Évaluation-bilan 4	T ^{ale} Comp

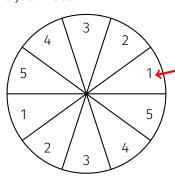
Calculatrice autorisée. Toutes les réponses doivent être justifiées.

Exercice 1 ... / 4 pts

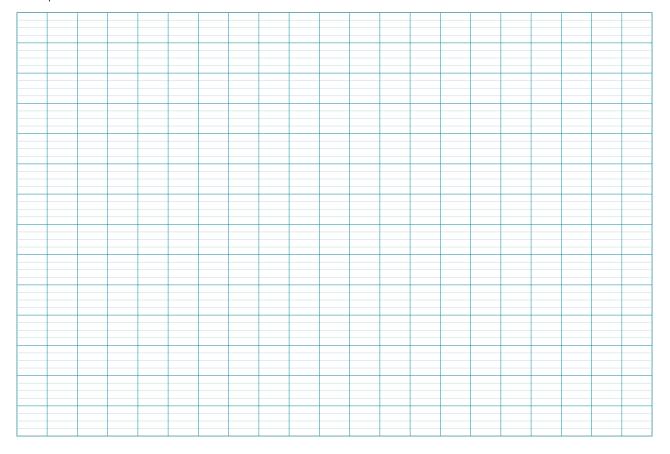
Dans une kermesse, on fait tourner la roue de loterie équilibrée ci-contre où tous les secteurs ont le même angle.

Le joueur gagne le nombre de points indiqué par le secteur désigné par la flèche.

X est la variable aléatoire qui donne le gain du joueur.



- **1.** Quelle est la loi de probabilité suivie par X?
- 2. Combien de points un joueur peut-il espérer gagner en moyenne lors d'une partie?
- **3.** Pour pouvoir tourner la roue, le joueur doit payer 1 euro. Un point rapporte 0,30 €. Le jeu est-il équitable?



Exercice 2 Au casino

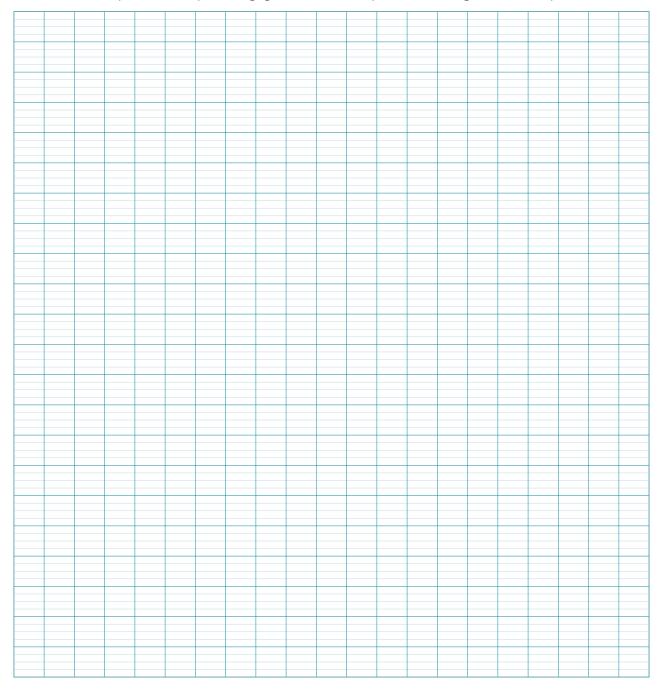
... / 6 pts

On suppose que la probabilité de gagner une partie à une machine à sous est de 0,001.

On suppose que toutes les parties sont indépendantes et on appelle X la variable aléatoire qui donne le rang de la première partie gagnée lorsqu'on joue plusieurs parties successives.



- 1. Quelle est la loi de probabilité suivie par X? Préciser le ou les paramètres.
- 2. En combien de parties peut-on espérer gagner pour la première fois avec cette machine à sous?
- 3. Calculer P(X > 500) puis interpréter ce résultat.
- 4. La mise de cette machine à sous est de 2 €.
 Quelle est la probabilité que l'on gagne avant de ne plus avoir d'argent si on dispose de 2000 €?

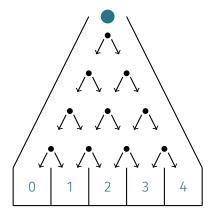


Exercice 3 Planche de Galton

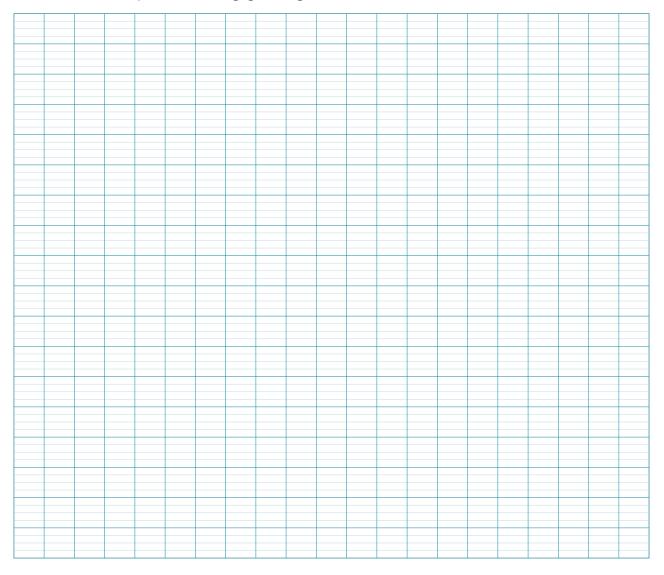
... / 5 pts

Dans une fête foraine, on fait glisser un palet le long d'une planche cloutée comme ci-contre.

À chaque étage, le palet rencontre un clou et va à gauche ou à droite avec la même probabilité. Après 4 étages, le palet arrive dans un des cinq bacs de réception numérotés de 0 à 4.



- 1. a. Dans quel bac le palet arrivera-t-il s'il va à gauche puis à droite, puis à gauche, puis à gauche?
 - b. Dans quel bac le palet arrivera-t-il s'il va à droite puis à droite, puis à gauche, puis à droite?
- 2. On appelle X la variable aléatoire qui donne le numéro du bac de réception du palet.
 - a. Expliquer pourquoi la loi de probabilité de X est une loi binomiale dont on précisera les paramètres n et p.
 - **b.** Calculer l'espérance de X.
 - **c.** Le gros lot est gagné si le palet arrive dans le bac 4. Quelle est la probabilité de gagner le gros lot?



Exercice 4 Loi de refroidissement de Newton

... / 7 pts

Une tasse de café est servie à une température initiale de 80°C. On la laisse refroidir dans une pièce à température ambiante de 10°C.

On va étudier à l'aide d'une suite le refroidissement du café en appliquant la loi de Newton.

Pour tout entier naturel n, on note t_n la température du café (en °C) au bout de n minutes. On a ainsi $t_0=80$. Entre deux minutes consécutives n et n+1, on a $t_{n+1}-t_n=-0, 2(t_n-10)$.

- **1.** Conjecturer d'après le contexte le sens de variation de la suite (t_n) .
- 2. Montrer que, pour tout entier naturel n, on a $t_{n+1}=0,8t_n+2$.
- 3. Exprimer t_n en fonction de n.
- **4.** Déterminer la limite de la suite (t_n) .
- 5. 🖬 Combien de temps faut-il pour que la température du café soit inférieure à 20°C?

