

Dans une école d'ingénieurs, certains étudiants s'occupent de la gestion des associations comme par exemple le BDS (bureau des sports).

Sur les cinq années d'études, le cycle « licence » dure les trois premières années, et les deux dernières années sont celles du cycle de « spécialisation ».

On constate que, dans cette école, il y a 40 % d'étudiants dans le cycle « licence » et 60 % dans le cycle de « spécialisation ».

- Parmi les étudiants du cycle « licence », 8 % sont membres du BDS;
- Parmi les étudiants du cycle de « spécialisation », 10 % sont membres du BDS.

On considère un étudiant de cette école choisi au hasard, et on considère les évènements suivants :

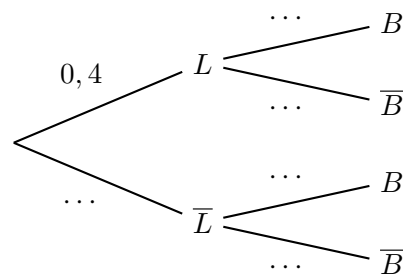
L : « L'étudiant est dans le cycle licence »; \bar{L} est son évènement contraire.

B : « L'étudiant est membre du BDS »; \bar{B} est son évènement contraire.

La probabilité d'un évènement A est notée $P(A)$.

Partie A

1. Recopier et compléter l'arbre pondéré modélisant la situation.



2. Calculer la probabilité que l'étudiant choisi soit en cycle « licence » et membre du BDS.
3. En utilisant l'arbre pondéré, montrer que $P(B) = 0,092$.

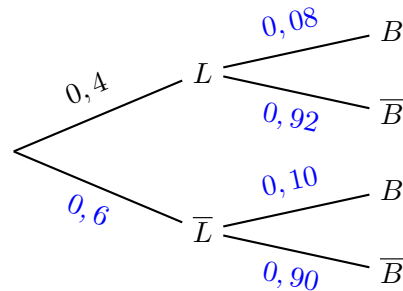
Partie B

Le BDS décide d'organiser une randonnée en montagne. Cette sortie est proposée à tous les étudiants de cette école mais le prix qu'ils auront à payer pour y participer est variable. Il est de 60 € pour les étudiants qui ne sont pas membres du BDS, et de 20 € pour les étudiants qui sont membres du BDS. On désigne par X la variable aléatoire donnant la somme à payer pour un étudiant qui désire faire cette randonnée.

1. Quelles sont les valeurs prises par X ?
2. Donner la loi de probabilité de X , et calculer l'espérance de X .

Partie A

1. On complète l'arbre pondéré modélisant la situation.



2. La probabilité que l'étudiant choisi soit en cycle « licence » et membre du BDS est :

$$\begin{aligned} P(L \cap B) &= P(L) \times P_l(B) \\ &= 0,4 \times 0,08 \\ &= 0,032 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3. P(B) &= P(L \cap B) + P(\bar{L} \cap B) \\ &= 0,032 + 0,6 \times 0,1 \\ &= 0,092. \end{aligned}$$

Partie B

On désigne par X la variable aléatoire donnant la somme à payer (en euros) pour un étudiant qui désire faire cette randonnée.

1. Les valeurs prises par X sont 20 et 60.
2. La somme à payer est de 20 € si l'étudiant est membre du BDS, c'est-à-dire avec une probabilité de 0,092, ou de 50 € si l'étudiant n'est pas membre du BDS, c'est-à-dire avec une probabilité de $1 - 0,092 = 0,908$. D'où la loi de probabilité de la variable aléatoire X :

x_i	20	60
$p_i = P(X = x_i)$	0,092	0,908

L'espérance mathématique de la variable aléatoire X est :

$$E(X) = \sum (x_i \times p_i) = 20 \times 0,092 + 60 \times 0,908 = 56,32.$$