad \text{ou} \quad -5x - 6 = 0$$

$$\iff x = -\frac{6}{3} \quad \text{ou} \quad x = -\frac{6}{5}$$

$$\text{On en déduit : } S = \left\{ -2; -\frac{6}{5} \right\}$$

3. $(-8x - 6)(-3x - 5) = (-8x - 6)(-6x + 4)$

$$\iff (-8x - 6)(-3x - 5) - (-8x - 6)(-6x + 4) = 0$$

On observe que $(-8x - 6)$ est un facteur commun dans les deux termes :

$$(-8x - 6)(-3x - 5) - (-8x - 6)(-6x + 4) = 0$$

$$\iff (-8x - 6)((-3x - 5) - (-6x + 4)) = 0$$

$$\iff (-8x - 6)(-3x - 5 + 6x - 4) = 0$$

$$\iff (-8x - 6)(3x - 9) = 0$$

On reconnaît une équation produit-nul, donc on applique la propriété :

Un produit est nul si et seulement si au moins un de ses facteurs est nul.

$$\iff -8x - 6 = 0 \quad \text{ou} \quad 3x - 9 = 0$$

$$\iff x = -\frac{6}{8} \quad \text{ou} \quad x = \frac{9}{3}$$

$$\text{On en déduit : } S = \left\{ -\frac{3}{4}; 3 \right\}$$