

Modelos de Computación.

Práctica 8.

Luis José Quintana Bolaño

9 de enero de 2014

Resumen

Descripción del conjunto de Mandelbrot, un conjunto matemático de puntos cuya frontera conforma una de las más conocidas formas fractales. Está estrechamente relacionado con el conjunto de Julia. El nombre del conjunto le fue dado en honor a Benoît Mandelbrot, matemático conocido por su trabajo en el campo de los fractales y principal responsable de su popularidad.

1. Descripción del conjunto de Mandelbrot

El conjunto de Mandelbrot se define como el conjunto de valores de C en el plano complejo tales que la sucesión por recursión cuadrática

$$z_{n+1} = z_n^2 + C$$

queda acotada para el termino inicial $z_0 = 0$. pseudo-codigo que permite generar una representacion visual del conjunto, y breve explicacion del concepto de dimension fractal ligada a este objeto.

1.1. Pseudocódigo

El algoritmo más simple conocido para la generación de una representación del conjunto de Mandelbrot es el algoritmo de "tiempo de escape", en el cual se asigna un color a cada punto del area de representación no perteneciente al conjunto que representa la velocidad con la que diverge la sucesión correspondiente a estos.

Algorithm 1 Algoritmo "tiempo de escape"

```
1: for cada pixel  $(Px, Py)$  de la pantalla do
2:    $x0 \leftarrow$  coordenada  $x$  del pixel a escala Mandelbrot
3:    $y0 \leftarrow$  coordenada  $y$  del pixel a escala Mandelbrot
4:    $x \leftarrow 0,0$ 
5:    $y \leftarrow 0,0$ 
6:    $iteracion \leftarrow 0$ 
7:    $iteracion\_maxima \leftarrow 1000$ 
8:   while  $(x * x + y * y < 2 * 2) \wedge (iteracion < iteracion\_maxima)$  do
9:      $auxiliar \leftarrow x * x - y * y + x0$ 
10:     $y \leftarrow 2 * x * y + y0$ 
11:     $x \leftarrow auxiliar$ 
12:     $iteracion \leftarrow iteracion + 1$ 
13:   end while
14:    $color \leftarrow paleta[iteracion]$ 
15:    $pintar(Px, Py, color)$ 
16: end for
```

Nótese que el algoritmo no utiliza numeros complejos, pero los simula mediante dos números reales.

1.2. Dimensión Fractal

En geometría fractal, la dimensión fractal, D es un número real que generaliza el concepto de dimensión ordinaria para objetos geométricos que no admiten espacio tangente. También se define como una relación que proporciona un índice estadístico de complejidad que compara como cambia el detalle de un patrón fractal con la escala en que se mide. En general, se refiere a cualquiera de las dimensiones comunmente usadas para caracterizar fractales (como la dimensión de capacidad, dimensión de correlación, dimensión de Lyapaunov, dimensión Minkowski-Bouligand, etc...). El conjunto de Mandelbrot tiene una dimensión topológica de 1 para su frontera, pero dimensión de Hausdorff 2, la máxima posible al ser subconjunto del plano.