

Exercice 1 : Équations se ramenant au produit-nul

Résoudre les équations suivantes :

1. $(4x - 8)(-5x + 4) = 0$
2. $(4x + 9)(x - 8) + (4x + 9)(2x + 1) = 0$
3. $(4x - 7)(8x + 1) = (4x - 7)(5x + 2)$

1. $(4x - 8)(-5x + 4) = 0$

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow 4x - 8 = 0 & \quad \text{ou} \quad -5x + 4 = 0 \\ \Leftrightarrow 4x = 8 & \quad \text{ou} \quad -5x = -4 \\ \Leftrightarrow x = \frac{8}{4} & \quad \text{ou} \quad x = \frac{-4}{-5} \\ \Leftrightarrow x = 2 & \quad \text{ou} \quad x = \frac{4}{5} \end{aligned}$$

On en déduit : $\mathcal{S}_1 = \left\{ \frac{4}{5}; 2 \right\}$

2. $(4x + 9)(x - 8) + (4x + 9)(2x + 1) = 0$

On observe que $(4x + 9)$ est un facteur commun dans les deux termes :

$$\begin{aligned} (4x + 9)(x - 8) + (4x + 9)(2x + 1) &= 0 \\ \Leftrightarrow (4x + 9)((x - 8) + (2x + 1)) &= 0 \\ \Leftrightarrow (4x + 9)(3x - 7) &= 0 \\ \Leftrightarrow 4x + 9 = 0 & \quad \text{ou} \quad 3x - 7 = 0 \\ \Leftrightarrow x = -\frac{9}{4} & \quad \text{ou} \quad x = \frac{7}{3} \end{aligned}$$

On en déduit : $\mathcal{S}_2 = \left\{ -\frac{9}{4}; \frac{7}{3} \right\}$

3. Deux nombres sont égaux si et seulement si leur différence est nulle.

$$\begin{aligned} (4x - 7)(8x + 1) &= (4x - 7)(5x + 2) \\ \Leftrightarrow (4x - 7)(8x + 1) - (4x - 7)(5x + 2) &= 0 \end{aligned}$$

On observe que $(4x - 7)$ est un facteur commun dans les deux termes :

$$\begin{aligned} (4x - 7)(8x + 1) - (4x - 7)(5x + 2) &= 0 \\ \Leftrightarrow (4x - 7)((8x + 1) - (5x + 2)) &= 0 \\ \Leftrightarrow (4x - 7)(8x + 1 - 5x - 2) &= 0 \\ \Leftrightarrow (4x - 7)(3x - 1) &= 0 \\ \Leftrightarrow 4x - 7 = 0 & \quad \text{ou} \quad 3x - 1 = 0 \\ \Leftrightarrow 4x = 7 & \quad \text{ou} \quad 3x = 1 \\ \Leftrightarrow x = \frac{7}{4} & \quad \text{ou} \quad x = \frac{1}{3} \end{aligned}$$

On en déduit : $\mathcal{S}_3 = \left\{ \frac{7}{4}; \frac{1}{3} \right\}$