

Guilherme Rafael Soares

# **Luteria Composicional de algoritmos pós-tonais**

**10 de julho de 2014, v0.6-Qualificação**



Guilherme Rafael Soares

## **Luteria Composicional de algoritmos pós-tonais**

Prévia da dissertação para a banca de qualificação para o Mestrado em Arte, Cultura e Linguagens do IAD-UFJF.

UFJF - Universidade Federal de Juiz de Fora

Instituto de Artes e Design

Programa de Pós-Graduação em Artes, Cultura e Linguagens

Orientador: Prof. Dr. Daniel Quaranta

10 de julho de 2014, v0.6-Qualificação

---

Guilherme Rafael Soares

Luteria Composicional de algoritmos pós-tonais / Guilherme Rafael Soares. – ,  
10 de julho de 2014, v0.6-Qualificação-  
73 p. : il. (algumas color.) ; 30 cm.

Orientador: Prof. Dr. Daniel Quaranta

Tese (Mestrado) – UFJF - Universidade Federal de Juiz de Fora

Instituto de Artes e Design

Programa de Pós-Graduação em Artes, Cultura e Linguagens, 10 de julho de 2014,  
v0.6-Qualificação.

1. Palavra-chave1. 2. Palavra-chave2. I. Orientador: Prof. Dr. Daniel Quaranta  
II. UFJF - Universidade Federal de Juiz de Fora. III. Instituto de Artes e Design  
IV. Luteria Composicional de algoritmos pós-tonais

CDU 02:141:005.7

---

Guilherme Rafael Soares

## **Luteria Composicional de algoritmos pós-tonais**

Prévia da dissertação para a banca de qualificação para o Mestrado em Arte, Cultura e Linguagens do IAD-UFJF.

Trabalho aprovado , 13 de fevereiro de 2015:

---

**Prof. Dr. Daniel Quaranta**  
Orientador

---

**Professor**  
Convidado 1

---

**Professor**  
Convidado 2

10 de julho de 2014, v0.6-Qualificação



# Resumo

Esta pesquisa visa problematizar e sistematizar um catálogo de experimentos constituído de pequenas peças musicais e seus algoritmos geradores, objetivando a construção de uma biblioteca de objetos para composição assistida por computador que gere partituras baseadas em regras quantitativas extraídas de análises musicais.

Formalizamos tais aspectos através de um estudo comparado de dois paradigmas de análise musical: "*A Teoria Gerativa da Música Tonal*" (LERDAHL; JACKENDOFF, 1983) com algumas de suas continuidades (LERDAHL, 2009; TEMPERLEY, 2001) e a "*Teoria de grupos das classes de alturas*" (ou "*Pitch Class Set Theory*") (FORTE, 1973; STRAUS, 2004).

Os procedimentos são demonstrados a partir de aspectos singulares de algumas peças da suíte Mikrokosmos do compositor Béla Bartók, gerando composições algorítmicas a partir das regras observadas. Este repertório foi escolhido devido a seu reconhecido contexto como composições pianísticas e pedagógicas situadas nas fronteiras da pós-tonalidade.

Apontamos as limitações encontradas na aplicação dos paradigmas analíticos adotados aqui no contexto da suíte de peças escolhidas e suas derivações composicionais.

Detalhamos questões computacionais para esta implementação e deixamos um legado de código aberto para continuidades possíveis deste trabalho.

**Palavras-chaves:** Música algorítmica. Pós-tonalismo. Teoria dos conjuntos. Pitch class theory. Luteria. Composição assistida por computador. Cibernética. Software livre. Cognição musical. Teoria Gerativa da Música Tonal. Mikrokosmos. Arte Sonora.





# Lista de ilustrações

Figura 1 – Os três eixos das transposições possíveis para a rotação "subdominante-tônica-dominante". . . . .	25
Figura 2 – Sistema de Eixos - Rotação entre primário e secundário . . . . .	26
Figura 3 – O plano melódico do motivo inicial de <i>"Sonata para dois pianos e Percussão"</i> parece ser o de fechar o total cromático com a transposição paralela da melodia nos dois pólos . . . . .	27
Figura 4 – Possível estratégia composicional em nível melódico do motivo inicial de <i>"Sonata para dois pianos e Percussão"</i> . . . . .	28
Figura 5 – Primeiro estágio: dominante/subdominate . . . . .	29
Figura 6 – Segundo estágio: modulação pela relativa . . . . .	29
Figura 7 – Terceiro estágio: modulação pela relativa com ambiguidade maior-menor em um dos polos . . . . .	29
Figura 8 – Simultaneidade do modos maior-menor . . . . .	30
Figura 9 – Quarto estágio: o jogo de rotação modulações por todos os polos do eixo . . . . .	30
Figura 10 – Lendvai p 52 célula z em mikrokosmos . . . . .	34
Figura 11 – Ciclos Intervalares observado por Antokoletz (1984) - na vertical temos as sequências (de baixo para cima as distâncias mais curtas e de baixo pra cima suas inversões mais longas). Na horizontal temos em cada coluna da tabela os grupos de transposições possíveis: . . . . .	35
Figura 12 – Simetria inversiva par . . . . .	36
Figura 13 – Simetria inversiva ímpar . . . . .	36
Figura 14 – Exposição das primeiras citações do intervalo 151 e sua dissolução por rotações e inserção de novos intervalos. Código do script gerador no apêndice. . . . .	37
Figura 15 – Eixo de simetrias em torno de C# - estão presentes todas as díades do motivo inicial de Mikrokosmos 109 exceto a díade do trítone E-Bb e a nota C# . . . . .	38
Figura 16 – Apontamentos de Cohn - Combinação Transposicional . . . . .	38
Figura 17 – Equivalência de intervalos por inversão . . . . .	65
Figura 18 – [0,2,4,10] . . . . .	66
Figura 19 – Redução de um segmento do Microkosmos 101 de Bartók para um cluster de 4 alturas. . . . .	67
Figura 20 – Forma Normal. . . . .	68
Figura 21 – Fórmulas de agrupamento de classes de altura. . . . .	69
Figura 22 – Notas comuns na transposição. . . . .	70
Figura 23 – Notas comuns na transposição com trítone. . . . .	71

Figura 24 – A simetria transpositiva é obtida através de um padrão de intervalo palíndromo. . . . .	71
Figura 25 – A forma circular é mais geral do que a numérica para a visualização do padrão de simetrias. . . . .	72
Figura 26 – O complemento contém todas alturas cromáticas que o conjunto original não possui. . . . .	72
Figura 27 – Dois conjuntos Z-relacionados possuem os mesmos intervalos sem serem inversões ou transposições uns dos outros. . . . .	73

# Lista de abreviaturas e siglas

GTMM	<i>Generative Theory of Tonal Music</i> <sup>1</sup>
TPS	<i>Tonal Pitch Space</i> <sup>2</sup>
CBMS	<i>Cognition of Basic Musical Structures</i> <sup>3</sup>
OM	<i>Open Music</i> <sup>4</sup>
PD	<i>Pure Data</i> <sup>5</sup>

---

<sup>1</sup> "Teoria Gerativa da Música Tonal"(LERDAHL; JACKENDOFF, 1983)

<sup>2</sup> "Espaço das Alturas Tonais"(LERDAHL, 1988)

<sup>3</sup> "Cognição das Estruturas Musicais Básicas"(TEMPERLEY, 2001)

<sup>4</sup> <<http://repmus.ircam.fr/openmusic/home>>. Acessado em 10 de julho de 2014.

<sup>5</sup> <<http://puredata.info>>. Acessado em 10 de julho de 2014.



# Sumário

	<b>Introdução</b> . . . . .	<b>17</b>
<b>I</b>	<b>PERCURSO PELA ANALISE MUSICAL</b>	<b>19</b>
<b>1</b>	<b>PERCURSO PELA ANALISE MUSICAL</b> . . . . .	<b>21</b>
<b>1.1</b>	<b>Análise musical para regras gerativas</b> . . . . .	<b>21</b>
<b>1.2</b>	<b>Musicologia Assistida por computador</b> . . . . .	<b>21</b>
<b>2</b>	<b>APONTAMENTOS BARTOKIANOS</b> . . . . .	<b>23</b>
<b>2.1</b>	<b>Panorama básico sobre análise bartokiana</b> . . . . .	<b>23</b>
<b>2.2</b>	<b>Sistema de Eixos de Lendvai</b> . . . . .	<b>24</b>
2.2.1	Afinidades funcionais entre quarto e quinto graus . . . . .	25
2.2.2	A elaboração de uma sonoridade mista maior-menor . . . . .	29
2.2.3	Especificidades da coleção acústica (overtone) . . . . .	30
2.2.4	Expectativas de grau sensível . . . . .	31
2.2.5	Tensões contrapostas de subdominante e dominante . . . . .	31
2.2.6	Dualidade entre os princípios de tonalidade e distância . . . . .	31
2.2.7	Geometria da Macro-forma com analogias na Micro-forma . . . . .	31
2.2.7.1	Secção Áurea . . . . .	31
2.2.7.2	Fibonacci . . . . .	31
2.2.8	Críticas ao modelo de Lendvai . . . . .	31
<b>2.3</b>	<b>Células de Alturas em Antokoletz</b> . . . . .	<b>31</b>
2.3.1	Ciclos Intervalares . . . . .	34
<b>2.4</b>	<b>Simetria Inversiva</b> . . . . .	<b>35</b>
2.4.1	Eixo de Simetrias como estratégia motívica . . . . .	37
2.4.2	Centricidade por Equilíbrio Inversivo . . . . .	39
2.4.3	Simetria Literal . . . . .	39
<b>2.5</b>	<b>Coleções referenciais ordenadas por conjuntos de classes de altura</b> .	<b>41</b>
2.5.1	Octatonismo e suas partições . . . . .	42
<b>2.6</b>	<b>Modalismo e estratégias rotacionais</b> . . . . .	<b>42</b>
2.6.1	Rotação Pentatônica . . . . .	43
<b>2.7</b>	<b>Harmonização dos Modos Folclóricos</b> . . . . .	<b>44</b>
2.7.1	Limites e ideias a partir de análise tonal funcional . . . . .	45
2.7.2	Acompanhamento e textura . . . . .	46

<b>II</b>	<b>FORMALIZAÇÕES COMPUTACIONAIS</b>	<b>47</b>
<b>2.8</b>	<b>Análise de Corpus</b>	<b>49</b>
2.8.1	Formatos de entrada	49
<b>2.9</b>	<b>Music21</b>	<b>49</b>
2.9.1	Stream	49
2.9.2	Notas, Acordes e nomenclaturas	49
2.9.3	Prolongamentos e inferência de tonalidade	49
2.9.4	Key Profiles	49
2.9.5	Escalas e Modalismo	49
2.9.6	Contorno melódico	49
2.9.7	Métrica composta	49
2.9.8	Acento Melódico	49
2.9.9	Busca e extração de padrões	49
<b>2.10</b>	<b>OpenMusic</b>	<b>50</b>
2.10.1	Visualização das classes de altura	50
2.10.2	Manipulação de Conjuntos e suas nomenclaturas	50
2.10.3	Crivos como estratégia para de ciclos intervalares	50
2.10.4	Segmentação Monitorada	50
<b>2.11</b>	<b>Especialidade da automação versus especialidade do analista</b>	<b>50</b>
<b>3</b>	<b>COMPOSIÇÃO ASSISTIDA POR COMPUTADOR</b>	<b>51</b>
<b>3.1</b>	<b>Cliches generativos partitúrameis</b>	<b>51</b>
<b>3.2</b>	<b>Formatos de saída</b>	<b>51</b>
<b>3.3</b>	<b>Técnicas em Music21</b>	<b>51</b>
<b>3.4</b>	<b>Experimentos em outras linguagens de CAC</b>	<b>51</b>
3.4.1	Técnicas em OpenMusic	51
3.4.2	Problematizações em PureData	51
<b>3.5</b>	<b>Probabilidade e Combinatória</b>	<b>51</b>
<b>III</b>	<b>EXPERIMENTOS GENERATIVOS</b>	<b>53</b>
<b>4</b>	<b>COSMOBAGATELLAS</b>	<b>55</b>
<b>5</b>	<b>LASTROS E RUMOS</b>	<b>57</b>
	<b>Referências</b>	<b>59</b>

## APÊNDICES

63

	<b>APÊNDICE A – FÓRMULAS DE AGRUPAMENTO E TRANSFORMAÇÃO DOS INTERVALOS . . . . .</b>	<b>65</b>
<b>A.1</b>	<b>Vetor intervalar . . . . .</b>	<b>66</b>
<b>A.2</b>	<b>Forma Normal . . . . .</b>	<b>66</b>
<b>A.3</b>	<b>Forma Prima . . . . .</b>	<b>68</b>
<b>A.4</b>	<b>Singularidades nos agrupamentos . . . . .</b>	<b>69</b>
A.4.1	Notas comuns sob transposição . . . . .	70
A.4.2	Simetria Transpositiva . . . . .	71
A.4.3	Complemento . . . . .	72
A.4.4	Relação Z entre grupos de classes de alturas . . . . .	73





Este trabalho inicia-se com



# Introdução

lalalala



## Parte I

### Percurso pela Analise Musical



# 1 Percurso pela Análise Musical

Prioridade na descrição de métodos da biblioteca music21

Opção por Python <http://spectrum.ieee.org/computing/software/top-10-programming-languages>

## 1.1 Análise musical para regras gerativas

dfdkjsfsk

## 1.2 Musicologia Assistida por computador

Iniciamos esta pesquisa buscando entender como o percurso que as formalizações computacionais de elementos básicos da cognição musical permitiram o atual estágio da musicologia assistida por computador. Trabalhos como as primeiras tentativas de definir gramáticas computáveis de Curtis [Roads \(1979\)](#), a formalização de uma gramática gerativa da música tonal proposta por [Lerdahl e Jackendoff \(1983\)](#) e derivações que geraram implementações computacionais como as pesquisas de [Temperley \(2001\)](#) e [Huron \(2006\)](#) nos interessaram e pareceram a princípio essenciais como base para o entendimento de algoritmos de segmentação de estruturas musicais observáveis em partituras e arquivos de corpus derivados de instruções composicionais simbólicas.

No entanto percebemos no decorrer de nosso aprofundamento nesta bibliografia específica que descrever todo seu escopo em profundidade e abrangência apresentava duas questões essenciais de prioridades para o presente trabalho, considerando o caso da teoria pós-tonal almejada aqui e em especial para as particularidades presentes na música de Bela Bartók que pudessem interessar como singularidade composicional:

1) As abordagens generalistas dos problemas quantizáveis de expectativa musical com base em pesquisas sobre cognição e fruição da linguagem tonal, uma música de tradição clássica e romântica ocidental, repertório referido como "de prática comum"<sup>1</sup> e seus problemas de ordem métrica, rítmica, melódica, harmônica e prolongacional<sup>2</sup> quase sempre tangenciam a música que interessa na presente pesquisa como uma exceção especializada das regras gerais, o que nos chamou a atenção para quais seriam as alternativas a uma abordagem que partisse de outros princípios.

---

<sup>1</sup> c.f. temperley

<sup>2</sup> tradição shenkeriana

Encontramos então na literatura específica das análises do repertório bartokiano e na literatura que funda alguns nomenclaturas da análise pós-tonal um ponto de partida mais objetivo: organização de sonoridades por novos critérios de organização intervalar, casos de observação de simetrias, ciclos transposições e transformações destes materiais e a busca por descrições de outras lógicas de encadeamento deste material intervalar e sua relação com as percepções mais básicas que ainda operam o lstro de expectativa tonal

2) Dado o período de quase quatro décadas das primeiras implementações destes algoritmos de segmentação musical temos atualmente um cenário bastante amplo para testar muitas destas teorias e buscar compreende-las a mperlepartir de uma experiência prática. Alguns dos algoritmos implementados por Temperley, Huron e pesquisas similares podem ser experimentados com a biblioteca python Music21, que foi usada em nossos estudos de caso. Consideramos esta uma melhor estratégia fazer as digressões sobre as origens destes algoritmos a partir destas implementações, seus usos e limitações na presente pesquisa, portanto.



## 2 Apontamentos Bartokianos

### 2.1 Panorama básico sobre análise bartokiana

Malcom Gillies propõe em seu artigo "*Bartók Analysis and Authenticity*" (GILLIES, 1995) um panorama dos problemas e lugares comum nas análises de Bartók, apontando alguns critérios para o que poderiam ao menos garantir a "*autenticidade*" entre as diversas correntes analíticas encontradas até então, já que estas são tão diversas que podem facilmente fechar-se em suas próprias contradições.

Gillies inicia a reflexão destacando o notável desafio em argumentarmos qualquer esboço totalizante que sustente a unidade entre os níveis das "*micro*" e "*macro*" estruturas extraídas da vasta gama de análises disponíveis sobre Bartók até aquele momento.

As "*micro*" estruturas seriam as destacadas com apontamentos de interações entre ciclos e simetrias intervalares, pelas estratégias polimodais que libertam as melodias do tonalismo e criam temas que tornam-se por transposição complementarmente um total cromático, e em geral quaisquer relações que definam contextos que dão uma identidade de sonoridade a fragmentos ainda descontextualizados de uma suposta função num todo.

As "*macro*" estruturas seriam planos gerais que sejam definidos pelas estruturas notáveis de obras inteiras ou conjuntos de obras como unidade - por exemplo questões sobre o encadeamento de secções por alguma estrutura de prolongamento de expectativa, localização de alguma sugestão ambígua de tonalidade e modalismo nos encadeamentos dos grandes blocos, medidas gerais de um plano de equilíbrio das partes com eixos geométricos inspirados na secção áurea ou mesmo a referência a formas mais tradicionais como a sonata.

Gilles propõe antes de tudo, para ater-se a uma questão primordial sobre o que pode ser definido como consenso e o que pode ser considerado idiossincrático, a seguinte classificação por uma diferença de abordagem das análises: *análises "autênticas"*, *"semi-autênticas"* ou *"não-autênticas"*, sem que nisso haja algum sentido depreciativo, mas apenas como critério para entender que este território pode ir de um historicismo de lastro documentado até alguma teoria mais inventiva e sem necessidade de comprovação da consciência do compositor sobre estes aspectos, uma teoria comprometida mais com a inspiração de processos criativos derivados.

A "**autenticidade**" seria sobretudo definida por critérios de alguma formalização sustentada por vestígios deixados pelo próprio Bartók, como na compilação *"Bela Bartók Essays"* (BARTÓK; SUCHOFF, 1993). Considera também nesta categoria as pesquisas que a partir dos registros da pesquisa etnomusicológica de Bartók busca fontes originais de estudos dos aspectos folk de seu trabalho. Entram aqui também as análises que tomam em consideração as performances registradas em áudio que foram executadas pelo próprio Bartók ou supervisionadas por ele, para destacar aspectos complementares aos escritos e partituras originais.

Uma "**semi-autenticidade**" seria definida a partir de analogias entre influências de outros compositores ou contextos de gênero presentes na obra de Bartók, como por exemplo discurso sobre a influência do drama em sua ópera ou a localização de traços ou citações paródicas por influência de outros compositores em suas peças. Dada autenticidade da analogia portanto, a preocupação com a legitimidade ficaria deslocada para aspectos externos a obra de Bartók.

Já a "**não-autenticidade**" comportaria os estudos da música de Bartók como fonte para apontamentos arbitrários para demonstrações de harmonia funcional, contraponto, análise shenkeriana ou análise pós-tonal por grupos de classes de alturas. Gillies situa também aqui algumas análises de Bartók que tomam caminhos mais especulativos e originais como as análises de proporção geométrica e simetria propostas por Ernő Lendvai (1971) ou o escrutínio de relações celulares e suas transformações entre ciclos intervalares, rotações motivicas, coleções modais ou não-diatônicas presentes em trabalhos como o de Elliot Antokoletz (1984).

Em nossa pequena amostra de abordagens seguimos muito mais por este percurso mais descontextualizado e autoral de analistas que destacaram alguns traços estruturais na música de Bartók e seus Mikrokosmos. Não temos ainda a ambição de esgotar ou mesmo de argumentar uma hierarquia de importâncias "autênticas" destes traços em sua obra como um todo ou na consistência geral de seu estilo. Nossa intenção aqui foi apontar limites e possibilidades para uma automação algorítmica de manipulação de transformações sugeridas nestas análises e abrir caminho para uma música generativa inspirada nestes procedimentos.

## 2.2 Sistema de Eixos de Lendvai

Ernő Lendvai (1971, p. 08) organiza uma visão geral de uma transformação de conceitos de harmonia tonal funcional pelo prisma do que chama de "*sistema de eixos*"<sup>1</sup> de Bartók.

---

<sup>1</sup> axis system

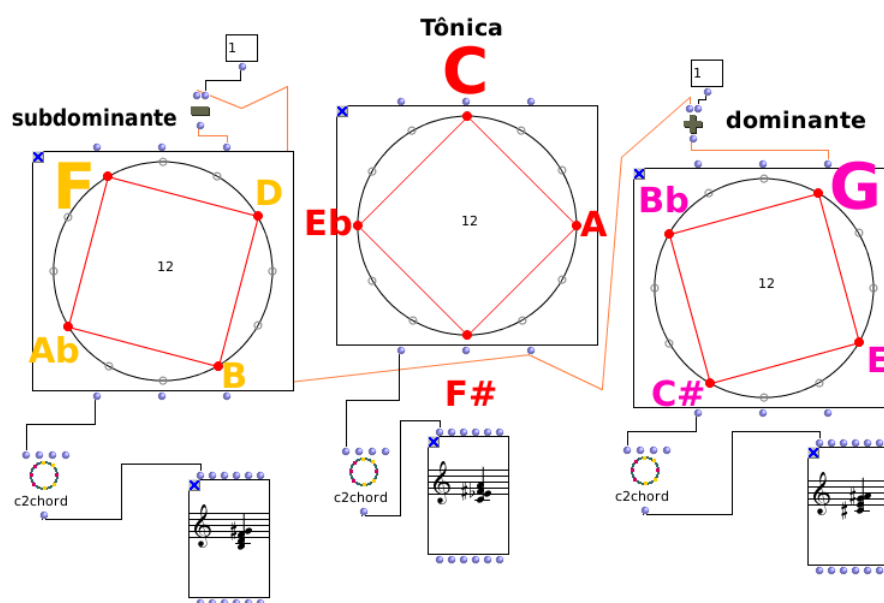
Estes apontamentos são organizados a partir de seis pontos chave: **a)** *Afinidades funcionais entre quarto e quinto graus*, **b)** *A relação relativa entre grau maior e menor*, **c)** *as especificidades da coleção acústica (overtone)*, **d)** *os papéis das notas sensíveis*, **e)** *das tensões contrapostas de subdominante e dominante*, **f)** *a dualidade entre os princípios de tonalidade e distância*.

### 2.2.1 Afinidades funcionais entre quarto e quinto graus

Partindo da consideração do ciclo das quintas como um esquema rotativo de transformação que possui as forças *subdominante* <-tonica> *dominante* em cada um dos passos de 30 graus, lembremos que girando da *esquerda para direita* temos sempre uma relação onde a *dominante como nova tônica terá a tônica anterior como subdominante* e girando da *direita a esquerda* teremos uma nova tônica que possui a *tônica anterior como dominante*.

Lendvai (1971, p.3) propõe a partir disso a observação do uso das relações entre os quatro pólos dos três eixos possíveis de transposição que agrupam as doze alturas cromáticas em três eixos de quatro notas.

Figura 1 – Os três eixos das transposições possíveis para a rotação "subdominante-tônica-dominante".



Fonte: autor

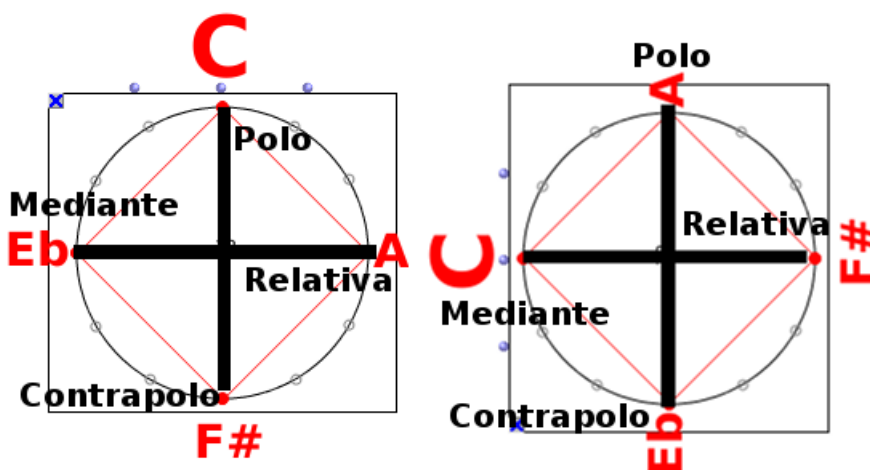
Lendvai chama de "*polo e contrapolo*" a relação entre os trítonos nas duas extremidades (que chama de "eixo primário") e observa que o eixo perpendicular (ou "eixo secundário") possui também sua relação de "*polo e contrapolo*" entre o que seriam a relativa e a mediantes de uma tônica pelo ciclo de quintas.

A relação entre este "**sistema de eixos**" portanto pode ser a de analogia ao movimento de passo "*subdominante* ↔ *tônica* ↔ *dominante*" onde movíamos por passos de 30 graus pelo ciclo de quintas original.

A diferença é que neste caso a relação mais importante entre as notas do eixo não seria exatamente por um critério baseado na busca de notas comuns de acordes para servirem de pivôs para resoluções tonais ou da busca por notas sensíveis para a solução de dissonâncias por grau conjunto mas uma questão de "**parentesco rotacional**" das sonoridades dos intervalos que giram de 90 em 90 graus dividindo simetricamente o total cromático numa soma de quatro intervalos de três semitons.

As três transposições possíveis dos eixos de quatro notas tornam a transformação de "*transposição do sistema de eixos*" **geometricamente** similar ao movimento "*subdominante* ↔ *tônica* ↔ *dominante*" mas nem sempre pelos mesmos critérios de uma harmonia tonal funcional, apesar de obviamente, poder servir-se deste como estratégia de construção de ambiguidades politonais.

Figura 2 – Sistema de Eixos - Rotacão entre primário e secundário

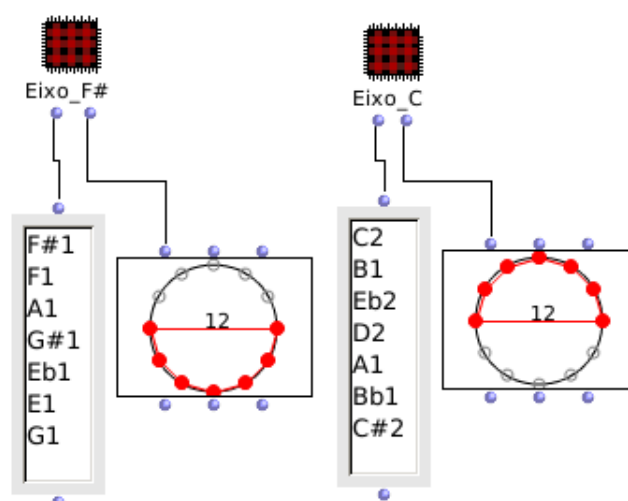


Fonte: autor

Lendvai toma este conceito de "polo e contrapolo" como "*uma das estratégias estruturais mais fundamentais na música de Béla Bartók*" (LENDVAI, 1971, p.04) e cita alguns exemplos que confirmam que este tipo de modulação era recorrente.

Na *"Sonata para dois pianos e Percussão"* o motivo inicial é transposto três vezes com duas vozes em sua relação de trítono *"polo e contrapolo"* e nestas três entradas consecutivas deste motivo é apresentando com as três transposições possíveis do *"sistema de eixos"*, numa relação que pode ser observada como esta analogia com o pêndulo *"subdominante<-tônica>dominante"*: inicia com a relação motívica destacando a relação  $C \leftrightarrow F\#$  (compassos 2-5) em seguida (compasso 8) entra o eixo de  $G \leftrightarrow Db$  (como se G surgisse de uma relação dominante com C e Db numa simultânea relação dominante com  $F\#$ ) e nos compassos 12-17 a entrada do jogo entre as transposições  $D \leftrightarrow Ab$  como se agora introduzisse a *"dominante da dominante"* ( $G \leftrightarrow D$  e  $Db \leftrightarrow Ab$ ) ao mesmo tempo que move-se assim para o último dos três eixos.

Figura 3 – O plano melódico do motivo inicial de *"Sonata para dois pianos e Percussão"* parece ser o de fechar o total cromático com a transposição paralela da melodia nos dois pólos



Fonte: autor

Podemos observar (Figura 3) que já dentro do motivo inicial temos uma estratégia de entrada de uma coleção de 7 notas a partir de um polo e mais 7 a partir do seu contrapolo em sua voz de resposta - as duas vozes juntas dividem o total cromático em dois, tendo como notas comuns as notas do eixo secundário (a mediantes e a relativa - no caso de  $F\#$  e C por exemplo, as notas comuns são A e Eb ).

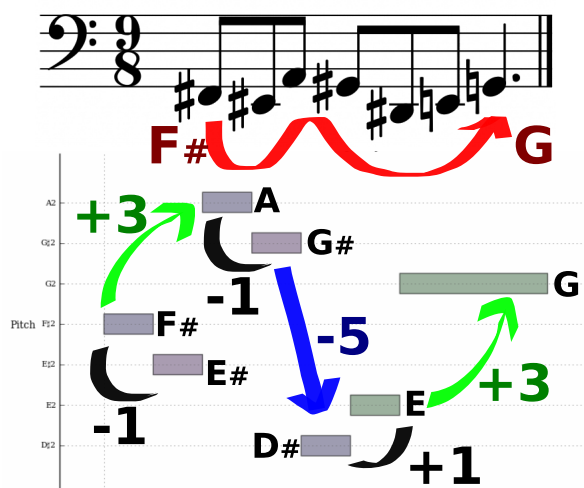
É possível também inferir que a melodia sugere um giro em torno de um eixo que prolonga a expectativa do passo cromático  $F\# \rightarrow G$  (e assim por diante em suas transposições). O contorno possui uma simetria no núcleo interno de intervalos<sup>2</sup> com um segmento onde há um salto por quinta invertida no meio de duas células de passo cromático que estão distantes do início e do fim da melodia por um salto de 3 semitons (Figura 4).

<sup>2</sup> "Um aglomerado simétrico de semitons equilibrados em torno de um eixo" (STRAUS, 2004, p.120)

Esta estratégia composicional com simetrias internas<sup>3</sup> recorrentes em Bartók por rotações de "células intervalares"(SUSANNI; ANTOKOLETZ, 2012, p.128) serão comentadas mais adiante em mais detalhes.

Lembremos também que as transposições em 3 semitons sugerem esta equivalência de sonoridade das transposições pelo mesmo sistema de eixos usado nas transposições da melodia completa e que o salto em quinta invertida no meio do segmento remete ao ciclo de dominantes tradicionalmente usado para modulações tonais.

Figura 4 – Possível estratégia composicional em nível melódico do motivo inicial de *"Sonata para dois pianos e Percussão"*



Fonte: autor

Lendvai (1971, p.4) também lembra situações onde a estratégia de rotação dos polos do sistema de eixos é a conexão entre os movimentos de formas completas, como na opera *"Castelo de Barba Azul"* ( $F\# \leftrightarrow C \leftrightarrow F\#$ ) e na *"Music for Strings, Percussion and Celesta"* (que altera cada movimento entre os pólos e contrapólos dos eixos primário  $F\# \leftrightarrow C \leftrightarrow F\#$  e secundário  $A\# \leftrightarrow E\flat \leftrightarrow A\#$ ).

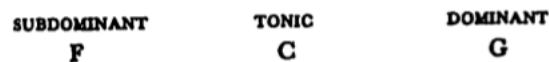
<sup>3</sup> C.f. "Eixo de Inversão"(STRAUS, 2004, p.121)

### 2.2.2 A elaboração de uma sonoridade mista maior-menor

Lendvai (1971, p.08) elabora sobre a assimilação do "sistema de eixos" na música ocidental como uma evolução natural da harmonia funcional:

a) O ciclo de dominantes inicia como um sistema de eixos de cadência onde as regiões vizinhas aparecem apenas como função dominante e subdominante sem modulação para outras tonalidades.

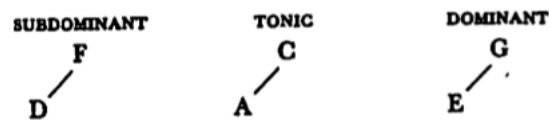
Figura 5 – Primeiro estágio: dominante/subdominate



Fonte: autor

b) O próximo passo é a introdução do eixo da tonalidade relativa (90 graus à esquerda do ponto da tonalidade). A modulação de tonalidade é induzida pela similaridade entre duas regiões diatônicas maiores e menores. Exemplo: Lá menor como relativa de Dó maior e vice-versa.

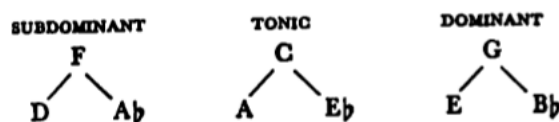
Figura 6 – Segundo estágio: modulação pela relativa



Fonte: autor

c) No estágio mais avançado do romantismo é introduzido o jogo de ambiguidade entre a tonalidade maior e menor de um mesmo polo permitindo que haja a estratégia de modulação pelo sistema de eixos tanto para 90 graus a esquerda (Ex: Lá menor e Dó maior) quanto 90 graus a direita (Ex: Dó menor e Mi bemol maior ).

Figura 7 – Terceiro estágio: modulação pela relativa com ambiguidade maior-menor em um dos polos

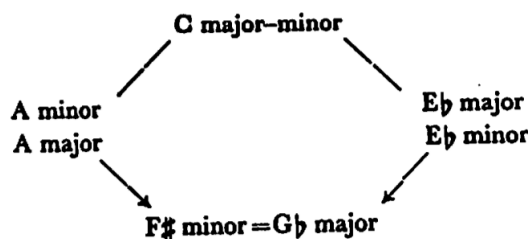


Fonte: autor

d) Finalmente no último estágio onde é introduzida a politonalidade temos a assimilação da nota que está a 180 graus do polo (relação polo e contrapolo) pela sonoridade

almejada de um modo misto "maior-menor" e quaisquer um dos pontos, desta maneira um giro completo:

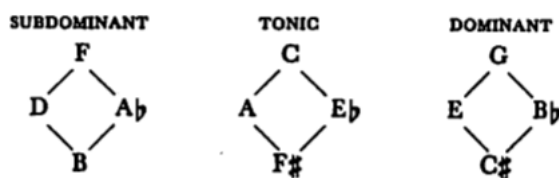
Figura 8 – Simultaneidade do modos maior-menor



Fonte: (LENDVAI, 1971, p.10)

Assim introduz-se a vertigem de uma sensação onde há uma teia de tonalidades simultâneas operando as expectativas de relações entre os três diferentes eixos. É como se cada um dos três ciclos de quatro terças menores também pudesse substituir por rotação a função de dominante ou subdominante que opera a tonalidade estrita, pois aqui operamos com uma expectativa ambígua. A função dominante de Dó, por exemplo, passa a poder ser substituída por qualquer nota do ciclo de Sol: E, B♭ ou C♯.

Figura 9 – Quarto estágio: o jogo de rotação modulações por todos os polos do eixo



Fonte: (LENDVAI, 1971, p.09)

Lendvai (1971, p.10) atribui também a possibilidade de substituir-se Sol, a dominante de Dó, por Mi e Si bemol a uma justificativa acústica de similaridade pela série harmônica, como veremos a seguir.

### 2.2.3 Especificidades da coleção acústica (overtone)

C1, C2, G2, C3, E3, G3, B♭3, C4, D4, E4, F♯ 4, G4, A4, B♭4, B4, C5

Uso de overtones com função dominante

Polymode Lydian-Mixolydian (SUCHOFF, 2004)

reflexo de imitação - mikro 29



A peça de número 29, chamada de Reflexo de Imitação divide um aspecto comum a todas as peças iniciais: a composição baseada em pentacordes associados a um dedilhado que utiliza os cinco dedos de cada mão. Dessa forma, temos na mão direita o pentacorde diatônico E- F# -G# -A-B e na mão esquerda, outro pentacorde diatônico, o A-B-C-D-E. Ambos pertencem a mesma classe de conjuntos 5-27 (02357) e se relacionam por transposição e inversão (T 8 I). A textura polifônica e a imitação das vozes em movimento Reflexo em Imitação Béla Bartók contrário evidenciam essa relação. (rodrigo-coleção acústica - "compressão intervalar")

comparação entre mkro 29 e 141 ... uso de terminologias de forte (TYMOCZKO, 2011, p. 126)

#### 2.2.4 Expectativas de grau sensível

Substituição da cadência G7 -> C maior pela possibilidade G7->F# maior-menor (desenhar as setas)

#### 2.2.5 Tensões contrapostas de subdominante e dominante

.  
...

#### 2.2.6 Dualidade entre os princípios de tonalidade e distância

Tríade aumentada C - E - Ab -> "surgindo"da mudança de função "subdominante-tonica-dominante"por uma rotação dos eixos laterais: (de G pra E e de F para Ab )

.

#### 2.2.7 Geometria da Macro-forma com analogias na Micro-forma

##### 2.2.7.1 Secção Áurea

##### 2.2.7.2 Fibonacci

#### 2.2.8 Críticas ao modelo de Lendvai

### 2.3 Células de Alturas em Antokoletz

Elliot Antokoletz fundamenta boa parte de sua argumentação em seu livro *"The music of Béla Bartók: a study of tonality and progression in twentieth-century music."*(ANTOKOLETZ, 1984) em torno da ideia de subdivisão da oitava em um complexo de ciclos intervalares rotacionados, operando identidades motivicas.

Antokoletz destaca entre estes os grupos de intervalos que **chama células X, Y e Z** (ANTOKOLETZ, 1984, p.69-77). A nomenclatura de sua preferencia - "**célula de alturas**" (*"pitch cell"*) - é inspirada nos argumentos sobre transformações de grupos motivicos em composição serial proposto por George Perle (1981). As definições das células X,Y e Z derivam dos estudos bartokianos de Perle (1955) e Leo Treitler (1959).

A definição de **célula X** é baseada em um **tetracorde cromático de semitons em sequencia**, o que poderia ser reduzido a uma sequencia prima de intervalos do tipo  $[0, 1, 2, 3]$ .

No entanto é bom lembrar que este conceito de células de altura é uma medida que pode ser relativizada por rotações ou permutações de relações entre os membros do grupo.

Susanni e Antokoletz (2012, p.131) exemplificam as relações entre os intervalos agrupando suas permutações em díades.

Se tomarmos por exemplo Dó como nota raiz (C, C#, D, Eb) teremos internamente as seguintes relações:

- Semitom: (  $C \rightarrow C\#, C\# \rightarrow D, D \rightarrow Eb$  )
- Tons Inteiros: (  $C \rightarrow D\#, C\# \rightarrow Eb$  )
- Terça menor: (  $C \rightarrow Eb\#$  )

Obviamente ficam também implícitas as relações de inversão entre estas possibilidades.

**A célula Y é o tetracorde de tons inteiros** (que poderia ser reduzido a um forma prima  $[0, 2, 4, 6]$  ), da mesma maneira Susanni e Antokoletz (2012, p.132) exemplificam as relações entre os intervalos agrupando suas permutações em díades tomando o exemplo de Dó como nota raiz (C, D, E, F#).

Teremos assim internamente as seguintes relações:

- Tons Inteiros: (  $C \rightarrow D\#, D \rightarrow E, E \rightarrow F\#$  )
- Terça maiores: (  $C \rightarrow E, D \rightarrow F\#$  )
- Quarta aumentada/Quinta diminuta: (  $C \rightarrow F\#$  )

Já a definição de célula Z é bastante singular, porém é importante ser considerada aqui devido a importância da obra de Antokoletz na literatura bartokiana norte-americana.

A similaridade da célula Z com as anteriores é o fato de que sua construção permite que seja observada como uma pilha simétrica de intervalos. Por exemplo, a estrutura prima

[ 0, 1, 6, 7 ] de uma célula Z possui dentro da distância de 0 a 7 as distâncias simétricas respectivas de [ 1, 5, 1 ] de intervalos de semitom.

No entanto, diferente das estruturas X e Y que são respectivamente pilhas de sequencias imediatas de semitons ou tons inteiros e que perderiam sua simetria em suas rotações, a célula Z possui, por causa de seu trítono, uma rotação onde permanece com a mesma estrutura intervalar, a rotação [ 6, 7, 0, 1 ].

**Susanni e Antokoletz (2012, p.133) definem a célula Z como o entrelaçamento de dois intervalos de quarta justa distantes por um semitom.**

Por exemplo [ C, F, F#, B ] teria a nomenclatura **Z0/6** por ser composto da união das díades a partir das classes de altura 0 e 6.

Podemos observar as permutações de díades na célula **Z0/6** a partir deste exemplo:

- Quartas Justas: ( C  $\rightarrow$  F, F#  $\rightarrow$  B )
- Trítonos: ( C  $\rightarrow$  F#, F  $\rightarrow$  B )
- Semitons: ( C  $\rightarrow$  B, F  $\rightarrow$  F# )

A nomenclatura "**Z(raiz/trítono)**" sugere uma maneira de construção da célula e destaca suas duas rotações que possuem um âmbito de 11 semitons.

O principal problema destas nomenclaturas das "*células de alturas*" de Antokoletz, é que elas não são muito adotadas fora do contexto das análises de Bartók.

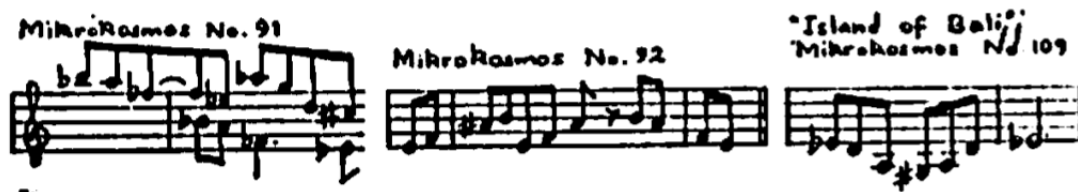
O termo "*conjunto Z*" por exemplo, tem um sentido totalmente diferente<sup>4</sup> dentro da nomenclatura da "*Teoria dos conjuntos de classes de altura*" de Allen Forte (1973). Susanni e Antokoletz (2012) negam-se ao uso da nomenclatura padronizada pela "*Teoria dos conjuntos das classes de altura*" por considerá-la "alienante".<sup>5</sup> Esta idiossincrasia dificulta comparações com outros contextos.

É importante destacarmos que a análise ganhará mais abrangência e suporte para comparações com outras análises pós-tonais com o uso da já consagrada nomenclatura de Forte. Veremos mais adiante um exemplo na proposta de Richard Cohn (1991).

<sup>4</sup> ver mais adiante

<sup>5</sup> c.f. (SUSANNI; ANTOKOLETZ, 2012, p.xiii)

Figura 10 – Lendvai p 52 célula z em mikrokosmos



Fonte: (LENDVAI, 1971, p.52)

### 2.3.1 Ciclos Intervalares

O conceito de ciclo intervalar, a partir da definição de Antokoletz (1984, p.68) e conforme revisada por (SUSANNI; ANTOKOLETZ, 2012, p.22) parte de uma identificação de ciclos de transposições possíveis de um determinado intervalo e sua inversão, dividindo a oitava em partes iguais.

A tabela da Figura abaixo facilita a visualização das transposições e de cada ciclo completo, mas podemos resumir da seguinte maneira:

- O intervalo de semitom divide a oitava em um único ciclo cromático;
- O intervalo de tons inteiros produz duas transposições de seis notas;
- O intervalo de terças menores produz três transposições de quatro notas;
- O intervalo de terças maiores produz quatro transposições de três notas;
- O intervalo de trítone produz seis transposições de duas notas;

Figura 11 – Ciclos Intervalares observado por Antokoletz (1984) - na vertical temos as sequencias (de baixo para cima as distâncias mais curtas e de baixo pra cima suas inversões mais longas). Na horizontal temos em cada coluna da tabela os grupos de transposições possíveis:

0/12	1/11	2/10	3/9	4/8	5/7	6/6
C	C				C	
C	B				E#	
C	Bb				A#	
C	A				D#	
C	G#				G#	
C	G				C#	
C	F#	C C#			F#	
C	F	A# B			B	
C	E	G# A	C C# D		E	
C	Eb	F# G	A Bb B	C C# D Eb	A	
C	D	E F	F# G G#	G# A A# B	D	C C# D Eb E F
C	C#	D D#	Eb E F	E F F# G	G	F# G G# A A# C#
C	C	C C#	C C# D	C C# D Eb	C	C C# D Eb E F

Fonte: (SUSANNI; ANTOKOLETZ, 2012)

## 2.4 Simetria Inversiva

Antokoletz (1984, p.72-77) define a ideia de simetria imersiva como uma estratégia composicional onde uma nota ou duas notas separadas apenas por um semitom de distância servem de eixo na definição de díades que serão intervalos simétricos a este eixo.

“Any symmetrical tetrachord can be analyzed into **dyads that have the same sum**. These sum dyads will form part of a series of symmetrically related dyads generated by aligning two inversionally complementary semitonal cycles. The axis of symmetry is expressed by the sum of the two pitch class numbers in any dyad.” (ANTOKOLETZ, 1984, p.72)

O que Antokoletz chama de "**díades de mesma soma**" é na verdade seu método para definir os pontos de simetria para uma díade qualquer. Toda díade terá dois eixos possíveis de simetria - um eixo que tem como ponto central **a metade da soma das duas classes da díade** e outro igual **a este número mais seu trítono (ou seja: mais 6 semitons)**.

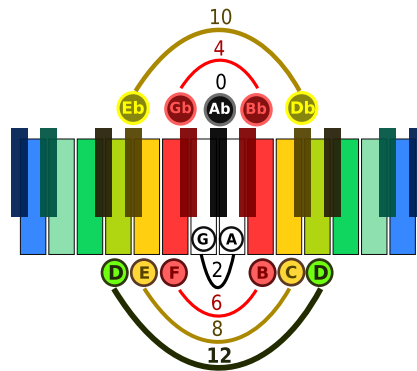
Por exemplo: tomando a díade **E ↔ C** pegamos seus números de classe de altura [4, 0] e somamos, obtendo o valor 4 que dividido por 2 nos fornece **o valor 2, equivalente a nota D**. O segundo eixo seria o seu trítono, ou seja,  $2 + 6 = 8$ , **que é equivalente a nota Ab/G#**.

Antokoletz (1984, p.72-74) define como "díades de soma par" estes eixos onde os intervalos estarão em uma relação intervalar par com o eixo.

Uma boa indução para enxergar intuitivamente esta simetria é pegando alguns exemplos de eixo onde esta simetria fica visível no layout do piano.<sup>6</sup>

No piano um eixo onde esta simetria de soma par fica visualmente explícita é o eixo em torno da altura **Ab/G#** (Figura abaixo).

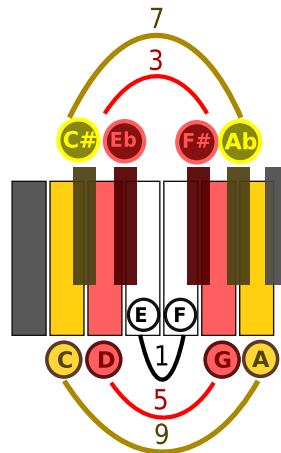
Figura 12 – Simetria inversiva par



Fonte: autor

De maneira similar podemos ver no piano dois eixos onde a simetria de soma ímpar fica visualmente explícita: o eixo em torno das alturas **E ↔ F** e o eixo em torno das alturas **B ↔ C** (Figura abaixo).

Figura 13 – Simetria inversiva ímpar



Fonte: autor

<sup>6</sup> No entanto, é bom lembrar que o conceito de eixo de simetria **não é dependente da simetria visual do piano**, podendo ser transposto para cada uma das doze notas.

Se quisermos saber pelo método de [Antokoletz \(1984, p.73\)](#) qual o eixo de simetria para a díade **C** ↔ **A** pegamos seus números de classe de altura [0, 9] somamos e dividimos por 2, obtendo o valor "**quatro e meio**". Aqui percebemos portanto que a soma ímpar precisa ser arredondada e para isso usa-se os dois semitons vizinhos, **as alturas 4 e 5, ou seja E e F**. O outro eixo possível seria o par 4 e 5 **adicionados de seus trítonos: 10 e 11, ou seja, Bb e B**.

### 2.4.1 Eixo de Simetrias como estratégia motivica

Edward [Pearsall \(2004\)](#) observa que na peça Mikrosmos 109 ("From the Island of Bali", já no motivo inicial, que serve de "célula germinativa" para outras transformações na peça; a construção simétrica esta presente tanto na construção do eixo [1,5,1] (Figura 15) quanto na construção uma escala completa de oito tons, que seria cortada ao meio por um intervalo ausente de C# (Figura 16).

Figura 14 – Exposição das primeiras citações do intervalo 151 e sua dissolução por rotações e inserção de novos intervalos. Código do script gerador no apêndice.

**mikro109.xml**

0 1\_ 5\_ 1\_ 1 2 4      0 1\_ 5\_ 1\_      0 1 5 1 1\_

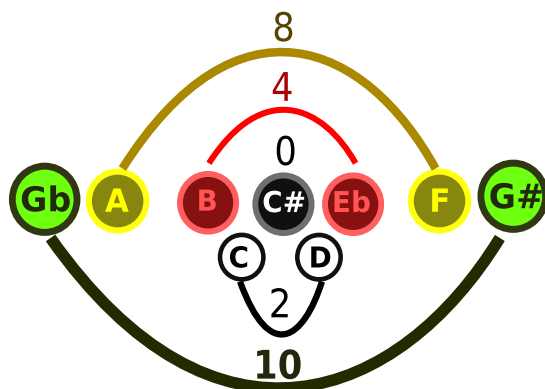
E-D A G# A B E -      - E-D A G#      G# A D E - D

Fonte: autor

(...)The first of these motives outlines a descent with the interval succession 1 / 5/1. This motive - which itself represents a symmetrical structure in pitch space - forms the basis for a series of motivic transformations that propel the piece forward. (...)the motive turns upside down, increasing the range of the composition and adding several new pitches. Taken together, the two pitch collections(...) form a one-octave octatonic scale. This symmetrical scale (...) projects a 1/2 interval series above and below C#, the axis of inversion.(...) ([PEARSALL, 2004](#))

Richard [Cohn \(1988\)](#) problematiza esta questão do arbítrio sobre como estas transformações motivicas dos eixos de simetria poderiam tornar-se uma estratégia de escolha para as relações intervalares na obra de Bartók e para isso trabalha um conceito que chama "combinação transposicional".

Figura 15 – Eixo de simetrias em torno de C# - estão presentes todas as díades do motivo inicial de Mikrokosmos 109 exceto a díade do trítano E-Bb e a nota C#

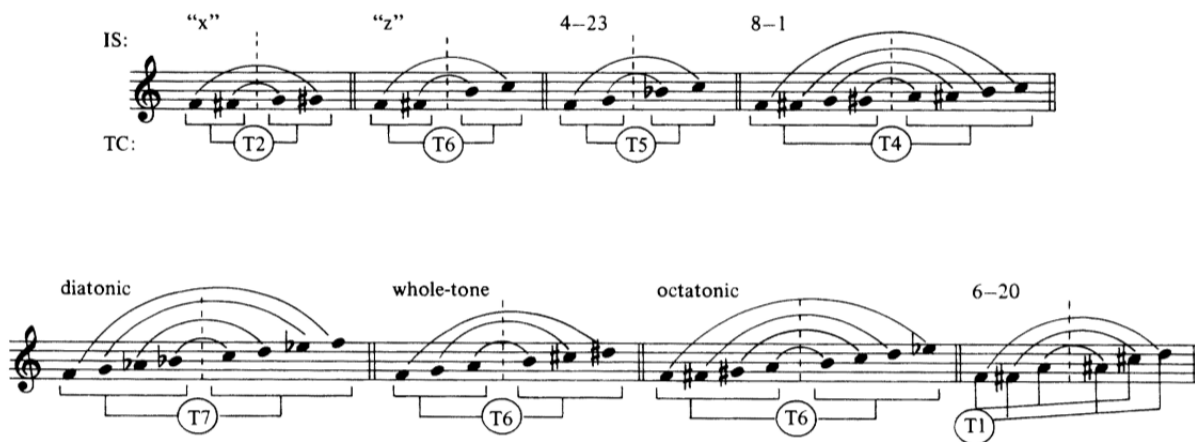


Fonte: autor

O argumento de Cohn é de que além da questão simétrica há uma prioridade decisória para encontrar situações onde o espelhamento dos segmentos também possui uma relação transpositiva que interesse ao plano de sonoridades da peça.

Cohn (1988, p.25) aponta alguns conjuntos importantes na obra de Bartók (Figura 16) onde esta questão está presente. Retomaremos esta abordagem mais adiante utilizando como exemplo a análise da importância da classificação e segmentação das coleções octatônicas presentes nesta peça Mikrokosmos 109.(COHN, 1991)

Figura 16 – Apontamentos de Cohn - Combinação Transpositiva



Fonte: (COHN, 1988)



### 2.4.2 Centricidade por Equilíbrio Inversivo

[Straus \(2004\)](#) cita o exemplo

Às vezes a idéia do equilíbrio inversivo em torno de um eixo pode afetar mais do que apenas um único conjunto de classe de notas ou grupo de conjuntos. Ela pode expandir-se para abranger todas as doze classes de notas. Nesse caso, cada classe de notas mapeia-se em outra (ou nela mesma) em torno de algum eixo. A Bagatela, Op. 6, No 2, de Bartók, começa com notas Láb e Sib repetidas na mão direita (ver o Exemplo 4-14).

Uma melodia começa no compasso 3 em Sin, um semitom acima da figura repetida, e então continua com Sol, um semitom abaixo da figura repetida. Depois vem Dó e Solb (dois semitons acima e abaixo), Réb e Fá (três semitons acima e abaixo), Ré e Fáb (quatro semitons acima e abaixo), e finalmente Mib, uma classe de notas que está cinco semitons tanto acima quanto abaixo. A única classe de notas que não foi ouvida é Lá, que está justamente no meio da figura repetida, um tipo de centro silencioso em torno do qual tudo se equilibra (ver a Figura 4-8). ([STRAUS, 2004](#), p.121)

### 2.4.3 Simetria Literal

George Perle, apesar de também ter sido um entusiasta dos apontamentos motivicos em Bartók, alerta para o problema da definição de uma forma de macroestrutura não ser suficientemente determinada por estes achados de estratégias internas de construções simétricas:

Impressive as these procedures are, it must be observed that Bartók's symmetrical formations are only an incidental aspect of his total compositional means. Even in those few works where they perform a significant structural role they do not ultimately define the context, which is determined instead by a curious amalgam of various elements.. Can symmetrical formations generate a total musical structure, as triadic relations have done traditionally? The implications of Bartók's work in this, as in other aspects, remain problematical.

Como proposta para entender coerências macroestruturais para as simetrias na música de Bartók, Joseph [Bernard \(1986\)](#) propõe a observação do que chama "*simetria literal*" destacando a estratégia composicional por uma conjunção de simetrias intervalares que podem espalhar-se por todo âmbito de oitavas usado numa composição.

Funciona como um agregado sonoro que cria uma expectativa de equidistância de uma nota central em um grupo de intervalos - seja uma sequência de notas em forma melódica ou um cluster vertical.

Por exemplo: Db3, C4, B4 possuem entre si as distancias [-11 ,0 ,11 ] se considerarmos o C4 como um centro, mas se usarmos o mesmo agrupamento dentro de uma única oitava Db4-C4-B4 teremos as distâncias [ -1, 0, 11] onde apesar de podermos considerar os

intervalos [1,11] inversivamente equivalentes por inversão<sup>7</sup> não teremos esta sonoridade de equidistância dentro de um eixo de 22 semitons, que funcionaria como um eixo estratégico na composição dos jogos simétricos de uma peça que use a simetria literal.

Bernard localiza no ensaio "Problems of New Music" do próprio Bartók com o nome de "*simetria em espelho*".

figuras da (BERNARD, 1986, p. 187)

Bernard (1986, p. 189) localiza um exemplo aplicado no Concerto n.2 para piano e Orquestra de Bartók uma estrutura de construção de simetrias por alternância de tons e semitons ao longo de um registro que vai de F4 descendo a C0 nos 5 primeiros compassos e de C5 a Eb0 nos compassos de 6 a 8.

A peça Mikrokosmos n.141 já sugere o procedimento no próprio título "Sujeito e Reflexão".

The piece consists of a series of short sections, each of which is symmetrical about a single pitch or a pair of pitches one or more octaves apart. (BERNARD, 1986, p. 187)

Closely related to parallel and mirror symmetry respectively are replication and inversion. The only difference is that replication and inversion are better suited to describing order of events, in which a given configuration may be said to give rise to another. (BERNARD, 1986, p. 190)

simetria por eixo em sonata para 2 pianos (BERNARD, 1986, p. 195-198)

"simetria inversiva combinação transposicional" (COHN, 1988)

One senses in Bartók's total output an all-encompassing system of pitch-relations. The present study is intended to demonstrate that Bartók's music is indeed based on such a system.... Pitch relations in Bartók's music are primarily based on the principle of equal subdivisions of the octave into the total complex of interval cycles. The fundamental concept underlying system is that of symmetry.

Bartók clearly favored the fifteen inversionally symmetric tetrachord-classes, in particular those thirteen which are capable of being realized as symmetric four note pitch-sets. (The two exceptions are 4-6 [0127] and 4-24 [0248].) The thirteen include 4-1 [0123], 4-21 [0246], and 4-9 [0167], which figure prominently in the writings of Perle and Antokoletz, where they are called X, Y, and Z cells; 4-17 [0347], Lendvai's "gamma" chord; 11 and 4-3 [0134] and 4-10 [0235], the half-octatonic tetrachords discussed by Berry.

<sup>7</sup> Com base nas "teorias de grupos das classes de altura".

## 2.5 Coleções referenciais ordenadas por conjuntos de classes de altura

O uso sistemático de uma teoria unificada para a classificação de classes de altura em conjuntos relacionados por transposição, inversão, complemento, simetria e outras possíveis observações de propriedades específicas de agrupamentos intervalares tem a sua disposição a construção de alguns consensos que giram sobretudo em torno de uma área da musicologia de origem norte-americana<sup>8</sup> que tem se estruturado desde fortalecimento acadêmico do serialismo na segunda metade do século XX. Geralmente é referida como "*Pitch Class Set Theory*", e normalmente traduzida para português pelo termo "*Teoria dos Conjuntos de Classes de Altura*" (STRAUS, 2004).

Foi, obviamente, Allen Forte quem foi o pioneiro das análises com a taxonomia dos **conjuntos de classes de alturas** aplicadas em conceitos da matemática, primeiro surgindo em tipos de Milton Babbitt (a teoria conceitual), e em seguida com a inclusão e abstração de relações (como as relações de similaridade) construídas para uso analítico. A "**teoria de conjuntos**" de Forte (...) tem tido suas próprias ramificações e influência. Em particular, as próprias análises de Forte de peças individuais tem levado muitos outros a fazerem de maneira parecida, e a ideia inicial de Forte das relações de similaridade (diferentes das relações de equivalência) sobre os grupos de classes de alturas tem visto florescer uma indústria teórica em torno disto, depois que os artigos seminais de Morris, Rahn, Lewin apareceram em 1980. (RAHN, 2004, p. 130)<sup>9</sup>

Para uma introdução resumida da terminologia da T.C.C.A. sugerimos a consulta do Apêndice do presente trabalho e dos patches de OpenMusic disponibilizados para sua demonstração. Para uma introdução mais aprofundada que serviu como referência aqui sugerimos a tradução brasileira do livro de Straus (2004) e os trabalhos originais de Forte (1973) e Rahn (1980).

Observamos a seguir um exemplo de análise de inspiração na T.C.C.A. que utiliza como base discussões sobre a coleção referencial octatônica - grupos de oito intervalos separados entre duas oitavas por uma sequência não-diatônica que intercala tom e semitom, gerando propriedades curiosas e de bastante uso na música de Bartók e no repertório pós-tonal em geral.

<sup>8</sup> Sobre a influência da "*Teoria dos Conjuntos de Classes de Altura*" norte-americana na musicologia européia ver Andreatta, Rahn e Bardez (2013).

<sup>9</sup> It was, of course, Allen Forte who in the USA pioneered the analytical with a taxonomy of pc-set application of concepts from mathematics, first arose also in serial Babbittian types (the concept theory), and following as some inclusion and with relations abstract up (such similarity relations) meant for analytical use. Forte's "set theory" (...) has had its own ramifications and influence. In particular, Forte's own analyses of individual pieces of music have led many others to do likewise, and Forte's initial idea of similarity relations (as distinct from equivalence relations) among pitch-class sets has seen a flourishing theoretical industry grow around it, after seminal articles by Morris, Rahn, and Lewin appeared in 1980. (RAHN, 2004, p. 130, grifo nossos)

### 2.5.1 Octatonismo e suas partições

Richard Cohn (1991) propõe em seu artigo "*Bartók's octatonic strategies: a motivic approach*" uma abordagem que utiliza a nomenclatura dos conjuntos de classes de altura propostas por Allen Forte (1973) na tentativa de construir um discurso sobre as coleções de sonoridades em Bartók que articule com uma continuidade das tradições analíticas.

Considera importante sistematizar aspectos transpositivos, inversivos e relações intervalares com lastro na harmonia funcional. Para isso traça uma estratégia que parte do mapeamento de permutações da coleção octatônica separando desta também derivações de díades e tétrades pelo que chama de "grau de fertilidade" (COHN, 1991, p.268) - a capacidade do segmento em relacionar-se por transposição com outros grupos de mesma cardinalidade (mesmo número de elementos).

Ao separar os grupos em pares relacionados por transposição, Cohn almeja encontrar um sistema de classificação de intervalos também por sua funcionalidade em parte da expectativa politonal que também rege estas obras:

Pairs of notes are classified either by interval-class or by dyad-class in this study. The two classifications are identical, so their distinction is a matter of orientation. As with interval-classes, names of dyad-classes correspond to the smallest interval, measured in half-steps, available between their constituent pitch-classes. Thus dyad-class I includes pairs of pitches separated by half-step, major seventh, and their enharmonic equivalents and compounds; dyad-class 2 includes whole-steps, minor sevenths, and their enharmonic equivalents and compounds, and so forth up to dyad-class 6, the tritone. Although theorists use interval-class more frequently, the concept of dyad-class allows for a more natural comparison to larger sets. (COHN, 1991, p.265-266)

## 2.6 Modalismo e estratégias rotacionais

A construção de estratégias composicionais que destacam identidades de escalas modais é traço fundamental para entendimento de repertórios que buscavam hibridizar melodias populares com arranjos e harmonizações da música artística ocidental nas primeiras décadas do século XX.

Apesar da música de Bartók ser frequentemente associada a um apelo folclorista, devido a suas pesquisas na música camponesa do leste europeu que sempre influenciaram seu trabalho, é importante destacar que Bartók sempre o fez aproximando as melodias de uma linguagem moderna e proto-serialista, ainda mais depois de exilado nos Estados Unidos e obviamente tocado pela catástrofe que derivou dos nacionalismos que racharam a Europa nas duas guerra mundiais que presenciou.<sup>10</sup>

<sup>10</sup> Um exemplo simples e curioso é a modificação sarcástica do tema do Hino Austríaco demonstrada por Suchoff (1971, p.2934).

Danielle Fosler-Lussier (2007) aponta ainda de maneira interessante em seu livro *"Music divided: Bartók's legacy in cold war culture"* algumas evidências de que por fatores como a morte de Bartók logo após a segunda guerra mundial (1945) e a singularidade de representar a figura de um exilado que trabalhou no limite entre a linguagem de pesquisa da tradição de sua terra natal e invenção contemporânea universal, Bartók influenciou tanto músicos de vanguarda do serialismo quanto revisionistas da música artística inspirada em motivos populares.

É essencial portanto, apontar aqui algumas maneiras pelas quais motivos de característica mais folclórica foram usados em sua linguagem de maneira a criarem texturas que assimilam transformações pós-tonais criando sonoridades polimodais, cromáticas e de um serialismo de forte apelo motivico.

### 2.6.1 Rotação Pentatônica

Susanni e Antokoletz (2012) demonstram de maneira bastante pedagógica algumas técnicas de rotação intervalar, transposição, união e mistura de coleções modais por inserção de notas pivô e a transformação orgânica de motivos modais ou pentatônicos em novas sonoridades híbridas não-diatônicas, cíclicas e de uma ambiguidade maior-menor, presente nesta linguagem.

Da mesma maneira que tradicionalmente pensamos a rotação da coleção diatônica nas notas brancas do piano para memorizarmos os modos gregos, como por exemplo chamar as melodias iniciadas em Ré de "Modo Dórico" e dela poder entender sua série intervalar fixa de "0,2,3,5,7,9,10,12..." que pode ser transposto; podemos também aplicar a ideia de rotação nas "notas pretas do piano" e considerar algumas propriedades das sequências de intervalos gerados para a sequência intervalar "0,2,5,7,9,12...".

Susanni e Antokoletz (2012, p.83) trabalham esta ideia comum no repertório pós-tonal de fazer a rotação da pentatônica criando uma estratégia para gerar ambiguidade em relação aos modos gregos, já que as pentatônicas não possuem os semitons que as caracterizam. Podemos então jogar com as notas faltantes como pivôs de uma transformação entre diferentes modos ou de uma simultaneidade que Bartók chamou "polimodalismo cromático" e que falaremos mais adiante.

Se considerarmos a normalização da sequência tradicional das notas pretas como a transposição para os intervalos a partir de Dó (  $C \rightarrow D \rightarrow F \rightarrow G \rightarrow A \rightarrow C$  ), teremos a sequência de intervalos de semitom (  $C \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow C$  ). Iniciando a partir de Ré (chamemos aqui de "**rotação 2**") teremos a rotação e intervalos (  $D \rightarrow F \rightarrow G \rightarrow A \rightarrow C \rightarrow D$  ) equivalente a (  $D \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow D$  ) e assim por diante.<sup>11</sup>

<sup>11</sup> Interessante notar aqui que a pentatônica a partir de Sol gera uma sequência de intervalos que pode

Pensemos também que a partir desta configuração de intervalos podemos normalizar todas as sequencias em uma mesma nota raiz de transposição. Por exemplo, a sequencia intervalar "**a partir de Ré**", demonstrada no parágrafo anterior como a "**rotação 2**" se transposta para ter **a nota Dó como raiz** ficaria com a configuração:  $C \rightarrow Eb \rightarrow F \rightarrow G \rightarrow Bb \rightarrow C$ .

É a partir disso que [Susanni e Antokoletz \(2012, p.84\)](#) demonstram que estas rotações da pentatônica e suas transposições servem como uma maneira de construir transformações entre diferentes modos usando como pivô uma ou mais rotações ou transposições de um motivo pentatônico.

Por exemplo, uma estratégia de ambiguidade entre modo Lídio e Mixolídio:

Pentatônica:	$C - D \rightarrow [??] - E - G - A \rightarrow [??] - (...)$
*****Lídio:	$C - D \rightarrow [F\#] - E - G - A \rightarrow [B] - (...)$
**Mixolídio:	$C - D \rightarrow [F] - E - G - A \rightarrow [Bb] - (...)$

A inserção de jogos de tensão com a célula [ B - F# - F - Bb ], mostra-se portanto uma estratégia possível para as transições deste polimodo.

## 2.7 Harmonização dos Modos Folclóricos

A harmonização bartokiana em muitos casos é desamarrada das cadências tonais pela intenção de destacar a sensação modal ou pentatônica das melodias. Esta foi também uma estratégia para criar harmonizações onde as tríades maior e menor são usadas de modo ambíguo, simultâneo e que facilitam o uso do total cromático. Também ao evitar a sensível surge a preferência do uso de intervalo de sétima menor como uma sonoridade sem expectativa de resolução de tonalidade que torna na música de Bartók este intervalo um traço "tão importante quanto as observação das terças e quintas na harmonia funcional tonal"([ANTOKOLETZ, 1984](#), p. 28).

Nas palavras do próprio Bartok:

"Quanto mais simples a melodia mais complexa e estranha pode ser a harmonização e acompanhamento que vai bem com esta(...) Estas melodias primitivas, de alguma maneira, não mostram traço de junção estereotipada das tríades(...) Isto nos permite trazer a melodia mais claramente ao construir harmonias de espectro mais amplo variando ao longo de diferentes polarizações"([BARTÓK; SUCHOFF, 1993](#), p. 342)

Bartók concluded: each tone is used as an independent degree. Therefore these scales ought to be regarded as a segment-a kind of pentachord-of a twelve-hemitone [sic]

---

ser particionada simetricamente. Veremos na Sessão mais adiante estratégias de uso das simetrias.

scale; but, of course, with a fixed tonality because of their ever recurring, never changing final note.<sup>10</sup>

In the third 'Harvard Lecture', on 'Chromaticism', presented in February 1943, Bartók talked at length about these structural chromatic melodies from Algeria and Dalmatia, relating his comments to the 'new chromatic' melodies in his compositions:

As to the general characteristics, exactly the same can be said about my melodies as what I said already concerning the chromatic folk melodies. That is, the single tones of these melodies are independent tones having no interrelation between each other. There is in each specimen, however, a decidedly fixed fundamental tone to which the other tones resolve in the end. The main difference between the chromatic folk melodies and my own chromatic melodies is to be found in their range. They consist exclusively of five, six, or at most seven half-tones, which corresponds to a range of about a fourth. My own melodies generally have at least eight half-tones and cover, in some cases, the distance of an octave or more. <sup>1</sup> (GILLIES, 1983, p.6)

acordes usados de maneira “livre” para harmonizar notas melódicas que não pertencem a estes

na bagatela numero 4 o tecido harmônico é determinado basicamente por um sistema de ambiguidade maior-menor

evitando o leading-tone (sensível) – exemplo D menor (eólio) . Evita acorde de sétima maior. A tríade construída sobre o quinto grau não faz o mesmo papel que na musica tonal tradicional.

A função do acorde de sétima menor faz o papel modal , evitando a ideia de resolução eminente de uma tonalidade maior ou menor.

O acorde de sétima menor possui uma propriedade de simetria interna dos intervalos. Metade do acorde espelha outra metade. Este equilíbrio contribui para uma sensação de imobilidade aparente. Neutralidade Cinética.

Um exemplo citado no livro de Suchoff (2004) dedicado exclusivamente aos mikrokosmos é da primeira canção folk tratada na coleção.

A Melodia pentatônica é também uma estratégia para introduzir uma célula de uma coleção octatônica.

Aplicamos aqui os algoritmos de análise de harmonia funcional da biblioteca music21.

### 2.7.1 Limites e ideias a partir de análise tonal funcional

comparação recente com algoritmo de key probing (COOPER, 1998)

usar análise comentário mikro 100 e 101 do paper 25bartokshenker limits ([BROWN; DEMPSTER; HEADLAM, 1997](#), p.179)

mikro101 ([STRAUS, 2004](#), p.113)

### 2.7.2 Acompanhamento e textura

([STARR, 1985](#))



## Parte II

### Formalizações Computacionais



## 2.8 Analise de Corpus

### 2.8.1 Formatos de entrada

## 2.9 Music21

É uma biblioteca projetada para trabalhar com manipulação e análise de *corpus* de arquivos partituráveis<sup>12</sup>. Prepara a conversão entre diversos arquivos de dados musicais (MIDIs, humdrum, lilypond, abc)<sup>13</sup>, mas nativamente trabalha com uma estrutura de dados baseada em Music XML.

Music21 tem uma abordagem voltada para uma "musicologia assistida por computador" e já tem incorporada em suas classes algumas ferramentas comuns a esta prática como: numeração de grau funcional de acorde<sup>14</sup>, numeração de classes de altura usando a classificação de Allen Forte<sup>15</sup> e a implementação dos algoritmos de detecção de tonalidade<sup>16</sup> elaborado por Krumhansl (1990) e aperfeiçoado por Temperley (2001), descritos nesta pesquisa.<sup>17</sup>

---

<sup>12</sup> <<http://web.mit.edu/music21/doc/moduleReference/moduleCorpus.html>> Acesso em 10 de julho de 2014.

<sup>13</sup> <<http://web.mit.edu/music21/doc/moduleReference/moduleConverter.html>> Acesso em 10 de julho de 2014.

<sup>14</sup> <<http://web.mit.edu/music21/doc/moduleReference/moduleRoman.html>> Acesso em 10 de julho de 2014.

<sup>15</sup> <<http://web.mit.edu/music21/doc/moduleReference/moduleChord.html?#music21.chord.Chord.forteClassNumber>> Acesso em 10 de julho de 2014.

<sup>16</sup> <<http://web.mit.edu/music21/doc/moduleReference/moduleAnalysisDiscrete.html>> Acesso em 10 de julho de 2014.

<sup>17</sup> ??

### 2.9.1 Stream

### 2.9.2 Notas, Acordes e nomenclaturas

### 2.9.3 Prolongamentos e inferência de tonalidade

### 2.9.4 Key Profiles

### 2.9.5 Escalas e Modalismo

### 2.9.6 Contorno melodico

### 2.9.7 Metrica composta

### 2.9.8 Acento Melodico

### 2.9.9 Busca e extração de padroes

Com music21 a possibilidade de tornar a segmentação independente do gesto gráfico

## 2.10 OpenMusic

as vantagens de segmentação via mouse. LZ , Interface de análise e SOAL como exemplos de possível automação do procedimento usando LISP ou servidores externos.

### 2.10.1 Visualização das classes de altura

### 2.10.2 Manipulação de Conjuntos e suas nomenclaturas

### 2.10.3 Crivos como estratégia para de ciclos intervalares

### 2.10.4 Segmentação Monitorada

## 2.11 Especialidade da automação versus especialidade do analista

problema ou utopia da "análise cega"

## 3 Composição Assistida por Computador

3.1 Cliches generativos partitुरaveis

3.2 Formatos de saída

3.3 Tecnicas em Music21

3.4 Experimentos em outras linguagens de CAC

3.4.1 Tecnicas em OpenMusic

3.4.2 Problematizações em PureData

3.5 Probabilidade e Combinatória



## Parte III

### Experimentos Generativos





## 4 CosmoBagatellas



## 5 Lastros e Rumos



## Referências

- ANDREATTA, M.; RAHN, J.; BARDEZ, J. M. *Around set theory*. [S.l.]: Delatour France, 2013. ISBN 2752100523. Citado na página 41.
- ANTOKOLETZ, E. *The music of Béla Bartók: a study of tonality and progression in twentieth-century music*. [S.l.]: Univ of California Press, 1984. Citado 9 vezes nas páginas 7, 24, 31, 32, 34, 35, 36, 37 e 44.
- BARTÓK, B.; SUCHOFF, B. *Béla Bartók Essays*. [S.l.]: Univ of Nebraska Pr, 1993. Citado 2 vezes nas páginas 24 e 44.
- BERNARD, J. W. Space and symmetry in bartók. *Journal of Music Theory*, JSTOR, p. 185–201, 1986. Citado 2 vezes nas páginas 39 e 40.
- BROWN, M.; DEMPSTER, D.; HEADLAM, D. The # iv (bv) hypothesis: Testing the limits of schenker's theory of tonality. *Music Theory Spectrum*, Oxford University Press, v. 19, n. 2, p. 155–183, 1997. Citado na página 45.
- COHN, R. Inversional symmetry and transpositional combination in bartók. *Music Theory Spectrum*, JSTOR, p. 19–42, 1988. Citado 3 vezes nas páginas 37, 38 e 40.
- COHN, R. Bartók's octatonic strategies: A motivic approach. *Journal of the American musicological society*, JSTOR, p. 262–300, 1991. Citado 3 vezes nas páginas 33, 38 e 42.
- COOPER, D. The unfolding of tonality in the music of béla bartók. *Music Analysis*, JSTOR, p. 21–38, 1998. Citado na página 45.
- FORTE, A. *The structure of atonal music*. [S.l.]: Yale University Press, 1973. Citado 6 vezes nas páginas 5, 33, 41, 42, 68 e 70.
- FOSLER-LUSSIER, D. *Music divided: Bartók's legacy in cold war culture*. [S.l.]: Univ of California Press, 2007. Citado na página 43.
- GILLIES, M. Bartók's notation: Tonality and modality. *Tempo (New Series)*, Cambridge Univ Press, v. 3, n. 145, p. 4–9, 1983. Citado na página 45.
- GILLIES, M. Bartók analysis and authenticity. *Studia Musicologica*, JSTOR, p. 319–327, 1995. Citado na página 23.
- HURON, D. B. *Sweet anticipation: Music and the psychology of expectation*. [S.l.]: MIT press, 2006. Citado na página 21.
- KRUMHANS, L. *Cognitive foundations of musical pitch*. [S.l.]: Oxford University Press New York, 1990. Citado na página 49.
- LENDVAI, E. *Béla Bartók: an analysis of his music*. [S.l.]: Kahn & Averill London, 1971. Citado 7 vezes nas páginas 24, 25, 26, 28, 29, 30 e 34.
- LERDAHL, F. Tonal pitch space. *Music Perception: An Interdisciplinary Journal*, University of California Press, v. 5, n. 3, p. pp. 315–349, 1988. ISSN 07307829. Disponível em: <<http://www.jstor.org/stable/40285402>>. Citado na página 9.

- LERDAHL, F. Atonal prolongational structure. *Contemporary Music Review*, Taylor & Francis, v. 4, n. 1, p. 65–87, 1989. Citado na página 65.
- LERDAHL, F. Genesis and architecture of the gttm project. JSTOR, 2009. Citado na página 5.
- LERDAHL, F.; JACKENDOFF, R. S. *A generative theory of tonal music*. [S.l.]: MIT press, 1983. Citado 3 vezes nas páginas 5, 9 e 21.
- PEARSALL, E. Symmetry and goal-directed motion in music by béla bartók and george crumb. *Tempo*, Cambridge Univ Press, v. 58, n. 228, p. 32–40, 2004. Citado na página 37.
- PERLE, G. Symmetrical formations in the string quartets of bela bartok. *Music Review*, v. 16, n. 4, p. 311, 1955. Citado na página 32.
- PERLE, G. *Serial Composition and Atonality: An Introduction to the Music of Schoenberg, Berg, and Webern*. University of California Press, 1981. ISBN 9780520074309. Disponível em: <<http://books.google.com.br/books?id=4C8RjEaBRf4C>>. Citado na página 32.
- PERLE, G. Pitch-class set analysis: An evaluation. *Journal of Musicology*, JSTOR, p. 151–172, 1990. Citado na página 69.
- RAHN, J. *Basic atonal theory*. [S.l.]: Longman New York, 1980. Citado na página 41.
- RAHN, J. The swerve and the flow: Music's relationship to mathematics. *Perspectives of New Music*, Perspectives of New Music, v. 42, n. 1, p. pp. 130–148, 2004. ISSN 00316016. Disponível em: <<http://www.jstor.org/stable/25164542>>. Citado na página 41.
- ROADS, C. Grammars as representations for music. *Computer Music Journal*, JSTOR, p. 48–55, 1979. Citado na página 21.
- STARR, L. Melody-accompaniment textures in the music of bartók, as seen in his mikrokosmos. *Journal of Musicology*, JSTOR, p. 91–104, 1985. Citado na página 46.
- STRAUS, J. N. The problem of prolongation in post-tonal music. *Journal of Music Theory*, JSTOR, p. 1–21, 1987. Citado na página 65.
- STRAUS, J. N. *Introduction to Post-Tonal Theory (3rd Edition)*. [S.l.]: Pearson, 2004. Citado 9 vezes nas páginas 5, 27, 28, 39, 41, 46, 65, 68 e 70.
- SUCHOFF, B. *Guide to Bartók's Mikrokosmos*. [S.l.]: Boosey and Hawkes, 1971. Citado na página 42.
- SUCHOFF, B. *Bartók's Mikrokosmos: Genesis, Pedagogy, and Style*. [S.l.]: Scarecrow Press, 2004. Citado 2 vezes nas páginas 30 e 45.
- SUSANNI, P.; ANTOKOLETZ, E. *Music and Twentieth-century Tonality: Harmonic Progression Based on Modality and the Interval Cycles*. [S.l.]: Routledge, 2012. Citado 7 vezes nas páginas 28, 32, 33, 34, 35, 43 e 44.
- TEMPERLEY, D. *The cognition of basic musical structures*. [S.l.]: MIT press, 2001. Citado 4 vezes nas páginas 5, 9, 21 e 49.
- TREITLER, L. Harmonic procedure in the "fourth quartet" of bela bartók. *Journal of Music Theory*, JSTOR, p. 292–298, 1959. Citado na página 32.

---

TYMOCZKO, D. *A geometry of music: harmony and counterpoint in the extended common practice*. [S.l.]: Oxford University Press, 2011. Citado na página [31](#).





## Apêndices



## APÊNDICE A – Fórmulas de agrupamento e transformação dos intervalos

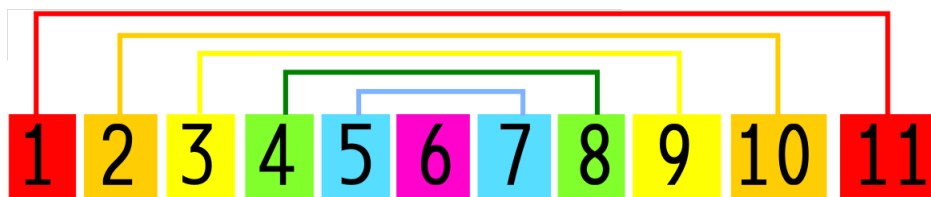
A teoria de grupos de classes de altura utiliza como base de suas formulações a relação entre os 12 semitons da escala cromática de forma modular: considerando alturas de mesma oitava como sujeitas mesmas propriedades intervalares, podendo argumentar relações independentes de registro. Exemplo: O Dó grave representado no protocolo MIDI pelo valor 24 tem uma relação de equivalência com o Dó agudo de valor 72. A fórmula é simples: ambos quando divididos por 12 apresentam resto 0. A nota Ré, por exemplo, sempre apresentaria o resto 2, e assim por diante. Dizemos por tanto que pertencem a uma mesma classe de altura.

Diferente de quando argumentada uma enarmonia funcional<sup>1</sup> (como por exemplo  $D\# \rightarrow E_b$ ) a teoria de grupos e classes de altura não toma como princípio ideias do tipo "terça maior ou menor", "nota sensível" ou "nota de passagem" pois vai partir de uma relação direta entre os aglomerados sonoros, buscando similaridades e equivalências sem estar tão presa as formas de prolongamento normatizadas pelo tonalismo clássico. (LERDAHL, 1989; STRAUS, 1987)

Os intervalos são, sobretudo, distâncias. Nas teorias de classes de alturas essas distâncias podem estar categorizadas como intervalos ordenados - usando número negativos para os intervalos descendentes, ou não-ordenados - considerando intervalos equivalentes independentes de suas direções. (STRAUS, 2004, p. 6)

Isso cria imediatamente uma relação interessante de parentesco entre pares em todos intervalos da escala cromática - exceto para o trítono, intervalo de sexta ordem que esta equidistante de 0 e 12 e portanto não possui uma inversão propriamente dita, mas sim tem o papel de cortar ao meio este espelhamento.

Figura 17 – Equivalência de intervalos por inversão



Fonte: autor

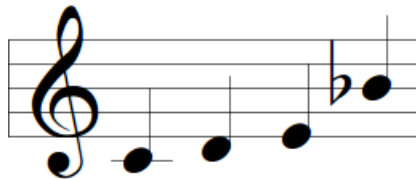
<sup>1</sup> ver ??

## A.1 Vetor intervalar

A operação obtenção do vetor intervalar é a primeira das reduções sugeridas para propor uma similaridade entre agrupamentos que seja neutra quanto a inversões e oitavas.

Tomemos um exemplo de uma sequência C-D-E-Bb.

Figura 18 – [0,2,4,10]



Fonte: autor

Este trecho pode ser reduzido a sequência de alturas [0,2,4,10]

Organizamos seus intervalos fazendo todas as combinações possíveis entre essas distâncias:

$$inversões = \begin{cases} 2 - 0 = 2 \\ 4 - 0 = 4 \\ 10 - 0 = 10 \\ 4 - 2 = 2 \\ 10 - 2 = 8 \\ 10 - 4 = 6 \end{cases}$$

O vetor de intervalos pode ser reduzido então a uma contagem que coloca no mesmo grupo os intervalos que são inversões dos primeiros cinco intervalos possíveis, já que seus pares após o trítone não são considerados espelhamentos. No exemplo acima temos 10 que é a inversão de 2 e 8 que é a inversão de 4. Nosso vetor fica assim:

1	2	3	4	5	6
0	3	0	2	0	1

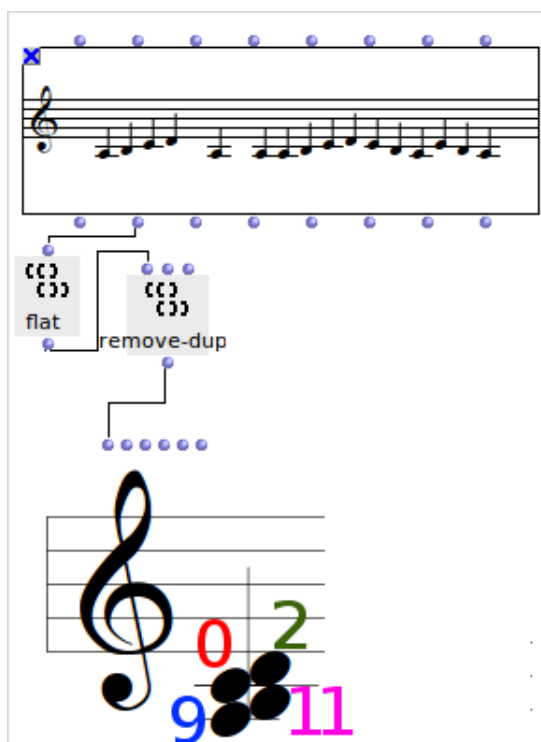
Pode-se dizer então que a classe de alturas [0,2,4,10] possui o vetor intervalar  $\langle 0,3,0,2,0,1 \rangle$ .

## A.2 Forma Normal

É comum na prática de uso dos grupos de classes de altura a preparação dos conjuntos em sua forma ordenada e reduzida. Desta maneira podemos mais facilmente

reconhecer as equivalências entre os grupos, reconhecer transposições, propriedades.

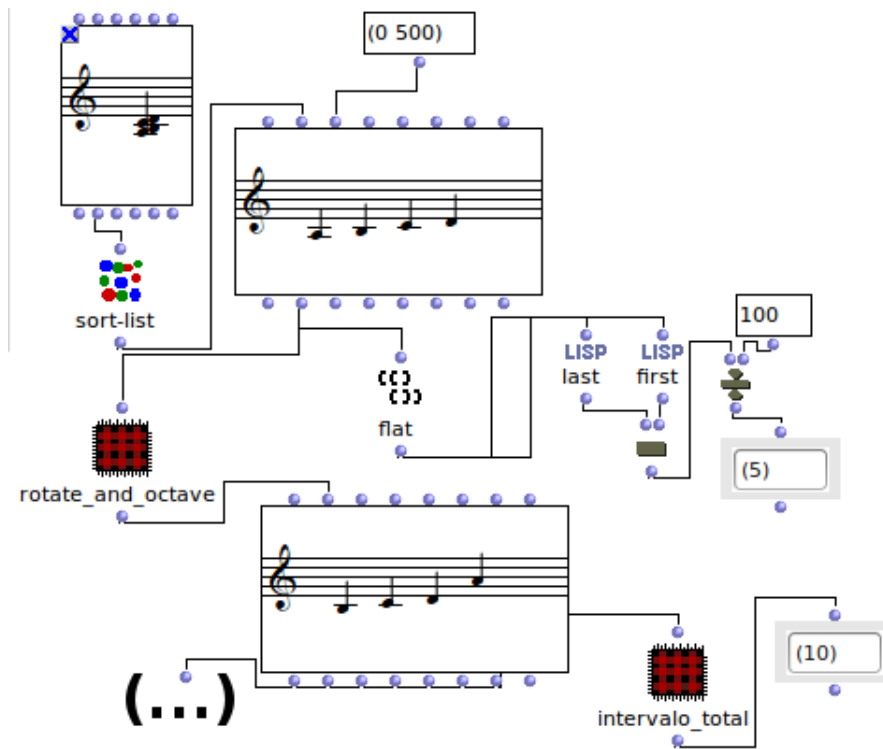
Figura 19 – Redução de um segmento do Microkosmos 101 de Bártok para um cluster de 4 alturas.



Fonte: autor

Para a redução de uma forma normal, partimos do *cluster* sem repetições, colocando todas as alturas dentro da mesma oitava. Os passos seguintes são: **a)** Ordenar de forma ascendente e escolher a sequência que tenha a menor distância da primeira até a última nota. **b)** Se houver empate reduzir pela que seja mais compacta à esquerda, comparando o menor intervalo entre a primeira e penúltima e assim por diante. **c)** Havendo ainda empate, escolher aquele grupo que tem a menor altura como início.

Figura 20 – Forma Normal.



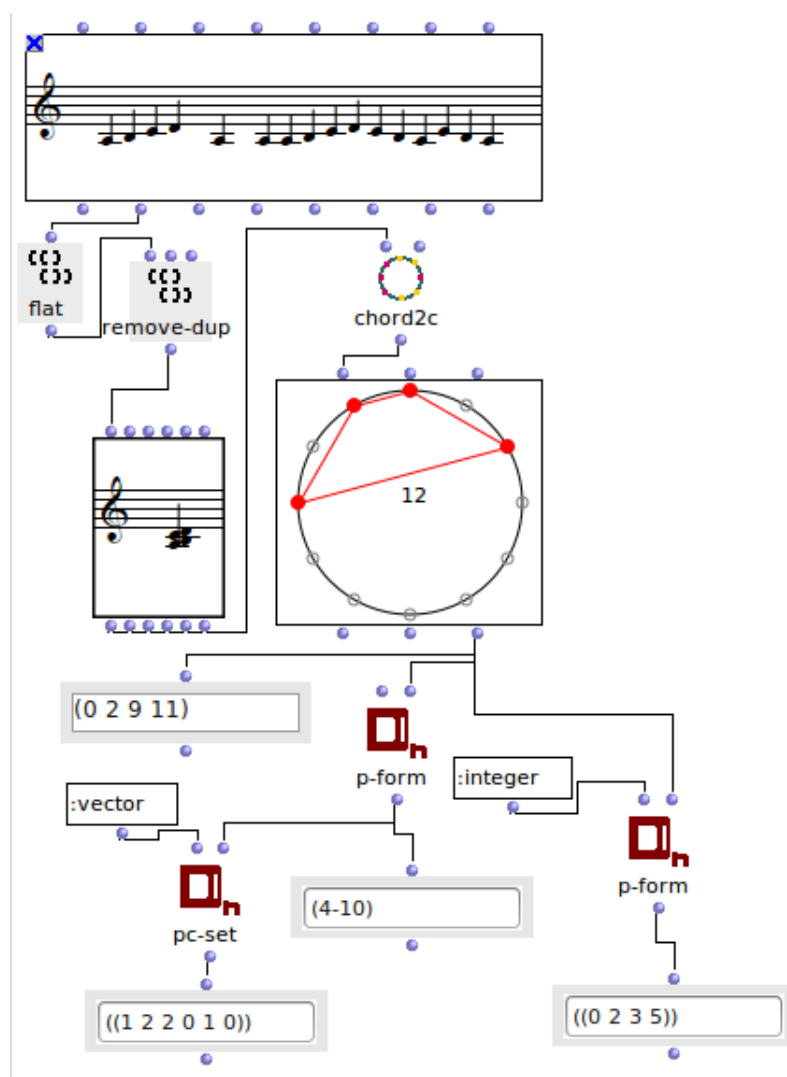
Fonte: autor

### A.3 Forma Prima

A forma prima é um procedimento para simplificar ainda mais a forma normal, encontrando "a mais normal das normais" (STRAUS, 2004, p. 47) e reduzindo vetores que possuem os mesmos intervalos ou são inversões e transposições a um vetor primário. Para isso uma forma normal é transposta até que possua o zero em sua primeira posição. Assim é feito também com sua inversão. A forma mais compacta à esquerda será a forma prima. Allen Forte (1973) desenvolveu uma taxonomia a partir das formas primas que tem sido utilizada como forma canônica para representação de grupos de classes de altura.<sup>2</sup> Forte organiza agrupamentos pelo número de elementos seguidos por um número que diz qual ordem dentro do conjunto com aquele mesmo número de elementos. Exemplo: |3-1| é composto das alturas (0,1,2), |3-2| é o cluster (0,1,3), |4-17| é composto por (0,3,4,7), e assim por diante.

<sup>2</sup> A biblioteca "math" do OpenMusic possui o objeto "p-form" para encontrar os agrupamentos de Forte. A tabela original está no livro "The Structure of Atonal Music" (FORTE, 1973, p.179-181)

Figura 21 – Fórmulas de agrupamento de classes de altura.



Fonte: autor

## A.4 Singularidades nos agrupamentos

Algumas propriedades entre os grupos de classes de alturas são muito interessantes como princípio composicional e, mesmo quando não tão óbvias em primeiras audições, ao menos ajudam garantir alguma coerência estrutural conceitual. George Perle argumenta sobre "funções motivicas" em grupos de alturas (??, p.60-85) e observa algumas estratégias de compositores para aproveitar algumas propriedades encontradas em relações internas das series. Perle no entanto mostra-se cético quanto a formalização de nomenclaturas analíticas derivadas da classificação de Allen Forte e sua aplicação em argumentações para análises de composições que tenham sido compostas antes fórmulas tornarem-se ferramentas musicológicas. (PERLE, 1990)

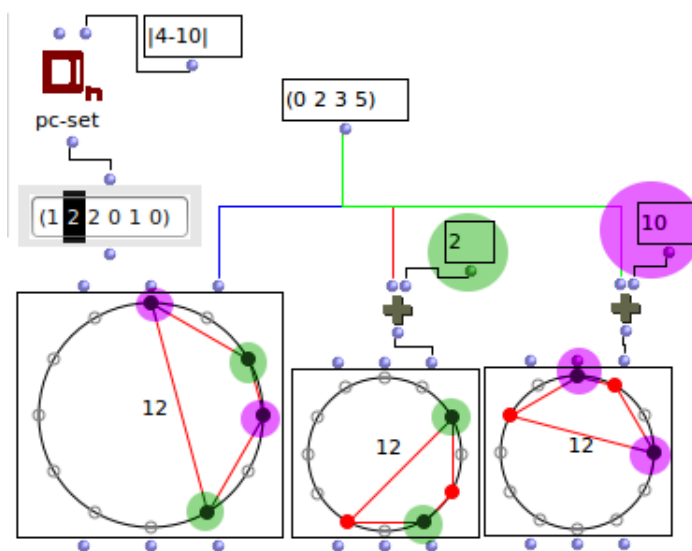
Levantaremos aqui algumas destas propriedades conforme o resumo didático pro-

posto por [Straus \(2004\)](#), sem ainda estarmos certos de sua efetividade para análises mas interessados na formalização computacional possível destas para processos composicionais.

#### A.4.1 Notas comuns sob transposição

Tomemos o seguinte exemplo: Dado um grupo em sua forma prima  $[0,2,5]$  - ou "4-10" na forma prima pela classificação de Allen [Forte \(1973\)](#) - quando transpomos para o intervalo 2 e seu inverso 10, obtemos duas notas iguais para cada um destes grupos.

Figura 22 – Notas comuns na transposição.



Fonte: autor

Isso acontece porque o vetor de intervalos para esta forma é  $\langle 1,2,2,0,1,0 \rangle$  e podemos observar que há uma fórmula geral que prova que o número de incidências comuns de uma determinada classe de alturas em sua transposição será o número de repetições deste intervalo em seu vetor original. Neste caso por exemplo temos duas incidências do intervalo de classe 2 - portanto as transposições T2 e T10 tem duas notas em comum com T0.

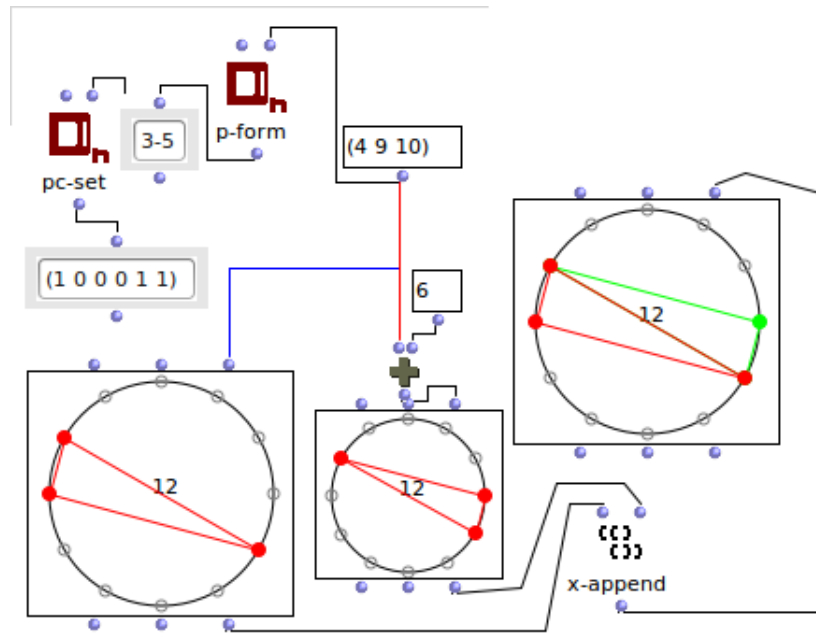
Há uma exceção a esta regra:

É preciso observar que para o caso do trítono a inversão é simétrica - portanto para cada trítono temos duas notas em comum. Como no exemplo acima: 10 e 4 geram as duas simétricas 4 e 10, logo conclui-se que um trítono gera duas notas em comum e assim por diante.

Interessante pensar também que o vetor de intervalos irá determinar transposições onde não existe nota nenhuma em comum. Composicionalmente isso pode ser visto como uma possibilidade de transpor a série para uma sessão totalmente distinta da anterior, criando algum discurso com estas transições.



Figura 23 – Notas comuns na transposição com trítono.

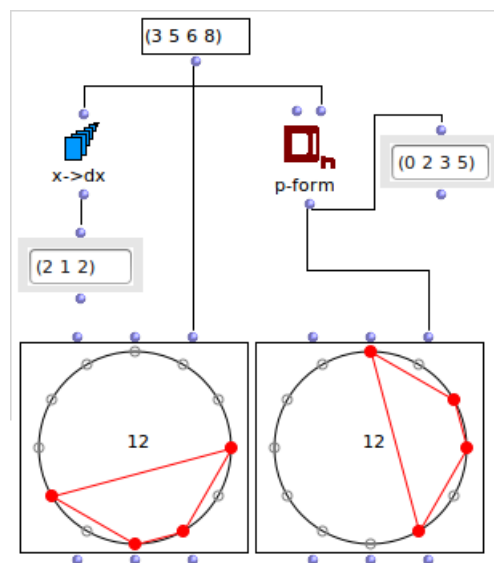


Fonte: autor

### A.4.2 Simetria Transpositiva

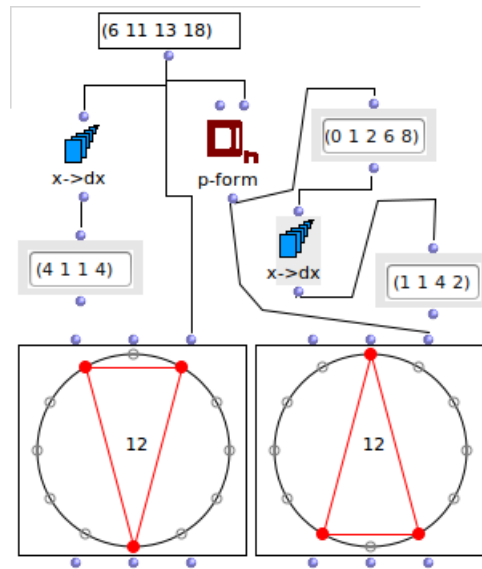
Na simetria transpositiva temos um padrão de intervalos que funciona como palíndromo (tem a mesma leitura da esquerda para a direita e direita para esquerda).

Figura 24 – A simetria transpositiva é obtida através de um padrão de intervalo palíndromo.



Fonte: autor

Figura 25 – A forma circular é mais geral do que a numérica para a visualização do padrão de simetrias.

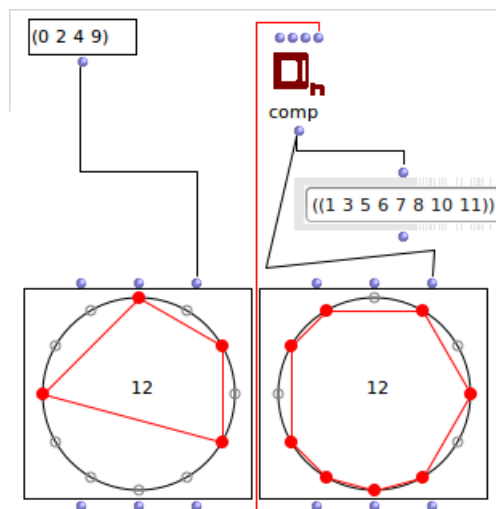


Fonte: autor

### A.4.3 Complemento

Útil para reconhecer e produzir contextos totalmente distintos entre si, o complemento é composto por todos intervalos que estão excluídos dos grupo, produzindo um outro grupo completamente diferente.

Figura 26 – O complemento contém todas alturas cromáticas que o conjunto original não possui.

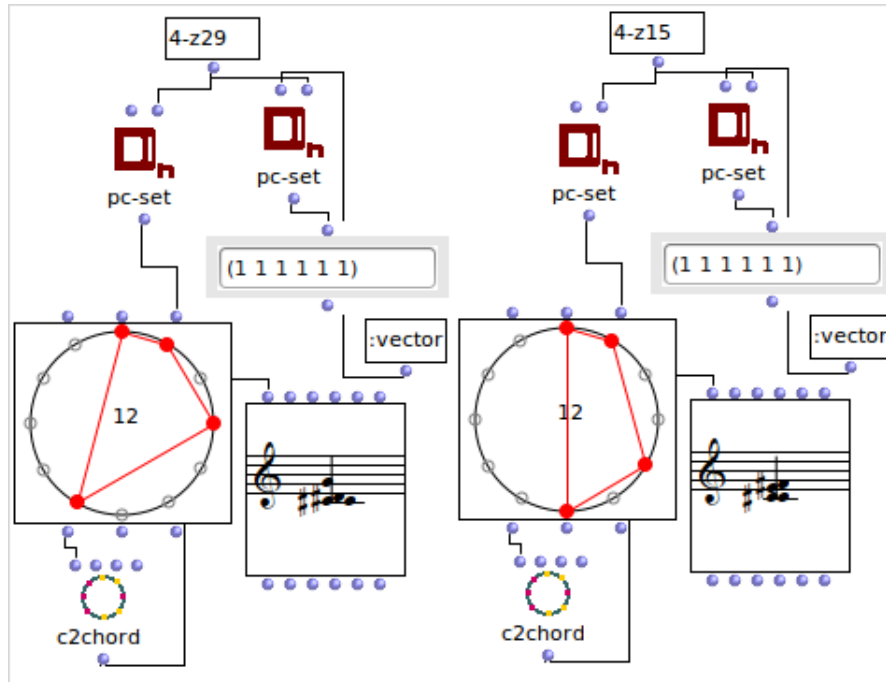


Fonte: autor

#### A.4.4 Relação Z entre grupos de classes de alturas

A relação Z é uma das interessantes relações onde há uma equivalência sem que os conjuntos sejam transposições ou inversões entre si neste caso produzindo dois conjuntos que possuem os mesmos intervalos na sua constituição.

Figura 27 – Dois conjuntos Z-relacionados possuem os mesmos intervalos sem serem inversões ou transposições uns dos outros.



Fonte: autor (adaptado de exemplo do tutorial MathTools do OM)