# Sens de variation et sommes

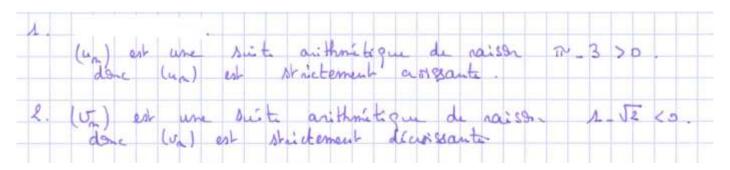
#### Sens de variation

# Exercice 1 Sens de variation d'une suite arithmétique

Déterminer les variations des suites définies ci-dessous :

1. 
$$\left\{ \begin{array}{lcl} u_0 & = & 2 \\ u_{n+1} & = & u_n+\pi-3 & \text{pour tout } n \in \mathbf{N} \end{array} \right.$$

2. 
$$\left\{ \begin{array}{ll} v_0 &=& 12 \\ v_{n+1} &=& v_n+1-\sqrt{2} \quad \text{pour tout } n \in \mathbf{N} \end{array} \right.$$



# Exercice 2 Sens de variation d'une suite géométrique

Donner les variations des suites géométriques définies ci-dessous :

**1.**  $(u_n)$  de premier terme 2 et de raison 0,3.

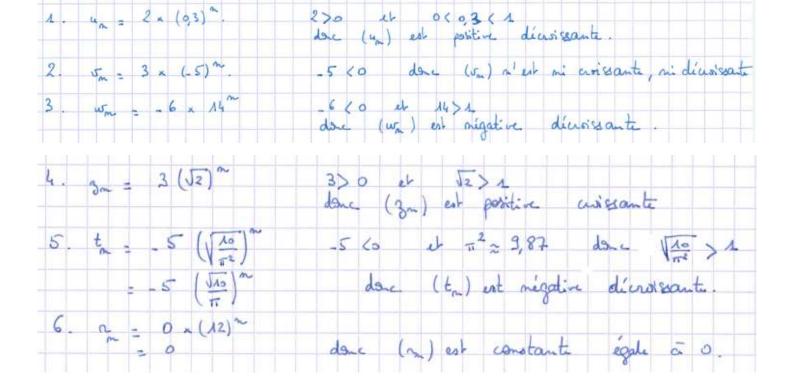
**4.**  $(z_n)$  de premier terme 3 et de raison  $\sqrt{2}$ .

**2.**  $(v_n)$  de premier terme 3 et de raison -5.

5.  $(t_n)$  de premier terme -5 et de raison  $\sqrt{\frac{10}{\pi^2}}$ .

3.  $(w_n)$  de premier terme -6 et de raison 14.

**6.**  $(r_n)$  de premier terme 0 et de raison 12.

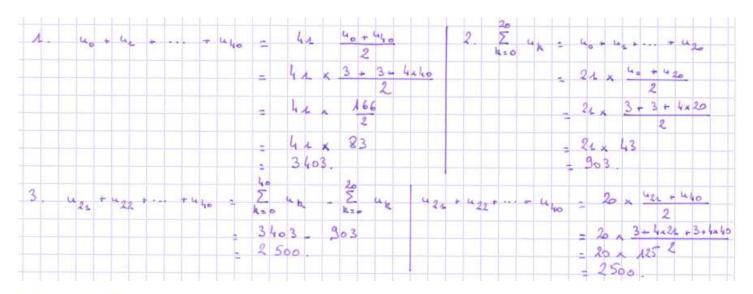


#### Somme des premiers termes d'une suite arithmétique ou géométrique

#### **Exercice 3**

Soit u la suite définie par : pour tout  $n \in \mathbf{N}$ ,  $u_n = 3 + 4n$ .

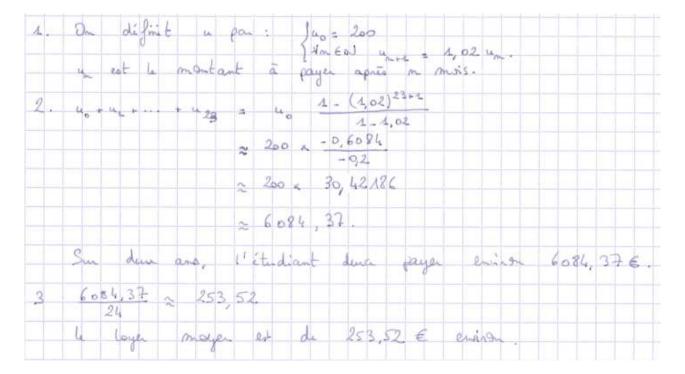
- **1.** Calculer  $u_0 + u_1 + ... + u_{40}$ .
- 2. Calculer  $\sum_{k=0}^{20} u_k$ .
- 3. Calculer de deux manières  $u_{21}+u_{22}+\ldots+u_{40}.$



## **Exercice 4**

Un étudiant loue une chambre pendant 2 ans. Le loyer initial est de 200 euros par mois mais tous les mois il augmente de 2%.

- Exprimer les loyers à l'aide d'une suite géométrique.
- 2. En déduire la somme totale que l'étudiant aura à payer sur deux ans.
- 3. Quel est le loyer moyen payé par l'étudiant sur deux ans?

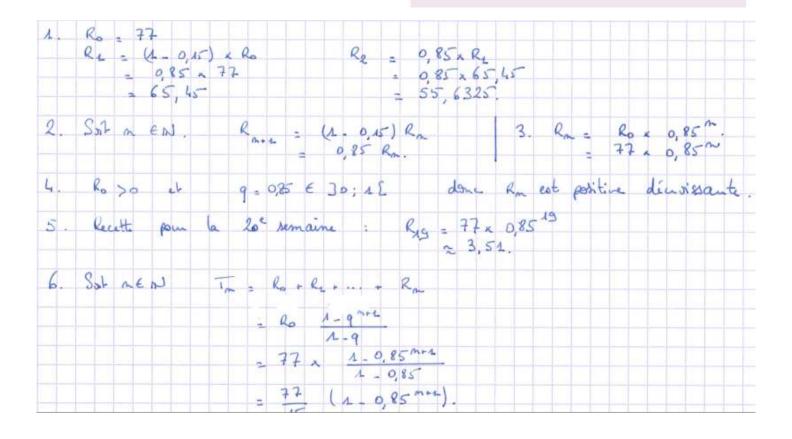


## **Exercice 5**

Le film Avatar est sorti aux États-Unis le 18 décembre 2009. La recette lors de la première semaine s'est élevée à 77 millions de dollars. Cette recette a ensuite diminué en moyenne de 15% chaque semaine. Le réalisateur James Cameron a investi 500 millions de dollars pour la réalisation du film. Pour les calculs. l'unité est le million de dollars.

- 1. Soit  $R_0$  la recette obtenue la première semaine. Calculer  $R_1$  et  $R_2$  (ne pas justifier).
- 2. Pour tout  $n \in \mathbb{N}$ , exprimer  $R_{n+1}$  en fonction de  $R_n$  en justifiant.
- 3. Exprimer  $R_n$  en fonction de n et de  $R_0$ .
- 4. Quel est le sens de variation de la suite  $(R_n)$  ? Justifier.
- 5. Quelle est la recette pour la vingtième semaine (arrondir au centième)?
- 6. Exprimer en fonction de n le total  $T_n$  des recettes engrangées de la première semaine à la (n+1)-ième de la manière la plus simple possible.
- 7. Quand n devient très grand, de quelle valeur limite  $T_n$  se rapproche-t-il?
- 8. On considère l'algorithme ci contre : Que fait cet algorithme?
- On l'exécute et l'algorithme affiche 22. Interpréter ce résultat.

## Code Python



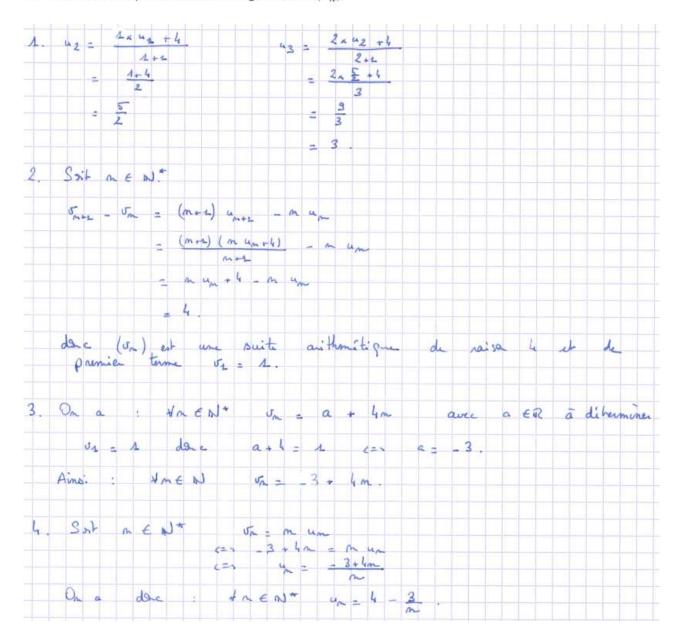
7.	lim 0,85m+2 = 0.									
	donc	quand	m	derient	ties	grand,	Im he	nappao	he de	77
8.	L'algo laquelle devient	rithme. Ia n new babs	don eceth	ne le dépasse	numero 500	, c'est	a semo	une à que	parti	- de film
9	À pa	ati de	6	234	semaine	, le	film	est du	renu	nental.

#### Pour approfondir

#### **Exercice 6**

On considère la suite  $(u_n)$  définie par  $u_1=1$  et pour tout  $n\in \mathbf{N}^*$ ,  $u_{n+1}=\frac{nu_n+4}{n+1}$ .

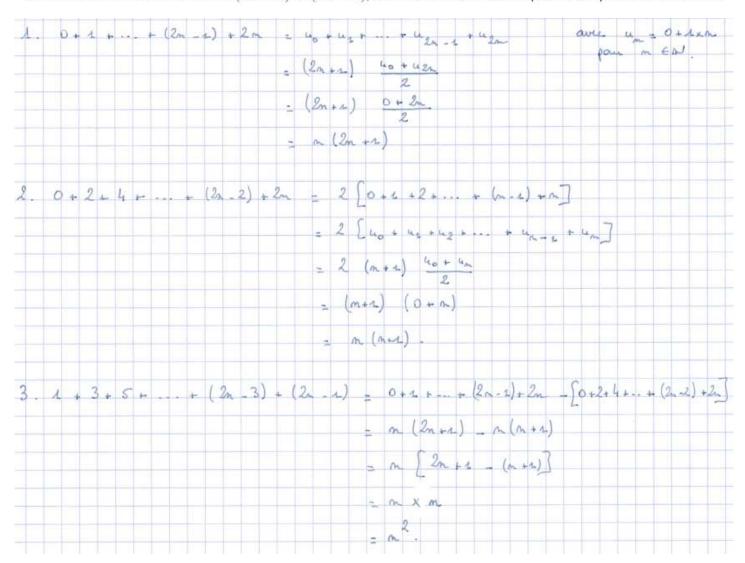
- 1. Calculer  $u_2$  et  $u_3$ .
- 2. Démontrer que la suite  $(v_n)$  définie sur  $\mathbf{N}^*$  par  $v_n=nu_n$  est une suite arithmétique dont on précisera le premier terme et la raison.
- 3. En déduire l'expression du terme général de  $(v_n)$ .
- 4. En déduire l'expression du terme général de  $(u_n)$ .



### **Exercice 7**

n est un entier naturel. À l'aide de suites arithmétiques :

- **1.** Calculer  $0+1+\cdots+(2n-1)+2n$ , somme des entiers de 0 à 2n.
- 2. Calculer  $0+2+4+\dots(2n-2)+2n$ , somme des entiers pairs de 0 à 2n.
- 3. En déduire 1+3+5+...+(2n-3)+(2n-1), somme des entiers impairs compris entre 0 et 2n.



# **Exercice 8**

n est un entier naturel. Calculer  $2 \times 2^2 \times 2^3 \dots \times 2^n$ .

