

Guilherme Rafael Soares

Luteria Composicional de algoritmos pós-tonais

25 de fevereiro de 2015, v0.999-Defesa

Guilherme Rafael Soares

Luteria Composicional de algoritmos pós-tonais

Prévia da dissertação para a banca de qualificação para o Mestrado em Arte, Cultura e Linguagens do IAD-UFJF.

UFJF - Universidade Federal de Juiz de Fora

Instituto de Artes e Design

Programa de Pós-Graduação em Artes, Cultura e Linguagens

Orientador: Prof. Dr. Daniel Quaranta

25 de fevereiro de 2015, v0.999-Defesa

Guilherme Rafael Soares

Luteria Composicional de algoritmos pós-tonais / Guilherme Rafael Soares. – ,
25 de fevereiro de 2015, v0.999-Defesa-
105 p. : il. (algumas color.) ; 30 cm.

Orientador: Prof. Dr. Daniel Quaranta

Tese (Mestrado) – UFJF - Universidade Federal de Juiz de Fora

Instituto de Artes e Design

Programa de Pós-Graduação em Artes, Cultura e Linguagens, 25 de fevereiro de
2015, v0.999-Defesa.

1. Palavra-chave1. 2. Palavra-chave2. I. Orientador: Prof. Dr. Daniel Quaranta
II. UFJF - Universidade Federal de Juiz de Fora. III. Instituto de Artes e Design
IV. Luteria Composicional de algoritmos pós-tonais

CDU 02:141:005.7

Guilherme Rafael Soares

Luteria Composicional de algoritmos pós-tonais

Prévia da dissertação para a banca de qualificação para o Mestrado em Arte, Cultura e Linguagens do IAD-UFJF.

Trabalho aprovado , 13 de fevereiro de 2015:

Prof. Dr. Daniel Quaranta
Orientador

Professor
Convidado 1

Professor
Convidado 2

25 de fevereiro de 2015, v0.999-Defesa

Resumo

Esta pesquisa visa sistematizar um catálogo de experimentos constituído de pequenas peças musicais e seus algoritmos geradores, objetivando a construção de uma biblioteca de procedimentos para composição assistida por computador que gere partituras baseadas em regras derivadas de análises musicais de contexto pós-tonal.

Os procedimentos são inspirados em apontamentos de estudos sobre pós-tonalidade no compositor Béla Bartók encontrados nas obras de [Lendvai \(1971\)](#), [Antokoletz \(1984\)](#), [Cohn \(1991\)](#) e [Suchoff \(2004\)](#). Enfatizamos a problematização de ciclos intervalares, eixos de simetria, polimodalismo e peculiaridades de coleções referenciais de classes de altura conforme sugestões de [Forte \(1973\)](#), [Straus \(2004\)](#) e [Susanni e Antokoletz \(2012\)](#).

Detalhamos questões computacionais para esta implementação utilizando como base as ferramentas OpenMusic e biblioteca python de musicologia assistida por computador Music21.

Deixamos um legado em código aberto para continuidades possíveis deste trabalho.

Palavras-chaves: Música algorítmica. Pós-tonalismo. Teoria dos conjuntos. Pitch class theory. Luteria. Composição assistida por computador. Musicologia assistida por computador. Open Music. Music21 Software livre. Bela Bartók.

Lista de ilustrações

Figura 1 – Os três eixos das transposições possíveis para a rotação "subdominante-tônica-dominante".	25
Figura 2 – Sistema de Eixos - Rotação entre primário e secundário	26
Figura 3 – O plano melódico do motivo inicial de <i>"Sonata para dois pianos e Percussão"</i> parece ser o de fechar o total cromático com a transposição paralela da melodia nos dois pólos	27
Figura 4 – Possível estratégia composicional em nível melódico do motivo inicial de <i>"Sonata para dois pianos e Percussão"</i>	28
Figura 5 – Primeiro estágio: dominante/subdominate	29
Figura 6 – Segundo estágio: modulação pela relativa	29
Figura 7 – Terceiro estágio: modulação pela relativa com ambiguidade maior-menor em um dos polos	29
Figura 8 – Simultaneidade do modos maior-menor	30
Figura 9 – Quarto estágio: o jogo de rotação modulações por todos os polos do eixo	30
Figura 10 – Razão geométrica da proporção áurea	31
Figura 11 – A fórmula para encontrar a constante $1/\Phi$ e sua relação com a série de Fibonacci.	32
Figura 12 – gs	33
Figura 13 – Alguns dos ciclos intervalares observados geometricamente em suas transposições no Open Music.	34
Figura 14 – É necessário percorrer cinco oitavas girando pelas quartas justas para ir de C1 até C6	35
Figura 15 – A resolução de uma coleção do ciclo de diminutas pela condução por nota sensível a um dos quatro acordes de resolução derivados	36
Figura 16 – O ciclo de terças menores sendo usado para gerar uma dominante com sétima e sua resolução	37
Figura 17 – A resolução de uma coleção do ciclo de terças maiores pela condução por nota sensível a um dos quatro acordes de resolução derivados. Detalhes sobre o script gerador no Apêndice.	38
Figura 18 – Algumas evidencias célula Z de Antokoletz nos Mikrokosmos	40
Figura 19 – Simetria inversiva par	42
Figura 20 – Simetria inversiva impar	42
Figura 21 – Exposição das primeiras citações do intervalo 151 e sua dissolução por rotações e inserção de novos intervalos. Código do script gerador no apêndice.	43

Figura 22 – Eixo de simetrias em torno de C# - estão presentes todas as díades do motivo inicial de Mikrokosmos 109 exceto a díade do trítone E-Bb e a nota C#	44
Figura 23 – Apontamentos de Cohn - Combinação Transposicional	44
Figura 24 – Alguns dos acordes de "simetria em espelho"apontados por Bartók e citados por Bernard (1986, p. 189)	46
Figura 25 – Simetrias em coleções referenciais citadas por cohn	48
Figura 26 – A coleção octatônica em sua rotação prima OCT0,1 e na sua rotação que inverte a ordem dos intervalos, normalizada para começar em OCT0,2	50
Figura 27 – As permutações de díades internas a uma célula Z de Antokoletz, pode ser reduzida a três coleções intervalares de 1, 5 ou 6 semitons. Este patch de OM mede as combinações transpositivas para qualquer tétrade permutada podendo encontrar todas as relações da tabela de Cohn (1991, p.271)	51
Figura 28 – Aqui conferimos os três intervalos comuns para a rotação da octatônica que produz a célula Z e todas suas transposições	52
Figura 29 – Rotações dos intervalos da pentatônica, normalizados em Dó.	54
Figura 30 – A saída do teste em terminal cria um arquivo temporário em pdf com a renderização do Stream.	60
Figura 31 – Renderização da pauta de piano em compasso 2/4	61
Figura 32 – Perfis de tonalidade propostos por Carol Krumhansl (1990) - histograma demonstrado por Temperley (2001).	67
Figura 33 – Perfis de tonalidade propostos por Carol Krumhansl (1983) - comparativo entre tonalidades próximas e distantes.	67
Figura 34 – Pitch Space	68
Figura 35 – Aplicação do algoritmo de análise graus de cadência em Mikrokosmos 109 considerando a inferência de tonalidade Sol maior detectada anteriormente.	70
Figura 36 – "Tonalidade"singular apontada por Bartók - a pauta contém um sustenido em C# ao invés do F# padrão para Sol maior: declaração de uma intenção polimodal em Mikrokosmos 41	70
Figura 37 – Distribuição das classes de altura durante toda composição revelam que apesar da composição estar polarizada em torno da nota Sol essa aparece menos que sua terça maior (Si) e sua quinta justa (Ré). . .	71
Figura 38 – A sugestão de exercício das "escalas" de Mikrokosmos 41 na partitura original revela a saliência da sequencia de 2-2-2-1 intervalos de semitom a partir de Sol que remetem ao modo lídio. No entanto o Sol lídio teria que ter Fá sustenido, mas temos um Fá bequadro: fica assim explícita a invenção de um modo derivado ou "polimodo". Suchoff (2004) define como um modo misto "Lídio-Mixolídio".	72

Figura 39 – Análise de contorno intervalar na melodia inicial de Mikrokosmos 41. Detalhes sobre o script de extração de intervalos no Apêndice.	72
Figura 40 – O final de Mikrokosmos 41 evidencia a sequencia de 2-2-2-1 semitons do modo Lídio. Detalhes sobre o script de extração de intervalos no Apêndice.	72
Figura 41 – Objeto N-Cercle	75
Figura 42 – Representação de uma sequencia partiturada com notação proporcional em um objeto chordseq	76
Figura 43 – Todas tríades	77
Figura 44 – Objetos geradores de escalas e intervalos. Duas maneiras de representar uma proporção de fibonacci	78
Figura 45 – Construção de crivos.	79
Figura 46 – Módulo de segmentação para análise dentro dos objetos chord-seq. . .	79
Figura 47 – Extração de contorno.	80
Figura 48 – Equivalência de intervalos por inversão	97
Figura 49 – $[0,2,4,10]$	98
Figura 50 – Redução de um segmento do Microkosmos 101 de Bártok para um cluster de 4 alturas.	99
Figura 51 – Forma Normal.	100
Figura 52 – Fórmulas de agrupamento de classes de altura.	101
Figura 53 – Notas comuns na transposição.	102
Figura 54 – Notas comuns na transposição com trítono.	103
Figura 55 – A simetria transpositiva é obtida através de um padrão de intervalo palíndromo.	103
Figura 56 – A forma circular é mais geral do que a numérica para a visualização do padrão de simetrias.	104
Figura 57 – O complemento contém todas alturas cromáticas que o conjunto original não possui.	104
Figura 58 – Dois conjuntos Z-relacionados possuem os mesmos intervalos sem serem inversões ou transposições uns dos outros.	105

Lista de abreviaturas e siglas

GTMM	<i>Generative Theory of Tonal Music</i> ¹
TPS	<i>Tonal Pitch Space</i> ²
CBMS	<i>Cognition of Basic Musical Structures</i> ³
OM	<i>Open Music</i> ⁴
PD	<i>Pure Data</i> ⁵

¹ "Teoria Gerativa da Música Tonal"(LERDAHL; JACKENDOFF, 1983)

² "Espaço das Alturas Tonais"(LERDAHL, 1988)

³ "Cognição das Estruturas Musicais Básicas"(TEMPERLEY, 2001)

⁴ <<http://repmus.ircam.fr/openmusic/home>>. Acessado em 10 de julho de 2014.

⁵ <<http://puredata.info>>. Acessado em 10 de julho de 2014.

Sumário

	Introdução	17
I	PERCURSO PELA ANALISE MUSICAL	19
0.1	Musicologia Assistida por computador	21
1	APONTAMENTOS BARTOKIANOS	23
1.1	Panorama básico sobre análise bartokiana	23
1.2	Sistema de Eixos de Lendvai	24
1.2.1	Afinidades funcionais entre quarto e quinto graus	25
1.2.2	A elaboração de uma sonoridade mista maior-menor	29
1.2.3	Especificidades da coleção acústica (overtone)	30
1.2.4	Secção Áurea e Fibonacci	31
1.2.4.1	Geometria da Macro-forma com analogias na Micro-forma	32
1.2.4.2	Críticas ao modelo de Lendvai	33
1.3	Ciclos Intervalares	34
1.4	Células de Altura de Antokoletz	38
1.5	Simetria Inversiva	41
1.5.1	Eixo de Simetrias como estratégia motívica	43
1.5.2	Centricidade por Equilíbrio Inversivo	45
1.5.3	Simetria Literal	45
1.6	Coleções referenciais ordenadas por conjuntos de classes de altura	46
1.6.1	Octatonismo e suas partições	48
1.6.2	Combinação transpositiva em Mikrokosmos 109	52
1.7	Modalismo e estratégias rotacionais	52
1.7.1	Rotação Pentatônica	53
1.8	Harmonização dos Modos Folclóricos	54
1.8.1	Limites e ideias a partir de análise tonal funcional	56
1.8.2	Acompanhamento e textura	56
II	FORMALIZAÇÕES COMPUTACIONAIS	57
2	ANALISE DE CORPUS	59
2.1	Formatos de entrada	59
2.2	Music21	59
2.2.1	Stream	59

2.2.1.1	Notas, Acordes e nomenclaturas	63
2.2.2	Cadência e inferência de tonalidade	64
2.2.2.1	Key Profiles	65
2.2.2.2	Contorno Intervalar	71
2.2.2.3	Construção de escalas, polimodos e crivos	73
2.2.3	Busca e extração de padrões	73
2.2.3.1	Acento Melódico	73
2.3	OpenMusic	74
2.3.1	Visualização das classes de altura e sequências partitурadas	74
2.3.2	Manipulação de Conjuntos e suas nomenclaturas	75
2.3.2.1	Contornos intervalares e crivos	76
2.3.3	Segmentação Monitorada	78
2.3.4	LZ: Extração de motivos e aprendizado de máquina	80
2.4	Especialidade da automação versus especialidade do analista	81
3	COMPOSIÇÃO ASSISTIDA POR COMPUTADOR	83
3.1	Cliches generativos partitурaveis	83
3.2	Formatos de saída	83
3.3	Técnicas em Music21	83
3.4	Experimentos em outras linguagens de CAC	83
3.4.1	Técnicas em OpenMusic	83
3.4.2	Problematizações em PureData	83
3.5	Probabilidade e Combinatória	83
III	EXPERIMENTOS GENERATIVOS	85
4	COSMOBAGATELLAS	87
5	LASTROS E RUMOS	89
	Referências	91
	APÊNDICES	95
	APÊNDICE A – FÓRMULAS DE AGRUPAMENTO E TRANSFOR-	
	MAÇÃO DOS INTERVALOS	97
A.1	Vetor intervalar	98
A.2	Forma Normal	98
A.3	Forma Prima	100

A.4	Singularidades nos agrupamentos	101
A.4.1	Notas comuns sob transposição	102
A.4.2	Simetria Transpositiva	103
A.4.3	Complemento	104
A.4.4	Relação Z entre grupos de classes de alturas	105

Introdução

Em seu livro sobre música e mediação tecnológica, Fernando Iazzetta (2009, p.187) nos fala sobre um tipo de *"luteria composicional"* que surge do experimento de estúdio migrando para os computadores pessoais no final do século XX. A criação dos instrumentos musicais a partir de algoritmos, códigos, *patches*, passa a existir como estratégia composicional tanto quanto a técnica instrumental ou a experiência de orquestração por escrita partitural.

Podemos observar na história da música algorítmica que já em seus primeiros experimentos, como na Suíte Illiac de Lejarem Hiller, buscava-se a legitimação da promessa de viabilidade uma computação musical a partir da aplicação estatística de restrições composicionais derivadas das regras de harmonia e contraponto, emulando as técnicas do compositor ocidental tradicional, treinado nas partituras.

Isso logo inspira e possibilita também as expansões de técnicas através de aplicações de teorias matemáticas mais avançadas sobre a serialização de eventos partituráveis. No entanto este serialismo integral e ortodoxo vai aos poucos sendo permeado por uma música computacional que estimula a busca por sonoridades cada vez menos restritas a organização das 12 alturas da escala temperada.

O computador passa a ser cada vez mais usado para a pesquisa sobre síntese sonora e em dado momento sua capacidade de memória passa a permitir também as manipulações muito avançadas em sons gravados. Os experimentos concretos e eletrônicos com todo espectro audível passam a ser uma das primeiras coisas que um músico iniciado pela computação terá contato, já que o uso dos processos partiturados estarão sempre de alguma forma ligados a tradições ocidentais da orquestração ou estudo de instrumentos musicais de um repertório de prática comum.

Jean Bresson, um dos desenvolvedores da linguagem OpenMusic, desenvolvida no IRCAM, aponta que esta tendência para uso do computador como ferramenta de manipulação de sonoridades sintéticas ou pré-gravadas tem seu auge justamente neste período que sucede a possibilidade do uso do computador pessoal, e considera que na contramão do que passa a ser considerada a sonoridade da "computer music", estão os processos simbólicos de manipulação inspirados na partitura, que deram origem aos softwares como PatchWork e OpenMusic.

"Enquanto a maioria das "línguas de programação musical" lidam principalmente com processamento de sinal e síntese sonora, uma abordagem original adotada pelo time de representação musical do IRCAM no fim dos anos 80 foi particularmente um foco na nas estruturas simbólicas e processos musicais, isto é, aspectos tradicionalmente ignorados ou

deixados de lado dos ambientes computacionais." (BRESSON; AGON; ASSAYAG, 2011)

Nas primeiras décadas do século XXI, com a sedimentação da computação em rede mundial, a popularização de ferramentas de busca e mineração de dados e o estabelecimento de uma cultura de compartilhamento de arquivos digitais audiovisuais temos a viabilização de algumas novas tendências.

A colagem referencial inspirada por esta alta-disponibilidade de fonogramas digitais e a "sonificação" de dados que a priori não estavam em um contexto musical tornam potentes aquilo que Johanes Kreidler chama de "Novo Conceitualismo": de um gráfico da bolsa de valores aos movimentos de uma bactéria em um microscópio tudo pode tornar-se uma relação entre X e Y parâmetros de uma música.

Iazetta problematiza esta situação da seguinte maneira:

"Qualquer estrutura, gramática ou modelo pode, em princípio, ser transposto para o âmbito sonoro com a intenção de produzir música. Uma vez que nos sistemas computacionais todo e qualquer elemento é transcrito na forma de símbolos abstratos do mesmo tipo (em última instância, bits representados por 0 e 1), esse tipo de procedimento se torna tentador, mas também vulnerável.(...)Certamente estas transposições de um campo a outro não destroem a coerência interna dos fenômenos transpostos, mas de forma alguma asseguram a geração de uma coerência musical, pelo menos não no nível perceptivo. (...) **O discurso enfatizando o caráter inovador que acompanha cada novo invento geralmente esconde o quanto nossos avanços representam uma consolidação de conhecimentos existentes, mais do que saltos progressivos**". (IAZZETTA, 2009, p. 151-153, grifo nosso.)

Considerando este infindável escopo de investigação e as prioridades com que depara-se hoje o músico que programa computadores ou o programador que faz música, decidimos investigar algumas balizas para a manipulação dos processos simbólicos partiturasíveis na escala temperada em um contexto teórico que estivesse nos limites da ideia de tonalidade, porém restritos a estratégias de manipulação das doze alturas e ao uso do timbre do piano como uma abstração "neutra" para referência das alturas.

Para isso decidimos focar na possibilidade de organizar apontamentos composicionais pós-tonais a partir da análise assistida por computador de uma material de referência pós-tonal com ampla musicologia disponível. Assim decidimos fazer revisão a partir de apontamentos sobre Bela Bartók.

O procedimento dividiu-se em 3 etapas: Apontamentos da Análise Bartokiana, Formalizações computacionais da análise assistida por computador e formalizações computacionais da composição assistida por computador.

Parte I

Percurso pela Analise Musical

0.1 Musicologia Assistida por computador

Iniciamos esta pesquisa buscando entender como o percurso que as formalizações computacionais de elementos básicos da cognição musical permitiram o atual estágio da musicologia assistida por computador. Trabalhos como as primeiras tentativas de definir gramáticas computáveis de Curtis Roads (1979), a formalização de uma gramática gerativa da música tonal proposta por Lerdahl e Jackendoff (1983) e derivações que geraram implementações computacionais como as pesquisas de Temperley (2001) e Huron (2006) nos interessaram e pareceram a princípio essenciais como base para o entendimento de algoritmos de segmentação de estruturas musicais observáveis em partituras e arquivos de corpus derivados de instruções composicionais simbólicas.

No entanto percebemos no decorrer de nosso aprofundamento nesta bibliografia específica que descrever todo seu escopo em profundidade e abrangência apresentava duas questões essenciais de prioridades para o presente trabalho, considerando o caso da teoria pós-tonal almejada aqui e em especial para as particularidades presentes na música de Bela Bartók que pudessem interessar como singularidade composicional:

1) As abordagens generalistas dos problemas quantizáveis de expectativa musical com base em pesquisas sobre cognição e fruição da linguagem tonal, uma música de tradição clássica e romântica ocidental, repertório referido como "de prática comum"⁶ e seus problemas de ordem métrica, rítmica, melódica, harmônica e prolongacional⁷ quase sempre tangenciam a música que interessa na presente pesquisa como uma exceção especializada das regras gerais, o que nos chamou a atenção para quais seriam as alternativas a uma abordagem que partisse de outros princípios.

Encontramos então na literatura específica das análises do repertório bartokiano ([Capítulo 1](#)) e na literatura que funda algumas das nomenclaturas da análise pós-tonal um ponto de partida mais objetivo: organização de sonoridades por novos critérios de organização intervalar, casos de observação de simetrias, ciclos transposições e transformações destes materiais e a busca por descrições de outras lógicas de encadeamento deste material intervalar e sua relação com as percepções mais básicas que ainda operam o lastro de expectativa tonal

2) Dado o período de quase quatro décadas das primeiras implementações destes algoritmos de segmentação musical temos atualmente um cenário bastante amplo para testar muitas destas teorias e buscar compreende-las a partir de uma experiência prática. Alguns dos algoritmos implementados por Temperley, Huron e pesquisas similares podem ser experimentados com a biblioteca python Music21, que foi usada em nossos estudos de caso. Consideramos esta uma melhor estratégia fazer as digressões sobre as origens destes

⁶ c.f. temprley

⁷ tradição shenkeriana

algoritmos a partir destas implementações, seus usos e limitações na presente pesquisa, portanto.

1 Apontamentos Bartokianos

1.1 Panorama básico sobre análise bartokiana

Malcom Gillies propõe em seu artigo "*Bartók Analysis and Authenticity*" (GILLIES, 1995) um panorama dos problemas e lugares comum nas análises de Bartók, apontando alguns critérios para o que poderiam ao menos garantir a "*autenticidade*" entre as diversas correntes analíticas encontradas até então, já que estas são tão diversas que podem facilmente fechar-se em suas próprias contradições.

Gillies inicia a reflexão destacando o notável desafio em argumentarmos qualquer esboço totalizante que sustente a unidade entre os níveis das "*micro*" e "*macro*" estruturas extraídas da vasta gama de análises disponíveis sobre Bartók até aquele momento.

As "*micro*" estruturas seriam as destacadas com apontamentos de interações entre ciclos e simetrias intervalares, pelas estratégias polimodais que libertam as melodias do tonalismo e criam temas que tornam-se por transposição complementarmente um total cromático, e em geral quaisquer relações que definam contextos que dão uma identidade de sonoridade a fragmentos ainda descontextualizados de uma suposta função num todo.

As "*macro*" estruturas seriam planos gerais que sejam definidos pelas estruturas notáveis de obras inteiras ou conjuntos de obras como unidade - por exemplo questões sobre o encadeamento de secções por alguma estrutura de prolongamento de expectativa, localização de alguma sugestão ambígua de tonalidade e modalismo nos encadeamentos dos grandes blocos, medidas gerais de um plano de equilíbrio das partes com eixos geométricos inspirados na secção áurea ou mesmo a referência a formas mais tradicionais como a sonata.

Gilles propõe antes de tudo, para ater-se a uma questão primordial sobre o que pode ser definido como consenso e o que pode ser considerado idiossincrático, a seguinte classificação por uma diferença de abordagem das análises: *análises "autênticas"*, *"semi-autênticas"* ou *"não-autênticas"*, sem que nisso haja algum sentido depreciativo, mas apenas como critério para entender que este território pode ir de um historicismo de lastro documentado até alguma teoria mais inventiva e sem necessidade de comprovação da consciência do compositor sobre estes aspectos, uma teoria comprometida mais com a inspiração de processos criativos derivados.

A "**autenticidade**" seria sobretudo definida por critérios de alguma formalização sustentada por vestígios deixados pelo próprio Bartók, como na compilação *"Bela Bartók Essays"* (BARTÓK; SUCHOFF, 1993). Considera também nesta categoria as pesquisas que a partir dos registros da pesquisa etnomusicológica de Bartók busca fontes originais de estudos dos aspectos folk de seu trabalho. Entram aqui também as análises que tomam em consideração as performances registradas em áudio que foram executadas pelo próprio Bartók ou supervisionadas por ele, para destacar aspectos complementares aos escritos e partituras originais.

Uma "**semi-autenticidade**" seria definida a partir de analogias entre influências de outros compositores ou contextos de gênero presentes na obra de Bartók, como por exemplo discurso sobre a influência do drama em sua ópera ou a localização de traços ou citações paródicas por influência de outros compositores em suas peças. Dada autenticidade da analogia portanto, a preocupação com a legitimidade ficaria deslocada para aspectos externos a obra de Bartók.

Já a "**não-autenticidade**" comportaria os estudos da música de Bartók como fonte para apontamentos arbitrários para demonstrações de harmonia funcional, contraponto, análise shenkeriana ou análise pós-tonal por grupos de classes de alturas. Gillies situa também aqui algumas análises de Bartók que tomam caminhos mais especulativos e originais como as análises de proporção geométrica e simetria propostas por Ernő Lendvai (1971) ou o escrutínio de relações celulares e suas transformações entre ciclos intervalares, rotações motivicas, coleções modais ou não-diatônicas presentes em trabalhos como o de Elliot Antokoletz (1984).

Em nossa pequena amostra de abordagens seguimos muito mais por este percurso mais descontextualizado e autoral de analistas que destacaram alguns traços estruturais na música de Bartók e seus Mikrokosmos. Não temos ainda a ambição de esgotar ou mesmo de argumentar uma hierarquia de importâncias "autênticas" destes traços em sua obra como um todo ou na consistência geral de seu estilo. Nossa intenção aqui foi apontar limites e possibilidades para uma automação algorítmica de manipulação de transformações sugeridas nestas análises e abrir caminho para uma música generativa inspirada nestes procedimentos.

1.2 Sistema de Eixos de Lendvai

Ernő Lendvai (1971, p. 08) organiza uma visão geral de uma transformação de conceitos de harmonia tonal funcional pelo prisma do que chama de "*sistema de eixos*"¹ de Bartók. Vejamos a seguir alguns destes apontamentos.

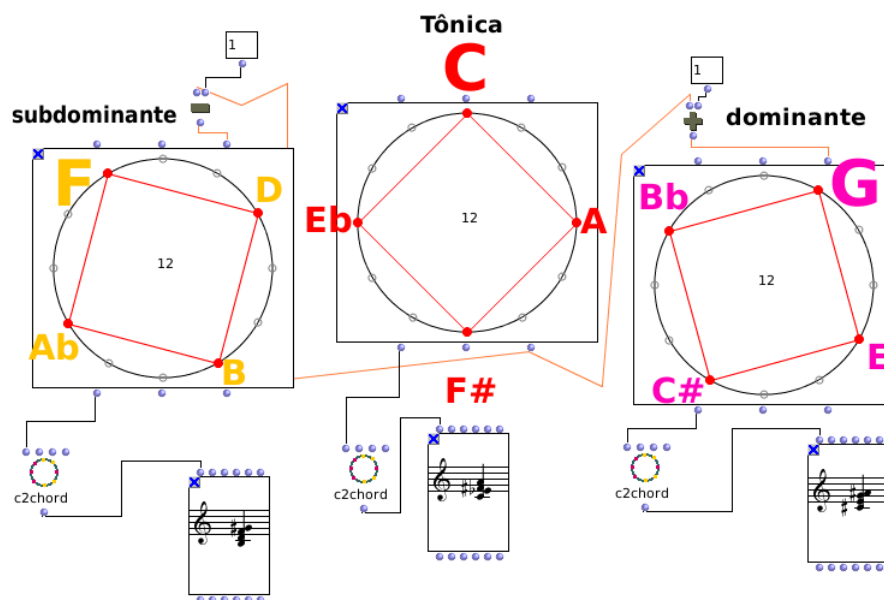
¹ "*axis system*"

1.2.1 Afinidades funcionais entre quarto e quinto graus

Partindo da consideração do ciclo das quintas como um esquema rotativo de transformação que possui as forças *subdominante* <-*tonica*-> *dominante* em cada um dos passos de 30 graus, lembremos que girando da *esquerda para direita* temos sempre uma relação onde a *dominante* como nova *tônica* terá a *tônica* anterior como *subdominante* e girando da *direita a esquerda* teremos uma nova *tônica* que possui a *tônica* anterior como *dominante*.

Lendvai (1971, p.3) propõe a partir disso a observação do uso das relações entre os quatro pólos dos três eixos possíveis de transposição que agrupam as doze alturas cromáticas em três eixos de quatro notas.

Figura 1 – Os três eixos das transposições possíveis para a rotação "subdominante-tônica-dominante".



Fonte: autor

Lendvai chama de "*polo e contrapolo*" a relação entre os trítonos nas duas extremidades (que chama de "eixo primário") e observa que o eixo perpendicular (ou "eixo secundário") possui também sua relação de "*polo e contrapolo*" entre o que seriam a relativa e a medianta de uma *tônica* pelo ciclo de quintas.

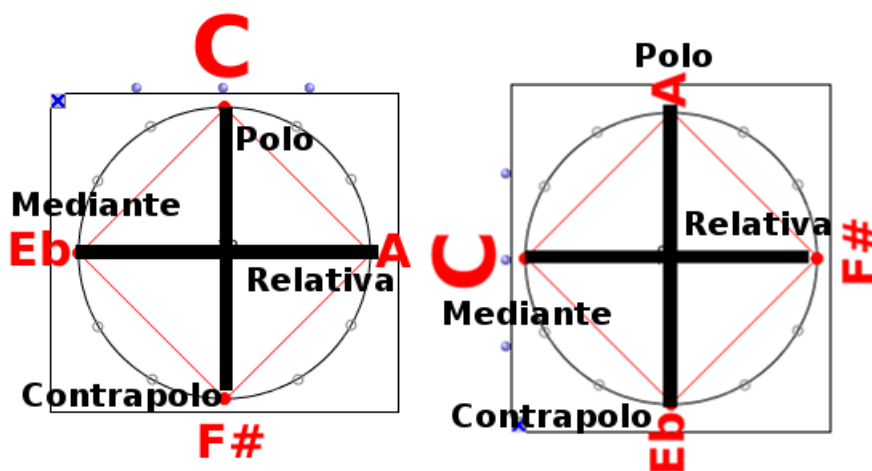
A relação entre este "*sistema de eixos*" portanto pode ser a de analogia ao movimento de passo "*subdominante* ↔ *tônica* ↔ *dominante*" onde movíamos por passos de 30 graus pelo ciclo de quintas original.

A diferença é que neste caso a relação mais importante entre as notas do eixo não seria exatamente por um critério baseado na busca de notas comuns de acordes para servirem de pivôs para resoluções tonais ou da busca por notas sensíveis para a solução

de dissonâncias por grau conjunto mas uma questão de "**parentesco rotacional**" das sonoridades dos intervalos que giram de 90 em 90 graus dividindo simetricamente o total cromático numa soma de quatro intervalos de três semitons.

As três transposições possíveis dos eixos de quatro notas tornam a transformação de "*transposição do sistema de eixos*" geometricamente similar ao movimento "*subdominante ↔ tônica ↔ dominante*" mas nem sempre pelos mesmos critérios de uma harmonia tonal funcional, apesar de obviamente, poder servir-se deste como estratégia de construção de ambiguidades politonais.

Figura 2 – Sistema de Eixos - Rotação entre primário e secundário

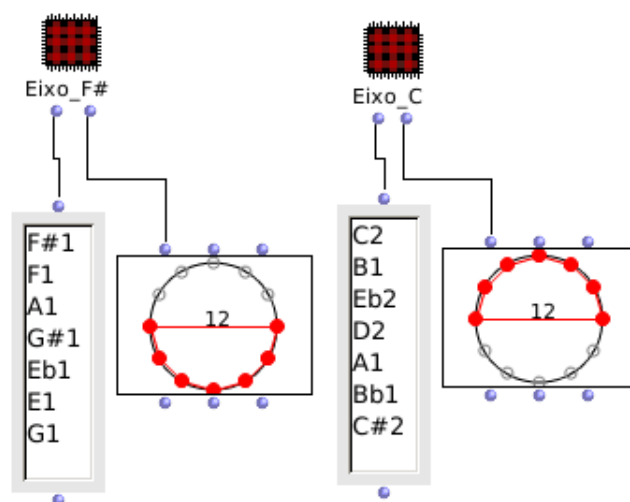


Fonte: autor

Lendvai toma este conceito de "polo e contrapolo" como "*uma das estratégias estruturais mais fundamentais na música de Béla Bartók*" (LENDVAI, 1971, p.04) e cita alguns exemplos que confirmam que este tipo de modulação era recorrente.

Na *"Sonata para dois pianos e Percussão"* o motivo inicial é transposto três vezes com duas vozes em sua relação de trítano *"polo e contrapolo"* e nestas três entradas consecutivas deste motivo é apresentando com as três transposições possíveis do *"sistema de eixos"*, numa relação que pode ser observada como esta analogia com o pêndulo *"subdominante<-tônica>dominante"*: inicia com a relação motívica destacando a relação $C \leftrightarrow F\#$ (compassos 2-5) em seguida (compasso 8) entra o eixo de $G \leftrightarrow Db$ (como se G surgisse de uma relação dominante com C e Db numa simultânea relação dominante com $F\#$) e nos compassos 12-17 a entrada do jogo entre as transposições $D \leftrightarrow Ab$ como se agora introduzisse a "dominante da dominante" ($G \leftrightarrow D$ e $Db \leftrightarrow Ab$) ao mesmo tempo que move-se assim para o último dos três eixos.

Figura 3 – O plano melódico do motivo inicial de *"Sonata para dois pianos e Percussão"* parece ser o de fechar o total cromático com a transposição paralela da melodia nos dois pólos



Fonte: autor

Podemos observar (Figura 3) que já dentro do motivo inicial temos uma estratégia de entrada de uma coleção de 7 notas a partir de um polo e mais 7 a partir do seu contrapolo em sua voz de resposta - as duas vozes juntas dividem o total cromático em dois, tendo como notas comuns as notas do eixo secundário (a mediantes e a relativa - no caso de $F\#$ e C por exemplo, as notas comuns são A e Eb).

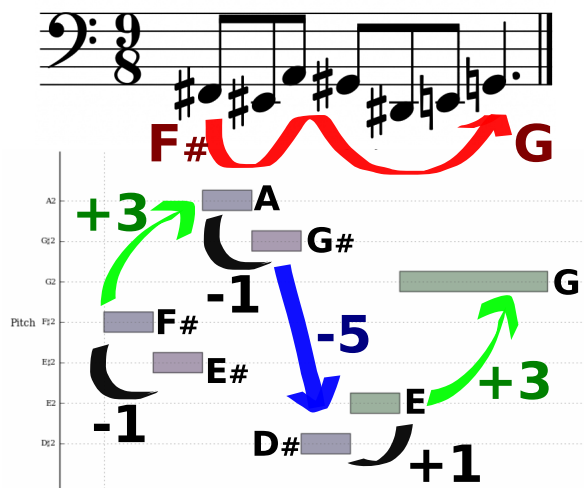
É possível também inferir que a melodia sugere um giro em torno de um eixo que prolonga a expectativa do passo cromático $F\# \rightarrow G$ (e assim por diante em suas transposições). O contorno possui uma simetria no núcleo interno de intervalos² com um segmento onde há um salto por quinta invertida no meio de duas células de passo cromático que estão distantes do início e do fim da melodia por um salto de 3 semitons (Figura 4).

² "Um aglomerado simétrico de semitons equilibrados em torno de um eixo"(STRAUS, 2004, p.120)

Esta estratégia composicional com simetrias internas³ recorrentes em Bartók por rotações de "células intervalares"(SUSANNI; ANTOKOLETZ, 2012, p.128) serão comentadas mais adiante em mais detalhes.

Lembremos também que as transposições em 3 semitons sugerem esta equivalência de sonoridade das transposições pelo mesmo sistema de eixos usado nas transposições da melodia completa e que o salto em quinta invertida no meio do segmento remete ao ciclo de dominantes tradicionalmente usado para modulações tonais.

Figura 4 – Possível estratégia composicional em nível melódico do motivo inicial de *"Sonata para dois pianos e Percussão"*



Fonte: autor

Lendvai (1971, p.4) também lembra situações onde a estratégia de rotação dos polos do sistema de eixos é a conexão entre os movimentos de formas completas, como na opera *"Castelo de Barba Azul"* ($F\# \leftrightarrow C \leftrightarrow F\#$) e na *"Music for Strings, Percussion and Celesta"* (que altera cada movimento entre os pólos e contrapólos dos eixos primário $F\# \leftrightarrow C \leftrightarrow F\#$ e secundário $A\# \leftrightarrow E\flat \leftrightarrow A\#$).

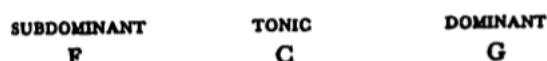
³ C.f. "Eixo de Inversão"(STRAUS, 2004, p.121)

1.2.2 A elaboração de uma sonoridade mista maior-menor

Lendvai (1971, p.08) elabora sobre a assimilação do "sistema de eixos" na música ocidental como uma evolução natural da harmonia funcional:

a) O ciclo de dominantes inicia como um sistema de eixos de cadência onde as regiões vizinhas aparecem apenas como função dominante e subdominante sem modulação para outras tonalidades.

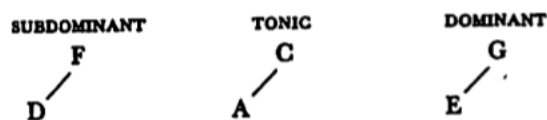
Figura 5 – Primeiro estágio: dominante/subdominate



Fonte: autor

b) O próximo passo é a introdução do eixo da tonalidade relativa (90 graus à esquerda do ponto da tonalidade). A modulação de tonalidade é induzida pela similaridade entre duas regiões diatônicas maiores e menores. Exemplo: Lá menor como relativa de Dó maior e vice-versa.

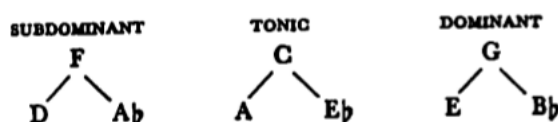
Figura 6 – Segundo estágio: modulação pela relativa



Fonte: autor

c) No estágio mais avançado do romantismo é introduzido o jogo de ambiguidade entre a tonalidade maior e menor de um mesmo polo permitindo que haja a estratégia de modulação pelo sistema de eixos tanto para 90 graus a esquerda (Ex: Lá menor e Dó maior) quanto 90 graus a direita (Ex: Dó menor e Mi bemol maior).

Figura 7 – Terceiro estágio: modulação pela relativa com ambiguidade maior-menor em um dos polos

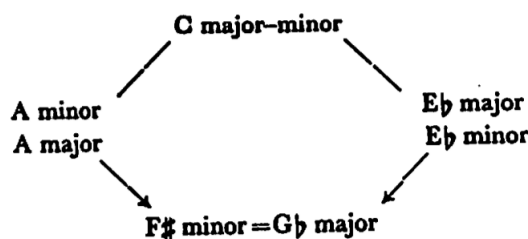


Fonte: autor

d) Finalmente no último estágio onde é introduzida a politonalidade temos a assimilação da nota que está a 180 graus do polo (relação polo e contrapolo) pela sonoridade

almejada de um modo misto "maior-menor" e quaisquer um dos pontos, desta maneira um giro completo:

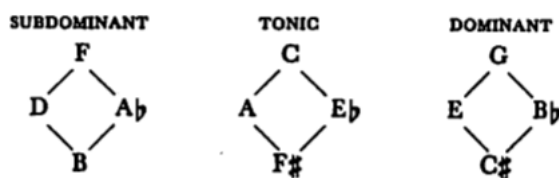
Figura 8 – Simultaneidade do modos maior-menor



Fonte: (LENDVAI, 1971, p.10)

Assim introduz-se a vertigem de uma sensação onde há uma teia de tonalidades simultâneas operando as expectativas de relações entre os três diferentes eixos. É como se cada um dos três ciclos de quatro terças menores também pudesse substituir por rotação a função de dominante ou subdominante que opera a tonalidade estrita, pois aqui operamos com uma expectativa ambígua. A função dominante de Dó, por exemplo, passa a poder ser substituída por qualquer nota do ciclo de Sol: E, B♭ ou C♯.

Figura 9 – Quarto estágio: o jogo de rotação modulações por todos os polos do eixo



Fonte: (LENDVAI, 1971, p.09)

Lendvai (1971, p.10) atribui também a possibilidade de substituir-se Sol, a dominante de Dó, por Mi e Si bemol a uma justificativa acústica de similaridade pela série harmônica, como veremos a seguir.

1.2.3 Especificidades da coleção acústica (overtone)

Lendvai

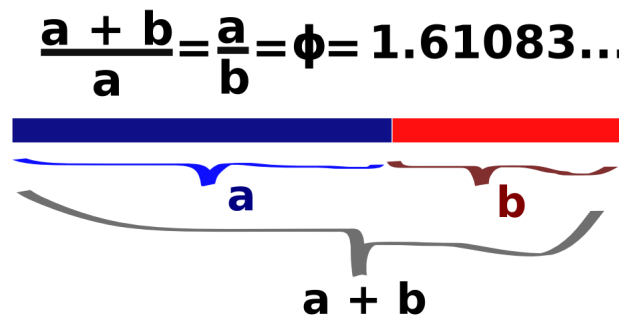
.

.

1.2.4 Secção Áurea e Fibonacci

A secção áurea pode ser definida de diversas maneiras, dependendo da precisão que se esta buscando na proporção. Para efeito de entendimento geométrico podemos simplificar a dedução das fórmulas a partir da Figura abaixo:

Figura 10 – Razão geométrica da proporção áurea



Fonte: autor

Considerando no exemplo geométrico uma indução onde $(a + b)$ fosse igual a Φ teríamos então que ter $a=1$, pois $(a + b)/a$ também deve ser igual a Φ (que pode ser fixado em uma constante $\approx 1.61034\dots$)

Logo, se sabemos que $(a + b)/a = a/b$, portanto $\Phi/1 = 1/b$, podemos também deduzir que $b = 1/\Phi \approx 0.61034\dots$

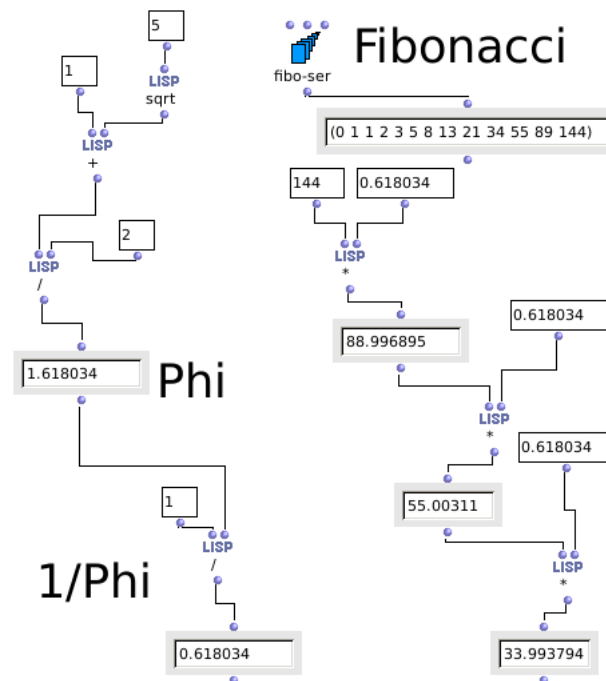
Ou seja, aquilo que fica bastante óbvio visualmente é que se $1 + b = \Phi$, logo podemos usar este valor de $1/\Phi$ como razão para encontrar a secção áurea de qualquer número multiplicando este por $\approx 0.61034\dots$.

A série de Fibonnaci é um caso especial de relação com a proporção áurea - multiplicando qualquer número da série pela constante $1/\Phi$ obtemos um número aproximado ao número anterior da série.

Para calcular a série de Fibonnaci seguimos a fórmula de sempre adicionar os dois últimos números criando o próximo número da série. Se por exemplo começarmos com a sequencia [1, 1] teremos como próximo número o 2 (1+1), o próximo será 3 (2+1), o seguinte 5 (3+2), e então 8, 13... e assim por diante.

Na figura abaixo demonstramos a fórmula para encontrar a constante $1/\Phi$ e sua relação com a série de Fibonacci.

Figura 11 – A fórmula para encontrar a constante $1/\Phi$ e sua relação com a série de Fibonacci.



Fonte: autor

1.2.4.1 Geometria da Macro-forma com analogias na Micro-forma

Uma das mais específicas teorias de Lendvai é a de que a música de Bartók esta profundamente fundada no uso de geometrias derivadas da proporção áurea.

Reconhecida como uma das fórmulas matemáticas capazes de demonstrar equilíbrio em formas que vão de espirais das conchas até as proporções do corpo humano, esta geometria foi sempre muito usada nas artes visuais e arquitetura, e as teses de Lendvai serviram para mitificar a obra de Bartók como uma das mais obsessivas por esta proporção.

Lendvai (1962, p.175) argumenta que seria possível resumir todo o seu sistema composicional em uma relação entre estas proporções. Fornece exemplos que vão da forma geral de uma composição até o microcosmo motivico de estratégias de eixos de simetria e escalas.

Golden section is no longer less significant constituent element in Bartok's creation of form, melody and harmony than overtone harmonization and construction in periods embracing eight or four bars in the viennese classical style

For example, in a early study I demonstrated thar every unit of the "Sonata for two pianos and percussion" from the whole work to the tinest cells, is divided according to the rule of the golden section.(LENDVAI, 1962, p.175)

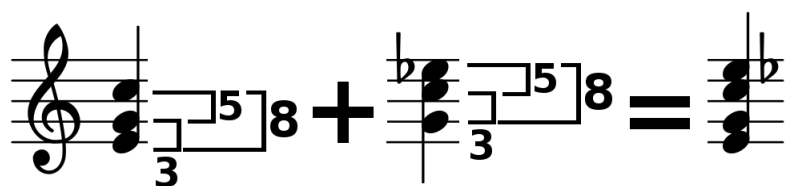
No caso da *"Sonata para dois pianos e percussão"* alguns apontamentos são considerados precisos: a estrutura do primeiro movimento tem como forma total 443 compassos e a recapitulação esta posicionada precisamente no compasso 274 ($443 * 0.618$).

Alguns apontamentos são ajustados a uma aproximação, iniciando o seccionamento por dentro da unidade: no movimento final da *"Sonata para dois pianos e percussão"* há um primeiro seccionamento que divide partes A e B (compassos 27.5 até 43.5 total) e novamente um seccionamento da parte A que a divide no compasso 17 a parte A e parte A'. Este caso no entanto pede que haja um adiantamento da contagem do seccionamento inicial em meio compasso, devido ao atraso no início do tema no movimento.

A série de Fibonnaci é usada por Lendvai para apontar uma estrutura nas escolhas motívicas que se constituem por concatenamento de intervalos que geram âmbitos de articulação das melodias. Destaca sobretudo a sequencia de intervalos 0,3,5,8 por possuírem internamente uma potencia de construir sonoridades e rotações da pentatônica (a partir do passo de 2-3 semitonss) que pode seguir como estrategia recursiva de passos dentro dos intervalos consequentes. Exemplo: entre 8 a 13 os 5 semitons podem estar posicionados como 2+3, entre 13 a 21 como 3+(2+3) e assim por diante.

Lendvai (1962, p.179) destaca também a relação de intervalos e 3,5,8 como essenciais na formação do agregado *"maior-menor"*, entendendo a relação como uma conjunção de dois empilhamentos possíveis: o acorde maior com a terça invertida + o acorde menor com a quinta invertida, como demonstrado na figura abaixo:

Figura 12 – gs



Fonte: autor

1.2.4.2 Críticas ao modelo de Lendvai

Uma das principais críticas ao modelo de Lendvai, como em Kárpáti (2006) é a de que sua escolha de intervalos e demonstração de relações entre estes apresenta sonoridades arbitrárias, já que potencialmente existem outros agrupamentos intervalares dentro da sequencia que estariam fora da série de Fibonnaci, como os intervalos somados fora da ordem crescente $5+2 = 7$, $2+8 = 10$ e assim por diante.

Por outro lado é interessante pensar que de fato Bartók estava consciente dessas estruturas de proporção áurea, considerando a visibilidade de suas decisões nas macroformas.

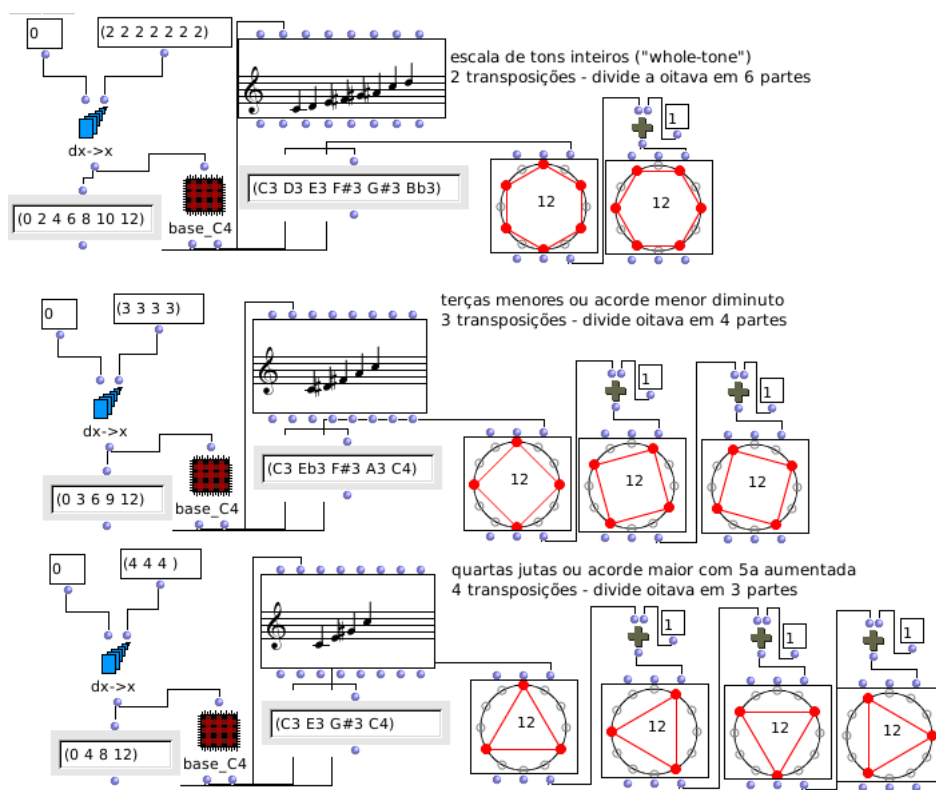
Podemos entender o modelo de Lendvai como a observação de recorrências na geometria do material, um aspecto formal que pode ser levado em conta para encontrar ideias que inspirem estratégias derivadas.

1.3 Ciclos Intervalares

O conceito de ciclo intervalar, a partir da definição de [Antokoletz \(1984, p.68\)](#) e conforme revisada por ([SUSANNI; ANTOKOLETZ, 2012, p.22](#)) parte de uma identificação de ciclos de transposições possíveis de um determinado intervalo e sua inversão, dividindo a oitava em partes iguais.

O modelo é bastante intuitivo se tomado geometricamente como na figura abaixo:

Figura 13 – Alguns dos ciclos intervalares observados geometricamente em suas transposições no Open Music.



Fonte: autor

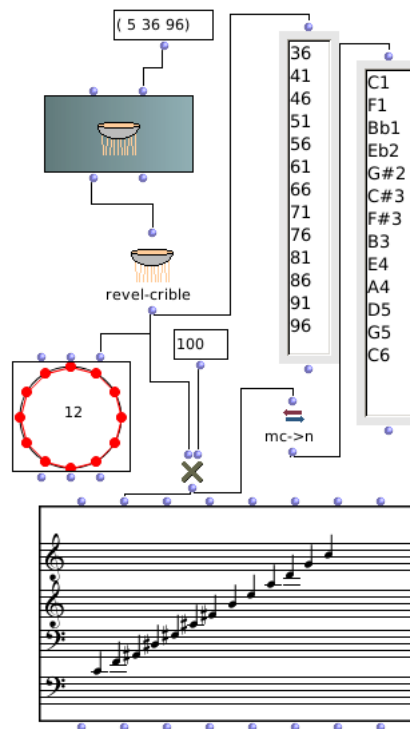
É possível observar os seguintes ciclos simétricos:

- O intervalo de semitom divide a oitava no ciclo cromático de doze notas
- O intervalo de tons inteiros produz duas transposições de seis notas
- O intervalo de terças menores produz três transposições de quatro notas

- O intervalo de terças maiores produz quatro transposições de três notas
- O intervalo de trítono produz seis transposições de duas notas

Já indução de um ciclo baseado no intervalo de quinta justa (ou sua inversão quarta justa) produz o que conhecemos pelo "*ciclo de dominantes e subdominantes*". É importante observar que por ser assimétrico este ciclo consegue gerar todo total cromático, mas não consegue percorrer apenas uma oitava sem quebrar o ciclo. Para chegar por exemplo de um Dó até outro é necessário percorrer cinco oitavas num percurso ascendente por quartas justas, como podemos ver na figura abaixo.

Figura 14 – É necessário percorrer cinco oitavas girando pelas quartas justas para ir de C1 até C6



Fonte: autor

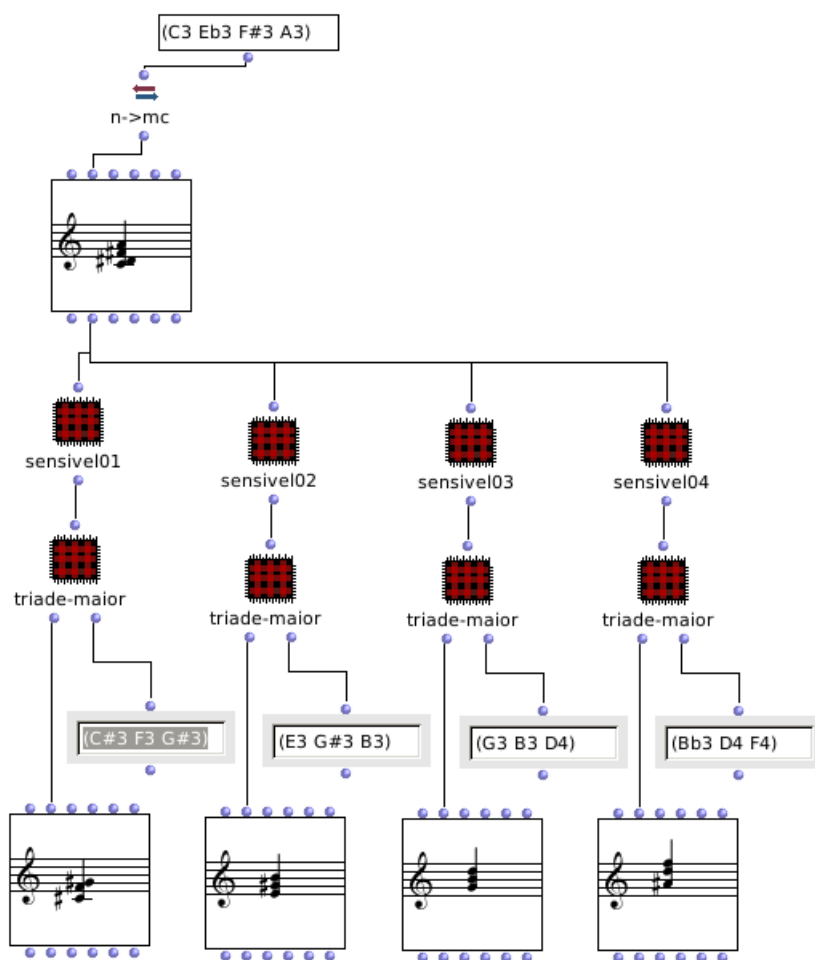
Susanni e Antokoletz (2012, p.23-25) destacam a importância motivica dos ciclos como estratégia de modulação entre os estados de equilíbrio que suspendem a sensação de tonalidade pela equidistância de seus intervalos. Exemplificam os casos de uso dos ciclos de terças maiores ou terças menores como geradores de acordes pivôs em potencial.

O caso do ciclo de terças menores é citado como matriz para a sonoridade de resolução por sensível em tríades vizinhas geradas a partir de cada uma das notas da tétrade do ciclo de terças menores.

Em algum dos casos teremos até duas notas da tríade em proximidade com a téttrade da sensível de semitom e as demais a um passo de tom inteiro.

A figura abaixo mostra a aplicação do apontamento em OpenMusic, para uso em composições.

Figura 15 – A resolução de uma coleção do ciclo de diminutas pela condução por nota sensível a um dos quatro acordes de resolução derivados



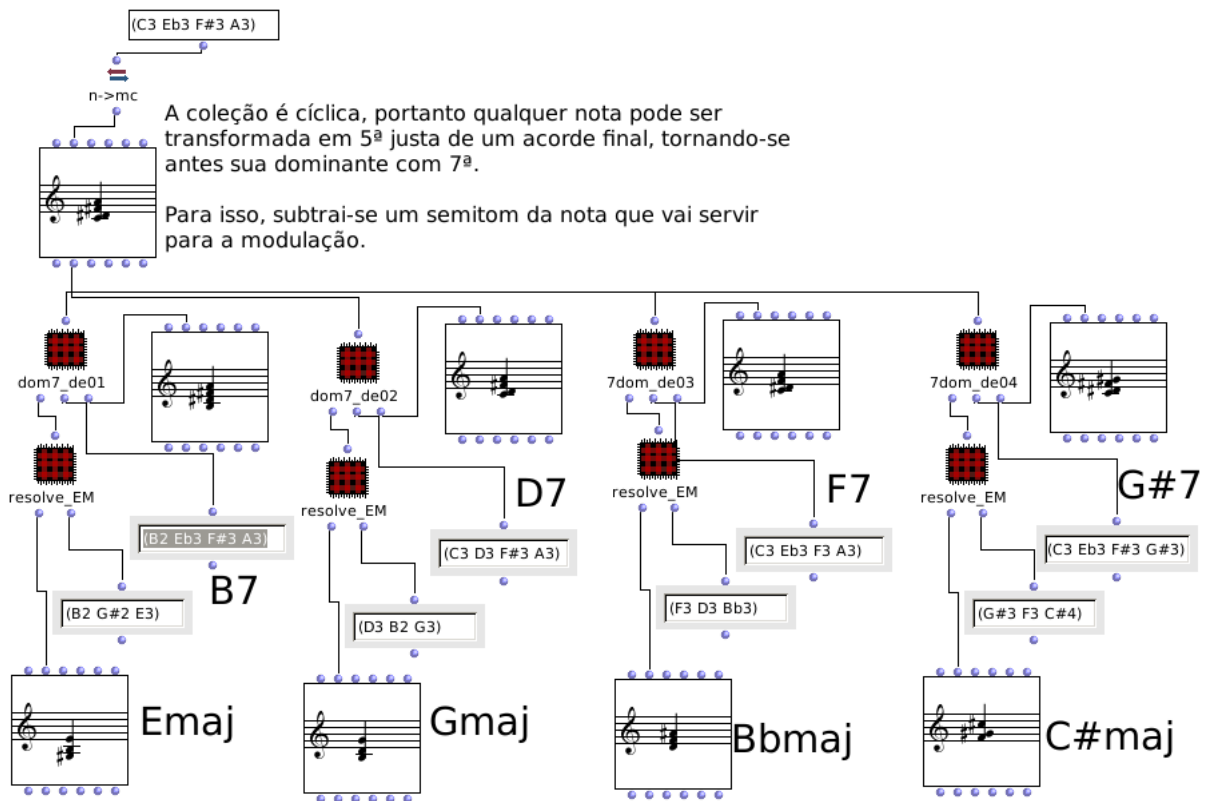
Fonte: autor

Um segundo caso citado por [Susanni e Antokoletz \(2012, p.23-25\)](#) é o da construção de téttrade de dominante com sétima a partir de téttrade de um ciclo de terças menores, para então decidir o acorde de resolução.

Neste caso uma das notas da téttrade original é aumentada em um semitom para tornar-se a quinta da téttrade dominante com sétima, para manter-se também como quinta do acorde final.

A figura a seguir mostra aplicação desta transformação em um patch de OpenMusic.

Figura 16 – O ciclo de terças menores sendo usado para gerar uma dominante com sétima e sua resolução



Fonte: autor

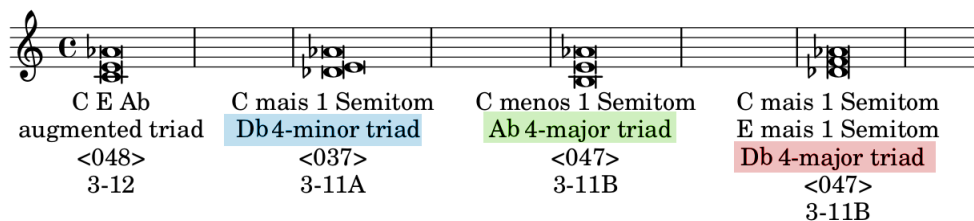
O apontamento sobre o ciclo de terças aumentadas remete também a observação de Lendvai⁴ sobre a assimilação completa da ambiguidade maior-menor e seu uso como sonoridade nos sistemas politonais ou pós-tonais.

Como ferramenta para uso composicional e de análise e para efeito de demonstração deste apontamento elaboramos um script em music21 que gera todas as possibilidades de acordes próximos por aumento ou diminuição de um ou dois dos semitons da tríade aumentada original.

Na figura abaixo um exemplo de 4 possibilidades onde o resultado são tríades maiores ou menores.

⁴ subseção 1.2.2

Figura 17 – A resolução de uma coleção do ciclo de terças maiores pela condução por nota sensível a um dos quatro acordes de resolução derivados. Detalhes sobre o script gerador no Apêndice.



Fonte: autor

1.4 Células de Altura de Antokoletz

Elliot Antokoletz fundamenta boa parte de sua argumentação em seu livro *"The music of Béla Bartók: a study of tonality and progression in twentieth-century music."* (ANTOKOLETZ, 1984) em torno da ideia de subdivisão da oitava em um complexo de ciclos intervalares rotacionados, operando identidades motívicas.

Antokoletz destaca entre estes os grupos de intervalos que **chama células X, Y e Z** (ANTOKOLETZ, 1984, p.69-77). A nomenclatura de sua preferência - "**célula de alturas**" (*"pitch cell"*) - é inspirada nos argumentos sobre transformações de grupos motívicos em composição serial proposto por George Perle (1981). As definições das células X, Y e Z derivam dos estudos bartokianos de Perle (1955) e Leo Treitler (1959).

A definição de **célula X** é baseada em um **tetracorde cromático de semitons em sequencia**, o que poderia ser reduzido a uma sequencia prima de intervalos do tipo [0, 1, 2, 3].

No entanto é bom lembrar que este conceito de células de altura é uma medida que pode ser relativizada por rotações ou permutações de relações entre os membros do grupo.

Susanni e Antokoletz (2012, p.131) exemplificam as relações entre os intervalos agrupando suas permutações em díades.

Se tomarmos por exemplo Dó como nota raiz (C, C#, D, Eb) teremos internamente as seguintes relações:

- Semitom: ($C \rightarrow C\#, C\# \rightarrow D, D \rightarrow Eb$)
- Tons Inteiros: ($C \rightarrow D\#, C\# \rightarrow Eb$)
- Terça menor: ($C \rightarrow Eb\#$)

Obviamente ficam também implícitas as relações de inversão entre estas possibilidades.

A célula Y é o tetracorde de tons inteiros (que poderia ser reduzido a um forma prima $[0, 2, 4, 6]$), da mesma maneira [Susanni e Antokoletz \(2012, p.132\)](#) exemplificam as relações entre os intervalos agrupando suas permutações em díades tomando o exemplo de Dó como nota raiz (C, D, E, F#).

Teremos assim internamente as seguintes relações:

- Tons Inteiros: ($C \rightarrow D\#, D \rightarrow E, E \rightarrow F\#$)
- Terça maiores: ($C \rightarrow E, D \rightarrow F\#$)
- Quarta aumentada/Quinta diminuta: ($C \rightarrow F\#$)

Já é definição de célula Z é bastante singular, porém é importante ser considerada aqui devido a importância da obra de Antokoletz na literatura bartokiana norte-americana.

A similaridade da célula Z com as anteriores é o fato de que sua construção permite que seja observada como uma pilha simétrica de intervalos. Por exemplo, a estrutura prima $[0, 1, 6, 7]$ de uma célula Z possui dentro da distância de 0 a 7 as distâncias simétricas respectivas de $[1, 5, 1]$ de intervalos de semitom.

No entanto, diferente das estruturas X e Y que são respectivamente pilhas de sequencias imediatas de semitons ou tons inteiros e que perderiam sua simetria em suas rotações, a célula Z possui, por causa de seu trítono, uma rotação onde permanece com a mesma estrutura intervalar, a rotação $[6, 7, 0, 1]$.

[Susanni e Antokoletz \(2012, p.133\)](#) **definem a célula Z como o entrelaçamento de dois intervalos de quarta justa distantes por um semitom.**

Por exemplo $[C, F, F\#, B]$ teria a nomenclatura **Z0/6** por ser composto da união das díades a partir das classes de altura 0 e 6.

Podemos observar as permutações de díades na célula **Z0/6** a partir deste exemplo:

- Quartas Justas: ($C \rightarrow F, F\# \rightarrow B$)
- Trítonos: ($C \rightarrow F\#, F \rightarrow B$)
- Semitons: ($C \rightarrow B, F \rightarrow F\#$)

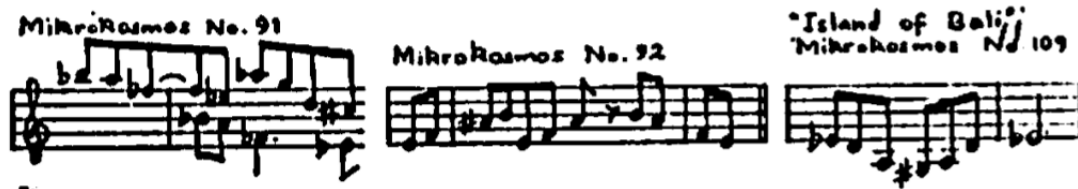
A nomenclatura "**Z(raiz/trítono)**" sugere uma maneira de construção da célula e destaca suas duas rotações que possuem um âmbito de 11 semitons.

O principal problema destas nomenclaturas das "*células de alturas*" de Antokoletz, é que elas não são muito adotadas fora do contexto das análises de Bartók.

O termo "*conjunto Z*" por exemplo, tem um sentido totalmente diferente⁵ dentro da nomenclatura da "*Teoria dos conjuntos de classes de altura*" de Allen Forte (1973). Susanni e Antokoletz (2012) negam-se ao uso da nomenclatura padronizada pela "*Teoria dos conjuntos das classes de altura*" por considerá-la "alienante".⁶ Esta idiossincrasia dificulta comparações com outros contextos.

É importante destacarmos que a análise ganhará mais abrangência e suporte para comparações com outras análises pós-tonais com o uso da já consagrada nomenclatura de Forte. Veremos mais adiante um exemplo na proposta de Richard Cohn (1991).

Figura 18 – Algumas evidencias célula Z de Antokoletz nos Mikrokosmos



Fonte: (LENDVAI, 1971, p.52)

⁵ ver mais adiante

⁶ c.f. (SUSANNI; ANTOKOLETZ, 2012, p.xiii)

1.5 Simetria Inversiva

[Antokoletz \(1984, p.72-77\)](#) define a ideia de simetria imersiva como uma estratégia composicional onde uma nota ou duas notas separadas apenas por um semitom de distância servem de eixo na definição de díades que serão intervalos simétricos a este eixo.

“Any symmetrical tetrachord can be analyzed into **dyads that have the same sum**. These sum dyads will form part of a series of symmetrically related dyads generated by aligning two inversionally complementary semitonal cycles. The axis of symmetry is expressed by the sum of the two pitch class numbers in any dyad.” ([ANTOKOLETZ, 1984, p.72](#))

O que Antokoletz chama de "**díades de mesma soma**" é na verdade seu método para definir os pontos de simetria para uma díade qualquer. Toda díade terá dois eixos possíveis de simetria - um eixo que tem como ponto central **a metade da soma das duas classes da díade** e outro igual **a este número mais seu trítono (ou seja: mais 6 semitons)**.

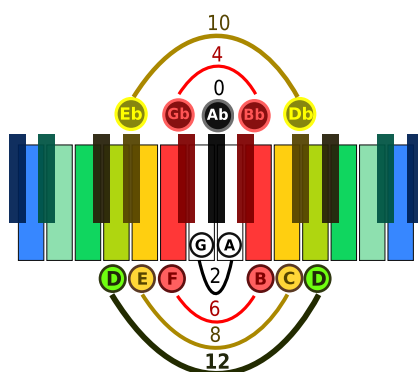
Por exemplo: tomando a díade **E** \leftrightarrow **C** pegamos seus números de classe de altura [4, 0] e somamos, obtendo o valor 4 que dividido por 2 nos fornece **o valor 2, equivalente a nota D**. O segundo eixo seria o seu trítono, ou seja, $2 + 6 = 8$, **que é equivalente a nota Ab/G#**.

Antokoletz (1984, p.72-74) define como "díades de soma par" estes eixos onde os intervalos estarão em uma relação intervalar par com o eixo.

Uma boa indução para enxergar intuitivamente esta simetria é pegando alguns exemplos de eixo onde esta simetria fica visível no layout do piano.⁷

No piano um eixo onde esta simetria de soma par fica visualmente explícita é o eixo em torno da altura **Ab/G#** (Figura abaixo).

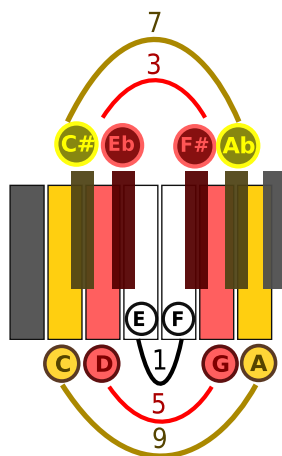
Figura 19 – Simetria inversiva par



Fonte: autor

De maneira similar podemos ver no piano um eixo onde a simetria de soma ímpar fica visualmente explícita: o eixo em torno das alturas **E ↔ F** (Figura abaixo).

Figura 20 – Simetria inversiva ímpar



Fonte: autor

⁷ No entanto, é bom lembrar que o conceito de eixo de simetria **não é dependente da simetria visual do piano**, podendo ser transposto para cada uma das doze notas.

Se quisermos saber pelo método de [Antokoletz \(1984, p.73\)](#) qual o eixo de simetria para a díade $C \leftrightarrow A$ pegamos seus números de classe de altura $[0, 9]$ somamos e dividimos por 2, obtendo o valor "**quatro e meio**". Aqui percebemos portanto que a soma ímpar precisa ser arredondada e para isso usa-se os dois semitons vizinhos, **as alturas 4 e 5, ou seja E e F**. O outro eixo possível seria o par 4 e 5 **adicionados de seus trítonos: 10 e 11, ou seja, Bb e B**.

1.5.1 Eixo de Simetrias como estratégia motivica

Edward [Pearsall \(2004\)](#) observa que na peça Mikrosmos 109 ("From the Island of Bali", já no motivo inicial, que serve de "célula germinativa" para outras transformações na peça; a construção simétrica esta presente tanto na construção do eixo $[1,5,1]$ (Figura 15) quanto na construção uma escala completa de oito tons, que seria cortada ao meio por um intervalo ausente de $C\#$ (Figura 16).

Figura 21 – Exposição das primeiras citações do intervalo 151 e sua dissolução por rotações e inserção de novos intervalos. Código do script gerador no apêndice.

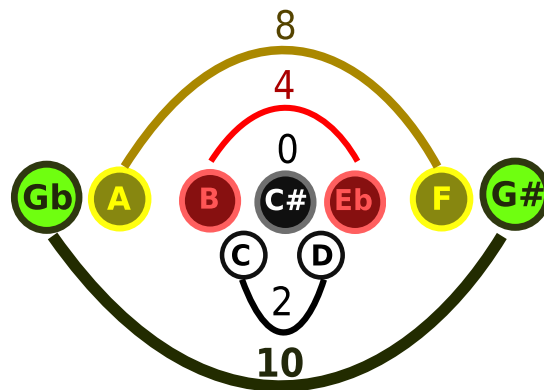
mikro109.xml

Fonte: autor

(...)The first of these motives outlines a descent with the interval succession $1 / 5/1$. This motive - which itself represents a symmetrical structure in pitch space - forms the basis for a series of motivic transformations that propel the piece forward. (...)the motive turns upside down, increasing the range of the composition and adding several new pitches. Taken together, the two pitch collections(...) form a one-octave octatonic scale. This symmetrical scale (...) projects a $1/2$ interval series above and below $C\#$, the axis of inversion.(...) ([PEARSALL, 2004](#))

Richard [Cohn \(1988\)](#) problematiza esta questão do arbítrio sobre como estas transformações motivicas dos eixos de simetria poderiam tornar-se uma estratégia de escolha para as relações intervalares na obra de Bartók e para isso trabalha um conceito que chama "combinação transposicional".

Figura 22 – Eixo de simetrias em torno de C# - estão presentes todas as díades do motivo inicial de Mikrokosmos 109 exceto a díade do trítano E-Bb e a nota C#

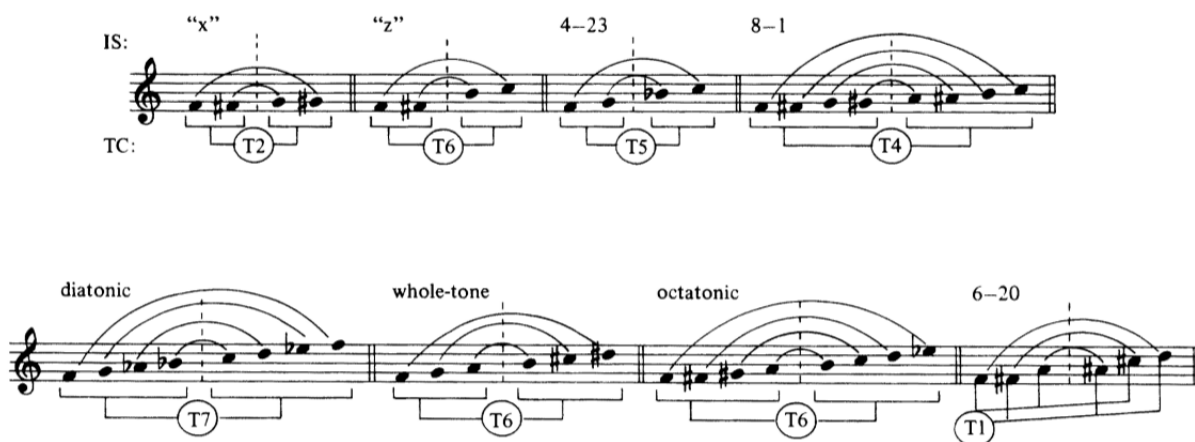


Fonte: autor

O argumento de Cohn é de que além da questão simétrica há uma prioridade decisória para encontrar situações onde o espelhamento dos segmentos também possui uma relação transpositiva que interesse ao plano de sonoridades da peça.

Cohn (1988, p.25) aponta alguns conjuntos importantes na obra de Bartók (Figura 16) onde esta questão está presente. Retomaremos esta abordagem mais adiante utilizando como exemplo a análise da importância da classificação e segmentação das coleções octatônicas presentes nesta peça Mikrokosmos 109.(COHN, 1991)

Figura 23 – Apontamentos de Cohn - Combinação Transpositiva



Fonte: (COHN, 1988)

1.5.2 Centricidade por Equilíbrio Inversivo

Às vezes a idéia do equilíbrio inversivo em torno de um eixo pode afetar mais do que apenas um único conjunto de classe de notas ou grupo de conjuntos. Ela pode expandir-se para abranger todas as doze classes de notas. Nesse caso, cada classe de notas mapeia-se em outra (ou nela mesma) em torno de algum eixo. A Bagatela, Op. 6, No 2, de Bartók, começa com notas Lá^b e Sib repetidas na mão direita.

Uma melodia começa no compasso 3 em Sin, um semitom acima da figura repetida, e então continua com Sol, um semitom abaixo da figura repetida. Depois vem Dó e Sol^b (dois semitons acima e abaixo), Ré^b e Fá (três semitons acima e abaixo), Ré e Fá^b (quatro semitons acima e abaixo), e finalmente Mib, uma classe de notas que está cinco semitons tanto acima quanto abaixo. A única classe de notas que não foi ouvida é Lá, que está justamente no meio da figura repetida, um tipo de centro silencioso em torno do qual tudo se equilibra. (STRAUS, 2004, p.121)

1.5.3 Simetria Literal

George Perle, apesar de também ter sido um entusiasta dos apontamentos motivicos em Bartók, alerta para o problema da definição de uma forma de macroestrutura não ser suficientemente determinada por estes achados de estratégias internas de construções simétricas:

Impressive as these procedures are, it must be observed that Bartók's symmetrical formations are only an incidental aspect of his total compositional means. Even in those few works where they perform a significant structural role they do not ultimately define the context, which is determined instead by a curious amalgam of various elements.. Can symmetrical formations generate a total musical structure, as triadic relations have done traditionally? The implications of Bartók's work in this, as in other aspects, remain problematical.

Como proposta para entender coerências macroestruturais para as simetrias na música de Bartók, Joseph Bernard (1986) propõe a observação do que chama "*simetria literal*" destacando a estratégia composicional por uma conjunção de simetrias intervalares que podem espalhar-se por todo âmbito de oitavas usado numa composição.

Funciona como um agregado sonoro que cria uma expectativa de equidistância de uma nota central em um grupo de intervalos - seja uma sequencia de notas em forma melódica ou um cluster vertical.

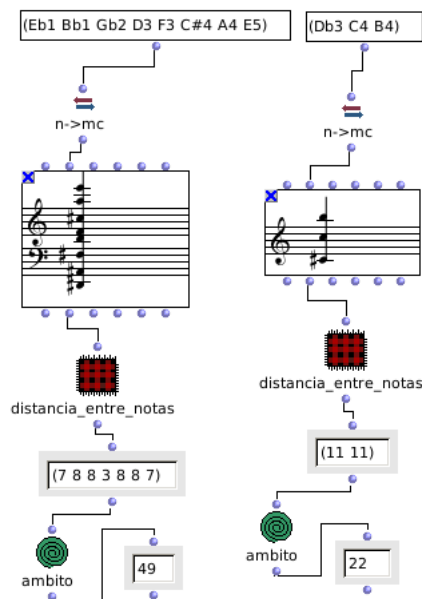
Por exemplo: Db³, C⁴, B⁴ possuem entre si as distancias [-11 ,0 ,11] se considerarmos o C⁴ como um centro, mas se usarmos o mesmo agrupamento dentro de uma única oitava Db⁴-C⁴-B⁴ teremos as distâncias [-1, 0, 11] onde apesar de podermos considerar os intervalos [1,11] inversivamente equivalentes por inversão⁸ não teremos esta sonoridade de

⁸ Com base nas "teorias de grupos das classes de altura".

equidistância dentro de um eixo de 22 semitons. Planeja-se então uma equidistância que leve em conta todo âmbito de oitavas usadas na peça.

Bernard aponta escritos do próprio Bartók no ensaio "Problems of New Music" como evidência do procedimento. Bartók chamaria de *"simetria em espelho"*.

Figura 24 – Alguns dos acordes de "simetria em espelho" apontados por Bartók e citados por Bernard (1986, p. 189)



Fonte: autor

A peça Mikrokosmos n.141 já sugere o procedimento no próprio título "Sujeito e Reflexão".

The piece consists of a series of short sections, each of which is symmetrical about a single pitch or a pair of pitches one or more octaves apart. (BERNARD, 1986, p. 187) Closely related to parallel and mirror symmetry respectively are replication and inversion. The only difference is that replication and inversion are better suited to describing order of events, in which a given configuration may be said to give rise to another. (BERNARD, 1986, p. 190)

1.6 Coleções referenciais ordenadas por conjuntos de classes de altura

O uso sistemático de uma teoria unificada para a classificação de classes de altura em conjuntos relacionados por transposição, inversão, complemento, simetria e outras possíveis observações de propriedades específicas de agrupamentos intervalares tem a sua

disposição a construção de alguns consensos que giram sobretudo em torno de uma área da musicologia de origem norte-americana⁹ que tem se estruturado desde fortalecimento acadêmico do serialismo na segunda metade do século XX. Geralmente é referida como "*Pitch Class Set Theory*", e normalmente traduzida para português pelo termo "*Teoria dos Conjuntos de Classes de Altura*" (STRAUS, 2004).

Foi, obviamente, Allen Forte quem foi o pioneiro das análises com a taxonomia dos **conjuntos de classes de alturas** aplicadas em conceitos da matemática, primeiro surgindo em tipos de Milton Babbitt (a teoria conceitual), e em seguida com a inclusão e abstração de relações (como as relações de similaridade) construídas para uso analítico. A "**teoria de conjuntos**" de Forte (...) tem tido suas próprias ramificações e influência. Em particular, as próprias análises de Forte de peças individuais tem levado muitos outros a fazerem de maneira parecida, e a ideia inicial de Forte das relações de similaridade (diferentes das relações de equivalência) sobre os grupos de classes de alturas tem visto florescer uma indústria teórica em torno disto, depois que os artigos seminais de Morris, Rahn e Lewin apareceram em 1980. (RAHN, 2004, p. 130)¹⁰

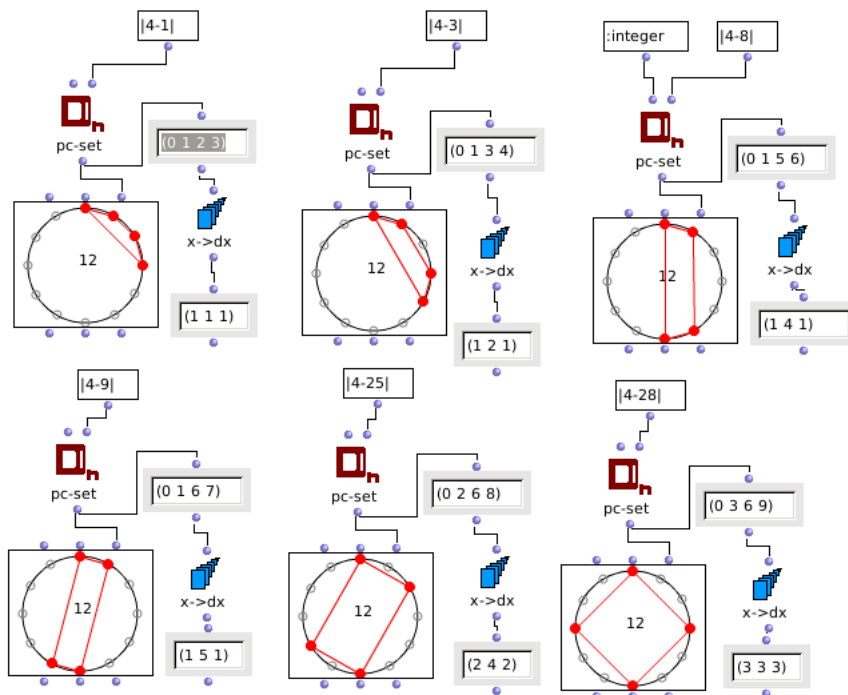
Para uma introdução resumida da terminologia da T.C.C.A. sugerimos a consulta do Apêndice do presente trabalho e dos patches de OpenMusic disponibilizados para sua demonstração. Para uma introdução mais aprofundada que serviu como referência aqui sugerimos a tradução brasileira do livro de Straus (2004) e os trabalhos originais de Forte (1973) e Rahn (1980).

Bartók clearly favored the fifteen inversionally symmetric tetrachord-classes, in particular those thirteen which are capable of being realized as symmetric four note pitch-sets. (The two exceptions are 4-6 [0127] and 4-24 [0248].) The thirteen include 4-1 [0123], 4-21 [0246], and 4-9 [0167], which figure prominently in the writings of Perle and Antokoletz, where they are called X, Y, and Z cells; 4-17 [0347], Lendvai's "gamma" chord; 11 and 4-3 [0134] and 4-10 [0235], the half-octatonic tetrachords discussed by Berry. (COHN, 1988)

⁹ Sobre a influência da "*Teoria dos Conjuntos de Classes de Altura*" norte-americana na musicologia européia ver Andreatta, Rahn e Bardez (2013).

¹⁰ It was, of course, Allen Forte who in the USA pioneered the analytical with a taxonomy of pc-set application of concepts from mathematics, first arose also in serial Babbittian types (the concept theory), and following as some inclusion and with relations abstract up (such similarity relations) meant for analytical use. Forte's "set theory" (...) has had its own ramifications and influence. In particular, Forte's own analyses of individual pieces of music have led many others to do likewise, and Forte's initial idea of similarity relations (as distinct from equivalence relations) among pitch-class sets has seen a flourishing theoretical industry grow around it, after seminal articles by Morris, Rahn, and Lewin appeared in 1980. (RAHN, 2004, p. 130, grifo nossos)

Figura 25 – Simetrias em coleções referenciais citadas por cohn



Fonte: autor

Observamos a seguir um exemplo de análise de inspiração na T.C.C.A. que utiliza como base discussões sobre a coleção referencial octatônica - grupos de oito intervalos separados entre duas oitavas por uma sequência não-diatônica que intercala tom e semitom, gerando propriedades curiosas e de bastante uso na música de Bartók e no repertório pós-tonal em geral.

1.6.1 Octatonismo e suas partições

Richard Cohn (1991) propõe em seu artigo *"Bartók's octatonic strategies: a motivic approach"* uma abordagem que utiliza a nomenclatura dos conjuntos de classes de altura propostas por Allen Forte (1973) na tentativa de construir um discurso sobre as coleções de sonoridades em Bartók que articule com uma continuidade das tradições analíticas.

Cohn aponta também a importância do conceito de simetria nestas estratégias composicionais:

The present study is intended to demonstrate that Bartok's music is indeed based on such a system(simetria inversiva). Pitch relations in Bartok's music are primarily based on the principle of equal subdivisions of the octave into the total complex of interval cycles. The fundamental concept underlying this equal-division system is that of symmetry. (COHN, 1988)

Cohn no entanto destaca o que chama de "combinação transpositiva" como uma observação a ser tomada na escolha das coleções simétricas.

Considera importante sistematizar aspectos transpositivos, inversivos e relações intervalares com lastro na harmonia funcional. Para isso traça uma estratégia que parte do mapeamento de permutações da coleção octatônica separando desta também derivações de díades e tétrades pelo que chama de "grau de fertilidade" (COHN, 1991, p.268) - a capacidade do segmento em relacionar-se por transposição com outros grupos de mesma cardinalidade (mesmo número de elementos).

Ao separar os grupos em pares relacionados por transposição, Cohn almeja encontrar um sistema de classificação de intervalos também por sua funcionalidade em parte da expectativa politonal que também rege estas obras:

Pairs of notes are classified either by interval-class or by dyad-class in this study. The two classifications are identical, so their distinction is a matter of orientation. As with interval-classes, names of dyad-classes correspond to the smallest interval, measured in half-steps, available between their constituent pitch-classes. Thus dyad-class I includes pairs of pitches separated by half-step, major seventh, and their enharmonic equivalents and compounds; dyad-class 2 includes whole-steps, minor sevenths, and their enharmonic equivalents and compounds, and so forth up to dyad-class 6, the tritone. Although theorists use interval-class more frequently, the concept of dyad-class allows for a more natural comparison to larger sets. (COHN, 1991, p.265-266)

A coleção octatônica é reconhecida como uma das importantes estratégias composicionais de construção motivica não-diatônica no repertório pós-tonal da primeira metade do século XX (BERGER, 1963; ANTOKOLETZ, 1984; LESTER, 1989; FORTE, 1991; STRAUS, 2004; SOUZA, 2013)

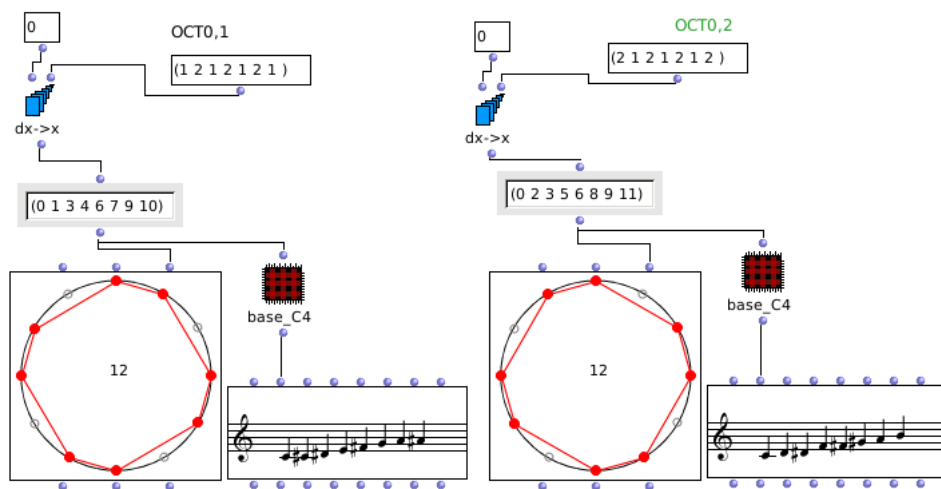
O termo "coleção" é usado para diferenciar a ideia de "escala", onde fica implícita a importância motivica da ordem dos elementos. Há aqui também uma preocupação com propriedades adquiridas em rotação, segmentação, permutação, inversão, transposição ou qualquer transformação que derive de algum parentesco relevante com as coleções originais.

Vale aqui no entanto definir o conceito que funda a noção de octatonismo¹¹ que é a alternância de tons e semitons dentro de uma oitava - gerando uma sequência de oito notas dentro deste âmbito.

Sua forma prima é classificada como **8-28** na nomenclatura de Forte (1973), possuindo os intervalos [0, 1, 3, 4, 6, 7, 9, 10]. Straus (2004) usa a nomenclatura **OCT0,1**, indicando as duas alturas iniciais do conjunto: [0, 1].

¹¹ Allen Forte (1991, p.125) cita o artigo de Arthur Berger (1963) como origem do conceito de octatonismo.

Figura 26 – A coleção octatônica em sua rotação prima OCT0,1 e na sua rotação que inverte a ordem dos intervalos, normalizada para começar em OCT0,2



Fonte: autor

Cohn (1991) propõe um formalismo sobre a permutação de díades e tétrades derivadas de coleções octatônicas para buscar em Bartok algumas estratégias composicionais enfatizando o que chama de **combinação transpositiva** - "o procedimento geral de combinar entidades com suas próprias transposições". (COHN, 1991, p.x)

Para isto parte de uma série de definições para o particionamento das coleções em subgrupos:

- Os subgrupos não devem compartilhar elementos;
- Subgrupos comparados devem possuir o mesmo número de elementos.
- As partições de uma nota só não serão analisadas pelo formalismo.
- Tomando o exemplo da tétrade [C, E, G, B] - apenas interessam as permutações de díades relacionadas por transposição, portanto a relação [C, B] ↔ [E, G] não interessa, mas a relação [C, G] ↔ [E, B], sim. No segundo caso temos um exemplo da transposição de uma relação de intervalo de quinta justa (7 semitons).
- Um conjunto "fértil" tem pelo menos uma relação transposicional em suas permutações.
- O "grau de fertilidade" na segmentação de tétrades em subgrupos de díades fica definido como o número de duplas de díades relacionadas por transposição que uma permutação entre os elementos pode gerar.

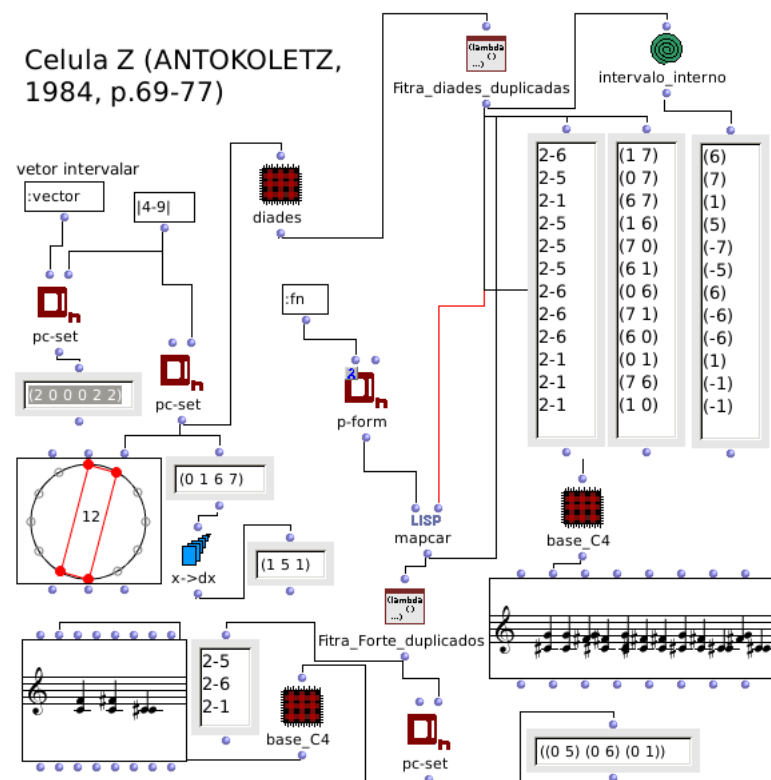
- No caso da análise de segmentos octacordais o "grau de fertilidade" é medido na relação entre tétrades derivadas por permutações do segmento que tenham relação transpositiva. O "grau de potência" fica definido como as díades permutadas que possuam relação transpositiva entre si.

Em seu levantamento de octacordes com maior grau de potencia e fertilidade (COHN, 1991) então pode demonstrar que a coleção octatônica (8-28) é a que mais destaca-se.

Observando portanto as relações entre estas tétrades e díades é possível encontrar todas relações transpositivas possíveis (de 1 a 6 semitons).

Destacamos aqui em patch de OpenMusic as relações transpositivas das permutações internas na célula 4-9 (0167 , ou célula Z de antokoletz).

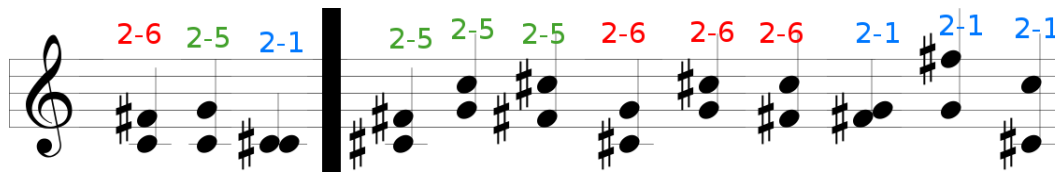
Figura 27 – As permutações de díades internas a uma célula Z de Antokoletz, pode ser reduzida a três coleções intervalares de 1, 5 ou 6 semitons. Este patch de OM mede as combinações transpositivas para qualquer tétrade permutada podendo encontrar todas as relações da tabela de Cohn (1991, p.271)



Fonte: autor

Na figura abaixo temos em detalhes todas as permutações transpositivas do tetracorde.

Figura 28 – Aqui conferimos os três intervalos comuns para a rotação da octatônica que produz a célula Z e todas suas transposições



Fonte: autor

1.6.2 Combinação transpositiva em Mikrokosmos 109

resumo e comentários sobre (COHN, 1991, 272-275)

1.7 Modalismo e estratégias rotacionais

A construção de estratégias composicionais que destacam identidades de escalas modais é traço fundamental para entendimento de repertórios que buscavam hibridizar melodias populares com arranjos e harmonizações da música artística ocidental nas primeiras décadas do século XX.

Apesar da música de Bartók ser frequentemente associada a um apelo folclorista, devido a suas pesquisas na música camponesa do leste europeu que sempre influenciaram seu trabalho, é importante destacar que Bartók sempre o fez aproximando as melodias de uma linguagem moderna e proto-serialista, ainda mais depois de exilado nos Estados Unidos e obviamente tocado pela catástrofe que derivou dos nacionalismos que racharam a Europa nas duas guerra mundiais que presenciou.¹²

Danielle Fosler-Lussier (2007) aponta ainda de maneira interessante em seu livro *"Music divided: Bartók's legacy in cold war culture"* algumas evidências de que por fatores como a morte de Bartók logo após a segunda guerra mundial (1945) e a singularidade de representar a figura de um exilado que trabalhou no limite entre a linguagem de pesquisa da tradição de sua terra natal e invenção contemporânea universal, Bartók influenciou tanto músicos de vanguarda do serialismo quanto revisionistas da música artística inspirada em motivos populares.

É essencial portanto, apontar aqui algumas maneiras pelas quais motivos de característica mais folclórica foram usados em sua linguagem de maneira a criarem texturas que assimilam transformações pós-tonais criando sonoridades polimodais, cromáticas e de um serialismo de forte apelo motivico.

¹² Um exemplo simples e curioso é a modificação sarcástica do tema do Hino Austríaco demonstrada por Suchoff (1971, p.2934).

1.7.1 Rotação Pentatônica

Susanni e Antokoletz (2012) demonstram de maneira bastante pedagógica algumas técnicas de rotação intervalar, transposição, união e mistura de coleções modais por inserção de notas pivô e a transformação orgânica de motivos modais ou pentatônicos em novas sonoridades híbridas não-diatônicas, cíclicas e de uma ambiguidade maior-menor, presente nesta linguagem.

Da mesma maneira que tradicionalmente pensamos a rotação da coleção diatônica nas notas brancas do piano para memorizarmos os modos gregos, como por exemplo chamar as melodias iniciadas em Ré de "Modo Dórico" e dela poder entender sua série intervalar fixa de "0,2,3,5,7,9,10,12..." que pode ser transposto; podemos também aplicar a ideia de rotação nas "notas pretas do piano" e considerar algumas propriedades das sequências de intervalos gerados para a sequência intervalar "0,2,5,7,9,12...".

Susanni e Antokoletz (2012, p.83) trabalham esta ideia comum no repertório pós-tonal de fazer a rotação da pentatônica criando uma estratégia para gerar ambiguidade em relação aos modos gregos, já que as pentatônicas não possuem os semitons que as caracterizam. Podemos então jogar com as notas faltantes como pivôs de uma transformação entre diferentes modos ou de uma simultaneidade que Bartók chamou "polimodalismo cromático" e que falaremos mais adiante.

Se considerarmos a normalização da sequência tradicional das notas pretas como a transposição para os intervalos a partir de Dó ($C \rightarrow D \rightarrow F \rightarrow G \rightarrow A \rightarrow C$), teremos a sequência de intervalos de semitom ($C \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow C$). Iniciando **a partir de Ré** (chamemos aqui de "**rotação 2**") teremos a rotação e intervalos ($D \rightarrow F \rightarrow G \rightarrow A \rightarrow C \rightarrow D$) equivalente a ($D \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow D$) e assim por diante.¹³

Pensemos também que a partir desta configuração de intervalos podemos normalizar todas as sequências em uma mesma nota raiz de transposição. Por exemplo, a sequência intervalar "**a partir de Ré**", demonstrada no parágrafo anterior como a "**rotação 2**" se transposta para ter **a nota Dó como raiz** ficaria com a configuração: $C \rightarrow Eb \rightarrow F \rightarrow G \rightarrow Bb \rightarrow C$.

É a partir disso que Susanni e Antokoletz (2012, p.84) demonstram que estas rotações da pentatônica e suas transposições servem como uma maneira de construir transformações entre diferentes modos usando como pivô uma ou mais rotações ou transposições de um motivo pentatônico.

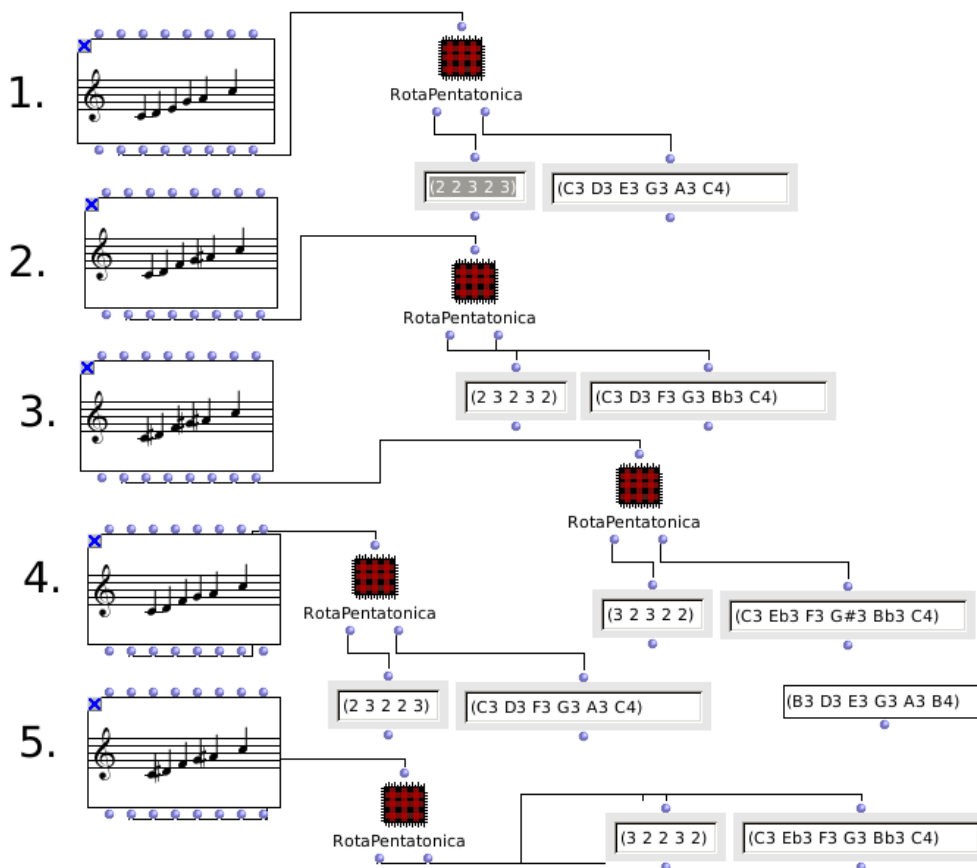
Por exemplo, uma estratégia de ambiguidade entre modo Lídio e Mixolídio: Pentatônica: $C - D \rightarrow [??] - E - G - A \rightarrow [??] - (...)$

¹³ Interessante notar aqui que a pentatônica a partir de Sol gera uma sequência de intervalos que pode ser particionada simetricamente. Veremos na Sessão mais adiante estratégias de uso das simetrias.

*****Lídio: $C - D \rightarrow [F\#] - E - G - A \rightarrow [B] - (...)$
 **Mixolídio: $C - D \rightarrow [F] - E - G - A \rightarrow [Bb] - (...)$

A inserção de jogos de tensão com a célula $[B - F\# - F - Bb]$, mostra-se portanto uma estratégia possível para as transições deste polimodo.

Figura 29 – Rotações dos intervalos da pentatônica, normalizados em Dó.



Fonte: autor

1.8 Harmonização dos Modos Folclóricos

A harmonização bartokiana em muitos casos é desamarrada das cadências tonais pela intenção de destacar a sensação modal ou pentatônica das melodias. Esta foi também uma estratégia para criar harmonizações onde as tríades maior e menor são usadas de modo ambíguo, simultâneo e que facilitam o uso do total cromático. Também ao evitar a sensível surge a preferência do uso de intervalo de sétima menor como uma sonoridade sem expectativa de resolução de tonalidade que torna na música de Bartók este intervalo um traço "tão importante quanto as observação das terças e quintas na harmonia funcional tonal" (ANTOKOLETZ, 1984, p. 28).

Nas palavras do próprio Bartok:

"Quanto mais simples a melodia mais complexa e estranha pode ser a harmonização e acompanhamento que vai bem com esta(...) Estas melodias primitivas, de alguma maneira, não mostram traço de junção estereotipada das tríades(...) Isto nos permite trazer a melodia mais claramente ao construir harmonias de espectro mais amplo variando ao longo de diferentes polarizações"(BARTÓK; SUCHOFF, 1993, p. 342)

Bartók concluded: each tone is used as an independent degree. Therefore these scales ought to be regarded as a segment-a kind of pentachord-of a twelve-hemitone [sic] scale; but, of course, with a fixed tonality because of their ever recurring, never changing final note.¹⁰

In the third 'Harvard Lecture', on 'Chromaticism', presented in February 1943, Bartók talked at length about these structural chromatic melodies from Algeria and Dalmatia, relating his comments to the 'new chromatic' melodies in his compositions:

As to the general characteristics, exactly the same can be said about my melodies as what I said already concerning the chromatic folk melodies. That is, the single tones of these melodies are independent tones having no interrelation between each other. There is in each specimen, however, a decidedly fixed fundamental tone to which the other tones resolve in the end. The main difference between the chromatic folk melodies and my own chromatic melodies is to be found in their range. They consist exclusively of five, six, or at most seven half-tones, which corresponds to a range of about a fourth. My own melodies generally have at least eight half-tones and cover, in some cases, the distance of an octave or more. 1 (GILLIES, 1983, p.6)

acordes usados de maneira “livre” para harmonizar notas melódicas que não pertencem a estes

na bagatela numero 4 o tecido harmônico é determinado basicamente por um sistema de ambiguidade maior-menor

evitando o leading-tone (sensível) – exemplo D menor (eólio) . Evita acorde de sétima maior. A tríade construída sobre o quinto grau não faz o mesmo papel que na musica tonal tradicional.

A função do acorde de sétima menor faz o papel modal , evitando a ideia de resolução eminente de uma tonalidade maior ou menor.

O acorde de sétima menor possui uma propriedade de simetria interna dos intervalos. Metade do acorde espelha outra metade. Este equilíbrio contribui para uma sensação de imobilidade aparente. Neutralidade Cinética.

Um exemplo citado no livro de Suchoff (2004) dedicado exclusivamente aos mikrokosmos é da primeira canção folk tratada na coleção.

A Melodia pentatônica é também uma estratégia para introduzir uma célula de uma coleção octatônica.

Aplicamos aqui os algoritmos de análise de harmonia funcional da biblioteca music21.

1.8.1 Limites e ideias a partir de análise tonal funcional

comparação com algoritmo de key probing ([COOPER, 1998](#))

usar análise e comentário sobre mikro 100 e 101 do paper 25bartokshenker limits ([BROWN; DEMPSTER; HEADLAM, 1997](#), p.179)

comentário de mikro101 em strauss ([STRAUS, 2004](#), p.113)

1.8.2 Acompanhamento e textura

([STARR, 1985](#))

Parte II

Formalizações Computacionais

2 Analise de Corpus

2.1 Formatos de entrada

2.2 Music21

É uma biblioteca projetada para trabalhar com manipulação e análise de *corpus* de arquivos partituráveis¹. Prepara a conversão entre diversos arquivos de dados musicais (MIDIs, humdrum, lilypond, abc)², mas nativamente trabalha com uma estrutura de dados baseada em Music XML.

Music21 tem uma abordagem voltada para uma "musicologia assistida por computador" e já tem incorporada em suas classes algumas ferramentas comuns a esta prática como: numeração de grau funcional de acorde³, numeração de classes de altura usando a classificação de Allen Forte⁴ a implementação dos algoritmos de detecção de tonalidade⁵ elaborado por Krumhansl (1990) e aperfeiçoado por Temperley (2001), busca de padrões como transposições e inversões⁶ e outros.⁷

2.2.1 Stream

A biblioteca Music21 tem como uma das ideias básicas a estrutura de dados "Stream"(Fluxo). Este objeto funciona como uma subclasse da classe music21, os objetos quais a documentação⁸ refere-se como "módulos". Um Stream irá conter dentro dele uma estrutura de dados semelhante a uma lista python, ordenando em sequencia os instrumentos, claves, assinaturas de compasso, notas, acordes, pausas, ornamentos.

Para entender a estrutura de dados na prática, vejamos os procedimentos a seguir, demonstramos em um script Python⁹ comentado linha a linha mínimo como inserir um acorde dentro de um fluxo e renderizá-lo em uma partitura em pdf.

¹ <<http://goo.gl/ovME11>> Acesso em 10 de julho de 2014.

² <<http://goo.gl/K9GQ01>> Acesso em 10 de julho de 2014.

³ <<http://goo.gl/n1DgAN>> Acesso em 10 de julho de 2014.

⁴ <<http://goo.gl/Pkbcig>> Acesso em 13 de fevereiro de 2015.

⁵ <<http://goo.gl/vj8LyB>> Acesso em 10 de julho de 2014.

⁶ <<http://goo.gl/BrrLer>> Acesso em 13 de fevereiro de 2015.

⁷ <<http://goo.gl/ejiCMP>> Acesso em 13 de fevereiro de 2015.

⁸ <<http://goo.gl/INMMLJ>> Acesso em 13 de fevereiro de 2015.

⁹ Para uma introdução básica ao Python a partir de uma perspectiva musical conferir (KROGER, 2012)

```
#!/usr/bin/env python
# -*- coding: utf-8 -*-

#Importando a biblioteca
from music21 import *

#Criando um objeto de fluxo
fluxo = stream.Stream()

#Criando um objeto acorde
acorde=chord.Chord(['C4','A4','E5'])

#Adicionando o objeto acorde no inicio do fluxo
fluxo.insert(0,acorde)

#Renderizando em pdf
fluxo.show('lily.pdf')
```

Figura 30 – A saída do teste em terminal cria um arquivo temporário em pdf com a renderização do Stream.



Fonte: autor

O script insere um objeto acorde na posição zero do fluxo. Podemos perceber pela figura acima que por padrão a biblioteca renderizou a pauta em uma clave de sol com assinatura de compasso quatro por quatro. Em uma situação mais complexa obviamente temos muito mais pra pensar: teremos instrumentos de duas pautas como piano, ornamentos, texto, pautas com fórmulas de compasso diferentes, e assim por diante.

Precisaremos separar as partes hierarquicamente, criando uma estrutura de dados em camadas, como vemos no exemplo mais complexo abaixo.

```
# Criamos um objeto score (partitura) para usar como fluxo
partitura=stream.Score()

# Separamos o fluxo em duas partes: duas pautas
mao_esquerda=stream.PartStaff()
mao_direita=stream.PartStaff()

# Criamos os compassos para cada pauta
compasso1L=stream.Measure(number=1)
compasso1R=stream.Measure(number=1)

# Necessitamos formatar o layout do score para agrupar as duas pautas
compasso1L.insert(0,layout.SystemLayout())
compasso1L.insert(0,layout.StaffLayout(staffNumber=2))
```

```
# Inserindo a clave, a formula de compasso, nota e acorde
compasso1L.insert(0,clef.BassClef())
compasso1L.insert(0,meter.TimeSignature('2/4'))
compasso1L.insert(0,note.Note('F3'))
compasso1L.insert(1,chord.Chord(['A2','E3','C4']))

# Inserindo o compasso da pauta da mao esquerda na parte inferior
mao_esquerda.insert(0,compasso1L)

# Inserindo a clave, a formula de compasso, nota e pausa
compasso1R.insert(0,layout.SystemLayout())
compasso1R.insert(0,clef.TrebleClef())
compasso1R.insert(0,meter.TimeSignature('2/4'))
compasso1R.insert(0,note.Note('C5'))
compasso1R.insert(1,note.Rest())

# Inserindo o compasso da pauta da mao direita na parte superior
mao_direita.insert(0,compasso1R)

# Formatando a entrada das partes na camada de layout da partitura
partitura.insert(0,mao_direita)
partitura.insert(0,mao_esquerda)

# Renderizando em PDF
partitura.show('lily.pdf')
```

Figura 31 – Renderização da pauta de piano em compasso 2/4



Fonte: autor

Importante também destacar aqui que a proposta maior da biblioteca Music21 é a de servir como auxiliar em processos de análise de partituras.

Temos portanto uma série de procedimentos que permite que partituras formatadas exteriormente (em formatos como musicxml, abc, humdrum, midi, etc.) sejam carregadas e convertidas para a estrutura de dados da biblioteca, facilitando sua análise, manipulação e re-modelagem.

O script anterior obviamente pode ser encapsulado em uma função, utilizando recursividade e algumas outras funções presentes na biblioteca para evitar tanto código para cada compasso.

No entanto, mostramos dessa maneira passo a passo para que fique entendido que a formatação das partituras ocorre de maneira similar ao padrão xml de encapsulamento de dados: temos camadas dentro de camadas que vão da página de impressão até os acorde, notas, pausas e ornamentos.

Vejamos abaixo como é feita a conversão de uma partitura com o mesmo conteúdo gerado anteriormente, mas desta vez criada em um editor de partituras e salva no formato musicxml¹⁰. No script abaixo nós abrimos o arquivo dentro de um terminal Python e em seguida imprimimos para mostrar como ela fica formatada dentro da estrutura de dados do Music21.

```
>>> p=converter.parse('piano.xml')
>>> p.show('text')

{0.0} <music21.metadata.Metadata object at 0xb3f642c>
{0.0} <music21.stream.PartStaff P1-Staff1>
    {0.0} <music21.instrument.Instrument P1: Piano: Piano>
    {0.0} <music21.stream.Measure 1 offset=0.0>
        {0.0} <music21.layout.SystemLayout>
        {0.0} <music21.clef.TrebleClef>
        {0.0} <music21.key.KeySignature of no sharps or flats, mode major>
        {0.0} <music21.meter.TimeSignature 2/4>
        {0.0} <music21.note.Note C>
        {1.0} <music21.note.Rest rest>
        {2.0} <music21.bar.Barline style=final>
{0.0} <music21.stream.PartStaff P1-Staff2>
    {0.0} <music21.instrument.Instrument P1: Piano: Piano>
    {0.0} <music21.stream.Measure 1 offset=0.0>
        {0.0} <music21.layout.SystemLayout>
        {0.0} <music21.layout.StaffLayout staffNumber 2>
        {0.0} <music21.clef.BassClef>
        {0.0} <music21.key.KeySignature of no sharps or flats, mode major>
        {0.0} <music21.meter.TimeSignature 2/4>
        {0.0} <music21.note.Note F>
        {1.0} <music21.chord.Chord A2 E3 C4>
        {2.0} <music21.bar.Barline style=final>
{0.0} <music21.layout.ScoreLayout>
```

O que vemos aqui é uma estrutura bastante similar a estrutura que geramos no script anterior. A impressão da estrutura dos dados facilita que enxerguemos a maneira aninhada com que os dados são inseridos em camadas dentro uns dos outros.

Se analisarmos a partitura que esta alocada dentro da variável "p" como se fosse uma lista python comum, veremos que o que temos são listas dentro de listas, o que permite que usemos métodos comuns de iteração normalmente usados em python.

```
>>> p[0]
<music21.metadata.Metadata object at 0xb3f642c>
>>> p[1]
<music21.stream.PartStaff P1-Staff1>
>>> p[2]
<music21.stream.PartStaff P1-Staff2>
```

¹⁰ Editada no software livre Musescore.


```
>>> p[2][0]
<music21.instrument.Instrument P1: Piano: Piano>
>>> p[2][1]
<music21.stream.Measure 1 offset=0.0>
>>> p[2][1][0]
<music21.layout.SystemLayout>

>>> p[2][1][5]
<music21.note.Note F>
>>> p[2][1][6]
<music21.chord.Chord A2 E3 C4>
>>> acorde=p[2][1][6]

>>> for i in acorde:
...     print i
...
<music21.note.Note A>
<music21.note.Note E>
<music21.note.Note C>
```

2.2.1.1 Notas, Acordes e nomenclaturas

Como vemos no final do experimento acima o objeto acorde pode ser entendido no Music21 como uma lista de objetos nota. Das relações entre objetos nota é possível também extrair intervalos ou transpor notas individuais do acorde. É possível também aplicar transformações e inferências diretamente no objeto acorde.

Alguns exemplos:

```
# Iniciamos copiando um acorde menor normalizado em Do, usando a tabela de Forte(1973)
>>> c=chord.fromForteClass('3-11')
>>> c
<music21.chord.Chord C E- G>

# Necessitamos definir a oitava, caso contrario o acorde fica sempre no registro C4
# o metodo 'closedPosition' coloca as notas em ordem crescente e mais proxima
>>> c.closedPosition(forceOctave = 3, inPlace= True)
>>> c
<music21.chord.Chord C3 E-3 G3>

# Criamos uma copia transposta do acorde, podemos utilizar nomes (abreviados)
# de intervalos como '6M' para sexta maior
>>> a=c.transpose('6M')
>>> a
<music21.chord.Chord A3 C4 E4>

# Temos um metodo para transformar ou inferir inversoes do acorde
>>> a.inversion(1)
>>> a
<music21.chord.Chord C4 E4 A4>

>>> a.inversion(2)
>>> a
<music21.chord.Chord E4 A4 C5>

# Um acorde pode tambem ser iniciado com umas lista de notas e suas oitavas
```

```

>>> A=chord.Chord(['A4','C#4','E4'])

#Podemos inferir seu nome "comum", no caso das triades temos
#os nomes funcionais da harmonia tradicional
>>> A.pitchedCommonName
'A4-major triad'

# E seu nome equivalente na tabela de Forte
>>> A.forteClass
'3-11B'

# Podemos transpor notas especificas do acorde
>>> a=chord.Chord([a[0],a[1].transpose(interval.Interval(-1)),a[2]])
>>> a
<music21.chord.Chord E6 G#6 C6>

# Todas as cardinalidades da tabela de Forte estao presentes
>>> o=chord.fromForteClass('8-28')
<music21.chord.Chord C C# E- E F# G A B->
# Lembrando que o bemol no Music21 e trocado de 'b' para '-' (ex: Eb fica E-)

# A forma prima fonece o valor dos intervalos em sua ordem crescente
#e normalizada a partir de zero
>>> o.primeForm
[0, 1, 3, 4, 6, 7, 9, 10]

```

2.2.2 Cadência e inferência de tonalidade

O Music21 fornece uma série de ferramentas para análise de harmonia funcional, incluindo algoritmos para sugerir grau cadencial (com o uso de numerais romanos) e de detecção de regras de contraponto na condução de vozes. Obviamente que para que tudo isso tenha um sentido estritamente tonal teríamos que estar analisando repertórios que se encaixam nos padrões da "prática comum" (TEMPERLEY, 2001, p.354) podendo ater-se aos pequenos desvios da norma como invenção estilística dos compositores. Por outro lado, o uso deste tipo de ferramenta em repertórios pós-tonais pode tomar um sentido interessante.

Em seu artigo *"The unfolding of tonality in the music of Bela Bartók"*, David Cooper (1998) propõe a análise assistida por computador das *"10 Easy Piano Pieces"* de Bartók.

Após testar os mesmos algoritmos de detecção de tonalidade que usou para analisar as peças do *"Cravo Bem Temperado"* de J. S. Bach, onde obteve uma aproximação muito satisfatória das análises conhecidas da obra, Cooper conclui que mesmo com alguns desvios previstos o mesmo procedimento também ajudaria o analista a inferir ideias sobre ambiguidade ou politonalidade em compositores pós-tonais como Bartók.

Por ser independente de "estilo" o algoritmo poderia ajudar a revelar estruturas implícitas e residuais do condicionamento tonal da escuta, isto é, sua força estaria justa-

mente em revelar mesmo através de "erros" formais da funcionalidade estilística, dados que podem gerar ideias para o analista.

Apesar de em essência o algoritmo ser fundamentalmente ignorante musicalmente, 'sabendo' pouco sobre estrutura musical e nada de estética, este é capaz de simular de maneira bem sucedida uma habilidade musical específica, que é determinar tonalidade global e local. Contudo, é por causa da ausência de critério artístico que este pode ser uma ferramenta útil para o repertório do analista, providenciando uma medida de tonalidade que seja amplamente independente de conhecimento "dependente de estilo".(COOPER, 1998, p.34-35).¹¹

2.2.2.1 Key Profiles

A redução quantitativa para construção de algoritmos para inferência de "estruturas básicas da cognição musical"(TEMPERLEY, 2001) é uma área de pesquisa interdisciplinar entre os estudos sobre a aquisição psicossocial do repertório musical que normatiza a escuta ocidental e a formalização computacional de "gramáticas gerativas"(NIERHAUS, 2009, p.83) que muito influenciou-se pela formalização das disciplinas que deram origem a linguística computacional.(ROADS, 1979)

Como já vimos anteriormente, a observação de parâmetros para uma inferência de cadência e prolongamento da expectativa tonal implica em discussões sobre a aplicabilidade de teorias ambiciosamente "gerais"sobre estruturas fundamentais da escuta.¹²

Por outro lado, uma proposta mais experimental como a de Cooper (1998) e a disponibilidade de alguns algoritmos derivados destas reflexões na biblioteca Music21 nos permite especular a partir de algumas experiências práticas que veremos a seguir.

```
# abrir no music21 a partitura de Mikrokosmos 41 editada em musicxml
>>> m=converter.parse('mikro041.xml')

# o metodo key do modulo analyze usa por padrao
# o algoritmo de Krumhansl(1983)
>>> ak = m.analyze('key')
>>> ak
<music21.key.Key of G major>

# o indice de zero a um de precisao para o criterio do algoritmo
>>> ak.correlationCoefficient
0.7569137256478474
#
#
# podemos buscar interpretacoes alternativas
>>> alt=ak.alternateInterpretations
>>> for i in alt:
```

¹¹ Although in itself the algorithm is fundamentally musically ignorant, 'knowing' little about musical structure and nothing of aesthetics, it is able to simulate quite successfully one particular musical skill, that of determining local and global tonality. Indeed, it is because of its artlessness that it could form a useful tool in the analyst's repertoire, by providing a measure of tonality which is largely independent of 'style dependent' knowledge.(COOPER, 1998, p.34-35)

¹² Rever [subseção 1.8.1](#)

```

...     i.name+" = "+str(i.correlationCoefficient)
...
'B minor = 0.624054831613'
'A major = 0.458564195272'
'E minor = 0.455816729504'
'D major = 0.387453206313'
#(...)
# as demais alternativas apresentam coeficientes mais cada vez mais baixos
#ate que fiquem negativos, indicando "impossibilidade" de expectativa de tonalidade
>>>
>>>

```

Os softwares de análise de David Temperley¹³ e David Huron¹⁴ para uma segmentação computacional da expectativa tonal parecem ter colaborado para síntese ferramentas computacionais que inspiraram alguns algoritmos da biblioteca music21, pois alguns destes podem ser encontrados nos módulos de análise.¹⁵

Mas apesar de desenvolverem seus próprios algoritmos de detecção de tonalidade¹⁶, ambos citam como referência original o algoritmo resultante da pesquisa "Krumhansl-Schmuckler"¹⁷. Este algoritmo é também utilizado como padrão na biblioteca Music21, por isso vale aqui o comentário.

O algoritmo de "Krumhansl-Schmuckler" surge em *"Perceptual Structures of Tonal Music"* (KRUMHANSL, 1983) e é aprofundado em *"Cognitive foundations of musical pitch"* (KRUMHANSL, 1990).

Carol Krumhansl e Mark Schmuckler constroem um modelo matemático que chamam "perfis-tonais" ("tonal profiles") - histogramas que servem como uma referência¹⁸ para cálculo estatístico a partir de uma amostra de ouvintes pesquisados sobre a tendência a "adaptar" cognitivamente (TEMPERLEY, 2001, p. 173) notas de uma escala cromática como ornamentos dentro de um determinado contexto tonal.

A fórmula funciona da seguinte maneira¹⁹:

$$r = \frac{\sum (x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sqrt{\sum (x - \bar{x})^2 \sum (y - \bar{y})^2}}$$

¹³ <http://humdrum.ccarh.org/>

¹⁴ <http://www.link.cs.cmu.edu/music-analysis/>

¹⁵ <https://github.com/cuthbertLab/music21/blob/master/music21/analysis/discrete.py>

¹⁶ (TEMPERLEY, 2001, p.173) e Huron (2006, p.150)

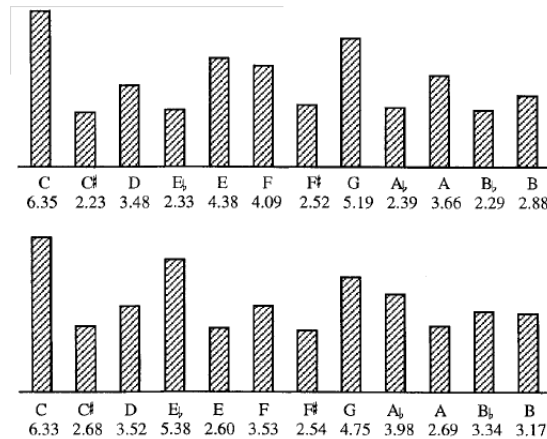
¹⁷ c.f. Discussão na mailing list do Music21 sobre os algoritmos em <<https://groups.google.com/forum/#!topic/music21list/lwamYR0o8To>>

¹⁸ O histograma apresenta valores para uma escala cromática normalizada no contexto de Dó maior e Dó menor. Para ser transposto para outras tonalidades, basta rotacionar a ordem das alturas.

¹⁹ c.f. uma prova real detalhada da fórmula original em (KRUMHANSL, 1990, p.37)

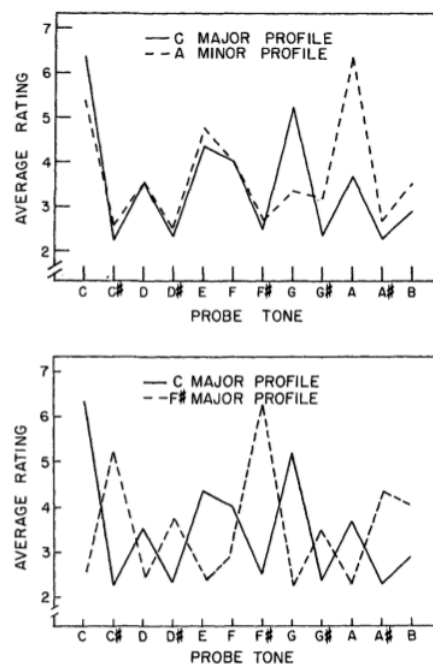
$$\left\{ \begin{array}{l} x = \text{valores individuais do histograma original} \\ \bar{x} = \text{media de todos valores do histograma original} \\ y = \text{valores de um histograma a ser comparado – retirado de trecho musical} \\ \bar{y} = \text{media de todos os valores do histograma usado em } y \end{array} \right.$$

Figura 32 – Perfis de tonalidade propostos por Carol Krumhansl (1990) - histograma demonstrado por Temperley (2001).



Fonte: (TEMPERLEY, 2001, pg. 174)

Figura 33 – Perfis de tonalidade propostos por Carol Krumhansl (1983) - comparativo entre tonalidades próximas e distantes.



Fonte: (KRUMHANSL, 1990, pg. 36)

A fórmula de perfis tonais mostra em seus resultados também uma sugestão composicional curiosa para estratégias politonais. Vemos, por exemplo, na exposição original das figuras estatísticas da comparação entre tonalidades próximas e distantes (Figura 29) as relações apontadas por Lendvai em seu sistema de eixos²⁰.

Podemos observar que se a comparação com a tonalidade relativa menor de Dó Maior (Lá menor) possui apenas pequenos desvios possibilitando a geração e ambiguidade, a relação com uma tonalidade de "contrapolo" de Dó Maior (Fá# Maior) tem também um efeito bastante específico: apoia-se numa expectativa simetricamente oposta de alturas, o que lembra os movimentos politonais de Bartók que buscam estabelecer estratégias de uso do total cromático por mistura de modos ou tonalidades, suspendendo as expectativas e criando vórtices para modulação.

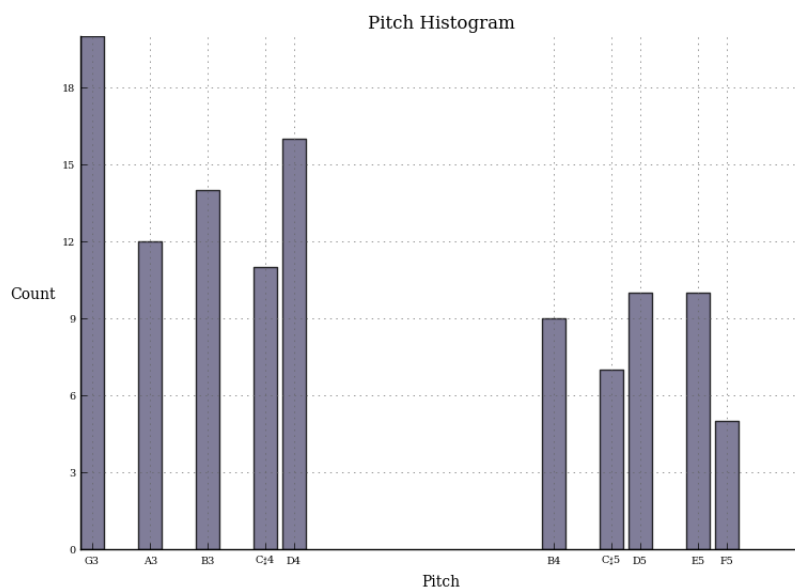
O Music21 apresenta também um módulo para plotagem de dados bastante útil. Abaixo demonstramos a plotagem do espaço de alturas da composição Mikrokosmos 41 que revela o panorama de uso das alturas.

```
>>> p = graph.PlotHistogramPitchClass(m)
>>> p.process()

>>> p = graph.PlotHistogramPitchSpace(m)
>>> p.process()

>>> p = graph.PlotScatterPitchSpaceQuarterLength(m)
>>> p.process()
```

Figura 34 – Pitch Space



Fonte: autor

²⁰ Rever [seção 1.2](#)

Aplicada então a análise de tonalidade em um segmento cadencial final de Mikrokosmos 41 podemos ter um apoio estatístico para algumas conclusões:

```
# Reduzimos as pautas do piano a uma unica pauta feita de acordes,
#facilitando a analise de graus cadenciais
>>> x=m.chordify()

# Cortamos os compassos finais
>>> X=x[11:15]
# Rodamos o algoritmo de deteccao de tonalidade
>>> K = X.analyze('key')
<music21.key.Key of G major>

# o grau de possibilidade para esta tonalidade
>>> K.correlationCoefficient
0.7319734760212024

# algumas interpretecoes alternativas - a tonalidade de Si menor
# apresenta aqui mais de 50 por cento de chance tambem
>>> alt=K.alternateInterpretations
>>> for i in alt:
...     i.name+" = "+str(i.correlationCoefficient)
...
'B minor = 0.583943016291'
'E minor = 0.418671671701'
'A major = 0.311484217597'

# o metodo para extrair acordes de graus cadenciais
>>> r = roman.RomanNumeral('VII', key.Key('Bm'))
>>> [str(p) for p in r.pitches]
['A5', 'C#6', 'E6']

>>> r=roman.RomanNumeral('VI', key.Key('Bm'))
>>> [str(p) for p in r.pitches]
['G5', 'B5', 'D6']

# vejamos quais os graus cadenciais possiveis para a tonalidade de sol maior
>>> R=[]
>>> for i in X.flat.notes:
...     R.append((roman.romanNumeralFromChord(i,key.Key('G'))).figure)
...
>>> R
['I', 'iii', 'iii#6', 'v', 'v4', '#iv', 'iii#6',
'iii', 'i', 'II#3', '#iv2', '#iv', 'iii#6', 'iii', 'I']

# aplicamos os graus na renderizacao do pdf da partitura como veremos na Figura
>>> for n in xrange(len(X.flat.notes)):
...     (X.flat.notes)[n].addLyric(R[n])
```

Vemos na Figura 31 a comprovação do que já poderíamos supor pela própria sugestão de Bartók na partitura original (Figura 32) - o sustenido fixo da música é afirmado não como um cromatismo localizado ornamental mas algo que está ali para substituir a expectativa de resolução em Sol maior que o grau sensível Fá# traria.

Ao invés deste passo Fá# → Sol temos a figura de Dó# atuando na dissonância que desloca a sensação de prolongamento I-V-I possível, figurando como trítone de Sol.

Também é incompleta a interpretação de que estaríamos simplesmente num modo Mixolídio de Sol pela ausência do Fá# pois a presença de Dó# desconfigura o modo.

A figura "desfuncional" de um grau "II#3" detectada pelo algoritmo chama atenção para a figura do Lá, que quando soando juntamente com o Dó# poderia trazer a interpretação de um acorde de Lá maior incompleto - mas qual seria sua função na cadência?

A "resolução" da cadência final pelo passo que vai do acorde de Si menor incompleto até o Sol maior nos deixa pistas de que há uma estratégia que atua pelos contornos intervalares internos e que analisar apenas a superfície dos movimentos verticais não é suficiente - não estamos em "Sol Maior", mas também não estamos em "Si menor", que seria a segunda opção do algoritmo. No entanto há um discurso de afirmação da polarização deste acorde de Sol Maior.

A análise dos contornos se mostra necessária para que encontremos novas relações.

Figura 35 – Aplicação do algoritmo de análise graus de cadência em Mikrokosmos 109 considerando a inferência de tonalidade Sol maior detectada anteriormente.



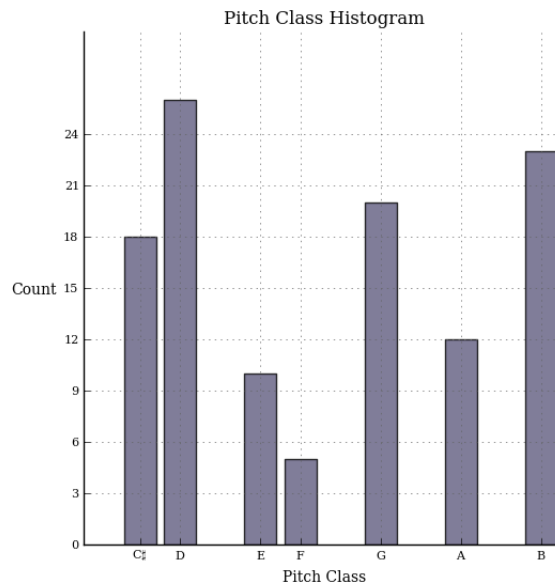
Fonte: autor

Figura 36 – "Tonalidade" singular apontada por Bartók - a pauta contém um sustenido em C# ao invés do F# padrão para Sol maior: declaração de uma intenção polimodal em Mikrokosmos 41



Fonte: autor

Figura 37 – Distribuição das classes de altura durante toda composição revelam que apesar da composição estar polarizada em torno da nota Sol essa aparece menos que sua terça maior (Si) e sua quinta justa (Ré).



Fonte: autor

2.2.2.2 Contorno Intervalar

Uma possibilidade importante de utilização dos scripts para análise é a de retirarmos de um corpus de partituras as relações intervalares de contorno motivico para identificarmos estratégias composicionais reincidentes. Fazer isso sem auxílio do computador é extremamente penoso e sujeito a erros, e para um corpo grande de obras a ser comparado fica inviável.

O exemplo de Mikrokosmos 41 é interessante por conter a necessidade de descoberta sobre as intenções polimodais do compositor.

No início da melodia de Mikrokosmos 41 uma relação motivica "quase" pentatônica que polariza a expectativa de emergência da nota Sol por sua ausência no intervalo pentatônico possível de 3-2-3 semitons que faria os passos Si-Ré-Mi-(Sol). A quebra da continuidade pentatônica pela inserção do passo semitonal Fá → Mi e a enunciação do Dó# funcionam como um "resumo" das relações diatônicas essenciais do polimodalismo desta composição. A nota Sol nunca será usada na melodia, mas durante quase toda composição figura no baixo.

Esta sonoridade quase pentatônica da melodia ou em ostinatos, que traz um caráter de música folclórica ao mesmo tempo que serve de estratégia para inserção gradual de cromatismos que criam polimodos é bastante presente em Bartók, como já discutimos na [seção 1.7](#).

Figura 38 – A sugestão de exercício das "escalas" de Mikrokosmos 41 na partitura original revela a saliência da sequência de 2-2-2-1 intervalos de semitom a partir de Sol que remetem ao modo lídio. No entanto o Sol lídio teria que ter Fá sustenido, mas temos um Fá bequadro: fica assim explícita a invenção de um modo derivado ou "polimodo". [Suchoff \(2004\)](#) define como um modo misto "Lídio-Mixolídio".



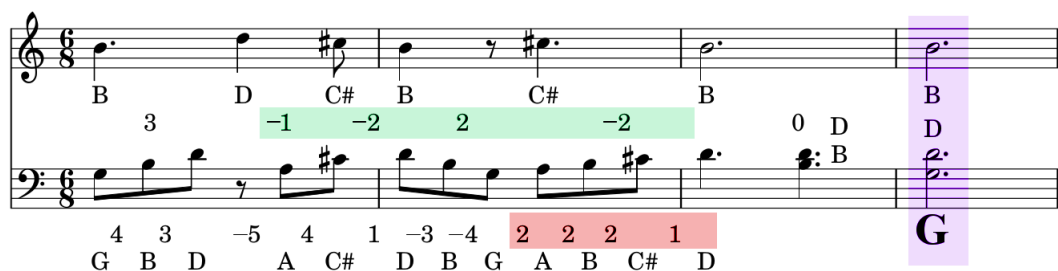
Fonte: autor

Figura 39 – Análise de contorno intervalar na melodia inicial de Mikrokosmos 41. Detalhes sobre o script de extração de intervalos no Apêndice.



Fonte: autor

Figura 40 – O final de Mikrokosmos 41 evidencia a sequência de 2-2-2-1 semitons do modo Lídio. Detalhes sobre o script de extração de intervalos no Apêndice.



Fonte: autor

O final de Mikrokosmos 41 cita o clichê da sequência de 2-2-2-1 semitons do modo Lídio e "resolve" o acorde de Sol maior sem o uso da sensível Fá#, negando-se a uma evidência de tonalidade maior tradicional, mas também negando-se a uma resolução de modo Lídio literal. A estratégia é pela condução da quinta justa Ré através dos passos Dó# → Ré e Dó# → Si mantendo-se em díade até que uma última entrada da nota Sol no baixo deixe uma impressão vaga de que havia uma polarização em torno do acorde de Sol maior.

2.2.2.3 Construção de escalas, polimodos e crivos

([ARIZA; CUTHBERT, 2011](#))

2.2.3 Busca e extração de padrões

Com music21 a possibilidade de tornar a segmentação independente do gesto gráfico

2.2.3.1 Acento Melódico

2.3 OpenMusic

"Enquanto a maioria das “linguagens de programação musical” lidam principalmente com processamento de sinal e síntese sonora, uma abordagem original adotada pelo time de representação musical do IRCAM no fim dos anos 80 foi particularmente um foco na nas estruturas simbólicas e processos musicais, isto é, aspectos tradicionalmente ignorados ou deixados de lado dos ambientes computacionais."(BRESSON; AGON; ASSAYAG, 2011, p.743)

Em suma, o Open Music teve (pelo menos em seus primeiros anos) uma intenção voltada para processos focados na continuidade dos sistemas derivados dos estudos de intervalos, acordes, harmonia que estavam na base das preocupações do serialismo integral e outras estratégias composicionais que necessitavam manipulação de permutações e combinações matemáticas. O OM sempre foi um dos software amplamente utilizados para tal fim, e isto reflete diretamente em sua interface e cultura de uso.

A grande vantagem do uso do Open Music em procedimentos de análise musical assistida por computador é a de que sua orientação visual de programação por grafos interativos agiliza bastante a experimentação e facilita a organização de esquemas de representação gráfica das ideias algorítmicas de um procedimento.²¹

Como ferramenta composicional o OM é um *framework* que tende a uma programação orientada pela reflexão em tempo diferido, isto é, estimula a composição por escolha entre diversos resultados permutados e decupados em um tempo de escuta.

Organiza materiais orientado basicamente pela escrita e fortemente pensado dentro do esquema de intervalos melódicos harmônicos derivados da notação moderna para música orquestral, utilizando sequenciadores bastante similares ao pentagrama de pauta sem (“*chord-seq*”) ou com figuras de compasso (com o sequeciador “*voice*”).

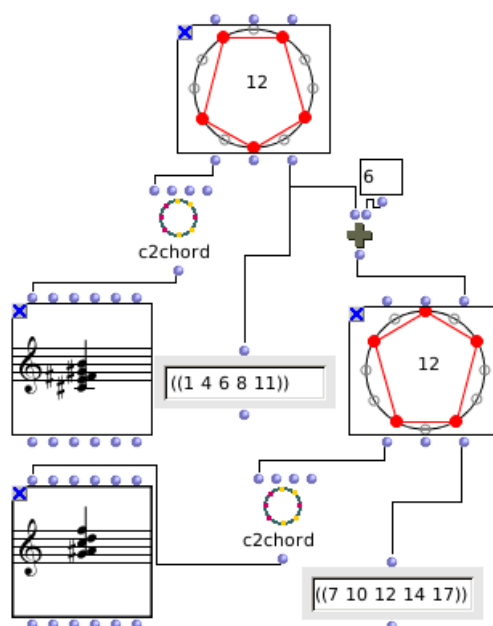
2.3.1 Visualização das classes de altura e sequencias partituras

Vale destacar aqui a vantagem intuitiva do uso de objetos de representação gráfica dos intervalos como o objeto “n-cercle”, que organiza os conjuntos de classe de altura em torno de um gráfico semelhante a uma partição de “relógio” de 12 alturas, podendo representar assim simetrias e distâncias entre classes de altura.

O objeto de sequenciamento de acordes o “chord-seq” permite a representação de sequencias simbólicas partituras derivadas de arquivos como MIDI ou musicxml em um formato inspirado nas partituras proporcionais: onde não há a medida de assinaturas, barras ou figuras de compasso mas sim um posicionamento das notas na altura das pautas e em uma distancia proporcional a posição temporal de seu ataque

²¹ Como já utilizamos no presente trabalho em toda a parte de revisão da teoria bartokiana.

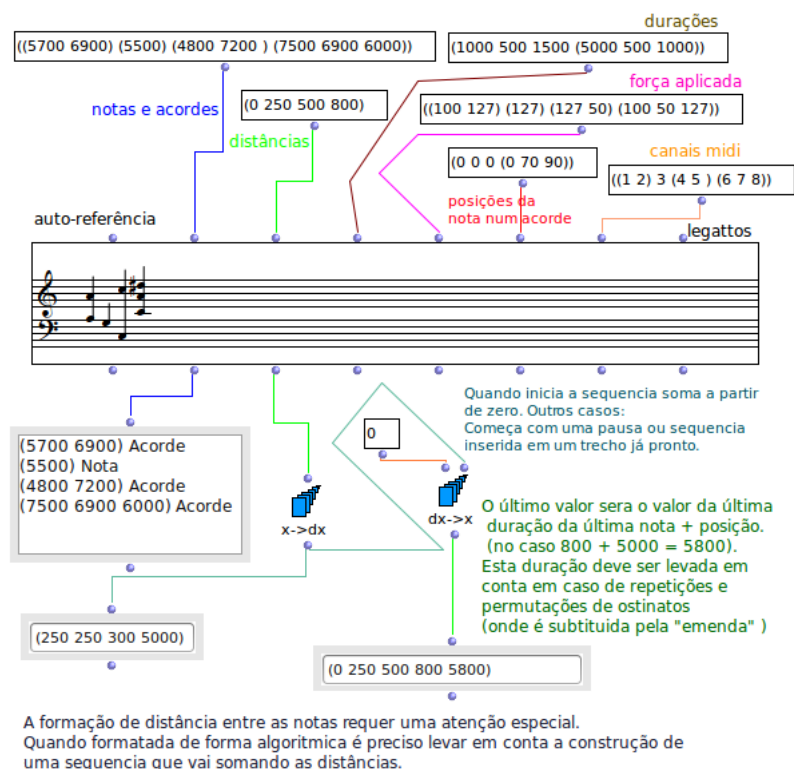
Figura 41 – Objeto N-Cercle



Fonte: autor

2.3.2 Manipulação de Conjuntos e suas nomenclaturas

Figura 42 – Representação de uma sequência partiturada com notação proporcional em um objeto chordseq



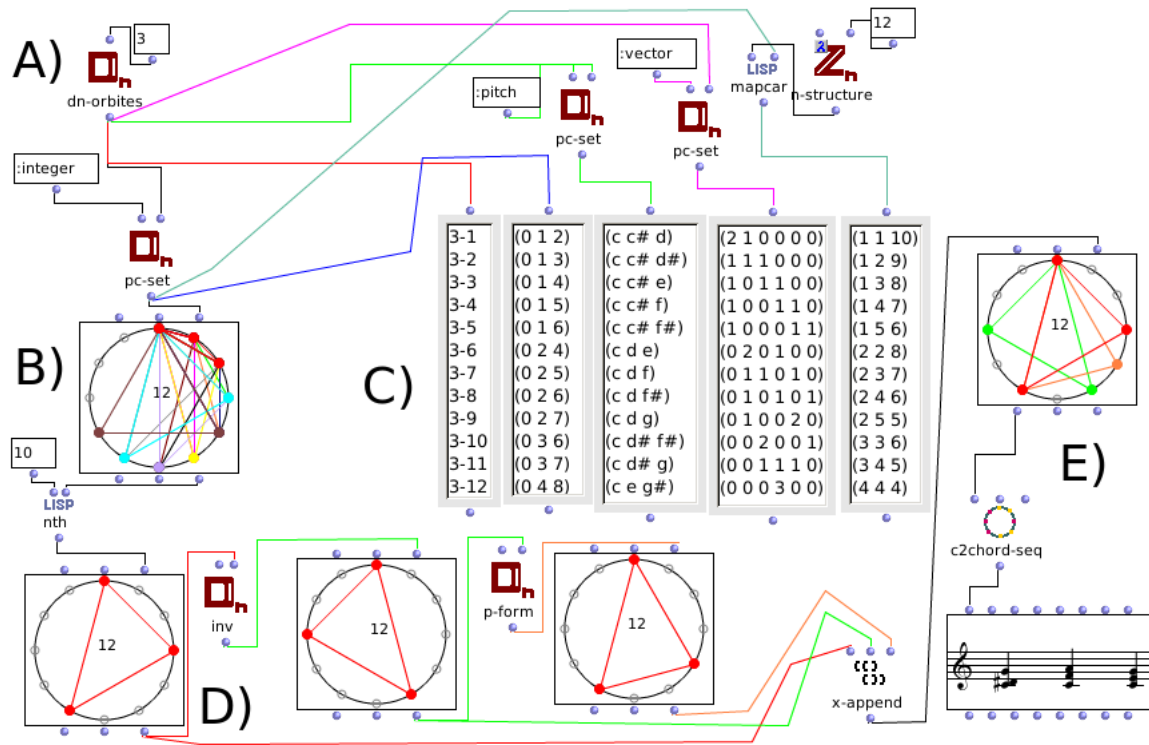
Fonte: autor

2.3.2.1 Contornos intervalares e crivos

Suspendisse vel felis. Ut lorem lorem, interdum eu, tincidunt sit amet, laoreet vitae, arcu. Aenean faucibus pede eu ante. Praesent enim elit, rutrum at, molestie non, nonummy vel, nisl. Ut lectus eros, malesuada sit amet, fermentum eu, sodales cursus, magna. Donec eu purus. Quisque vehicula, urna sed ultricies auctor, pede lorem egestas dui, et convallis elit erat sed nulla. Donec luctus. Curabitur et nunc. Aliquam dolor odio, commodo pretium, ultricies non, pharetra in, velit. Integer arcu est, nonummy in, fermentum faucibus, egestas vel, odio.

Sed commodo posuere pede. Mauris ut est. Ut quis purus. Sed ac odio. Sed vehicula hendrerit sem. Duis non odio. Morbi ut dui. Sed accumsan risus eget odio. In hac habitasse platea dictumst. Pellentesque non elit. Fusce sed justo eu urna porta tincidunt. Mauris felis odio, sollicitudin sed, volutpat a, ornare ac, erat. Morbi quis dolor. Donec pellentesque, erat ac sagittis semper, nunc dui lobortis purus, quis congue purus metus ultricies tellus. Proin et quam. Class aptent taciti sociosqu ad litora torquent per conubia nostra, per inceptos hymenaeos. Praesent sapien turpis, fermentum vel, eleifend faucibus, vehicula eu, lacus.

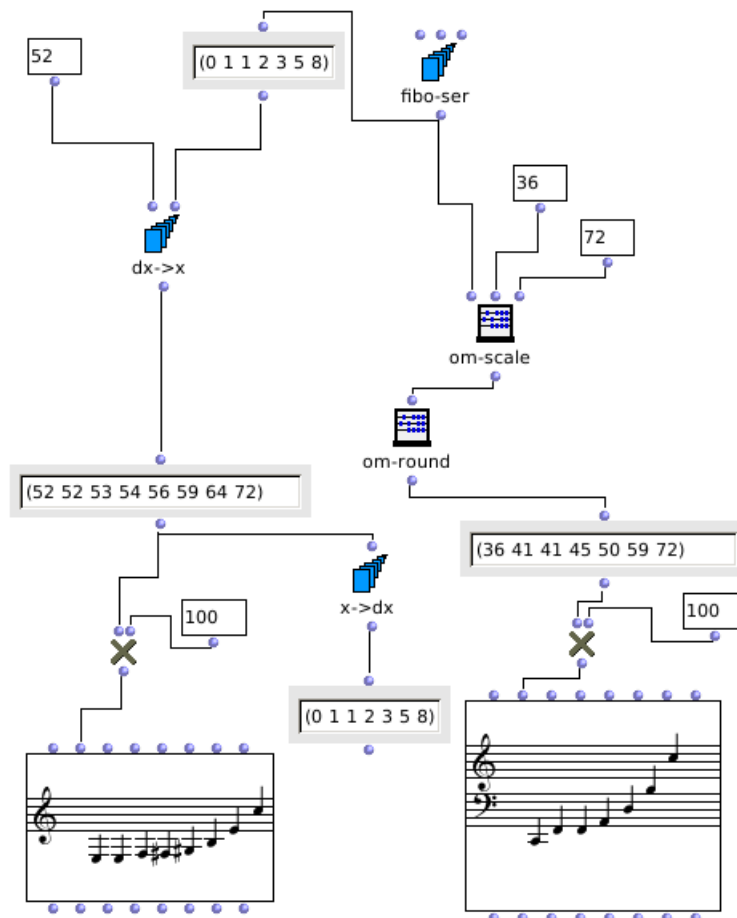
Figura 43 – Todas triádes



Fonte: autor

Pellentesque habitant morbi tristique senectus et netus et malesuada fames ac turpis egestas. Donec odio elit, dictum in, hendrerit sit amet, egestas sed, leo. Praesent feugiat sapien aliquet odio. Integer vitae justo. Aliquam vestibulum fringilla lorem. Sed neque lectus, consectetur at, consectetur sed, eleifend ac, lectus. Nulla facilisi. Pellentesque eget lectus. Proin eu metus. Sed porttitor. In hac habitasse platea dictumst. Suspendisse eu lectus. Ut mi mi, lacinia sit amet, placerat et, mollis vitae, dui. Sed ante tellus, tristique ut, iaculis eu, malesuada ac, dui. Mauris nibh leo, facilisis non, adipiscing quis, ultrices a, dui.

Figura 44 – Objetos geradores de escalas e intervalos. Duas maneiras de representar uma proporção de fibonacci



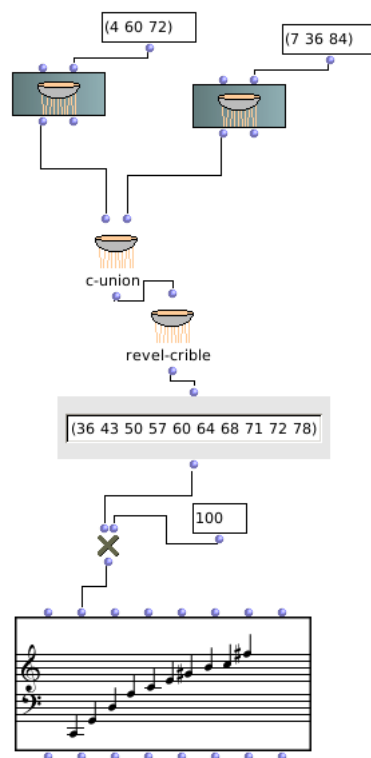
Fonte: autor

2.3.3 Segmentação Monitorada

Morbi luctus, wisi viverra faucibus pretium, nibh est placerat odio, nec commodo wisi enim eget quam. Quisque libero justo, consectetur a, feugiat vitae, porttitor eu, libero. Suspendisse sed mauris vitae elit sollicitudin malesuada. Maecenas ultricies eros sit amet ante. Ut venenatis velit. Maecenas sed mi eget dui varius euismod. Phasellus aliquet volutpat odio. Vestibulum ante ipsum primis in faucibus orci luctus et ultrices posuere cubilia Curae; Pellentesque sit amet pede ac sem eleifend consectetur. Nullam elementum, urna vel imperdiet sodales, elit ipsum pharetra ligula, ac pretium ante justo a nulla. Curabitur tristique arcu eu metus. Vestibulum lectus. Proin mauris. Proin eu nunc eu urna hendrerit faucibus. Aliquam auctor, pede consequat laoreet varius, eros tellus scelerisque quam, pellentesque hendrerit ipsum dolor sed augue. Nulla nec lacus.

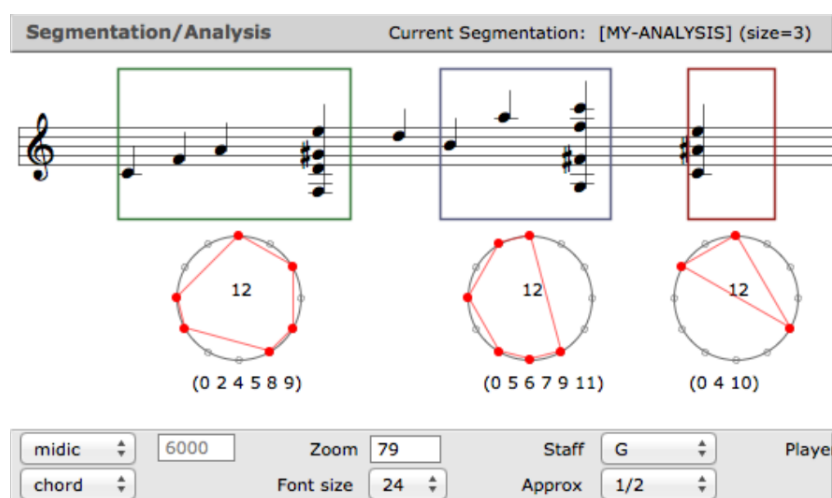
Sed feugiat. Cum sociis natoque penatibus et magnis dis parturient montes, nascetur ridiculus mus. Ut pellentesque augue sed urna. Vestibulum diam eros, fringilla

Figura 45 – Construção de crivos.



Fonte: autor

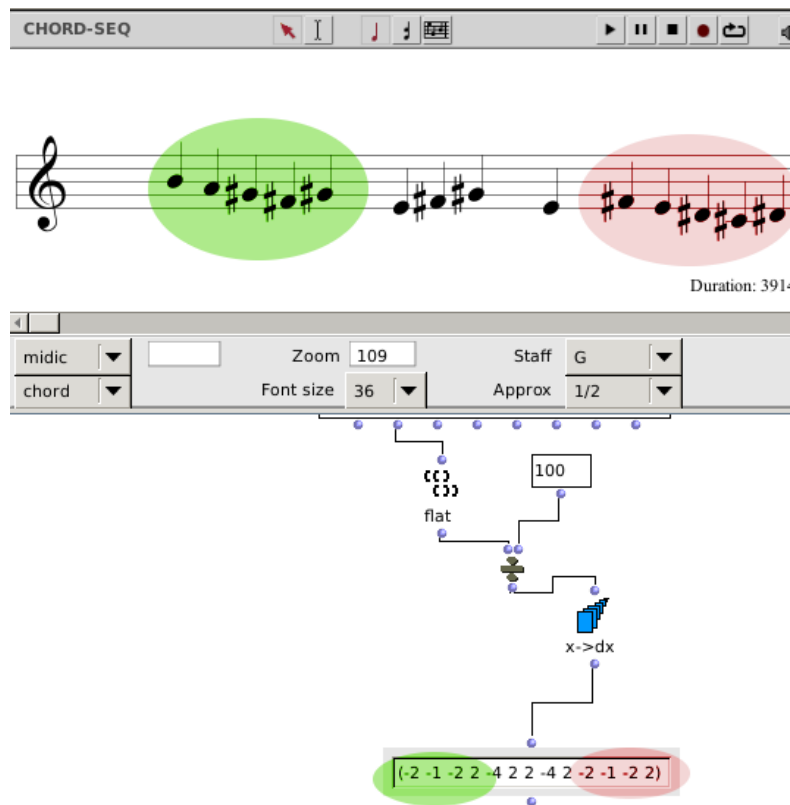
Figura 46 – Módulo de segmentação para análise dentro dos objetos chord-seq.



Fonte: autor

et, consectetuer eu, nonummy id, sapien. Nullam at lectus. In sagittis ultrices mauris. Curabitur malesuada erat sit amet massa. Fusce blandit. Aliquam erat volutpat. Aliquam euismod. Aenean vel lectus. Nunc imperdiet justo nec dolor.

Figura 47 – Extração de contorno.



Fonte: autor

2.3.4 LZ: Extração de motivos e aprendizado de máquina

A biblioteca de Open Music LZ foi elaborado sobre a pesquisa de [Dubnov et al. \(2003\)](#) para aplicação de alguns métodos de "Aprendizado de Máquina"²² para a filtragem de motivos relevantes em uma composição.

Esta proposta é diferente da formalização de gramáticas gerativas, que precisa ser definida a partir da exaustão de parâmetros buscados em uma musicologia especializada em um estilo. A abordagem baseada em aprendizado de máquina busca a formulação de uma solução mais geral para o problema.

Parte da possibilidade de extrair padrões gestuais singulares de um corpus de arquivos MIDI a partir de de segmentação por proximidade rítmica e melódica²³ de uma superfície musical, extraíndo dali motivos a partir de iterações recursivas que definem frequência e variações de similaridade.

²² Podemos definir de maneira geral a área de "Aprendizado de Máquina" como procedimentos computacionais onde temos algoritmos que "aprendem" com a interação do usuário na classificação de re-incidência de padrões, moldando comportamentos que podem solucionar problemas. Para uma abordagem mais específica do tema conferir [Bishop et al. \(2006\)](#)

²³ [Dubnov et al. \(2003, p.73\)](#) citam o trabalho de classificação de parâmetros de cognição musical de [Meyer \(1956\)](#) como base para elaboração dos critérios de segmentação

A generative theory of music can be constructed by explicitly coding music rules in some logic or formal grammar. This approach is sometimes called an expert system or knowledge engineering. Although these methods achieve impressive results, they require extensive exploitation of musical knowledge, often specific to each composer or style. **A contrasting approach relies on statistical learning or empirical induction.**(DUBNOV et al., 2003, p.74, grifos nossos)

A biblioteca LZ tem seu nome inspirado no algoritmo de Lempel-Ziv, desenvolvido por Abraham Lempel e Jacob Ziv originalmente como um método de compressão de dados.²⁴ A ideia parte da necessidade de reduzir strings de texto a um dicionário onde as posições repetidas podem ser apontadas em um mesmo endereço, reduzindo a redundância na informação a um grafo de caminhos possíveis e guardando posições já buscadas.

Um exemplo ilustrativo é o da redução da palavra "*abracadabra*": Podemos perceber facilmente que não apenas existem letras repetidas mas também alguns segmentos, o segmento "abra" e suas permutações de duas letras (ab,br,ra) aparecem duas vezes. Existem também probabilidades de ocorrência que podem ser condicionadas - exemplos: o aparecimento da letra "a" apenas quando precedida do segmento "br" ocorre apenas duas vezes dentre as cinco possíveis, ou existe apenas um único "a" totalmente isolado dos segmentos "br" dentre as cinco possíveis, apenas é possível começar em a ou terminar em a e assim por diante.

Utilizamos no presente trabalho alguns segmentos gerados por busca com a biblioteca LZ como filtro para selecionar alguns motivos de trechos de peças dos Mikrokosmos de Bela Bartók, como um auxiliar para destaques da escuta. Consideramos a abordagem com aprendizado de máquina um assunto demasiado amplo e específico para aprofundamento aqui, no entanto aplicamos seu uso para problematizá-lo.

Apesar de realizar uma "re-síntese" dos motivos escolhidos a biblioteca LZ parece não preocupar-se em estabelecer critérios de re-organização de uma forma total de composição a partir destes motivos. As aplicações exemplificadas argumentam em torno da concatenação de gestos idiomáticos, algo que pode funcionar para ideias de improviso livre ou para elaboração de catálogos de gestos.

2.4 Especialidade da automação versus especialidade do analista

²⁴ Detalhes sobre o algoritmo original em Ziv e Lempel (1977)

3 Composição Assistida por Computador

3.1 Cliches generativos partitुरaveis

3.2 Formatos de saída

3.3 Tecnicas em Music21

3.4 Experimentos em outras linguagens de CAC

3.4.1 Tecnicas em OpenMusic

3.4.2 Problematizações em PureData

3.5 Probabilidade e Combinatória

Parte III

Experimentos Generativos

4 CosmoBagatellas

5 Lastros e Rumos

Referências

- AGON, C. *The OM Composer's book 1*. Musique/sciences. Delatour France, 2006. ISBN 9782752100283. Disponível em: <<http://amazon.com/o/ASIN/2752100280/>>. Nenhuma citação no texto.
- ANDREATTA, M.; RAHN, J.; BARDEZ, J. M. *Around set theory*. [S.l.]: Delatour France, 2013. ISBN 2752100523. Citado na página 47.
- ANTOKOLETZ, E. *The music of Béla Bartók: a study of tonality and progression in twentieth-century music*. [S.l.]: Univ of California Press, 1984. Citado 9 vezes nas páginas 5, 24, 34, 38, 41, 42, 43, 49 e 54.
- ARIZA, C.; CUTHBERT, M. S. *Analytical and compositional applications of a network-based scale model in music*²¹. [S.l.]: Ann Arbor, MI: MPublishing, University of Michigan Library, 2011. Citado na página 73.
- BARTÓK, B.; SUCHOFF, B. *Béla Bartók Essays*. [S.l.]: Univ of Nebraska Pr, 1993. Citado 2 vezes nas páginas 24 e 55.
- BERGER, A. Problems of pitch organization in stravinsky. *Perspectives of New Music*, JSTOR, p. 11–42, 1963. Citado na página 49.
- BERNARD, J. W. Space and symmetry in bartók. *Journal of Music Theory*, JSTOR, p. 185–201, 1986. Citado 3 vezes nas páginas 8, 45 e 46.
- BISHOP, C. M. et al. *Pattern recognition and machine learning*. [S.l.]: springer New York, 2006. Citado na página 80.
- BRESSON, J.; AGON, C.; ASSAYAG, G. Openmusic: visual programming environment for music composition, analysis and research. In: ACM. *Proceedings of the 19th ACM international conference on Multimedia*. [S.l.], 2011. p. 743–746. Citado 2 vezes nas páginas 18 e 74.
- BROWN, M.; DEMPSTER, D.; HEADLAM, D. The # iv (bv) hypothesis: Testing the limits of schenker's theory of tonality. *Music Theory Spectrum*, Oxford University Press, v. 19, n. 2, p. 155–183, 1997. Citado na página 56.
- COHN, R. Inversional symmetry and transpositional combination in bartók. *Music Theory Spectrum*, JSTOR, p. 19–42, 1988. Citado 4 vezes nas páginas 43, 44, 47 e 48.
- COHN, R. Bartok's octatonic strategies: A motivic approach. *Journal of the American musicological society*, JSTOR, p. 262–300, 1991. Citado 9 vezes nas páginas 5, 8, 40, 44, 48, 49, 50, 51 e 52.
- COOPER, D. The unfolding of tonality in the music of béla bartók. *Music Analysis*, JSTOR, p. 21–38, 1998. Citado 3 vezes nas páginas 56, 64 e 65.
- DUBNOV, S. et al. Using machine-learning methods for musical style modeling. *Computer, IEEE*, v. 36, n. 10, p. 73–80, 2003. Citado 2 vezes nas páginas 80 e 81.

- FORTE, A. *The structure of atonal music*. [S.l.]: Yale University Press, 1973. Citado 7 vezes nas páginas 5, 40, 47, 48, 49, 100 e 102.
- FORTE, A. Debussy and the octatonic. *Music Analysis*, JSTOR, p. 125–169, 1991. Citado na página 49.
- FOSLER-LUSSIER, D. *Music divided: Bartók's legacy in cold war culture*. [S.l.]: Univ of California Press, 2007. Citado na página 52.
- GILLIES, M. Bartók's notation: Tonality and modality. *Tempo (New Series)*, Cambridge Univ Press, v. 3, n. 145, p. 4–9, 1983. Citado na página 55.
- GILLIES, M. Bartók analysis and authenticity. *Studia Musicologica*, JSTOR, p. 319–327, 1995. Citado na página 23.
- HURON, D. B. *Sweet anticipation: Music and the psychology of expectation*. [S.l.]: MIT press, 2006. Citado 2 vezes nas páginas 21 e 66.
- IAZZETTA, F. *Música e mediação tecnológica*. São Paulo: Perspectiva-Fapesp, 2009. Citado 2 vezes nas páginas 17 e 18.
- KÁRPÁTI, J. Axis tonality and golden section theory reconsidered. *Studia Musicologica Academiae Scientiarum Hungaricae*, Akadémiai Kiadó, v. 47, n. 3, p. 417–426, 2006. Citado na página 33.
- KROGER, P. *Music for Geeks and Nerds*. [S.l.]: CreateSpace Independent Publishing Platform, 2012. Citado na página 59.
- KRUMHANS, C. L. Perceptual structures for tonal music. *Music Perception*, JSTOR, p. 28–62, 1983. Citado 3 vezes nas páginas 8, 66 e 67.
- KRUMHANS, C. L. *Cognitive foundations of musical pitch*. [S.l.]: Oxford University Press New York, 1990. Citado 4 vezes nas páginas 8, 59, 66 e 67.
- LENDVAI, E. *Duality and synthesis in the music of Béla Bartók*. [S.l.: s.n.], 1962. Citado 2 vezes nas páginas 32 e 33.
- LENDVAI, E. *Béla Bartók: an analysis of his music*. [S.l.]: Kahn & Averill London, 1971. Citado 8 vezes nas páginas 5, 24, 25, 26, 28, 29, 30 e 40.
- LERDAHL, F. Tonal pitch space. *Music Perception: An Interdisciplinary Journal*, University of California Press, v. 5, n. 3, p. pp. 315–349, 1988. ISSN 07307829. Disponível em: <<http://www.jstor.org/stable/40285402>>. Citado na página 11.
- LERDAHL, F. Atonal prolongational structure. *Contemporary Music Review*, Taylor & Francis, v. 4, n. 1, p. 65–87, 1989. Citado na página 97.
- LERDAHL, F.; JACKENDOFF, R. S. *A generative theory of tonal music*. [S.l.]: MIT press, 1983. Citado 2 vezes nas páginas 11 e 21.
- LESTER, J. *Analytic approaches to twentieth-century music*. WW Norton & Company, 1989. Citado na página 49.
- MEYER, L. B. *Emotion and meaning in music*. [S.l.]: University of Chicago Press, 1956. (Phoenix books). Citado na página 80.

- NIERHAUS, G. *Algorithmic composition: paradigms of automated music generation*. [S.l.]: Springer, 2009. Citado na página 65.
- PEARSALL, E. Symmetry and goal-directed motion in music by béla bartók and george crumb. *Tempo*, Cambridge Univ Press, v. 58, n. 228, p. 32–40, 2004. Citado na página 43.
- PERLE, G. Symmetrical formations in the string quartets of bela bartok. *Music Review*, v. 16, n. 4, p. 311, 1955. Citado na página 38.
- PERLE, G. *Serial Composition and Atonality: An Introduction to the Music of Schoenberg, Berg, and Webern*. University of California Press, 1981. ISBN 9780520074309. Disponível em: <<http://books.google.com.br/books?id=4C8RjEaBRf4C>>. Citado na página 38.
- PERLE, G. Pitch-class set analysis: An evaluation. *Journal of Musicology*, JSTOR, p. 151–172, 1990. Citado na página 101.
- PUCKETTE, M. The om composer's book 1. In: _____. Paris, France: Delatour, 2006. cap. Computing while composing, p. x–xiv. Nenhuma citação no texto.
- RAHN, J. *Basic atonal theory*. [S.l.]: Longman New York, 1980. Citado na página 47.
- RAHN, J. The swerve and the flow: Music's relationship to mathematics. *Perspectives of New Music*, Perspectives of New Music, v. 42, n. 1, p. pp. 130–148, 2004. ISSN 00316016. Disponível em: <<http://www.jstor.org/stable/25164542>>. Citado na página 47.
- ROADS, C. Grammars as representations for music. *Computer Music Journal*, JSTOR, p. 48–55, 1979. Citado 2 vezes nas páginas 21 e 65.
- ROADS, C. *The computer music tutorial*. [S.l.]: MIT press, 1996. Nenhuma citação no texto.
- ROADS, C. *Microsound*. [S.l.]: MIT press, 2004. Nenhuma citação no texto.
- SETHARES, W. *Tuning, Timbre, Spectrum, Scale*. [S.l.]: Springer, 2005. ISBN 9781852337971. Nenhuma citação no texto.
- SOUZA, R. C. de. Simetria e outras propriedades estruturais de um conjunto octatônico alternativo usado em o livro dos sons. *Música em Contexto*, v. 1, p. 144–171, 2013. Citado na página 49.
- STARR, L. Melody-accompaniment textures in the music of bartók, as seen in his mikrokosmos. *Journal of Musicology*, JSTOR, p. 91–104, 1985. Citado na página 56.
- STRAUS, J. N. The problem of prolongation in post-tonal music. *Journal of Music Theory*, JSTOR, p. 1–21, 1987. Citado na página 97.
- STRAUS, J. N. *Introduction to Post-Tonal Theory (3rd Edition)*. [S.l.]: Pearson, 2004. Citado 10 vezes nas páginas 5, 27, 28, 45, 47, 49, 56, 97, 100 e 102.
- SUCHOFF, B. *Guide to Bartók's Mikrokosmos*. [S.l.]: Boosey and Hawkes, 1971. Citado na página 52.
- SUCHOFF, B. *Bartók's Mikrokosmos: Genesis, Pedagogy, and Style*. [S.l.]: Scarecrow Press, 2004. Citado 4 vezes nas páginas 5, 8, 55 e 72.

SUSANNI, P.; ANTOKOLETZ, E. *Music and Twentieth-century Tonality: Harmonic Progression Based on Modality and the Interval Cycles*. [S.l.]: Routledge, 2012. Citado 9 vezes nas páginas 5, 28, 34, 35, 36, 38, 39, 40 e 53.

TEMPERLEY, D. *The cognition of basic musical structures*. [S.l.]: MIT press, 2001. Citado 8 vezes nas páginas 8, 11, 21, 59, 64, 65, 66 e 67.

TREITLER, L. Harmonic procedure in the "fourth quartet" of bela bartók. *Journal of Music Theory*, JSTOR, p. 292–298, 1959. Citado na página 38.

ZIV, J.; LEMPEL, A. A universal algorithm for sequential data compression. *IEEE Transactions on information theory*, v. 23, n. 3, p. 337–343, 1977. Citado na página 81.

Apêndices

APÊNDICE A – Fórmulas de agrupamento e transformação dos intervalos

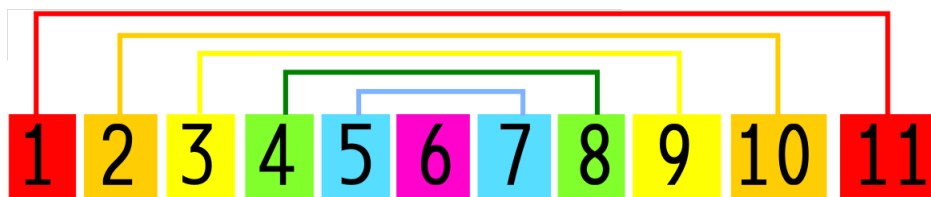
A teoria de grupos de classes de altura utiliza como base de suas formulações a relação entre os 12 semitons da escala cromática de forma modular: considerando alturas de mesma oitava como sujeitas mesmas propriedades intervalares, podendo argumentar relações independentes de registro. Exemplo: O Dó grave representado no protocolo MIDI pelo valor 24 tem uma relação de equivalência com o Dó agudo de valor 72. A fórmula é simples: ambos quando divididos por 12 apresentam resto 0. A nota Ré, por exemplo, sempre apresentaria o resto 2, e assim por diante. Dizemos por tanto que pertencem a uma mesma classe de altura.

Diferente de quando argumentada uma enarmonia funcional¹ (como por exemplo $D\# \rightarrow E_b$) a teoria de grupos e classes de altura não toma como princípio ideias do tipo "terça maior ou menor", "nota sensível" ou "nota de passagem" pois vai partir de uma relação direta entre os aglomerados sonoros, buscando similaridades e equivalências sem estar tão presa as formas de prolongamento normatizadas pelo tonalismo clássico. (LERDAHL, 1989; STRAUS, 1987)

Os intervalos são, sobretudo, distâncias. Nas teorias de classes de alturas essas distâncias podem estar categorizadas como intervalos ordenados - usando número negativos para os intervalos descendentes, ou não-ordenados - considerando intervalos equivalentes independentes de suas direções. (STRAUS, 2004, p. 6)

Isso cria imediatamente uma relação interessante de parentesco entre pares em todos intervalos da escala cromática - exceto para o trítono, intervalo de sexta ordem que esta equidistante de 0 e 12 e portanto não possui uma inversão propriamente dita, mas sim tem o papel de cortar ao meio este espelhamento.

Figura 48 – Equivalência de intervalos por inversão



Fonte: autor

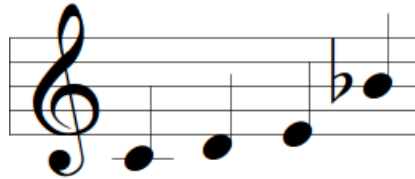
¹ ver ??

A.1 Vetor intervalar

A operação obtenção do vetor intervalar é a primeira das reduções sugeridas para propor uma similaridade entre agrupamentos que seja neutra quanto a inversões e oitavas.

Tomemos um exemplo de uma sequência C-D-E-Bb.

Figura 49 – $[0,2,4,10]$



Fonte: autor

Este trecho pode ser reduzido a sequência de alturas $[0,2,4,10]$

Organizamos seus intervalos fazendo todas as combinações possíveis entre essas distâncias:

$$inversões = \begin{cases} 2 - 0 = 2 \\ 4 - 0 = 4 \\ 10 - 0 = 10 \\ 4 - 2 = 2 \\ 10 - 2 = 8 \\ 10 - 4 = 6 \end{cases}$$

O vetor de intervalos pode ser reduzido então a uma contagem que coloca no mesmo grupo os intervalos que são inversões dos primeiros cinco intervalos possíveis, já que seus pares após o trítone não são considerados espelhamentos. No exemplo acima temos 10 que é a inversão de 2 e 8 que é a inversão de 4. Nosso vetor fica assim:

1	2	3	4	5	6
0	3	0	2	0	1

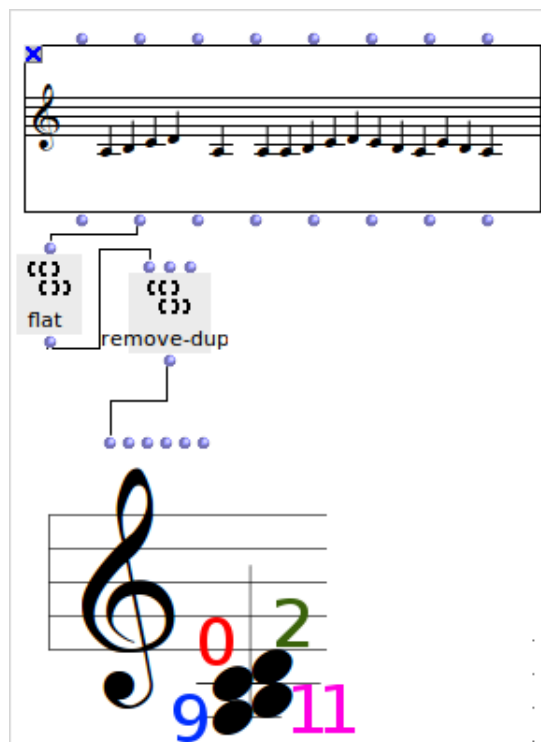
Pode-se dizer então que a classe de alturas $[0,2,4,10]$ possui o vetor intervalar $\langle 0,3,0,2,0,1 \rangle$.

A.2 Forma Normal

É comum na prática de uso dos grupos de classes de altura a preparação dos conjuntos em sua forma ordenada e reduzida. Desta maneira podemos mais facilmente

reconhecer as equivalências entre os grupos, reconhecer transposições, propriedades.

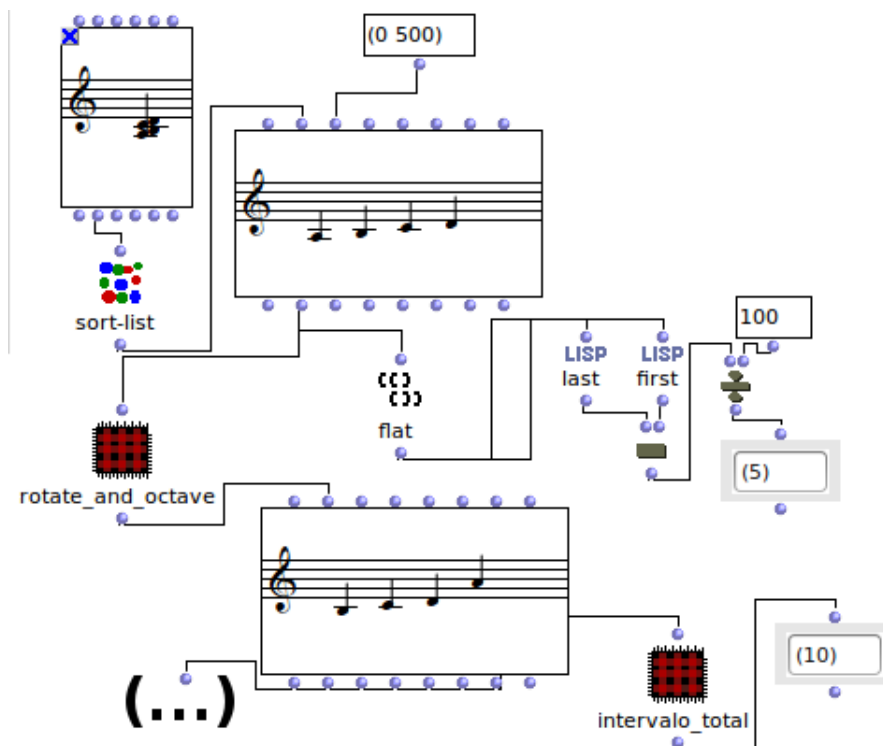
Figura 50 – Redução de um segmento do Microkosmos 101 de Bártok para um cluster de 4 alturas.



Fonte: autor

Para a redução de uma forma normal, partimos do *cluster* sem repetições, colocando todas as alturas dentro da mesma oitava. Os passos seguintes são: **a)** Ordenar de forma ascendente e escolher a sequência que tenha a menor distância da primeira até a última nota. **b)** Se houver empate reduzir pela que seja mais compacta à esquerda, comparando o menor intervalo entre a primeira e penúltima e assim por diante. **c)** Havendo ainda empate, escolher aquele grupo que tem a menor altura como início.

Figura 51 – Forma Normal.



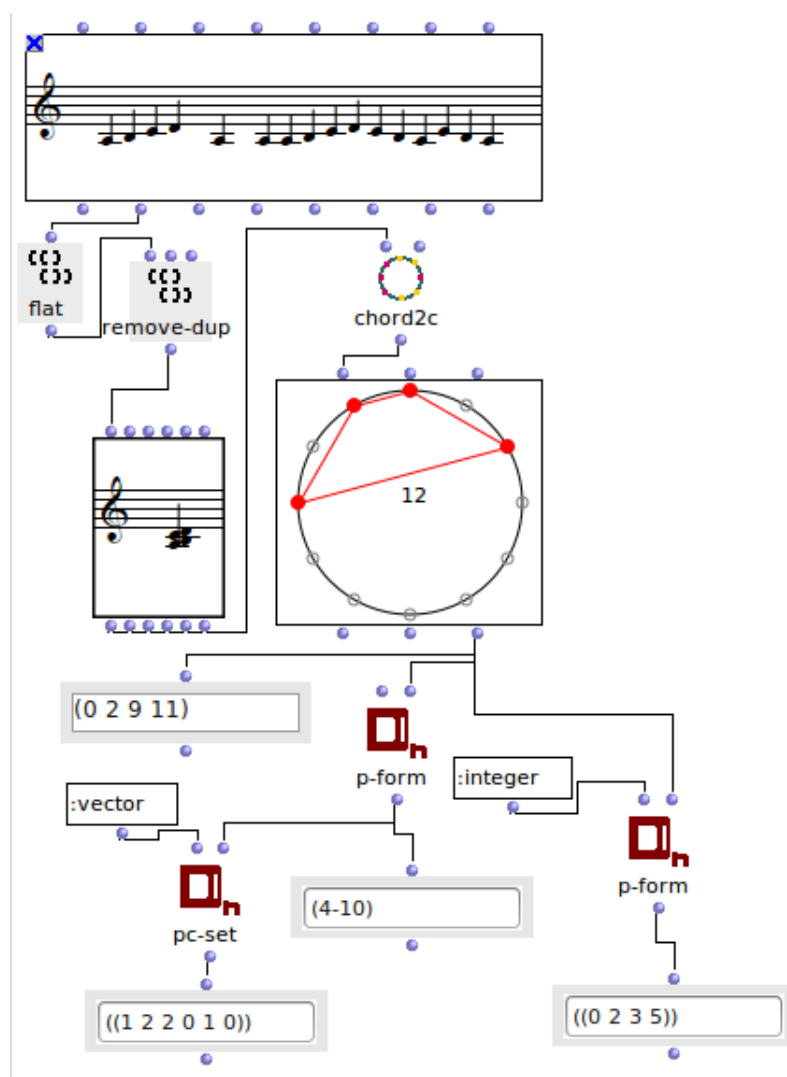
Fonte: autor

A.3 Forma Prima

A forma prima é um procedimento para simplificar ainda mais a forma normal, encontrando "a mais normal das normais" (STRAUS, 2004, p. 47) e reduzindo vetores que possuem os mesmos intervalos ou são inversões e transposições a um vetor primário. Para isso uma forma normal é transposta até que possua o zero em sua primeira posição. Assim é feito também com sua inversão. A forma mais compacta à esquerda será a forma prima. Allen Forte (1973) desenvolveu uma taxonomia a partir das formas primas que tem sido utilizada como forma canônica para representação de grupos de classes de altura.² Forte organiza agrupamentos pelo número de elementos seguidos por um número que diz qual ordem dentro do conjunto com aquele mesmo número de elementos. Exemplo: |3-1| é composto das alturas (0,1,2), |3-2| é o cluster (0,1,3), |4-17| é composto por (0,3,4,7), e assim por diante.

² A biblioteca "math" do OpenMusic possui o objeto "p-form" para encontrar os agrupamentos de Forte. A tabela original está no livro "The Structure of Atonal Music" (FORTE, 1973, p.179-181)

Figura 52 – Fórmulas de agrupamento de classes de altura.



Fonte: autor

A.4 Singularidades nos agrupamentos

Algumas propriedades entre os grupos de classes de alturas são muito interessantes como princípio composicional e, mesmo quando não tão óbvias em primeiras audições, ao menos ajudam garantir alguma coerência estrutural conceitual. George Perle argumenta sobre "funções motivicas" em grupos de alturas (??, p.60-85) e observa algumas estratégias de compositores para aproveitar algumas propriedades encontradas em relações internas das series. Perle no entanto mostra-se cético quanto a formalização de nomenclaturas analíticas derivadas da classificação de Allen Forte e sua aplicação em argumentações para análises de composições que tenham sido compostas antes fórmulas tornarem-se ferramentas musicológicas. (PERLE, 1990)

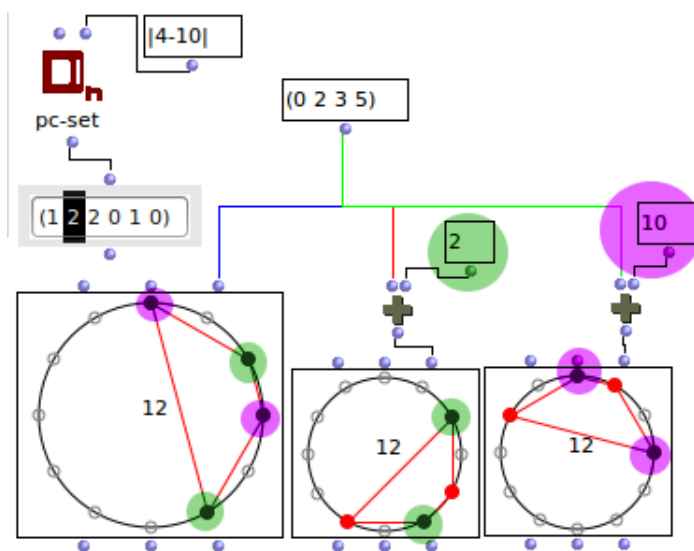
Levantaremos aqui algumas destas propriedades conforme o resumo didático pro-

posto por [Straus \(2004\)](#), sem ainda estarmos certos de sua efetividade para análises mas interessados na formalização computacional possível destas para processos composicionais.

A.4.1 Notas comuns sob transposição

Tomemos o seguinte exemplo: Dado um grupo em sua forma prima $[0,2,5]$ - ou "4-10" na forma prima pela classificação de Allen [Forte \(1973\)](#) - quando transpomos para o intervalo 2 e seu inverso 10, obtemos duas notas iguais para cada um destes grupos.

Figura 53 – Notas comuns na transposição.



Fonte: autor

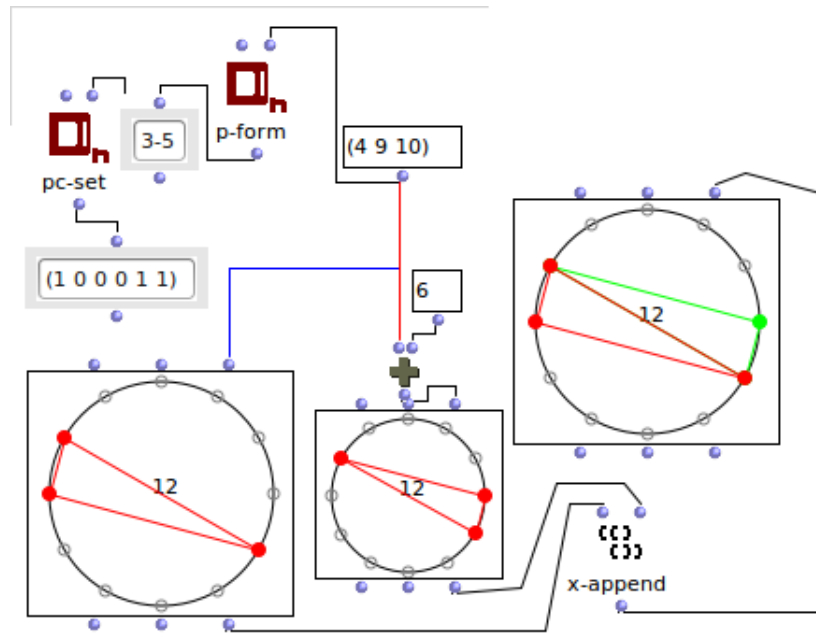
Isso acontece porque o vetor de intervalos para esta forma é $\langle 1,2,2,0,1,0 \rangle$ e podemos observar que há uma fórmula geral que prova que o número de incidências comuns de uma determinada classe de alturas em sua transposição será o número de repetições deste intervalo em seu vetor original. Neste caso por exemplo temos duas incidências do intervalo de classe 2 - portanto as transposições T2 e T10 tem duas notas em comum com T0.

Há uma exceção a esta regra:

É preciso observar que para o caso do trítono a inversão é simétrica - portanto para cada trítono temos duas notas em comum. Como no exemplo acima: 10 e 4 geram as duas simétricas 4 e 10, logo conclui-se que um trítono gera duas notas em comum e assim por diante.

Interessante pensar também que o vetor de intervalos irá determinar transposições onde não existe nota nenhuma em comum. Composicionalmente isso pode ser visto como uma possibilidade de transpor a série para uma sessão totalmente distinta da anterior, criando algum discurso com estas transições.

Figura 54 – Notas comuns na transposição com trítono.

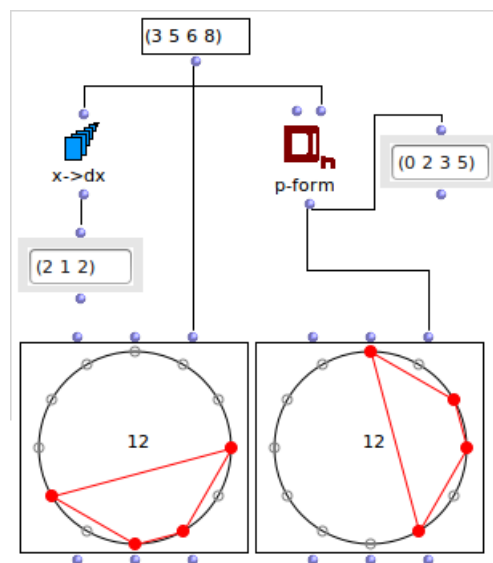


Fonte: autor

A.4.2 Simetria Transpositiva

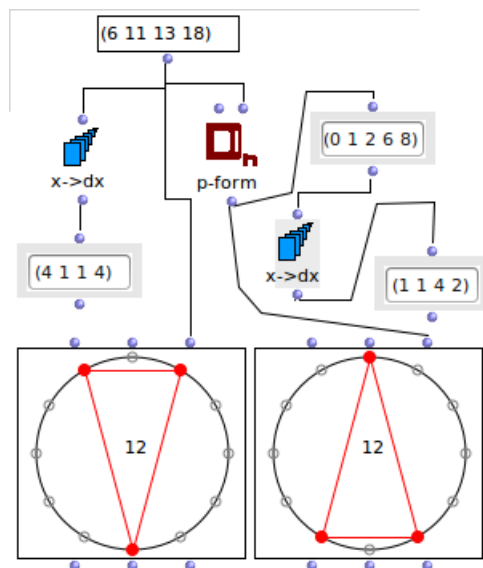
Na simetria transpositiva temos um padrão de intervalos que funciona como palíndromo (tem a mesma leitura da esquerda para a direita e direita para esquerda).

Figura 55 – A simetria transpositiva é obtida através de um padrão de intervalo palíndromo.



Fonte: autor

Figura 56 – A forma circular é mais geral do que a numérica para a visualização do padrão de simetrias.

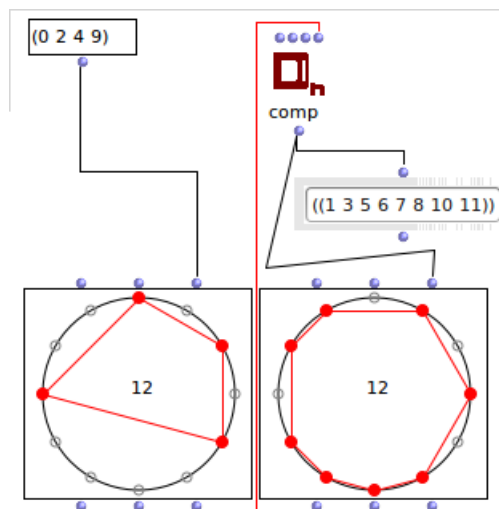


Fonte: autor

A.4.3 Complemento

Útil para reconhecer e produzir contextos totalmente distintos entre si, o complemento é composto por todos intervalos que estão excluídos dos grupo, produzindo um outro grupo completamente diferente.

Figura 57 – O complemento contém todas alturas cromáticas que o conjunto original não possui.

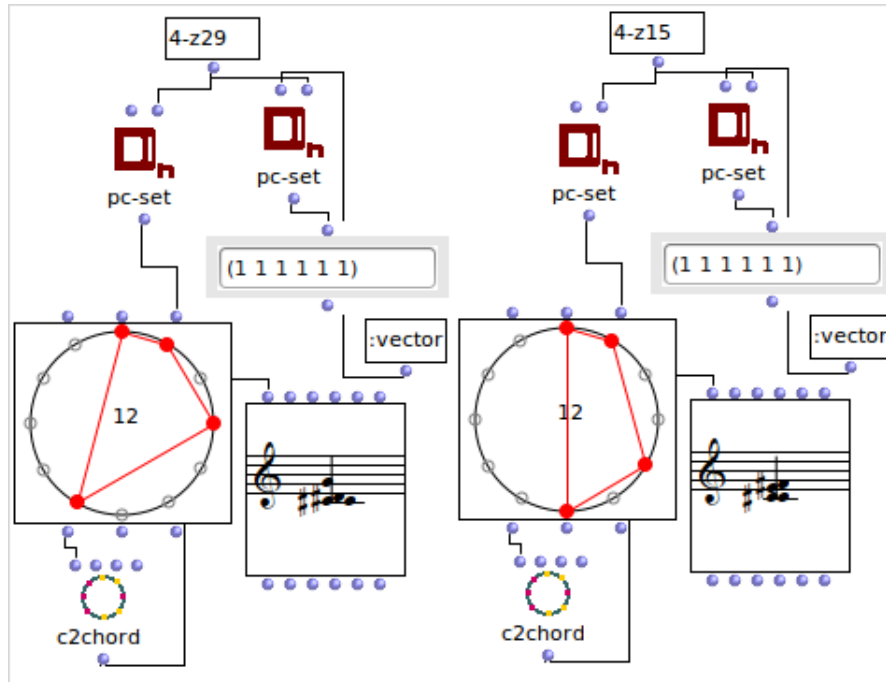


Fonte: autor

A.4.4 Relação Z entre grupos de classes de alturas

A relação Z é uma das interessantes relações onde há uma equivalência sem que os conjuntos sejam transposições ou inversões entre si neste caso produzindo dois conjuntos que possuem os mesmos intervalos na sua constituição.

Figura 58 – Dois conjuntos Z-relacionados possuem os mesmos intervalos sem serem inversões ou transposições uns dos outros.



Fonte: autor (adaptado de exemplo do tutorial MathTools do OM)