Exercices - Premier degré

$1^{\text{ère}}$spé

Premier degré

Exercice 1

1. Résoudre les équations suivantes :

   - $2x + 8 = 0$
   - $-3x + 18 = 0$
   - $-\dfrac{12}{7}x + \dfrac{4}{21} = 0$
   - $\sqrt{2}x - 1 = 0$

2. Soient a et b deux nombres réels et $a \neq 0$.
   Résoudre l'équation $ax + b = 0$.

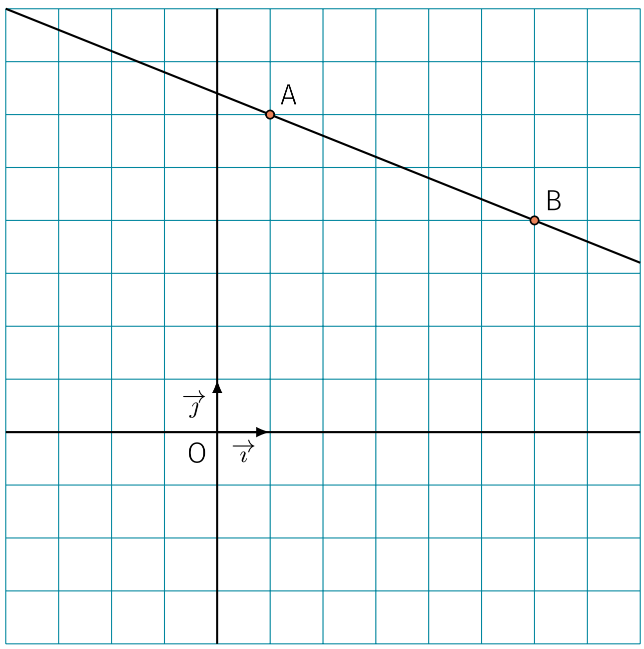
Exercice 2

PARTIE A

On va déterminer l'équation réduite de la droite (AB) dans le repère $(O\,;\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath})$. Puisque $x_A \neq x_B$, cette équation est de la forme

$$y = mx + p$$

où m est le **coefficient directeur** et p l'**ordonnée à l'origine**.



1. Donner les coordonnées des points A et B.
2. En déduire le coefficient directeur m.
3. Peut-on lire précisément p ?
4. En remplaçant m par sa valeur dans l'équation de (AB) et en écrivant que les coordonnées de A satisfont cette équation, déterminer p.

PARTIE B

On considère les 2 fonctions affines f et g définies sur R par : $f(x) = \dfrac{1}{3}x - 2$ et $g(x) = -3x + 6$.

1. Calculer $f(0)$.
2. Résoudre $f(x) = 0$.
3. Quelle est la nature de $\mathcal{C}_f$, courbe représentative de f dans le repère $(O\,;\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath})$?
4. Construire $\mathcal{C}_f$ dans le repère dessiné ci-dessous.
5. Reprendre les questions **1.** à **4.** pour g.

6. Compléter les tableaux de signe.

x	$-\infty$	$+\infty$
signe de $f(x)$	0	

x	$-\infty$	$+\infty$
signe de $g(x)$	0	

Fonctions affines

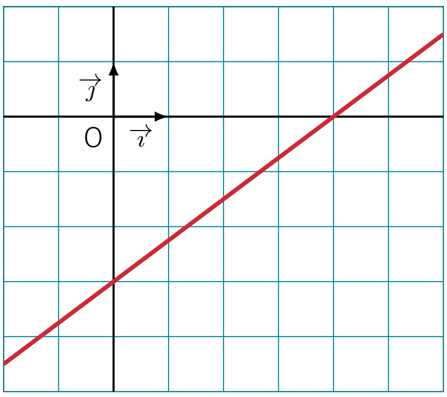
Exercice 3

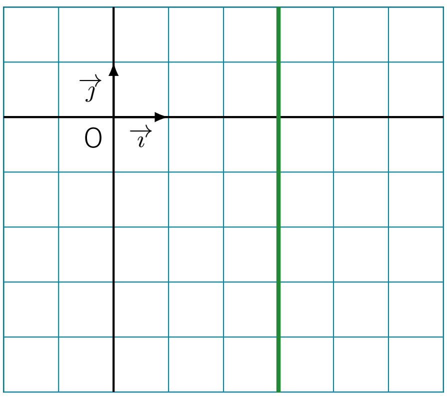
Parmi les fonctions suivantes, dire celles qui sont affines, puis préciser le coefficient directeur et l'ordonnée à l'origine des droites représentant ces fonctions.

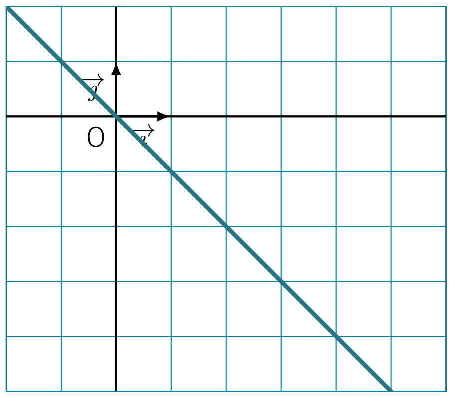
1. $f_1 : x \mapsto -2x + 1$
2. $f_2 : x \mapsto (2 + x)(2x - 1)$
3. $f_3 : x \mapsto \dfrac{2x}{3}$
4. $f_4 : x \mapsto \dfrac{1 - 2x}{3}$
5. $f_5 : x \mapsto \dfrac{2}{3x}$
6. $f_6 : x \mapsto x - (2x + 1)$

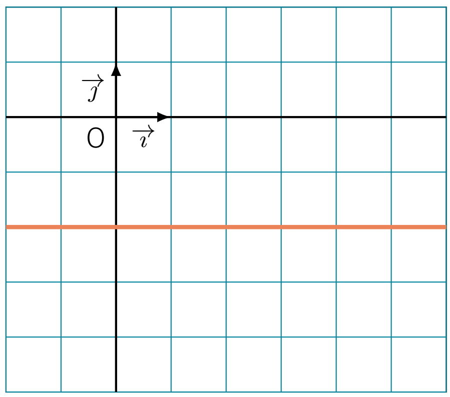
Exercice 4

Dans chaque cas, préciser si la droite tracée est la représentation graphique d'une fonction affine et si oui, donner une expression de la fonction.

1. 

2. 

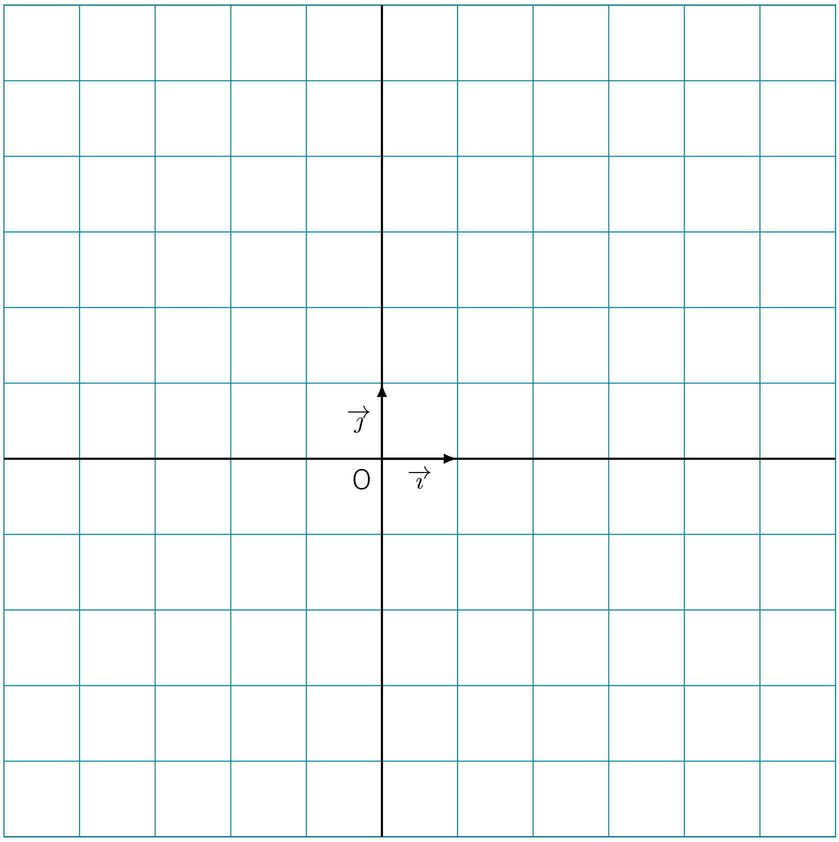
3. 

4. 

Exercice 5

Représenter dans un même repère les fonctions affines suivantes :

1. $f : x \mapsto 2x+1$
2. $g : x \mapsto -3x+4$
3. $h : x \mapsto -2$
4. $k : x \mapsto -x-3$



Exercice 6

Donner le sens de variation des fonctions suivantes :

1. $f : x \mapsto 3x-7$
2. $g : x \mapsto \dfrac{1}{2}x+9$
3. $h : x \mapsto -5x-2$

Exercice 7 Vrai ou faux

1. On considère une fonction affine f croissante et telle que l'ordonnée à l'origine de sa représentation graphique est 3. On peut alors avoir $f(2) = 1$.
2. On considère une fonction affine g décroissante et telle que l'ordonnée à l'origine de sa représentation graphique est 1. On peut alors avoir $g(2) = 0$.
3. On considère une fonction affine h croissante telle que $h(5) = 12$. On peut alors avoir $h(7) = 15$.

Exercice 8

Donner le tableau de signes de chacune des fonctions de l'exercice 5.

Équations et inéquations

Exercice 9

1. Montrer que, pour tout nombre réel x différent de -1, $\dfrac{2x-1}{x+1}+2=\dfrac{4x+1}{x+1}$.
2. En déduire les solutions de l'inéquation $\dfrac{2x-1}{x+1}+2 \geqslant 0$.

Exercice 10

1. Factoriser chaque expression :

   a. $2x^2+3x$

   b. $3(x-1)+(x-1)(x+2)$

2. En déduire les solutions de chaque inéquation :

   a. $2x^2+3x<0$

   b. $3(x-1)+(x-1)(x+2)>0$

Exercice 11

Si on augmente de 2 m la longueur du côté d'un carré, l'aire augmente de 20 m².
Quelle est l'aire, en m², de ce carré ?

Exercice 12

Un père de 41 ans a trois enfants de 6 ans, 9 ans et 12 ans.
Dans combien d'années l'âge du père sera-t-il égal à la somme des âges de ses enfants ?

Exercice 13

1. Montrer que, pour tout nombre réel x différent de 0 et de 1, $\dfrac{1}{x}+\dfrac{3}{x-1}=\dfrac{4x-1}{x(x-1)}$.
2. En déduire les solutions de l'inéquation $\dfrac{1}{x}+\dfrac{3}{x-1} \geqslant 0$.

Exercice 14

On donne le programme suivant :

Python

```
a=float(input("a="))
b=float(input("b="))
c=-b/a
if.....................:
   print("Les solutions sont les réels x >",c)
else:
```

```
print(.........................................)
```

Compléter les pointillés pour que le programme affiche l'ensemble des solutions de l'inéquation $ax + b > 0$ (avec $a \neq 0$).

Exercice 15

On donne deux tableaux de signes :

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
signe de $(x-1)(x-3)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

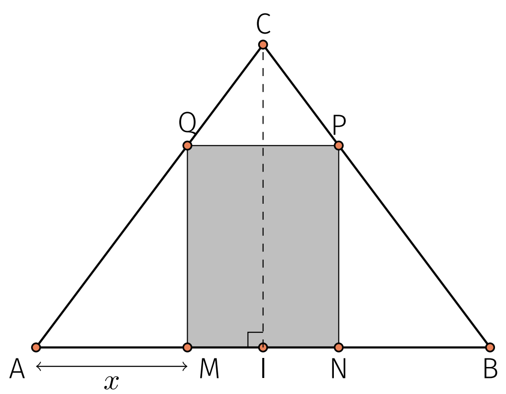
x	$-\infty$		2		4		$+\infty$
signe de $(x-2)(x-4)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

En déduire les solutions de l'inéquation $\dfrac{(x-1)(x-3)}{(x-2)(x-4)} \leqslant 0.$

Un problème du second degré

Exercice 16

L'unité est le centimètre.
Le triangle ABC est isocèle en C, avec AB=12 et AC=10.
I est le milieu de [AB] et M un point de [AI] distinct de A et de I.
On note x la distance AM.
N est le point de [IB] tel que NB=AM.
P et Q sont les points des segments [BC] et [AC] tels que MNPQ soit un rectangle.
On note f la fonction qui à x associe $f(x)$, l'aire du rectangle MNPQ.



1. Quel est l'ensemble de définition (noté $\mathcal{D}_f$) de f ?
2. Montrer que pour tout $x \in \mathcal{D}_f$ on a $MN = 12 - 2x$.
3. **a.** En utilisant le théorème de Pythagore, montrer que $CI = 8$.
   b. En utilisant le théorème de Thalès, montrer que pour tout $x \in \mathcal{D}_f$, $MQ = \dfrac{4}{3}x$.
   c. En déduire que pour tout $x \in \mathcal{D}_f$ on a

$$f(x) = \frac{4}{3}x(12 - 2x)$$

4. Tracer la courbe représentative de f avec la calculatrice et conjecturer les variations de f (conjecturer, c'est émettre une hypothèse sans chercher à la prouver).

5. Développer et réduire l'expression algébrique de $f(x)$.

6. Calculer $f(3)$.

7. Montrer que pour tout $x \in \mathcal{D}_f$ on a

$$f(x) = -\frac{8}{3}(x-3)^2 + f(3)$$

8. ✰ En déduire le tableau de variation de f sur $\mathcal{D}_f$.

9. ✰ Quelles sont les dimensions du rectangle d'aire maximale ?