

Exercice 1 : Équations se ramenant au produit-nul

Résoudre les équations suivantes :

1. $(5x + 5)(9x + 3) = 0$
2. $(5x + 5)(8x + 4) + (5x + 5)(-4x + 6) = 0$
3. $(-3x - 1)(8x - 6) = (-3x - 1)(x - 3)$

1. On reconnaît une équation produit-nul, donc on applique la propriété :
Un produit est nul si et seulement si au moins un de ses facteurs est nul.

$$(5x + 5)(9x + 3) = 0$$

$$\iff 5x + 5 = 0 \quad \text{ou} \quad 9x + 3 = 0$$

$$\iff 5x = -5 \quad \text{ou} \quad 9x = -3$$

$$\iff x = \frac{-5}{5} \quad \text{ou} \quad x = \frac{-3}{9}$$

$$\text{On en déduit : } S = \left\{ -1; -\frac{1}{3} \right\}$$

2. $(5x + 5)(8x + 4) + (5x + 5)(-4x + 6) = 0$

On observe que $(5x + 5)$ est un facteur commun dans les deux termes :

$$(5x + 5)(8x + 4) + (5x + 5)(-4x + 6) = 0$$

$$\iff (5x + 5)((8x + 4) + (-4x + 6)) = 0$$

$$\iff (5x + 5)(4x + 10) = 0$$

$$\iff 5x + 5 = 0 \quad \text{ou} \quad 4x + 10 = 0$$

$$\iff x = -\frac{5}{5} \quad \text{ou} \quad x = -\frac{10}{4}$$

$$\text{On en déduit : } S = \left\{ -\frac{5}{2}; -1 \right\}$$

3. Deux nombres sont égaux si et seulement si leur différence est nulle.

$$(-3x - 1)(8x - 6) = (-3x - 1)(x - 3)$$

$$\iff (-3x - 1)(8x - 6) - (-3x - 1)(x - 3) = 0$$

$$\iff (-3x - 1)((8x - 6) - (x - 3)) = 0$$

$$\iff (-3x - 1)(8x - 6 - x + 3) = 0$$

$$\iff (-3x - 1)(7x - 3) = 0$$

$$\iff -3x - 1 = 0 \quad \text{ou} \quad 7x - 3 = 0$$

$$\iff -3x = 1 \quad \text{ou} \quad 7x = 3$$

$$\iff x = \frac{1}{-3} \quad \text{ou} \quad x = \frac{3}{7}$$

$$\text{On en déduit : } S = \left\{ -\frac{1}{3}; \frac{3}{7} \right\}$$