

Guilherme Rafael Soares

Luteria Composicional de algoritmos pós-tonais

03 de março de 2015, v0.9999-Defesa

Guilherme Rafael Soares

Luteria Composicional de algoritmos pós-tonais

Prévia da dissertação para a banca de qualificação para o Mestrado em Arte, Cultura e Linguagens do IAD-UFJF.

UFJF - Universidade Federal de Juiz de Fora

Instituto de Artes e Design

Programa de Pós-Graduação em Artes, Cultura e Linguagens

Orientador: Prof. Dr. Daniel Quaranta

03 de março de 2015, v0.9999-Defesa

Guilherme Rafael Soares

Luteria Composicional de algoritmos pós-tonais / Guilherme Rafael Soares. – ,
03 de março de 2015, v0.9999-Defesa-
111 p. : il. (algumas color.) ; 30 cm.

Orientador: Prof. Dr. Daniel Quaranta

Tese (Mestrado) – UFJF - Universidade Federal de Juiz de Fora
Instituto de Artes e Design

Programa de Pós-Graduação em Artes, Cultura e Linguagens, 03 de março de 2015,
v0.9999-Defesa.

1. Palavra-chave1. 2. Palavra-chave2. I. Orientador: Prof. Dr. Daniel Quaranta
II. UFJF - Universidade Federal de Juiz de Fora. III. Instituto de Artes e Design
IV. Luteria Composicional de algoritmos pós-tonais

CDU 02:141:005.7

Guilherme Rafael Soares

Luteria Composicional de algoritmos pós-tonais

Prévia da dissertação para a banca de qualificação para o Mestrado em Arte, Cultura e Linguagens do IAD-UFJF.

Trabalho aprovado , 13 de fevereiro de 2015:

Prof. Dr. Daniel Quaranta
Orientador

Professor
Convidado 1

Professor
Convidado 2

03 de março de 2015, v0.9999-Defesa

Resumo

Esta pesquisa visa sistematizar um catálogo de experimentos constituído de pequenas peças musicais e seus algoritmos geradores, objetivando a construção de uma biblioteca de procedimentos para composição assistida por computador que gere partituras baseadas em regras derivadas de análises musicais de contexto pós-tonal.

Os procedimentos são inspirados em apontamentos de estudos sobre pós-tonalidade no compositor Béla Bartók encontrados nas obras de [Lendvai \(1971\)](#), [Antokoletz \(1984\)](#), [Cohn \(1991\)](#) e [Suchoff \(2004\)](#). Enfatizamos a problematização de ciclos intervalares, eixos de simetria, polimodalismo e peculiaridades de coleções referenciais de classes de altura conforme sugestões de [Forte \(1973\)](#), [Straus \(2004\)](#) e [Susanni e Antokoletz \(2012\)](#).

Detalhamos questões computacionais para esta implementação utilizando como base as ferramentas OpenMusic e biblioteca python de musicologia assistida por computador Music21.

Deixamos um legado em código aberto para continuidades possíveis deste trabalho.

Palavras-chaves: Música algorítmica. Pós-tonalismo. Teoria dos conjuntos. Pitch class theory. Luteria. Composição assistida por computador. Musicologia assistida por computador. Open Music. Music21 Software livre. Bela Bartók.

Lista de ilustrações

Figura 1 – Os três eixos das transposições possíveis para a rotação "subdominante-tônica-dominante".	23
Figura 2 – Sistema de Eixos - Rotação entre primário e secundário	24
Figura 3 – O plano melódico do motivo inicial de <i>"Sonata para dois pianos e Percussão"</i> parece ser o de fechar o total cromático com a transposição paralela da melodia nos dois pólos, fazendo um pólo para cada piano.	25
Figura 4 – Encadeamento dos eixos através das transposições do motivo inicial	26
Figura 5 – Possível estratégia composicional em nível melódico do motivo inicial de <i>"Sonata para dois pianos e Percussão"</i>	27
Figura 6 – Primeiro estágio: dominante/subdominate	27
Figura 7 – Segundo estágio: modulação pela relativa	28
Figura 8 – Terceiro estágio: modulação pela relativa com ambiguidade maior-menor em um dos polos	28
Figura 9 – Quarto estágio: o jogo de rotação modulações por todos os polos do eixo	28
Figura 10 – Simultaneidade do modos maior-menor	29
Figura 11 – A série harmônica	29
Figura 12 – A série harmônica	31
Figura 13 – O giro de eixos que sugere equivalência nas relações de subdominante e dominante ela proximidade acústica da série harmônica.	31
Figura 14 – <i>"Pseudo-cadência bartokiana"</i>	32
Figura 15 – Razão geométrica da proporção áurea	32
Figura 16 – A fórmula para encontrar a constante $1/\Phi$ e sua relação com a série de Fibonacci.	33
Figura 17 – gs	35
Figura 18 – Alguns dos ciclos intervalares observados geometricamente em suas transposições no Open Music.	36
Figura 19 – É necessário percorrer cinco oitavas girando pelas quartas justas para ir de C1 até C6	37
Figura 20 – A resolução de uma coleção do ciclo de diminutas pela condução por nota sensível a um dos quatro acordes de resolução derivados	38
Figura 21 – O ciclo de terças menores sendo usado para gerar uma dominante com sétima e sua resolução	39
Figura 22 – A resolução de uma coleção do ciclo de terças maiores pela condução por nota sensível a um dos quatro acordes de resolução derivados. Detalhes sobre o script gerador no Apêndice.	39

Figura 23 – Algumas evidências célula Z de Antokoletz nos Mikrokosmos, destacadas por Lendvai com o nome de "modelo 1:5".	42
Figura 24 – Simetria inversiva par	43
Figura 25 – Simetria inversiva impar	43
Figura 26 – Exposição das primeiras citações do intervalo 151 e sua dissolução por rotações e inserção de novos intervalos. Código do script gerador no apêndice.	44
Figura 27 – Eixo de simetrias em torno de $D\sharp$ - estão presentes todas as díades do motivo inicial de Mikrokosmos 109 exceto a díade do trítone Mi-Sib e a nota $D\sharp$	44
Figura 28 – Apontamentos de Cohn - Combinação Transposicional	45
Figura 29 – Alguns dos acordes de "simetria em espelho"apontados por Bartók e citados por Bernard (1986, p. 189)	47
Figura 30 – Simetrias em coleções referenciais citadas por cohn	49
Figura 31 – A coleção octatônica em sua rotação prima OCT0,1 e na sua rotação que inverte a ordem dos intervalos, normalizada para começar em OCT0,2	51
Figura 32 – As permutações de díades internas a uma célula Z de Antokoletz, pode ser reduzida a três coleções intervalares de 1, 5 ou 6 semitons. Este patch de OM mede as combinações transpositivas para qualquer tétrade permutada podendo encontrar todas as relações da tabela de Cohn (1991, p.271)	52
Figura 33 – Aqui conferimos os três intervalos comuns para a rotação da octatônica que produz a célula Z e todas suas transposições	52
Figura 34 – Rotações dos intervalos da pentatônica, normalizados em $D\flat$	54
Figura 35 – Rotações dos intervalos da pentatônica, normalizados em $D\flat$	56
Figura 36 – Rotações dos intervalos da pentatônica, normalizados em $D\flat$	57
Figura 37 – Ostinatos nas notas brancas e melodia nas notas pretas em Mikrokosmos 125	59
Figura 38 – Gerador de um acorde $D\flat$ maior ($d\flat_4$ e g_5) na clave de sol em Lilypond	64
Figura 39 – Gerador de uma nota $d\flat_4$ na clave de sol em MusicXML	65
Figura 40 – A saída do teste em terminal cria um arquivo temporário em pdf com a renderização do Stream.	66
Figura 41 – Renderização da pauta de piano em compasso 2/4	68
Figura 42 – Perfis de tonalidade propostos por Carol Krumhansl (1990) - histograma demonstrado por Temperley (2001).	73
Figura 43 – Perfis de tonalidade propostos por Carol Krumhansl (1983) - comparativo entre tonalidades próximas e distantes.	74
Figura 44 – Pitch Space	75

Figura 45 – Aplicação do algoritmo de análise graus de cadência em Mikrokosmos 109 considerando a inferência de tonalidade Sol maior detectada anteriormente.	76
Figura 46 – "Tonalidade" singular apontada por Bartók - a pauta contém um sustenido em C# ao invés do F# padrão para Sol maior: declaração de uma intenção polimodal em Mikrokosmos 41	77
Figura 47 – Distribuição das classes de altura durante toda composição revelam que apesar da composição estar polarizada em torno da nota Sol essa aparece menos que sua terça maior (Si) e sua quinta justa (Ré). . .	77
Figura 48 – A sugestão de exercício das "escalas" de Mikrokosmos 41 na partitura original revela a saliência da sequencia de 2-2-2-1 intervalos de semitom a partir de Sol que remetem ao modo lídio. No entanto o Sol lídio teria que ter Fá sustenido, mas temos um Fá bequadro: fica assim explícita a invenção de um modo derivado ou "polimodo". Suchoff (2004) define como um modo misto "Lídio-Mixolídio".	78
Figura 49 – Análise de contorno intervalar na melodia inicial de Mikrokosmos 41. Detalhes sobre o script de extração de intervalos no Apêndice.	78
Figura 50 – O final de Mikrokosmos 41 evidencia a sequencia de 2-2-2-1 semitons do modo Lídio. Detalhes sobre o script de extração de intervalos no Apêndice.	78
Figura 51 – Extração da análise gerada sobre a partitura de Mikrokosmos 109, os números indicam o grau da escala octatonica de Dó. A octatônica só é quebrada na entrada do Lá ^{bb} que marca a mudança de sessão, confirmando a tese de Cohn (1991).	80
Figura 52 – Objeto N-Cercle	81
Figura 53 – Representação de uma sequencia partiturada com notação proporcional em um objeto chordseq	82
Figura 54 – Todas tríades	83
Figura 55 – Objetos geradores de escalas e intervalos. Duas maneiras de representar uma proporção de fibonacci	84
Figura 56 – Construção de crivos.	85
Figura 57 – Módulo de segmentação para análise dentro dos objetos chord-seq. . .	85
Figura 58 – Extração de contorno.	86
Figura 59 – Equivalência de intervalos por inversão	103
Figura 60 – [0,2,4,10]	104
Figura 61 – Redução de um segmento do Microkosmos 101 de Bártok para um cluster de 4 alturas.	105
Figura 62 – Forma Normal.	106
Figura 63 – Fórmulas de agrupamento de classes de altura.	107
Figura 64 – Notas comuns na transposição.	108

Figura 65 – Notas comuns na transposição com trítono.	109
Figura 66 – A simetria transpositiva é obtida através de um padrão de intervalo palíndromo.	109
Figura 67 – A forma circular é mais geral do que a numérica para a visualização do padrão de simetrias.	110
Figura 68 – O complemento contém todas alturas cromáticas que o conjunto original não possui.	110
Figura 69 – Dois conjuntos Z-relacionados possuem os mesmos intervalos sem serem inversões ou transposições uns dos outros.	111

Sumário

	Introdução	15
I	PERCURSO PELA ANALISE MUSICAL	19
1	APONTAMENTOS BARTOKIANOS	21
1.1	Panorama básico sobre análise bartokiana	21
1.2	Sistema de Eixos de Lendvai	23
1.2.1	Afinidades funcionais entre quarto e quinto graus	23
1.2.2	A elaboração de uma sonoridade mista maior-menor	27
1.2.3	Especificidades da coleção acústica (overtone)	29
1.2.4	Expectativas de grau sensível	32
1.2.5	Secção Áurea e Fibonacci	32
1.2.5.1	Geometria da Macro-forma com analogias na Micro-forma	34
1.2.5.2	Críticas ao modelo de Lendvai	35
1.3	Ciclos Intervalares	35
1.4	Células de Altura de Antokoletz	39
1.5	Simetria Inversiva	42
1.5.1	Eixo de Simetrias como estratégia motívica	44
1.5.2	Simetria Literal	46
1.6	Coleções referenciais ordenadas por conjuntos de classes de altura .	47
1.6.1	Octatonismo e suas partições	48
1.7	Modalismo e estratégias rotacionais	53
1.7.1	Modos Gregos	53
1.7.2	Rotação Pentatônica	54
1.7.3	Cromatismo Polimodal	56
1.8	Harmonização dos Modos Folclóricos	57
II	FORMALIZAÇÕES COMPUTACIONAIS	61
2	ANALISE MUSICAL ASSISTIDA POR COMPUTADOR	63
2.1	Formatos de entrada	63
2.1.1	MIDI	63
2.1.2	Lilypond	64
2.1.3	MusicXML	65
2.2	Music21	65

2.2.1	Stream	66
2.2.1.1	Notas, Acordes e nomenclaturas	69
2.2.2	Cadência e inferência de tonalidade	70
2.2.2.1	Key Profiles	71
2.2.2.2	Contorno Intervalar	76
2.2.2.3	Inferência de escalas e modos	79
2.3	OpenMusic	80
2.3.1	Visualização das classes de altura e sequencias partituras	81
2.3.2	Manipulação de Conjuntos e suas nomenclaturas	81
2.3.2.1	Contornos intervalares e crivos	82
2.3.3	Segmentação Monitorada	83
2.3.4	LZ: Extração de motivos e aprendizado de máquina	84
2.4	Especialidade da automação versus especialidade do analista	87
3	COMPOSIÇÃO ASSISTIDA POR COMPUTADOR	89
3.1	Cliches generativos partituras	89
3.2	Formatos de saída	89
3.3	Tecnicas em Music21	89
3.4	Experimentos em outras linguagens de CAC	89
3.4.1	Tecnicas em OpenMusic	89
3.4.2	Problematizações em PureData	89
3.5	Probabilidade e Combinatória	89
III	EXPERIMENTOS GENERATIVOS	91
4	COSMOBAGATELLAS	93
	Conclusão	95
	Referências	97
	APÊNDICES	101
	APÊNDICE A – FÓRMULAS DE AGRUPAMENTO E TRANSFOR-	
	MAÇÃO DOS INTERVALOS	103
A.1	Vetor intervalar	104
A.2	Forma Normal	104
A.3	Forma Prima	106
A.4	Singularidades nos agrupamentos	107

A.4.1	Notas comuns sob transposição	108
A.4.2	Simetria Transpositiva	109
A.4.3	Complemento	110
A.4.4	Relação Z entre grupos de classes de alturas	111

Introdução

Em seu livro sobre música e mediação tecnológica, Fernando Iazzetta (2009, p.187) nos fala sobre um tipo de *"luteria composicional"* que surge do experimento de estúdio migrando para os computadores pessoais no final do século XX. A criação dos instrumentos musicais a partir de algoritmos, códigos, *patches*¹, passa a existir como estratégia composicional tanto quanto a técnica instrumental ou a experiência de orquestração por escrita partitural.

Podemos observar na história da música algorítmica que em seus primeiros experimentos, como na *Suíte Illiac* de Hiller e Isaacson (1957), ainda buscava-se a legitimação de uma computação musical a partir da aplicação estatística de restrições composicionais derivadas das regras de harmonia e contraponto, emulando as técnicas do compositor ocidental tradicional, treinado nas partituras.

Provada a possibilidade de um *"computador ser usado para compor"*, logo começam expansões de técnicas *muito complexas para serem pensadas sem o auxílio do computador*, através de aplicações de teorias matemáticas mais avançadas sobre a serialização de eventos partituráveis. No entanto este serialismo integral e ortodoxo vai aos poucos sendo permeado por uma música computacional que estimula a busca por sonoridades não-restritas a organização das 12 alturas da escala temperada, estimulado pelos experimentos da era inaugurada pela música eletroacústica e pela música concreta.

O computador passa a ser cada vez mais usado para a pesquisa sobre síntese sonora e em dado momento sua capacidade de memória passa a permitir também manipulações muito avançadas em sons gravados. Os experimentos concretos e eletrônicos com todo espectro audível passam a ser **uma das primeiras coisas que um músico iniciado pela computação terá contato**, já que o uso dos processos partiturados estarão sempre de alguma forma ligados a tradições ocidentais da orquestração ou estudo de instrumentos musicais de um repertório de prática comum.

Jean Bresson, um dos criadores da linguagem OpenMusic², desenvolvida no IRCAM³, aponta que esta tendência para uso do computador como ferramenta de manipulação de sonoridades sintéticas ou pré-gravadas tem seu auge justamente neste período que sucede a possibilidade do uso do computador pessoal, e relembra que os processos simbólicos de manipulação inspirados na partitura, que deram origem a linguagem OpenMusic, foram

¹ Algoritmos computacionais em forma de fluxogramas usados em linguagens de programação gráficas como Open Music e Pure Data.

² Linguagem de programação de fluxo gráfico, baseada na linguagem LISP. <<http://repmus.ircam.fr/openmusic/home>>. Acesso em 27 de fevereiro de 2015.

³ Institut de Recherche et Coordination Acoustique/Musique. <<http://www.ircam.fr/>>. Acesso em 27 de fevereiro de 2015.

sendo cada vez mais ignorados pela estética da "*computer music*".

"Enquanto a maioria das "linguagens de programação musical" lidam principalmente com processamento de sinal e síntese sonora, uma abordagem original adotada pelo time de representação musical do IRCAM no fim dos anos 80 foi particularmente um foco na nas estruturas simbólicas e processos musicais, isto é, **aspectos tradicionalmente ignorados ou deixados de lado dos ambientes computacionais.**" (BRESSION; AGON; ASSAYAG, 2011, grifo nosso)

Nas primeiras décadas do século XXI, com a sedimentação da computação em rede mundial, a popularização de ferramentas de busca e mineração de dados e o estabelecimento de uma cultura de compartilhamento de arquivos digitais audiovisuais temos a viabilização de algumas novas tendências.

A colagem referencial inspirada por esta alta-disponibilidade de fonogramas digitais e a "sonificação" de dados que a priori não estavam em um contexto musical tornam potentes aquilo que Johanes Kreidler chama de "Conceitualismo"⁴ : de um gráfico da bolsa de valores aos movimentos de uma bactéria em um microscópio tudo pode tornar-se uma relação metafórica entre parâmetros de uma música.

Iazetta, no entanto, problematiza esta situação da seguinte maneira:

"Qualquer estrutura, gramática ou modelo pode, em princípio, ser transposto para o âmbito sonoro com a intenção de produzir música. Uma vez que nos sistemas computacionais todo e qualquer elemento é transcrito na forma de símbolos abstratos do mesmo tipo (em última instância, bits representados por 0 e 1), esse tipo de procedimento se torna tentador, mas também vulnerável.(...)Certamente estas transposições de um campo a outro não destroem a coerência interna dos fenômenos transpostos, mas de forma alguma asseguram a geração de uma coerência musical, pelo menos não no nível perceptivo. (...) **O discurso enfatizando o caráter inovador que acompanha cada novo invento geralmente esconde o quanto nossos avanços representam uma consolidação de conhecimentos existentes, mais do que saltos progressivos**". (IAZZETTA, 2009, p. 151-153, grifo nosso.)

Considerando este cenário com que depara-se hoje **o músico que programa computadores ou o programador que faz música**, decidimos investigar ***uma situação imediatamente anterior a influência dos computadores no processo composicional***. Referências que precederam o serialismo planejado a priori como estratégia estatística, e que inaugurou a música autoral auxiliada por computadores no anos 50 (com trabalhos como os de Xenakis, Stockhausen, Boulez ou Babbitt).

Um limite que teve seu auge um pouco antes do início da história da música algorítmica, antes da preocupação imediata com os timbres ou da era das manipulações

⁴ Conferir a palestra de Kreidler em Harvard, de 14 de abril de 2013 - <<https://www.youtube.com/watch?v=cUIzq52kuP4>>. Acessado em 27 de fevereiro de 2015.

de amostras sonoras, e de certa maneira ainda proto-serialista. Uma música por vezes chamada politonal, polimodal ou usando o termo de [Straus \(2004\)](#): *pós-tonal*.

Para isso investigamos algumas bases para a manipulação dos processos simbólicos partiturráveis na escala temperada em um contexto teórico que estivesse nos limites da ideia de tonalidade, porém restritos a estratégias de manipulação das doze alturas e ao uso do timbre do piano como uma abstração "neutra"⁵ para referência das alturas.

Decidimos focar na possibilidade de organizar apontamentos composicionais pós-tonais a partir de ferramentas de análise assistida por computador. Nossa estratégia para definição do escopo foi a de partir do estudo de caso do compositor Bela Bartók.

O procedimento dividiu-se em 3 etapas: *a) apontamentos da Análise Bartokiana, b) formalizações computacionais da análise assistida por computador e c) formalizações computacionais da composição assistida por computador.*

Iniciamos esta pesquisa buscando entender como o percurso que as formalizações computacionais de elementos básicos da cognição musical permitiram o atual estágio da *análise musical assistida por computador*. Trabalhos como a formalização de uma gramática gerativa da música tonal proposta por [Lerdahl e Jackendoff \(1983\)](#) e derivações similares que geraram implementações computacionais como as pesquisas de [Temperley \(2001\)](#) e [Huron \(2006\)](#) nos interessaram e pareceram a princípio essenciais como base para o entendimento de algoritmos de segmentação de estruturas musicais observáveis em partituras e arquivos de corpus derivados de instruções composicionais simbólicas.

Dado o período de quase quatro décadas das primeiras implementações destes algoritmos de segmentação musical temos atualmente um cenário bastante amplo para testar muitas destas teorias e buscar compreendê-las a partir de uma experiência prática. Alguns dos algoritmos implementados por Temperley, Huron e pesquisas similares podem ser experimentados com a biblioteca Python Music21⁶, que foi usada em nossos estudos de caso explicados no [Capítulo 2](#), juntamente com algumas implementações destas análises em linguagem OpenMusic, para comparação das ferramentas.

No entanto, as abordagens generalistas dos problemas quantizáveis de expectativa musical com base em pesquisas sobre cognição e fruição da linguagem tonal⁷ e seus problemas de ordem métrica, rítmica, melódica, harmônica e prolongacional⁸ quase sempre

⁵ Tomamos esta arbitrária "neutralidade" apenas para medir as relações intervalares como foco de investigação, sem uma preocupação imediata com timbres. Uma abordagem ainda mais focada na "sonoridade" do piano poderia encontrar referências no trabalho de [Guigue \(2012\)](#), para continuidade do presente trabalho.

⁶ Biblioteca voltada para procedimentos de análise musical assistida por computador, desenvolvido com suporte do MIT. <<http://web.mit.edu/music21/>>. Acesso em 27 de fevereiro de 2015.

⁷ Entenda-se aqui - a música de tradição clássica e romântica ocidental, repertório referido como "de prática comum" ([TEMPERLEY, 2001](#))

⁸ De maneira geral os procedimentos cristalizados pela tradição shenkeriana. Conferir [Dunsby e Whittall \(2011\)](#)

tangenciam a música pós-tonal como uma exceção especializada das regras gerais, o que nos chamou a atenção para quais seriam as alternativas a uma abordagem que partisse de outros princípios.

Objetivando este escopo mais restrito ao período pós-tonal buscamos na literatura específica das análises do repertório bartokiano ([Capítulo 1](#)) e na literatura que funda algumas das nomenclaturas da análise pós-tonal ([Apêndice A](#)) alguns aspectos mais específicos.

Destacamos desta literatura: *a organização de sonoridades por novos critérios de organização intervalar, casos de observação de simetrias, ciclos transposições e transformações destes materiais e a busca por descrições de outras lógicas de encadeamento dos blocos e sua relação com as percepções mais básicas que ainda operam o lastro de expectativa tonal*. Estes procedimentos são descritos em patches de OpenMusic que são usados também como geradores de sugestões composicionais detalhadas na [Capítulo 3](#) .

Parte I

Percurso pela Analise Musical

1 Apontamentos Bartokianos

Construímos neste capítulo um catálogo de apontamentos analíticos sobre algumas características singulares da obra de Bela Bartók a partir da literatura musicológica derivada de sua obra.

No entanto, mais do que alguma nova teoria sobre Bartók, a intenção deste capítulo é sobretudo servir como uma definição de um escopo pós-tonal para um percurso por ferramentas livres de análise musical assistida por computador.

Durante a pesquisa fizemos um estudo comparado das análises com as linguagens de programação OpenMusic e Python (com a biblioteca Music21) que serviram para ilustrar e testar os apontamentos e que estão explicados em maiores detalhes nos capítulos seguintes.

Buscamos aqui neste percurso formular técnicas e algoritmos que sirvam a uma composição assistida por computador mais integrada com processos automatizados de análise musical pós-tonal.

1.1 Panorama básico sobre análise bartokiana

Malcom Gillies propõe em seu artigo *"Bartók Analysis and Authenticity"* (GILLIES, 1995) um panorama dos problemas e lugares comum nas análises de Bartók, apontando alguns critérios para o que poderiam ao menos garantir a *"autenticidade"* entre as diversas correntes analíticas encontradas até então, já que estas são tão diversas que podem facilmente fechar-se em suas próprias contradições.

Gillies inicia a reflexão destacando o notável desafio em argumentarmos qualquer esboço totalizante que sustente a unidade entre os níveis das *"micro"* e *"macro"* estruturas extraídas da vasta gama de análises disponíveis sobre Bartók até aquele momento.

As *"micro"* estruturas seriam as destacadas com apontamentos de interações entre ciclos e simetrias intervalares, pelas estratégias polimodais que libertam as melodias do tonalismo e criam temas que tornam-se por transposição complementarmente um total cromático, e em geral quaisquer relações que definam contextos que dão uma identidade de sonoridade a fragmentos ainda descontextualizados de uma suposta função num todo.

As *"macro"* estruturas seriam planos gerais que sejam definidos pelas estruturas notáveis de obras inteiras ou conjuntos de obras como unidade - por exemplo questões sobre o encadeamento de secções por alguma estrutura de prolongamento de expectativa, localização de alguma sugestão ambígua de tonalidade e modalismo nos encadeamentos dos grandes blocos, medidas gerais de um plano de equilíbrio das partes com eixos geométricos

inspirados na secção áurea ou mesmo a referência a formas mais tradicionais como a sonata.

Gilles propõe antes de tudo, para ater-se a uma questão primordial sobre o que pode ser definido como consenso e o que pode ser considerado idiossincrático, a seguinte classificação por uma diferença de abordagem das análises: *análises "autênticas"*, *"semi-autênticas"* ou *"não-autênticas"*, sem que nisso haja algum sentido depreciativo, mas apenas como critério para entender que este território pode ir de um historicismo de lastro documentado até alguma teoria mais inventiva e sem necessidade de comprovação da consciência do compositor sobre estes aspectos, uma teoria comprometida mais com a inspiração de processos criativos derivados.

A **"autenticidade"** seria sobretudo definida por critérios de alguma formalização sustentada por vestígios deixados pelo próprio Bartók, como na compilação *"Bela Bartók Essays"* (BARTÓK; SUCHOFF, 1993). Considera também nesta categoria as pesquisas que a partir dos registros da pesquisa etnomusicológica de Bartók busca fontes originais de estudos dos aspectos folk de seu trabalho. Entram aqui também as análises que tomam em consideração as performances registradas em áudio que foram executadas pelo próprio Bartók ou supervisionadas por ele, para destacar aspectos complementares aos escritos e partituras originais.

Uma **"semi-autenticidade"** seria definida a partir de analogias entre influências de outros compositores ou contextos de gênero presentes na obra de Bartók, como por exemplo discurso sobre a influência do drama em sua ópera ou a localização de traços ou citações paródicas por influência de outros compositores em suas peças. Dada autenticidade da analogia portanto, a preocupação com a legitimidade ficaria deslocada para aspectos externos a obra de Bartók.

Já a **"não-autenticidade"** comportaria os estudos da música de Bartók como fonte para apontamentos arbitrários para demonstrações de harmonia funcional, contraponto, análise shenkeriana ou análise pós-tonal por grupos de classes de alturas. Gillies situa também aqui algumas análises de Bartók que tomam caminhos mais especulativos e originais como as análises de proporção geométrica e simetria propostas por Ernő Lendvai (1971) ou o escrutínio de relações celulares e suas transformações entre ciclos intervalares, rotações motivicas, coleções modais ou não-diatônicas presentes em trabalhos como o de Elliot Antokoletz (1984).

Em nossa pequena amostra de abordagens seguimos muito mais por este percurso mais descontextualizado e autoral de analistas que destacaram alguns traços estruturais na música de Bartók e seus Mikrokosmos. Não temos ainda a ambição de esgotar ou mesmo de argumentar uma hierarquia de importâncias "autênticas" destes traços em sua obra como um todo ou na consistência geral de seu estilo. Nossa intenção aqui foi apontar limites e possibilidades para uma automação algorítmica de manipulação de transformações

sugeridas nestas análises e abrir caminho para uma musica generativa inspirada nestes procedimentos.

1.2 Sistema de Eixos de Lendvai

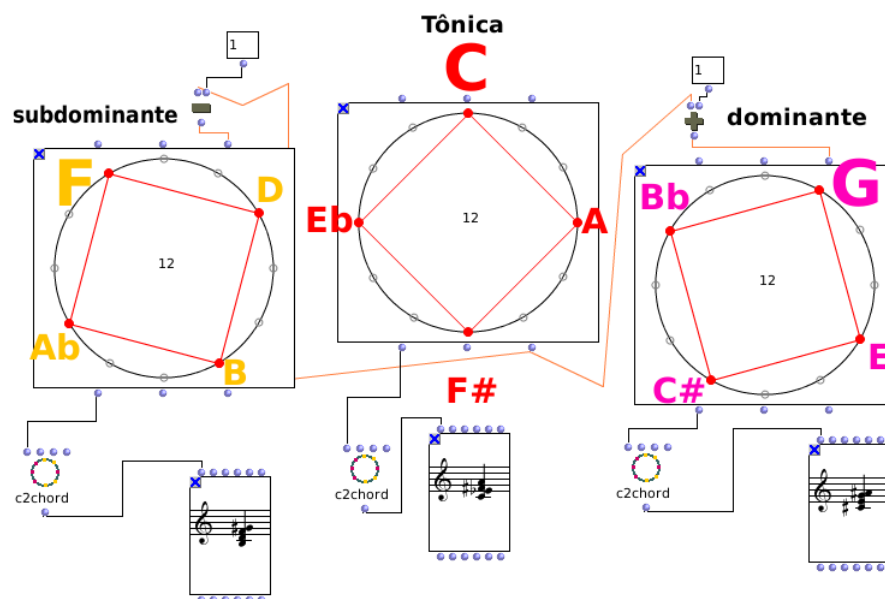
Ernő Lendvai (1971, p. 08) organiza uma visão geral de uma transformação de conceitos de harmonia tonal funcional pelo prisma do que chama de "*sistema de eixos*"¹ de Bartók. Vejamos a seguir alguns destes apontamentos.

1.2.1 Afinidades funcionais entre quarto e quinto graus

Partindo da consideração do ciclo das quintas como um esquema rotativo de transformação que possui as forças *subdominante* <-*tonica*> *dominante* em cada um dos passos de 30 graus, lembremos que girando da *esquerda para direita* temos sempre uma relação onde a *dominante como nova tônica terá a tônica anterior como subdominante* e girando da *direita a esquerda* teremos uma nova tônica que possui a *tônica anterior como dominante*.

Lendvai (1971, p.3) propõe a partir disso a observação do uso das relações entre os quatro polos dos três eixos possíveis. As doze alturas cromáticas ficam distribuídas em três eixos de quatro notas.

Figura 1 – Os três eixos das transposições possíveis para a rotação "subdominante-tônica-dominante".



Fonte: autor

¹ "*axis system*"

Lendvai chama de "*polo e contra-polo*" a relação entre os trítonos nas duas extremidades (que chama de "eixo primário") e observa que o eixo perpendicular (ou "eixo secundário") possui também sua relação de "*polo e contra-polo*" entre o que seriam a relativa e a mediante de uma tônica pelo ciclo de quintas.

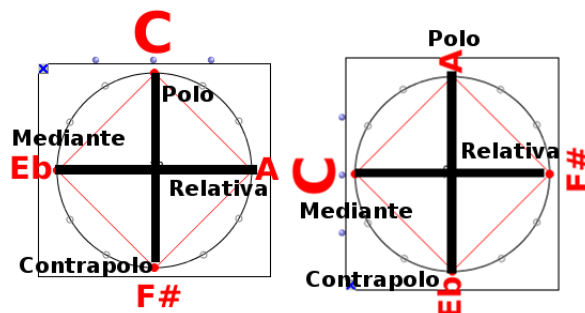
A relação entre este "**sistema de eixos**" portanto pode ser a de analogia ao movimento de passo "*subdominante* \leftrightarrow *tônica* \leftrightarrow *dominante*" onde movíamos por passos de 30 graus pelo ciclo de quintas original.

A diferença é que neste caso a relação mais importante entre as notas do eixo não seria exatamente por um critério baseado na busca de notas comuns de acordes para servirem de pivôs para resoluções tonais ou da busca por notas sensíveis para a solução de dissonâncias por grau conjunto mas uma questão de "**parentesco funcional**" das sonoridades dos intervalos que giram de 90 em 90 graus dividindo simetricamente o total cromático numa soma de quatro intervalos de três semitons.

É essencial perceber que os eixos em particular não devem ser considerados como acordes de sétima diminuta, mas como relações funcionais de de quatro diferentes tonalidades, o que pode ser bem comparado com as relações menor-maior da música clássica.(LENDVAI, 1971, p.3)²

As três transposições possíveis dos eixos de quatro notas tornam a transformação de "*transposição do sistema de eixos*" geometricamente similar ao movimento "*subdominante* \leftrightarrow *tônica* \leftrightarrow *dominante*" mas nem sempre pelos mesmos critérios de uma harmonia tonal funcional, apesar de obviamente, poder servir-se deste como estratégia de construção de ambiguidades politonais.

Figura 2 – Sistema de Eixos - Rotação entre primário e secundário



Fonte: autor

² Is essential that the particular axes should not be considered as chords of diminished seventh, but as functional relationships of four different tonalities, which may best be compared to the minor-major relations of classical music.(LENDVAI, 1971, p.3)

Lendvai toma este conceito de "polo e contrapolo" como *"uma das estratégias estruturais mais fundamentais na música de Béla Bartók"* (LENDVAI, 1971, p.04) e cita alguns exemplos que confirmam que este tipo de modulação era recorrente.

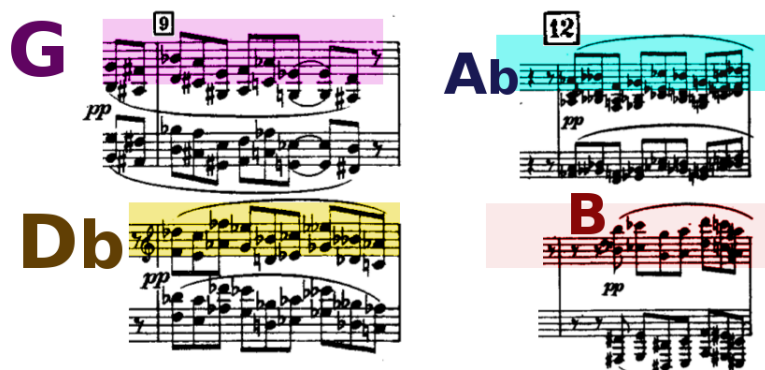
Na *"Sonata para dois pianos e Percussão"* o motivo inicial é transposto três vezes entre os dois pianos em sua relação de trítono *"polo e contra-polo"* e nestas três entradas consecutivas deste motivo é apresentando com as três transposições possíveis do *"sistema de eixos"*.

A relação *polo* ↔ *contra-polo* que pode ser observada nestas entradas pode ser percebida como a analogia com o pêndulo *"subdominante ↔ tônica ↔ dominante"* proposta por Lendvai: inicia com a relação motívica destacando a relação $C \leftrightarrow F\#$ (compassos 2-5 / Figura 3) em seguida (compasso 8-9 / Figura 4) entra o eixo de $G \leftrightarrow Db$ (como se G surgisse de uma relação dominante com C e Db estivesse numa simultânea relação dominante com $F\#$) e no compasso 12 (Figura 4) a entrada do jogo entre as transposições $B \leftrightarrow Ab$ como se agora introduzisse a "dominante da dominante" ($G \leftrightarrow B$ e $Db \leftrightarrow Ab$) ao mesmo tempo que move-se assim para o último dos três eixos.

Figura 3 – O plano melódico do motivo inicial de *"Sonata para dois pianos e Percussão"* parece ser o de fechar o total cromático com a transposição paralela da melodia nos dois pólos, fazendo um pólo para cada piano.

Podemos observar (Figura 3) que já nas entradas do motivo inicial temos uma estratégia de introdução de uma coleção de 7 notas a partir de um polo e mais 7 a partir do seu contrapolo em sua voz de resposta no segundo piano - as duas vozes juntas dividem o total cromático em dois, tendo como notas comuns as notas do eixo secundário (a mediantes e a relativa - no caso de $F\#$ e C por exemplo, as notas comuns são A e E_b).

Figura 4 – Encadeamento dos eixos através das transposições do motivo inicial



Fonte: autor

É possível também inferir que a melodia sugere um giro em torno de um eixo que prolonga a expectativa do passo cromático $F\# \rightarrow G$ (e assim por diante em suas transposições). O contorno possui uma simetria no núcleo interno de intervalos³ com um segmento onde há um salto por quinta invertida no meio de duas células de passo cromático que estão distantes do início e do fim da melodia por um salto de 3 semitons (Figura 4).

Esta estratégia composicional com simetrias internas⁴ recorrentes em Bartók por rotações de "células intervalares" (SUSANNI; ANTOKOLETZ, 2012, p.128) serão comentadas na seção 1.5.

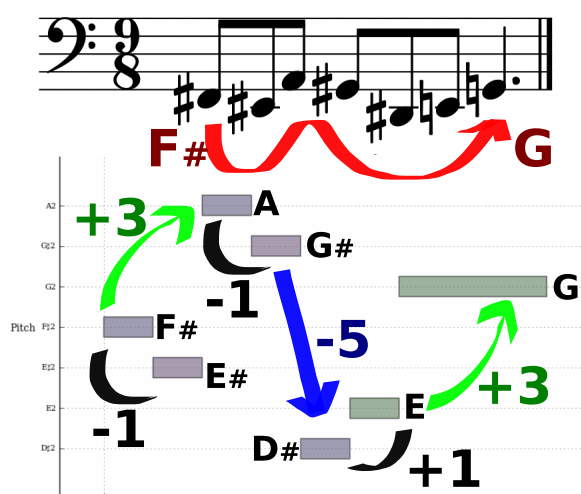
Lembremos também que as transposições em 3 semitons sugerem esta equivalência de sonoridade das transposições pelo mesmo sistema de eixos usado nas transposições da melodia completa e que o salto em quinta invertida no meio do segmento remete ao ciclo de dominantes tradicionalmente usado para modulações tonais.

Lendvai (1971, p.4) também lembra situações onde a estratégia de rotação dos polos do sistema de eixos é a conexão entre os movimentos de formas completas, como na ópera "Castelo de Barba Azul" ($F\# \leftrightarrow C \leftrightarrow F\#$) e na "Music for Strings, Percussion and Celesta" (que altera cada movimento entre os pólos e contrapólos dos eixos primário $F\# \leftrightarrow C \leftrightarrow F\#$ e secundário $A\# \leftrightarrow E_b \leftrightarrow A\#$).

³ "Um aglomerado simétrico de semitons equilibrados em torno de um eixo" (STRAUS, 2004, p.120)

⁴ C.f. "Eixo de Inversão" (STRAUS, 2004, p.121)

Figura 5 – Possível estratégia composicional em nível melódico do motivo inicial de *"Sonata para dois pianos e Percussão"*



Fonte: autor

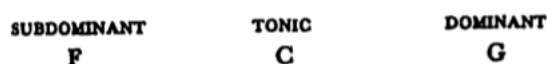
1.2.2 A elaboração de uma sonoridade mista maior-menor

Lendvai (1971, p.08) elabora sobre a assimilação do "sistema de eixos" na música ocidental como uma evolução natural da harmonia funcional:

Uma revisão na evolução do pensamento harmônico leva-nos a conclusão de que o nascimento de uma sistema de eixos foi uma necessidade histórica, representando a continuação lógica (e em certo sentido a completude) da música funcional européia. (LENDVAI, 1971, p.08)⁵

a) O ciclo de dominantes inicia como um sistema de eixos de cadência onde as regiões vizinhas aparecem apenas como função dominante e subdominante sem modulação para outras tonalidades.

Figura 6 – Primeiro estágio: dominante/subdominate



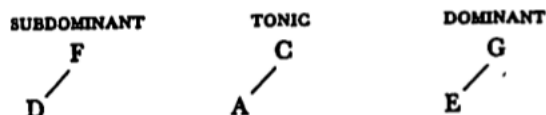
Fonte: (LENDVAI, 1971, p.08)

b) O próximo passo é a introdução do eixo da tonalidade relativa (90 graus à esquerda do ponto da tonalidade). A modulação de tonalidade é induzida pela similaridade

⁵ A survey of the evolution of harmonic thinking leads to the conclusion that the birth of the axis system was a historical necessity, representing the logical continuation (and in a certain sense the completion) of European functional music. (LENDVAI, 1971, p.08)

entre duas regiões diatônicas maiores e menores. Exemplo: Lá menor como relativa de Dó maior e vice-versa.

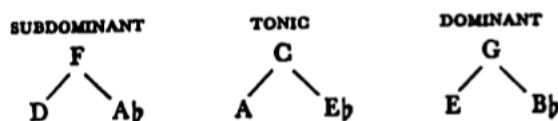
Figura 7 – Segundo estágio: modulação pela relativa



Fonte: (LENDVAI, 1971, p.08)

c) No estágio mais avançado do romantismo é introduzido o jogo de ambiguidade entre a tonalidade maior e menor de um mesmo polo permitindo que haja a estratégia de modulação pelo sistema de eixos tanto para 90 graus a esquerda (Ex: Lá menor e Dó maior) quanto 90 graus a direita (Ex: Dó menor e Mi bemol maior).

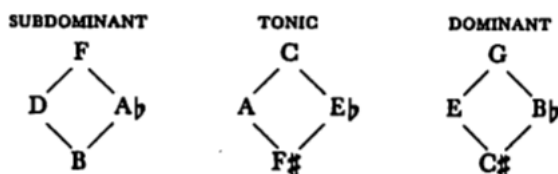
Figura 8 – Terceiro estágio: modulação pela relativa com ambiguidade maior-menor em um dos polos



Fonte: (LENDVAI, 1971, p.08)

d) Finalmente no último estágio onde é introduzida a politonalidade temos a assimilação da nota que está a 180 graus do polo (relação polo e contra-polo) pela sonoridade almejada de um modo misto "maior-menor" em quaisquer um dos pontos, desta maneira um giro completo:

Figura 9 – Quarto estágio: o jogo de rotação modulações por todos os polos do eixo

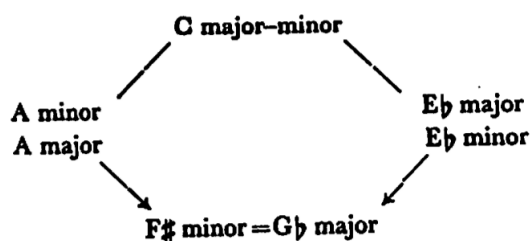


Fonte: (LENDVAI, 1971, p.09)

Assim introduz-se a vertigem de uma sensação onde há uma teia de tonalidades simultâneas operando as expectativas de relações entre os três diferentes eixos. É como se cada um dos três ciclos de quatro terças menores também pudesse substituir por rotação a

função de dominante ou subdominante que opera a tonalidade estrita, pois aqui operamos com uma expectativa ambígua. A função dominante de Dó, por exemplo, passa a poder ser substituída por qualquer nota do ciclo de Sol: E, Bb ou C#.

Figura 10 – Simultaneidade do modos maior-menor



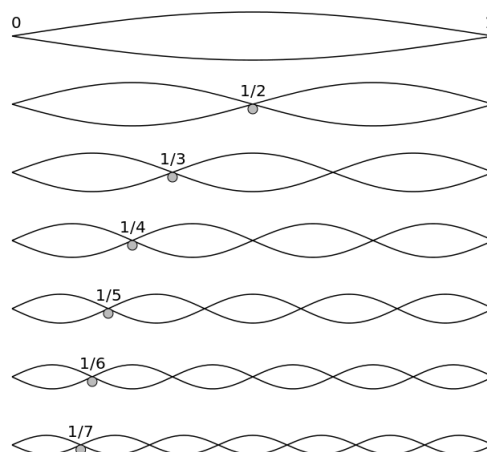
Fonte: (LENDVAI, 1971, p.10)

Lendvai (1971, p.10) atribui também a possibilidade de substituir-se Sol (a dominante de Dó) por Mi e Si bemol a uma justificativa acústica de similaridade pela série harmônica, como veremos a seguir.

1.2.3 Especificidades da coleção acústica (overtone)

Lendvai (1971, p.11) também procura justificativa para o sistema de eixos na observação da sequencia derivada da série harmônica. Sabemos que partindo de uma nota fundamental vibrando, teremos uma sequencia de harmônicos derivados das suas subdivisões por números naturais - $1/2$, $1/3$, $1/4$, e assim por diante. Como podemos ver na figura abaixo:

Figura 11 – A série harmônica



Fonte: wikimedia.org

Considerando uma série acústica partindo de Dó no registro grave de 65.406Hz podemos encontrar a série harmônica multiplicando esta frequência fundamental sucessivamente por 1,2,3,4 e assim por diante. Teremos oitavas em todos os números que são potência de dois: 2,4,8,16... Para os números intermediários entre estas oitavas encontraremos valores que por aproximação podem ser usados para gerar a sequência [C1, C2, G2, C3, E3, G3, Bb3, C4, D4, E4, F#4, G4, A4, Bb4, B4, C5, ...].

Lendvai pontua que já que consideramos na teoria tradicional este primeiro harmônico que não é oitava (no caso de Dó, o Sol) como chave para estabelecer as relações de dominante e sua inversão (a subdominante), podemos também tentar encontrar relações com estes próximos harmônicos - a terça maior e a sétima menor - e com isto encontrar a sonoridade que justifica mais uma vez a expansão do sistema de eixos.

Lendvai propõe a observação das relações destes dois sobretons, a terça e a sétima, e demonstra assim que ambas terão como primeiros harmônicos fora a oitava e a quinta justa os harmônicos Sol#/Lab e Ré, apenas em posições invertidas (o quinto e o sétimo harmônico e vice-versa).

Interessante então notar que estes dois harmônicos (Mi e Lab) terão como seus próprios harmônicos as notas Dó e Fá#/Solb , também apenas em posições trocadas. Isto é, esta relação retorna para o eixo de polo e contra-polo de $C \leftrightarrow F\#$. Podemos observar esta relação na figura 12.

Considerando esta propriedade Lendvai sugere que na música de Bartok isso possibilita a substituição de dominantes ou subdominantes pelo giro dos eixos, permitindo levar também em conta a relação $6m \leftrightarrow T \leftrightarrow 3M$ como uma relação de função similar a relação subdominante \leftrightarrow tônica \leftrightarrow dominante.

Toma para isso em consideração que assim como Dó é a "dominante da subdominante" Fá e o Sol, harmônico de Dó, é também sua dominante, induz essa proporcionalidade em relação ao harmônico Mi, que tem como seu próprio harmônico o Lab .(LENDVAI, 1971, p.11).

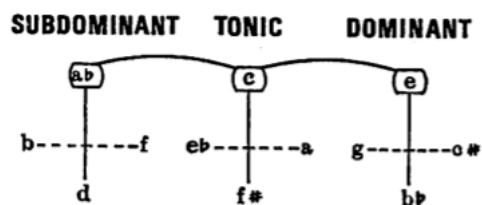
Figura 12 – A série harmônica

Figure 12 displays the harmonic series for five chords: C, E, Bb, Ab, and D. Each chord is represented by a staff with its notes and intervals (5j, 3M, 7m) highlighted in yellow, green, and red respectively. The notes are labeled as follows:

Chord	5j	3M	7m
C	G	E	Bb
E	B	G#	D
Bb	F	D	Ab
Ab	Eb	C	Gb
D	A	F#	C

Fonte: autor

Figura 13 – O giro de eixos que sugere equivalência nas relações de subdominante e dominante ela proximidade acústica da série harmônica.



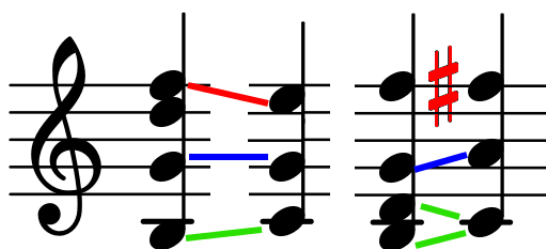
Fonte: (LENDVAI, 1971, p.15)

1.2.4 Expectativas de grau sensível

Outra observação interessante de Lendvai é sobre a resolução por grau sensível em Bartók. Considerando a possibilidade de trabalhar equivalências pelo giro do sistema de eixos, é possível também considerar a sonoridade inversão da função sensível (ex: Fá ↔ Si).

A sonoridade de resolução de Si → Dó no passo sensível V7 → I pode então ser substituída pela cadência Fá → Fá♯ com a função V7 → iv♯. Lendvai chama isto de "*Pseudo-cadência bartokiana*" (LENDVAI, 1971, p.13)

Figura 14 – "*Pseudo-cadência bartokiana*"



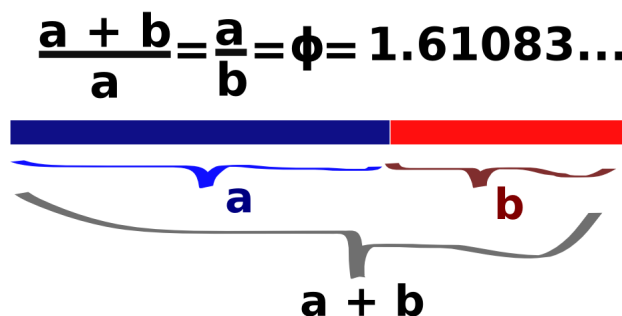
Fonte: autor

Veremos mais algumas ideias sobre cadência considerando a importância dos ciclos intervalares observados por Antokoletz (1984), na seção 1.3.

1.2.5 Secção Áurea e Fibonacci

A secção áurea pode ser definida de diversas maneiras, dependendo da precisão que se está buscando na proporção. Para efeito de entendimento geométrico podemos simplificar a dedução das fórmulas a partir da Figura abaixo:

Figura 15 – Razão geométrica da proporção áurea



Fonte: autor

Considerando no exemplo geométrico uma indução onde $(a + b)$ fosse igual a Φ teríamos então que ter $a=1$, pois $(a + b)/a$ também deve ser igual a Φ (que pode ser fixado em uma constante $\approx 1.61034...$)

Logo, se sabemos que $(a + b)/a = a/b$, portanto $\Phi/1 = 1/b$, podemos também deduzir que $b = 1/\Phi \approx 0.61034..$

Resumindo: se $a = 1$ teremos $b \approx 0.61034$. Se $a=2$ $b \approx 0.61034 * 2$.

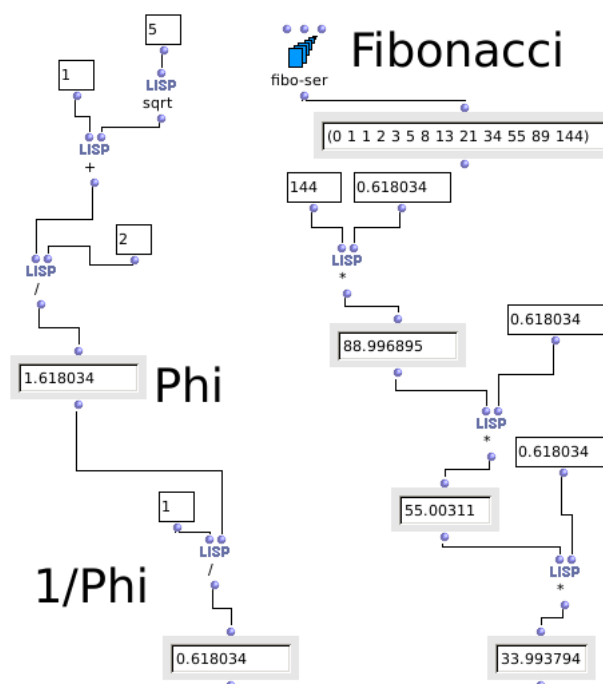
Ou seja, **podemos obter a menor secção (b) fazendo a multiplicação da constante 0.61034 pelo valor de (a).**

A série de Fibonnaci é um caso especial de relação com a proporção áurea - multiplicando qualquer número da série pela constante $1/\Phi$ obtemos um número aproximado ao número anterior da série.

Para calcular a série de Fibonnaci seguimos a fórmula de sempre adicionar os dois últimos números criando o próximo número da série. Se por exemplo começarmos com a sequencia [1, 1] teremos como próximo número o 2 (1+1), o próximo será 3 (2+1), o seguinte 5 (3+2), e então 8, 13... e assim por diante.

Na figura abaixo demonstramos a fórmula para encontrar a constante $1/\Phi$ e sua relação com a série de Fibonacci.

Figura 16 – A fórmula para encontrar a constante $1/\Phi$ e sua relação com a série de Fibonacci.



Fonte: autor

1.2.5.1 Geometria da Macro-forma com analogias na Micro-forma

Um dos apontamentos mais específicos de Lendvai é a de que a música de Bartók esta profundamente fundada no uso de geometrias derivadas da proporção áurea.

Reconhecida como uma das fórmulas matemáticas capazes de demonstrar equilíbrio em formas que vão de espirais das conchas até as proporções do corpo humano, esta geometria foi sempre muito usada nas artes visuais e arquitetura, e as teses de Lendvai serviram para mitificar a obra de Bartók como uma das mais obsessivas por esta proporção.

Lendvai (1962, p.175) argumenta que seria possível resumir todo o seu sistema composicional em uma relação entre estas proporções. Fornece exemplos que vão da forma geral de uma composição até o microcosmo motivico de estratégias de eixos de simetria e escalas.

A secção áurea não é menos significativa como elemento constituinte na criação da forma, melodia e harmonia do que a harmonização e contrução de frases fechando oito ou quatro compassos no estilo clássico vienense. Por exemplo, em um estudo inicial eu demonstrei que cada unidade de "*Sonata para dois pianos e percussão*" desde o todo até as pequenas células, são divididos pela secção áurea.(LENDVAI, 1962, p.175)⁶

No caso da "*Sonata para dois pianos e percussão*" alguns apontamentos são facilmente verificáveis: a estrutura do primeiro movimento tem como forma total 443 compassos e a recapitulação esta posicionada precisamente no compasso 274 ($443 * 0.618$).

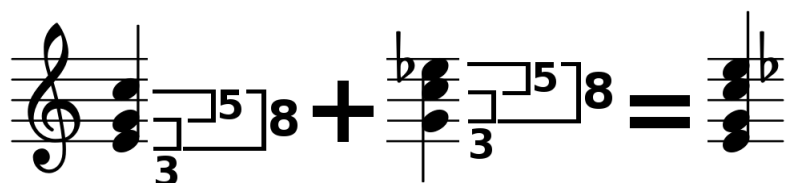
Alguns apontamentos são ajustados a uma aproximação, iniciando o seccionamento por dentro da unidade: no movimento final da "*Sonata para dois pianos e percussão*" há um primeiro seccionamento que divide partes A e B (compassos 27.5 até 43.5 total) e novamente um seccionamento da parte A que a divide no compasso 17 a parte A e parte A'. Este caso no entanto pede que haja um adiantamento da contagem do seccionamento inicial em meio compasso, devido ao atraso no início do tema no movimento.

A série de Fibonnaci é usada por Lendvai para apontar uma estrutura nas escolhas motivicas que se constituem por concatenamento de intervalos que geram âmbitos de articulação das melodias. Destaca sobretudo a sequencia de intervalos [0,3,5,8] por possuírem internamente uma potencia de construir sonoridades e rotações da pentatônica (a partir do passo de 2-3 semitons) que pode seguir como estrategia recursiva de passos dentro dos intervalos consequentes. Exemplo: entre 8 a 13 os 5 semitons podem estar posicionados como 2+3, entre 13 a 21 como 3+(2+3) e assim por diante.

⁶ Golden section is no longer less significant constituent element in Bartok's creation of form, melody and harmony than overtone harmonization and construction in periods embracing eight or four bars in the viennese classical style. For example, in a early study I demonstrated thar every unit of the "*Sonata for two pianos and percussion*" from the whole work to the tiniest cells, is divided according to the rule of the golden section.(LENDVAI, 1962, p.175)

Lendvai (1962, p.179) destaca também a relação de intervalos e 3,5,8 como essenciais na formação do agregado "*maior-menor*", entendendo a relação como uma conjunção de dois empilhamentos possíveis: o acorde maior com a terça invertida + o acorde menor com a quinta invertida, como demonstrado na figura abaixo:

Figura 17 – gs



Fonte: autor

1.2.5.2 Críticas ao modelo de Lendvai

Uma das principais críticas ao modelo de Lendvai, por Kárpáti (2006) é a de que sua escolha de intervalos e demonstração de relações entre estes apresenta sonoridades arbitrárias, já que potencialmente existem outros agrupamentos intervalares dentro da sequência que estariam fora da série de Fibonacci, como os intervalos somados fora da ordem crescente $5+2 = 7$, $2+8 = 10$ e assim por diante.

Por outro lado é interessante perceber que de fato Bartók estava consciente dessas estruturas de proporção áurea, considerando a visibilidade de suas decisões nas macroformas. Podemos entender o modelo de Lendvai como a observação de recorrências na geometria do material.

Estes aspectos formais que pode ser levado em conta para encontrar ideias que inspirem estratégias derivadas, mesmo sem a afirmação historicista de que havia uma consciência composicional por trás de todas elas em seu apontamento original.

1.3 Ciclos Intervalares

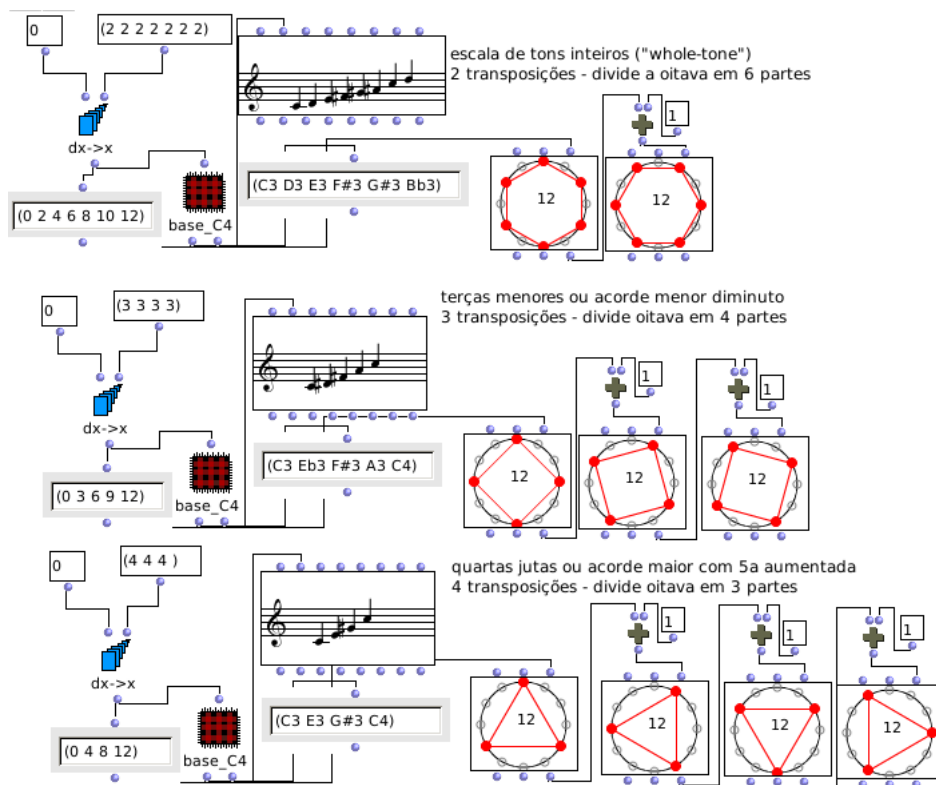
O conceito de ciclo intervalar, a partir da definição de Antokoletz (1984, p.68) e conforme revisada por Susanni e Antokoletz (2012, p.22) parte de uma identificação de ciclos de transposições possíveis de um determinado intervalo e sua inversão, dividindo a oitava em partes iguais.

O modelo é bastante intuitivo se tomado geometricamente como na figura abaixo:

É possível observar os seguintes ciclos simétricos:

- O intervalo de semitom divide a oitava no ciclo cromático de doze notas

Figura 18 – Alguns dos ciclos intervalares observados geometricamente em suas transposições no Open Music.



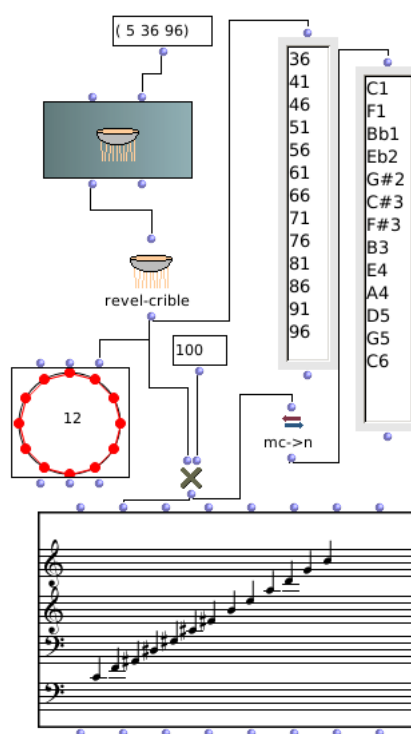
Fonte: autor

- O intervalo de tons inteiros produz duas transposições de seis notas
- O intervalo de terças menores produz três transposições de quatro notas
- O intervalo de terças maiores produz quatro transposições de três notas
- O intervalo de trítone produz seis transposições de duas notas

Já indução de um ciclo baseado no intervalo de quinta justa (ou sua inversão quarta justa) produz o que conhecemos pelo "*ciclo de dominantes e subdominantes*". É importante observar que por ser assimétrico este ciclo consegue gerar todo total cromático, mas não consegue percorrer apenas uma oitava sem quebrar o ciclo. Para chegar por exemplo de um Dó até outro é necessário percorrer cinco oitavas num percurso ascendente por quartas justas, como podemos ver na figura abaixo.

Susanni e Antokoletz (2012, p.23-25) destacam a importância motívica dos ciclos como estratégia de modulação entre os estados de equilíbrio que suspendem a sensação de tonalidade pela equidistância de seus intervalos. Exemplificam os casos de uso dos ciclos de terças maiores ou terças menores como geradores de acordes pivôs em potencial.

Figura 19 – É necessário percorrer cinco oitavas girando pelas quartas justas para ir de C1 até C6



Fonte: autor

O caso do ciclo de terças menores é citado como matriz para a sonoridade de resolução por sensível em tríades vizinhas geradas a partir de cada uma das notas da tétrade do ciclo de terças menores.

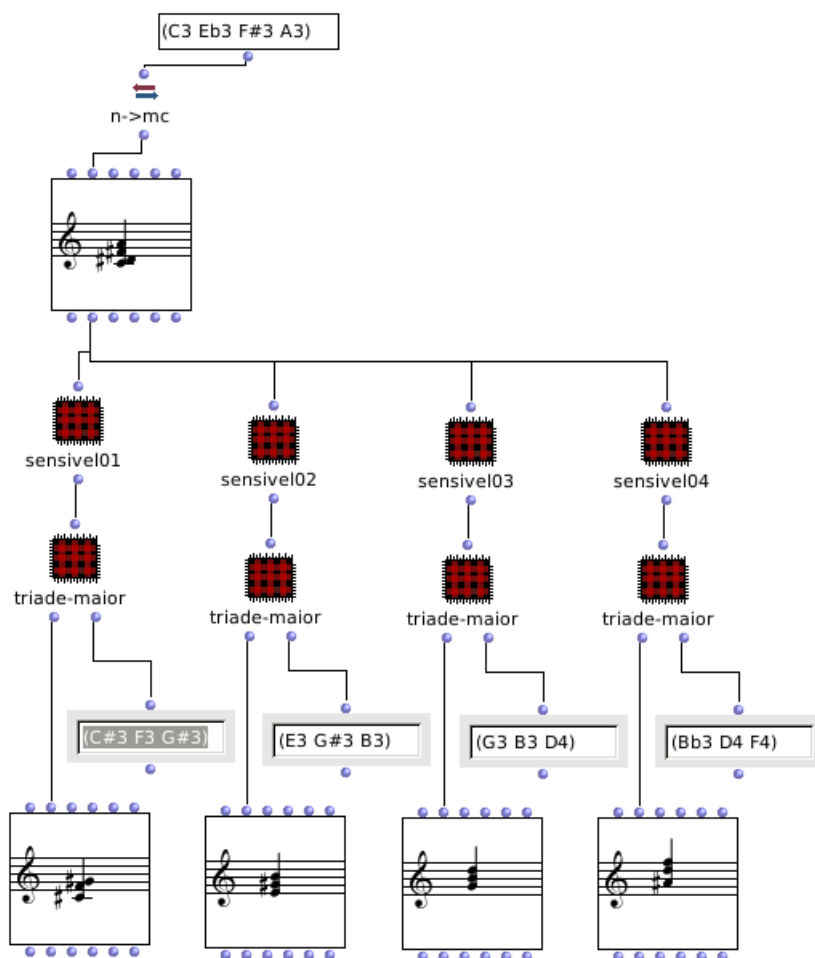
Em algum dos casos teremos até duas notas da tríade em proximidade com a tétrade da sensível de semitom e as demais a um passo de tom inteiro.

A figura abaixo mostra a aplicação do apontamento em OpenMusic, para uso em composições.

Um segundo caso citado por [Susanni e Antokoletz \(2012, p.23-25\)](#) é o da construção de tétrades de dominante com sétima a partir de tétrades de um ciclo de terças menores, para então decidir o acorde de resolução.

Neste caso uma das notas da tétrade original é aumentada em um semitom para tornar-se a quinta da tétrade dominante com sétima, para manter-se também como quinta do acorde final.

Figura 20 – A resolução de uma coleção do ciclo de diminutas pela condução por nota sensível a um dos quatro acordes de resolução derivados



Fonte: autor

A figura a seguir mostra aplicação desta transformação em um patch de OpenMusic.

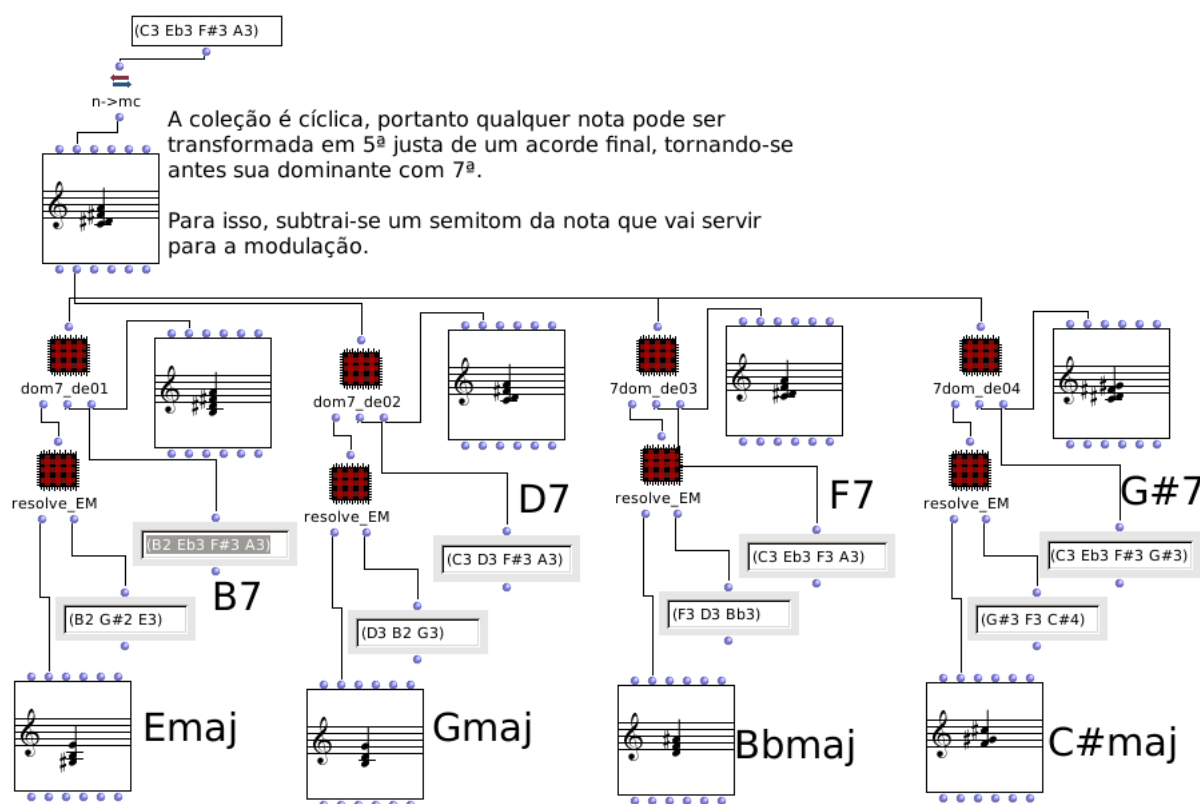
O apontamento sobre o ciclo de terças aumentadas remete também a observação de Lendvai⁷ sobre a assimilação completa da ambiguidade maior-menor e seu uso como sonoridade nos sistemas politonais ou pós-tonais.

Como ferramenta para uso composicional e de análise e para efeito de demonstração deste apontamento elaboramos um script em music21 que gera todas as possibilidades de acordes próximos por aumento ou diminuição de um ou dois dos semitons da tríade aumentada original.

Na figura abaixo um exemplo de 3 possibilidades onde o resultado são tríades maiores ou menores.

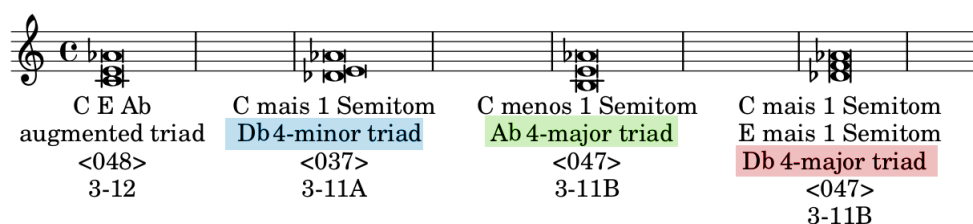
⁷ subseção 1.2.2

Figura 21 – O ciclo de terças menores sendo usado para gerar uma dominante com sétima e sua resolução



Fonte: autor

Figura 22 – A resolução de uma coleção do ciclo de terças maiores pela condução por nota sensível a um dos quatro acordes de resolução derivados. Detalhes sobre o script gerador no Apêndice.



Fonte: autor

1.4 Células de Altura de Antokoletz

Elliot Antokoletz fundamenta boa parte de sua argumentação em seu livro *"The music of Béla Bartók: a study of tonality and progression in twentieth-century music."* (ANTOKOLETZ, 1984) em torno da ideia de subdivisão da oitava em um complexo

de ciclos intervalares rotacionados, operando identidades motivicas.

Antokoletz destaca entre estes os grupos de intervalos que **chama células X, Y e Z** (ANTOKOLETZ, 1984, p.69-77). A nomenclatura de sua preferencia - "**célula de alturas**" (*"pitch cell"*) - é inspirada nos argumentos sobre transformações de grupos motivicos em composição serial proposto por George Perle (1981). As definições das células X, Y e Z derivam dos estudos bartokianos de Perle (1955) e Leo Treitler (1959).

A definição de **célula X** é baseada em um **tetracorde cromático de semitons em sequencia**, o que poderia ser reduzido a uma sequencia prima de intervalos do tipo $[0, 1, 2, 3]$.

No entanto é bom lembrar que este conceito de células de altura é uma medida que pode ser relativizada por rotações ou permutações de relações entre os membros do grupo.

Susanni e Antokoletz (2012, p.131) exemplificam as relações entre os intervalos agrupando suas permutações em díades.

Se tomarmos por exemplo Dó como nota raiz (C, C#, D, Eb) teremos internamente as seguintes relações:

- Semitom: ($C \rightarrow C\#, C\# \rightarrow D, D \rightarrow Eb$)
- Tons Inteiros: ($C \rightarrow D\#, C\# \rightarrow Eb$)
- Terça menor: ($C \rightarrow Eb\#$)

Obviamente ficam também implícitas as relações de inversão entre estas possibilidades.

A **célula Y** é o **tetracorde de tons inteiros** (que poderia ser reduzido a um forma prima $[0, 2, 4, 6]$), da mesma maneira Susanni e Antokoletz (2012, p.132) exemplificam as relações entre os intervalos agrupando suas permutações em díades tomando o exemplo de Dó como nota raiz (C, D, E, F#).

Teremos assim internamente as seguintes relações:

- Tons Inteiros: ($C \rightarrow D\#, D \rightarrow E, E \rightarrow F\#$)
- Terça maiores: ($C \rightarrow E, D \rightarrow F\#$)
- Quarta aumentada/Quinta diminuta: ($C \rightarrow F\#$)

Já a definição de célula Z é bastante singular, porém é importante ser considerada aqui devido a importância da obra de Antokoletz na literatura bartokiana norte-americana.

A similaridade da célula Z com as anteriores é o fato de que sua construção permite que seja observada como uma pilha simétrica de intervalos. Por exemplo, a estrutura prima [0, 1, 6, 7] de uma célula Z possui dentro da distância de 0 a 7 as distâncias simétricas respectivas de [1, 5, 1] de intervalos de semitom.

No entanto, diferente das estruturas X e Y que são respectivamente pilhas de sequencias imediatas de semitons ou tons inteiros e que perderiam sua simetria em suas rotações, a célula Z possui, por causa de seu trítono, uma rotação onde permanece com a mesma estrutura intervalar, a rotação [6, 7, 0, 1].

Susanni e Antokoletz (2012, p.133) definem a célula Z como o entrelaçamento de dois intervalos de quarta justa distantes por um semitom.

Por exemplo [C, F, F#, B] teria a nomenclatura **Z0/6** por ser composto da união das díades a partir das classes de altura 0 e 6.

Podemos observar as permutações de díades na célula **Z0/6** a partir deste exemplo:

- Quartas Justas: (C \rightarrow F, F# \rightarrow B)
- Trítonos: (C \rightarrow F#, F \rightarrow B)
- Semitons: (C \rightarrow B, F \rightarrow F#)

A nomenclatura "**Z(raiz/trítono)**" sugere uma maneira de construção da célula e destaca suas duas rotações que possuem um âmbito de 11 semitons.

O principal problema destas nomenclaturas das "*células de alturas*" de Antokoletz, é que elas não são muito adotadas fora do contexto das análises de Bartók.

O termo "*conjunto Z*" por exemplo, tem um sentido totalmente diferente⁸ dentro da nomenclatura da "*Teoria dos conjuntos de classes de altura*"⁹ de Allen Forte (1973). Susanni e Antokoletz (2012) negam-se ao uso da nomenclatura padronizada pela "*Teoria dos conjuntos das classes de altura*" por considerá-la "alienante".¹⁰ Esta idiossincrasia dificulta comparações com outros contextos.

Vale também lembrar que (LENDVAI, 1971, p.51) também cita a célula Z, mas a denomina "modelo 1:5" por possuir uma sequencia de intervalos de 1 semitom seguido de 5 semitons.¹¹

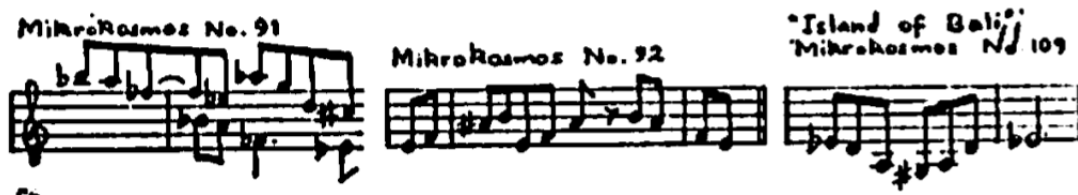
⁸ ver Apêndice A

⁹ Doravante também referida aqui pela sigla T.C.C.A

¹⁰ c.f. Susanni e Antokoletz (2012, p.xiii)

¹¹ Esta denominação também faz parte da busca de Lendvai por formas derivadas da secção áurea já discutidas na subseção 1.2.5. Ele cita também o uso de intervalos de 1:2 (escala octatônica) e de 1:3 (um semitom intercalado com uma terça menor)

Figura 23 – Algumas evidências célula Z de Antokoletz nos Mikrokosmos, destacadas por Lendvai com o nome de "modelo 1:5".



Fonte: (LENDVAI, 1971, p.52)

É importante destacarmos que a análise ganhará mais abrangência e suporte para comparações com outras análises pós-tonais com o uso da já consagrada nomenclatura de Forte. Veremos na [subseção 1.6.1](#) um exemplo na proposta de Richard Cohn (1991).

1.5 Simetria Inversiva

Antokoletz (1984, p.72-77) define a ideia de simetria imersiva como uma estratégia composicional onde uma nota ou duas notas separadas apenas por um semitom de distância servem de eixo na definição de díades que serão intervalos simétricos a este eixo.

Cada tetracorde simétrico pode ser analisado em partições de **díades de uma mesma soma**. Esta soma de díades vai formar parte de uma série de díades relacionadas simetricamente geradas pelo alinhamento de dois ciclos semitoniais complementares. O eixo de simetria é expresso pela soma das classes de altura em qualquer díade. (ANTOKOLETZ, 1984, p.72)¹²

O que Antokoletz chama de "**díades de mesma soma**" é na verdade seu método para definir os pontos de simetria para uma díade qualquer. Toda díade terá dois eixos possíveis de simetria - um eixo que tem como ponto central **a metade da soma das duas classes da díade** e outro igual **a este número mais seu trítono (ou seja: mais 6 semitons)**.

Por exemplo: tomando a díade **Mi ↔ Dó** pegamos seus números de classe de altura [4, 0] e somamos, obtendo o valor 4 que dividido por 2 nos fornece **o valor 2, equivalente a nota Ré**. O segundo eixo seria o seu trítono, ou seja, $2 + 6 = 8$, **que é equivalente a nota Lá^b/Sol[#]**.

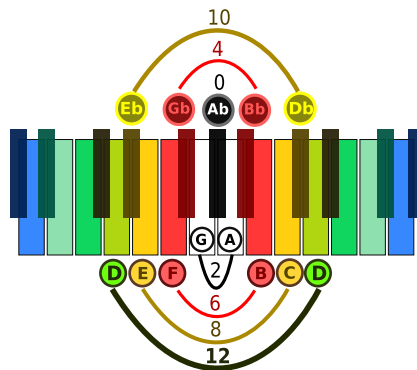
Antokoletz (1984, p.72-74) define como "díades de soma par" estes eixos onde os intervalos estarão em uma relação intervalar par com o eixo.

¹² Any symmetrical tetrachord can be analyzed into **dyads that have the same sum**. These sum dyads will form part of a series of symmetrically related dyads generated by aligning two inversionally complementary semitonal cycles. The axis of symmetry is expressed by the sum of the two pitch class numbers in any dyad. (ANTOKOLETZ, 1984, p.72, grifo nosso)

Uma boa indução para enxergar intuitivamente esta simetria é pegando alguns exemplos de eixo onde esta simetria fica visível no layout do piano.¹³

No piano um eixo onde esta simetria de soma par fica visualmente explícita é o eixo em torno da altura **Láb/Sol \sharp** (Figura abaixo).

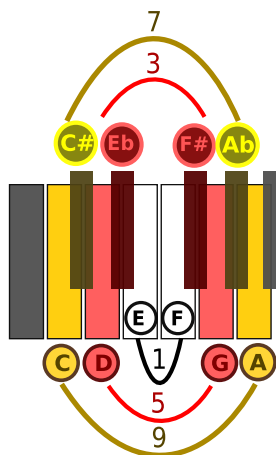
Figura 24 – Simetria inversiva par



Fonte: autor

De maneira similar podemos ver no piano um eixo onde a simetria de soma ímpar fica visualmente explícita: o eixo em torno das alturas **Mi** ↔ **Fá** (Figura abaixo).

Figura 25 – Simetria inversiva ímpar



Fonte: autor

Se quisermos saber pelo método de [Antokoletz \(1984, p.73\)](#) qual o eixo de simetria para a diáde **Dó** ↔ **Lá** pegamos seus números de classe de altura $[0, 9]$ somamos e dividimos por 2, obtendo o valor "**quatro e meio**". Aqui percebemos portanto que a soma

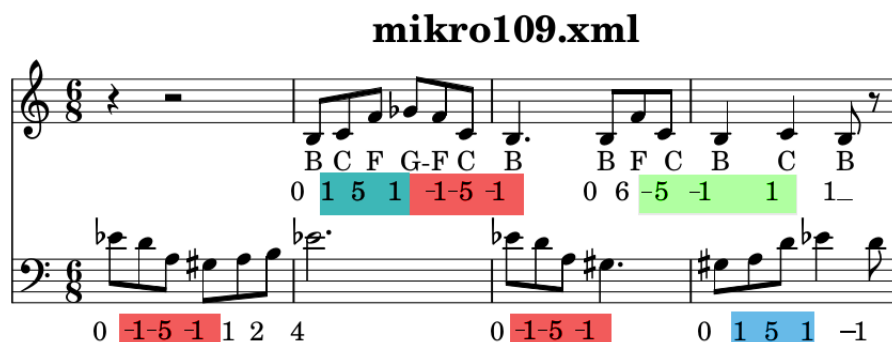
¹³ No entanto, é bom lembrar que o conceito de eixo de simetria **não é dependente da simetria visual do piano**, podendo ser transposto para cada uma das doze notas.

ímpar precisa ser arredondada e para isso usa-se os dois semitons vizinhos, **as alturas 4 e 5, ou seja Mi e Fá (figura 25)**. O outro eixo possível seria o par 4 e 5 **adicionados de seus trítonos: 10 e 11, ou seja, Sib e Si**.

1.5.1 Eixo de Simetrias como estratégia motívica

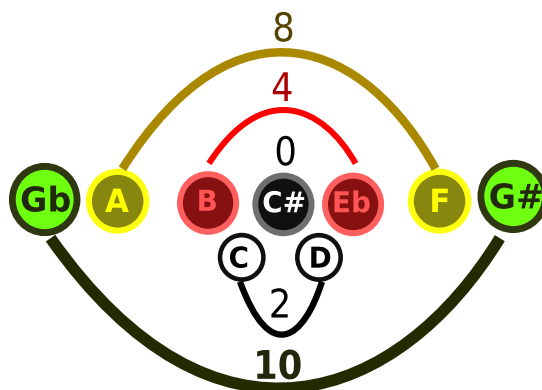
Edward Pearsall (2004) observa que na peça Mikrosmos 109 ("From the Island of Bali", já no motivo inicial, que serve de "célula germinativa" para outras transformações na peça; a construção simétrica esta presente tanto na construção do eixo [1,5,1] (Figura 15) quanto na construção uma escala completa de oito tons, que seria cortada ao meio por um intervalo ausente de Dó# (Figura 16).

Figura 26 – Exposição das primeiras citações do intervalo 151 e sua dissolução por rotações e inserção de novos intervalos. Código do script gerador no apêndice.



Fonte: autor

Figura 27 – Eixo de simetrias em torno de Dó# - estão presentes todas as díades do motivo inicial de Mikroskosmos 109 exceto a díade do trítono Mi-Sib e a nota Dó#



Fonte: autor

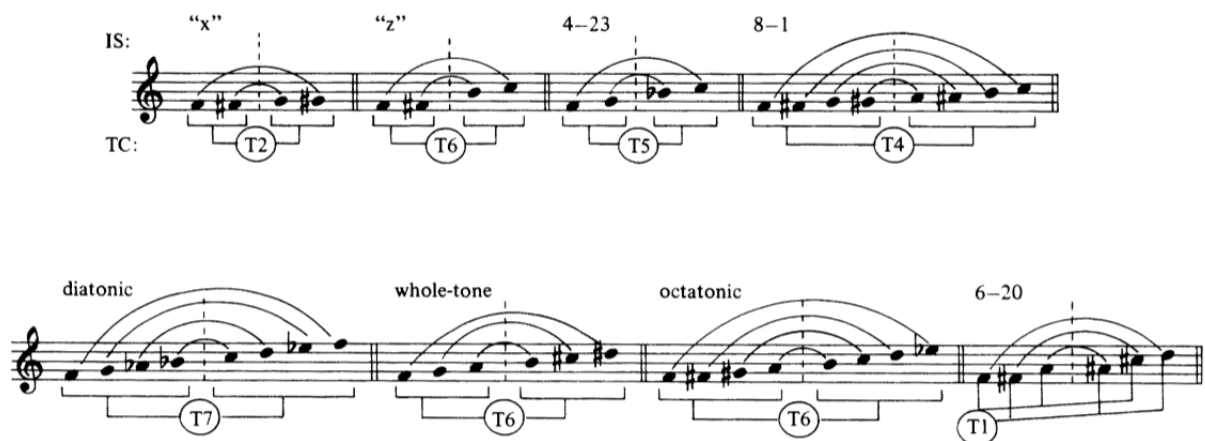
(...)O primeiro destes motivos esboça um contorno descendente 1/5/1. Este motivo que por si só representa uma estrutura simétrica no espaço das alturas - forma a base para uma série de transformações motivicas que se propagam mais adiante na peça. O motivo da composição vira de ponta cabeça, aumentando o âmbito da composição e adicionando várias camadas novas. Tomadas juntas as duas coleções(...)formam uma oitava de escala octatônica. Esta escala simétrica (...) projeta uma série de intervalos de meio-tom acima e abaixo de Dó \sharp , o eixo de inversão.(...)(PEARSALL, 2004, p.33)¹⁴

Richard Cohn (1988) problematiza esta questão do arbítrio sobre como estas transformações motivicas dos eixos de simetria poderiam tornar-se uma estratégia de escolha para as relações intervalares na obra de Bartók e para isso trabalha um conceito que chama "combinação transposicional".

O argumento de Cohn é de que além da questão simétrica há uma prioridade decisória para encontrar situações onde o espelhamento dos segmentos também possui uma relação transpositiva que interesse ao plano de sonoridades da peça.

Cohn (1988, p.25) aponta alguns conjuntos importantes na obra de Bartók (Figura 16) onde esta questão está presente. Retomaremos esta abordagem mais adiante utilizando como exemplo a análise da importância da classificação e segmentação das coleções octatônicas presentes nesta peça Mikrokosmos 109.(COHN, 1991)

Figura 28 – Apontamentos de Cohn - Combinação Transposicional



Fonte: (COHN, 1988)

¹⁴ (...)The first of these motives outlines a descent with the interval succession 1 / 5/1. This motive - which itself represents a symmetrical structure in pitch space - forms the basis for a series of motivic transformations that propel the piece forward. (...)the motive turns upside down, increasing the range of the composition and adding several new pitches. Taken together, the two pitch collections(...) form a one-octave octatonic scale. This symmetrical scale (...) projects a 1/2 interval series above and below C \sharp , the axis of inversion.(...) (PEARSALL, 2004, p.33)

1.5.2 Simetria Literal

George Perle, apesar de também ter sido um entusiasta dos apontamentos motivicos em Bartók, alerta para o problema da definição de uma forma de macroestrutura não ser suficientemente determinada por estes achados de estratégias internas de construções simétricas:

Por mais impressionantes que sejam estes procedimentos, deve ser observado que as formações simétricas em Bartók são apenas um aspecto incidental na sua significação composicional. Mesmo naqueles poucos trabalhos onde eles performatizam um papel estrutural significativo eles não definem o contexto em última instância, que é determinada ao invés disso por uma curiosa amálgama de vários elementos. Poderiam as formações simétricas gerar uma estrutura musical total, assim como as relações triádicas tem feito tradicionalmente? As implicações do trabalho de Bartók sobre isto, assim como em outros aspectos mantêm-se problemáticas.(PERLE, 1955, p.300-312) ¹⁵

Como proposta para entender coerências macroestruturais para as simetrias na música de Bartók, Joseph Bernard (1986) propõe a observação do que chama "*simetria literal*" destacando a estratégia composicional por uma conjunção de simetrias intervalares que podem espalhar-se por todo âmbito de oitavas usado numa composição.

Funciona como um agregado sonoro que cria uma expectativa de equidistância de uma nota central em um grupo de intervalos - seja uma sequencia de notas em forma melódica ou um cluster vertical.

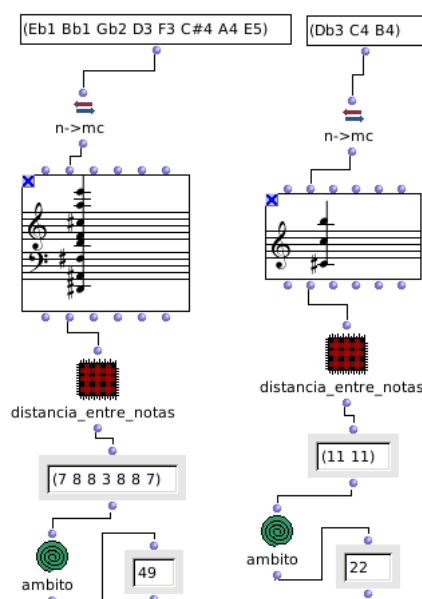
Por exemplo: Db3, C4, B4 possuem entre si as distancias [-11 ,0 ,11] se considerarmos o C4 como um centro, mas se usarmos o mesmo agrupamento dentro de uma única oitava Db4-C4-B4 teremos as distâncias [-1, 0, 11] onde apesar de podermos considerar os intervalos [1,11] inversivamente equivalentes por inversão¹⁶ não teremos esta sonoridade de equidistância dentro de um eixo de 22 semitons. Planeja-se então uma equidistância que leve em conta todo âmbito de oitavas usadas na peça.

Bernard aponta escritos do próprio Bartók no ensaio "Problems of New Music" como evidência do procedimento. Bartók chamaria de "*simetria em espelho*".

¹⁵ Impressive as these procedures are, it must be observed that Bartók's symmetrical formations are only an incidental aspect of his total compositional means. Even in those few works where they perform a significant structural role they do not ultimately define the context, which is determined instead by a curious amalgam of various elements. Can symmetrical formations generate a total musical structure, as triadic relations have done traditionally? The implications of Bartók's work in this, as in other aspects, remain problematical.(PERLE, 1955, p.300-312)

¹⁶ Ver [Apêndice A](#).

Figura 29 – Alguns dos acordes de "simetria em espelho" apontados por Bartók e citados por Bernard (1986, p. 189)



Fonte: autor

1.6 Coleções referenciais ordenadas por conjuntos de classes de altura

O uso sistemático de uma teoria unificada para a classificação de classes de altura em conjuntos relacionados por transposição, inversão, complemento, simetria e outras possíveis observações de propriedades específicas de agrupamentos intervalares tem a sua disposição a construção de alguns consensos que giram sobretudo em torno de uma área da musicologia de origem norte-americana¹⁷ que tem se estruturado desde fortalecimento acadêmico do serialismo na segunda metade do século XX. Geralmente é referida como "*Pitch Class Set Theory*", e normalmente traduzida para português pelo termo "*Teoria dos Conjuntos de Classes de Altura*" (STRAUS, 2004).

Foi, obviamente, Allen Forte quem foi o pioneiro das análises com a taxonomia dos **conjuntos de classes de alturas** aplicadas em conceitos da matemática, primeiro surgindo em tipos de Milton Babbitt (a teoria conceitual), e em seguida com a inclusão e abstração de relações (como as relações de similaridade) construídas para uso analítico. A "**teoria de conjuntos**" de Forte (...) tem tido suas próprias ramificações e influência. Em particular, as próprias análises de Forte de peças individuais tem levado muitos outros a fazerem de maneira parecida, e a ideia inicial de Forte das relações de similaridade (diferentes das relações de equivalência)

¹⁷ Sobre a influência da "*Teoria dos Conjuntos de Classes de Altura*" norte-americana na musicologia europeia ver Andreatta, Rahn e Bardez (2013).

sobre os grupos de classes de alturas tem visto florescer uma indústria teórica em torno disto, depois que os artigos seminais de Morris, Rahn e Lewin apareceram em 1980. (RAHN, 2004, p. 130)¹⁸

Para uma introdução resumida da terminologia da T.C.C.A. sugerimos a consulta do Apêndice do presente trabalho e dos patches de OpenMusic disponibilizados para sua demonstração. Para uma introdução mais aprofundada que serviu como referência aqui sugerimos a tradução brasileira do livro de Straus (2004) e os trabalhos originais de Forte (1973) e Rahn (1980).

Bartók claramente favoreceu as quinze classes de tetracordes inversamente simétricas, em particular estas treze que foram capazes de serem deduzidas como conjuntos de classes de alturas com quatro notas simétricas (as duas exceções são 4-6 [0127] e 4-24 [0248]). Estas treze incluem 4-1 [0123], 4-21 [0246], e 4-9 [0167], que figuram de maneira proeminente nos escritos de Perle e Antokoletz, onde são chamadas células X, Y e Z; 4-17 [0347] o acorde "gamma" de Lendvai e 4-3 [0134] e 4-10 [0235], os tetracordes meio-octatônicos discutidos por Berry. (COHN, 1988, p.22)¹⁹

Observamos a seguir um exemplo de análise de inspiração na T.C.C.A. que utiliza como base discussões sobre a coleção referencial octatônica - grupos de oito intervalos separados entre duas oitavas por uma sequência não-diatônica que intercala tom e semitom, gerando propriedades curiosas e de bastante uso na música de Bartók e no repertório pós-tonal em geral.

1.6.1 Octatonismo e suas partições

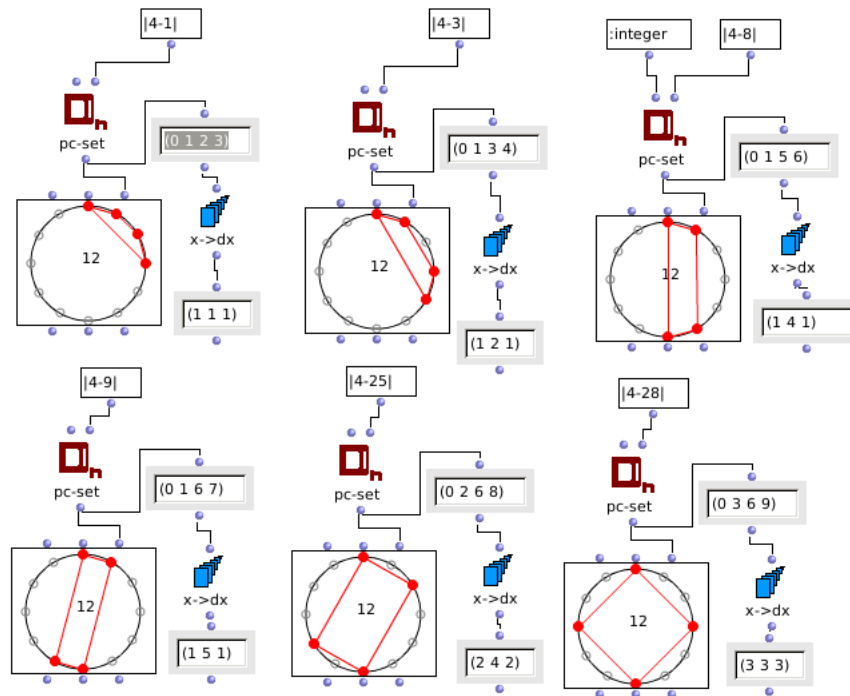
Richard Cohn (1991) propõe em seu artigo "*Bartók's octatonic strategies: a motivic approach*" uma abordagem que utiliza a nomenclatura dos conjuntos de classes de altura propostas por Allen Forte (1973) na tentativa de construir um discurso sobre as coleções de sonoridades em Bartók que articule com uma continuidade das tradições analíticas.

Cohn aponta também a importância do conceito de simetria nestas estratégias composicionais:

¹⁸ It was, of course, Allen Forte who in the USA pioneered the analytical with a taxonomy of pc-set application of concepts from mathematics, first arose also in serial Babbittian types (the concept theory), and following as some inclusion and with relations abstract up (such similarity relations) meant for analytical use. Forte's "set theory" (...) has had its own ramifications and influence. In particular, Forte's own analyses of individual pieces of music have led many others to do likewise, and Forte's initial idea of similarity relations (as distinct from equivalence relations) among pitch-class sets has seen a flourishing theoretical industry grow around it, after seminal articles by Morris, Rahn, and Lewin appeared in 1980. (RAHN, 2004, p. 130, grifo nossos)

¹⁹ Bartók clearly favored the fifteen inversionally symmetric tetrachord-classes, in particular those thirteen which are capable of being realized as symmetric four note pitch-sets. (The two exceptions are 4-6 [0127] and 4-24 [0248].) The thirteen include 4-1 [0123], 4-21 [0246], and 4-9 [0167], which figure prominently in the writings of Perle and Antokoletz, where they are called X, Y, and Z cells; 4-17 [0347], Lendvai's "gamma" chord; and 4-3 [0134] and 4-10 [0235], the half-octatonic tetrachords discussed by Berry. (COHN, 1988, p.22)

Figura 30 – Simetrias em coleções referenciais citadas por cohn



Fonte: autor

O presente estudo pretende demonstrar que a música de Bartok é mesmo baseada em tal sistema (simetria inversiva). As relações de alturas na música de Bartok é primariamente baseada nas subdivisões iguais da oitava em um total complexo de ciclos de intervalos. O conceito fundamental desta divisão igual é o da simetria.(COHN, 1988)²⁰

Cohn no entanto destaca o que chama de "combinação transpositiva" como uma observação a ser tomada na escolha das coleções simétricas.

Considera importante sistematizar aspectos transpositivos, inversivos e relações intervalares com lastro na harmonia funcional. Para isso traça uma estratégia que parte do mapeamento de permutações da coleção octatônica separando desta também derivações de díades e tétrades pelo que chama de "grau de fertilidade"(COHN, 1991, p.268) - a capacidade do segmento em relacionar-se por transposição com outros grupos de mesma cardinalidade (mesmo número de elementos).

Ao separar os grupos em pares relacionados por transposição, Cohn almeja encontrar um sistema de classificação de intervalos também por sua funcionalidade em parte da expectativa politonal que também rege estas obras:

²⁰ The present study is intended to demonstrate that Bartok's music is indeed based on such a system. Pitch relations in Bartok's music are primarily based on the principle of equal subdivisions of the octave into the total complex of interval cycles. The fundamental concept underlying this equal-division system is that of symmetry. (COHN, 1988)

Pares de notas são classificados tanto por classe de intervalo quanto classe de diáde neste estudo. As duas classificações são idênticas, então a distinção é uma questão de orientação. Assim como com as classes de intervalo, os nomes das classes de diáde correspondem ao seu menor intervalo, medido em semitons, disponível entre suas classes de altura constituintes. Assim entre as classes de diádes eu incluo pares de alturas separados por meio tom, sétimas maiores, e seus equivalentes enarmônicos e compostos, e assim por diante até a classe de diádes 6, o trítone. Apesar dos teóricos usarem a classe de intervalo mais frequentemente, o conceito de classe de diáde permite uma compração mais natural com conjuntos maiores.(COHN, 1991, p.265-266)²¹

A coleção octatônica é reconhecida como uma das importantes estratégias composicionais de construção motivica não-diatônica no repertório pós-tonal da primeira metade do século XX (BERGER, 1963; ANTOKOLETZ, 1984; LESTER, 1989; FORTE, 1991; STRAUS, 2004; SOUZA, 2013)

O termo "coleção" é usado para diferenciar a ideia de "escala", onde fica implícita a importância motivica da ordem dos elementos. Há aqui também uma preocupação com propriedades adquiridas em rotação, segmentação, permutação, inversão, transposição ou qualquer transformação que derive de algum parentesco relevante com as coleções originais.

Vale aqui no entanto definir o conceito que funda a noção de octatonismo²² que é a alternância de tons e semitons dentro de uma oitava - gerando uma sequência de oito notas dentro deste âmbito.

Sua forma prima é classificada como **8-28** na nomenclatura de Forte (1973), possuindo os intervalos [0, 1, 3, 4, 6, 7, 9, 10]. Straus (2004) usa a nomenclatura **OCT0,1**, indicando as duas alturas iniciais do conjunto: [0, 1].

Cohn (1991) propõe um formalismo sobre a permutação de diádes e tétrades derivadas de coleções octatônicas para buscar em Bartok algumas estratégias composicionais enfatizando o que chama de **combinação transpositiva** - "o procedimento geral de combinar entidades com suas próprias transposições".(COHN, 1991, p.x)

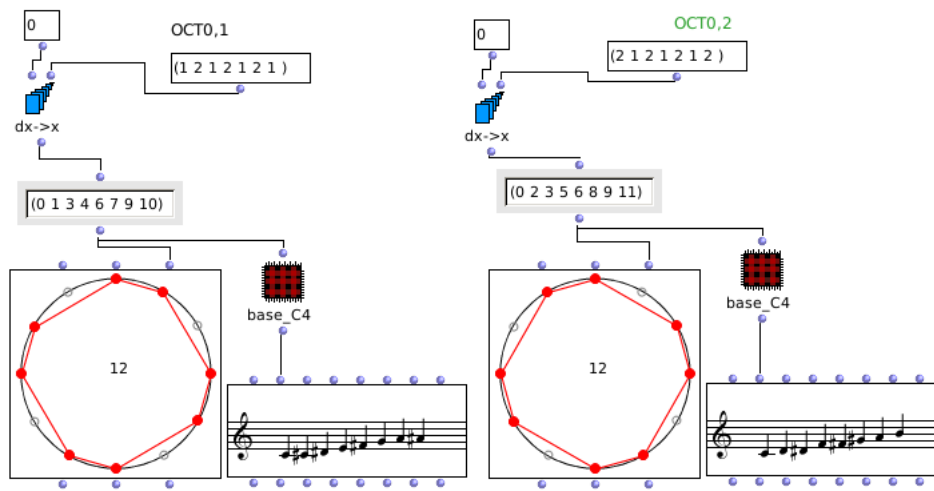
Para isto parte de uma série de definições para o particionamento das coleções em subgrupos:

- Os subgrupos não devem compartilhar elementos;

²¹ Pairs of notes are classified either by interval-class or by dyad-class in this study. The two classifications are identical, so their distinction is a matter of orientation. As with interval-classes, names of dyad-classes correspond to the smallest interval, measured in half-steps, available between their constituent pitch-classes. Thus dyad-class I includes pairs of pitches separated by half-step, major seventh, and their enharmonic equivalents and compounds; dyad-class 2 includes whole-steps, minor sevenths, and their enharmonic equivalents and compounds, and so forth up to dyad-class 6, the tritone. Although theorists use interval-class more frequently, the concept of dyad-class allows for a more natural comparison to larger sets.(COHN, 1991, p.265-266)

²² Allen Forte (1991, p.125) cita o artigo de Arthur Berger (1963) como origem do conceito de octatonismo.

Figura 31 – A coleção octatônica em sua rotação prima OCT0,1 e na sua rotação que inverte a ordem dos intervalos, normalizada para começar em OCT0,2



Fonte: autor

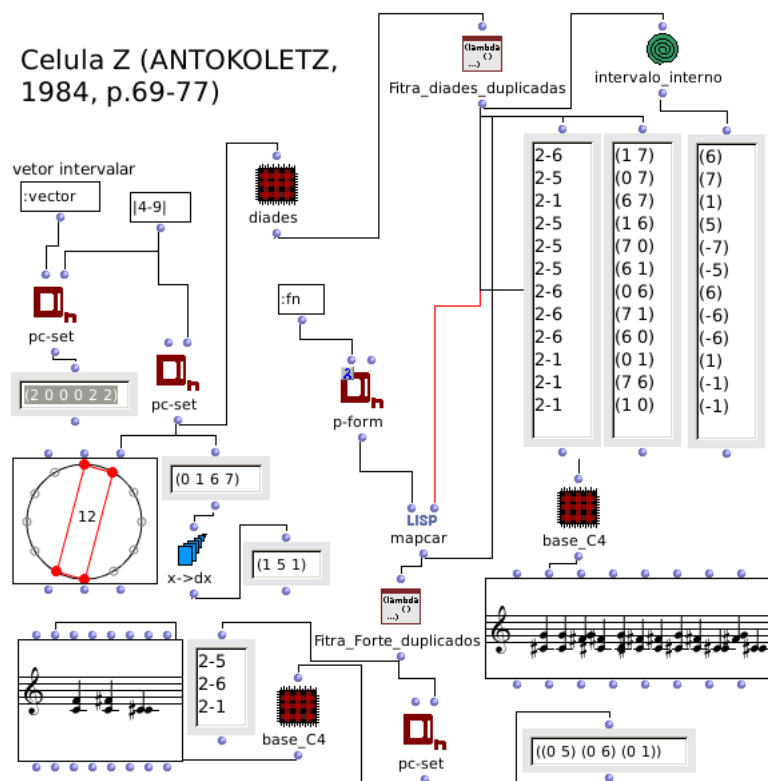
- Subgrupos comparados devem possuir o mesmo número de elementos.
- As partições de uma nota só não serão analisadas pelo formalismo.
- Tomando o exemplo da tétrade [C, E, G, B] - apenas interessam as permutações de díades relacionadas por transposição, portanto a relação [C, B] ↔ [E, G] não interessa, mas a relação [C, G] ↔ [E, B], sim. No segundo caso temos um exemplo da transposição de uma relação de intervalo de quinta justa (7 semitons).
- Um conjunto "fértil" tem pelo menos uma relação transposicional em suas permutações.
- O "grau de fertilidade" na segmentação de tétrades em subgrupos de díades fica definido como o número de duplas de díades relacionadas por transposição que uma permutação entre os elementos pode gerar.
- No caso da análise de segmentos octacordais o "grau de fertilidade" é medido na relação entre tétrades derivadas por permutações do segmento que tenham relação transpositiva. O "grau de potência" fica definido como as díades permutadas que possuam relação transpositiva entre si.

Em seu levantamento de octacordes com maior grau de potencia e fertilidade (COHN, 1991) então pode demonstrar que a coleção octatônica (8-28) é a que mais destaca-se.

Observando portanto as relações entre estas tétrades e díades é possível encontrar todas relações transpositivas possíveis (de 1 a 6 semitons).

Destacamos aqui em patch de OpenMusic as relações transpositivas das permutações internas na célula 4-9 (0167 , ou célula Z de antokoletz).

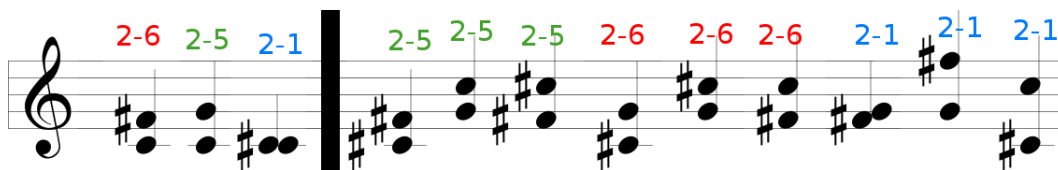
Figura 32 – As permutações de díades internas a uma célula Z de Antokoletz, pode ser reduzida a três coleções intervalares de 1, 5 ou 6 semitons. Este patch de OM mede as combinações transpositivas para qualquer tétrade permutada podendo encontrar todas as relações da tabela de [Cohn \(1991, p.271\)](#)



Fonte: autor

Na figura abaixo temos em detalhes todas as permutações transpositivas do tetracorde.

Figura 33 – Aqui conferimos os três intervalos comuns para a rotação da octatônica que produz a célula Z e todas suas transposições



Fonte: autor

1.7 Modalismo e estratégias rotacionais

A construção de estratégias composicionais que destacam identidades de escalas modais é traço fundamental para entendimento de repertórios que buscavam hibridizar melodias populares com arranjos e harmonizações da música artística ocidental nas primeiras décadas do século XX.

Apesar da música de Bartók ser frequentemente associada a um apelo folclorista, devido a suas pesquisas na música camponesa do leste europeu que sempre influenciaram seu trabalho, é importante destacar que Bartók sempre o fez aproximando as melodias de uma linguagem moderna e proto-serialista, ainda mais depois de exilado nos Estados Unidos e obviamente tocado pela catástrofe que derivou dos nacionalismos que racharam a Europa nas duas guerra mundiais que presenciou.²³

Danielle Fosler-Lussier (2007) aponta ainda de maneira interessante em seu livro *"Music divided: Bartók's legacy in cold war culture"* algumas evidências de que por fatores como a morte de Bartók logo após a segunda guerra mundial (1945) e a singularidade de representar a figura de um exilado que trabalhou no limite entre a linguagem de pesquisa da tradição de sua terra natal e invenção contemporânea universal, Bartók influenciou tanto músicos de vanguarda do serialismo quanto revisionistas da música artística inspirada em motivos populares.

É essencial portanto, apontar aqui algumas maneiras pelas quais motivos de característica mais folclórica foram usados em sua linguagem de maneira a criarem texturas que assimilam transformações pós-tonais criando sonoridades polimodais, cromáticas e de um serialismo de forte apelo motivico.

1.7.1 Modos Gregos

Os modos *gregos* ou modos *eclesiásticos* são bastante conhecidos na teoria musical ocidental por já haverem servido de matriz para música litúrgica do período pré-clássico na Europa e de certa maneira sempre presentes desde a concepção da escala temperada como uma configuração de sete notas contendo dois intervalos de semitom e cinco intervalos de tom inteiro, o conceito de diatonismo.

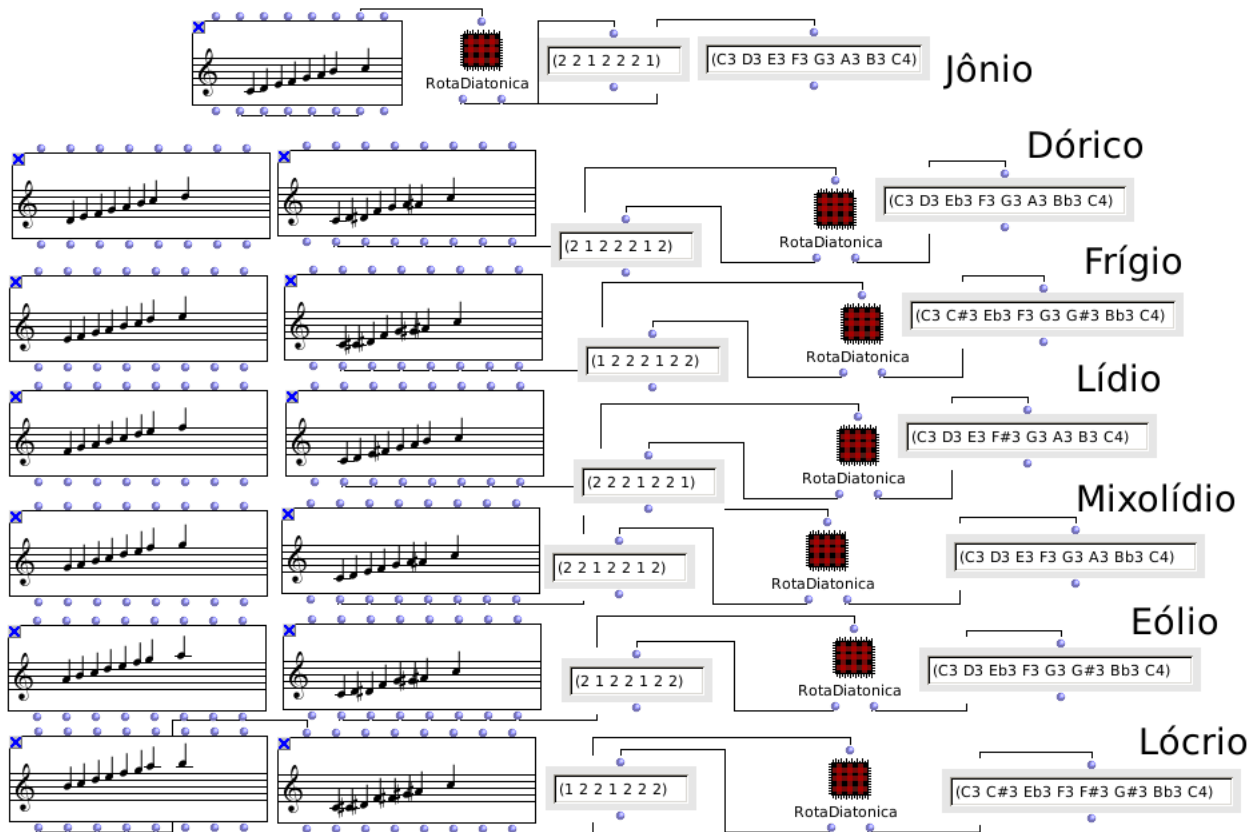
A escala jônia e sua sequencia de [2,2,1,2,2,1] semitons estão na gênese do que hoje entendemos como "escala maior". As rotações desta configuração de intervalos, deslocando o intervalo de semitom, são as operações que determinam os demais modos.

Quando normalizados em Dó podemos entender ao comparar sustenidos e bemóis que cada um dos modos pode funcionar como uma escala maior ou menor com alguns graus modificados: *Jônio* - escala maior natural, *Dórico* - escala menor com sétima menor,

²³ Um exemplo simples e curioso é a modificação sarcástica do tema do Hino Austríaco demonstrada por Suchoff (1971, p.2934).

Frígio - escala menor com segunda menor e sétima menor, *Lídio* - escala maior com quarta aumentada, *Mixolídio* - escala maior com sétima menor, *Eólio* - escala menor natural, *Lócrio* - escala menor com segunda menor, sétima menor e quinta diminuta.

Figura 34 – Rotações dos intervalos da pentatônica, normalizados em Dó.



Fonte: autor

Na música de Bartók os modos gregos são utilizados também como uma estratégia de confecção de modos híbridos, introdução de coleções não-diatônicas (algumas delas resgatadas do folclore do leste europeu) e cromatismos em geral.

Uma das características recorrentes pra confecção dos modos híbridos na música de Bartók é o uso de rotações da escala pentatônica, como veremos a seguir.

1.7.2 Rotação Pentatônica

Susanni e Antokoletz (2012) demonstram de maneira bastante pedagógica algumas técnicas de rotação intervalar, transposição, união e mistura de coleções modais por inserção de notas pivô e a transformação orgânica de motivos modais ou pentatônicos em novas sonoridades híbridas não-diatônicas, cíclicas e de uma ambiguidade maior-menor, presente nesta linguagem.

Da mesma maneira que tradicionalmente pensamos a rotação da coleção diatônica nas notas brancas do piano para memorizarmos os modos gregos, como por exemplo chamar as melodias iniciadas em Ré de "Modo Dórico" e dela poder entender sua série intervalar fixa de "0,2,3,5,7,9,10,12..." que pode ser transposto; podemos também aplicar a ideia de rotação nas "notas pretas do piano" e considerar algumas propriedades das sequências de intervalos gerados para a sequência intervalar "0,2,5,7,9,12...".

Susanni e Antokoletz (2012, p.83) trabalham esta ideia comum no repertório pós-tonal de fazer a rotação da pentatônica criando uma estratégia para gerar ambiguidade em relação aos modos gregos, já que as pentatônicas não possuem os semitons que as caracterizam. Podemos então jogar com as notas faltantes como pivôs de uma transformação entre diferentes modos ou de uma simultaneidade que Bartók chamou "polimodalismo cromático" e que falaremos mais adiante.

Se considerarmos a normalização da sequência tradicional das notas pretas como a transposição para os intervalos a partir de Dó ($C \rightarrow D \rightarrow F \rightarrow G \rightarrow A \rightarrow C$), teremos a sequência de intervalos de semitom ($C \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow C$). Iniciando **a partir de Ré** (chamemos aqui de "**rotação 2**") teremos a rotação e intervalos ($D \rightarrow F \rightarrow G \rightarrow A \rightarrow C \rightarrow D$) equivalente a ($D \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow D$) e assim por diante.²⁴

Pensemos também que a partir desta configuração de intervalos podemos normalizar todas as sequências em uma mesma nota raiz de transposição. Por exemplo, a sequência intervalar "**a partir de Ré**", demonstrada no parágrafo anterior como a "**rotação 2**" se transposta para ter **a nota Dó como raiz** ficaria com a configuração: $C \rightarrow Eb \rightarrow F \rightarrow G \rightarrow Bb \rightarrow C$.

É a partir disso que Susanni e Antokoletz (2012, p.84) demonstram que estas rotações da pentatônica e suas transposições servem como uma maneira de construir transformações entre diferentes modos usando como pivô uma ou mais rotações ou transposições de um motivo pentatônico.

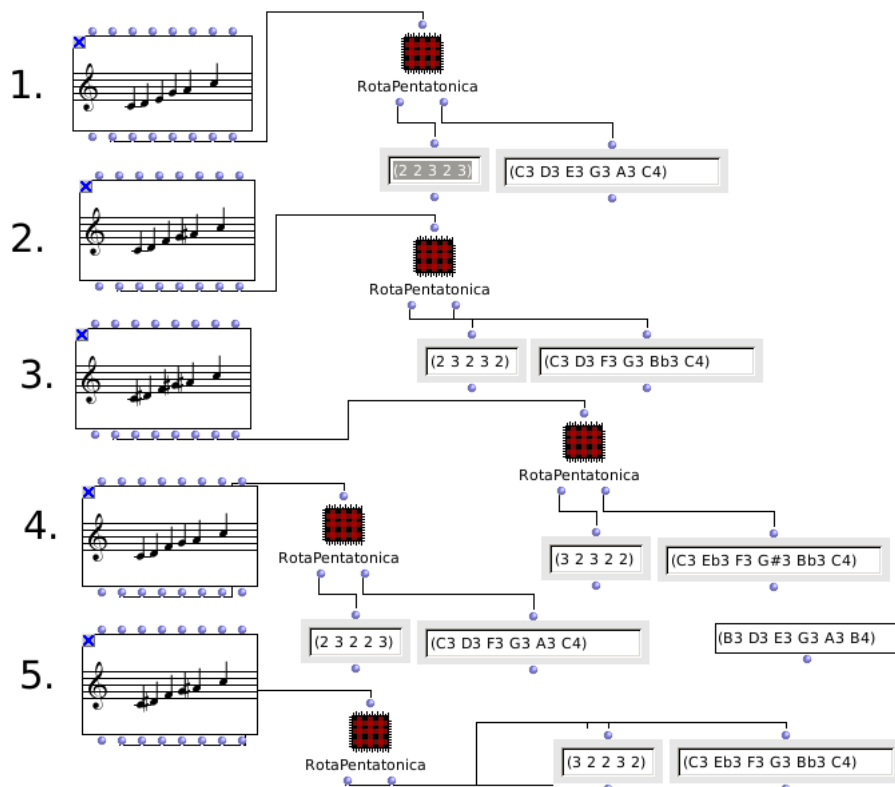
Por exemplo, uma estratégia de ambiguidade entre modo Lídio e Mixolídio:

Pentatônica:	$C - D \rightarrow [??] - E - G - A \rightarrow [??] - (...)$
*****Lídio:	$C - D \rightarrow [F\#] - E - G - A \rightarrow [B] - (...)$
**Mixolídio:	$C - D \rightarrow [F] - E - G - A \rightarrow [Bb] - (...)$

A inserção de jogos de tensão com a célula $[B - F\# - F - Bb]$, mostra-se portanto uma estratégia possível para as transições deste polimodo.

²⁴ Interessante notar aqui que a pentatônica a partir de Sol gera uma sequência de intervalos que pode ser particionada simetricamente. Veremos na Sessão mais adiante estratégias de uso das simetrias.

Figura 35 – Rotações dos intervalos da pentatônica, normalizados em Dó.



Fonte: autor

1.7.3 Cromatismo Polimodal

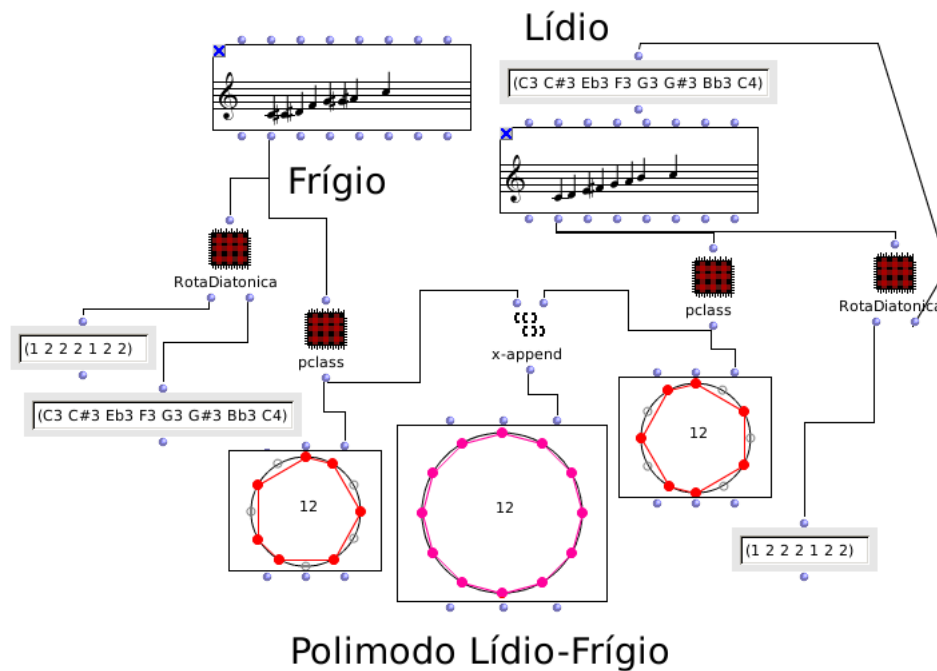
Algumas das construções de polimodos serve também como uma maneira de amenizar a entrada de cromatismos, em algumas situações introduzindo todas as 12 notas da escala cromática de maneira sutil.

Diferente da da intenção dodecafônica que buscava construir uma escuta de equilíbrio e equivalência entre os doze intervalos, Bartók trabalha aquilo que chama "cromatismo polimodal" construindo estratégias de polarização, sem no entanto usar o cromatismo como uma estratégia de função tonal pra e simples. Em suas palavras:

Como resultado de sobrepor os pentacordes Lídio e Frígio com um tom comum fundamenta, nos conseguimos um pentacorde diatônico preenchido com todos possíveis sustenidos e bemóis. Estes graus aparentemente cromáticos, contudo, são totalmente diferentes de duas funções de graus alterados nos estilos cromáticos dos períodos prévios. Uma nota com alteração cromática em um acorde esta em relação estrita com sua forma não-alterada; é a transição conduzindo ao respectivo tom do acorde de resolução. Em nosso cromatismo polimodal, no entanto, os tons bemóis e sustenidos não são totalmente graus alterados; eles são ingredientes diatônicos de uma escala diatônica modal. (BARTÓK; SUCHOFF, 1993, p.367)²⁵

²⁵ As the result of superposing a Lydian and Phrygian pentachord with a common fundamental tone,

Figura 36 – Rotações dos intervalos da pentatônica, normalizados em Dó.



Fonte: autor

1.8 Harmonização dos Modos Folclóricos

A harmonização bartokiana em muitos casos é desamarrada das cadências tonais pela intenção de destacar a sensação modal ou pentatônica das melodias. Esta foi também uma estratégia para criar harmonizações onde as tríades maior e menor são usadas de modo ambíguo, simultâneo e que facilitam o uso do total cromático.

Também ao evitar a sensível surge a preferência do uso de intervalo de sétima menor como uma sonoridade sem expectativa de resolução de tonalidade que torna na música de Bartók este intervalo um traço *"tão importante quanto as observação das terças e quintas na harmonia funcional tonal"*(ANTOKOLETZ, 1984, p. 28).

A simetria interna do acorde de sétima menor - (0,3,7,10) semitons empilhados formando uma estrutura de intervalos de (3-4-3) semitons contribui para uma sonoridade ambígua característica do polimodalismo. Função similar com sonoridade distinta também pode ser conseguida com o uso de tríades maiores de quinta aumentada e ou tétrades

we get a diatonic pentachord filled out with all the possible flat and sharp degrees. These seemingly chromatic degrees, however, are totally different in their function from the altered degrees of the chromatic styles of the previous periods. A chromatically altered note of a chord is in strict relation to its non-altered form; it is a transition leading to the respective tone of following chord. In our polymodal chromaticism, however, the flat and the sharp tones are not altered degrees at all; they are diatonic ingredients of a diatonic modal scale.(BARTÓK; SUCHOFF, 1993, p.367)

menores com quinta diminuta e sexta maior, que como já vimos na [seção 1.3](#) geram um empilhamento simétrico de intervalos.

Nas palavras do próprio Bartok, sobre a estratégia de usar acordes com empilhamentos não convencionais das terças:

"Quanto mais simples a melodia mais complexa e estranha pode ser a harmonização e acompanhamento que vai bem com esta(...) Estas melodias primitivas, de alguma maneira, não mostram traço de junção estereotipada das tríades(...) Isto nos permite trazer a melodia mais claramente ao construir harmonias de espectro mais amplo variando ao longo de diferentes polarizações"(BARTÓK; SUCHOFF, 1993, p. 342)²⁶

É importante também destacar que muitas vezes Bartók utiliza uma linha pentatônica no baixo que é utilizada para atenuar o cromatismo enquanto introduz estrategicamente com a melodia²⁷ notas estranhas a pentatônica criando texturas polimodais, octatônicas ou de maneira mais geral algo que ele próprio chamava de "Cromatismo polimodal"(ANTOKOLETZ, 1984)

Para as características gerais, exatamente o mesmo pode ser dito sobre minhas melodias como eu já disse a respeito das melodias folclóricas cromáticas. Isto é, os tons destas melodias são tons independentes que não tem nenhuma interrelação entre si. Há em cada espécie, no entanto, uma fundamental decididamente fixa na qual outros tons resolvem no fim. A diferença principal entre as melodias folclóricas cromáticas e as minhas próprias melodias cromáticas podem ser encontradas no seu âmbito. Minhas melodias tem geralmente pelo menos oito semitons e combrem, em alguns casos, a distância de uma oitava ou mais.(BARTÓK; SUCHOFF, 1993, p. 381)²⁸

²⁶ The simpler the melody the more complex and stranger maybe the harmonizationban accompaniment that go well with it(...)These primitive melodies, moreover, show no trace of the stereotyped joining of triads(...)It allows us to bring out the melody more clearly by building round it harmonies of the widest range varying along different keynotes. (BARTÓK; SUCHOFF, 1993, p. 342)

²⁷ E vice-versa com a pentatônica na melodia e cromatismos no baixo.

²⁸ As to the general characteristics, exactly the same can be said about my melodies as what I said already concerning the chromatic folk melodies. That is, the single tones of these melodies are independent tones having no interrelation between each other. There is in each specimen, however, a decidedly fixed fundamental tone to which the other tones resolve in the end. The main difference between the chromatic folk melodies and my own chromatic melodies is to be found in their range. They consist exclusively of five, six, or at most seven half-tones, which corresponds to a range of about a fourth. My own melodies generally have at least eight half-tones and cover, in some cases, the distance of an octave or more.(BARTÓK; SUCHOFF, 1993, p. 381)

Um exemplo interessante desta estratégia de separar as coleções entre um ostinato ou cadência de acordes no mão direita e uma melodia com uma coleção de intervalos distinto na mão esquerda é o Mikrokosmos nº 125, "*Boating*". Nesta peça podemos ver claramente na partitura a separação das linhas do baixo e melodia pois a mão direita está fazendo ostinatos em saltos de quarta nas "*notas brancas*" do piano, enquanto a mão esquerda está fazendo a melodia pentatônica nas "*notas pretas*".

Figura 37 – Ostinatos nas notas brancas e melodia nas notas pretas em Mikrokosmos 125



Fonte: autor

Na [seção 2.2](#) fazemos uma análise assistida por computador de Mikrokosmos 41, onde demonstramos uma estratégia de construção polimodal a simultânea a uma melodia de sonoridade pentatônica.

Parte II

Formalizações Computacionais

2 Analise Musical Assistida por Computador

Este capítulo elabora sobre as possibilidades de uma análise musical assistida por computador através de um estudo comparado entre duas ferramentas livres:¹ a biblioteca Python Music21 e a linguagem dataflow² OpenMusic.

Parte das aplicações práticas já foram demonstradas nos exemplos dos capítulo anterior, mas aqui explicaremos em mais detalhes os conceitos e procedimentos computacionais utilizados.

2.1 Formatos de entrada

Os formatos de arquivos utilizados nas análises estão dentro do paradigma de representação simbólica de conteúdos musicais, isto é, são organizados como um mapa temporal de parâmetros gestuais sobre determinada nota ou conjuntos de notas no tempo, a ser ouvida sob determinado timbre (em todos casos aqui, um piano) não incluso como parte do arquivo.

Arquivos sonoros de performances instrumentais das composições ou as renderizações de timbres de arquivos simbólicos não estão sendo levados em conta na pesquisa por estarem fora do escopo no momento.

2.1.1 MIDI

Por muito tempo o formato MIDI ficou estigmatizado por ser associado aos timbres genéricos da indústria de sintetizadores populares dos anos 80 e 90 e pelas primeiras placas de som e softwares sequenciadores de eventos ou partituras dos computadores pessoais.

Na verdade o formato não carrega parâmetros de timbres em seus metadados. Arquivo MIDI carrega valores básicos de expressão sobre a força e a duração que a nota deve ser tocada e as alturas cromáticas que devem ser moduladas, permitindo que esta seja posteriormente associada a qualquer timbre.

É importante ter em mente que o protocolo MIDI, por ser há mais de 35 anos um padrão ainda em uso, gerou um legado relevante de arquivos baseados em repertório clássico para a reconstituição de corpus de peças partituradas.

Porém não são descritores capazes de garantir a boa formatação de seus dados como figuras de compasso de uma pauta tradicional, já que os arquivos MIDI não carregam

¹ Consideramos aqui o conceito de "software livre" a partir da definição da FSF.

² definição linguagem dataflow

informações sobre as figuras, apenas sobre suas durações, alturas e expressão.

Quando importados para programas de notação ou convertidos para formatos destes, os arquivos MIDI irão passar por uma segmentação arbitrária e determinada pelo algoritmo "*parser*"³ que vai converter determinada duração em determinada métrica quantizada, normalmente diferente das articulações de quais as músicas foram digitalizadas.

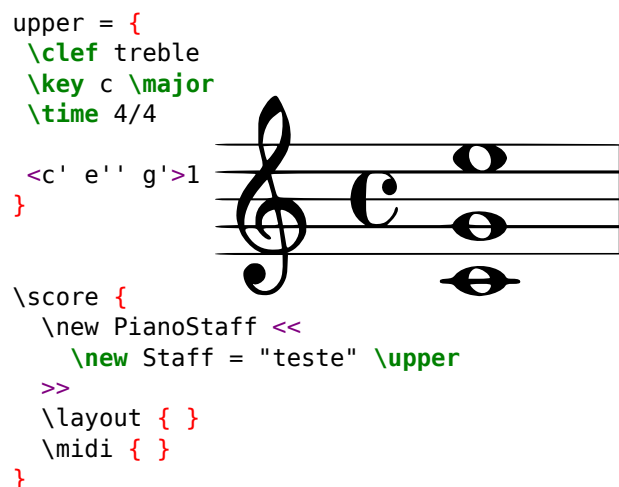
2.1.2 Lilypond

Lilypond é uma "*linguagem de marcação*" similar a linguagem Latex (para formatação de documentos científicos) que também possui um compilador próprio, podendo gerar partituras em formato final de imagem, pdf ou arquivos MIDI para renderização sonora.

O objetivo principal no Lilypond é a formatação de uma notação partitural avançada e otimizada para impressão em papel. Permite também a utilização de elementos de notação mais exótica, inclusão de texto, dedilhados, nomenclatura de acordes, sinais de expressão, e customização de elementos a partir de módulos. Facilita a otimização da disposição e dimensão das fontes dos objetos e possui uma linguagem *script* própria, dialeto da sintaxe *scheme*⁴.

No caso do presente trabalho, estamos utilizando o arquivo Lilypond como um arquivo de saída ou um arquivo intermediário (de conversão entre arquivos), pois as ferramentas utilizadas aqui não possuem parsers satisfatórios para tratar uma entrada em Lilypond, apesar de serem capazes de gerar saída no formato .ly.

Figura 38 – Gerador de um acorde Dó maior (dó4 e4 g5) na clave de sol em Lilypond



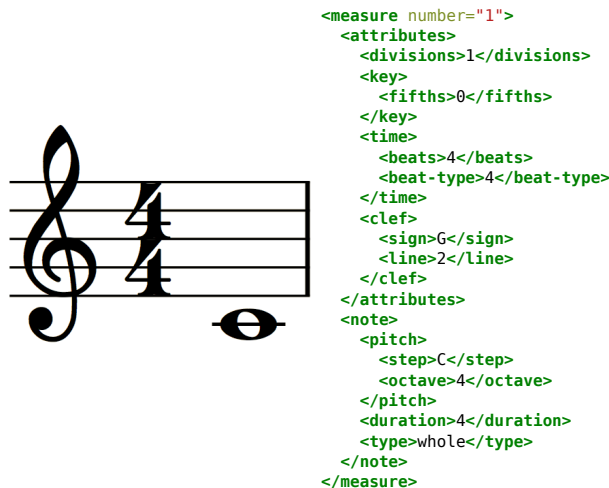
³ Método computacional para conversão entre formatos ou tipos de dados diferentes.

⁴ Tutorial oficial de lilypond-scheme: <<http://lilypond.org/doc/v2.16/Documentation/source/Documentation/extending/introduction-to-scheme>> Acesso em 10 de julho de 2014.

2.1.3 MusicXML

O uso geral do formato MusicXML é similar ao Lilypond - formatação de partituras. No entanto, enquanto Lilypond é um sistema completo fechado em si próprio, o MusicXML é um formato com a intenção de tornar-se um padrão intercambiável entre diferentes aplicações de partitura⁵.

Figura 39 – Gerador de uma nota dó4 na clave de sol em MusicXML



2.2 Music21

É uma biblioteca projetada para trabalhar com manipulação e análise de *corpus* de arquivos partituráveis⁶. Prepara a conversão entre diversos arquivos de dados musicais (MIDIs, humdrum, lilypond, abc)⁷, mas nativamente trabalha com uma estrutura de dados baseada em Music XML.

Music21 tem uma abordagem voltada para uma "musicologia assistida por computador" e já tem incorporada em suas classes algumas ferramentas comuns a esta prática como: numeração de grau funcional de acorde⁸, numeração de classes de altura usando a classificação de Allen Forte⁹ a implementação dos algoritmos de detecção de tonalidade¹⁰ elaborado por Krumhansl (1990) e aperfeiçoado por Temperley (2001), busca de padrões como transposições e inversões¹¹ e outros.¹²

⁵ Lista atualizada de aplicações compatíveis com o formato MusicXML: <http://www.musicxml.com/software/> Acesso em 10 de julho de 2014.

⁶ <http://goo.gl/ovME11> Acesso em 10 de julho de 2014.

⁷ <http://goo.gl/K9GQ01> Acesso em 10 de julho de 2014.

⁸ <http://goo.gl/n1DgAN> Acesso em 10 de julho de 2014.

⁹ <http://goo.gl/Pkbcig> Acesso em 13 de fevereiro de 2015.

¹⁰ <http://goo.gl/vj8LyB> Acesso em 10 de julho de 2014.

¹¹ <http://goo.gl/BrrLer> Acesso em 13 de fevereiro de 2015.

¹² <http://goo.gl/ejiCMP> Acesso em 13 de fevereiro de 2015.

2.2.1 Stream

A biblioteca Music21 tem como uma das ideias básicas a estrutura de dados "Stream"(Fluxo). Este objeto funciona como uma subclasse da classe music21, os objetos quais a documentação¹³ refere-se como "módulos". Um Stream irá conter dentro dele uma estrutura de dados semelhante a uma lista python, ordenando em sequência os instrumentos, claves, assinaturas de compasso, notas, acordes, pausas, ornamentos.

Para entender a estrutura de dados na prática, vejamos os procedimentos a seguir, demonstramos em um script Python¹⁴ comentado linha a linha¹⁵ mínimo como inserir um acorde dentro de um fluxo e renderizá-lo em uma partitura em pdf.

```
#Importando a biblioteca
from music21 import *

#Criando um objeto de fluxo
fluxo = stream.Stream()

#Criando um objeto acorde
acorde=chord.Chord(['C4', 'A4', 'E5'])

#Adicionando o objeto acorde no inicio do fluxo
fluxo.insert(0,acorde)

#Renderizando em pdf
fluxo.show('lily.pdf')
```

Figura 40 – A saída do teste em terminal cria um arquivo temporário em pdf com a renderização do Stream.



Fonte: autor

O script insere um objeto acorde na posição zero do fluxo. Podemos perceber pela figura acima que por padrão a biblioteca renderizou a pauta em uma clave de sol com assinatura de compasso quatro por quatro. Em uma situação mais complexa obviamente temos muito mais pra pensar: teremos instrumentos de duas pautas como piano, ornamentos, texto, pautas com fórmulas de compasso diferentes, e assim por diante.

¹³ <<http://goo.gl/INMMLJ>> Acesso em 13 de fevereiro de 2015.

¹⁴ Para uma introdução básica ao Python a partir de uma perspectiva musical conferir (KROGER, 2012)

¹⁵ Todos os comentários dos códigos Python mostrados aqui estão próprio no corpo do código em linhas que possuem o sinal de sustenido (#) no início

Precisaremos separar as partes hierarquicamente, criando uma estrutura de dados em camadas, como vemos no exemplo mais complexo abaixo.

```
# Criamos um objeto score (partitura) para usar como fluxo
partitura=stream.Score()

# Separamos o fluxo em duas partes: duas pautas
mao_esquerda=stream.PartStaff()
mao_direita=stream.PartStaff()

# Criamos os compassos para cada pauta
compasso1L=stream.Measure(number=1)
compasso1R=stream.Measure(number=1)

# Necessitamos formatar o layout do score para agrupar as duas pautas
compasso1L.insert(0,layout.SystemLayout())
compasso1L.insert(0,layout.StaffLayout(staffNumber=2))

# Inserindo a clave, a formula de compasso, nota e acorde
compasso1L.insert(0,clef.BassClef())
compasso1L.insert(0,meter.TimeSignature('2/4'))
compasso1L.insert(0,note.Note('F3'))
compasso1L.insert(1,chord.Chord(['A2','E3','C4']))

# Inserindo o compasso da pauta da mao esquerda na parte inferior
mao_esquerda.insert(0,compasso1L)

# Inserindo a clave, a formula de compasso, nota e pausa
compasso1R.insert(0,layout.SystemLayout())
compasso1R.insert(0,clef.TrebleClef())
compasso1R.insert(0,meter.TimeSignature('2/4'))
compasso1R.insert(0,note.Note('C5'))
compasso1R.insert(1,note.Rest())

# Inserindo o compasso da pauta da mao direita na parte superior
mao_direita.insert(0,compasso1R)

# Formatando a entrada das partes na camada de layout da partitura
partitura.insert(0,mao_direita)
partitura.insert(0,mao_esquerda)

# Renderizando em PDF
partitura.show('lily.pdf')
```

Importante também destacar aqui que a proposta maior da biblioteca Music21 é a de servir como auxiliar em processos de análise de partituras.

Temos portanto uma série de procedimentos que permite que partituras formatadas exteriormente (em formatos como musicxml, abc, humdrum, midi, etc.) sejam carregadas e convertidas para a estrutura de dados da biblioteca, facilitando sua análise, manipulação e re-modelagem.

O script anterior obviamente pode ser encapsulado em uma função, utilizando recursividade e algumas outras funções presentes na biblioteca para evitar tanto código para cada compasso.

Figura 41 – Renderização da pauta de piano em compasso 2/4



Fonte: autor

No entanto, mostramos dessa maneira passo a passo para que fique entendido que a formatação das partituras ocorre de maneira similar ao padrão xml de encapsulamento de dados: temos camadas dentro de camadas que vão da página de impressão até os acordes, notas, pausas e ornamentos.

Vejamos abaixo como é feita a conversão de uma partitura com o mesmo conteúdo gerado anteriormente, mas desta vez criada em um editor de partituras e salva no formato musicxml¹⁶. No script abaixo nós abrimos o arquivo dentro de um terminal Python e em seguida imprimimos para mostrar como ela fica formatada dentro da estrutura de dados do Music21.

```
>>> p=converter.parse('piano.xml')
>>> p.show('text')

{0.0} <music21.metadata.Metadata object at 0xb3f642c>
{0.0} <music21.stream.PartStaff P1-Staff1>
    {0.0} <music21.instrument.Instrument P1: Piano: Piano>
    {0.0} <music21.stream.Measure 1 offset=0.0>
        {0.0} <music21.layout.SystemLayout>
        {0.0} <music21.clef.TrebleClef>
        {0.0} <music21.key.KeySignature of no sharps or flats, mode major>
        {0.0} <music21.meter.TimeSignature 2/4>
        {0.0} <music21.note.Note C>
        {1.0} <music21.note.Rest rest>
        {2.0} <music21.bar.Barline style=final>
    {0.0} <music21.stream.PartStaff P1-Staff2>
        {0.0} <music21.instrument.Instrument P1: Piano: Piano>
        {0.0} <music21.stream.Measure 1 offset=0.0>
            {0.0} <music21.layout.SystemLayout>
            {0.0} <music21.layout.StaffLayout staffNumber 2>
            {0.0} <music21.clef.BassClef>
            {0.0} <music21.key.KeySignature of no sharps or flats, mode major>
            {0.0} <music21.meter.TimeSignature 2/4>
            {0.0} <music21.note.Note F>
            {1.0} <music21.chord.Chord A2 E3 C4>
            {2.0} <music21.bar.Barline style=final>
    {0.0} <music21.layout.ScoreLayout>
```

¹⁶ Editada no software livre Musescore.

O que vemos aqui é uma estrutura bastante similar a estrutura que geramos no script anterior. A impressão da estrutura dos dados facilita que enxerguemos a maneira aninhada com que os dados são inseridos em camadas dentro uns dos outros.

Se analisarmos a partitura que esta alocada dentro da variável "p" como se fosse uma lista python comum, veremos que o que temos são listas dentro de listas, o que permite que usemos métodos comuns de iteração normalmente usados em python.

```
>>> p[0]
<music21.metadata.Metadata object at 0xb3f642c>
>>> p[1]
<music21.stream.PartStaff P1-Staff1>
>>> p[2]
<music21.stream.PartStaff P1-Staff2>
>>> p[2][0]
<music21.instrument.Instrument P1: Piano: Piano>
>>> p[2][1]
<music21.stream.Measure 1 offset=0.0>
>>> p[2][1][0]
<music21.layout.SystemLayout>

>>> p[2][1][5]
<music21.note.Note F>
>>> p[2][1][6]
<music21.chord.Chord A2 E3 C4>
>>> acorde=p[2][1][6]

>>> for i in acorde:
...     print i
...
<music21.note.Note A>
<music21.note.Note E>
<music21.note.Note C>
```

2.2.1.1 Notas, Acordes e nomenclaturas

Como vemos no final do experimento acima o objeto acorde pode ser entendido no Music21 como uma lista de objetos nota. Das relações entre objetos nota é possível também extrair intervalos ou transpor notas individuais do acorde. É possível também aplicar transformações e inferências diretamente no objeto acorde.

Alguns exemplos:

```
# Iniciamos copiando um acorde menor normalizado em Do, usando a tabela de Forte(1973)
>>> c=chord.fromForteClass('3-11')
>>> c
<music21.chord.Chord C E- G>

# Necessitamos definir a oitava, caso contrario o acorde fica sempre no registro C4
# o metodo 'closedPosition' coloca as notas em ordem crescente e mais proxima
>>> c.closedPosition(forceOctave = 3, inPlace= True)
>>> c
<music21.chord.Chord C3 E-3 G3>
```

```

# Criamos uma copia transposta do acorde, podemos utilizar nomes (abreviados)
#de intervalos como '6M' para sexta maior
>>> a=c.transpose('6M')
>>> a
<music21.chord.Chord A3 C4 E4>

# Temos um metodo para transformar ou inferir inversoes do acorde
>>> a.inversion(1)
>>> a
<music21.chord.Chord C4 E4 A4>

>>> a.inversion(2)
>>> a
<music21.chord.Chord E4 A4 C5>

# Um acorde pode tambem ser inicizado com umas lista de notas e suas oitavas
>>> A=chord.Chord(['A4','C#4','E4'])

#Podemos inferir seu nome "comum", no caso das triades temos
#os nomes funcionais da harmonia tradicional
>>> A.pitchedCommonName
'A4-major triad'

# E seu nome equivalente na tabela de Forte
>>> A.forteClass
'3-11B'

# Podemos transpor notas especificas do acorde
>>> a=chord.Chord([a[0],a[1].transpose(interval.Interval(-1)),a[2]])
>>> a
<music21.chord.Chord E6 G#6 C6>

# Todas as cardinalidades da tabela de Forte estao presentes
>>> o=chord.fromForteClass('8-28')
<music21.chord.Chord C C# E- E F# G A B->
# Lembrando que o bemol no Music21 e trocado de 'b' para '-' (ex: Eb fica E-)

# A forma prima fonece o valor dos intervalos em sua ordem crescente
#e normalizada a partir de zero
>>> o.primeForm
[0, 1, 3, 4, 6, 7, 9, 10]

```

2.2.2 Cadência e inferência de tonalidade

O Music21 fornece uma série de ferramentas para análise de harmonia funcional, incluindo algoritmos para sugerir grau cadencial (com o uso de numerais romanos) e de detecção de regras de contraponto na condução de vozes. Obviamente que para que tudo isso tenha um sentido estritamente tonal teríamos que estar analisando repertórios que se encaixam nos padrões da "prática comum" (TEMPERLEY, 2001, p.354) podendo ater-se aos pequenos desvios da norma como invenção estilística dos compositores. Por outro lado, o uso deste tipo de ferramenta em repertórios pós-tonais pode tomar um sentido interessante.

Em seu artigo *"The unfolding of tonality in the music of Bela Bartók"*, David

Cooper (1998) propõe a análise assistida por computador das *"10 Easy Piano Pieces"* de Bartók.

Após testar os mesmos algoritmos de detecção de tonalidade que usou para analisar as peças do *"Cravo Bem Temperado"* de J. S. Bach, onde obteve uma aproximação muito satisfatória das análises conhecidas da obra, Cooper conclui que mesmo com alguns desvios previstos o mesmo procedimento também ajudaria o analista a inferir ideias sobre ambiguidade ou politonalidade em compositores pós-tonais como Bartók.

Por ser independente de "estilo" o algoritmo poderia ajudar a revelar estruturas implícitas e residuais do condicionamento tonal da escuta, isto é, sua força estaria justamente em revelar mesmo através de "erros" formais da funcionalidade estilística, dados que podem gerar ideias para o analista.

Apesar de em essência o algoritmo ser fundamentalmente ignorante musicalmente, 'sabendo' pouco sobre estrutura musical e nada de estética, este é capaz de simular de maneira bem sucedida uma habilidade musical específica, que é determinar tonalidade global e local. Contudo, é por causa da ausência de critério artístico que este pode ser uma ferramenta útil para o repertório do analista, providenciando uma medida de tonalidade que seja amplamente independente de conhecimento "dependente de estilo". (COOPER, 1998, p.34-35).¹⁷

2.2.2.1 Key Profiles

A redução quantitativa para construção de algoritmos para inferência de "estruturas básicas da cognição musical" (TEMPERLEY, 2001) é uma área de pesquisa interdisciplinar entre os estudos sobre a aquisição psicossocial do repertório musical que normatiza a escuta ocidental e a formalização computacional de "gramáticas gerativas" (NIERHAUS, 2009, p.83) que muito influenciou-se pela formalização das disciplinas que deram origem a linguística computacional. (ROADS, 1979)

Como já vimos anteriormente, a observação de parâmetros para uma inferência de cadência e prolongamento da expectativa tonal implica em discussões sobre a aplicabilidade de teorias ambiciosamente "gerais" sobre estruturas fundamentais da escuta.¹⁸

Por outro lado, uma proposta mais experimental como a de Cooper (1998) e a disponibilidade de alguns algoritmos derivados destas reflexões na biblioteca Music21 nos permite especular a partir de algumas experiências práticas que veremos a seguir.

```
# abrir no music21 a partitura de Mikrokosmos 41 editada em musicxml
>>> m=converter.parse('mikro041.xml')
```

¹⁷ Although in itself the algorithm is fundamentally musically ignorant, 'knowing' little about musical structure and nothing of aesthetics, it is able to simulate quite successfully one particular musical skill, that of determining local and global tonality. Indeed, it is because of its artlessness that it could form a useful tool in the analyst's repertoire, by providing a measure of tonality which is largely independent of 'style dependent' knowledge. (COOPER, 1998, p.34-35)

¹⁸ Rever ??

```

# o metodo key do modulo analyze usa por padrao
# o algoritmo de Krumhansl(1983)
>>> ak = m.analyze('key')
>>> ak
<music21.key.Key of G major>

# o indice de zero a um de precisao para o criterio do algoritmo
>>> ak.correlationCoefficient
0.7569137256478474
#
#
# podemos buscar interpretacoes alternativas
>>> alt=ak.alternateInterpretations
>>> for i in alt:
...     i.name+" = "+str(i.correlationCoefficient)
...
'B minor = 0.624054831613'
'A major = 0.458564195272'
'E minor = 0.455816729504'
'D major = 0.387453206313'
#(...)
# as demais alternativas apresentam coeficientes mais cada vez mais baixos
#ate que fiquem negativos, indicando "impossibilidade" de expectativa de tonalidade
>>>

>>>

```

Os softwares de análise de David Temperley¹⁹ e David Huron²⁰ para uma segmentação computacional da expectativa tonal parecem ter colaborado para síntese ferramentas computacionais que inspiraram alguns algoritmos da biblioteca music21, pois alguns destes podem ser encontrados nos módulos de análise.²¹

Mas apesar de desenvolverem seus próprios algoritmos de detecção de tonalidade²², ambos citam como referência original o algoritmo resultante da pesquisa "Krumhansl-Schmuckler"²³. Este algoritmo é também utilizado como padrão na biblioteca Music21, por isso vale aqui o comentário.

O algoritmo de "Krumhansl-Schmuckler" surge em "*Perceptual Structures of Tonal Music*" (KRUMHANSL, 1983) e é aprofundado em "*Cognitive foundations of musical pitch*" (KRUMHANSL, 1990).

Carol Krumhansl e Mark Schmuckler constroem um modelo matemático que chamam "perfis-tonais" ("tonal profiles") - histogramas que servem como uma referência²⁴ para cálculo estatístico a partir de uma amostra de ouvintes pesquisados sobre a tendência a "adaptar"

¹⁹ <http://humdrum.ccarh.org/>

²⁰ <http://www.link.cs.cmu.edu/music-analysis/>

²¹ <https://github.com/cuthbertLab/music21/blob/master/music21/analysis/discrete.py>

²² (TEMPERLEY, 2001, p.173) e Huron (2006, p.150)

²³ c.f. Discussão na mailing list do Music21 sobre os algoritmos em <<https://groups.google.com/forum/#!topic/music21list/lwamYR0o8To>>

²⁴ O histograma apresenta valores para uma escala cromática normalizada no contexto de Dó maior e Dó menor. Para ser transposto para outras tonalidades, basta rotacionar a ordem das alturas.

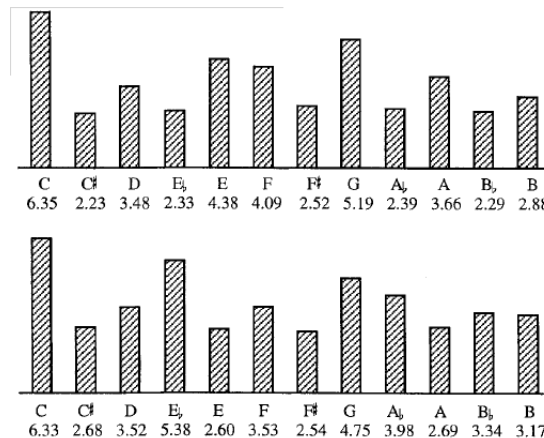
cognitivamente ([TEMPERLEY, 2001](#), p. 173) notas de uma escala cromática como ornamentos dentro de um determinado contexto tonal.

A fórmula funciona da seguinte maneira²⁵:

$$r = \frac{\sum (x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sqrt{\sum (x - \bar{x})^2 \sum (y - \bar{y})^2}}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x = \text{valores individuais do histograma original} \\ \bar{x} = \text{media de todos valores do histograma original} \\ y = \text{valores de um histograma a ser comparado – retirado de trecho musical} \\ \bar{y} = \text{media de todos os valores do histograma usado em } y \end{array} \right.$$

Figura 42 – Perfis de tonalidade propostos por Carol [Krumhansl \(1990\)](#) - histograma demonstrado por [Temperley \(2001\)](#).



Fonte: ([TEMPERLEY, 2001](#), pg. 174)

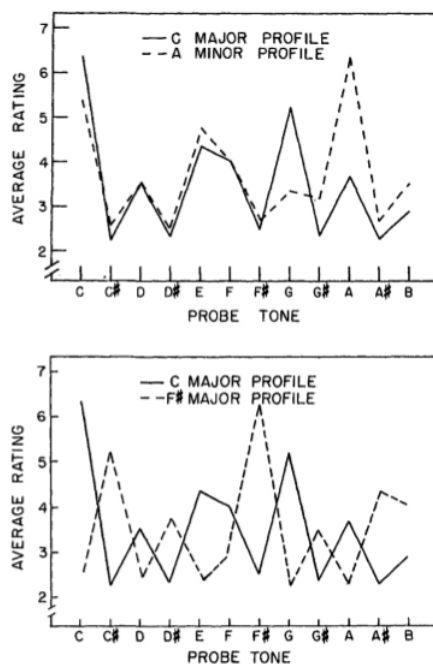
A fórmula de perfis tonais mostra em seus resultados também uma sugestão composicional curiosa para estratégias politonais. Vemos, por exemplo, na exposição original das figuras estatísticas da comparação entre tonalidades próximas e distantes (Figura 29) as relações apontadas por Lendvai em seu sistema de eixos²⁶.

Podemos observar que se a comparação com a tonalidade relativa menor de Dó Maior (Lá menor) possui apenas pequenos desvios possibilitando a geração e ambiguidade, a relação com uma tonalidade de "contrapolo" de Dó Maior (Fá# Maior) tem também um efeito bastante específico: apoia-se numa expectativa simetricamente oposta de alturas, o que lembra os movimentos politonais de Bartók que buscam estabelecer estratégias de uso do total cromático por mistura de modos ou tonalidades, suspendendo as expectativas e criando vórtices para modulação.

²⁵ c.f. uma prova real detalhada da fórmula original em ([KRUMHANS, 1990](#), p.37)

²⁶ Rever [seção 1.2](#)

Figura 43 – Perfis de tonalidade propostos por Carol Krumhansl (1983) - comparativo entre tonalidades próximas e distantes.



Fonte: (KRUMHANSL, 1990, pg. 36)

O Music21 apresenta também um módulo para plotagem de dados bastante útil. Abaixo demonstramos a plotagem do espaço de alturas da composição Mikrokosmos 41 que revela o panorama de uso das alturas.

```
>>> p = graph.PlotHistogramPitchClass(m)
>>> p.process()

>>> p = graph.PlotHistogramPitchSpace(m)
>>> p.process()

>>> p = graph.PlotScatterPitchSpaceQuarterLength(m)
>>> p.process()
```

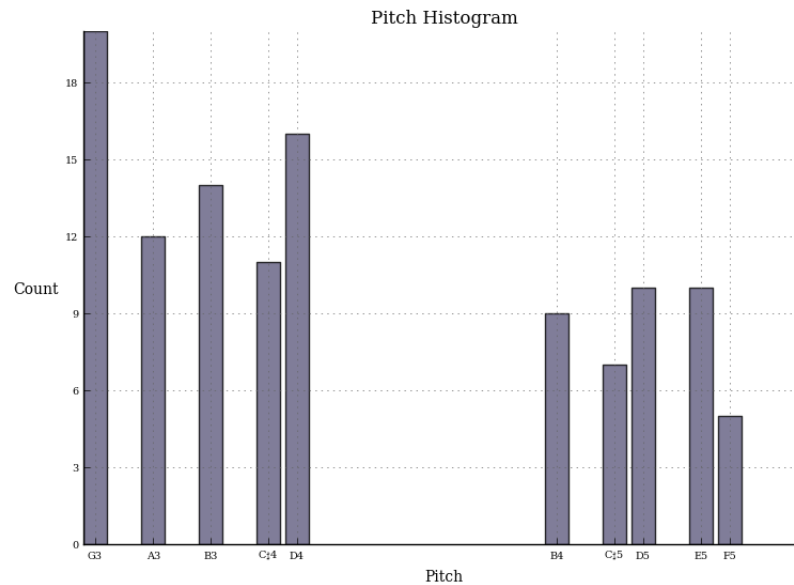
Aplicada então a análise de tonalidade em um segmento cadencial final de Mikrokosmos 41 podemos ter um apoio estatístico para algumas conclusões:

```
# Reduzimos as pautas do piano a uma unica pauta feita de acordes,
#facilitando a analise de graus cadenciais
>>> x=m.chordify()

# Cortamos os compassos finais
>>> X=x[11:15]
# Rodamos o algoritmo de deteccao de tonalidade
>>> K = X.analyze('key')
<music21.key.Key of G major>

# o grau de possibilidade para esta tonalidade
>>> K.correlationCoefficient
```

Figura 44 – Pitch Space



Fonte: autor

```

0.7319734760212024

# algumas interpretecoes alternativas - a tonalidade de Si menor
# apresenta aqui mais de 50 por cento de chance tambem
>>> alt=K.alternateInterpretations
>>> for i in alt:
...     i.name+" = "+str(i.correlationCoefficient)
...
'B minor = 0.583943016291'
'E minor = 0.418671671701'
'A major = 0.311484217597'

# o metodo para extrair acordes de graus cadenciais
>>> r = roman.RomanNumeral('VII', key.Key('Bm'))
>>> [str(p) for p in r.pitches]
['A5', 'C#6', 'E6']

>>> r=roman.RomanNumeral('VI', key.Key('Bm'))
>>> [str(p) for p in r.pitches]
['G5', 'B5', 'D6']

# vejamos quais os graus cadenciais possiveis para a tonalidade de sol maior
>>> R=[]
>>> for i in X.flat.notes:
...     R.append((roman.romanNumeralFromChord(i,key.Key('G'))).figure)
...
>>> R
['I', 'iii', 'iii#6', 'v', 'v4', '#iv', 'iii#6',
'iii', 'i', 'II#3', '#iv2', '#iv', 'iii#6', 'iii', 'I']

# aplicamos os graus na renderizacao do pdf da partitura como veremos na Figura
>>> for n in xrange(len(X.flat.notes)):
...     (X.flat.notes)[n].addLyric(R[n])

```

Vemos na Figura 31 a comprovação do que já poderíamos supor pela própria sugestão de Bartók na partitura original (Figura 32) - o sustenido fixo da música é afirmado não como um cromatismo localizado ornamental mas algo que está ali para substituir a expectativa de resolução em Sol maior que o grau sensível Fá# traria.

Ao invés deste passo Fá# → Sol temos a figura de Dó# atuando na dissonância que desloca a sensação de prolongamento I-V-I possível, figurando como trítono de Sol. Também é incompleta a interpretação de que estaríamos simplesmente num modo Mixolídio de Sol pela ausência do Fá# pois a presença de Dó# desconfigura o modo.

A figura "desfuncional" de um grau "II#3" detectada pelo algoritmo chama atenção para a figura do Lá, que quando soando juntamente com o Dó# poderia trazer a interpretação de um acorde de Lá maior incompleto - mas qual seria sua função na cadência?

A "resolução" da cadência final pelo passo que vai do acorde de Si menor incompleto até o Sol maior nos deixa pistas de que há uma estratégia que atua pelos contornos intervalares internos e que analisar apenas a superfície dos movimentos verticais não é suficiente - não estamos em "Sol Maior", mas também não estamos em "Si menor", que seria a segunda opção do algoritmo. No entanto há um discurso de afirmação da polarização deste acorde de Sol Maior.

A análise dos contornos se mostra necessária para que encontremos novas relações.

Figura 45 – Aplicação do algoritmo de análise graus de cadência em Mikrokosmos 109 considerando a inferência de tonalidade Sol maior detectada anteriormente.



Fonte: autor

2.2.2.2 Contorno Intervalar

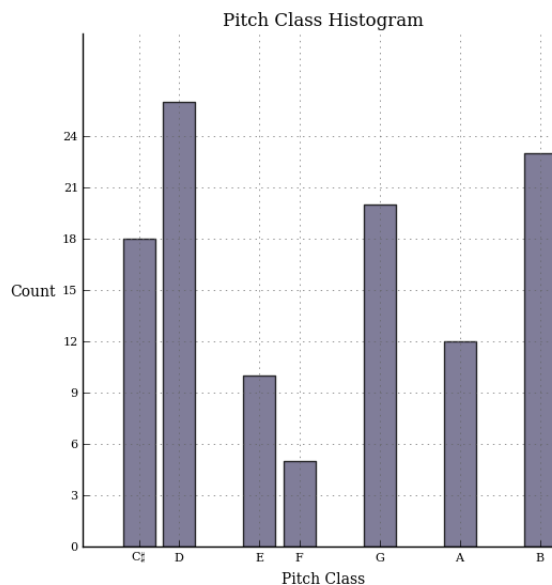
Uma possibilidade importante de utilização dos scripts para análise é a de retirarmos de um corpus de partituras as relações intervalares de contorno motivico para identificarmos estratégias composicionais recorrentes. Fazer isso sem auxílio do computador é extremamente penoso e sujeito a erros, e para um corpo grande de obras a ser comparado fica inviável.

Figura 46 – "Tonalidade" singular apontada por Bartók - a pauta contém um sustenido em C# ao invés do F# padrão para Sol maior: declaração de uma intenção polimodal em Mikrokosmos 41



Fonte: autor

Figura 47 – Distribuição das classes de altura durante toda composição revelam que apesar da composição estar polarizada em torno da nota Sol essa aparece menos que sua terça maior (Si) e sua quinta justa (Ré).



Fonte: autor

O exemplo de Mikrokosmos 41 é interessante por conter a necessidade de descoberta sobre as intenções polimodais do compositor.

No início da melodia de Mikrokosmos 41 uma relação motivica "quase" pentatônica que polariza a expectativa de emergência da nota Sol por sua ausência no intervalo pentatônico possível de 3-2-3 semitons que faria os passos Si-Ré-Mi-(Sol). A quebra da continuidade pentatônica pela inserção do passo semitonal Fá → Mi e a enunciação do Dó# funcionam como um "resumo" das relações diatônicas essenciais do polimodalismo desta composição. A nota Sol nunca será usada na melodia, mas durante quase toda

Figura 48 – A sugestão de exercício das "escalas" de Mikrokosmos 41 na partitura original revela a saliência da sequência de 2-2-2-1 intervalos de semitom a partir de Sol que remetem ao modo lídio. No entanto o Sol lídio teria que ter Fá sustenido, mas temos um Fá bequadro: fica assim explícita a invenção de um modo derivado ou "polimodo". [Suchoff \(2004\)](#) define como um modo misto "Lídio-Mixolídio".



Fonte: autor

composição figura no baixo.

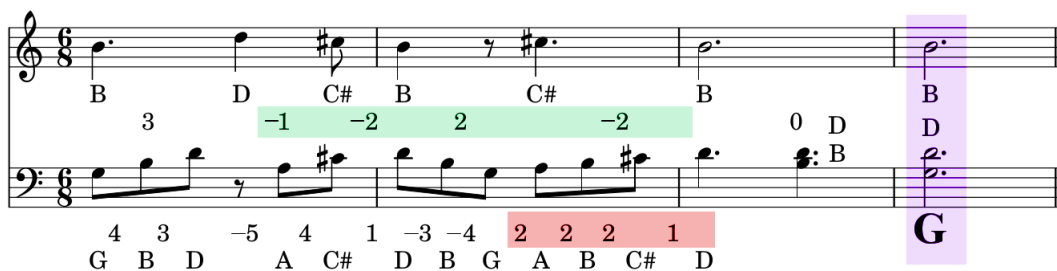
Esta sonoridade quase pentatônica da melodia ou em ostinatos, que traz um caráter de música folclórica ao mesmo tempo que serve de estratégia para inserção gradual de cromatismos que criam polimodos é bastante presente em Bartók, como já discutimos na [seção 1.7](#).

Figura 49 – Análise de contorno intervalar na melodia inicial de Mikrokosmos 41. Detalhes sobre o script de extração de intervalos no Apêndice.



Fonte: autor

Figura 50 – O final de Mikrokosmos 41 evidencia a sequência de 2-2-2-1 semitons do modo Lídio. Detalhes sobre o script de extração de intervalos no Apêndice.



Fonte: autor

O final de Mikrokosmos 41 cita o clichê da sequência de 2-2-2-1 semitons do modo Lídio e "resolve" o acorde de Sol maior sem o uso da sensível Fá#, negando-se a uma evidência de tonalidade maior tradicional, mas também negando-se a uma resolução de modo Lídio literal. A estratégia é pela condução da quinta justa Ré através dos passos Dó# → Ré e Dó# → Si mantendo-se em díade até que uma última entrada da nota Sol no baixo deixe uma impressão vaga de que havia uma polarização em torno do acorde de Sol maior.

2.2.2.3 Inferência de escalas e modos

O Music21 possui um módulo muito útil para a inferência de modos e escalas²⁷, o que é muito útil para análises de repertórios como o de Bartók, onde há uma grande necessidade de busca de construções escalares.

Este módulo pode pegar como referência qualquer dos modos gregos, escalas referenciais ou mesmo construções arbitrárias de coleções motivicas ou crivos.²⁸

Vejamos a seguir a aplicação na partitura de Mikrokosmos 109, comprovando a tese de Cohn (1991) de que esta peça tem como uma das sonoridades principais uma linha motivica octatônica a partir de Dó.

```
# importa o arquivo mikrokosmos 109
localfile="localcorpus/mikro109.xml"

# converte para o formato music21
m=converter.parse(localfile)

# separa as duas partes
p0=m.parts[0]
p1=m.parts[1]

# cria uma escala de referencia octatonica
c=scale.OctatonicScale('C')

# verifica nota a nota (pulando acordes) se existem graus da escala de referencia

for n in p0.flat.notes:
    if n.isNote:
        n.addLyric(n.name)
        n.addLyric(str(c.getScaleDegreeFromPitch(n.pitch)))

for n in p1.flat.notes:
    if n.isNote:
        n.addLyric(n.name)
        n.addLyric(str(c.getScaleDegreeFromPitch(n.pitch)))

# imprime a partitura em pdf
m.show('lily.pdf')
```

²⁷ Para maiores detalhes sobre o modulo conferir o artigo (ARIZA; CUTHBERT, 2011)

²⁸ Demonstramos em mais detalhes a construção de escalas em Music21 para fins composicionais em Capítulo 3

Figura 51 – Extração da análise gerada sobre a partitura de Mikrokosmos 109, os números indicam o grau da escala octatônica de Dó. A octatônica só é quebrada na entrada do Lá $\flat\flat$ que marca a mudança de sessão, confirmando a tese de [Cohn \(1991\)](#).

Fonte: autor

2.3 OpenMusic

"Enquanto a maioria das “linguagens de programação musical” lidam principalmente com processamento de sinal e síntese sonora, uma abordagem original adotada pelo time de representação musical do IRCAM no fim dos anos 80 foi particularmente um foco na nas estruturas simbólicas e processos musicais, isto é, aspectos tradicionalmente ignorados ou deixados de lado dos ambientes computacionais." ([BRESSION; AGON; ASSAYAG, 2011](#), p.743)

Em suma, o Open Music teve (pelo menos em seus primeiros anos) uma intenção voltada para processos focados na continuidade dos sistemas derivados dos estudos de intervalos, acordes, harmonia que estavam na base das preocupações do serialismo integral e outras estratégias composicionais que necessitavam manipulação de permutações e combinações matemáticas. O OM sempre foi um dos software amplamente utilizados para tal fim, e isto reflete diretamente em sua interface e cultura de uso.

A grande vantagem do uso do Open Music em procedimentos de análise musical assistida por computador é a de que sua orientação visual de programação por grafos interativos agiliza bastante a experimentação e facilita a organização de esquemas de representação gráfica das ideias algorítmicas de um procedimento.²⁹

Como ferramenta composicional o OM é um *framework* que tende a uma programação orientada pela reflexão em tempo diferido, isto é, estimula a composição por escolha entre diversos resultados permutados e decupados em um tempo de escuta.

Organiza materiais orientado basicamente pela escrita e fortemente pensado dentro do esquema de intervalos melódicos harmônicos derivados da notação moderna para música

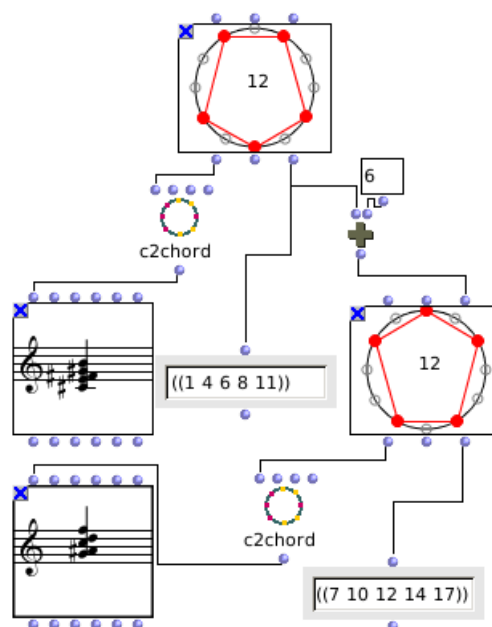
²⁹ Como já utilizamos no presente trabalho em toda a parte de revisão da teoria bartokiana.

orquestral, utilizando sequenciadores bastante similares ao pentagrama de pauta sem (“*chord-seq*”) ou com figuras de compasso (com o sequenciador “*voice*”).

2.3.1 Visualização das classes de altura e sequencias partituras

Vale destacar aqui a vantagem intuitiva do uso de objetos de representação gráfica dos intervalos como o objeto “n-cercle”, que organiza os conjuntos de classe de altura em torno de um gráfico semelhante a uma partição de “relógio” de 12 alturas, podendo representar assim simetrias e distâncias entre classes de altura.

Figura 52 – Objeto N-Cercle

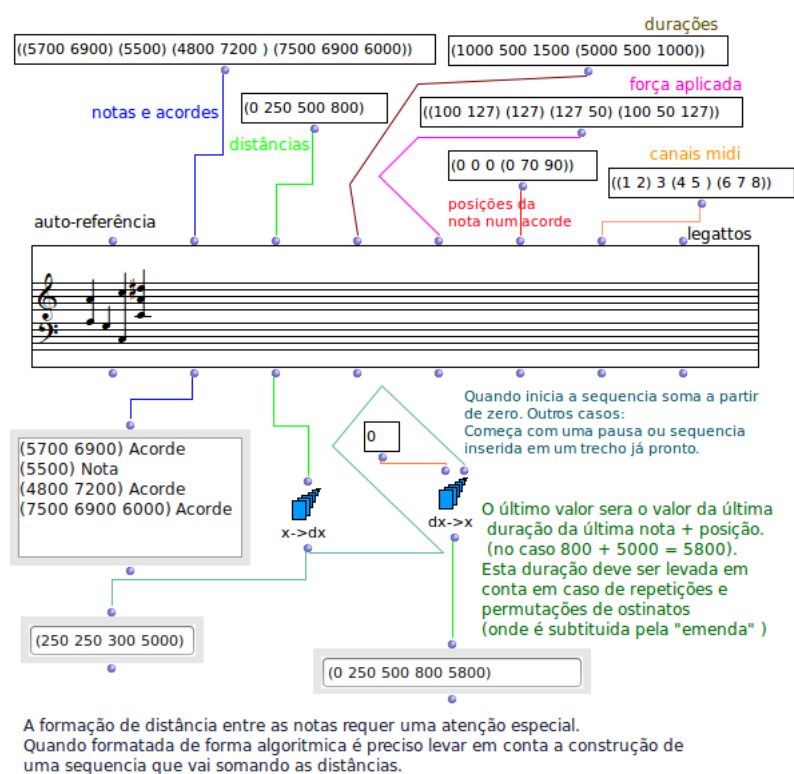


Fonte: autor

O objeto de sequenciamento de acordes o “chord-seq” permite a representação de sequencias simbólicas partituras derivadas de arquivos como MIDI ou musicxml em um formato inspirado nas partituras proporcionais: onde não há a medida de assinaturas, barras ou figuras de compasso mas sim um posicionamento das notas na altura das pautas e em uma distancia proporcional a posição temporal de seu ataque

2.3.2 Manipulação de Conjuntos e suas nomenclaturas

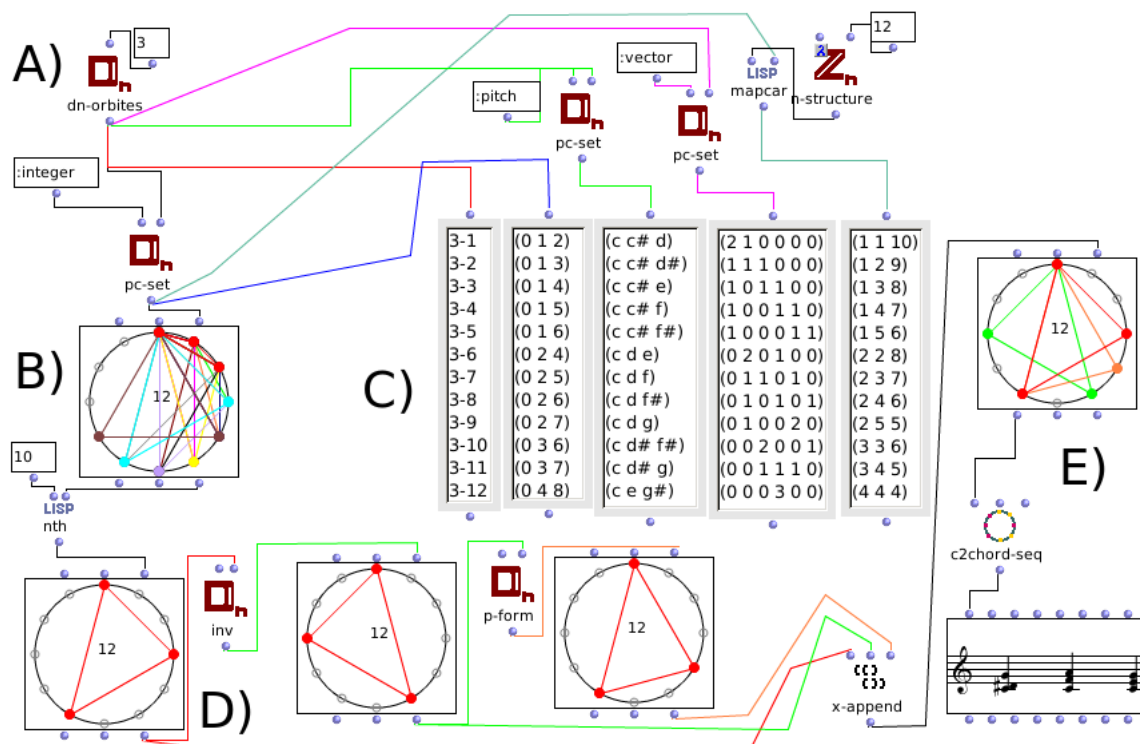
Figura 53 – Representação de uma sequência partiturada com notação proporcional em um objeto chordseq



Fonte: autor

2.3.2.1 Contornos intervalares e crivos

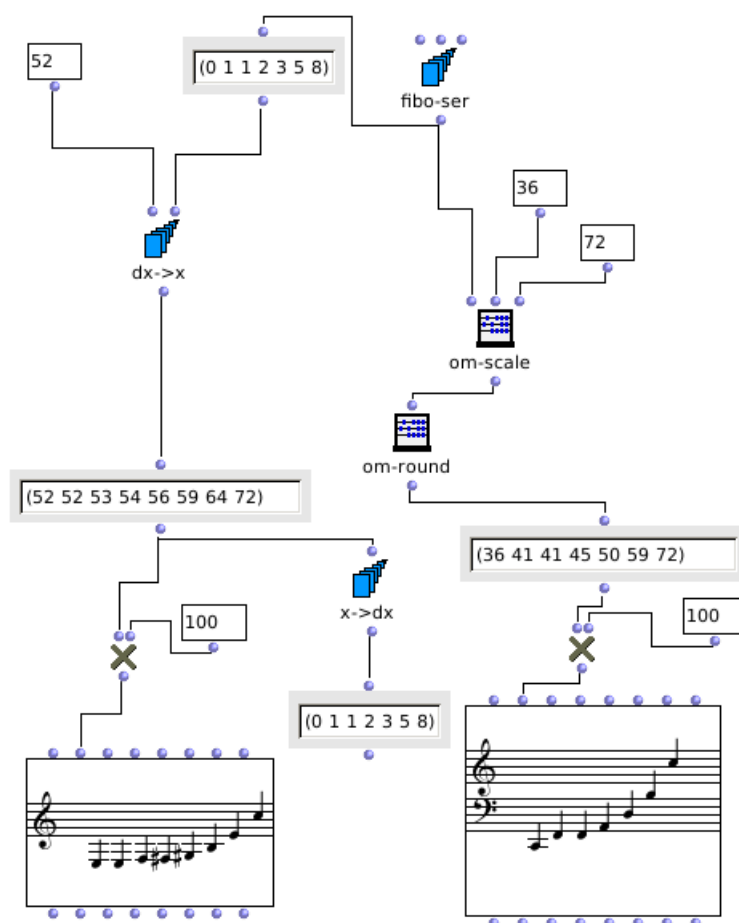
Figura 54 – Todas triádes



Fonte: autor

2.3.3 Segmentação Monitorada

Figura 55 – Objetos geradores de escalas e intervalos. Duas maneiras de representar uma proporção de fibonacci



Fonte: autor

2.3.4 LZ: Extração de motivos e aprendizado de máquina

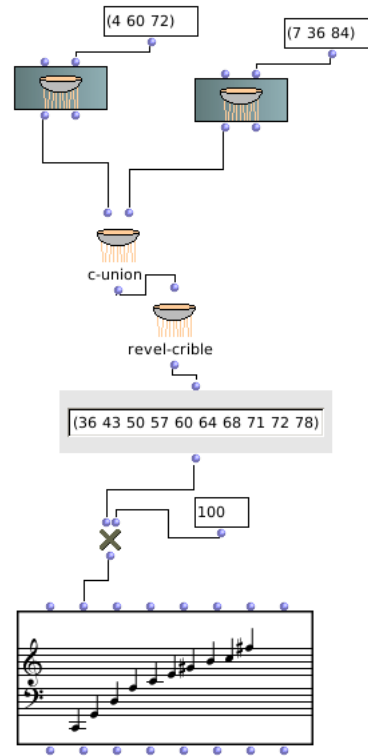
A biblioteca de Open Music LZ foi elaborado sobre a pesquisa de [Dubnov et al. \(2003\)](#) para aplicação de alguns métodos de "Aprendizado de Máquina"³⁰ para a filtragem de motivos relevantes em uma composição.

Esta proposta é diferente da formalização de gramáticas gerativas, que precisa ser definida a partir da exaustão de parâmetros buscados em uma musicologia especializada em um estilo. A abordagem baseada em aprendizado de máquina busca a formulação de uma solução mais geral para o problema.

Parte da possibilidade de extrair padrões gestuais singulares de um corpus de

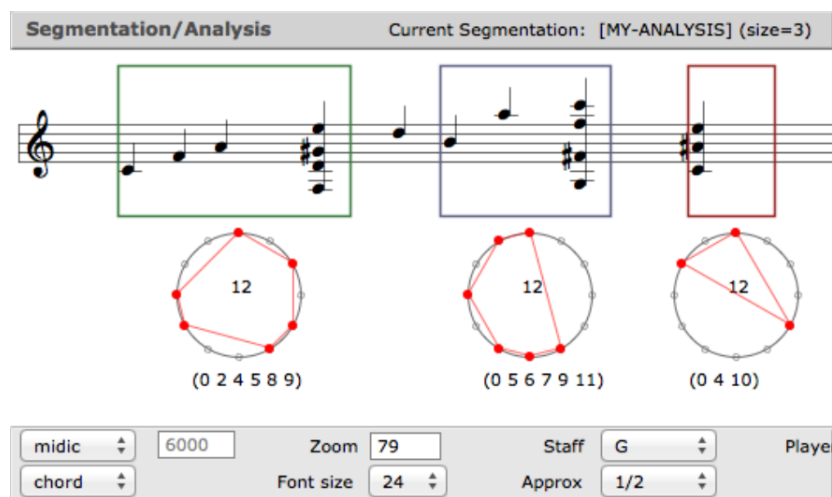
³⁰ Podemos definir de maneira geral a área de "Aprendizado de Máquina" como procedimentos computacionais onde temos algoritmos que "aprendem" com a interação do usuário na classificação de re-incidência de padrões, moldando comportamentos que podem solucionar problemas. Para uma abordagem mais específica do tema conferir [Bishop et al. \(2006\)](#)

Figura 56 – Construção de crivos.



Fonte: autor

Figura 57 – Módulo de segmentação para análise dentro dos objetos chord-seq.

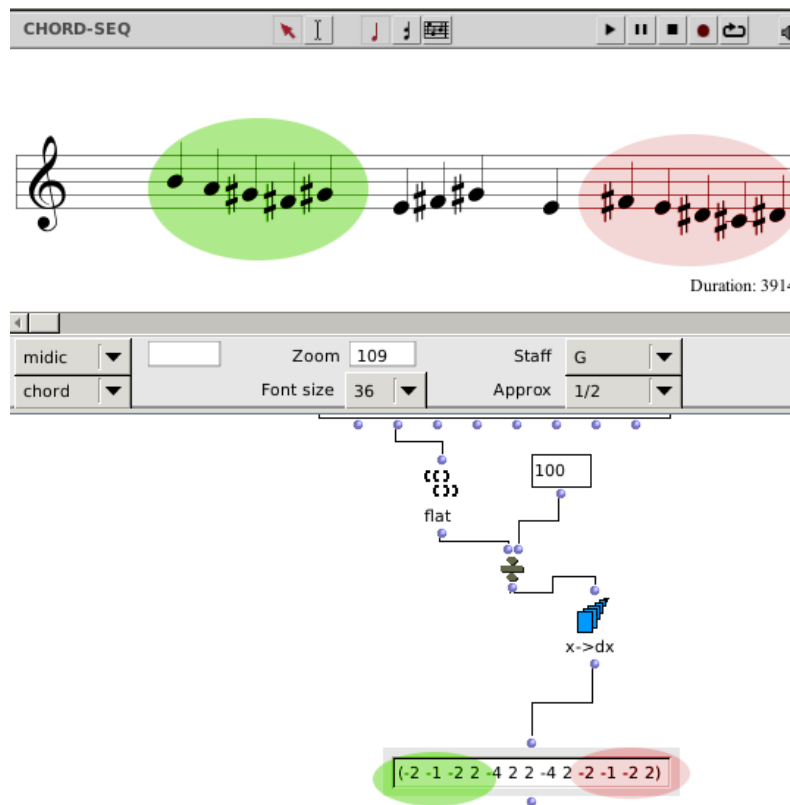


Fonte: autor

arquivos MIDI a partir de de segmentação por proximidade rítmica e melódica ³¹ de uma

³¹ Dubnov et al. (2003, p.73) citam o trabalho de classificação de parâmetros de cognição musical de Meyer (1956) como base para elaboração dos critérios de segmentação

Figura 58 – Extração de contorno.



Fonte: autor

superfície musical, extraindo dali motivos a partir de iterações recursivas que definem frequência e variações de similaridade.

A generative theory of music can be constructed by explicitly coding music rules in some logic or formal grammar. This approach is sometimes called an expert system or knowledge engineering. Although these methods achieve impressive results, they require extensive exploitation of musical knowledge, often specific to each composer or style. **A contrasting approach relies on statistical learning or empirical induction.**(DUBNOV et al., 2003, p.74, grifos nossos)

A biblioteca LZ tem seu nome inspirado no algoritmo de Lempel-Ziv, desenvolvido por Abraham Lempel e Jacob Zif originalmente como um método de compressão de dados.³² A ideia parte da necessidade de reduzir strings de texto a um dicionário onde as posições repetidas podem ser apontadas em um mesmo endereço, reduzindo a redundância na informação a um grafo de caminhos possíveis e guardando posições já buscadas.

Um exemplo ilustrativo é o da redução da palavra "*abracadabra*": Podemos perceber facilmente que não apenas existem letras repetidas mas também alguns segmentos,

³² Detalhes sobre o algoritmo original em Ziv e Lempel (1977)

o segmento "abra" e suas permutações de duas letras (ab,br,ra) aparecem duas vezes . Existem também probabilidades de ocorrência que podem ser condicionadas - exemplos: o aparecimento da letra "a" apenas quando precedida do segmento "br" ocorre apenas duas vezes dentre as cinco possíveis, ou existe apenas um único "a" totalmente isolado dos segmentos "br" dentre as cinco possíveis, apenas é possível começar em a ou terminar em a e assim por diante.

Utilizamos no presente trabalho alguns segmentos gerados por busca com a biblioteca LZ como filtro para selecionar alguns motivos de trechos de peças dos Mikrokosmos de Bela Bartók, como um auxiliar para destaques da escuta. Consideramos a abordagem com aprendizado de máquina um assunto demasiado amplo e específico para aprofundamento aqui, no entanto aplicamos seu uso para problematizá-lo.

Apesar de realizar uma "re-síntese" dos motivos escolhidos a biblioteca LZ parece não preocupar-se em estabelecer critérios de re-organização de uma forma total de composição a partir destes motivos. As aplicações exemplificadas argumentam em torno da concatenação de gestos idiomáticos, algo que pode funcionar para ideias de improviso livre ou para elaboração de catálogos de gestos.

2.4 Especialidade da automação versus especialidade do analista

3 Composição Assistida por Computador

3.1 Cliches generativos partitुरaveis

3.2 Formatos de saída

3.3 Tecnicas em Music21

3.4 Experimentos em outras linguagens de CAC

3.4.1 Tecnicas em OpenMusic

3.4.2 Problematizações em PureData

3.5 Probabilidade e Combinatória

Parte III

Experimentos Generativos

4 CosmoBagatellas

Conclusão

A revisão da literatura específica sobre o compositor Bela Bartók mostrou-se essencial como referência para construção de procedimentos de estilo pós-tonal sugeridos nos apontamentos. Como já previa o pesquisador de inteligência artificial Douglas Hofstadter na coletânea *Virtual Music*, uma coleção de impressões sobre a pesquisa de geradores de estilo de David Cope (2004) :

Alguém que fragilmente capture somente as características mais óbvias de um estilo de um compositor - um baixo Alberti, por exemplo, em Mozart - cairia em uma camada externa mas deixaria as camadas mais internas intocadas. Um imitador aprofundado adicionaria outras camadas de um estilo, mas falharia em penetrar na profundidade, ou no olho do furacão estilístico. Somente quem dedicou anos a uma arte, e de quem além de uma maquiagem emocional compartilha uma afinidade profunda com o compositor em questão poderia chegar perto do núcleo elusivo central que constitui a verdadeira *Chopinidade* ou *Bachitude*. (COPE, 2004, p.54)¹

A tentativa de usar uma análise assistida por computador ancorada em parâmetros mais genéricos, derivados de investigações sobre cognição musical aplicada na segmentação de elementos básicos, mostrou-se insuficiente e limitada para um repertório pós-tonal estilisticamente idiossincrático como o de Bela Bartók.

Vale relevar que procedimentos baseados em "*aprendizado de máquina*", como o exemplificado com a biblioteca OpenMusic LZ ([subseção 2.3.4](#)) apontam uma direção viável para auxiliar a segmentação automatizada sem necessidade a priori de uma classificação especializada de parâmetros. O procedimento "treina" a máquina para separar segmentos re-incidentes e remonta sequências com estes clichês.

A remontagem disponível como padrão na biblioteca no entanto não tem como possuir uma consistência como macroforma, pois apenas remonta os clichês por proximidade de similaridade dos segmentos. A etapa composicional requer aplicação arbitrária de uma estratégia de encadeamento dos clichês, conectando-os por conduções melódicas e planejando as texturas politonais ou polimodais características.

No presente estágio da pesquisa decidimos por separar os dois procedimentos assistidos por computador pesquisados aqui - a análise e composição - buscando uma maior liberdade na experimentação com os procedimentos e um registro de ideias derivadas.

¹ Someone who glibly captures only the most obvious features of a composer's style - an Alberti bass, say, for Mozart - would fall in the outer ring but leave all inner rings untouched. A deeper imitator would add other outer layers of style but fail to penetrate all the way to the core, or stylistic bull's-eye. But only someone who had dedicated years to the art, and whose emotional makeup, moreover, bore a deep affinity to that of the composer in question (...) could hope to come close to that elusive central core that constitutes true Chopinity or Bachitude. (COPE, 2004, p.54)

O uso de duas linguagens de programação durante o processo - OpenMusic e Python (com a biblioteca Music21) - foi importante para que pudéssemos testar alguns procedimentos já implementados em ao menos uma das ferramentas e compará-las quando disponíveis em ambas. Ficou claro na prática do processo que o legado das bibliotecas e funções de programação devem ser levados em conta tanto quanto a literatura disponível ou a escuta das composições de referência. A possibilidade de ler código aberto é essencial para o entendimento de teorias que o geraram.

Ficou para uma possível continuação deste trabalho a implementação dos procedimentos de uma maneira mais integrada e sem necessária interação humana em tantas etapas, podendo ser usada em um corpus grande de composições relacionadas (exemplo: livros inteiros dos Mikrokosmos ou relação entre compositores pós-tonais diferentes).

Interessa também como desdobramento desta pesquisa a ampliação dos parâmetros para uma teoria que também especule com a "sonoridade" ([GUIGUE, 2012](#)) do piano para além do uso "neutro" dos timbres.

Referências

- ANDREATTA, M.; RAHN, J.; BARDEZ, J. M. *Around set theory*. [S.l.]: Delatour France, 2013. ISBN 2752100523. Citado na página 47.
- ANTOKOLETZ, E. *The music of Béla Bartók: a study of tonality and progression in twentieth-century music*. [S.l.]: Univ of California Press, 1984. Citado 11 vezes nas páginas 5, 22, 32, 35, 39, 40, 42, 43, 50, 57 e 58.
- ARIZA, C.; CUTHBERT, M. S. *Analytical and compositional applications of a network-based scale model in music*²¹. [S.l.]: Ann Arbor, MI: MPublishing, University of Michigan Library, 2011. Citado na página 79.
- BARTÓK, B.; SUCHOFF, B. *Béla Bartók Essays*. [S.l.]: Univ of Nebraska Pr, 1993. Citado 4 vezes nas páginas 22, 56, 57 e 58.
- BERGER, A. Problems of pitch organization in stravinsky. *Perspectives of New Music*, JSTOR, p. 11–42, 1963. Citado na página 50.
- BERNARD, J. W. Space and symmetry in bartók. *Journal of Music Theory*, JSTOR, p. 185–201, 1986. Citado 3 vezes nas páginas 8, 46 e 47.
- BISHOP, C. M. et al. *Pattern recognition and machine learning*. [S.l.]: springer New York, 2006. Citado na página 84.
- BRESSON, J.; AGON, C.; ASSAYAG, G. Openmusic: visual programming environment for music composition, analysis and research. In: ACM. *Proceedings of the 19th ACM international conference on Multimedia*. [S.l.], 2011. p. 743–746. Citado 2 vezes nas páginas 16 e 80.
- COHN, R. Inversional symmetry and transpositional combination in bartók. *Music Theory Spectrum*, JSTOR, p. 19–42, 1988. Citado 3 vezes nas páginas 45, 48 e 49.
- COHN, R. Bartok's octatonic strategies: A motivic approach. *Journal of the American musicological society*, JSTOR, p. 262–300, 1991. Citado 12 vezes nas páginas 5, 8, 9, 42, 45, 48, 49, 50, 51, 52, 79 e 80.
- COOPER, D. The unfolding of tonality in the music of béla bartók. *Music Analysis*, JSTOR, p. 21–38, 1998. Citado na página 71.
- COPE, D. *Virtual Music: Computer Synthesis of Musical Style*. [S.l.]: MIT Press, 2004. Citado na página 95.
- DUBNOV, S. et al. Using machine-learning methods for musical style modeling. *Computer, IEEE*, v. 36, n. 10, p. 73–80, 2003. Citado 3 vezes nas páginas 84, 85 e 86.
- DUNSBY, J.; WHITTALL, A. *Análise musical na teoria e na prática*. [S.l.: s.n.], 2011. Citado na página 17.
- FORTE, A. *The structure of atonal music*. [S.l.]: Yale University Press, 1973. Citado 6 vezes nas páginas 5, 41, 48, 50, 106 e 108.

- FORTE, A. Debussy and the octatonic. *Music Analysis*, JSTOR, p. 125–169, 1991. Citado na página 50.
- FOSLER-LUSSIER, D. *Music divided: Bartók's legacy in cold war culture*. [S.l.]: Univ of California Press, 2007. Citado na página 53.
- GILLIES, M. Bartók analysis and authenticity. *Studia Musicologica*, JSTOR, p. 319–327, 1995. Citado na página 21.
- GUIGUE, D. *Estética da Sonoridade*. São Paulo: Editora Perspectiva, 2012. Citado 2 vezes nas páginas 17 e 96.
- HILLER, L.; ISAACSON, L. Musical composition with a high speed digital computer. In: AUDIO ENGINEERING SOCIETY. *Audio Engineering Society Convention 9*. [S.l.], 1957. Citado na página 15.
- HURON, D. B. *Sweet anticipation: Music and the psychology of expectation*. [S.l.]: MIT press, 2006. Citado 2 vezes nas páginas 17 e 72.
- IAZZETTA, F. *Música e mediação tecnológica*. São Paulo: Perspectiva-Fapesp, 2009. Citado 2 vezes nas páginas 15 e 16.
- KÁRPÁTI, J. Axis tonality and golden section theory reconsidered. *Studia Musicologica Academiae Scientiarum Hungaricae*, Akadémiai Kiadó, v. 47, n. 3, p. 417–426, 2006. Citado na página 35.
- KROGER, P. *Music for Geeks and Nerds*. [S.l.]: CreateSpace Independent Publishing Platform, 2012. Citado na página 66.
- KRUMHANS, C. L. Perceptual structures for tonal music. *Music Perception*, JSTOR, p. 28–62, 1983. Citado 3 vezes nas páginas 8, 72 e 74.
- KRUMHANS, C. L. *Cognitive foundations of musical pitch*. [S.l.]: Oxford University Press New York, 1990. Citado 5 vezes nas páginas 8, 65, 72, 73 e 74.
- LENDVAI, E. *Duality and synthesis in the music of Béla Bartók*. [S.l.: s.n.], 1962. Citado 2 vezes nas páginas 34 e 35.
- LENDVAI, E. *Béla Bartók: an analysis of his music*. [S.l.]: Kahn & Averill London, 1971. Citado 14 vezes nas páginas 5, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 41 e 42.
- LERDAHL, F. Atonal prolongational structure. *Contemporary Music Review*, Taylor & Francis, v. 4, n. 1, p. 65–87, 1989. Citado na página 103.
- LERDAHL, F.; JACKENDOFF, R. S. *A generative theory of tonal music*. [S.l.]: MIT press, 1983. Citado na página 17.
- LESTER, J. *Analytic approaches to twentieth-century music*. WW Norton & Company, 1989. Citado na página 50.
- MEYER, L. B. *Emotion and meaning in music*. [S.l.]: University of Chicago Press, 1956. (Phoenix books). Citado na página 85.
- NIERHAUS, G. *Algorithmic composition: paradigms of automated music generation*. [S.l.]: Springer, 2009. Citado na página 71.

- PEARSALL, E. Symmetry and goal-directed motion in music by béla bartók and george crumb. *Tempo*, Cambridge Univ Press, v. 58, n. 228, p. 32–40, 2004. Citado 2 vezes nas páginas 44 e 45.
- PERLE, G. Symmetrical formations in the string quartets of bela bartok. *Music Review*, v. 16, n. 4, p. 311, 1955. Citado 2 vezes nas páginas 40 e 46.
- PERLE, G. *Serial Composition and Atonality: An Introduction to the Music of Schoenberg, Berg, and Webern*. University of California Press, 1981. ISBN 9780520074309. Disponível em: <<http://books.google.com.br/books?id=4C8RjEaBRf4C>>. Citado 2 vezes nas páginas 40 e 107.
- PERLE, G. Pitch-class set analysis: An evaluation. *Journal of Musicology*, JSTOR, p. 151–172, 1990. Citado na página 107.
- RAHN, J. *Basic atonal theory*. [S.l.]: Longman New York, 1980. Citado na página 48.
- RAHN, J. The swerve and the flow: Music's relationship to mathematics. *Perspectives of New Music*, Perspectives of New Music, v. 42, n. 1, p. pp. 130–148, 2004. ISSN 00316016. Disponível em: <<http://www.jstor.org/stable/25164542>>. Citado na página 48.
- ROADS, C. Grammars as representations for music. *Computer Music Journal*, JSTOR, p. 48–55, 1979. Citado na página 71.
- SOUZA, R. C. de. Simetria e outras propriedades estruturais de um conjunto octatônico alternativo usado em o livro dos sons. *Música em Contexto*, v. 1, p. 144–171, 2013. Citado na página 50.
- STRAUS, J. N. The problem of prolongation in post-tonal music. *Journal of Music Theory*, JSTOR, p. 1–21, 1987. Citado na página 103.
- STRAUS, J. N. *Introduction to Post-Tonal Theory (3rd Edition)*. [S.l.]: Pearson, 2004. Citado 9 vezes nas páginas 5, 17, 26, 47, 48, 50, 103, 106 e 108.
- SUCHOFF, B. *Guide to Bartók's Mikrokosmos*. [S.l.]: Boosey and Hawkes, 1971. Citado na página 53.
- SUCHOFF, B. *Bartók's Mikrokosmos: Genesis, Pedagogy, and Style*. [S.l.]: Scarecrow Press, 2004. Citado 3 vezes nas páginas 5, 9 e 78.
- SUSANNI, P.; ANTOKOLETZ, E. *Music and Twentieth-century Tonality: Harmonic Progression Based on Modality and the Interval Cycles*. [S.l.]: Routledge, 2012. Citado 9 vezes nas páginas 5, 26, 35, 36, 37, 40, 41, 54 e 55.
- TEMPERLEY, D. *The cognition of basic musical structures*. [S.l.]: MIT press, 2001. Citado 7 vezes nas páginas 8, 17, 65, 70, 71, 72 e 73.
- TREITLER, L. Harmonic procedure in the "fourth quartet" of bela bartók. *Journal of Music Theory*, JSTOR, p. 292–298, 1959. Citado na página 40.
- ZIV, J.; LEMPEL, A. A universal algorithm for sequential data compression. *IEEE Transactions on information theory*, v. 23, n. 3, p. 337–343, 1977. Citado na página 86.

Apêndices

APÊNDICE A – Fórmulas de agrupamento e transformação dos intervalos

A teoria de grupos de classes de altura utiliza como base de suas formulações a relação entre os 12 semitons da escala cromática de forma modular: considerando alturas de mesma oitava como sujeitas mesmas propriedades intervalares, podendo argumentar relações independentes de registro. Exemplo: O Dó grave representado no protocolo MIDI pelo valor 24 tem uma relação de equivalência com o Dó agudo de valor 72. A fórmula é simples: ambos quando divididos por 12 apresentam resto 0. A nota Ré, por exemplo, sempre apresentaria o resto 2, e assim por diante. Dizemos por tanto que pertencem a uma mesma classe de altura.

Diferente de quando argumentada uma enarmonia funcional¹ (como por exemplo $D\# \rightarrow E_b$) a teoria de grupos e classes de altura não toma como princípio ideias do tipo "terça maior ou menor", "nota sensível" ou "nota de passagem" pois vai partir de uma relação direta entre os aglomerados sonoros, buscando similaridades e equivalências sem estar tão presa as formas de prolongamento normatizadas pelo tonalismo clássico. (LERDAHL, 1989; STRAUS, 1987)

Os intervalos são, sobretudo, distâncias. Nas teorias de classes de alturas essas distâncias podem estar categorizadas como intervalos ordenados - usando número negativos para os intervalos descendentes, ou não-ordenados - considerando intervalos equivalentes independentes de suas direções. (STRAUS, 2004, p. 6)

Isso cria imediatamente uma relação interessante de parentesco entre pares em todos intervalos da escala cromática - exceto para o trítono, intervalo de sexta ordem que esta equidistante de 0 e 12 e portanto não possui uma inversão propriamente dita, mas sim tem o papel de cortar ao meio este espelhamento.

Figura 59 – Equivalência de intervalos por inversão



Fonte: autor

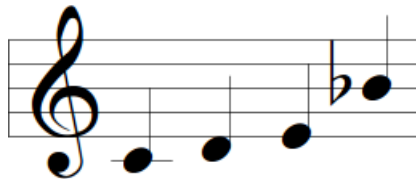
¹ ver ??

A.1 Vetor intervalar

A operação obtenção do vetor intervalar é a primeira das reduções sugeridas para propor uma similaridade entre agrupamentos que seja neutra quanto a inversões e oitavas.

Tomemos um exemplo de uma sequência C-D-E-Bb.

Figura 60 – [0,2,4,10]



Fonte: autor

Este trecho pode ser reduzido a sequência de alturas [0,2,4,10]

Organizamos seus intervalos fazendo todas as combinações possíveis entre essas distâncias:

$$inversões = \begin{cases} 2 - 0 = 2 \\ 4 - 0 = 4 \\ 10 - 0 = 10 \\ 4 - 2 = 2 \\ 10 - 2 = 8 \\ 10 - 4 = 6 \end{cases}$$

O vetor de intervalos pode ser reduzido então a uma contagem que coloca no mesmo grupo os intervalos que são inversões dos primeiros cinco intervalos possíveis, já que seus pares após o trítone não são considerados espelhamentos. No exemplo acima temos 10 que é a inversão de 2 e 8 que é a inversão de 4. Nosso vetor fica assim:

1	2	3	4	5	6
0	3	0	2	0	1

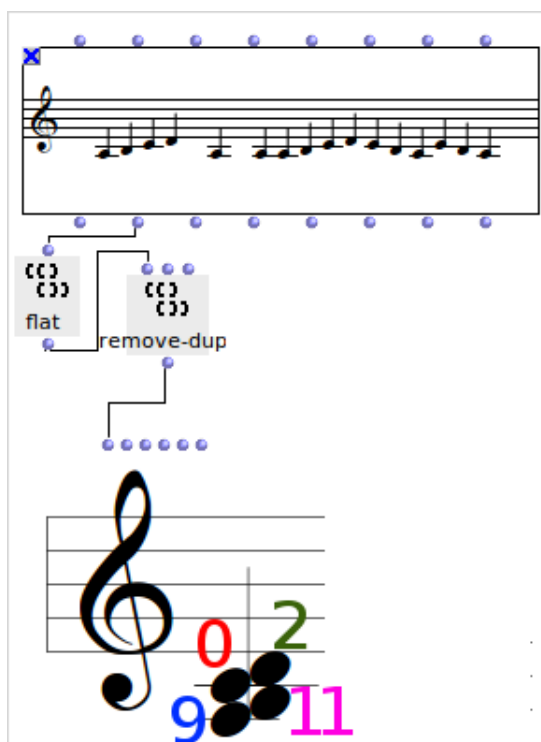
Pode-se dizer então que a classe de alturas [0,2,4,10] possui o vetor intervalar $\langle 0,3,0,2,0,1 \rangle$.

A.2 Forma Normal

É comum na prática de uso dos grupos de classes de altura a preparação dos conjuntos em sua forma ordenada e reduzida. Desta maneira podemos mais facilmente

reconhecer as equivalências entre os grupos, reconhecer transposições, propriedades.

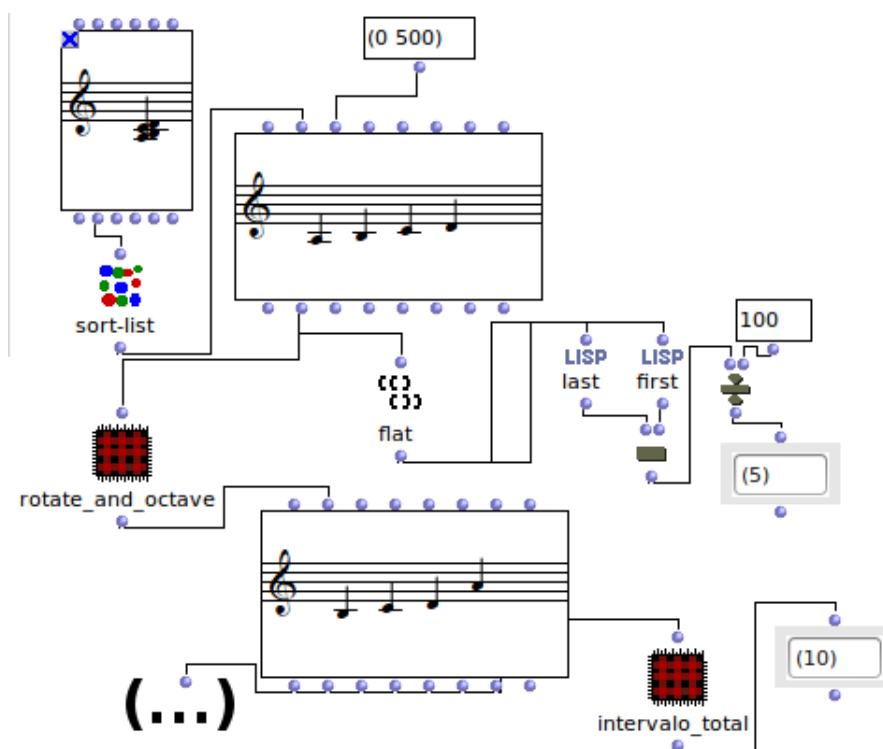
Figura 61 – Redução de um segmento do Microkosmos 101 de Bártok para um cluster de 4 alturas.



Fonte: autor

Para a redução de uma forma normal, partimos do *cluster* sem repetições, colocando todas as alturas dentro da mesma oitava. Os passos seguintes são: **a)** Ordenar de forma ascendente e escolher a sequência que tenha a menor distância da primeira até a última nota. **b)** Se houver empate reduzir pela que seja mais compacta à esquerda, comparando o menor intervalo entre a primeira e penúltima e assim por diante. **c)** Havendo ainda empate, escolher aquele grupo que tem a menor altura como início.

Figura 62 – Forma Normal.



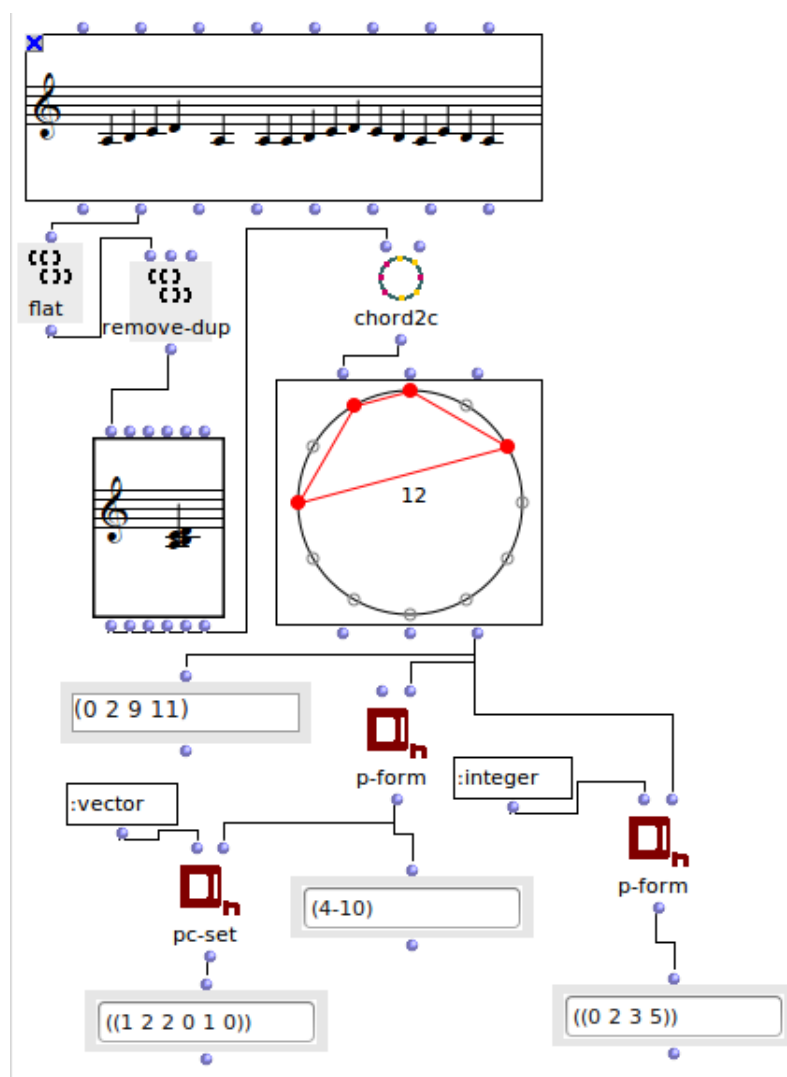
Fonte: autor

A.3 Forma Prima

A forma prima é um procedimento para simplificar ainda mais a forma normal, encontrando "a mais normal das normais" (STRAUS, 2004, p. 47) e reduzindo vetores que possuem os mesmos intervalos ou são inversões e transposições a um vetor primário. Para isso uma forma normal é transposta até que possua o zero em sua primeira posição. Assim é feito também com sua inversão. A forma mais compacta à esquerda será a forma prima. Allen Forte (1973) desenvolveu uma taxonomia a partir das formas primas que tem sido utilizada como forma canônica para representação de grupos de classes de altura.² Forte organiza agrupamentos pelo número de elementos seguidos por um número que diz qual ordem dentro do conjunto com aquele mesmo número de elementos. Exemplo: |3-1| é composto das alturas (0,1,2), |3-2| é o cluster (0,1,3), |4-17| é composto por (0,3,4,7), e assim por diante.

² A biblioteca "math" do OpenMusic possui o objeto "p-form" para encontrar os agrupamentos de Forte. A tabela original está no livro "The Structure of Atonal Music" (FORTE, 1973, p.179-181)

Figura 63 – Fórmulas de agrupamento de classes de altura.



Fonte: autor

A.4 Singularidades nos agrupamentos

Algumas propriedades entre os grupos de classes de alturas são muito interessantes como princípio composicional e, mesmo quando não tão óbvias em primeiras audições, ao menos ajudam garantir alguma coerência estrutural conceitual. George Perle argumenta sobre "funções motivicas" em grupos de alturas (PERLE, 1981, p.60-85) e observa algumas estratégias de compositores para aproveitar algumas propriedades encontradas em relações internas das series. Perle no entanto mostra-se cético quanto a formalização de nomenclaturas analíticas derivadas da classificação de Allen Forte e sua aplicação em argumentações para análises de composições que tenham sido compostas antes fórmulas tornarem-se ferramentas musicológicas. (PERLE, 1990)

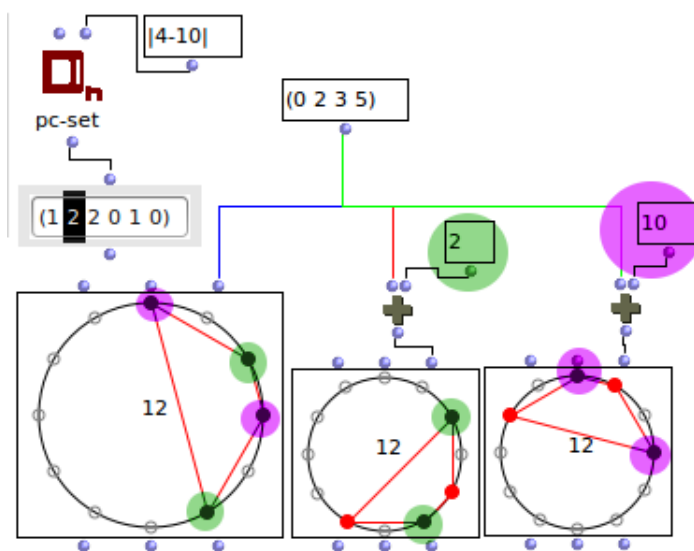
Levantaremos aqui algumas destas propriedades conforme o resumo didático pro-

posto por [Straus \(2004\)](#), sem ainda estarmos certos de sua efetividade para análises mas interessados na formalização computacional possível destas para processos composicionais.

A.4.1 Notas comuns sob transposição

Tomemos o seguinte exemplo: Dado um grupo em sua forma prima $[0,2,5]$ - ou "4-10" na forma prima pela classificação de Allen [Forte \(1973\)](#) - quando transpomos para o intervalo 2 e seu inverso 10, obtemos duas notas iguais para cada um destes grupos.

Figura 64 – Notas comuns na transposição.



Fonte: autor

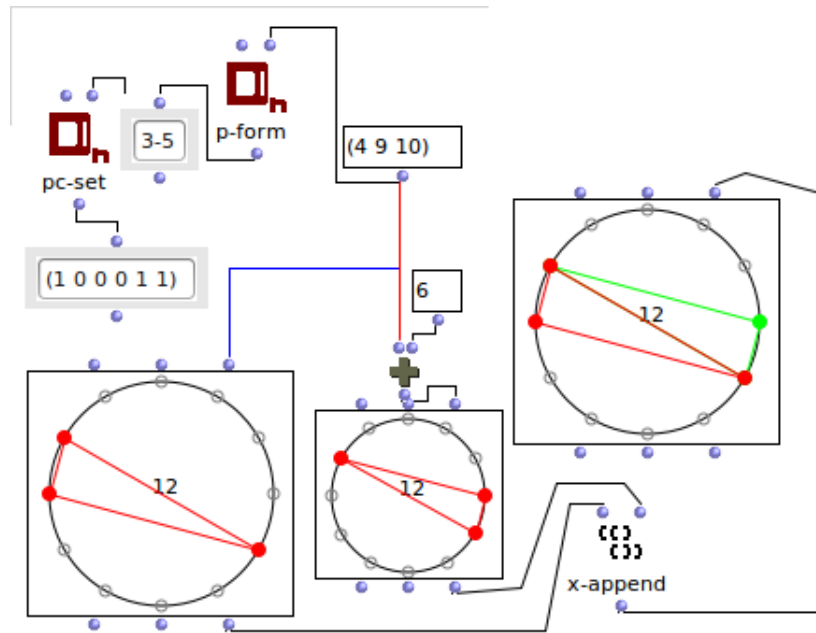
Isso acontece porque o vetor de intervalos para esta forma é $\langle 1,2,2,0,1,0 \rangle$ e podemos observar que há uma fórmula geral que prova que o número de incidências comuns de uma determinada classe de alturas em sua transposição será o número de repetições deste intervalo em seu vetor original. Neste caso por exemplo temos duas incidências do intervalo de classe 2 - portanto as transposições T2 e T10 tem duas notas em comum com T0.

Há uma exceção a esta regra:

É preciso observar que para o caso do trítono a inversão é simétrica - portanto para cada trítono temos duas notas em comum. Como no exemplo acima: 10 e 4 geram as duas simétricas 4 e 10, logo conclui-se que um trítono gera duas notas em comum e assim por diante.

Interessante pensar também que o vetor de intervalos irá determinar transposições onde não existe nota nenhuma em comum. Composicionalmente isso pode ser visto como uma possibilidade de transpor a série para uma sessão totalmente distinta da anterior, criando algum discurso com estas transições.

Figura 65 – Notas comuns na transposição com trítono.

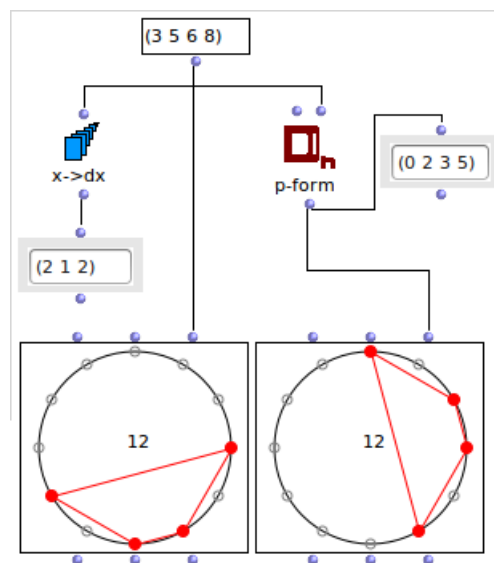


Fonte: autor

A.4.2 Simetria Transpositiva

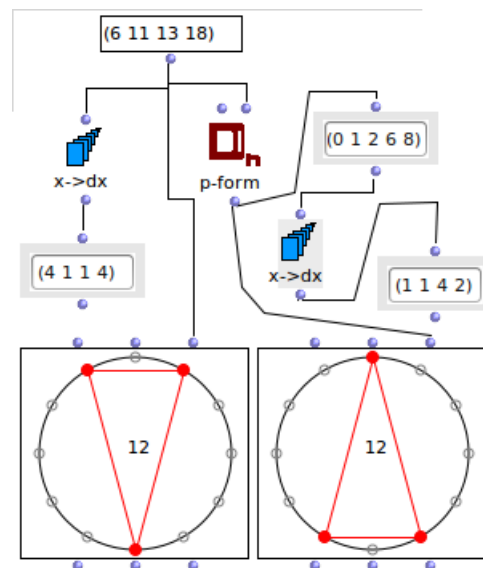
Na simetria transpositiva temos um padrão de intervalos que funciona como palíndromo (tem a mesma leitura da esquerda para a direita e direita para esquerda).

Figura 66 – A simetria transpositiva é obtida através de um padrão de intervalo palíndromo.



Fonte: autor

Figura 67 – A forma circular é mais geral do que a numérica para a visualização do padrão de simetrias.

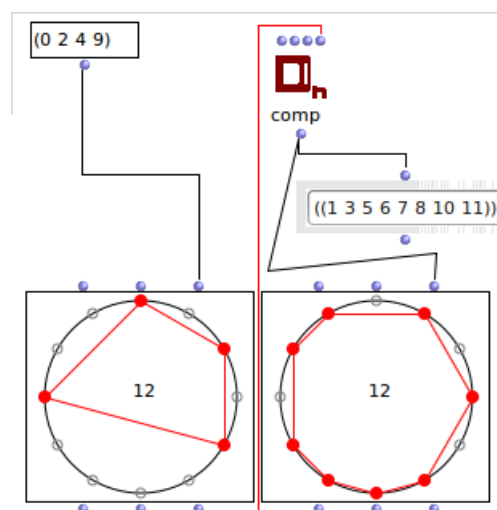


Fonte: autor

A.4.3 Complemento

Útil para reconhecer e produzir contextos totalmente distintos entre si, o complemento é composto por todos intervalos que estão excluídos dos grupo, produzindo um outro grupo completamente diferente.

Figura 68 – O complemento contém todas alturas cromáticas que o conjunto original não possui.

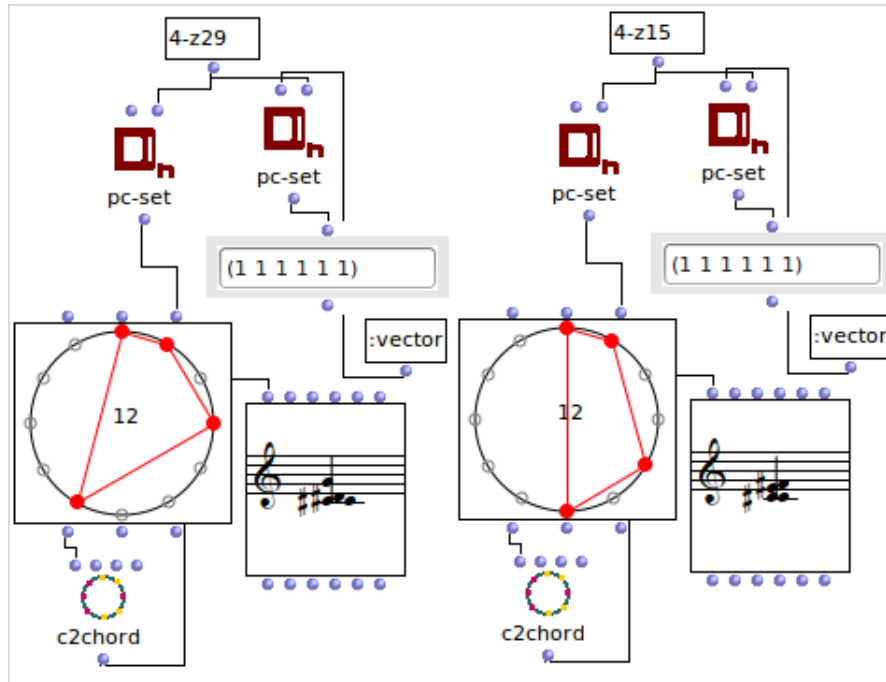


Fonte: autor

A.4.4 Relação Z entre grupos de classes de alturas

A relação Z é uma das interessantes relações onde há uma equivalência sem que os conjuntos sejam transposições ou inversões entre si neste caso produzindo dois conjuntos que possuem os mesmos intervalos na sua constituição.

Figura 69 – Dois conjuntos Z-relacionados possuem os mesmos intervalos sem serem inversões ou transposições uns dos outros.



Fonte: autor (adaptado de exemplo do tutorial MathTools do OM)