

# *Machine Learning for Evaluating and Improving Theories*

Fudenberg e Liang, 2020

Gustavo Libório

Métodos Computacionais: 2021/1, 28/10/2021

# Conteúdos

- 1 Base teórica
- 2 Estudos empíricos
- 3 Replicação de resultados

# Motivação

- ① Fudenberg e Liang: *Machine Learning for Evaluating and Improving Theories*, 2020.
- ② Modelos de aprendizagem de máquinas podem ajudar a teoria
- ③ O artigo propõe que :
  - Testando previsões de modelos teóricos e de aprendizagem de máquinas é possível descobrir novas regularidades
  - A partir das novas regularidades podemos revisar a teoria
  - Os dois tipos de modelo usados juntos podem melhorar tanto compreensão quanto previsão
- ④ Há três metodologias para realizar essa tarefa no artigo: analisar completude, restritividade e gerar novos dados/instrumentos por algoritmos

# Conteúdos

- 1 Base teórica
- 2 Estudos empíricos
- 3 Replicação de resultados

O contexto teórico geral é explicar uma variável  $y \in Y$  com as variáveis  $x \in X$

Os modelos vão nos fornecer, de algum modo, uma função preditiva  $f : X \rightarrow Y$

As funções preditivas de interesse serão aquelas paramétricas,  $F_\Theta = \{f_\theta\}_{\theta \in \Theta}$ , com  $\Theta$  sendo um conjunto compacto de dimensão finita e as funções contínuas.  $F_\Theta$  é chamado modelo

É necessário definir uma função de perda, ou de erro, que denotaremos  $\mathcal{L} : Y \times Y \rightarrow \mathbb{R}$

O erro esperado de uma função preditiva, dada uma distribuição conjunta  $P$  de  $(x, y)$ , é  $\varepsilon_P(f_\theta) = \mathbb{E}(\mathcal{L}(f_\theta(x), y))$  e  $f_\theta^* \in F_\Theta$  que minimiza  $\varepsilon_P(f_\theta)$  é a regra de previsão minimizadora de erro

Usualmente  $P$  é desconhecida e os valores precisam ser estimados com base em dados

Há dois conceitos importantes para a metodologia do artigo:

**Compleitude** O quanto o modelo melhora a previsão quando comparado a um modelo ingênuo e o melhor modelo possível

**Restritividade** O quanto o modelo é (in)capaz de se adaptar a quaisquer padrões e regularidades dos dados

# Completude

Define-se completude a partir de uma função preditiva ingênua,  $f_n$ ; e uma função ideal  $f^*$ , onde:

$$f^*(x) = \arg \min_{y' \in Y} \mathbb{E}(\mathcal{L}(y', y) | x)$$

A completude é a porcentagem da diferença de previsão entre a regra ingênua e a regra ótima que o nosso modelo paramétrico explica, ou seja:

$$\frac{\varepsilon_P(f_n) - \varepsilon_P(f_\Theta^*)}{\varepsilon_P(f_n) - \varepsilon_P(f^*)}$$



# Compleitude

TABLE 2—PREDICTING THE MODAL ACTION IN LAB DATA.

	Accuracy	Completeness
Guess at random	0.33	0%
Uniform Nash	0.42 (0.05)	13%
Level-1/PCHM	0.72 (0.04)	58%
Bagged Decision Trees	0.77 (0.02)	66%
Ideal prediction	1	100%

Figura: Tabela com completude dos modelos sobre jogos 3x3(Fudenberg et al, 2020)

# Restritividade

Um modelo é mais restritivo se for menos flexível, ou seja, se for capaz de explicar poucas outras formas funcionais

Se relaciona com ideia de over-fitting: se uma especificação é geral demais, pode incorporar quase todas regularidades, e não somente as mais relevantes

# Restritividade

Define-se a seguinte medida de distância entre duas funções preditivas:

$$d(f, f') = \mathbf{E}_{\mu}(\mathcal{L}(f(x), f'(x)))$$

e a distância entre um modelo paramétrico  $F_{\Theta}$ :

$$d(F_{\Theta}, f) = \inf_{\theta \in \Theta} d(f_{\theta}, f')$$

# Restritividade

Formalmente a restritividade é:

$$\mathbb{E}_{\mu} \left( \frac{d(F_{\Theta}, f)}{d(f_n, f)} \right)$$

e quanto maior este valor, mais restritivo

# Restritividade

A solução dos autores em Fudenberg e Liang (2020)[2] é algorítmica:

- 1 Extrair amostras de um conjunto geral de funções possíveis,  $F_M$  usando uma distribuição  $\mu$
- 2 Calcular  $\frac{d(F_\Theta, f)}{d(f_n, f)}$
- 3 Calcular a média dos valores acima

Trata-se de uma solução utilizando Monte Carlo

# Restritividade

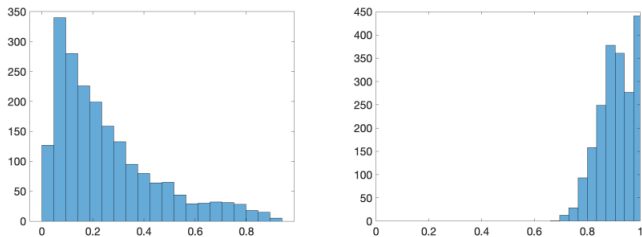


Fig. 1. *Left:* Distribution of normalized distances between CPT and random mappings; *Right:* Distribution of normalized distances between level-1( $\alpha$ ) and random mappings.

# Geração de dados usando algoritmos

- Em Fudenberg e Liang (2019) a aprendizagem de máquinas é usada por sua capacidade de gerar algumas ferramentas de forma automática
- Novos jogos 3x3 para serem testados empiricamente foram gerados, de modo que eles fossem mais prováveis de ser mal classificados pela teoria

# Conteúdos

- 1 Base teórica
- 2 Estudos empíricos
- 3 Replicação de resultados



# Prevendo comportamento em jogos 3x3

- Os autores em Fudenberg e Liang (2019) utilizam uma base de dados de 6 outros trabalhos que fizeram essa análise, além de novos jogos gerados por algoritmo
- O intuito era descobrir outras regularidades e aprimorar a previsão

## Prevendo comportamento em jogos 3x3

TABLE 2—PREDICTING THE MODAL ACTION IN LAB DATA.

	Accuracy	Completeness
Guess at random	0.33	0%
Uniform Nash	0.42 (0.05)	13%
Level-1/PCHM	0.72 (0.04)	58%
Bagged Decision Trees	0.77 (0.02)	66%
Ideal prediction	1	100%

## Prevendo comportamento em jogos 3x3

Após analisar os jogos onde o modelo das árvores acertou e o da teoria errou, parece surgir um padrão. Os jogos tipicamente se parecem com:

	$a_1$	$a_2$	$a_3$
$a_1$	47, 47	51, 44	28, 43
$a_2$	44, 51	11, 11	43, 91
$a_3$	43, 28	91, 43	11, 11

## Prevendo comportamento em jogos 3x3

Os jogadores entrevistados, sendo os payoffs das linhas, jogaram  $a_1$ ; enquanto  $a_3$  seria consistente com a teoria PCHM

Ocorre que os payoffs médio (que seriam a base de decisão PCHM) de ambas estratégias é próximo, mas  $a_3$  é mais arriscada.

Os agentes estão sendo avessos ao risco!

# Prevendo comportamento em jogos 3x3

Os autores acrescentam um parâmetro  $\alpha$  para capturar aversão ao risco:

	Accuracy	Completeness
Level-1	0.72 (0.04)	58%
Bagged Decision Trees	0.77 (0.02)	66%
Level-1( $\alpha$ )	0.79 (0.04)	69%

TABLE 3—INTRODUCING RISK AVERSION IMPROVES LEVEL-1.

# Conteúdos

- 1 Base teórica
- 2 Estudos empíricos
- 3 Replicação de resultados

# Certo equivalente

- Usaremos os dados de loteria de Brunhin et al., 2010 para replicar os cálculos
- A base é composta por características pessoais e suas respectivas respostas qual é o valor do certo equivalente para loterias do tipo:

$$\begin{cases} z_1, \text{ com probabilidade } p \\ z_2, \text{ com probabilidade } 1 - p \end{cases}$$

# Certo equivalente

```
-----  
Estimation results and errors:  
-----
```

Model	Squared Error	Completeness
Naive	71.16	0.0
Expected Utility	66.27	18.12
CPT	45.79	94.04
Ideal	44.18	100.0



# Certo equivalente

	Error	Completeness
Naive Benchmark	103.81 (4.00)	0%
Expected Utility	99.67 (4.50)	11%
CPT	67.38 (4.49)	95%
Table Lookup	65.58 (3.00)	100%

# Certo equivalente

```
-----  
Estimated coefficients:  
-----
```

Model	Coefficients
Expected Utility	0.9834925208500966
CPT (alpha)	1.01680932437912
CPT (beta)	0.9889057062502321
CPT (gamma)	0.4861237593612687
CPT (delta)	0.6012539493015281

# Certo equivalente

Aplicando a metodologia proposta no artigo, faríamos o seguinte:

- 1 Verificar em quais casos o modelo ideal (ateórico) desempenha melhor que o econômico
- 2 Buscar regularidades em tais casos
- 3 Reformular a teoria de modo a incorporar as novas regularidades

# Referências

**Fudenberg, Drew, and Liang, Annie; 2020[2].** *Machine Learning for Evaluating and Improving Theories*. ACM SIGecom Exchanges: Vol. 18, No. 1, 4-11.

# Referências

**Bruhin, A., Fehr-Duda, H., and Epper, T** 2010. *Risk and rationality: Uncovering heterogeneity in probability distortion*. *Econometrica* 78, 4, 1375–1412

**Fudenberg, Drew et al.** 2019. *Measuring the Completeness of Theories*. PIER Working Paper.

# Referências

**Fudenberg, Drew; Gao, Wayne; and Liang, Annie; 2020.** *How Flexible is that Functional Form? Quantifying the Restrictiveness of Theories.* arXiv preprint arXiv:2007.09213