

# Évaluation-bilan 1

TaleComp

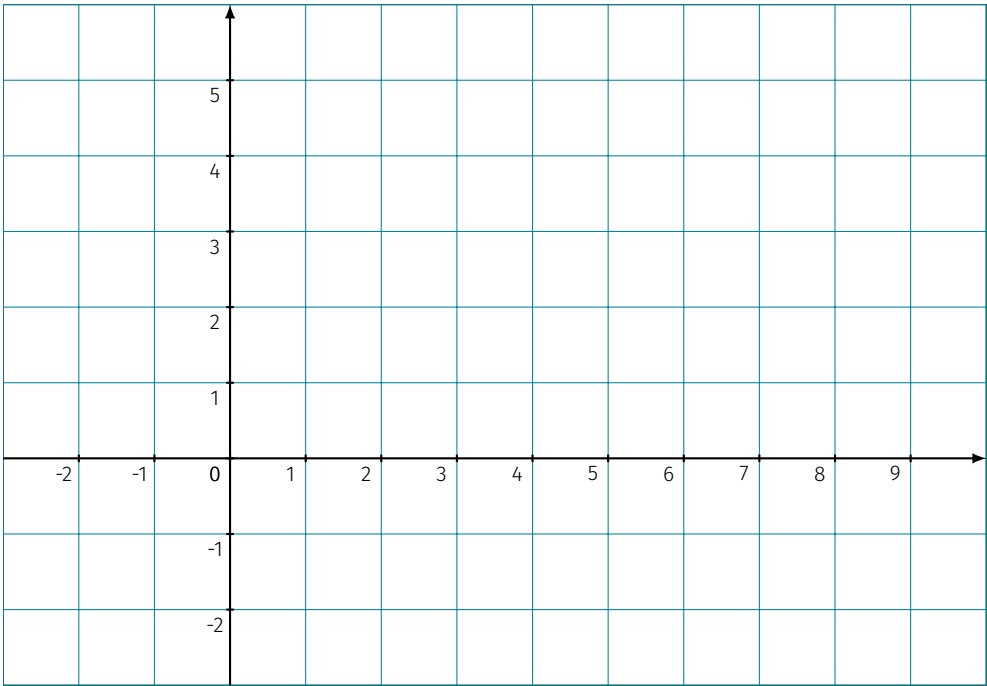
Calculatrice autorisée. Toutes les réponses doivent être justifiées.

## Exercice 1

... / 10 pts

Soit  $(u_n)$  la suite définie par  $u_0 = 6$  et pour tout  $n \in \mathbf{N}$ ,  $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + 1$ .

1. a. Représenter graphiquement la fonction  $f$  définie sur  $\mathbf{R}$  par  $f(x) = \frac{1}{2}x + 1$ .  
b. Représenter sur le graphique les quatre premiers termes de la suite  $(u_n)$ .  
c. Conjecturer les variations et la limite de la suite.




2. Soit  $(c_n)$  la suite constante définie sur  $\mathbf{N}$  par  $c_n = 2$ .

Montrer que  $(c_n)$  vérifie la relation de récurrence  $c_{n+1} = \frac{1}{2}c_n + 1$  pour tout  $n \in \mathbf{N}$ .


3. Soit  $(v_n)$  la suite définie sur  $\mathbf{N}$  par  $v_n = u_n - c_n$  pour tout  $n \in \mathbf{N}$ .

Montrer que  $(v_n)$  est une suite géométrique.


4. En déduire l'expression de  $v_n$  en fonction de  $n$ , puis celle de  $u_n$  en fonction de  $n$ .


5. Démontrer les conjectures de la question 1.c.


## Exercice 2

Une biologiste désire étudier l'évolution de la population de singes sur une île.  
En 2024, elle estime qu'il y a 1000 singes sur l'île.

### Premier modèle

... / 6 pts

La biologiste suppose que la population de singes augmente de 4 % chaque année.  
On note  $u_n$  le nombre de singes en milliers sur l'île en 2024 +  $n$ .

1. Donner la valeur de  $u_0$  et calculer  $u_1$ .


2. Déterminer la nature de la suite  $(u_n)$ , puis exprimer  $u_n$  en fonction de  $n$ .

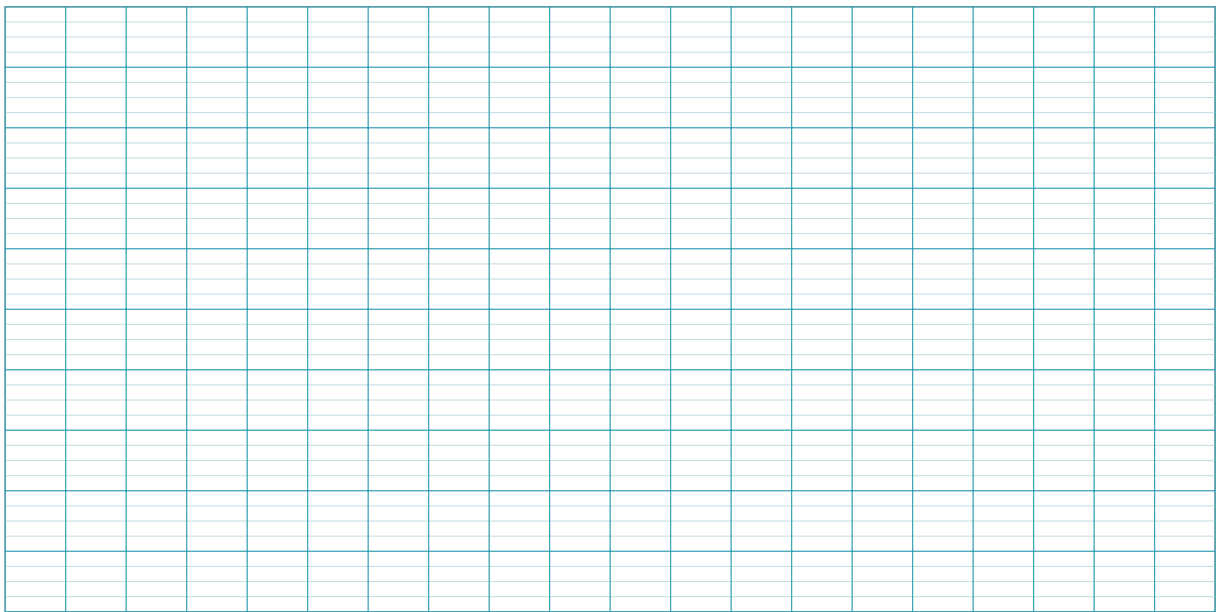

3. Déterminer la limite de la suite  $(u_n)$ .


4. Que peut-on penser de ce modèle ?


... / 10 pts

1. Avec ce modèle, combien peut-on prévoir de singes en 2025?

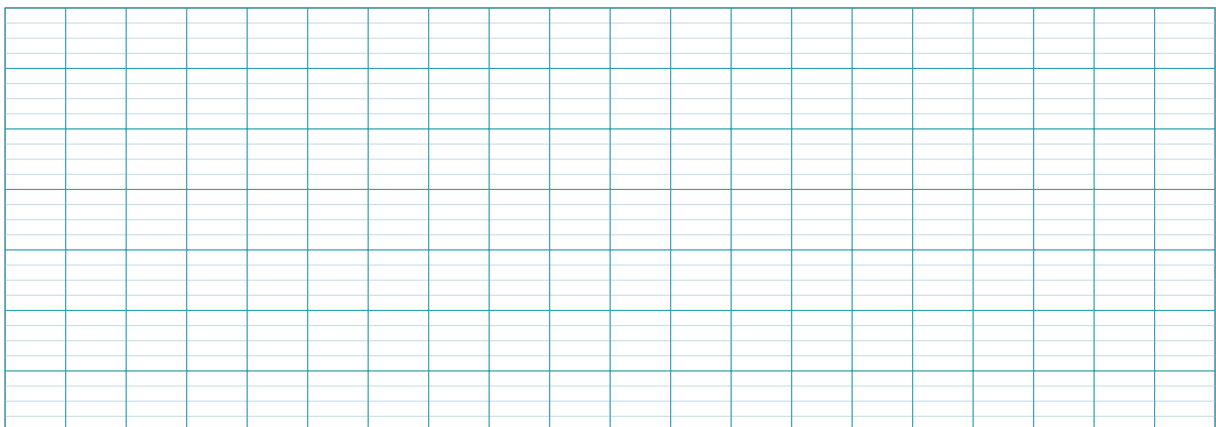
[illegible][illegible]



3. Déterminer les variations de la suite  $(v_n)$  et interpréter avec le contexte.



4. Déterminer la limite de la suite  $(v_n)$  et interpréter avec le contexte.



### Exercice 3

... / 6 pts

En 2020, Valentin a acquis un petit verger de pommes pour la somme de 10 000 €.

En 2020, la vente de pommes lui a rapporté un bénéfice de 1500 €, mais chaque année, ses récoltes diminuent et son bénéfice baisse de 20%.

Pour tout entier naturel  $n$ , on note  $b_n$  le bénéfice (en euros) réalisé en  $2020 + n$ .

Ainsi  $b_0 = 1500$ .

1. Déterminer la nature de la suite  $(b_n)$  et en déduire l'expression de  $b_n$  en fonction de  $n$ .


2. Quel est le montant du bénéfice total réalisé par Valentin au bout de 10 ans? Arrondir à l'euro.


3. Valentin espère rentabiliser son investissement. Le montant total des bénéfices atteindra-t-il un jour les 10 000 € investis dans le verger?
