

On donne les quatre listes de nombres suivantes :

- 1; 4; 7; 10; 13; 16; 19.
(7)
- 1; 2; 4; 8; 16; 32; 64.
- 1; 4; 9; 16; 25; 36; 49.
- 1; 1; 2; 3; 5; 8; 13; 21; 34.
- 1; 11; 21; 1211; 111221; 312211; 13112221; 1113213211.

1 Des règles de construction

- Devinette :** Ces listes ont été construites en suivant des règles de construction précises. Trouver une règle de construction pour chacune.

Aide : La suite e. est appelée « look and say sequence ».

a.	On ajoute 3 pour passer d'un nombre au suivant.
b.	On multiplie par 2 pour passer d'un nombre au suivant.
c.	On écrit la liste des carrés des nombres entiers strictement positifs.
d.	Pour obtenir le terme suivant, on ajoute les 2 derniers termes.
e.	Pour obtenir le terme suivant, on décrit la suite de chiffres qui composent le dernier terme.

- Écrire, pour chacune des listes, les quatre termes suivants en utilisant la règle de construction trouvée.

a.	22; 25; 28; 31.
b.	128; 256; 512; 1024.
c.	64; 81; 100; 121.
d.	55; 89; 144; 233.
e.	31131211131221; 13211311123113112211; 1113122113311213211321221; 3113112221232112111312211312113211

- Donner le 18^e terme de chacune des listes a, b, c et d.

a.	$1 + 3 \times 17 = 52$.
b.	$2^{17} = 131072$
c.	$18^2 = 324$
d.	$u_{14} = 377; u_{15} = 610; u_{16} = 987; u_{17} = 1597; u_{18} = 2584$.

3 Avec des bâtons

Avec des bâtons identiques, on réalise les figures suivantes :



Figure 1

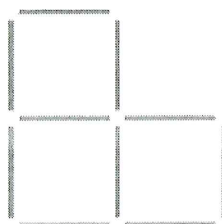


Figure 2

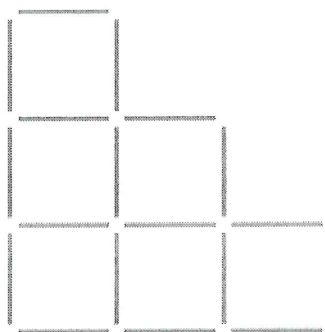


Figure 3

- On note b_n le nombre de bâtons nécessaires pour construire la figure n , où n est un nombre entier naturel non nul.

De combien de bâtons est composée la figure 5 ?

$$\begin{aligned} b_1 &= 4 \\ b_2 &= 4 + 2 = 6 \\ b_3 &= 6 + 2 = 8 \\ b_4 &= 8 + 2 = 10 \\ b_5 &= 10 + 2 = 12 \end{aligned}$$

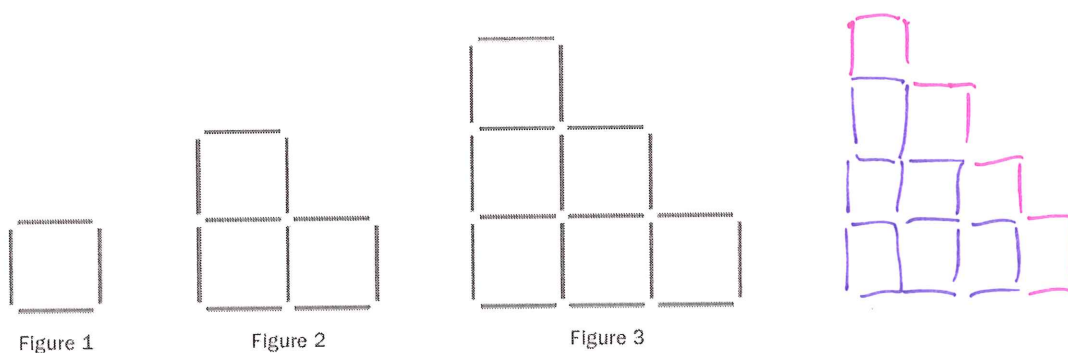
- Proposer une expression de b_{n+1} en fonction de b_n .

$$b_{n+1} = b_n + 2$$

Si besoin, aide au verso.

Version guidée :

1. a. En utilisant le même procédé de construction, représenter la figure 4.



- b. Compléter le tableau suivant :

Figure numéro	1	2	3	4
Nombre de bâtons	4	10	18	28

$+ 6$ $+ 8$ $+ 10$

- c. De combien de bâtons est composée la figure 5 ?

$28 + 12 = 40$ bâtons.

2. On note b_n le nombre de bâtons nécessaires pour construire la figure n , où n est un nombre entier naturel non nul.

- a. Compléter les égalités suivantes :

$$b_2 = b_1 + 2 \times 3 \quad b_3 = b_2 + 2 \times 4 \quad b_4 = b_3 + 2 \times 5 \quad b_5 = b_4 + 2 \times 6$$

- b. Généraliser les égalités précédentes en complétant l'égalité :

$$b_{n+1} = b_n + 2 \times (n+1)$$