Guilherme Rafael Soares

Formalizações analíticas a partir das Teorias dos Conjuntos de Classes de Alturas

20 de julho de 2014

Guilherme Rafael Soares

Formalizações analíticas a partir das Teorias dos Conjuntos de Classes de Alturas

Trabalho final para a disciplina de Análise Musical.

UFJF - Universidade Federal de Juiz de Fora

Instituto de Artes e Design

Programa de Pós-Graduação em Artes, Cultura e Linguagens

Orientador: Prof. Dr. Daniel Quaranta e Prof. Dr. Alexandre Fenerich

20 de julho de 2014

Resumo

A proposta deste artigo é organizar um estudo computacional da corrente musicológica que trabalha sobre as *teorias dos conjuntos de classes de altura*. Para isso buscamos referenciar taxonomias (FORTE, 1973), descrever operações de transformação (STRAUS, 2004) e problematizar uma análise musical capaz de apontar singularidades em composições (LESTER, 1989; STRAUS, 2004) que não necessariamente operam sobre os pressupostos de uma expectativa de tonalidade explícita do repertório de prática comum.

Palavras-chaves: Música algorítmica. Pós-tonalismo. Teoria dos conjuntos de classes de altura. Pitch class set theory

1 Teorias dos Conjuntos das Classes de Alturas

Nas *teorias dos conjuntos de classes de altura* (*"Pitch Class Set Theory"*), os intervalos são tratados de maneira neutra em relação a qualquer centro tonal pré-determinado. Parte-se do princípio de que agrupamentos de alturas podem gerar estruturas de derivadas por uma espécie de parentesco intervalar, incluindo a similaridade por inversão ou retrógrado destes, como veremos mais adiante.

Essas teorias são fortemente influenciadas pela ideia de serialismo - formalizada pelo dodecafonismo frequentemente atribuído a Arnold Shoenberg e seus seguidores da segunda escola de Vienna. No entanto, é bom lembrar que o pensamento serial é um pensamento composicional que pode também ser encontrado em compositores muito anteriores a estas formalizações(LESTER, 1989). Podemos encontrar tal abordagem analítica sendo usada para destacar aspectos de composições de outros contextos que não o restrito ao repertório atonal clássico. Como faz, por exemplo, Joel Lester (1989), em sua didática para análises de um repertório pós-tonal do início do século XX, ou Allen Forte, na sua tese sobre a "Sagração da Primavera" de Stravinski (FORTE, 1978).

> Foi, obviamente, Allen Forte quem foi o pioneiro das análises com a taxonomia dos grupos de classes de alturas aplicadas em conceitos da matemática, primeiro surgindo em tipos de Milton Babbit (a teoria conceitual), e em seguida com a inclusão e abstração de relações (como as relações de similaridade) construídas para uso analítico. A *"teoria dos conjuntos de classes de altura"* de Forte (...) tem tido suas próprias ramificações e influência. Em particular, as próprias análises de Forte de peças individuais tem levado muitos outros a fazerem de maneira parecida, e a ideia inicial de Forte das relações de similaridade (diferentes das relações de equivalência) sobre os grupos de classes de alturas tem visto florescer uma indústria teórica em torno disto, depois que os artigos seminais de Morris, Rahn Lewin apareceram em 1980. (RAHN, 2004, p. 130)[1]

Com a formalização das *teorias dos conjuntos de classes de alturas* pela geração de musicólogos e compositores seriais da segunda metade do século XX, e com os avanços exponenciais da computação nas últimas décadas, estas teorias vão sendo testadas e aplica-

[1] It was, of course, Allen Forte who in the USA pioneered the analytical with a taxonomy of pc-set application of concepts from mathematics, first arose also in serial Babbittian types (the concept theory), and following as some inclusion and with relations abstract up (such similarity relations) meant for analytical use. Forte's "set theory" (...) has had its own ramifications and influence. In particular, Forte's own analyses of individual pieces of music have led many others to do likewise, and Forte's initial idea of similarity relations (as distinct from equivalence relations) among pitch-class sets has seen a flourishing theoretical industry grow around it, after seminal articles by Morris, Rahn, and Lewin appeared in 1980. (RAHN, 2004, p. 130)

das a ponto de já constituírem uma área bastante específica da musicologia contemporânea (ANDREATTA; RAHN; BARDEZ, 2013).

Um exemplo de interesse do presente trabalho é a classe de objetos "Math Tools" (ANDREATTA; AGON, 2003; ANDREATTA, 2014; DEBRIL, 2014) da linguagem de programação OpenMusic[2], que organiza em orientação a objetos uma série de conceitos que veremos logo a seguir.

1.1 Fórmulas de agrupamento e transformação dos intervalos

A teoria dos conjuntos de classe de altura utiliza como base de suas formulações a relação entre os 12 semitons da escala cromática de forma modular. Consideram-se neste sentido alturas de mesma oitava como sujeitas mesmas propriedades intervalares, podendo argumentar relações independentes de registro. Exemplo: o Dó grave - representado no protocolo MIDI pelo valor 24 - tem uma relação de equivalência com o Dó agudo de valor 72. A fórmula é simples: ambos, quando divididos por 12, apresentam resto 0. A nota Ré, por exemplo, sempre apresenta o resto 2, e assim por diante. Dizemos por tanto que pertencem a uma mesma classe de altura.

Diferente de quando argumentada uma "enarmonia funcional"(TEMPERLEY, 2001) (como por exemplo D# $\rightarrow$ Eb), a teoria dos conjuntos das classes de altura não toma como princípio ideias do tipo "terça maior ou menor", "nota sensível"ou "nota de passagem" pois vai partir de uma relação direta entre aglomerados sonoros, buscando similaridades e equivalências sem estar tão presa a formas de prolongamento normatizadas pelo tonalismo clássico (LERDAHL, 1989; STRAUS, 1987).

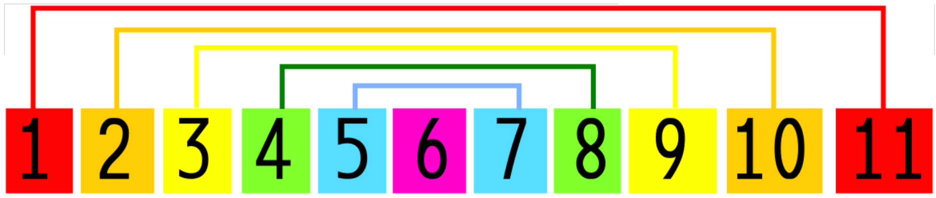
Os intervalos são, sobretudo, distâncias. Nas *teorias dos conjuntos de classes de alturas* essas distâncias podem estar categorizadas como intervalos ordenados - usando número negativos para os intervalos descendentes, ou não-ordenados - considerando intervalos equivalentes independentes de suas direções (STRAUS, 2004, p. 6) Isso cria imediatamente uma relação interessante de parentesco entre pares em todos intervalos da escala cromática - exceto para o trítono, intervalo de sexta ordem que está equidistante de 0 e 12 e portanto não possui uma inversão propriamente dita, mas sim tem o papel de cortar ao meio este espelhamento.

1.1.1 Vetor intervalar

A operação de obtenção do vetor intervalar é a primeira das reduções sugeridas para propor uma similaridade entre agrupamentos que seja neutra quanto a inversões e oitavas.

[2] c.f. <http://repmus.ircam.fr/openmusic/home>

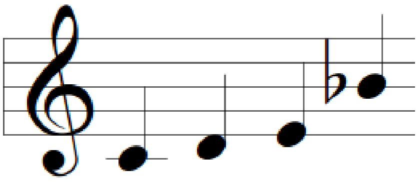
Figura 1 – Equivalência de intervalos por inversão



Fonte: autor

Tomemos um exemplo de uma sequência C-D-E-Bb.

Figura 2 – [0,2,4,10]



Fonte: autor

Este trecho pode ser reduzido a sequência de alturas [0,2,4,10]

Organizamos seus intervalos fazendo todas as combinações possíveis entre essas distâncias:

$$
inversões = \begin{cases} 2 - 0 = 2 \\ 4 - 0 = 4 \\ 10 - 0 = 10 \\ \\ 4 - 2 = 2 \\ 10 - 2 = 8 \\ \\ 10 - 4 = 6 \end{cases}
$$

O vetor de intervalos pode ser reduzido então a uma contagem que coloca no mesmo grupo os intervalos que são inversões dos primeiros cinco intervalos possíveis, já que seus pares após o trítono não são considerados espelhamentos. No exemplo acima temos 10 que é a inversão de 2, e 8 que é a inversão de 4. Nosso vetor fica assim:

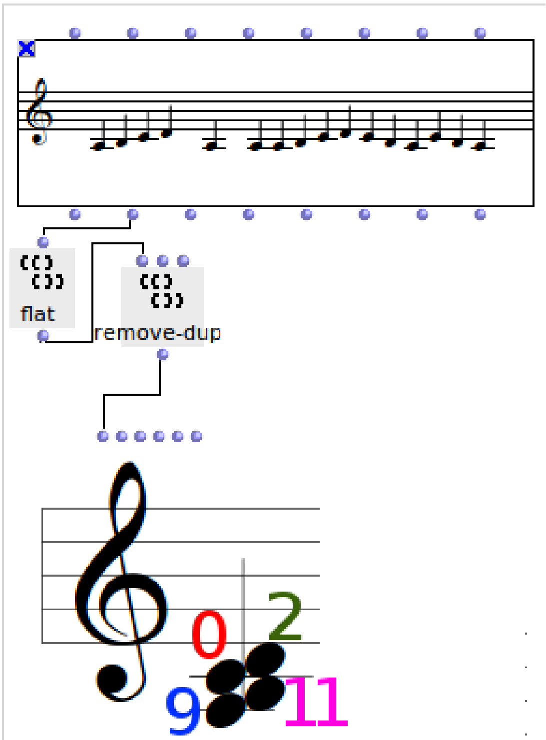
1	2	3	4	5	6
0	3	0	2	0	1

Pode-se dizer então que a classe de alturas [0,2,4,10] possui o vetor intervalar <0,3,0,2,0,1>.

1.1.2 Forma Normal

É comum na prática dos grupos de classes de altura a preparação dos conjuntos em sua forma ordenada e reduzida. Desta maneira podemos mais facilmente reconhecer as equivalências entre os grupos, reconhecer transposições, propriedades.

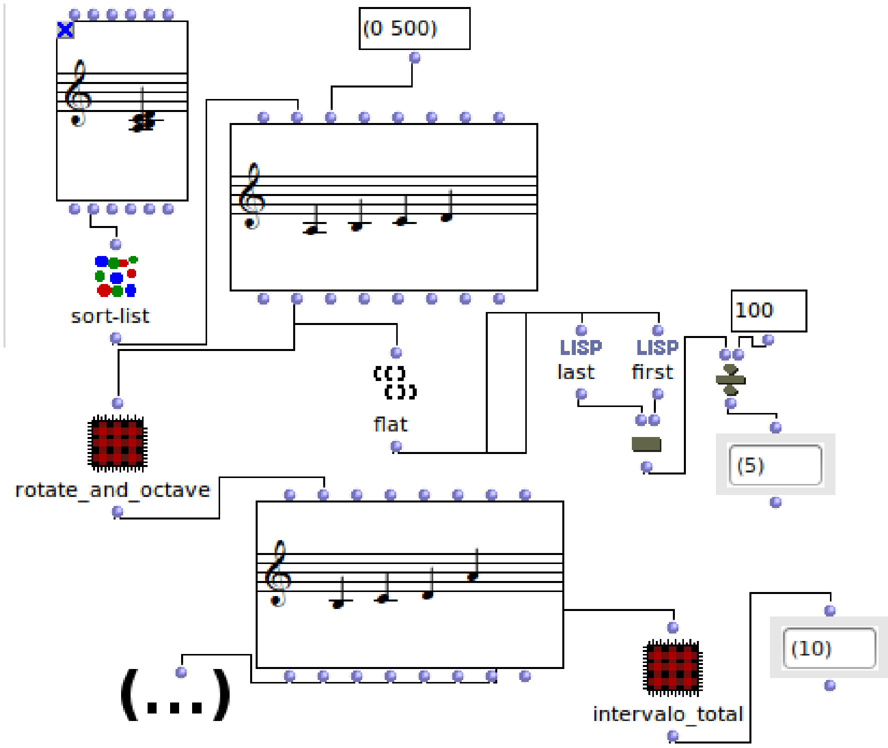
Figura 3 – Redução de um segmento do Microkosmos 101 de Bartók para um *cluster* de 4 alturas.



Fonte: autor

Para a redução de uma forma normal, partimos do *cluster* sem repetições, colocando todas as alturas dentro da mesma oitava. Os passos seguintes são: **a)** Ordenar de forma ascendente e escolher a sequência que tenha a menor distância da primeira até a última nota. **b)** Se houver empate, reduzir pela que seja mais compacta à esquerda, comparando o menor intervalo entre a primeira e penúltima e assim por diante. **c)** Havendo ainda empate, escolher aquele grupo que tem a menor altura como início.

Figura 4 – Forma Normal.



Fonte: autor

1.1.3 Forma Prima

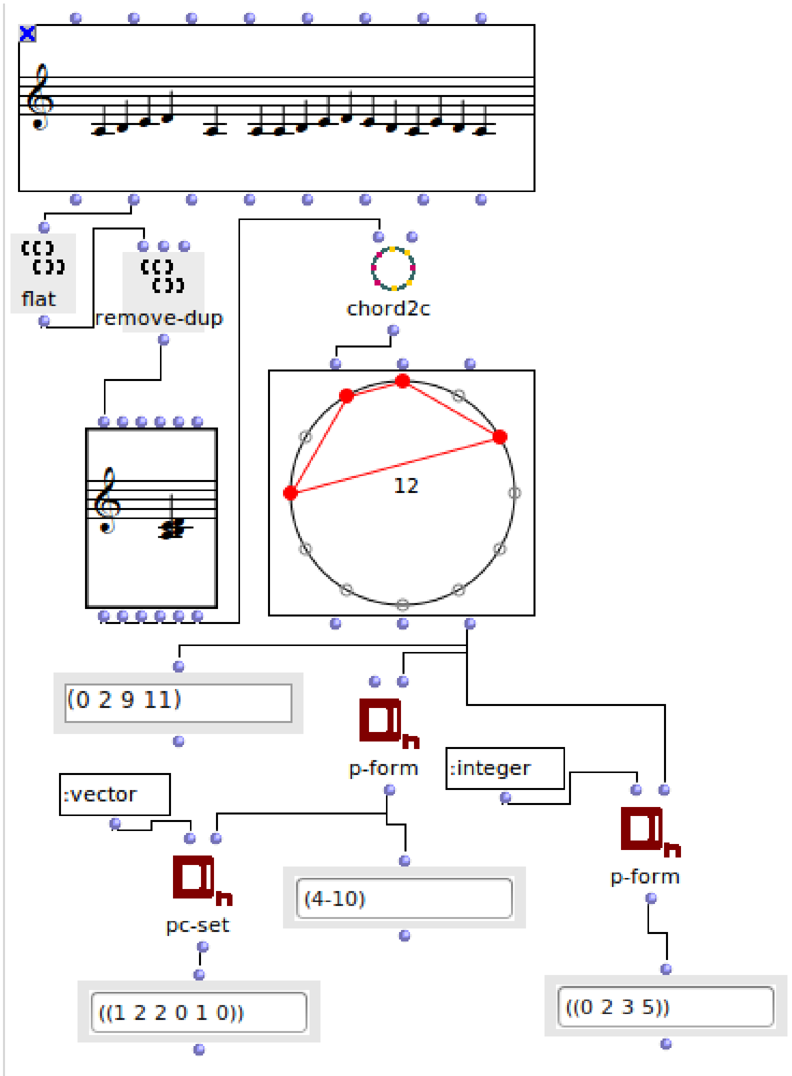
A forma prima é um procedimento para simplificar ainda mais a forma normal, encontrando "a mais normal das normais" (STRAUS, 2004, p. 47) e reduzindo vetores que possuem os mesmos intervalos ou são inversões e transposições a um vetor primário. Para isso uma forma normal é transposta até que possua o zero em sua primeira posição. O mesmo é feito com sua inversão. A forma mais compacta à esquerda será a forma prima. Allen Forte (1973) desenvolveu uma taxonomia a partir das formas primas que tem sido utilizada como forma canônica para representação de grupos de classes de altura.[3]. Forte organiza agrupamentos pelo número de elementos seguidos por um número que diz a ordem dentro de um conjunto com aquele mesmo número de elementos. Exemplo: |3-1| é composto das alturas (0,1,2), |3-2| é o *cluster* (0,1,3), |4-17| é composto por (0,3,4,7), e assim por diante.

1.1.4 Singularidades nos agrupamentos

Algumas propriedades entre os grupos de classes de alturas são muito interessantes como princípio composicional e, mesmo quando não sendo tão óbvias em primeiras audições,

[3] A biblioteca *"math"* do OpenMusic possui o objeto "p-form" para encontrar os agrupamentos de Forte. A tabela original está no livro "The Structure of Atonal Music" (FORTE, 1973, p.179-181)

Figura 5 – Fórmulas de agrupamento de classes de altura.



Fonte: autor

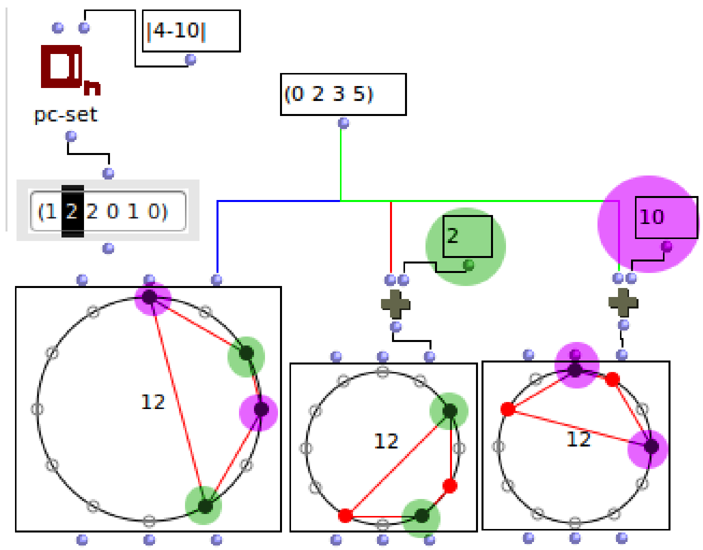
contribuem ao menos com uma coerência estrutural e conceitual. George Perle argumenta sobre "funções motívicas" em grupos de alturas (PERLE, 1991, p. 60-85) e observa algumas estratégias de compositores para aproveitar algumas propriedades encontradas em relações internas das séries. Perle no entanto mostra-se cético quanto a formalização de nomenclaturas analíticas derivadas da classificação de Allen Forte e questiona sua aplicação em argumentações para análises de composições que tenham sido compostas antes das fórmulas tornarem-se ferramentas musicológicas. (PERLE, 1990)

Levantaremos aqui algumas destas propriedades conforme o resumo didático proposto por Straus (2004), sem ainda estarmos certos de sua efetividade para análises, pelo interesse em uma possível formalização computacional destas propriedades para processos composicionais.

1.1.4.1 Notas comuns sob transposição

Tomemos o seguinte exemplo: Dado um grupo em sua forma prima [0,2,5] - ou "4-10" na forma prima pela classificação de Allen Forte (1973) - quando transpomos para o intervalo 2 e seu inverso 10, obtemos duas notas iguais para cada um destes grupos.

Figura 6 – Notas comuns na transposição.



Fonte: autor

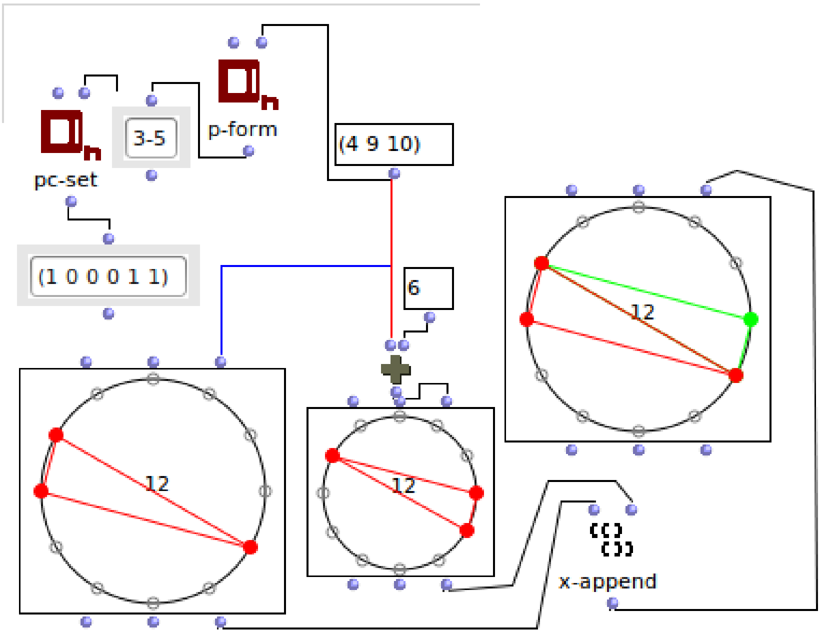
Isso acontece porque o vetor de intervalos para esta forma é <1,2,2,0,1,0>, e podemos observar que há uma fórmula geral que prova que o número de incidências comuns de uma determinada classe de alturas em sua transposição será o número de repetições deste intervalo em seu vetor original. Neste caso por exemplo temos duas incidências do intervalo de classe 2, e portanto as transposições T2 e T10 têm duas notas em comum com T0.

Há uma exceção a esta regra:

É preciso observar que para o caso do trítono a inversão é simétrica - portanto para cada trítono temos duas notas em comum. Como no exemplo acima: 10 e 4 geram as duas simétricas 4 e 10, logo conclui-se que um trítono gera duas notas em comum e assim por diante.

Interessante pensar também que o vetor de intervalos irá determinar transposições onde não existe nota nenhuma em comum. Composicionalmente isso pode ser visto como uma possibilidade de transpor a série para uma sessão totalmente distinta da anterior, criando algum discurso com estas transições.

Figura 7 – Notas comuns na transposição com trítono.

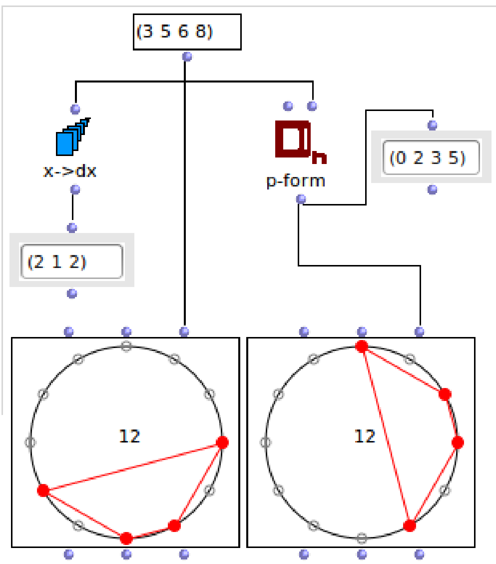


Fonte: autor

1.1.4.2 Simetria Transpositiva

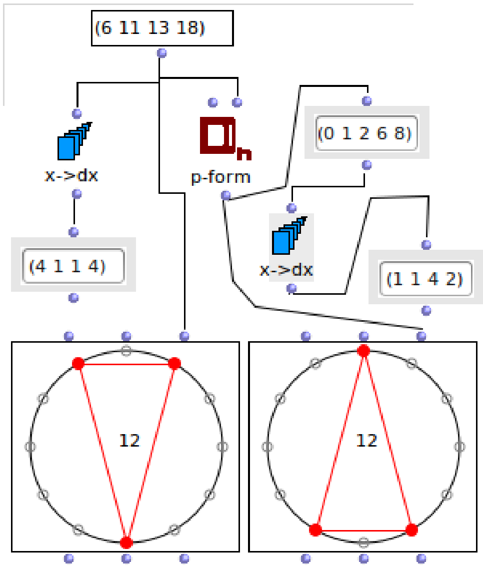
Na simetria transpositiva temos um padrão de intervalos que funciona como palíndromo (tem a mesma leitura da esquerda para a direita e direita para esquerda).

Figura 8 – A simetria transpositiva é obtida através de um padrão de intervalo palíndromo.



Fonte: autor

Figura 9 – A forma circular é mais geral do que a numérica para a visualização do padrão de simetrias.

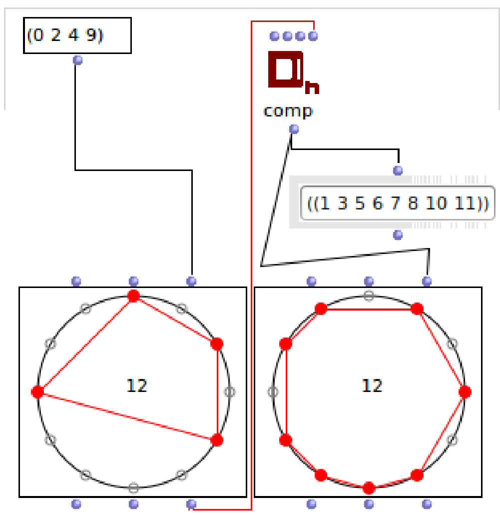


Fonte: autor

1.1.4.3 Complemento

Útil para reconhecer e produzir contextos totalmente distintos entre si, o complemento é composto por todos intervalos que estão exclusos dos grupo, produzindo um outro grupo completamente diferente.

Figura 10 – O complemento contém todas as alturas cromáticas que o conjunto original não possui.

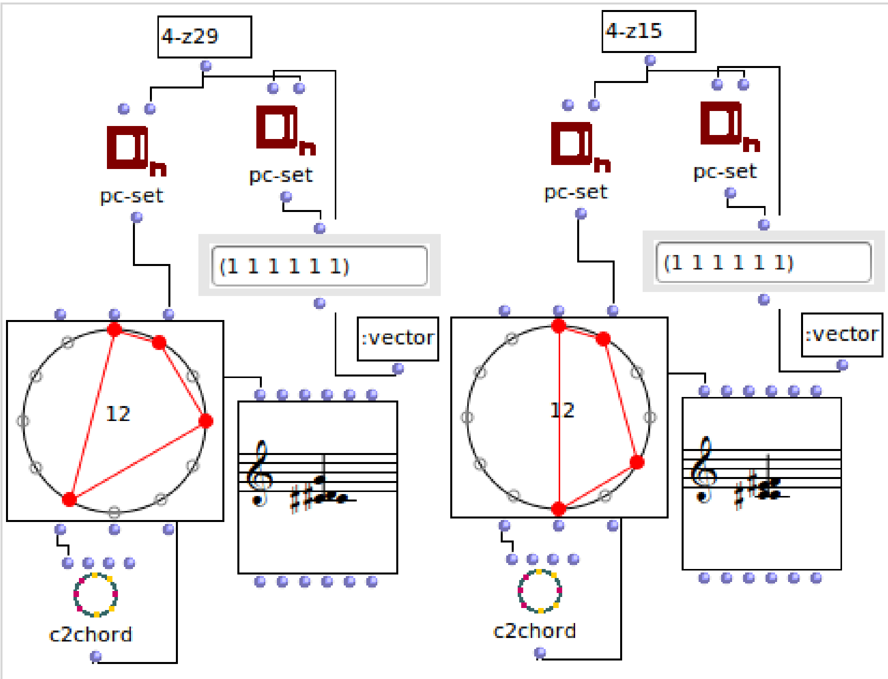


Fonte: autor

1.1.4.4 Relação Z entre grupos de classes de alturas

A relação Z é uma das interessantes relações onde há uma equivalência sem que os conjuntos sejam transposições ou inversões entre si - neste caso, produzindo dois conjuntos que possuem os mesmos intervalos na sua constituição.

Figura 11 – Dois conjuntos Z-relacionados possuem os mesmos intervalos sem serem inversões ou transposições uns dos outros.



Fonte: autor (adaptado de exemplo do tutorial MathTools do OM)

George Perle exemplifica a relação Z como uma das relações que não são intuitivas em sua rotina composicional:

> Mas nenhum destes argumentos teria qualquer peso para mim se eu pudesse ao menos escutar as correspondências que Forte descreve. Eu posso descobrir estas conexões entre coleções Z-relacionadas somente sujeitando-as a um escrutínio analítico que não tem nada a ver com minha experiência intuitiva como ouvinte ou compositor. Ou, para falar de maneira mais sincera, permitir que o Professor Forte conduza seu escrutínio analítico para mim. (PERLE, 1990, p. 168)[4]

Perguntamo-nos se este tipo de afirmação não seria um tanto arbitrária. Afinal, as diferenças entre terças maiores e menores não seriam no fundo resultado de uma

[4] But none of these arguments would carry any weight with me if I could only hear thes correspondences that Forte describes. I can discover these connections between Z-related collections only by sub- jecting them to an analytical scrutiny that has nothing whatever to do with my intuitive experience as a listener or as a composer. Or, to speak more candidly, by allowing Professor Forte to conduct this analytical scrutiny for me. (PERLE, 1990, p.168)

exposição cultural constante a estes intervalos usados como critério de diferença ou similaridade? Consequentemente a geometria e propriedades transformacionais das terças acabam polarizando o próprio conceito de acorde. Se toda estrutura musical emerge de um condicionamento cultural da escuta, por onde buscar novas escutas?

Parece que de alguma maneira a relação Z acaba por nomear uma sonoridade por uma particularidade entre relação numérica e geométrica curiosa, e no mínimo serve como mnemônico de uma relação entre estas sonoridades.

1.1.5 Arbitrariedade e indução na segmentação atonal

Encontrar estas relações em composições anteriores a sua formalização é o que Nattiez (2001) chama de "estésica indutiva".

Esta questão nos leva a uma inevitável aporia. Há uma série de esforços para comprovar tanto a eficácia quanto a ineficácia desta teoria para aplicação em análises. Um exemplo é a tese de Ethan Haimo (1996) que busca "falácias" no esquema analítico clássico das *teorias dos conjuntos de classes de alturas* quando confrontado com anotações originais de Arnold Shoenberg.

Straus (2004) sentencia:

> A resposta é que você não pode saber com antecedência. Você tem que entrar no mundo da peça – ouvindo, tocando, e cantando – até que você obtenha um senso de quais ideias musicais são fundamentais e recorrentes. No processo, você encontrar-se-á movendo-se em torno de um tipo familiar de círculo conceitual. Você não pode saber quais são as principais ideias até que você as veja recorrer; mas você não pode encontrar recorrências até que você saiba quais são as ideias principais. A única solução prática é bisbilhotar a peça, propondo e testando hipóteses conforme você prossegue. (STRAUS, 2004)

Nattiez (2003) faz uma crítica minuciosa da aplicação das *teorias dos conjuntos de classes de alturas* derivadas do trabalho de Allen Forte, em busca de uma descrição estésica que justifique a aplicação de toda a formalização de seu nível neutro de nomenclaturas e chega à seguinte conclusão:

> (...)seria fascinante ver que resultados obteríamos comparando grupos que descreveriam unidades previamente segmentadas por uma análise paradigmática num nível neutro. Se nos sentimos intimidados a confiar nas análises preliminares, com efeito, o caleidoscópio com o qual o analista vai descobrir trabalhos atonais vai efetivamente ser fruto de operações mágicas, não porque o compositor escondeu-as ali, mas porque o musicologista, através do truque com as mãos, esta agindo como um mágico! (NATTIEZ, 2003, p. 16)[5]

[5] (...)it would be fascinating to see what results we would obtain from comparing sets which would describe units previously segmented by a paradigmatic analysis at the neutral level. If we do feel

compelled to rely on this preliminary analysis, in effect, the kaleidoscope which the analyst will discover in atonal works will effectively be the fruit of magical operations, not because the composer hid them there, but because the musicologist, through sleight of hand, was acting like a magician! (NATTIEZ, 2003, p. 16)

Conclusão

Nas últimas décadas do século XX[6] formalizaram-se "*teorias dos conjuntos de classes de alturas*"(FORTE, 1973; RAHN, 1980; PERLE, 1990; STRAUS, 2004) baseadas numa catalogação de combinações de intervalos formando compostos sonoros singulares e as possíveis estruturações e articulações entre estes. Ali operariam critérios não necessariamente tão amarrados na funcionalidade dos esquemas de tensão e relaxamento das formas "tonalizantes". Mesmo que vertiginosamente, é preciso admitir que cada composição já pode comportar um sistema totalmente idiossincrático.

Ao contrário da corrente da musicologia cognitivista (LERDAHL; JACKENDOFF, 1983; KRUMHANSL, 1990; TEMPERLEY, 2001), que baseia a defesa de seus argumentos num suposto condicionamento do ouvinte à hegemonia cultural do repertório de prática comum, no caso das *"Teorias dos conjuntos de classes de alturas"* uma criatividade autoral do analista assume que as formas estão emergindo ali a princípio porque foram apontadas por este, e não necessariamente porque foram intuídas pelo compositor. Parece relevante a busca por estas formalizações estruturais para a descrição de agrupamentos e suas transformações. Em geral, as *teorias dos conjuntos de classes de alturas* não insistem em justificar expectativas do ouvinte que guiariam a normatização de uma busca composicional de uma "boa forma" pré-concebida pela busca de um ouvinte ideal. (BABBITT, 1958).

Estão disponíveis para *download* os códigos que foram trabalhados nesta pesquisa para a formalização algorítmica de estruturas composicionais pós-tonais.[7].

[6] A partir da sedimentação de uma tradição pós-tonal iniciada nas primeiras décadas do século XX.
[7] <https://github.com/glerm/luteriaOM>, <https://github.com/glerm/Derivas_OpenMusic> e <https://github.com/glerm/AutomatosGeradores> Acesso em 10 de julho de 2014.

Referências

ANDREATTA, M. *OM Pitch Class Set Tutorial*. 2014. Disponível em: <http://recherche.ircam.fr/equipes/repmus/OpenMusic/user-doc/DocFiles/znTutorial/>. Citado na página 6.

ANDREATTA, M.; AGON, C. Implementing algebraic methods in openmusic. In: *Proceedings of the International Computer Music Conference, Singaphore*. [S.l.: s.n.], 2003. Citado na página 6.

ANDREATTA, M.; RAHN, J.; BARDEZ, J. M. *Around set theory*. [S.l.]: Delatour France, 2013. ISBN 2752100523. Citado na página 6.

BABBITT, M. Who cares if you listen? *High Fidelity*, v. 8, n. 2, p. 38–40, 1958. Citado na página 17.

DEBRIL, D. *OM Pitch Class Set Tutorial FR*. 2014. Disponível em: <http://www.deb8076.eu/AnalyseBeethovenST/index.html>. Citado na página 6.

FORTE, A. *The structure of atonal music*. [S.l.]: Yale University Press, 1973. Citado 4 vezes nas páginas 3, 9, 11 e 17.

FORTE, A. *The harmonic organization of the rite of spring*. [S.l.]: Yale University Press, 1978. Citado na página 5.

HAIMO, E. Atonality, analysis, and the intentional fallacy. *Music Theory Spectrum*, Oxford University Press, v. 18, n. 2, p. 167–199, 1996. Citado na página 15.

KRUMHANSL, C. L. *Cognitive foundations of musical pitch*. [S.l.]: Oxford University Press New York, 1990. Citado na página 17.

LERDAHL, F. Atonal prolongational structure. *Contemporary Music Review*, Taylor & Francis, v. 4, n. 1, p. 65–87, 1989. Citado na página 6.

LERDAHL, F.; JACKENDOFF, R. S. *A generative theory of tonal music*. [S.l.]: MIT press, 1983. Citado na página 17.

LESTER, J. Analytic approaches to twentieth-century music. WW Norton & Company, 1989. Citado 2 vezes nas páginas 3 e 5.

NATTIEZ, J. O modelo tripartite de semiologia musical. *Debates 6*, Unirio, Rio de Janeiro, v. 6, p. pp. 7–39, 2001. Disponível em: <http://www.unirio.br/conferir>. Citado na página 15.

NATTIEZ, J.-J. Allen forte's set theory, neutral level analysis and poietics. *Around Set Theory*, p. 1, 2003. Citado 2 vezes nas páginas 15 e 16.

PERLE, G. Pitch-class set analysis: An evaluation. *Journal of Musicology*, JSTOR, p. 151–172, 1990. Citado 3 vezes nas páginas 10, 14 e 17.

PERLE, G. *Serial Composition and Atonality: An Introduction to the Music of Schoenberg, Berg, and Webern*. University of California Press, 1991. ISBN 9780520074309. Disponível em: <http://books.google.com.br/books?id=4C8RjEaBRf4C>. Citado na página 10.

RAHN, J. *Basic atonal theory*. [S.l.]: Longman New York, 1980. Citado na página 17.

RAHN, J. The swerve and the flow: Music's relationship to mathematics. *Perspectives of New Music*, Perspectives of New Music, v. 42, n. 1, p. pp. 130–148, 2004. ISSN 00316016. Disponível em: <http://www.jstor.org/stable/25164542>. Citado na página 5.

STRAUS, J. N. The problem of prolongation in post-tonal music. *Journal of Music Theory*, JSTOR, p. 1–21, 1987. Citado na página 6.

STRAUS, J. N. *Introduction to Post-Tonal Theory (3rd Edition)*. [S.l.]: Pearson, 2004. Citado 6 vezes nas páginas 3, 6, 9, 10, 15 e 17.

TEMPERLEY, D. *The cognition of basic musical structures*. [S.l.]: MIT press, 2001. Citado 2 vezes nas páginas 6 e 17.