Guilherme Rafael Soares

Luteria Composicional de algoritmos pós-tonais

10 de julho de 2014, v0.6-Qualificação

Guilherme Rafael Soares

Luteria Composicional de algoritmos pós-tonais

Prévia da dissertação para a banca de qualificação para o Mestrado em Arte, Cultura e Linguagens do IAD-UFJF.

UFJF - Universidade Federal de Juiz de Fora

Instituto de Artes e Design

Programa de Pós-Graduação em Artes, Cultura e Linguagens

Orientador: Prof. Dr. Daniel Quaranta

10 de julho de 2014, v0.6-Qualificação

Guilherme Rafael Soares

Luteria Composicional de algoritmos pós-tonais / Guilherme Rafael Soares. – ,
10 de julho de 2014, v0.6-Qualificação-

63 p. : il. (algumas color.) ; 30 cm.

Orientador: Prof. Dr. Daniel Quaranta

Tese (Mestrado) – UFJF - Universidade Federal de Juiz de Fora
Instituto de Artes e Design
Programa de Pós-Graduação em Artes, Cultura e Linguagens, 10 de julho de 2014, v0.6-Qualificação.

1. Palavra-chave1. 2. Palavra-chave2. I. Orientador: Prof. Dr. Daniel Quaranta
II. UFJF - Universidade Federal de Juiz de Fora. III. Instituto de Artes e Design
IV. Luteria Composicional de algoritmos pós-tonais

CDU 02:141:005.7

Guilherme Rafael Soares

Luteria Composicional de algoritmos pós-tonais

Prévia da dissertação para a banca de qualificação para o Mestrado em Arte, Cultura e Linguagens do IAD-UFJF.

Trabalho aprovado , 13 de fevereiro de 2015:

Prof. Dr. Daniel Quaranta
Orientador

Professor
Convidado 1

Professor
Convidado 2

10 de julho de 2014, v0.6-Qualificação

Resumo

Esta pesquisa visa problematizar e sistematizar um catálogo de experimentos constituído de pequenas peças musicais e seus algoritmos geradores, objetivando a construção de uma biblioteca de objetos para composição assistida por computador que gere partituras baseadas em regras quantitativas extraídas de análises musicais.

Formalizamos tais aspectos através de um estudo comparado de dois paradigmas de análise musical: *"A Teoria Gerativa da Música Tonal"*(LERDAHL; JACKENDOFF, 1983) com algumas de suas continuidades (LERDAHL, 2009; TEMPERLEY, 2001) e a *"Teoria de grupos das classes de alturas" (ou "Pitch Class Set Theory")* (FORTE, 1973; STRAUS, 2004).

Os procedimentos são demonstrados a partir de aspectos singulares de algumas peças da suíte Mikrokosmos do compositor Béla Bartók, gerando composições algorítmicas a partir das regras observadas. Este repertório foi escolhido devido a seu reconhecido contexto como composições pianísticas e pedagógicas situadas nas fronteiras da pós-tonalidade.

Apontamos as limitações encontradas na aplicação dos paradigmas analíticos adotados aqui no contexto da suíte de peças escolhidas e suas derivações composicionais.

Detalhamos questões computacionais para esta implementação e deixamos um legado de código aberto para continuidades possíveis deste trabalho.

Palavras-chaves: Música algorítmica. Pós-tonalismo. Teoria dos conjuntos. Pitch class theory. Luteria. Composição assistida por computador. Cibernética. Software livre. Cognição musical. Teoria Gerativa da Música Tonal. Mikrokosmos. Arte Sonora.

Lista de ilustrações

Lista de abreviaturas e siglas

GTTM *Generative Theory of Tonal Music*[1]

TPS *Tonal Pitch Space*[2]

CBMS *Cognition of Basic Musical Structures*[3]

OM *Open Music*[4]

PD *Pure Data*[5]

---

1 "Teoria Gerativa da Música Tonal"(LERDAHL; JACKENDOFF, 1983)
2 "Espaço das Alturas Tonais"(LERDAHL, 1988)
3 "Cognição das Estruturas Musicais Básicas"(TEMPERLEY, 2001)
4 <http://repmus.ircam.fr/openmusic/home>. Acessado em 10 de julho de 2014.
5 <http://puredata.info>. Acessado em 10 de julho de 2014.

Sumário

Este trabalho inicia-se com

Introdução

lalalala

Parte I

Percurso pela Analise Musical

1 Percurso pela Analise Musical

Prioridade na descrição de métodos da biblioteca music21

Opção por Python http://spectrum.ieee.org/computing/software/top-10-programming-languages

1.1 Análise musical para regras gerativas

dfdkjsfsk

1.2 Musicologia Assistida por computador

Iniciamos esta pesquisa buscando entender como o percurso que as formalizações computacionais de elementos básicos da cognição musical permitiram o atual estágio da musicologia assistida por computador. Trabalhos como as primeiras tentativas de definir gramáticas computáveis de Curtis Roads (1979), a formalização de uma gramática gerativa da música tonal proposta por Lerdahl e Jackendoff (1983) e derivações que geraram implementações computacionais como as pesquisas de Temperley (2001) e Huron (2006) nos interessaram e pareceram a princípio essenciais como base para o entendimento de algoritmos de segmentação de estruturas musicais observáveis em partituras e arquivos de corpus derivados de instruções composicionais simbólicas.

No entanto percebemos no decorrer de nosso aprofundamento nesta bibliografia específica que descrever todo seu escopo em profundidade e abrangência apresentava duas questões essenciais de prioridades para o presente trabalho, considerndo o caso da teoria pós-tonal almejada aqui e em especial para as particularidades presentes na música de Bela Bartók que pudessem interessar como singularidade composicional:

1) As abordagens generalistas dos problemas quantizáveis de expectativa musical com base em pesquisas sobre cognição e fruição da linguagem tonal, uma música de tradição clássica e romântica ocidental, repertório referido como "de prática comum"[1] e seus problemas de ordem métrica, rítmica, melódica, harmônica e prolongacional[2] quase sempre tangenciam a música que interessa na presente pesquisa como uma exceção especializada das regras gerais, o que nos chamou a atenção para quais seriam as alternativas a uma abordagem que partisse de outros princípios.

[1] c.f. temprley
[2] tradição shenkeriana

Encontramos então na literatura específica das análises do repertório bartokiano e na literatura que funda algums nomenclaturas da análise pós-tonal um ponto de partida mais objetivo: organização de sonoridades por novos critérios de organização intervalar, casos de observação de simetrias, ciclos transposições e transformações destes materiais e a busca por descrições de outras lógicas de encadeamento deste material intervalar e sua relação com as percepções mais básicas que ainda operam o lstro de expectativa tonal

2) Dado o período de quase quatro décadas das primeiras implementações destes algoritmos de segmentação musical temos atualmente um cenário bastante amplo para testar muitas destas teorias e buscar compreende-las a mperlepartir de uma experiência prática. Alguns dos algoritmos implementados por Temperley, Huron e pesquisas similares podem ser experimentados com a biblioteca python Music21, que foi usada em nossos estudos de caso. Consideramos esta uma melhor estratégia fazer as digressões sobre as origens destes algoritmos a partir destas implementações, seus usos e limitações na presente pesquisa, portanto.

2 Apontamentos Bartokianos

2.1 Panorama básico sobre analise bartokiana

Malcom Gillies propõe em seu artigo *"Bartók Analysis and Authenticity"*(GILLIES, 1995) um panorama dos problemas e lugares comum nas análises de Bartók, apontando alguns critérios para o que poderiam ao menos garantir a *"autenticidade"* entre as diversas correntes analíticas encontradas até então, já que estas são tão diversas que podem facilmente fechar-se em suas próprias contradições.

Gillies inicia a reflexão destacando o notável desafio em argumentarmos qualquer esboço totalizante que sustente a unidade entre os níveis das *"micro"* e *"macro"* estruturas extraídas da vasta gama de análises disponíveis sobre Bartók até aquele momento.

As *"micro"* estruturas seriam as destacadas com apontamentos de interações entre ciclos e simetrias intervalares, pelas estratégias polimodais que libertam as melodias do tonalismo e criam temas que tornam-se por transposição complementarmente um total cromático, e em geral quaisquer relações que definam contextos que dão uma identidade de sonoridade a fragmentos ainda descontextualizados de uma suposta função num todo.

As *"macro"* estruturas seriam planos gerais que sejam definidos pelas estruturas notáveis de obras inteiras ou conjuntos de obras como unidade - por exemplo questões sobre o encadeamento de secções por alguma estrutura de prolongamento de expectativa, localização de alguma sugestão ambígua de tonalidade e modalismo nos encadeamentos dos grandes blocos, medidas gerais de um plano de equilíbrio das partes com eixos geométricos inspirados na secção áurea ou mesmo a referência a formas mais tradicionais como a sonata.

Gilles propõe antes de tudo, para ater-se a uma questão primordial sobre o que pode ser definido como consenso e o que pode ser considerado idiossincrático, a seguinte classificação por uma diferença de abordagem das análises: *análises "autênticas"*, *"semi-autênticas"* ou *"não-autênticas"*, sem que nisso haja algum sentido depreciativo, mas apenas como critério para entender que este território pode ir de um historicismo de lastro documentado até alguma teoria mais inventiva e sem necessidade de comprovação da consciência do compositor sobre estes aspectos, uma teoria comprometida mais com a inspiração de processos criativos derivados.

A ***"autenticidade"*** seria sobretudo definida por critérios de alguma formalização sustentada por vestígios deixados pelo próprio Bartók, como na compilação *"Bela Bartók Essays"*(BARTÓK; SUCHOFF, 1993). Considera também nesta categoria as pesquisas que a partir dos registros da pesquisa etnomusicológica de Bartók busca fontes originais de estudos dos aspectos folk de seu trabalho. Entram aqui também as analises que tomam em consideração as performances registradas em áudio que foram executadas pelo próprio Bartók ou supervisionadas por ele, para destacar aspectos complementares aos escritos e partituras originais.

Uma ***"semi-autenticidade"*** seria definida a partir de analogias entre influências de outros compositores ou contextos de gênero presentes na obra de Bartók, como por exemplo discurso sobre a influência do drama em sua ópera ou a localização de traços ou citações paródicas por influência de outros compositores em suas peças. Dada autenticidade da analogia portanto, a preocupação com a legitimidade ficaria deslocada para aspectos externos a obra de Bartók.

Já a ***"não-autenticidade"*** comportaria os estudos da música de Bartók como fonte para apontamentos arbitrários para demonstrações de harmonia funcional, contraponto, análise shenkeriana ou análise pós-tonal por grupos de classes de alturas. Gillies situa também aqui algumas análises de Bartók que tomam caminhos mais especulativos e originais como as análises de proporção geométrica e simetria propostas por Ernő Lendvai (1971) ou o escrutínio de relações celulares e suas transformações entre ciclos intervalares, rotações motívicas, coleções modais ou não-diatônicas presentes em trabalhos como o de Elliot Antokoletz (1984).

Em nossa pequena amostra de abordagens seguimos muito mais por este percurso mais descontextualizado e autoral de analistas que destacaram alguns traços estruturais na musica de Bartók e seus Mikrokosmos. Não temos ainda a ambição de esgotar ou mesmo de argumentar uma hierarquia de importâncias "autênticas" destes traços em sua obra como um todo ou na consistência geral de seu estilo. Nossa intenção aqui foi apontar limites e possibilidades para uma automação algorítmica de manipulação de transformações sugeridas nestas análises e abrir caminho para uma musica generativa inspirada nestes procedimentos.

2.2 Sistema de Eixos de Lendvai

Ernő Lendvai (1971, p. 08) organiza uma visão geral de uma transformação de conceitos de harmonia tonal funcional pelo prisma do que chama de *"sistema de eixos"*[1] de Bartók.

[1] axis system

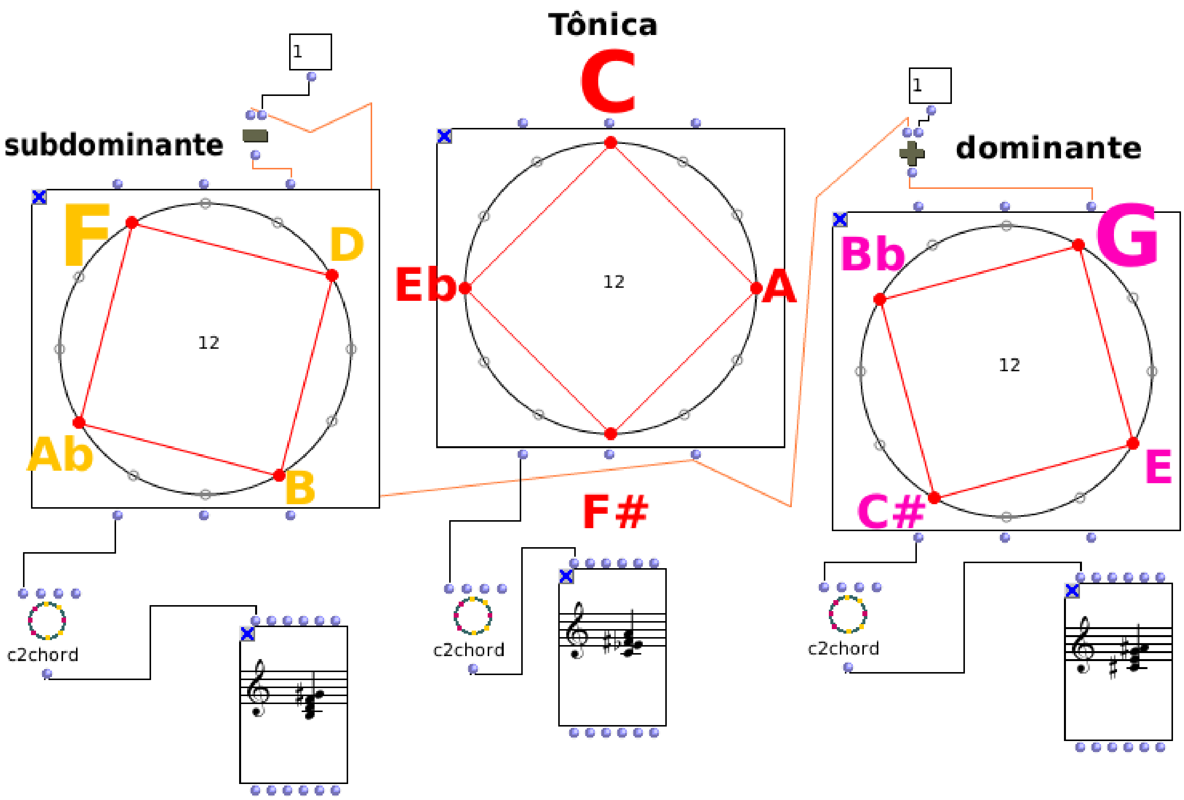
Estes apontamentos são organizados a partir de seis pontos chave: ***a)****Afinidades funcionais entre quarto e quinto graus,* ***b)****A relação relativa entre grau maior e menor,* ***c)****as especificidades da coleção acústica (overtone),* ***d)****os papeis das notas sensíveis ,* ***e)****das tensões contrapostas de subdominante e dominante,* ***f)****a dualidade entre os princípios de tonalidade e distância.*

2.2.1 Afinidades funcionais entre quarto e quinto graus

Partindo da consideração do ciclo das quintas como um esquema rotativo de transformação que possui as forças *subdominante<-tonica->dominante* em cada um dos passos de 30 graus, lembremos que girando da *esquerda para direita* temos sempre uma relação onde *a dominante como nova tônica terá a tônica anterior como subdominante* e girando *da direita a esquerda* teremos uma nova tônica que possui *a tônica anterior como dominante.*

Lendvai (1971, p.3) propõe a partir disso a observação do uso das relações entre os quatro pólos dos três eixos possíveis de transposição que agrupam as doze alturas cromáticas em três eixos de quatro notas.

Figura 1 – Os três eixos das transposições possíveis para a rotação "subdominante-tônica-dominante".



Fonte: autor

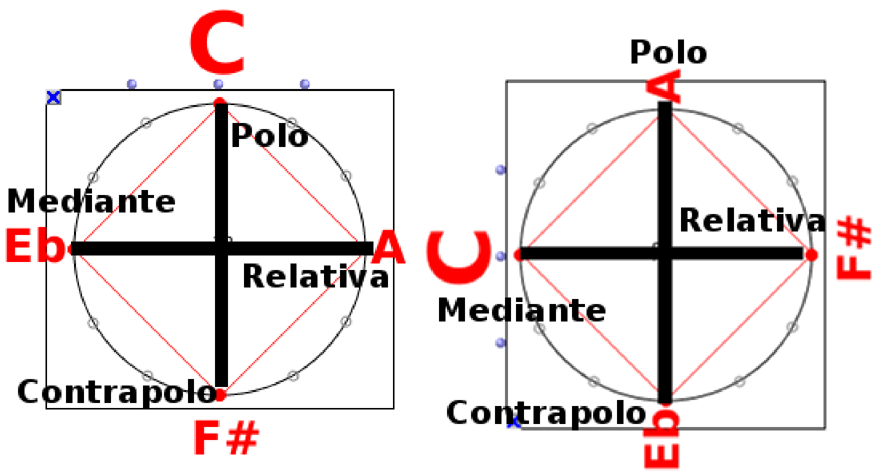
Lendvai chama de *"polo e contrapolo"* a relação entre os trítonos nas duas extremidades (que chama de "eixo primário") e observa que o eixo perpendicular (ou "eixo secundário") possui também sua relação de *"polo e contrapolo"* entre o que seriam a relativa e a mediante de uma tônica pelo ciclo de quintas.

A relação entre este ***"sistema de eixos"*** portanto pode ser a de analogia ao movimento de passo *"subdominante ↔ tônica ↔ dominante"* onde movíamos por passos de 30 graus pelo ciclo de quintas original.

A diferença é que neste caso a relação mais importante entre as notas do eixo não seria exatamente por um critério baseado na busca de notas comuns de acordes para servirem de pivôs para resoluções tonais ou da busca por notas sensíveis para a solução de dissonâncias por grau conjunto mas uma questão de **"parentesco rotacional"** das sonoridades dos intervalos que giram de 90 em 90 graus dividindo simetricamente o total cromático numa soma de quatro intervalos de três semitons.

As três transposições possíveis dos eixos de quatro notas tornam a transformação de *"transposição do sistema de eixos"* **geometricamente** similar ao movimento *"subdominante ↔ tônica ↔ dominante"* mas nem sempre pelos mesmos critérios de uma harmonia tonal funcional, apesar de obviamente, poder servir-se deste como estratégia de construção de ambiguidades politonais.

Figura 2 – Sistema de Eixos - Rotacão entre primário e secundário

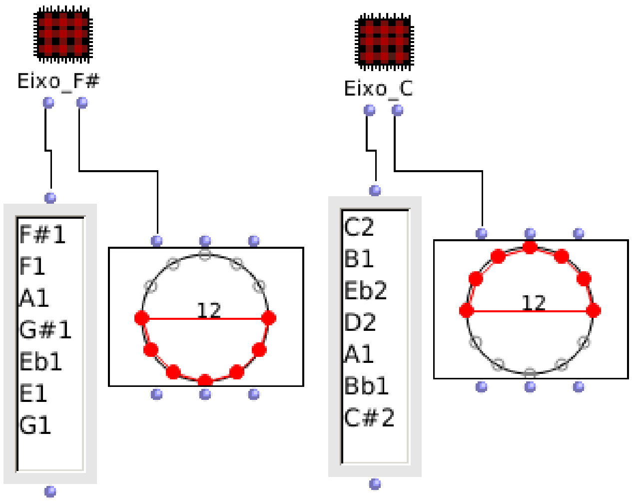


Fonte: autor

Lendvai toma este conceito de "polo e contrapolo"como ***"uma das estratégias estruturais mais fundamentais na música de Béla Bartók"***(LENDVAI, 1971, p.04) e cita alguns exemplos que confirmam que este tipo de modulação era recorrente.

Na *"Sonata para dois pianos e Percussão"* o motivo inicial é transposto três vezes com duas vozes em sua relação de trítono *"polo e contrapolo"* e nestas três entradas consecutivas deste motivo é apresentando com as três transposições possíveis do *"sistema de eixos"*, numa relação que pode ser observada como esta analogia com o pêndulo *"subdominante<-tônica>dominante"*: inicia com a relação motívica destacando a relação $C \leftrightarrow F\#$ (compassos 2-5) em seguida (compasso 8) entra o eixo de $G \leftrightarrow Db$ (como se G surgisse de uma relação dominante com C e Db numa simultânea relação dominante com F#) e nos compassos 12-17 a entrada do jogo entre as transposições $D \leftrightarrow Ab$ como se agora introduzisse a "dominante da dominante"($G \leftrightarrow D$ e $Db \leftrightarrow Ab$) ao mesmo tempo que move-se assim para o último dos três eixos.

Figura 3 – O plano melódico do motivo inicial de *"Sonata para dois pianos e Percussão"* parece ser o de fechar o total cromático com a transposição paralela da melodia nos dois pólos



Fonte: autor

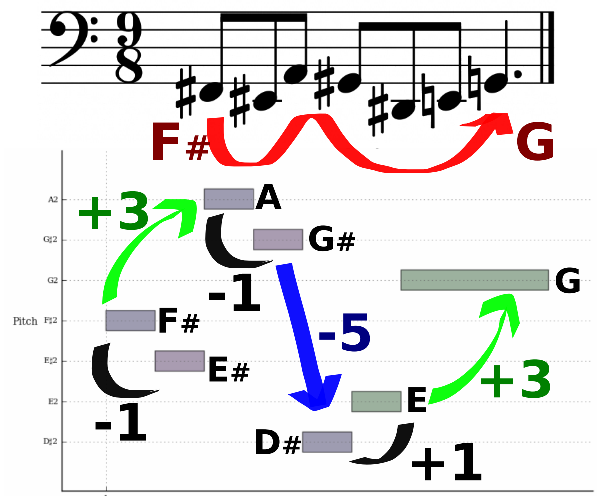
Podemos observar (Figura 3) que já dentro do motivo inicial temos uma estratégia de entrada de uma coleção de 7 notas a partir de um polo e mais 7 a partir do seu contrapolo em sua voz de resposta - as duas vozes juntas dividem o total cromático em dois, tendo como notas comuns as notas do eixo secundário (a mediante e a relativa - no caso de F# e C por exemplo, as notas comuns são A e Eb).

É possível também inferir que a melodia sugere um giro em torno de um eixo que prolonga a expectativa do passo cromático $F\# \rightarrow G$ (e assim por diante em suas transposições). O contorno possui uma simetria no núcleo interno de intervalos com um segmento onde há um salto por quinta invertida no meio de duas células de passo cromático que estão distantes do inicio e do fim da melodia por um salto de 3 semitons (Figura 4).

Esta estratégia composicional com simetrias internas[2] recorrentes em Bartók por rotações de "células intervalares"(SUSANNI; ANTOKOLETZ, 2012, p.128) serão comentadas mais adiante em mais detalhes.

Lembremos também que as transposições em 3 semitons sugerem esta equivalência de sonoridade das transposições pelo mesmo sistema de eixos usado nas transposições da melodia completa e que o salto em quinta invertida no meio do segmento remete ao ciclo de dominantes tradicionalmente usado para modulações tonais.

Figura 4 – Possível estratégia composicional em nível melódico do motivo inicial de *"Sonata para dois pianos e Percussão"*



Fonte: autor

Lendvai (1971, p.4) também lembra situações onde a estratégia de rotação dos polos do sistema de eixos é a conexão entre os movimentos de formas completas, como na opera *"Castelo de Barba Azul"* ($F\# \leftrightarrow C \leftrightarrow F\#$) e na *"Music for Strings, Percussion and Celesta"* (que altera cada movimento entre os pólos e contrapólos dos eixos primário $F\# \leftrightarrow C \leftrightarrow F\#$ e secundário $A\# \leftrightarrow Eb \leftrightarrow A\#$).

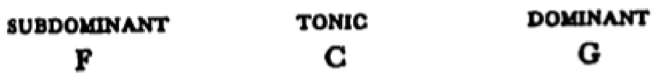
[2] C.f. "Eixo de Inversão"(STRAUS, 2004, p.121)

2.2.2 A elaboração de uma sonoridade mista maior-menor

Lendvai (1971, p.08) elabora sobre a assimilação do "sistema de eixos" na música ocidental como uma evolução natural da harmonia funcional:

a) O ciclo de dominantes inicia como um sistema de eixos de cadência onde as regiões vizinhas aparecem apenas como função dominante e subdominante sem modulação para outras tonalidades.

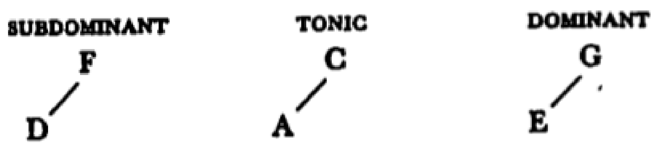
Figura 5 – Primeiro estágio: cadencial



Fonte: autor

b) O próximo passo é a introdução do eixo da tonalidade relativa (90 graus à esquerda do ponto da tonalidade). A modulação de tonalidade é induzida pela similaridade entre duas regiões diatônicas maiores e menores. Exemplo: Lá menor como relativa de Dó maior e vice-versa.

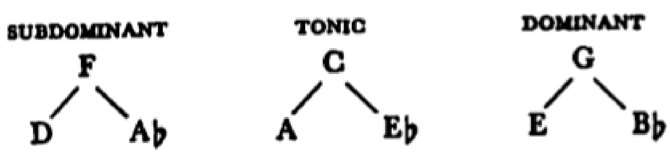
Figura 6 – Segundo estágio: modulação pela relativa



Fonte: autor

c) No estágio mais avançado do romantismo é introduzido o jogo de ambiguidade entre a tonalidade maior e menor de um mesmo polo permitindo que haja a estratégia de modulação pelo sistema de eixos tanto para 90 graus a esquerda (Ex: Lá menor e Dó maior) quanto 90 graus a direita (Ex: Dó menor e Mi bemol maior).

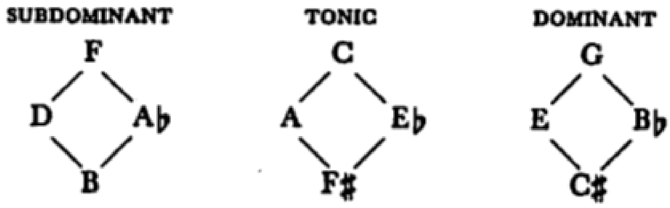
Figura 7 – Terceiro estágio: modulação pela relativa com ambiguidade maior-menor em um dos polos



Fonte: autor

d) Finalmente no último estágio onde e introduzida a politonalidade temos a assimilação da nota que está a 180 graus do polo (relação polo e contrapolo) pela sonoridade almejada de um modo misto "maior-menor" e quaisquer um dos pontos, desta maneira um giro completo como $Dó\ maior - menor \leftrightarrow Lá\ maior - menor \leftrightarrow Fá\ sustenido\ maior - menor \leftrightarrow Mi\ bemolmaior - menor \leftrightarrow Dómaior - menor$ introduz a vertigem de uma sensação de há uma teia de tonalidades simultâneas operando as expectativas de relações entre diferentes eixos.

Figura 8 – Quarto estágio: simultaneidade do modos maior-menor permite o jogo de modulações por todos os polos do eixo



Fonte: autor

2.2.3 Especificidades da coleção acústica (overtone)

C1, C2, G2, C3, E3, G3, Bb3, C4, D4, E4, F# 4, G4, A4, Bb4, B4, C5

Uso de overtones com função dominante

Polymode Lydian-Mixolydian (SUCHOFF, 2004)

reflexo de imitação - mikro 29

A peça de número 29, chamada de Reflexo de Imitação divide um aspecto comum a todas as peças iniciais: a composição baseada em pentacordes associados a um dedilhado que utiliza os cinco dedos de cada mão. Dessa forma, temos na mão direita o pentacorde diatônico E- F# -G# -A-B e na mão esquerda, outro pentacorde diatônico, o A-B-C-D-E. Ambos pertencem a mesma classe de conjuntos 5-27 (02357) e se relacionam por transposição e inversão (T 8 I). A textura polifônica e a imitação das vozes em movimento Reflexo em Imitação Béla Bartók contrário evidenciam essa relação. (rodrgo-coleção acústica - "compressão intervalar")

comparação entre mkro 29 e 141 ... uso de terminologias de forte (TYMOCZKO, 2011, p. 126)

2.2.4 Expectativas de grau sensível

Substituição da cadência G7 -> C maior pela possibilidade G7->F# maior-menor (desenhar as setas)

2.2.5 Tensões contrapostas de subdominante e dominante

.

. . .

2.2.6 Dualidade entre os princípios de tonalidade e distância

Tríade aumentada C - E - Ab -> "surgindo"da mudança de função "subdominante-tonica-dominante"por uma rotação dos eixos laterais: (de G pra E e de F para Ab)

.

2.2.7 Geometria da Macro-forma com analogias na Micro-forma

2.2.7.1 Secção Áurea

2.2.7.2 Fibonacci

2.2.8 Críticas ao modelo de Lendvai

2.3 Células de Alturas em Antokoletz

Elliot Antokoletz fundamenta boa parte de sua argumentação em seu livro *"The music of Béla Bartók: a study of tonality and progression in twentieth-century music."*(ANTOKOLETZ, 1984) em torno da ideia de subdivisão da oitava em um complexo de ciclos intervalares rotacionados. Ele insiste por vários ângulos em destacar algumas propriedades da simetria intervalar nas permutações de algumas sequencias recorrentes nas obras do compositor e teoriza sobre a possibilidade de que houvesse uma estratégia de construções transformacionais motívicas destes grupos de intervalos que chama células X, Y e Z. A nomenclatura de sua preferencia - "célula de alturas"(*"pitch cell"*) - é inspirada nos argumentos sobre transformações de grupos motívicos em composição serial proposto por George Perle (1981). As definções das células X,Y e Z derivam dos estudos bartokianos de Perle (1955) e Leo Treitler (1959).

A definição de célula X é baseada em um tetracorde cromático de semitons em sequencia, o que poderia também lembrar o conjunto de Allen Forte de cardinalidade |4-1| - aquele que tem um sua forma normal a sequencia de classes de altura (0,1,2,3). No entanto é bom lembrar que este conceito de células de altura trabalha com uma medida de "intervalo literal- estão muitas vezes levando em consideração simetrias intervalares que podem estar ocorrendo entre duas oitavas complementares, portanto não são sonoridades agrupadas independentes de âmbito.

A definição de célula Y deriva de uma sequencia em tons inteiros

c.f. "Pitch Cells"(SUSANNI; ANTOKOLETZ, 2012, p.130)

2.3.1 Ciclos Intervalares

Figura 9 – Ciclos Intervalares observado por Antokoletz (1984) - na vertical temos as sequencias (de baixo para cima as distâncias mais curtas e de baixo pra cima suas inversões mais longas). Na horizontal temos em cada coluna da tabela os grupos de transposições possíveis:

0/12	1/11	2/10	3/9	4/8	5/7	6/6
C	C				C	
C	B				E#	
C	Bb				A#	
C	A				D#	
C	G#				G#	
C	G				C#	
C	F#	C C#			F#	
C	F	A# B			B	
C	E	G# A	C C# D		E	
C	Eb	F# G	A Bb B	C C# D Eb	A	
C	D	E F	F# G G#	G# A A# B	D	C C# D Eb E F
C	C#	D D#	Eb E F	E F F# G	G	F# G G# A A# C#
C	C	C C#	C C# D	C C# D Eb	C	C C# D Eb E F

Fonte: (SUSANNI; ANTOKOLETZ, 2012)

2.3.2 Modalismo e estratégias rotacionais

(SUSANNI; ANTOKOLETZ, 2012)

tb polimodalismo em (SUCHOFF, 2004)

2.4 Simetria Inversiva

2.4.1 Simetria Literal

George Perle, apesar de também ter sido um entusiasta dos apontamentos motívicos em Bartók, alerta para o problema da definição de uma forma de macroestrutura não ser suficientemente determinada por estes achados de estratégias internas de construções simétricas:

> Impressive as these procedures are, it must be observed that Bartk's symmetrical formations are only an incidental aspect of his total compositional means. Even in those few works where they perform a significant structural role they do not ultimately define the context, which is determined instead by a curious amalgam of various elements.. Can symmetrical formations generate a total musical structure, as triadic relations have done traditionally? The implications of Bartók's work in this, as in other aspects, remain problematical.

Como proposta para entender coerências macroestruturais para as simetrias na música de Bartók, Joseph Bernard (1986) propõe a observação do que chama *"simetria literal"* destacando a estratégia composicional por uma conjunção de simetrias intervalares que podem espalhar-se por todo âmbito de oitavas usado numa composição.

Funciona como um agregado sonoro que cria uma expectativa de equidistância de uma nota central em um grupo de intervalos - seja uma sequencia de notas em forma melódica ou um cluster vertical.

Por exemplo: Db3, C4, B4 possuem entre si as distancias [-11 ,0 ,11] se considerarmos o C4 como um centro, mas se usarmos o mesmo agrupamento dentro de uma única oitava Db4-C4-B4 teremos as distâncias [-1, 0, 11] onde apesar de podermos considerar os intervalos [1,11] inversivamente equivalentes por inversão[3] não teremos esta sonoridade de equidistância dentro de um eixo de 22 semitons, que funcionaria como um eixo estratégico na composição dos jogos simétricos de um peça que use a simetria literal.

Bernard localiza no ensaio "Problems of New Music"do proprio Bartók com o nome de ***"simetria em espelho"***.

figuras da (BERNARD, 1986, p. 187)

Bernard (1986, p. 189) localiza um exemplo aplicado no Concerto n.2 para piano e Orquestra de Bartok uma estrutura de construção de simetrias por alternancia de tons e semitons ao longo de um registro que vai de F4 descendo a C0 nos 5 primeiros compassos e de C5 a Eb0 nos compassos de 6 a 8.

A peça Mikrokosmos n.141 já sugere o procedimento no próprio título "Sujeito e Reflexão".

[3] Com base nas "teorias de grupos das classes de altura".

The piece consists of a series of short sections, each of which is symmetrical about a single pitch or a pair of pitches one or more octaves apart.(BERNARD, 1986, p. 187)

Closely related to parallel and mirror symmetry respectively are replica- tion and inversion. The only difference is that replication and inversion are better suited to describing order of events, in which a given configuration may be said to give rise to another.(BERNARD, 1986, p. 190)

simetria por eixo em sonata para 2 pianos (BERNARD, 1986, p. 195-198)

"simetria inversivacombinação transposicional"(COHN, 1988)

One senses in Bart6k's total output an all-encompassing system of pitch-relations. The present study is intended to demonstrate that Bart6k's music is indeed based on such a system.... Pitch relations in Bart6k's music are primarily based on the principle of equal subdi- visions of the octave into the total complex of interval cycles. The fun- this equal-division damental concept underlying system is that of sym- metry.

Bartók clearly favored the fifteen inversionally symmetric tetrachord-classes, in particular those thirteen which are capable of being realized as symmetric four note pitch-sets. (The two exceptions are 4-6 [0127] and 4-24 [0248].) The thir- teen include 4-1 [0123], 4-21 [0246], and 4-9 [0167], which figure prominently in the writings of Perle and Antokoletz, where they are called X, Y, and Z cells; 4-17 [0347], Lendvai's "gamma"chord;11 and 4-3 [0134] and 4-10 [0235], the half- octatonic tetrachords discussed by Berry.

Example 2a brackets two versions of the four-note motive found in bb. 1-3 of Bartók's Mikrokosmos, Vol. IV, no. 94, 'From the Island of Bali'. The first of these motives outlines a descent with the interval succession 1 / 5/1. This motive - which itself represents a symmetrical structure in pitch space - forms the basis for a series of motivic transformations that propel the piece forward. In b. 2, the motive turns upside down, increasing the range of the composition and adding several new pitches. Taken together, the two pitch collections in bb. 1 and 2 form a one-octave octatonic scale. This symmetrical scale, shown in Ex. 2b, projects a 1/2 interval series above and below C#, the axis of inversion.4 As the piece continues, the motive begins to degenerate through truncation and reordering, as shown in Ex. 2c. The degenera- tion of the motive also has the effect of dissolving the symmetry of the pitch collection. Symmetry is restored in b. 12 where the complete motive and its inversion return. The piece ends with the symmetrical collection shown in Ex. 2d. This collection is also drawn from the octatonic scale, but occupies a broader region in pitch space. Here, the notes of the opening 1 / 5 / 1 gesture are presented as chords, helping to highlight the intervallic symmetry of the collection.

(bartokcrumbmikro.pdf)

2.5 Coleções referenciais ordenadas por conjuntos de classes de altura

O uso sistemático de uma teoria unificada para a classificação de classes de altura em conjuntos relacionados por transposição, inversão, complemento, simetria e outras possíveis observações de propriedades específicas de agrupamentos intervalares tem a sua disposição a construção de alguns consensos que giram sobretudo em torno de uma área da musicologia de origem norte-americana[4] que tem se estruturado desde fortalecimento acadêmico do serialismo na segunda metade do século XX. Geralmente é referida como *"Pitch Class Set Theory"*, e normalmente traduzida para português pelo termo *"Teoria dos Conjuntos de Classes de Altura"*(STRAUS, 2004).

> Foi, obviamente, Allen Forte quem foi o pioneiro das análises com a taxonomia dos **conjuntos de classes de alturas** aplicadas em conceitos da matemática, primeiro surgindo em tipos de Milton Babbit (a teoria conceitual), e em seguida com a inclusão e abstração de relações (como as relações de similaridade) construídas para uso analítico. A **"teoria de conjuntos"** de Forte (...) tem tido suas próprias ramificações e influência. Em particular, as próprias análises de Forte de peças individuais tem levado muitos outros a fazerem de maneira parecida, e a ideia inicial de Forte das relações de similaridade (diferentes das relações de equivalência) sobre os grupos de classes de alturas tem visto florescer uma indústria teórica em torno disto, depois que os artigos seminais de Morris, Rahn Lewin apareceram em 1980. (RAHN, 2004, p. 130)[5]

Para uma introdução resumida da terminologia da T.C.C.A. sugerimos a consulta do Apêndice do presente trabalho e dos patches de OpenMusic disponibilizados para sua demonstração. Para uma introdução mais aprofundada que serviu como referência aqui sugerimos a tradução brasileira do livro de Straus (2004) e os trabalhos originais de Forte (1973) e Rahn (1980).

Observamos a seguir um exemplo de análise de inspiração na T.C.C.A. que utiliza como base discussões sobre a coleção referencial octatônica - grupos de oito intervalos separados entre duas oitavas por uma sequencia não-diatônica que intercala tom e semitom, gerando propriedades curiosas e de bastante uso na música de Bartók e no repertório pós-tonal em geral.

---

[4] Sobre a influência da *"Teoria dos Conjuntos de Classes de Altura"* norte-americana na musicologia européia ver Andreatta, Rahn e Bardez (2013).

[5] It was, of course, Allen Forte who in the USA pioneered the analytical with a taxonomy of pc-set application of concepts from mathematics, first arose also in serial Babbittian types (the concept theory), and following as some inclusion and with relations abstract up (such similarity relations) meant for analytical use. Forte's "set theory" (...) has had its own ramifications and influence. In particular, Forte's own analyses of individual pieces of music have led many others to do likewise, and Forte's initial idea of similarity relations (as distinct from equivalence relations) among pitch-class sets has seen a flourishing theoretical industry grow around it, after seminal articles by Morris, Rahn, and Lewin appeared in 1980. (RAHN, 2004, p. 130, grifo nossos)

2.5.1 Octatonismo e suas partições

Richard Cohn (1991) propõe em seu artigo *"Bartók's octatonic strategies: a motivic approach"* uma abordagem que utiliza a nomenclatura dos conjuntos de classes de altura propostas por Allen Forte (1973) na tentativa de construir um discurso sobre as coleções de sonoridades em Bartók que articule com uma continuidade das tradições analíticas.

Considera importante sistematizar aspectos transpositivos, inversivos e relações intervalares com lastro na harmonia funcional. Para isso traça uma estratégia que parte do mapeamento de permutações da coleção octatônica separando desta também derivações de díades e tétrades pelo que chama de "grau de fertilidade"(COHN, 1991, p.268) - a capacidade do segmento em relacionar-se por transposição com outros grupos de mesma cardinalidade (mesmo número de elementos).

Ao separar os grupos em pares relacionados por transposição, Cohn almeja encontrar um sistema de classificação de intervalos também por sua funcionalidade em parte da expectativa politonal que também rege estas obras:

> Pairs of notes are classified either by interval-class or by dyad-class in this study. The two classifications are identical, so their distinction is a matter of orientation. As with interval-classes, names of dyad-classes correspond to the smallest interval, measured in half-steps, available between their constituent pitch-classes. Thus dyad-class I includes pairs of pitches separated by half-step, major seventh, and their enharmonic equivalents and compounds; dyad-class 2 includes whole-steps, minor sevenths, and their enharmonic equivalents and compounds, and so forth up to dyad-class 6, the tritone. Although theorists use interval-class more frequently, the concept of dyad-class allows for a more natural comparison to larger sets. (COHN, 1991, p.265-266)

2.6 Harmonização dos Modos Folclóricos

A harmonização bartokiana em muitos casos é desamarrada das cadências tonais pela intenção de destacar a sensação modal ou pentatônica das melodias. Esta foi também uma estratégia para criar harmonizações onde as tríades maior e menor são usadas de modo ambíguo, simultâneo e que facilitam o uso do total cromático. Também ao evitar a sensível surge a preferência do uso de intervalo de sétima menor como uma sonoridade sem expectativa de resolução de tonalidade que torna na música de Bartók este intervalo um traço "tão importante quanto as observação das terças e quintas na harmonia funcional tonal"(ANTOKOLETZ, 1984, p. 28).

Nas palavras do próprio Bartok:

> "Quanto mais simples a melodia mais complexa e estranha pode ser a harmonização e acompanhamento que vai bem com esta(...) Estas melodias primitivas, de alguma maneira, não mostram traço de junção

> estereotipada das tríades(...) Isto nos permite trazer a melodia mais claramente ao construir harmonias de espectro mais amplo variando ao longo de diferentes polarizações"(BARTÓK; SUCHOFF, 1993, p. 342)

Bartók concluded: each tone is used as an independent degree. Therefore these scales ought to be regarded as a segment-a kind of pentachord-of a twelve-hemitone [sic] scale; but, of course, with a fixed tonality because of their ever recurring, never changing final note.10

In the third 'Harvard Lecture', on 'Chromaticism', presented in February 1943, Bart6k talked at length about these structural chromatic melodies from Algeria and Dalmatia, relating his comments to the 'new chromatic' melodies in his compositions:

As to the general characteristics, exactly the same can be said about my melodies as what I said already concerning the chromatic folk melodies. That is, the single tones of these melodies are independent tones having no interrelation between each other. There is in each specimen, however, a decidedly fixed fundamental tone to which the other tones resolve in the end. The main difference between the chromatic folk melodies and my own chromatic melodies is to be found in their range. They consist exclusively of five, six, or at most seven half-tones, which corresponds to a range of about a fourth. My own melodies generally have at least eight half-tones and cover, in some cases, the distance of an octave or more. 1 (GILLIES, 1983, p.6)

acordes usados de maneira “livre” para harmonizar notas melódicas que não pertencem a estes

na bagatela numero 4 o tecido harmônico é determinado basicamente por um sistema de ambiguidade maior-menor

evitando o leading-tone (sensível) – exemplo D menor (eólio) . Evita acorde de sétima maior. A tríade construída sobre o quinto grau não faz o mesmo papel que na musica tonal tradicional.

A função do acorde de sétima menor faz o papel modal , evitando a ideia de resolução eminente de uma tonalidade maior ou menor.

O acorde de sétima menor possui uma propriedade de simetria interna dos intervalos. Metade do acorde espelha outra metade. Este equilíbrio contribui para uma sensação de imobilidade aparente. Neutralidade Cinética.

Um exemplo citado no livro de Suchoff (2004) dedicado exclusivamente aos mikrokosmos é da primeira canção folk tratada na coleção.

A Melodia pentatônica é também uma estratégia para introduzir uma célula de uma coleção octatônica.

Aplicamos aqui os algoritmos de análise de harmonia funcional da biblioteca music21.

2.6.1 Limites e ideias a partir de analise tonal funcional

comparação recente com algoritmo de key probing (COOPER, 1998)

usar analise comentario mikro 100 e 101 do paper 25bartokshenker limits (BROWN; DEMPSTER; HEADLAM, 1997, p.179)

mikro101 (STRAUS, 2004, p.113)

2.6.2 Acompanhamento e textura

(STARR, 1985)

2.6.3 Centricidade por Equilíbrio Inversivo

Às vezes a idéia do equilíbrio inversivo em torno de um eixo pode afetar mais do que apenas um único conjunto de classe de notas ou grupo de conjuntos. Ela pode expandir-se para abranger todas as doze classes de notas. Nesse caso, cada classe de notas mapeia-se em outra (ou nela mesma) em torno de algum eixo. A Bagatela, Op. 6, No 2, de Bartók, começa com notas Láb e Sib repetidas na mão direita (ver o Exemplo 4–14).

Uma melodia começa no compasso 3 em Sin, um semitom acima da figura repetida, e então continua com Sol, um semitom abaixo da figura repetida. Depois vem Dó e Solb (dois semitons acima e abaixo), Réb e Fá (três semitons acima e abaixo), Ré e Fáb (quatro semitons acima e abaixo), e finalmente Mib, uma classe de notas que está cinco semitons tanto acima quanto abaixo. A única classe de notas que não foi ouvida é Lá, que está justamente no meio da figura repetida, um tipo de centro silencioso em torno do qual tudo se equilibra (ver a Figura 4–8). (STRAUS, 2004, p.121)

Parte II

Formalizações Computacionais

2.7 Analise de Corpus

2.7.1 Formatos de entrada

2.8 Music21

É uma biblioteca projetada para trabalhar com manipulação e análise de *corpus* de arquivos partituráveis[6]. Prepara a conversão entre diversos arquivos de dados musicais (MIDIs, humdrum, lilypond, abc)[7], mas nativamente trabalha com uma estrutura de dados baseada em Music XML.

Music21 tem uma abordagem voltada para uma "musicologia assistida por computador" e já tem incorporada em suas classes algumas ferramentas comuns a esta prática como: numeração de grau funcional de acorde[8], numeração de classes de altura usando a classificação de Allen Forte[9] e a implementação dos algoritmos de detecção de tonalidade[10] elaborado por Krumhansl (1990) e aperfeiçoado por Temperley (2001), descritos nesta pesquisa.[11]

6 <http://web.mit.edu/music21/doc/moduleReference/moduleCorpus.html> Acesso em 10 de julho de 2014.

7 <http://web.mit.edu/music21/doc/moduleReference/moduleConverter.html> Acesso em 10 de julho de 2014.

8 <http://web.mit.edu/music21/doc/moduleReference/moduleRoman.html> Acesso em 10 de julho de 2014.

9 <http://web.mit.edu/music21/doc/moduleReference/moduleChord.html?#music21.chord.Chord.forteClassNumber> Acesso em 10 de julho de 2014.

10 <http://web.mit.edu/music21/doc/moduleReference/moduleAnalysisDiscrete.html> Acesso em 10 de julho de 2014.

11 **??**

2.8.1 Stream

2.8.2 Notas, Acordes e nomenclaturas

2.8.3 Prolongamentos e inferência de tonalidade

2.8.4 Key Profiles

2.8.5 Escalas e Modalismo

2.8.6 Contorno melodico

2.8.7 Metrica composta

2.8.8 Acento Melodico

2.8.9 Busca e extraçao de padroes

Com music21 a possibilidade de tornar a segmentação independente do gesto gráfico

2.9 OpenMusic

as vantagens de segmentaçao via mouse. LZ , Inerface de analise e SOAL como exemplos de possivel automacao do procedimento usando LISP ou servidores externos.

2.9.1 Visualização das classes de altura

2.9.2 Manipulação de Conjuntos e suas nomenclaturas

2.9.3 "Sieves"de ciclos intervalares

2.9.4 Segmentação Monitorada

2.10 Especialidade da automação versus especialidade do analista

problema ou utopia da "analise cega"

3 Composição Assistida por Computador

3.1 Cliches generativos partituraveis

3.2 Formatos de saída

3.3 Tecnicas em Music21

3.4 Experimentos em outras linguagens de CAC

3.4.1 Tecnicas em OpenMusic

3.4.2 Problematizações em PureData

3.5 Probabilidade e Combinatória

Parte III

Experimentos Generativos

4 CosmoBagatellas

5 Lastros e Rumos

Referências

ANDREATTA, M.; RAHN, J.; BARDEZ, J. M. *Around set theory*. [S.l.]: Delatour France, 2013. ISBN 2752100523. Citado na página 35.

ANTOKOLETZ, E. *The music of Béla Bartók: a study of tonality and progression in twentieth-century music*. [S.l.]: Univ of California Press, 1984. Citado 5 vezes nas páginas 7, 24, 31, 32 e 36.

BARTÓK, B.; SUCHOFF, B. *Béla Bartók Essays*. [S.l.]: Univ of Nebraska Pr, 1993. Citado 2 vezes nas páginas 24 e 37.

BERNARD, J. W. Space and symmetry in bartók. *Journal of Music Theory*, JSTOR, p. 185–201, 1986. Citado 2 vezes nas páginas 33 e 34.

BROWN, M.; DEMPSTER, D.; HEADLAM, D. The # iv (bv) hypothesis: Testing the limits of schenker's theory of tonality. *Music Theory Spectrum*, Oxford University Press, v. 19, n. 2, p. 155–183, 1997. Citado na página 38.

COHN, R. Inversional symmetry and transpositional combination in bartók. *Music Theory Spectrum*, JSTOR, p. 19–42, 1988. Citado na página 34.

COHN, R. Bartok's octatonic strategies: A motivic approach. *Journal of the American musicological society*, JSTOR, p. 262–300, 1991. Citado na página 36.

COOPER, D. The unfolding of tonality in the music of béla bartók. *Music Analysis*, JSTOR, p. 21–38, 1998. Citado na página 38.

FORTE, A. *The structure of atonal music*. [S.l.]: Yale University Press, 1973. Citado 5 vezes nas páginas 5, 35, 36, 58 e 60.

GILLIES, M. Bartók's notation: Tonality and modality. *Tempo (New Series)*, Cambridge Univ Press, v. 3, n. 145, p. 4–9, 1983. Citado na página 37.

GILLIES, M. Bartók analysis and authenticity. *Studia Musicologica*, JSTOR, p. 319–327, 1995. Citado na página 23.

HURON, D. B. *Sweet anticipation: Music and the psychology of expectation*. [S.l.]: MIT press, 2006. Citado na página 21.

KRUMHANSL, C. L. *Cognitive foundations of musical pitch*. [S.l.]: Oxford University Press New York, 1990. Citado na página 41.

LENDVAI, E. *Béla Bartók: an analysis of his music*. [S.l.]: Kahn & Averill London, 1971. Citado 5 vezes nas páginas 24, 25, 26, 28 e 29.

LERDAHL, F. Tonal pitch space. *Music Perception: An Interdisciplinary Journal*, University of California Press, v. 5, n. 3, p. pp. 315–349, 1988. ISSN 07307829. Disponível em: <http://www.jstor.org/stable/40285402>. Citado na página 9.

LERDAHL, F. Atonal prolongational structure. *Contemporary Music Review*, Taylor & Francis, v. 4, n. 1, p. 65–87, 1989. Citado na página 55.

LERDAHL, F. Genesis and architecture of the gttm project. JSTOR, 2009. Citado na página 5.

LERDAHL, F.; JACKENDOFF, R. S. *A generative theory of tonal music*. [S.l.]: MIT press, 1983. Citado 3 vezes nas páginas 5, 9 e 21.

PERLE, G. Symmetrical formations in the string quartets of bela bartok. *Music Review*, v. 16, n. 4, p. 311, 1955. Citado na página 31.

PERLE, G. *Serial Composition and Atonality: An Introduction to the Music of Schoenberg, Berg, and Webern*. University of California Press, 1981. ISBN 9780520074309. Disponível em: <http://books.google.com.br/books?id=4C8RjEaBRf4C>. Citado na página 31.

PERLE, G. Pitch-class set analysis: An evaluation. *Journal of Musicology*, JSTOR, p. 151–172, 1990. Citado na página 59.

RAHN, J. *Basic atonal theory*. [S.l.]: Longman New York, 1980. Citado na página 35.

RAHN, J. The swerve and the flow: Music's relationship to mathematics. *Perspectives of New Music*, Perspectives of New Music, v. 42, n. 1, p. pp. 130–148, 2004. ISSN 00316016. Disponível em: <http://www.jstor.org/stable/25164542>. Citado na página 35.

ROADS, C. Grammars as representations for music. *Computer Music Journal*, JSTOR, p. 48–55, 1979. Citado na página 21.

STARR, L. Melody-accompaniment textures in the music of bartók, as seen in his mikrokosmos. *Journal of Musicology*, JSTOR, p. 91–104, 1985. Citado na página 38.

STRAUS, J. N. The problem of prolongation in post-tonal music. *Journal of Music Theory*, JSTOR, p. 1–21, 1987. Citado na página 55.

STRAUS, J. N. *Introduction to Post-Tonal Theory (3rd Edition)*. [S.l.]: Pearson, 2004. Citado 7 vezes nas páginas 5, 28, 35, 38, 55, 58 e 60.

SUCHOFF, B. *Bartók's Mikrokosmos: Genesis, Pedagogy, and Style*. [S.l.]: Scarecrow Press, 2004. Citado 3 vezes nas páginas 30, 32 e 37.

SUSANNI, P.; ANTOKOLETZ, E. *Music and Twentieth-century Tonality: Harmonic Progression Based on Modality and the Interval Cycles*. [S.l.]: Routledge, 2012. Citado 2 vezes nas páginas 28 e 32.

TEMPERLEY, D. *The cognition of basic musical structures*. [S.l.]: MIT press, 2001. Citado 4 vezes nas páginas 5, 9, 21 e 41.

TREITLER, L. Harmonic procedure in the"fourth quartet"of bela bartók. *Journal of Music Theory*, JSTOR, p. 292–298, 1959. Citado na página 31.

TYMOCZKO, D. *A geometry of music: harmony and counterpoint in the extended common practice*. [S.l.]: Oxford University Press, 2011. Citado na página 30.

Apêndices

APÊNDICE A – Fórmulas de agrupamento e transformação dos intervalos

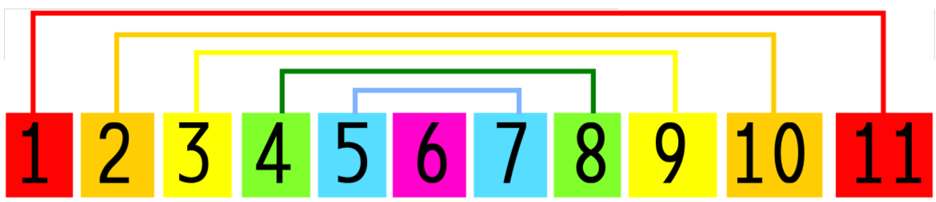
A teoria de grupos de classes de altura utiliza como base de suas formulações a relação entre os 12 semitons da escala cromática de forma modular: considerando alturas de mesma oitava como sujeitas mesmas propriedades intervalares, podendo argumentar relações independentes de registro. Exemplo: O Dó grave representado no protocolo MIDI pelo valor 24 tem uma relação de equivalência com o Dó agudo de valor 72. A fórmula é simples: ambos quando divididos por 12 apresentam resto 0. A nota Ré, por exemplo, sempre apresentaria o resto 2, e assim por diante. Dizemos por tanto que pertencem a uma mesma classe de altura.

Diferente de quando argumentada uma enarmonia funcional[1] (como por exemplo D# $\rightarrow$ Eb) a teoria de grupos e classes de altura não toma como princípio ideias do tipo "terça maior ou menor", "nota sensível"ou "nota de passagem" pois vai partir de uma relação direta entre os aglomerados sonoros, buscando similaridades e equivalências sem estar tão presa as formas de prolongamento normatizadas pelo tonalismo clássico. (LERDAHL, 1989; STRAUS, 1987)

Os intervalos são, sobretudo, distâncias. Nas teorias de classes de alturas essas distâncias podem estar categorizadas como intervalos ordenados - usando número negativos para os intervalos descendentes, ou não-ordenados - considerando intervalos equivalentes independentes de suas direções.(STRAUS, 2004, p. 6)

Isso cria imediatamente uma relação interessante de parentesco entre pares em todos intervalos da escala cromática - exceto para o trítono, intervalo de sexta ordem que esta equidistante de 0 e 12 e portanto não possui uma inversão propriamente dita, mas sim tem o papel de cortar ao meio este espelhamento.

Figura 10 – Equivalência de intervalos por inversão



Fonte: autor

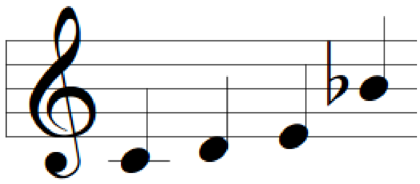
[1] ver ??

A.1 Vetor intervalar

A operação obtenção do vetor intervalar é a primeira das reduções sugeridas para propor uma similaridade entre agrupamentos que seja neutra quanto a inversões e oitavas.

Tomemos um exemplo de uma sequência C-D-E-Bb.

Figura 11 – [0,2,4,10]



Fonte: autor

Este trecho pode ser reduzido a sequência de alturas [0,2,4,10]

Organizamos seus intervalos fazendo todas as combinações possíveis entre essas distâncias:

$$inversões = \begin{cases} 2 - 0 = 2 \\ 4 - 0 = 4 \\ 10 - 0 = 10 \\ \\ 4 - 2 = 2 \\ 10 - 2 = 8 \\ \\ 10 - 4 = 6 \end{cases}$$

O vetor de intervalos pode ser reduzido então a uma contagem que coloca no mesmo grupo os intervalos que são inversões dos primeiros cinco intervalos possíveis, já que seus pares após o trítono não são considerados espelhamentos. No exemplo acima temos 10 que é a inversão de 2 e 8 que é a inversão de 4. Nosso vetor fica assim:

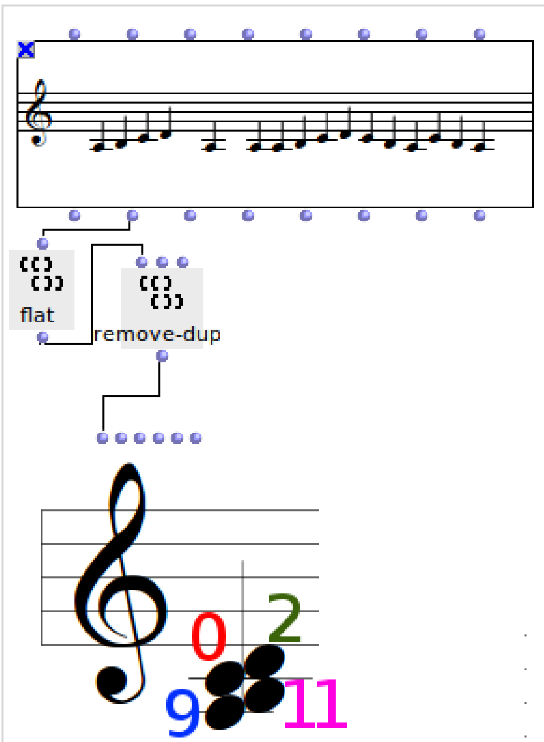
1	2	3	4	5	6
0	3	0	2	0	1

Pode-se dizer então que a classe de alturas [0,2,4,10] possui o vetor intervalar <0,3,0,2,0,1>.

A.2 Forma Normal

É comum na prática de uso dos grupos de classes de altura a preparação dos conjuntos em sua forma ordenada e reduzida. Desta maneira podemos mais facilmente reconhecer as equivalências entre os grupos, reconhecer transposições, propriedades.

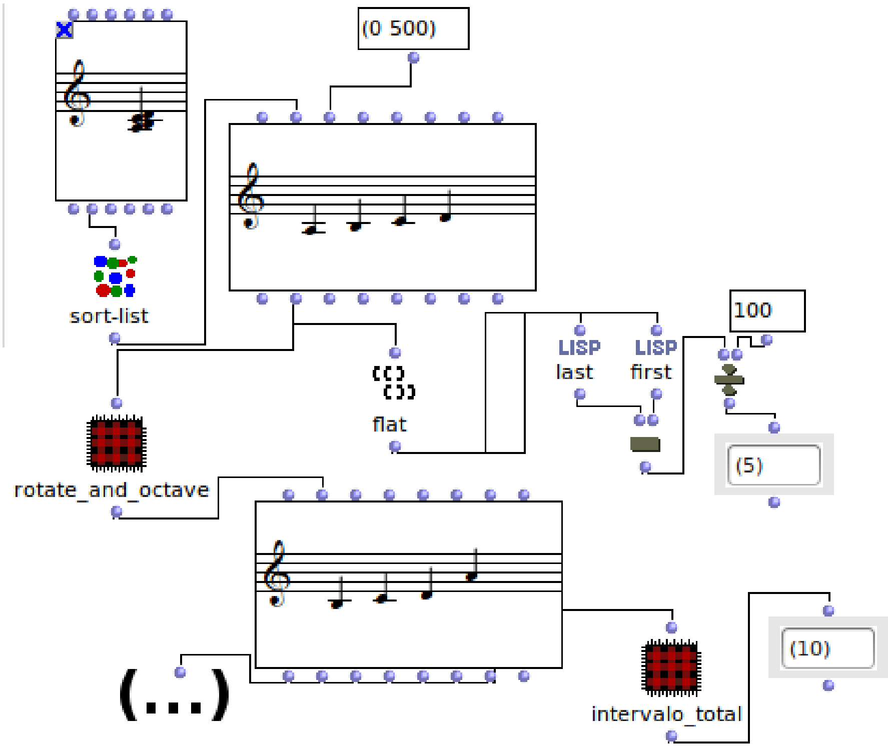
Figura 12 – Redução de um segmento do Microkosmos 101 de Bártok para um cluster de 4 alturas.



Fonte: autor

Para a redução de uma forma normal, partimos do *cluster* sem repetições, colocando todas as alturas dentro da mesma oitava. Os passos seguintes são: **a)** Ordenar de forma ascendente e escolher a sequência que tenha a menor distância da primeira até a última nota. **b)** Se houver empate reduzir pela que seja mais compacta à esquerda, comparando o menor intervalo entre a primeira e penúltima e assim por diante. **c)** Havendo ainda empate, escolher aquele grupo que tem a menor altura como início.

Figura 13 – Forma Normal.



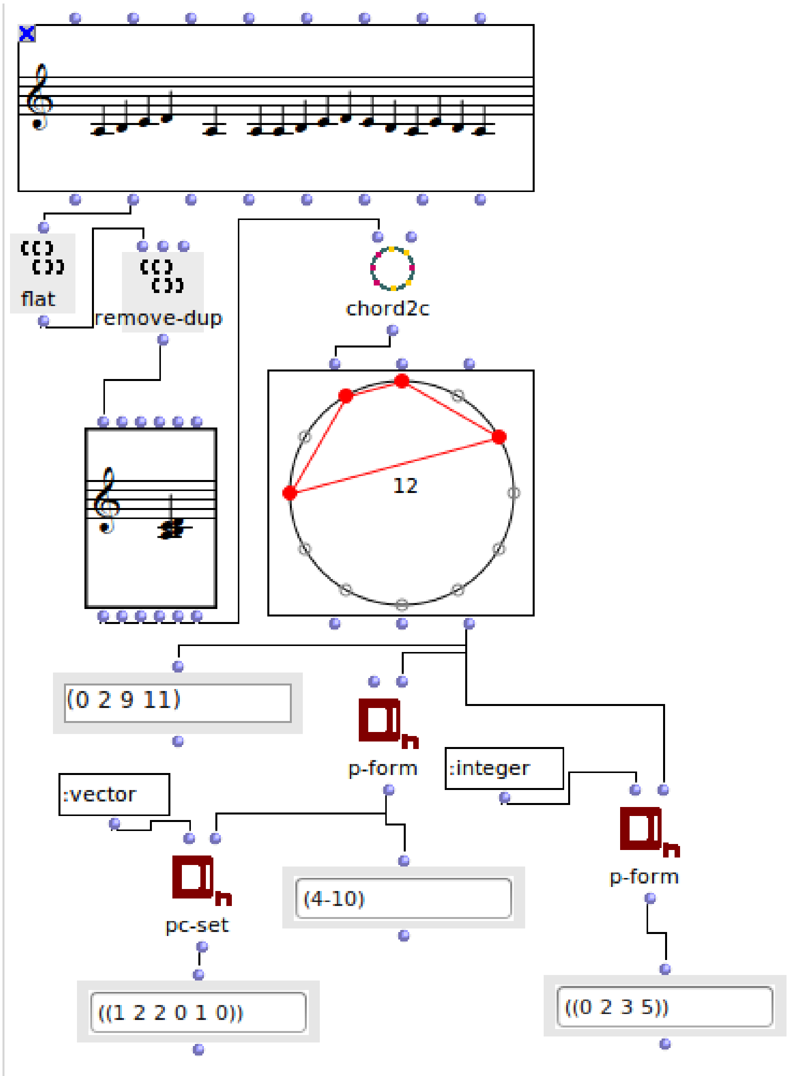
Fonte: autor

A.3 Forma Prima

A forma prima é um procedimento para simplificar ainda mais a forma normal, encontrando "a mais normal das normais" (STRAUS, 2004, p. 47) e reduzindo vetores que possuem os mesmos intervalos ou são inversões e transposições a um vetor primário. Para isso uma forma normal é transposta até que possua o zero em sua primeira posição. Assim é feito também com sua inversão. A forma mais compacta à esquerda será a forma prima. Allen Forte (1973) desenvolveu uma taxonomia a partir das formas primas que tem sido utilizada como forma canônica para representação de grupos de classes de altura.[2]. Forte organiza agrupamentos pelo número de elementos seguidos por um número que diz qual ordem dentro do conjunto com aquele mesmo número de elementos. Exemplo: |3-1| é composto das alturas (0,1,2), |3-2| é o cluster (0,1,3), |4-17| é composto por (0,3,4,7), e assim por diante.

[2] A biblioteca *"math"* do OpenMusic possui o objeto "p-form" para encontrar os agrupamentos de Forte. A tabela original está no livro "The Structure of Atonal Music" (FORTE, 1973, p.179-181)

Figura 14 – Fórmulas de agrupamento de classes de altura.



Fonte: autor

A.4 Singularidades nos agrupamentos

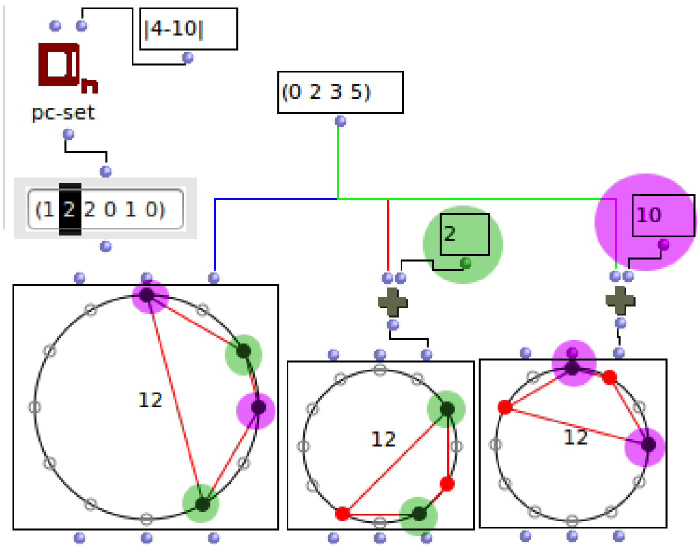
Algumas propriedades entre os grupos de classes de alturas são muito interessantes como princípio composicional e, mesmo quando não tão obvias em primeiras audições, ao menos ajudam garantir alguma coerência estrutural conceitual. George Perle argumenta sobre "funções motívicas" em grupos de alturas (**??**, p.60-85) e observa algumas estratégias de compositores para aproveitar algumas propriedades encontradas em relações internas das series. Perle no entanto mostra-se cético quanto a formalização de nomenclaturas analíticas derivadas da classificação de Allen Forte e sua aplicação em argumentações para análises de composições que tenham sido compostas antes fórmulas tornarem-se ferramentas musicológicas. (PERLE, 1990)

Levantaremos aqui algumas destas propriedades conforme o resumo didático proposto por Straus (2004), sem ainda estarmos certos de sua efetividade para analises mas interessados na formalização computacional possível destas para processos composicionais.

A.4.1 Notas comuns sob transposição

Tomemos o seguinte exemplo: Dado um grupo em sua forma prima [0,2,5] - ou "4-10" na forma prima pela classificação de Allen Forte (1973) - quando transpomos para o intervalo 2 e seu inverso 10, obtemos duas notas iguais para cada um destes grupos.

Figura 15 – Notas comuns na transposição.



Fonte: autor

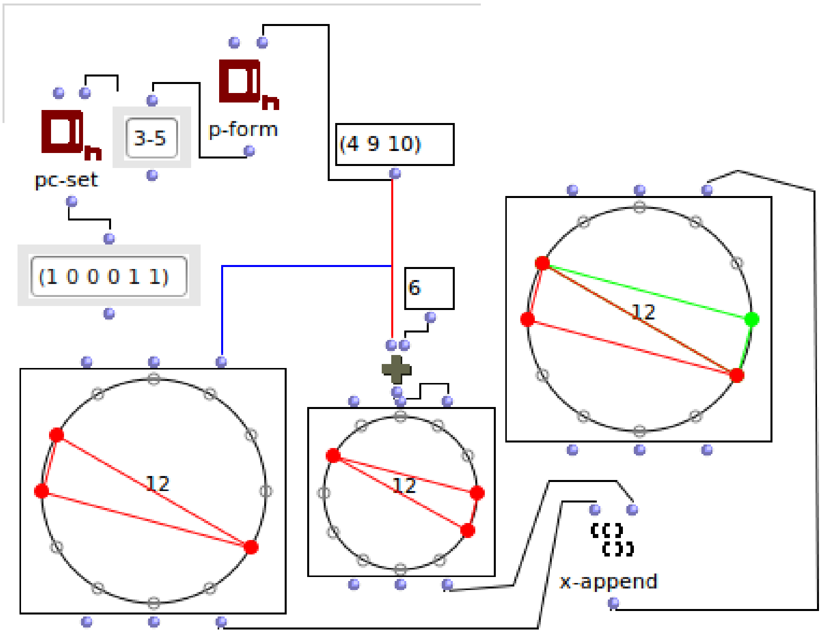
Isso acontece porque o vetor de intervalos para esta forma é <1,2,2,0,1,0> e podemos observar que há uma fórmula geral que prova que o número de incidências comuns de uma determinada classe de alturas em sua transposição será o número de repetições deste intervalo em seu vetor original. Neste caso por exemplo temos duas incidências do intervalo de classe 2 - portanto as transposições T2 e T10 tem duas notas em comum com T0.

Há uma exceção a esta regra:

É preciso observar que para o caso do trítono a inversão é simétrica - portanto para cada trítono temos duas notas em comum. Como no exemplo acima: 10 e 4 geram as duas simétricas 4 e 10, logo conclui-se que um trítono gera duas notas em comum e assim por diante.

Interessante pensar também que o vetor de intervalos irá determinar transposições onde não existe nota nenhuma em comum. Composicionalmente isso pode ser visto como uma possibilidade de transpor a série para uma sessão totalmente distinta da anterior, criando algum discurso com estas transições.

Figura 16 – Notas comuns na transposição com trítono.

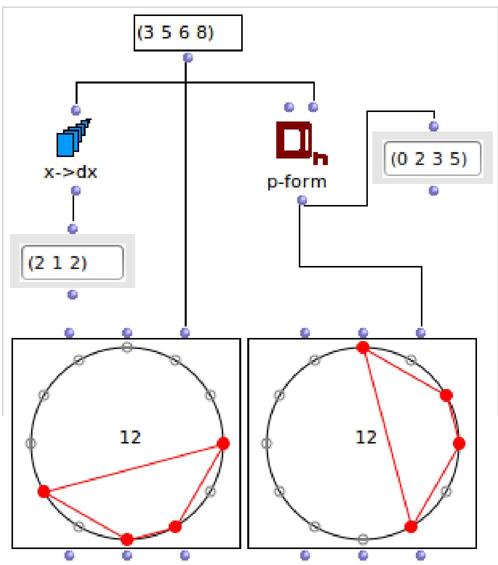


Fonte: autor

A.4.2 Simetria Transpositiva

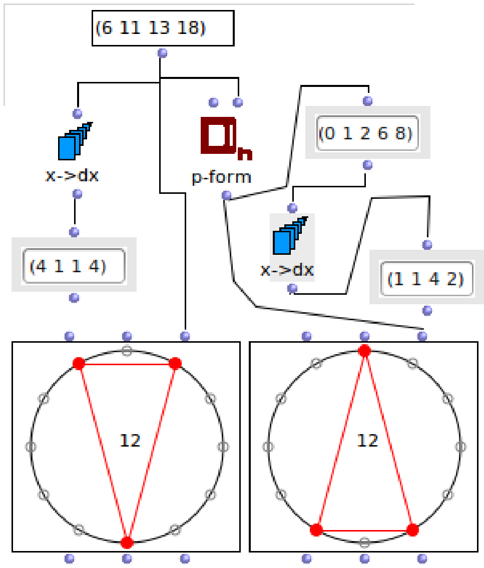
Na simetria transpositiva temos um padrão de intervalos que funciona como palíndromo (tem a mesma leitura da esquerda para a direita e direita para esquerda).

Figura 17 – A simetria transpositiva é obtida através de um padrão de intervalo palíndromo.



Fonte: autor

Figura 18 – A forma circular é mais geral do que a numérica para a visualização do padrão de simetrias.

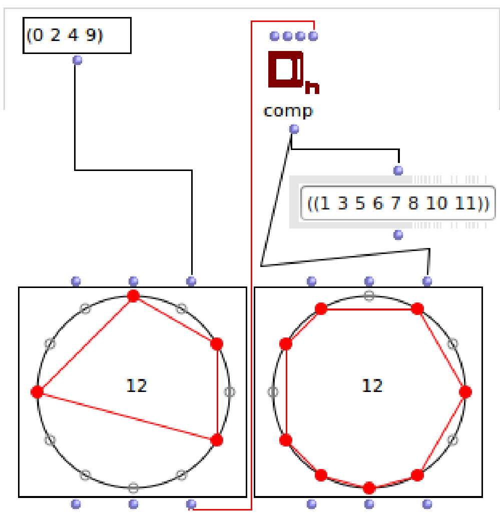


Fonte: autor

A.4.3 Complemento

Útil para reconhecer e produzir contextos totalmente distintos entre si, o complemento é composto por todos intervalos que estão exclusos dos grupo, produzindo um outro grupo completamente diferente.

Figura 19 – O complemento contém todas alturas cromáticas que o conjunto original não possui.

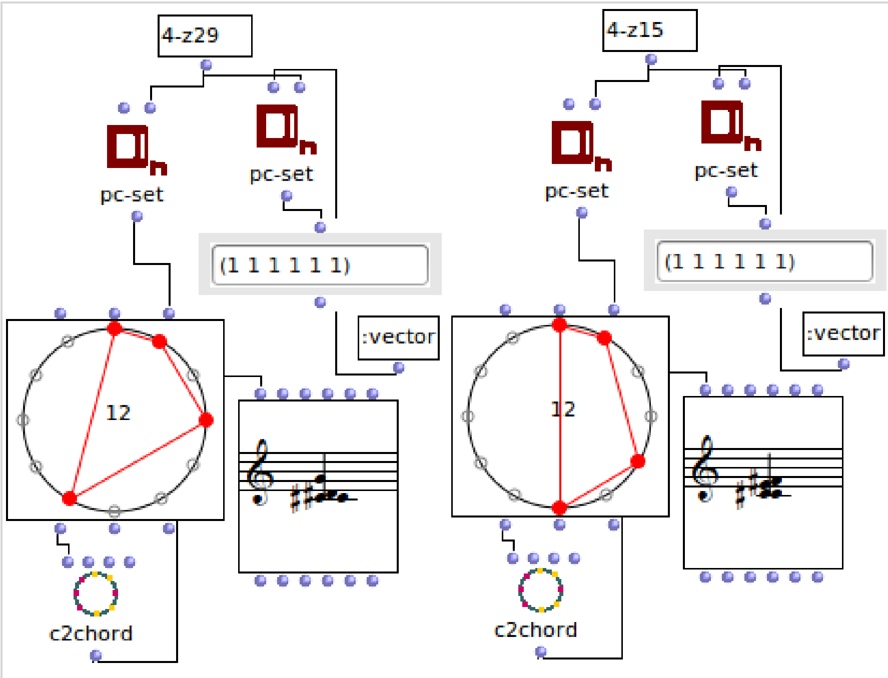


Fonte: autor

A.4.4 Relação Z entre grupos de classes de alturas

A relação Z é uma das interessantes relações onde há uma equivalência sem que os conjuntos sejam transposições ou inversões entre si neste caso produzindo dois conjuntos que possuem os mesmos intervalos na sua constituição.

Figura 20 – Dois conjuntos Z-relacionados possuem os mesmos intervalos sem serem inversões ou transposições uns dos outros.



Fonte: autor (adaptado de exemplo do tutorial MathTools do OM)