Vendredi 06/12/2024

NOM, Prénom :

Evaluation-bilan 3

1ère spé

Calculatrice autorisée. Toutes les réponses doivent être justifiées.

Exercice 1

... / 5 pts

1. On définit la suite (u_n) par : $\begin{cases} u_0 & = & -2 \\ u_{n+1} & = & u_n + \dfrac{2}{3} \end{cases}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.
   - a. Calculer les trois premiers termes de la suite (u_n).
   - b. Calculer les variations de la suite (u_n).

2. On définit la suite (v_n) par : pour tout $n \in \mathbb{N}$, $\quad v_n = 4 \times 9^n$.

   a. Calculer les 3 premiers termes de (v_n).

   b. Justifier que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $v_n > 0$.

   c. En calculant $\dfrac{v_{n+1}}{v_n}$ pour $n \in \mathbb{N}$, déterminer les variations de la suite (v_n).

Exercice 2

... / 6 pts

Soit (w_n) la suite définie par $w_n = n^2 + 6n + 4$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.

1. Soit $f : x \mapsto x^2 + 6x + 4$ définie sur $\mathbb{R}$.
   Écrire f sous forme canonique et dresser le tableau de variation de f.

2. En déduire les variations de (w_n).

3. À partir de quel rang (w_n) dépasse-t-elle la valeur 100 ?

Exercice 3

... / 5 pts

On considère la succession de figures suivantes :

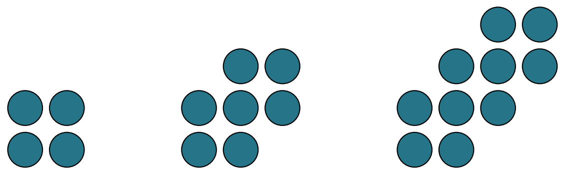


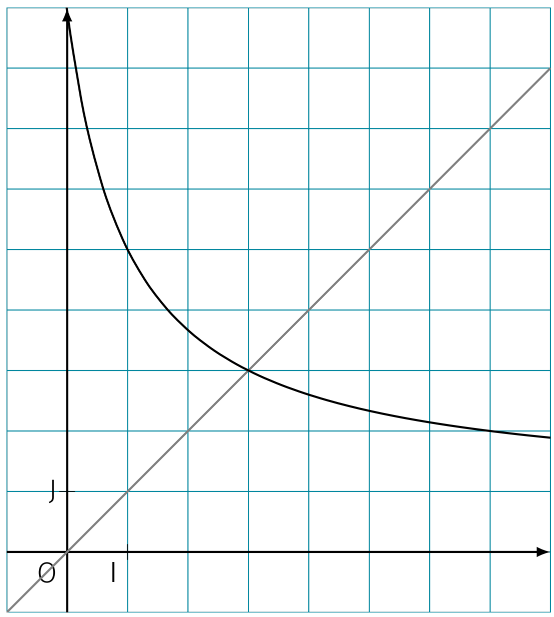
Figure 1 Figure 2 Figure 3

On note a_n le nombre de jetons nécessaires à la construction de la figure n où $n \in \mathbb{N}^*$.

1. Donner les valeurs de a_1, a_2 et a_3.
2. Donner une relation de récurrence permettant de définir la suite (a_n).
3. Conjecturer une formule explicite du terme général de la suite (a_n).
4. En supposant exacte la conjecture émise à la question 3, déterminer :
   a. la valeur de a_{30} ;
   b. la plus grande figure que l'on puisse construire avec 200 jetons.

Exercice 4

... / 3 pts



Soit (q_n) la suite définie par

$$\begin{cases} q_0 & = & 1 \\ q_{n+1} & = & f(q_n) \quad \text{pour tout } n \in \mathbf{N} \end{cases}$$

La courbe représentative de f sur l'intervalle $[0\,;8]$ est tracée dans le repère ci-contre.

1. Représenter graphiquement les cinq premiers termes de (q_n).
2. Émettre une conjecture sur la limite de cette suite.

Exercice 5

... / 4 pts

La pyrale est une chenille invasive qui s'attaque aux buis (un arbuste à petites feuilles).
Un massif des Pyrénées en est victime depuis quelques années.

Les agents de l'ONF (Office National des Forêts) estiment que, chaque année, cette chenille fait disparaître 15 % des buis de ce massif.
On compte 75 000 pieds de buis en 2024.

1. Si rien n'est fait pour lutter contre cette chenille, quelle conjecture peut-on émettre quant au nombre de buis dans ce massif à long terme ?

2. Les agents de l'ONF replantent 3000 plants de buis chaque année pour compenser les dégats.

   a. Calculer le nombre de buis dans ce massif en 2025 et en 2026.

   b. On note b_n le nombre de buis dans ce massif en 2024+n.
   Expliquer la formule de récurrence $b_{n+1} = 0,85\,b_n + 3000$ pour tout entier naturel n.

   c. Quelle conjecture peut-on émettre quant au nombre de buis dans ce massif à long terme ?
   On pourra utiliser la calculatrice pour formuler une conjecture.