

南京航空航天大学
博士学位论文
DC-DC开关变换器的建模分析与研究
姓名： 欧阳长莲
申请学位级别： 博士
专业： 电力电子与电力传动
指导教师： 严仰光
20040301

摘 要

DC-DC 开关变换器的建模分析是研究开关电源的基础,对开关电源的分析与设计具有重要意义。传统的理想模型和实际电路之间的偏差是开关变换器建模不可忽视的问题。围绕这个问题,本文对 DC-DC 开关变换器的建模分析进行了深入的研究,有助于开关电源的性能优化和设计效率的提高。

在对 DC-DC 开关变换器建模方法的现状及发展趋势进行深入分析的基础上,提出了一种非理想基本变换器在连续工作模式下的电路平均建模方法。以非理想 Buck 变换器和非理想 Boost 变换器为例,阐明了建模过程,进行了仿真研究和实验验证;建立了非理想 PWM 开关模型,在此基础上推导了 Buck-Boost 变换器在连续工作模式下的等效电路模型,进行了稳态和动态小信号特性分析。该建模方法考虑了变换器的寄生参数,模型直观、物理意义清晰、具有实用价值。

提出了非理想变换器在断续工作模式下的电路平均建模方法,该方法不仅考虑了变换器的寄生参数,而且考虑了电流的纹波。首次建立了非理想 Buck 变换器、非理想 Boost 变换器在断续工作模式下的的大信号平均模型、DC 和小信号电路模型,进行了稳态分析,导出了传递函数。统一了非理想 Buck 变换器、非理想 Boost 变换器在连续工作模式和断续工作模式下的的大信号平均模型,推导了断续工作模式和连续工作模式的边界。研究了 Buck 变换器和 Boost 变换器在断续工作模式下的的小信号特性,讨论了不同的参数对小信号特性的影响,并与临界连续、连续工作模式下的的小信号特性进行了比较。

提出并研究了考虑导通损耗、考虑变压器漏感、既考虑导通损耗又考虑变压器漏感的半桥变换器的电路平均法建模,导出了传递函数,分析了变换器的参数对其稳态特性、传递函数和小信号特性的影响,并进行了仿真研究。

首次运用状态空间平均法建立了考虑变压器漏感的半桥变换器的稳态和小信号解析模型,得到了与电路平均建模方法一致的结果。

研究了既考虑寄生参数又考虑电流纹波的开关变换器在连续工作模式下的电路平均法建模。首次建立了考虑寄生电阻和电流纹波的同步整流 Buck 变换器在连续工作模式下的的大信号平均模型、DC 和小信号电路模型,研究了电压控制的闭环建模,导出了传递函数,剖析了变换器的寄生参数对其控制电路设计的影响,进行了小信号特性的仿真研究,进一步阐明了考虑变换器的寄生参数建模的必要性。

关键词: 直流-直流变换器、 建模分析、 非理想器件、 等效模型、连续工作模式、断续工作模式、状态空间平均法、电路平均法

Abstract

Modeling analysis DC-DC switching converters is the key step to study, analyze and design switching power supplies. Difference between the traditional ideal model and the actual nonideal converter is a problem that cannot be ignored to model switching converters. In order to solve the problem, this dissertation is devoted to study on modeling and analyzing DC-DC switching converter. The research results are helpful to optimize behavior and improve design efficiency of switching power supplies.

On the basis of the current situation and developing trend of modeling methods of DC-DC switching converters discussed, a circuit averaging method is put forward to model nonideal basic converters operating in the continuous conduction mode (CCM). The method is exemplified by modeling nonideal buck converter and nonideal boost converter operating in CCM, the modeling procedures are illustrated concretely, simulation analysis and experiment verification are performed, corresponding CCM PWM-switch models are obtained. The equivalent circuit models of nonideal buck-boost converter operating in CCM are derived. Steady-state and dynamic small-signal analysis are discussed based on the derived models. Parasitic components existed in actual converters are included into the derived models, which are intuitive and of clear physical meaning. Therefore, the derived models carry practical value.

The circuit averaging modeling method of nonideal converters operating in the discontinuous conduction mode (DCM) is presented. Both parasitic components and current ripples are included into equivalent circuit models of DCM converters. At the first time, this dissertation succeeds in deriving large-signal averaging circuit models, DC circuit models, small-signal equivalent circuit models corresponding to nonideal buck converter and nonideal boost converter operating in DCM. Based upon these models, the steady-state analysis is performed, transfer functions are obtained, small-signal characteristics of buck and boost converter are studied in detail with simulation and theory analysis. The small-signal characteristics in DCM are compared with their small-signal characteristics in critical CCM and CCM. Large-signal averaging models of nonideal buck as well as boost converter operating in CCM and DCM are combined respectively. The CCM-DCM mode boundaries for the buck and boost converters are determined.

The circuit averaging methods to model half-bridge transformer-isolated converter with consideration of conduction losses, transformer-leakage inductance, both conduction

losses and transformer-leakage inductance are studied. Transfer functions are derived. Effects of the converter parameters on transfer functions, the steady-state and small-signal characteristics of the converter are discussed, and the corresponding simulation is performed.

State-space averaging method is first employed to derive the quiescent dc and small-signal ac equations of half-bridge converter including transformer-leakage inductance. The results are identical with those derived using circuit averaging method.

A circuit averaging method of deriving circuit models including parasitic components and current ripples of CCM converters is introduced. Dynamic large-signal, DC, and small-signal circuit models including parasitic resistances and current ripples of nonideal synchronous rectifier buck converter operating in CCM are established. Closed-loop modeling of nonideal synchronous rectifier buck converter for voltage-mode control is studied. Transfer functions are obtained. Effects of parasitic components on control loop design of the converter are explored. Systematic simulation analysis is performed. All the results show that it is necessary to include parasitic components of converters into equivalent models.

Key words: DC-DC converter, modeling analysis, nonideal device, equivalent model, continuous conduction mode, discontinuous conduction mode, state-space averaging method, circuit averaging method

承诺书

本人声明所呈交的博士学位论文是本人在导师指导下进行的研究工作及取得的研究成果。除了文中特别加以标注和致谢的地方外，论文中不包含其他人已经发表或撰写过的研究成果，也不包含为获得南京航空航天大学或其他教育机构的学位或证书而使用过的材料。

本人授权南京航空航天大学可以将学位论文的全部或部分内容编入有关数据库进行检索，可以采用影印、缩印或扫描等复制手段保存、汇编学位论文。

（保密的学位论文在解密后适用本承诺书）

作者签名：**欧阳长莲** 日期：2004 年 3 月

第一章 绪 论

摘要：DC-DC 开关变换器的建模研究是当前电力电子技术领域的研究方向之一，是电路分析设计的基础。本章分析 DC-DC 开关变换器的建模的研究动态、存在问题及发展趋势，介绍本文的研究目的及主要研究内容。

1.1 引言

具有效率高、体积小、重量轻等特点的开关电源在航空航天、通信、计算机等各个领域得到了广泛的应用。开关电源的核心是开关变换器，近年来，开关变换器的研究在国际国内形成热潮，而当前研究热点之一是 DC-DC 开关变换器的建模及其控制方法，这是电路分析设计的关键环节。在建模方面，由于 DC-DC 开关变换器在闭环工作时是属于时变非线性周期性工作的系统，传统的经典分析方法（如拉氏变换等）已经无法直接应用，这就要求运用新的方法来进行建模分析，并使分析方法更加趋于简化、准确、全面和完善。而在控制方法上，也由单闭环控制发展到双闭环控制，新的控制方法不断出现。

1.2 DC-DC 开关变换器建模方法的研究动态

DC-DC 开关变换器的建模和分析是研究 DC-DC 开关变换器的拓扑结构和控制方法的基础^[48-60]。随着 DC-DC 开关变换器技术的发展，其建模方法也经历了不断发展的过程。DC-DC 开关变换器的建模方法一般可分为两大类：数值法和解析法。数值法是根据一定的算法进行计算机运算处理而获得 DC-DC 开关变换器特性的数值解，故很难提供电路工作机理的信息，所得的结果物理意义不甚明确。数值法又可分为直接数值法和间接数值法。直接数值法^[1-9]是指直接利用现有的通用电路分析软件（如 SPICE, PSpice 等）对 DC-DC 开关变换器进行数值计算得到其解的方法，采用这种方法不必重新建立电路模型，只需对局部电路建立仿真模型或等效子电路即可。间接数值法^[10-17]是指在数值计算前，需要对 DC-DC 开关变换器建立一个专用的、适用于数值解的仿真模型，然后采用适当的数值算法求解，其优点是计算速度较快。

解析法是指用解析表达式来描述 DC-DC 开关变换器特性的建模方法，着眼于工作机理的分析，满足一定精度要求下要简单通用，能为设计提供较明了的依据。解析法分为离散解析法和连续解析法。离散解析法^[18-25]是以某一变量在一个周期中的若干个特定的离散点上的值为求解对象来建立其差分方程，求解这个差分方程或通过 Z 变换

得到变量解析式。离散解析法精确度高,但结果表达式复杂,因而难指导设计,离散模型的研究基本上陷于停滞阶段。

近年来,连续解析法得到了很大的发展,与离散解析法的发展缓慢形成了鲜明的对比。连续解析法的本质是平均,故连续解析法又称平均法,平均的目的是把一个周期内有两个或几个不同拓扑的电路,在某种意义下进行平均,将时变电路变为非时变线性电路,在小信号的情况下线性化,从而能利用人们熟知的经典的线性电路理论和控制理论来解决非线性电路的工作,对开关变换器进行稳态和小信号分析,平均法一直是 DC-DC 开关变换器建模理论中最为重要的建模方法,对设计有一定的指导意义。其中最具代表性的是状态空间平均法和电路平均法,前者指对 PWM DC-DC 开关变换器的状态变量进行平均和线性化处理,得到解析结果的通用分析方法;后者指与电路拓扑及器件模型联系较紧密的等效电路分析法,便于使用通用电路分析程序仿真和进一步分析研究。

1.2.1 状态空间平均法

由于功率器件的开关作用,DC-DC 开关变换器是周期性、时变结构系统。在一个开关周期内,DC-DC 开关变换器的状态空间连续时间建模,需要两套或两套以上不同的方程组,一套描述在功率开关器件导通期间电路的工作,其它描述功率开关器件关断期间的工作。在每种开关状态期间,如果 RLC 元件是线性的,则电路为线性电路。为了得到描述开关变换器在整个开关周期内的统一的状态空间模型,1976 年 Middlebrook R.D. 等提出了状态空间平均法^[26]。

状态空间平均法一直是国际公认的 PWM(pulse-width-modulation)DC-DC 变换器的主要建模和分析方法^[27-29],其实质为:根据由线性 RLC 元件、独立电源和周期性开关组成的原始网络,以电容电压、电感电流为状态变量,按照功率开关器件的‘ON’和‘OFF’两种状态,利用时间平均技术,得到一个周期内平均状态变量,将一个非线性、时变、开关电路转变为一个等效的线性、时不变、连续电路,因而可对 DC-DC 开关变换器进行大信号瞬态分析,并可决定其小信号传递函数,建立状态空间平均模型。

对于不考虑寄生参数的理想 PWM 变换器,在连续工作模式(CCM)下一个开关周期有两个开关状态相对应的状态方程为

$$\begin{cases} \dot{x} = A_1 x + B_1 V_i \\ y = C_1 x \end{cases} \quad 0 \leq t \leq dT \quad (1.1)$$

$$\begin{cases} \dot{x} = A_2 x + B_2 V_i \\ y = C_2 x \end{cases} \quad dT \leq t \leq T \quad (1.2)$$

式中 d 为功率开关管导通占空比, $d = t_{on}/T$, t_{on} 为导通时间, T 为开关周期;

$x = [i_L \ v_C]$, x 是状态变量, i_L 是电感电流, v_C 是电容电压; V_i 是开关变换器的输入电压; y 为输出状态变量; $A_1, A_2, B_1, B_2, C_1, C_2$ 是系数矩阵, 与电路结构和参数有关。

对式(1.1, 1.2)进行平均, 得到状态平均方程为

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + BV_i \\ y = Cx \end{cases} \quad 0 \leq t \leq T \quad (1.3)$$

式中 $A \equiv dA_1 + d'A_2$; $B \equiv dB_1 + d'B_2$; $C \equiv dC_1 + d'C_2$; $d' = 1 - d$ 。这就是著名的状态空间平均法, 可见, 时变电路变成了非时变电路, 若 d 为常数, 则这个方程描述的系统是线性系统, 所以状态空间平均法的贡献是把一个开关电路用一个线性电路来替代。

对状态平均方程进行小扰动线性化, 令瞬时值 $d = D + \hat{d}$, $d' = D' - \hat{d}$, $D + D' = 1$, $v_i = V_i + \hat{v}_i$, $x = X + \hat{x}$, $y = Y + \hat{y}$, $\hat{d}' = -\hat{d}$ 。其中, \hat{d} , \hat{d}' , \hat{v}_i , \hat{x} , \hat{y} 是相应 D , D' , V_i , X , Y 的扰动量。

将稳态量与扰动量分离, 作小信号假设: ① 纹波分量是线性且远小于其平均值;

② 扰动量的幅值远小于其平均值, 即 $\frac{\hat{x}}{X} \ll 1$, $\frac{\hat{y}}{Y} \ll 1$, $\frac{\hat{v}_i}{V_i} \ll 1$, $\frac{\hat{d}}{D} \ll 1$ 。则 $\hat{x}\hat{d}$,

$\hat{d}\hat{v}_i$ 可以忽略, 得到

稳态 (DC) 模型

$$\begin{cases} X = -A^{-1}BV_i \\ Y = CX \end{cases} \quad (1.4)$$

动态 (AC) 小信号模型

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}} = A\hat{x} + B\hat{v}_i + [(A_1 - A_2)X + (B_1 - B_2)V_i]\hat{d} \\ \hat{y} = C\hat{x} + (C_1 - C_2)X\hat{d} \end{cases} \quad (1.5)$$

式(1.5)即为动态低频小信号状态平均方程, 是一个线性非时变方程。将它进行拉斯变换, 得到 s 域小信号模型

$$\begin{cases} s\hat{x}(s) = A\hat{x}(s) + B\hat{v}_i(s) + [(A_1 - A_2)X + (B_1 - B_2)V_i]\hat{d}(s) \\ \hat{y}(s) = C\hat{x}(s) + (C_1 - C_2)X\hat{d}(s) \end{cases} \quad (1.6)$$

整理后, 得

$$\begin{bmatrix} \hat{x}(s) \\ \hat{y}(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{11}(s) & G_{12}(s) \\ G_{21}(s) & G_{22}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{v}_i(s) \\ \hat{d}(s) \end{bmatrix} \quad (1.7)$$

由式(1.7)可得各传递函数

$$G_{11}(s) = \left. \frac{\hat{x}(s)}{\hat{v}_i(s)} \right|_{\hat{d}(s)=0} = (sI - A)^{-1}B \quad (1.8)$$

$$G_{12}(s) = \frac{\hat{x}(s)}{\hat{d}(s)} \Big|_{\hat{v}_i(s)=0} = (sI - A)^{-1} [(A_1 - A_2)x + (B_1 - B_2)V_i] \quad (1.9)$$

$$G_{21}(s) = \frac{\hat{y}(s)}{\hat{v}_i(s)} \Big|_{\hat{d}(s)=0} = C(sI - A)^{-1} B \quad (1.10)$$

$$G_{22}(s) = \frac{\hat{y}(s)}{\hat{d}(s)} \Big|_{\hat{v}_i(s)=0} = C(sI - A)^{-1} [(A_1 - A_2)x + (B_1 - B_2)V_i] + (C_1 - C_2)x \quad (1.11)$$

式(1.4)和式(1.7)就是状态空间平均方程的静态解和小信号动态解。它以解析式形式描述了低频小信号扰动下的特性, 但不够直观。

优点:

① 状态空间平均法是开关变换器的基本分析方法, 主要用以分析理想 PWM 开关变换器;

② 该方法可以利用人们熟知的经典的线性电路理论和控制理论对 DC-DC 变换器进行稳态和小信号分析, 物理概念清楚, 方法也易掌握, 对设计有一定的指导意义;

③ 状态空间平均法有着重要的实用价值, 在 PWM 变换器的小信号分析中, 得到了广泛的应用。

缺点:

① 状态空间平均法以解析式形式描述低频小信号扰动下的特性, 不够直观;

② 在进行状态空间平均变换处理时要求开关变换器的开关频率远远大于电路特征频率且状态方程中输入变量为常数或缓慢变化量, 只能用在扰动频率比开关频率低很多的情况。因此, 状态空间平均法不适用于谐振变换器;

③ 当变换器有更多的开关状态和含有更多的电容和电感动态元件时, 状态空间平均法需要进行大量的运算, 运用起来非常复杂。

1.2.2 电路平均法

电路平均法是从电路结构出发, 利用时间平均技术进行电路分析, 但当电路元件增多, 要得出平均后的拓扑结构需要很大的运算量。电路平均法主要有: 三端开关器件模型法、时间平均等效电路法、能量守恒法。

1987 年美国弗吉尼亚功率电子中心 (简称, VPEC) 的 Vorperian V. 提出了三端开关器件模型法^[30], 把变换器的功率开关管和二极管作为整体看成一个三端开关器件, 用其端口的平均电压、平均电流的关系来表征该模型, 然后把它们适当地嵌入到要讨论的变换器中, 变成平均值等效电路^[31-41]。如图 1-1 所示, a 端

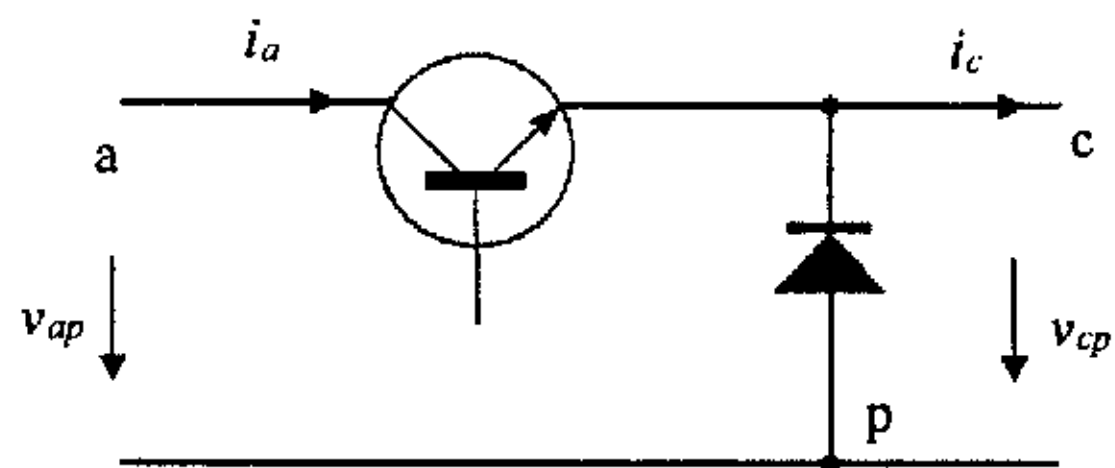


图 1-1 三端开关器件

为有源端，p 端为无源端，c 端为公共端。

图 1-2 中 Buck、Boost、Buck-Boost、Cuk 四种基本的 PWM 变换器的三端 a、p、c 开关器件，称之为 PWM 开关，如图 1-3 所示。

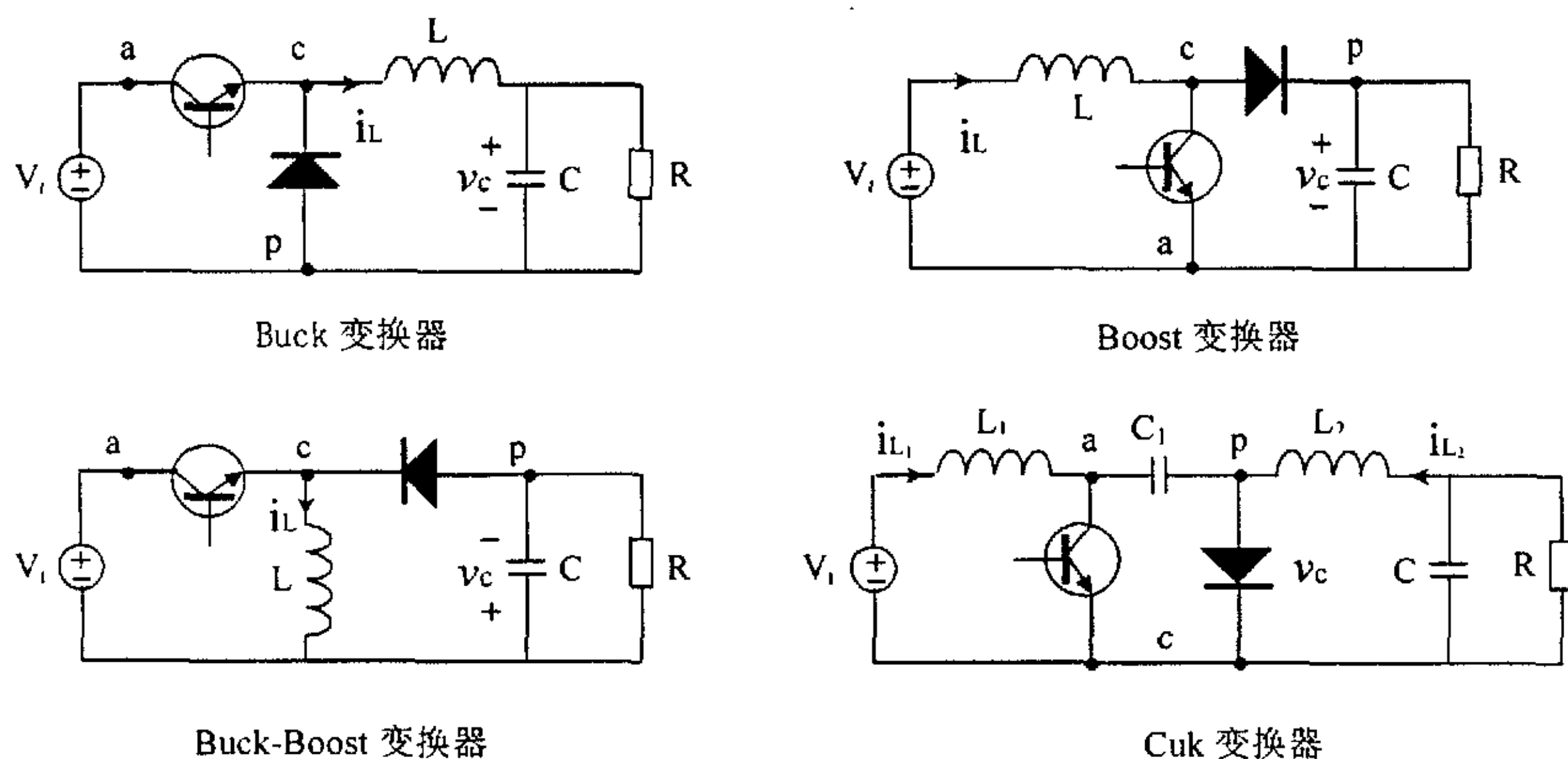


图 1-2 四种基本的 PWM 变换器

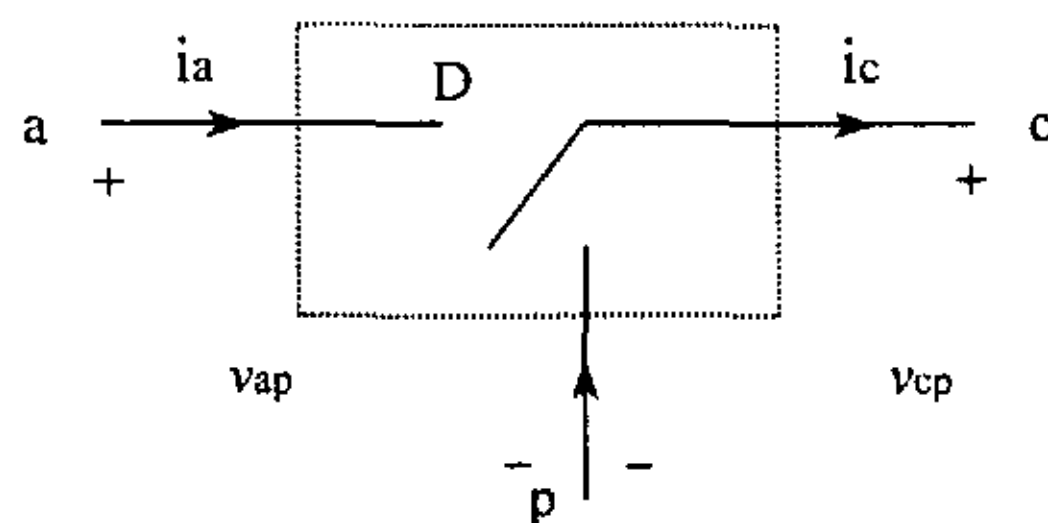


图 1-3 PWM 开关

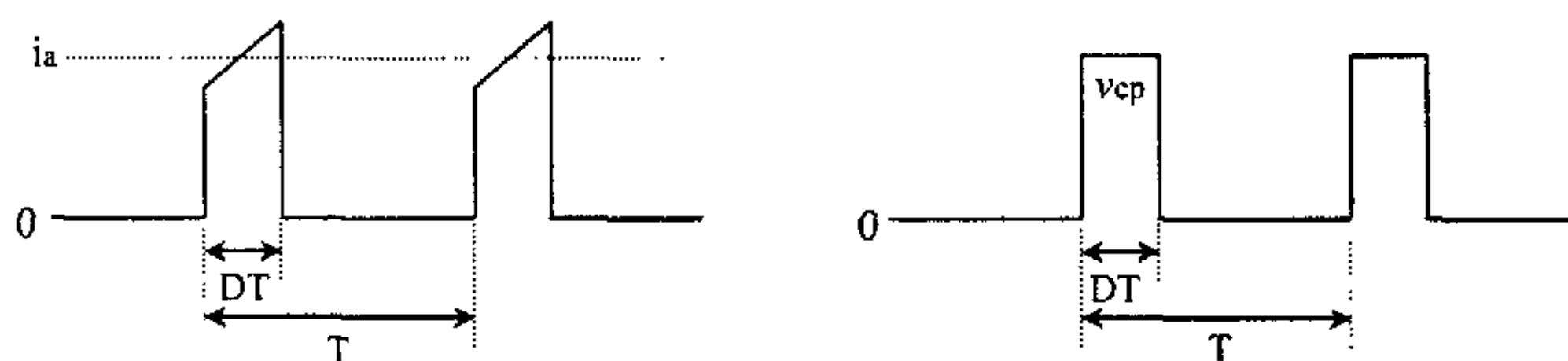


图 1-4 PWM 开关在连续工作模式 (CCM) 下的端电压、电流波形

PWM 开关连续工作模式 (CCM) 下的伏安特性如图 1-4 所示，可用下列两个重要关系式来描述：

平均电流关系式 $i_a = d i_c$ (1.12)

平均电压关系式 $v_{cp} = d v_{ap}$ (1.13)

式中的符号均表示扰动分量与稳态分量之和的平均值。

由于公共端 c 总是与电感相连，电感电流的平均值是相对不变的，把有源端 a 电流的平均值认为是电感电流平均值与占空比的函数；由于 DC-DC 变换器中 ap 端总是接在输入电源或负载（包括滤波电容）两端（这个电压是相对不变的），cp 两端的电压是 ap 端压与占空比的函数。此式反映了 PWM 开关连续工作模式（CCM）下的伏安特性。

PWM 开关连续工作模式（CCM）下的等效电路模型通过确定端口平均电流和平均电压的关系来获得，小信号模型通过确定端口平均电压、平均电流的扰动来获得。在某一稳态下进行小信号扰动，即令 $d = D + \hat{d}$ ， $i_a = I_a + \hat{i}_a$ ， $i_c = I_c + \hat{i}_c$ ， $v_{cp} = V_{cp} + \hat{v}_{cp}$ ， $v_{ap} = V_{ap} + \hat{v}_{ap}$ ，把这些公式代入式（1.12）和（1.13）得

$$I_a + \hat{i}_a = (D + \hat{d})(I_c + \hat{i}_c) = D I_c + \hat{d} I_c + D \hat{i}_c + \hat{d} \hat{i}_c \quad (1.14)$$

$$V_{cp} + \hat{v}_{cp} = (D + \hat{d})(V_{ap} + \hat{v}_{ap}) = D V_{ap} + \hat{d} V_{ap} + D \hat{v}_{ap} + \hat{d} \hat{v}_{ap} \quad (1.15)$$

假设扰动量的幅值远小于其平均值，即 $\frac{\hat{d}}{D} \ll 1$ ， $\frac{\hat{v}_{ap}}{V_{ap}} \ll 1$ ， $\frac{\hat{i}_c}{I_c} \ll 1$ ，式（1.14）

和（1.15）中忽略高阶项使之线性化，得

$$I_a + \hat{i}_a = (D + \hat{d})(I_c + \hat{i}_c) = D I_c + \hat{d} I_c + D \hat{i}_c \quad (1.16)$$

$$V_{cp} + \hat{v}_{cp} = (D + \hat{d})(V_{ap} + \hat{v}_{ap}) = D V_{ap} + \hat{d} V_{ap} + D \hat{v}_{ap} \quad (1.17)$$

根据式（1.16）和（1.17）可得到 PWM 开关的 DC 和小信号等效电路模型如图 1-5 所示。若式（1.16, 1.17）中的扰动量为零，则可得到其稳态特性；若式（1.16, 1.17）中的稳态分量为零，则可得到其动态小信号特性。

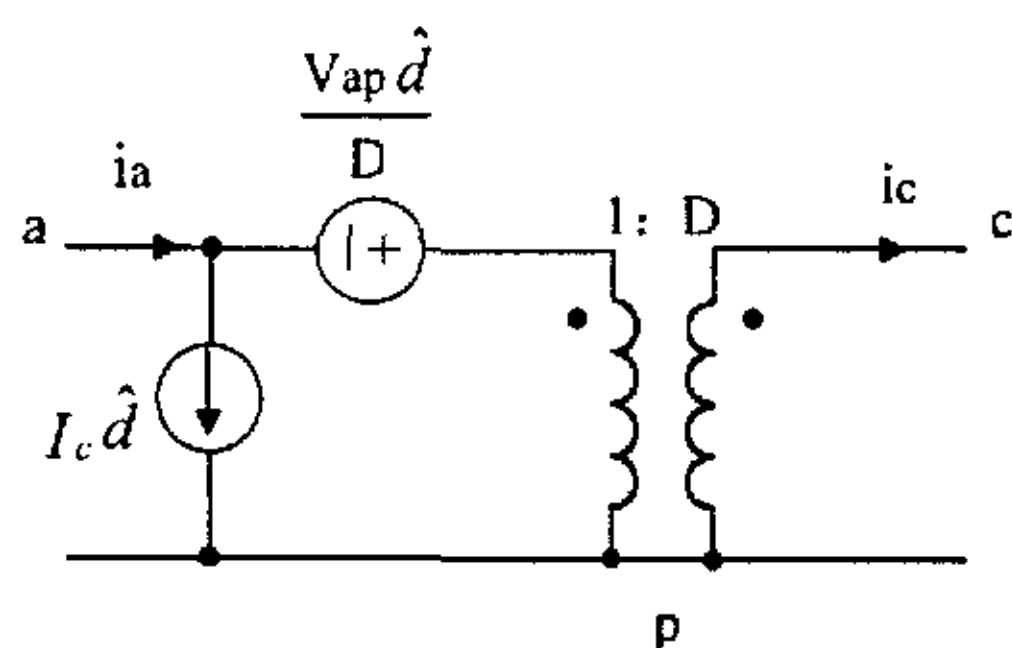


图 1-5 PWM 开关在连续工作模式（CCM）下的 DC 和小信号等效电路模型

优点：

- ① 在 PWM 变换器中用 PWM 开关的等效电路模型替代变换器中的 PWM 开关，把开关变换器转换成等效的线性电路，既可以进行稳态分析，又可以进行动态分析；
- ② 建立了统一的开关模型，建模方法灵活、简单；

③ 该方法也适用于谐振变换器。

缺点：

① 需预知开关变换器的直流稳态特性；

② 只用于理想开关变换器的建模分析。

1988 年许建平等提出时间平均等效电路 (TAEC) 建模方法^[12-16]，其关键点是在建模之初，就利用电路理论中的替代定理将开关变换器中的开关元件用受控电压源和/或受控电流源进行替代变换，得到开关变换器的等效平均电路，受控电压源和/或受控电流源的值是周期 T 内的时间平均值，从而用常规方法就可进行开关变换器的 DC 稳态和 AC 小信号分析。该方法只需对开关变换器进行简单的等效变换处理即可获得等效平均电路，不需要进行复杂的运算，所得结果以等效电路形式出现，具有直观，物理意义明确的优点。

时间平均等效电路法的关键步骤就是从原始网络 N 中提取所有的开关，得到一个开关子网络 N_s 和一些公共开关子网络 N_{ci} ， $i=1,2,\dots,n$ ，然后对 N_s 进行时间平均等效变换得到等效子网络 N'_s ， N'_s 由受控电压源和/或受控电流源组成。假设网络 N 由线性时不变动态网络 N_{c1} 、双端口网络 N_s 、线性时不变动态网络 N_{c2} 组成，如图 1-6 (a) 所示。 N_s 含理想 PWM 开关，开关频率为 $f_s=1/T$ ，占空比为 D ，如果下列条件都被满足，则 N_s 可用由受控源组成的网络 N'_s 替代。

- ① N 是独立可解的；
- ② N 处于周期性的稳定状态；
- ③ 替代后没有电流源/电感的开路或没有电压源/电容回路的短路；
- ④ 受控源的值是周期 T 内 N_{c1} 和 N_{c2} 的端口电压和端口电流的时间平均值。

如图 1-6 (b) 所示，得到的由 N_{c1} 、 N'_s 、 N_{c2} 组成的非时变网络 N' 定义为 N 的时间平均等效电路 (TAEC)， N' 的每个电压和电流是恒定的，电压和电流的值等于 N 的相对应的电压或电流波形的时间平均值。

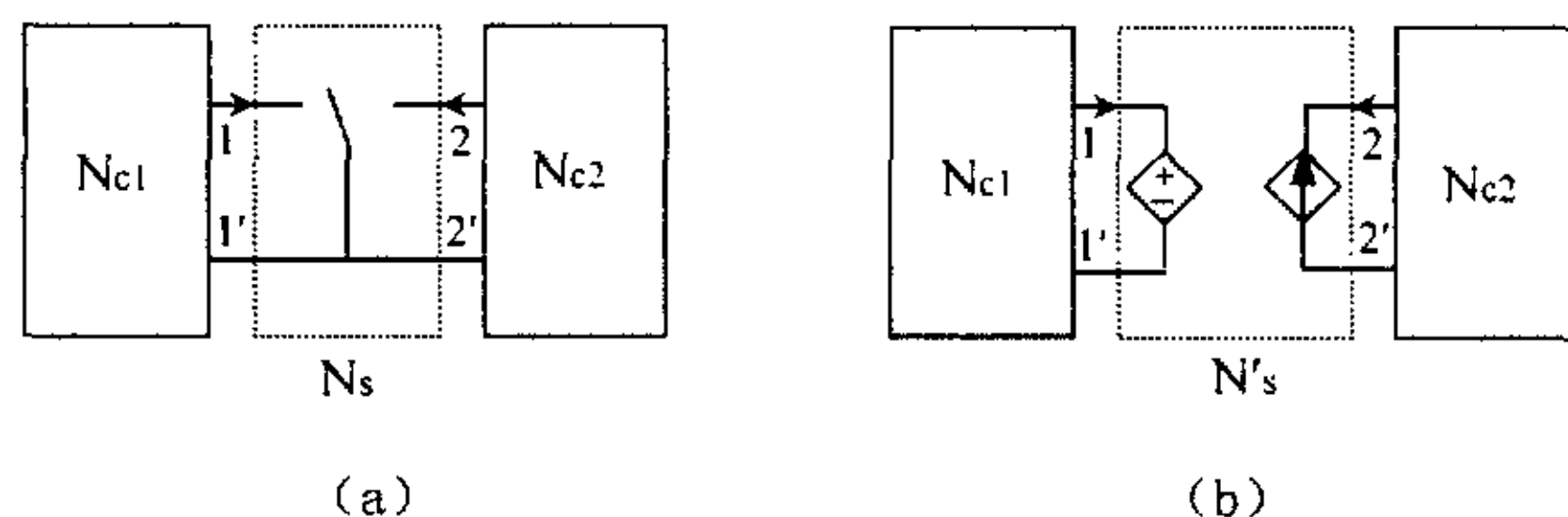


图 1-6 周期性开关网络到非时变结构网络的变换

优点:

① 时间平均等效电路 (TAEC) 建模方法利用电路理论中的替代定理将开关功率变换器中的开关元件用受控电压源和/或受控电流源进行替代变换, 获得开关变换器的等效电路, 受控电压源和/或受控电流源的值是周期 T 内的时间平均值, 从而用常规方法就可进行 DC 稳态和 AC 小信号分析;

② 该方法不需要进行复杂的运算, 可以适用于状态空间平均方法所能适用的所有开关变换器的建模分析, 所得结果以等效电路形式出现, 具有直观, 物理意义明确的优点;

③ 适用于开关频率不满足远远大于电路特征频率的 PWM DC-DC 开关变换器、谐振变换器的建模分析。

缺点: 只用于理想开关变换器的建模分析。

1992 年 Czarkowski D. 等提出能量守恒平均法^[7], 在建模过程中考虑器件的开通电阻和二极管的正向导通电压, 功率开关等效为理想开关与开通电阻的串联, 二极管等效为理想开关与导通电阻及正向导通电压的串联, 理想开关用受控电流源和受控电压源来替代, 根据能量守恒原理将所有的导通电阻折算为电感的损耗电阻, 得到开关变换器的等效电路模型。

优点:

能量守恒平均法同三端开关器件模型法和时间平均等效电路法相比, 考虑了器件的开通电阻和二极管的正向导通电压, 模型精度高。

缺点:

① 开关变换器的等效电路模型中的受控电压源和受控电流源的个数较多, 模型不简明;

② 目前仅用于 PWM DC-DC 开关变换器连续工作模式 (CCM) 的建模, 对 DC-DC 开关变换器断续工作模式的建模, 尚未见报道。

1.3 DC-DC 开关变换器建模方法的发展趋势

DC-DC 开关变换器的建模方法经历了由数值法到解析法, 由离散解析法到连续解析法 (平均法) 的不断发展的过程。数值法所得的结果, 物理概念不明确, 很难提供电路工作机理的信息而且计算量过大。离散解析法精确, 但所得结果的表达式比较复杂, 物理概念不明确, 难以处理非理想元件, 不便于设计, 很难在工程实际中广泛应用。

平均法一直是 DC-DC 开关变换器建模理论中最为重要的建模方法, 它对设计有一定的指导意义, 近年来, 得到了很大的发展, 主要有状态空间平均法和电路平均法。

状态空间平均法是开关变换器的基本分析方法, 可进行稳态和动态小信号的解析分析, 此方法有着重要的实用价值, 至今仍受欢迎。但状态空间平均法在进行状态空间平均变换处理时要求开关变换器的开关频率远远大于电路特征频率且状态方程中输入变量为常数或缓慢变化量, 只能用在扰动频率比开关频率低很多的情况, 不适用于谐振变换器。当变换器有更多的开关状态、含有更多的电容和电感动态元件时, 状态空间平均法需要进行大量的运算, 建模过程复杂, 分析较繁琐。目前, 该方法主要用以分析理想 PWM 开关变换器。

电路平均法是从变换器的电路出发, 对电路中的非线性开关元件进行平均和线性化处理, 得到线性等效电路模型, 其最大优点是等效电路模型与原电路拓扑一致。主要有: 三端开关器件模型法、时间平均等效电路法、能量守恒法。

三端开关器件模型法把变换器的功率开关作为整体看成一个三端开关器件, 用其端口的平均电压、平均电流的关系来表征该模型, 然后把它们适当地嵌入到要讨论的变换器中, 变成平均值等效电路。在 PWM 变换器中用 PWM 开关的等效电路模型替代变换器中的 PWM 开关, 把开关变换器转换成等效的线性电路, 进行稳态和动态分析, 此法建立了统一的开关模型, 建模方法灵活、简单, 也适用于谐振变换器。但用此法进行建模时, 需预知开关变换器的直流稳态特性。此外, 该方法只用于理想开关器件的建模分析。

时间平均等效电路法的关键是利用电路理论中的替代定理将开关变换器中的开关器件由受控电压源和/或受控电流源进行替代变换, 得到开关变换器的等效平均电路, 从而用常规方法就可进行开关变换器的 DC 稳态和 AC 小信号分析。该方法只需对开关变换器进行简单的等效变换处理即可获得等效平均电路, 不需要进行复杂的运算, 可以适用于状态空间平均方法所能适用的所有开关变换器的建模分析, 具有直观, 物理意义明确的优点, 适用于 DC-DC 变换器、谐振变换器的建模和分析。但该方法只用于理想开关变换器的建模分析。

能量守恒法考虑了器件的开通电阻和二极管的正向导通电压, 与三端开关器件模型法和时间平均等效电路法相比, 模型精度高, 但等效电路模型中的受控电压源和受控电流源的个数较多, 模型不简明、通用, 且仅用于 PWM DC-DC 开关变换器连续工作模式(CCM)的建模, 对开关变换器断续工作模式(DCM)的建模, 未见报道。

综上所述, 随着 DC-DC 开关变换器的发展, 其建模方法的发展趋势是:

- ① 状态空间平均法在考虑寄生参数的非理想 PWM DC-DC 开关变换器的建模分析中的推广应用;
- ② 电路平均法的非理想 DC-DC 开关变换器的建模, 考虑寄生参数, 等效电路模型与开关变换器的拓扑结构保持不变, 并保留原电路的全部信息;
- ③ 建模过程简单扼要;
- ④ 等效电路模型简明、有效、实用;

- ⑤ 物理意义清晰，便于设计。

1.4 本文的研究目的

DC-DC 开关变换器新的拓扑结构、新的控制技术、软开关技术等都给其建模提出了许多急待解决的问题，必须研究与 DC-DC 开关变换器的拓扑结构和控制方法相适应的建模方法。建立一个简单、有效、实用的 DC-DC 开关变换器的模型是当前 DC-DC 开关变换器分析研究的关键和难点，为此，选定“DC-DC 开关变换器的建模分析与研究”作为本文的课题，对它进行深入系统的研究。

本课题的研究目的就是在综合国内外的最新研究成果的基础上，探寻 DC-DC 开关变换器建模分析的新思路，提出简明、有效、精确、实用的 DC-DC 开关变换器建模的新方法，从理论分析和计算机仿真两个方面进行深入系统的研究，为 DC-DC 开关变换器的分析设计提供理论依据，促进开关变换器设计效率的提高和性能的优化。

1.5 本文的主要研究内容

本文的研究内容分为以下六章：

第一章 本章简要回顾了 DC-DC 开关变换器建模方法的发展过程，着重阐述了状态空间平均法和电路平均法，指出了各自的优缺点，展望了 DC-DC 开关变换器建模方法的发展趋势。

第二章 本章研究并提出一种非理想基本变换器在连续工作模式 (CCM) 下的电路平均建模方法，本章讨论的非理想是指考虑功率 MOSFET 管开通电阻、二极管正向压降和正向电阻、电感的等效串联电阻、电容的等效串联电阻。建立了非理想 Buck 变换器和非理想 Boost 变换器在连续工作模式 (CCM) 下的大信号平均模型、DC 和小信号电路模型，进行了稳态分析，导出了传递函数；给出了非理想 PWM 开关的电路平均法建模过程，在此基础上推导了 Buck-Boost 变换器连续工作模式 (CCM) 下的大信号平均模型、DC 和小信号电路模型，进行了稳态和动态小信号特性分析；对实际 Buck 变换器和实际 Boost 变换器进行了系统的小信号特性仿真研究与理论分析，并进行了实验验证，验证了该建模方法的正确性，揭示了考虑寄生参数建模的必要性。

第三章 本章提出并研究 PWM 变换器在断续工作模式 (DCM) 下的电路平均建模方法，本章讨论的非理想是指既考虑功率 MOSFET 管开通电阻、二极管正向压降和正向电阻、电感的等效串联电阻、电容的等效串联电阻，又考虑电流的纹波。建立了非理想 Buck 变换器、非理想 Boost 变换器在断续工作模式 (DCM) 下的大信号平均模型、DC 和小信号电路模型，进行了稳态分析，导出了传递函数；统一了非理想 Buck 变换器、非理想 Boost 变换器在连续工作模式 (CCM) 和断续工作模式 (DCM) 下的大信号平均

模型,推导了其断续工作模式(DCM)和连续工作模式(CCM)的边界;从理论分析和计算机仿真两个方面研究了 Buck 变换器和 Boost 变换器的小信号特性,讨论了不同的参数对小信号特性的影响;对 Buck 变换器、Boost 变换器在断续工作模式(DCM)、临界连续、连续工作模式(CCM)下的传递函数和小信号特性进行了分析比较。

第四章 本章研究带隔离变压器、含多个功率开关器件的开关变换器在连续工作模式(CCM)下的建模。提出了考虑导通损耗、考虑变压器漏感、既考虑导通损耗又考虑变压器漏感三种类型的半桥变换器的电路平均建模方法,分别推导了它们在连续工作模式下的大信号平均模型、DC 及小信号电路模型,导出了传递函数,进行了小信号特性的仿真研究;运用状态空间平均法建立了考虑变压器漏感的半桥变换器的稳态和小信号解析模型,得到了与电路平均建模方法一致的结果,变压器的漏感不会改变小信号模型的阶数,但使占空比丢失;分析了变压器的漏感、电感支路中总的等效串联电阻、电容的等效串联电阻以及变压器的变比对半桥变换器特性的影响。

第五章 本章研究既考虑寄生参数又考虑电流纹波的开关变换器在连续工作模式下的电路平均法建模。建立了考虑寄生电阻和电流纹波的同步整流 Buck 变换器在连续工作模式下的电路平均模型、DC 和小信号电路模型,阐明了大电流纹波非理想开关变换器考虑寄生参数和电流纹波建模的必要性。研究了闭环建模,导出了传递函数,进行了控制电路设计和仿真研究,对非理想和理想同步整流 Buck 变换器的电路平均法建模进行了比较分析,进一步阐明了考虑变换器的寄生参数建模的必要性。

第六章 本章总结了全文的研究工作,重点指出了本文的主要贡献与创新点,并对本文研究的进一步工作提出了设想。

参 考 文 献

1. Hsiao C J, Ridley R B, Lee F C. Small-signal analysis of switching DC-DC converters using the simulation program COSMIR. Proceedings of the Virginia Power Electronics Center Seminar, Blacksburg, VA, 1988, 219~223
2. Xu Jianping, Yu Juebang. Equivalent circuit model of switches for SPICE simulation. IEE Electronics Letters, 1988, Vol.24, No.7, 437~438
3. Xu Jianping, Yu Juebang, Zeng H. SPICE simulation of switched DC-DC converters. IEEE International Symposium on Circuits and Systems, 1991, Vol.5, 3023~3026
4. Lee Y S, Cheng D K W, Wong S C. A new approach to the modeling of converters for SPICE simulation. IEEE Transactions on Power Electronics, Oct. 1992, Vol.7, No.4, 741~753
5. Bertha F, Velaerts B, Mathys P, Tatakis E, Wyns A, Bogaerts D, Miller M. An improved power diode model for PSPICE, applied to converter simulation. 1993 Fifth European Conference on Power Electronics and Applications, 1993, Vol.2, 249~254
6. Xu Jianping and Grotzbach Manfred. Time-domain analysis of half-wave zero-current

- switch quasi-resonant converters by using SPICE. IEEE Transactions on Industrial Electronics, Vol. 40, No.6, 1993, 577~579
7. Kang Y, Lavers J D. Automatic generation of SPICE-compatible behavior models for computer simulation of DC-DC converters. IEEE 4th Workshop on Computers in Power Electronics, 1994, 73~78
 8. Swami R K, Senani R. Macromodeling ideal switches for SPICE. IEEE Circuits and Devices Magazine, July 1995, Vol.11, No.4, 8~10
 9. Yaakov Ben S, Adar D, Rahav G. A SPICE compatible behavioral model of SEPIC converters. Power Electronics Specialists Conference, PESC '96 Record, 27th Annual IEEE, 1996, Vol.2, 1668~1674
 10. Lai Y M, Tse C K, Szeto C H. A computer method for modeling periodically switched networks. PESC '94 Record, 25th Annual IEEE Power Electronics Specialists Conference, Vol.2, 1297~1302
 11. Eng S C, Oruganti R, Liang Y C. An automated algorithm for small signal analysis of DC-DC power converters, IEEE Transactions on Power Electronics. Jan. 1996, Vol.11 No.1, 132 ~141
 12. Billy K, Wong H, Henry Chung. Time-domain simulation of power electronics circuits using state variable quadratic extrapolations. IEEE Transactions on Circuits and Systems—I: Fundamental Theory and Applications, June 1999, Vol. 46, No.6, 751~756
 13. Yildiz A B, Abut N. An efficient approach to modeling and analysis of power electronic circuit. Proceedings of the Thirteenth Annual Applied Power Electronics Conference and Exposition, 1998, APEC '98. Volume: 1, 344~349
 14. Maksimovic D. Automated small-signal analysis of switching converters using a general-purpose time-domain simulator. Applied Power Electronics Conference and Exposition, APEC '98, Conference Proceedings 1998, Thirteenth Annual, 1998, Vol.1, 357~362
 15. Ng S W, Wong S C, Lee Y S. Small signal simulation of switching converters. IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications, June 1999, Volume: 46, No.6, 731~739
 16. Yildiz A, Cakir B, Abut N. A fast simulation technique for power electronic converters. IEEE APEC 1999, 1999, 191~198
 17. Xu Jianping, Caliskan V, Lee C Q. Transient time-domain analysis of zero-current switching quasi-resonant converters. Applied Power Electronics Conference and Exposition, APEC '94. Conference Proceedings, Ninth Annual, 1994, Vol.2, 1028~1034
 18. Lee F C, Iwens R P, Yu Y, and Triner J E. Generalized computer-aided discrete time domain modeling and analysis of DC-DC converters. IEEE Transactions on Industrial Electronics and Control Instrumentation, 1979, Vol. IECI-26, No.2, 58~69
 19. Shortt D J, Lee F C. An improved switching converter model using discrete and

- average techniques, IEEE transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1983, Vol.AES-29, No.2, 190~202
20. Agarwal V. Dynamic analysis of the fixed-frequency PWM LCC-type parallel resonant converter using discrete time domain modeling. Power Electronics Specialists Conference, PESC '96 Record, 27th Annual IEEE, 1996, Vol.1, 272~278
21. Shortt D J, Lee F C. Extensions of the Discrete-average models for converter power stages. IEEE Transactions on Aerospace and electronic Systems, 1984, Vol.AES-20, No.3, 279~289
22. Huliehel F, Ben-Yaakov S. Low-frequency sampled-data models of switched mode DC-DC converters. Power Electronics Specialists Conference, PESC '89 Record, 20th Annual IEEE, 1989, Vol.1, 492~ 499
23. Yang E X, Lee F C, Jovanović N M. Small-signal modeling of power electronic circuit using extended describing function technique. Proceedings of the Virginia Power Electronics Center Seminar, Blacksburg, VA, 1991, 167~178
24. Yang E X, Lee F C, Jovanović N M. Extended describing function technique applied to the modeling of resonant converters. Proceedings of the Virginia Power Electronics Center Seminar, Blacksburg, VA, 1991, 179~191
25. Zhang B, Pong M.H. Dynamic model and small signal analysis based on the extended describing function and Fourier series of a novel AM ZVS direct coupling DC/DC converter. Power Electronics Specialists Conference, 1997, PESC '97 Record, 28th Annual IEEE, Vol.1, 447~ 452
26. Middlebrook R D, Cuk S. A general unified approach to modeling switching converter power stages. IEEE Power Electronics Specialists Conference Record, 1976, 18~34
27. Mahdavi J, Emaadi A, Bellar M D, Ehsani M. Analysis of power electronic converters using the generalized state-space averaging approach. IEEE Transactions on circuit and systems—1: Fundamental Theory and Applications, Vol.44, No.8, August 1997, 767~770
28. Sun J, Mitchell D M, Greuel M F, Krein P T, Bass R M. Averaged modeling of PWM converters operating in discontinuous conduction mode. IEEE Transactions on Power Electronics, July 2001, Volume: 16 Issue: 4, 482~492
29. Sun J, Heck B. Lehman B. Continuous approximation and the stability of averaging. Proceedings of The 7th Workshop on Computers in Power Electronics, 2000, COMPEL 2000, 139~144
30. Vorperian V. Equivalent circuit models for resonant and PWM switches. VPEC, Presented at International Symposium, on Circuits and systems ISCAS 87 Philadelphia, PA.
31. Vorperian V. Simplified analysis of PWM converter using the PWM switch, Part I: Continuous conduction mode. IEEE Trans. Aerospace and Electronic Systems, 1990, Vol. 26, No.3, 490~496

32. Vorperian V. Simplified analysis of PWM converter using the PWM switch, Part II: Discontinuous conduction mode. IEEE Trans. Aerospace and Electronic Systems, 1990, Vol. 26, No.3, 497~505
33. Ben-Yaakov S, Vorperian V. Modeling the switch of PWM converters. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, July 1992, Vol. 28, No.3, 921~925
34. Vorperian V. Approximate small-signal analysis of the series and the parallel resonant converters. IEEE Transactions on Power Electronics, 1989, Vol.41, 15~24
35. Vorperian V, McLyman C. Analysis of a PWM-resonant DC-to-DC converter. PESC '93 Record, 24th Annual IEEE, Power Electronics Specialists Conference, 1993, 1009~1016
36. Moussa W M. Modeling and performance evaluation of a DC/DC SEPIC converter. APEC '95. Conference Proceedings 1995, Tenth Annual 2, Applied Power Electronics Conference and Exposition, Vol.2, 702~706
37. Vorperian V, McLyman W T. Analysis of a PWM-resonant converter. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1997, Vol.33, No.1, 163~170
38. Szabo A, Kansara M, Ward E S. The averaging technique applied to the modelling of multi-resonant and quasi-resonant converters. Power Electronics and Variable Speed Drives, 1998. Seventh International Conference on (Conf. Publ. No. 456), 69~73
39. Jovanović M M, Huber L. Small-signal modeling of non-ideal magnetic amplifier PWM switch. IEEE Transactions on Power Electronics, September 1999, Vol.14, No.5, 882~889
40. Vlatković V, Sabaté J A, Rideley R B, Lee F C, Cho B H. Small-signal analysis of the zero-voltage-switched full-bridge PWM converter. Proceedings of the high Frequency Power Conversion Conference, Santa Clara, CA, May 6-11, 1990, 262~272
41. Arbetter B, Erickson R, Maksimovic D. DC-DC converter design for battery-operated systems. Record of the 26th Annual IEEE Power Electronics Specialists Conference, PESC '95, 1995, Vol.1, 103~109
42. Yu Juebang, Xu Jianping. Time averaging equivalent circuit analysis for a class of periodically switching linear networks. Proc. ISCAS IEEE, 1988, 1139~1142
43. Xu Jianping, Yu Juebang. Time averaging equivalent circuit analysis of a resonant switching converter. International Journal of Electronics, 1989, Vol.67, No.6, 937~948
44. Xu Jianping, Yu Juebang. An extension of time averaging equivalent circuit analysis for DC-DC converters. IEEE International Symposium on Circuits and Systems, 1989, Vol.3, 2060~2063
45. Xu Jianping. DC and AC small signal analysis of zero-current quasi-resonant buck converter. IEEE International Symposium on Circuit and Systems, 1990, 684~687
46. Xu Jianping. A novel frequency domain modelling of a series resonant DC/DC converter, Telecommunications Energy Conference, INTELEC'90, 12th International, 1990, 343~350
47. Czarkowski D, Kazimierczuk, M K. A new and systematic method of modeling PWM

- DC-DC converters. IEEE International Conference on Systems Engineering, 1992, 628~631
48. Starman L A. Dynamic performance of PWM DC-DC boost converter with input voltage feed-forward control. IEEE Transactions on circuits and systems—I: Fundamental Theory and Applications, December 1999, Vol.46, No.12, 1473~1481
49. Sun J, Schoneman G K, Jenkins D E. Small-signal characterization of a zero-voltage switching DC/DC converter for pulse-load applications. Power Electronics Specialists Conference, PESC99. 30th Annual IEEE, 1999, Vol.1, 439~444
50. Ren Yuancheng, Wu Xiehua, Qian Zhaoming, Ruan K. A novel unified average model for single switch DC-DC converter. Applied Power Electronics Conference and Exposition, APEC 2000, Fifteenth Annual IEEE, 2000, Vol.1, 263~268
51. Kazimierczuk M K, Edstrom A J. DC and AC analysis of buck PWM DC-DC converter with peak-voltage-modulation feedforward control. Proceedings of the 1999 IEEE International Symposium on Circuits and Systems, 1999. ISCAS '99. 1999, Vol.5, 246~249
52. Tan F D, Middlebrook R D. A unified model for current-programmed converters. IEEE Transactions on Power Electronics, July 1995, Volume: 10, Issue: 4, 397~ 408
53. Midya P, Krein P T. Closed-loop noise properties of pulse-width modulated power converters. PESC'95 Record, 26th Annual IEEE Power Electronics Specialists Conference, 1995, Vol.1, 15~21
54. Garcera G, Figueres E, Benavent J M. Analog adaptive current injected control of DC-DC switching converters with robust dynamic response. Industrial electronics Society, IECON '98. Proceedings of the 24th Annual Conference of the IEEE, 1998, Vol. 2, 1046~1051
55. Tang W, Ridley R, Lee F C. Small signal modeling of average current-mode control. in Proc. IEEE APEC Conf. Rec., 1992, 747~755
56. Ioannidis G, Kandianis A, Manias S N. Novel control design for the buck converter. IEE, Proceedings- Electric Power Applications, Jan.1998, Vol.145, No.1, 39~47
57. Lo Yen-Wu, King R J. Sampled-data modeling of the average-input current-mode-controlled buck converter. IEEE transactions on Power Electronics, September 1999, Vol.14, No.5, 918~927
58. Sun C X, Lehman B, Ciprian R. Dynamic modeling and control in average current mode controlled PWM DC/DC converters, Power Electronics Specialists Conference. PESC 99. 30th Annual IEEE 1999, Vol.2, 1152~1157
59. Sun J, Bass R M. Modeling and practical design issues for average current control. APEC '99. Fourteenth Annual Applied Power Electronics Conference and Exposition, 1999, Vol.2, 980~986
60. Cooke P. Modeling average current mode control of power converters. Proceedings of the Fifteenth Annual IEEE, Applied Power Electronics Conference and Exposition, 2000, APEC 2000, Volume: 1, 256~262

第二章 非理想基本变换器的电路平均法建模

摘要: 建立简明有效的非理想基本变换器的模型是当前变换器分析研究的关键。本章提出考虑功率 MOSFET 管开通电阻、二极管正向压降和正向电阻、电感的等效串联电阻、电容的等效串联电阻的基本变换器在连续工作模式下的电路平均法建模, 阐明了建模过程, 进行了实验和仿真研究, 验证了该建模方法的正确性, 揭示了考虑寄生参数建模的必要性。该建模方法集合了三端开关器件模型法、时间平均等效电路法和能量守恒法的优点, 建模过程简单, 模型直观、物理意义清晰、具有实用价值, 便于开关变换器的进一步分析和控制电路的设计。

2.1 引言

开关变换器的高频化、软开关技术、新的控制技术和新的拓扑结构等给开关变换器的建模带来了许多亟待解决的问题, 以往建模过程的一些理想化假设将带来严重的偏差。器件不理想是电路效率下降的主要原因, 尤其是在大电流开关变换器的建模分析时, 必须慎重对待开关器件的寄生参数, 如功率开关 MOSFET 的开通电阻, 二极管的正向导通电阻和正向导通电压等。

Vorperian V. 的三端开关器件 (PWM 开关) 模型法^[1-4]和许建平的时间平均等效电路法^[5-7]当前还只用于理想开关器件的建模分析。Czarkowski D. 和 Kazimierzuk M. K. 提出的能量守恒法^[8-10]与 PWM 开关模型法和时间平均等效电路法相比, 在建模过程中考虑了器件的开通电阻和二极管的正向导通电压, 模型精度尽管相对较高, 也存在缺点: ① 开关变换器等效电路模型中的受控电压源和受控电流源的个数较多, 模型不简明; ② 目前只用于 PWM DC-DC 开关变换器在连续工作模式 (CCM) 下的建模, 对开关变换器在断续工作模式 (DCM) 下的建模, 尚未见报道。

本章借鉴三端开关器件模型法、时间平均等效电路法、能量守恒法的基本思想, 研究并提出非理想基本变换器在连续工作模式 (CCM) 下的电路平均建模的新方法, 本章讨论的非理想是指考虑功率 MOSFET 管开通电阻、二极管正向压降和正向电阻、电感的等效串联电阻、电容的等效串联电阻。基本思路为: ① 非理想器件等效为理想器件及其寄生参数的串联, 考虑电感和电容的等效串联电阻, 非理想功率开关 MOSFET 等效为理想开关和开通电阻的串联, 非理想二极管等效为理想开关、正向压降、正向电阻的串联, 得到考虑寄生参数的 PWM 变换器的等效电路; ② 根据能量守恒原理得到功率开关 MOSFET 开通电阻、二极管正向压降、正向电阻在开关变换器大信号平均模型中的等效平均值; ③ 运用电路理论中的替代定理, 将理想开关由受控电压源和受控电流源进行替代变换, 受控电流源和受控电压源是整个周期的时间平均值, 得到

非理想 PWM 开关的等效平均电路模型,从而得到开关变换器的大信号平均模型,④ 为了简化模型,运用能量守恒原理,将寄生参数折算到电感支路中,得到简化后的开关变换器大信号平均模型;⑤ 为了进一步简化模型,使模型简明、实用,由标准电路元件组成,用占空比 d 控制的理想变压器取代受控电压源和受控电流源,从而得到开关变换器的大信号标准化平均模型;⑥ 基于大信号标准化平均模型,推导出其 DC 和小信号电路模型,导出传递函数,进行稳态和动态小信号特性分析。

与三端开关器件模型法、时间平均等效电路法、能量守恒法相比,本章所提出的非理想变换器的电路平均法建模,既是这些方法的有机融合,也是它们在实际非理想环境下的改进与推广,不仅拓宽了建模的思路及应用范围,而且使所得的模型直观,方便应用,更具实用性。以非理想 Buck 变换器、非理想 Boost 变换器及非理想 Buck-Boost 变换器为例,阐明新方法的建模思路与过程。

2.2 非理想 Buck 变换器连续工作模式建模

Buck 变换器如图 2-1(a)所示,功率开关 S 的开关周期为 T , 导通时间为 t_{on} , 占空比为 D , $D = t_{on}/T$, D 的扰动量是 \hat{d} , 瞬时值 $d = D + \hat{d}$ 。图 2-1(b)是考虑寄生参数的变换器的等效电路,功率开关 MOSFET 等效为理想开关和开通电阻 R_{on} 的串联,二极管等效为理想开关、正向压降 V_F 、正向电阻 R_F 的串联, R_L 是滤波电感的等效串联电阻 (ESR), R_C 是滤波电容的等效串联电阻 (ESR)。

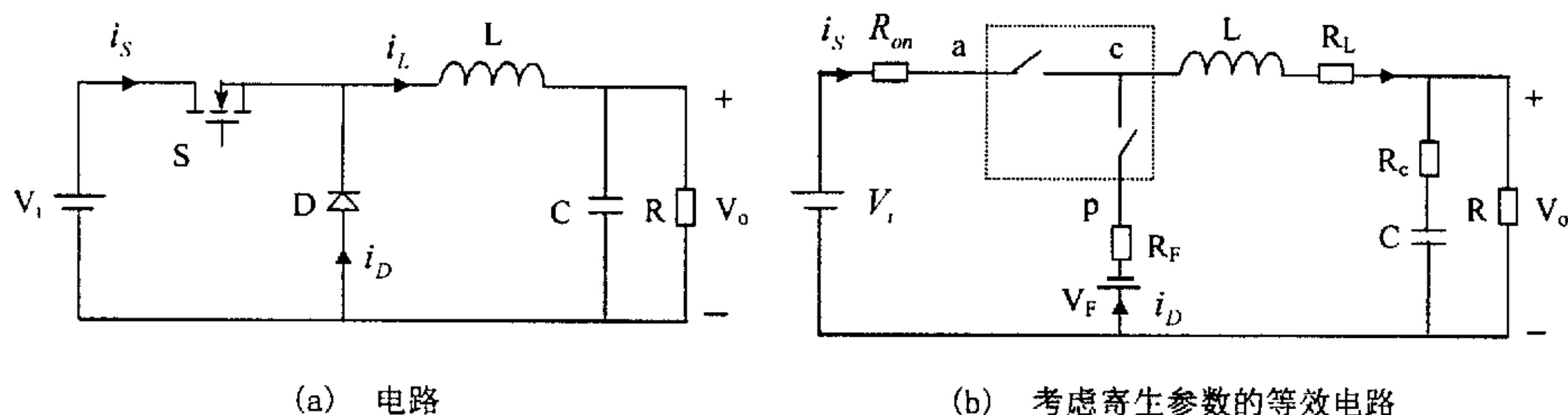


图 2-1 Buck 变换器

2.2.1 大信号动态电路模型

分析之前,作如下假设:

- ① 功率 MOSFET 管输出电容忽略不计,开通电阻是线性的,关断电阻为无穷大;
- ② 二极管开通状态由线性正向电阻 R_F 和正向压降 V_F 来模拟,关断电阻为无穷大;

- ③ 无源元件是线性的，时不变的；
- ④ 在整个开关周期中，电感电流是恒定的；
- ⑤ 输入电压源的输出阻抗对于 AC 和 DC 分量都为 0。

图 2-1 所示的 Buck 变换器在连续工作模式 (CCM) 下有两种开关模态。当 S 导通，D 截止时，由图 2-1(b) 得

$$L \frac{\Delta i_L}{DT} = V_i - V_o - (R_{on} + R_L) I_L \quad (2.1)$$

当 S 截止时，D 导通，由图 2-1(b) 得

$$L \frac{\Delta i_L}{(1-D)T} = V_o + V_F + (R_F + R_L) I_L \quad (2.2)$$

由式 (2.1) 和 (2.2) 得到

$$D = \frac{V_o + V_F + (R_F + R_L) I_L}{V_i + V_F + (R_F - R_{on}) I_L} \quad (2.3)$$

$$V_o = D V_i - [R_L + D R_{on} + (1-D) R_F] I_L - (1-D) V_F \quad (2.4)$$

若不考虑变换器的寄生参数， $R_{on} = R_F = R_c = 0$ ， $V_F = 0$ ，则

$$V_o = D V_i \quad (2.5)$$

可见，式 (2.5) 是式 (2.4) 的特例。

$$I_L = \frac{I_S}{D} = \frac{I_D}{1-D} = \frac{V_o}{R} \quad (2.6)$$

上述关系式中， I_L 是电感电流平均值（等于直流输出电流 I_o ）， V_i 是输入电压， V_o 是输出电压， I_S 是功率开关电流的直流分量， I_D 是流过二极管电流的直流分量。

根据能量守恒原理，由图 2-1(b) 可得到图 2-2 平均模型中寄生元件的等效平均值^[9]。当功率开关 S 导通时，流过功率开关 S 的电流 $i_S = i_L \approx I_L$ ，功率开关电流的有效值为

$$I_{Srms} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^{DT} i_S^2 dt} = \sqrt{D} I_L = \frac{I_S}{\sqrt{D}} = \frac{\sqrt{D} I_D}{1-D} \quad (2.7)$$

因此，功率 MOSFET 的开通功率损耗为

$$P_{Ron} = R_{on} I_{Srms}^2 = \left(\frac{R_{on}}{D} \right) I_S^2 = D R_{on} I_L^2 \quad (2.8)$$

所以，在开关 S 支路中的电阻 R_{on} 的等效平均电阻 (EAR) 为 $\frac{R_{on}}{D}$ ，如图 2-2 所示。

当功率开关 S 关断，二极管 D 导通时，流过二极管 D 的电流 $i_D = i_L \approx I_L$ ，二极管电流的有效值为

$$I_{Drms} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_{DT}^T i_D^2 dt} = I_L \sqrt{1-D} = \frac{I_S \sqrt{1-D}}{D} = \frac{I_D}{\sqrt{1-D}} \quad (2.9)$$

二极管正向电阻的功率损耗为

$$P_{RF} = R_F I_{D_{rms}}^2 = \left(\frac{R_F}{1-D} \right) I_D^2 = (1-D) R_F I_L^2 \quad (2.10)$$

$$V_F I_D = (1-D) V_F I_L \quad (2.11)$$

故二极管支路中 R_F 的等效平均电阻 (EAR) 为 $\frac{R_F}{1-D}$, V_F 在二极管支路中的等效平均电压 (EAV) 等于 V_F , 如图 2-2 所示。

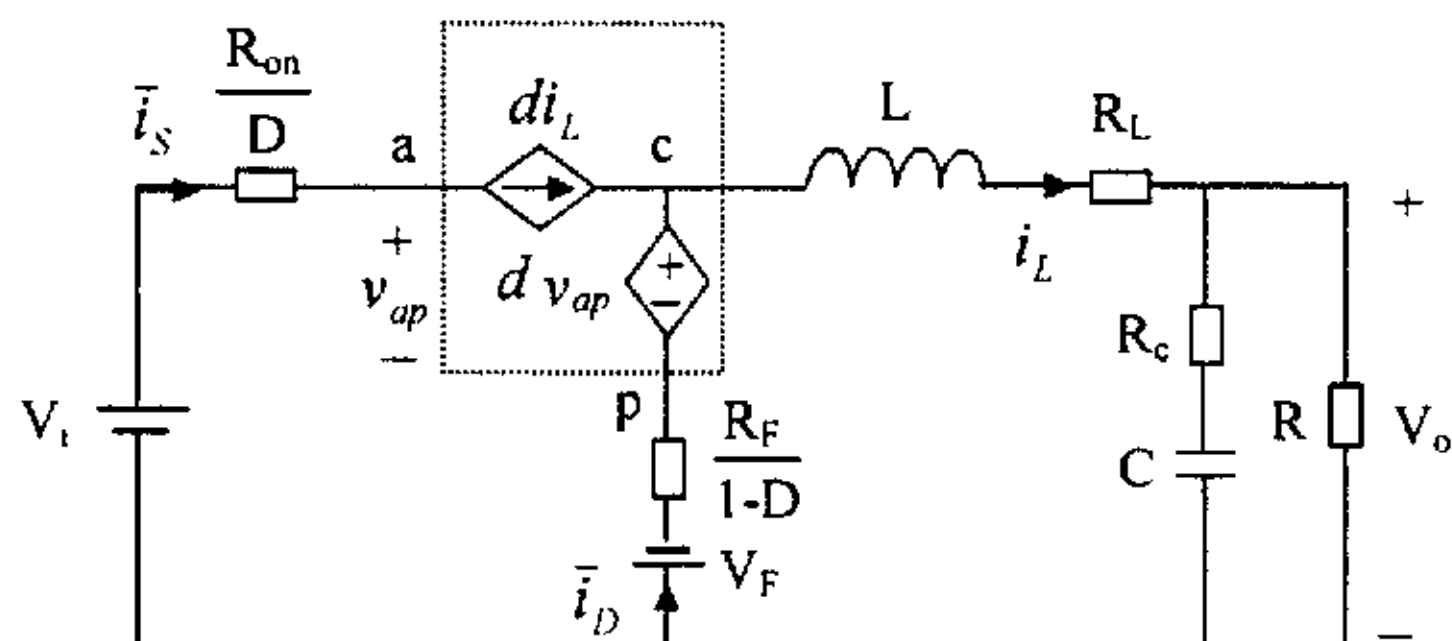


图 2-2 Buck 变换器在连续工作模式 (CCM) 下的大信号平均模型

图 2-1 (b) 虚线所示的理想开关分别用图 2-2 所示的受控电流源和受控电压源替代^[6]，得到 Buck 变换器在连续工作模式 (CCM) 下的大信号平均模型。受控电流源和受控电压源的值是周期 T 内的时间平均值，可由三端开关器件模型法的 PWM 开关在连续工作模式 (CCM) 下的平均电流关系式 (1.12) 和平均电压关系式 (1.13) 直接得到，

$$\bar{i}_S = d i_L \quad (2.12)$$

$$\bar{v}_{cp} = d v_{ap} \quad (2.13)$$

也可通过求出周期 T 内流过功率开关的电流的平均值和 c, p 两端的电压的平均值得到， i_L 在整个开关周期中是恒定的，电感 L 可用电流源 i_L 来替代，Buck 变换器在连续工作模式 (CCM) 不同开关模态下的等效电路如图 2-3 所示。

$$\text{瞬时电流} \quad i_S = \begin{cases} i_L & 0 \leq t \leq dT \\ 0 & dT \leq t \leq T \end{cases} \quad (2.14)$$

$$\text{瞬时电压} \quad v_{cp} = \begin{cases} v_{ap} & 0 \leq t \leq dT \\ 0 & dT \leq t \leq T \end{cases} \quad (2.15)$$

$$\text{平均电流} \quad \bar{i}_S = \frac{1}{T} \int_0^T i_S dt = d i_L \quad (2.16)$$

$$\text{平均电压} \quad \bar{v}_{cp} = \frac{1}{T} \int_0^T v_{cp} dt = d v_{ap} \quad (2.17)$$

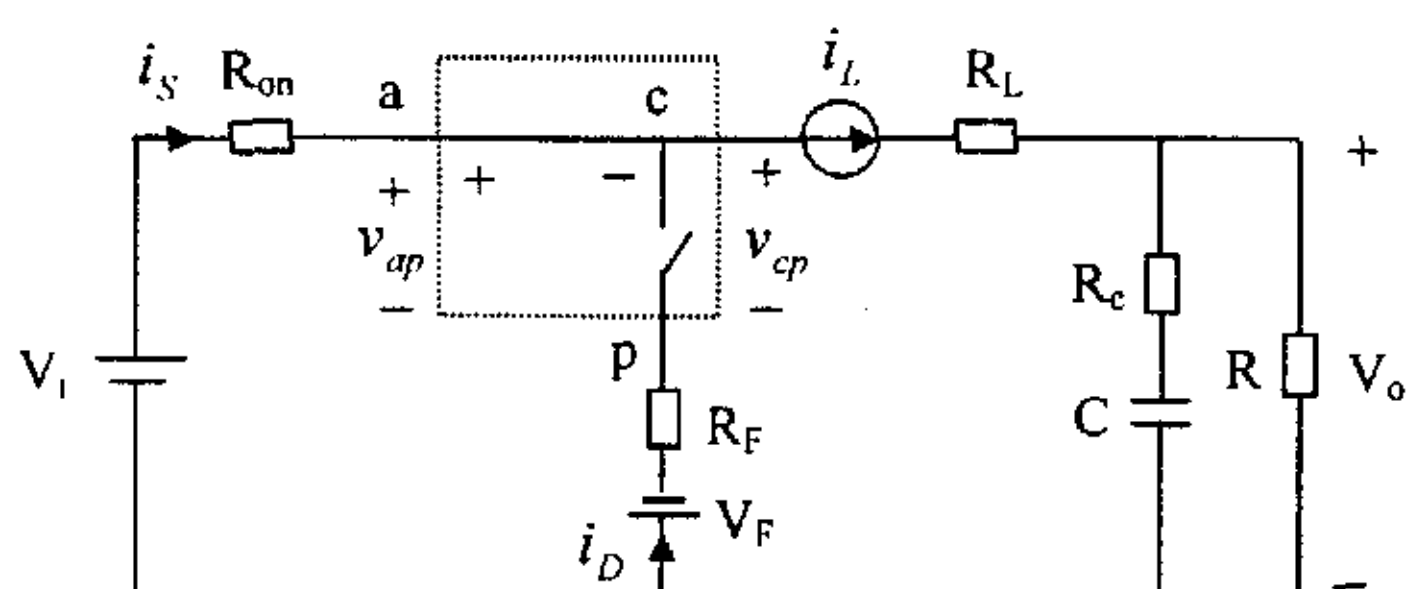
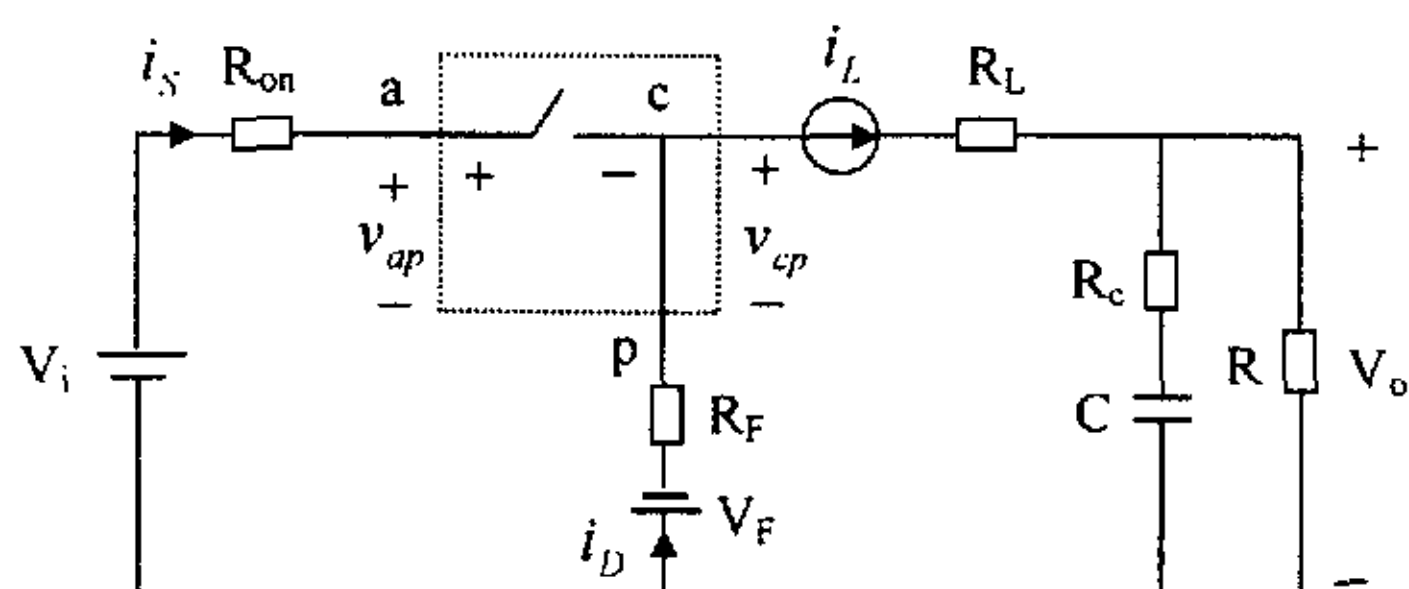

 (a) $0 \leq t \leq dT$

 (b) $dT \leq t \leq T$

图 2-3 Buck 变换器在连续工作模式 (CCM) 不同开关模式下的等效电路

为了简化模型, 根据能量守恒原理, 将图 2-2 中的平均寄生元件折算到电感支路中, 由式 (2.8, 2.10, 2.11) 得到等效平均电阻 (EAR) $\frac{R_{on}}{D}$ 折算到电感支路中的等效平均电阻为 DR_{on} , 等效平均电阻 (EAR) $\frac{R_F}{1-D}$ 折算到电感支路中的等效平均电阻为 $(1-D)R_F$, 等效平均电压 (EAV) V_F 折算到电感支路中的等效平均电压为 $(1-D)V_F$ 。电感支路中的总电阻用等效平均电阻 R_E 表示, 简化后的 Buck 变换器在连续工作模式 (CCM) 下的大信号平均电路模型如图 2-4 所示。

$$R_E = DR_{on} + (1-D)R_F + R_L \quad (2.18)$$

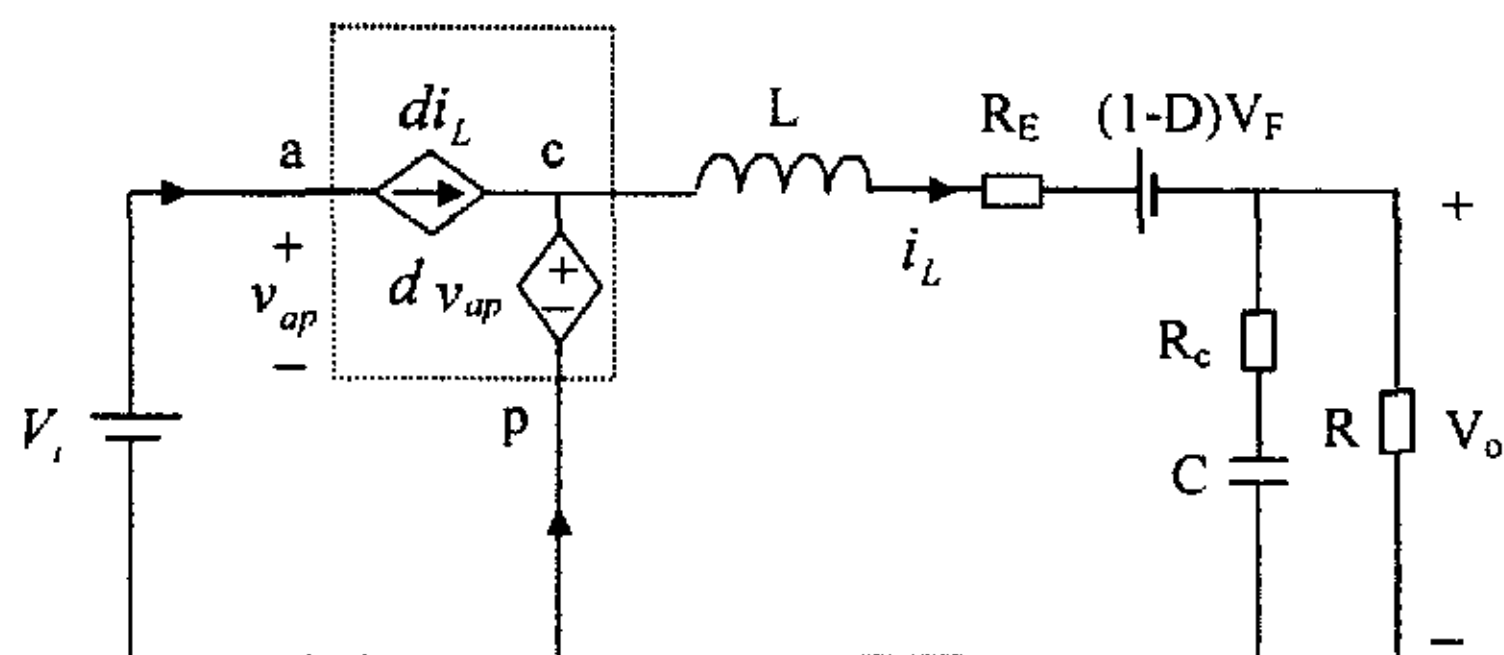


图 2-4 Buck 变换器在连续工作模式 (CCM) 下简化后的大信号平均模型

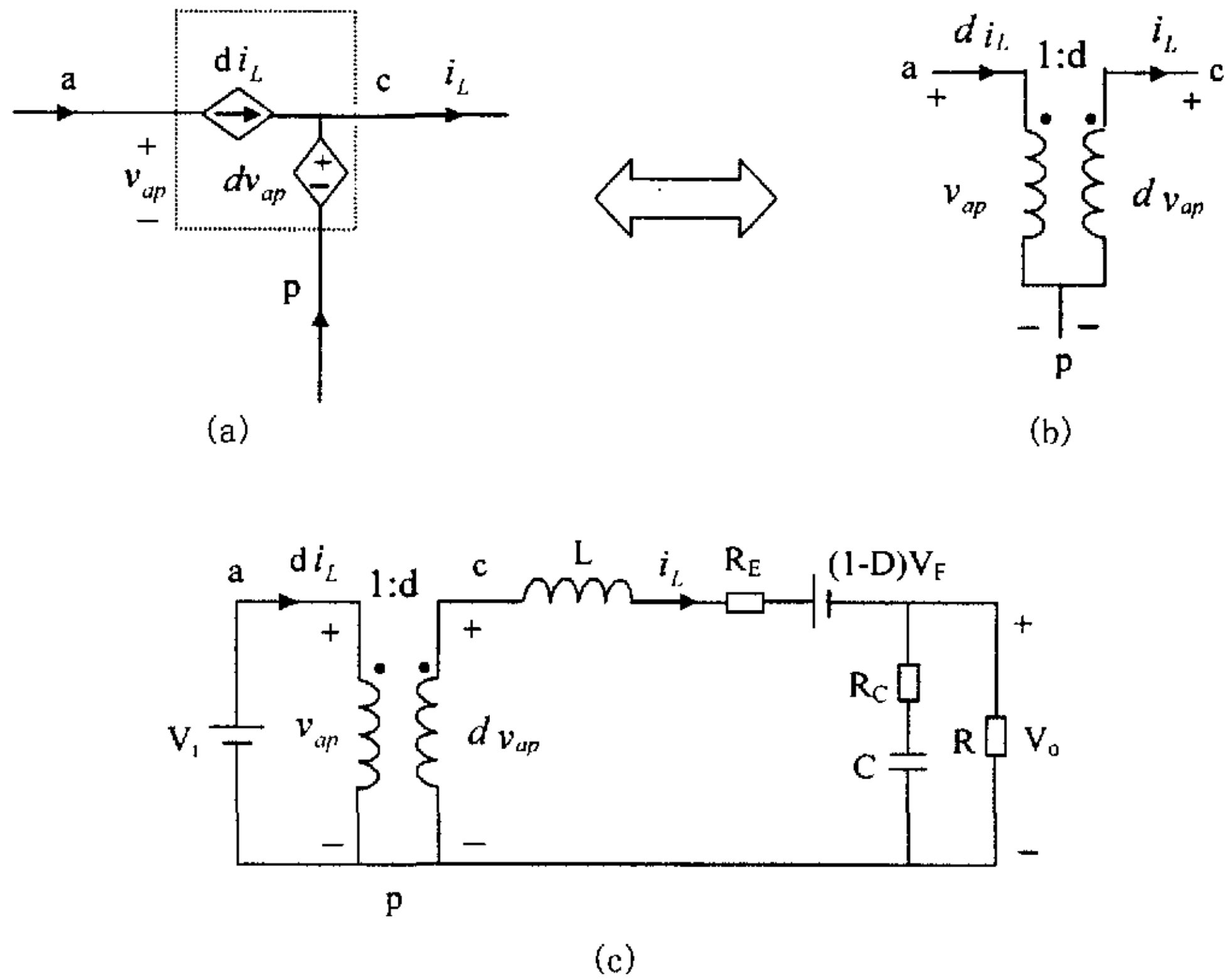


图 2-5 Buck 变换器在连续工作模式 (CCM) 下的大信号平均模型

开关变换器的主要部件是占空比 d 控制的功率开关管, 为了进一步简化模型, 用占空比 d 控制的理想变压器取代受控电压源和受控电流源, 得到用理想变压器等效理想开关的平均模型如图 2-5(b) 所示, 显然, 图 2-5(b) 和图 2-5(a) 互为等效^[14, 15], 从而得到开关变换器的大信号标准化平均模型如图 2-5(c) 所示。

2.2.2 DC 电路模型

对输入电压 V_i 和输出电压 V_o 施加扰动, 扰动量分别为 \hat{v}_i 和 \hat{v}_o , $v_i = V_i + \hat{v}_i$, $v_o = V_o + \hat{v}_o$; i_L 用稳态分量 I_L 和扰动分量 \hat{i}_L 之和表示, $i_L = I_L + \hat{i}_L$; 占空比 d 用稳态量 D 和扰动量 \hat{d} 之和表示, $d = D + \hat{d}$ 。则

$$d i_L = (D + \hat{d})(I_L + \hat{i}_L) = D I_L + I_L \hat{d} + D \hat{i}_L + \hat{d} \hat{i}_L \quad (2.19)$$

$$d v_i = (D + \hat{d})(V_i + \hat{v}_i) = D V_i + V_i \hat{d} + D \hat{v}_i + \hat{d} \hat{v}_i \quad (2.20)$$

在进行 DC 稳态分析时, 令扰动量 $\hat{i}_L = \hat{v}_i = \hat{v}_o = \hat{d} = 0$, 电容 C 开路, 电感 L 短路, 由式 (2.19, 2.20) 和图 2-5(c) 得到 Buck 变换器在连续工作模式 (CCM) 下的 DC 等效电路模型, 如图 2-6 所示。

由图 2-6 求得

$$V_o = DV_i - R_E I_L - (1-D)V_F \quad (2.21)$$

$$I_L = \frac{V_o}{R} \quad (2.22)$$

式 (2.21, 2.22) 分别和式 (2.4, 2.6) 一致, 表明该 DC 模型是正确的。

由式 (2.21, 2.22) 得

$$V_o = \frac{DV_i - (1-D)V_F}{1 + \frac{R_E}{R}} \quad (2.23)$$

$$\eta = \frac{V_o I_o}{V_i I_i} = \frac{V_o I_L}{V_i D I_L} = \frac{V_o}{DV_i} = \frac{1}{1 + \frac{R_E}{R} + \frac{(1-D)V_F}{V_o}} \quad (2.24)$$

为了提高效率, 必须使 $R_E \ll R$, $V_F \ll \frac{V_o}{1-D}$ 。若不考虑变换器的寄生参数,

$R_{on} = R_F = 0$, $V_F = 0$, 则式 (2.23, 2.24) 为

$$V_o = DV_i \quad (2.25)$$

$$\eta = \frac{V_o I_o}{V_i I_i} = \frac{V_o I_L}{V_i D I_L} = \frac{V_o}{DV_i} = 100\% \quad (2.26)$$

式 (2.25, 2.26) 是式 (2.23, 2.24) 的特例, 结果与三端开关器件模型法^[1,2]、时间平均等效电路模型法^[5,6]一致。图 2-6 中若令 $R_E = 0$, $V_F = 0$, 即为三端开关器件模型法 DC 模型^[2], 这表明图 2-6 DC 模型是三端开关器件模型法 DC 模型的推广。

上述方法推导假设电感电流是恒定的, 因此就没有电流流过滤波电容。实际上, 流过滤波电容的电流近似等于电感电流的 ac 分量。

$$i_C = \frac{\Delta i_L}{DT} t - \frac{\Delta i_L}{2} \quad 0 < t \leq DT \quad (2.27)$$

$$i_C = -\frac{\Delta i_L}{(1-D)T} (t - DT) + \frac{\Delta i_L}{2} \quad DT < t \leq T \quad (2.28)$$

式中 Δi_L 是电感的峰峰值纹波电流。

电容电流的有效值为

$$\begin{aligned} I_{Crms} &= \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^{DT} \left(\frac{\Delta i_L}{DT} t - \frac{\Delta i_L}{2} \right)^2 dt + \frac{1}{T} \int_{DT}^T \left[-\frac{\Delta i_L}{(1-D)T} (t - DT) + \frac{\Delta i_L}{2} \right]^2 dt} \\ &= \frac{\Delta i_L}{\sqrt{12}} = \frac{V_o(1-D)}{\sqrt{12} f_s L} \end{aligned} \quad (2.29)$$

滤波电容的功率损耗为

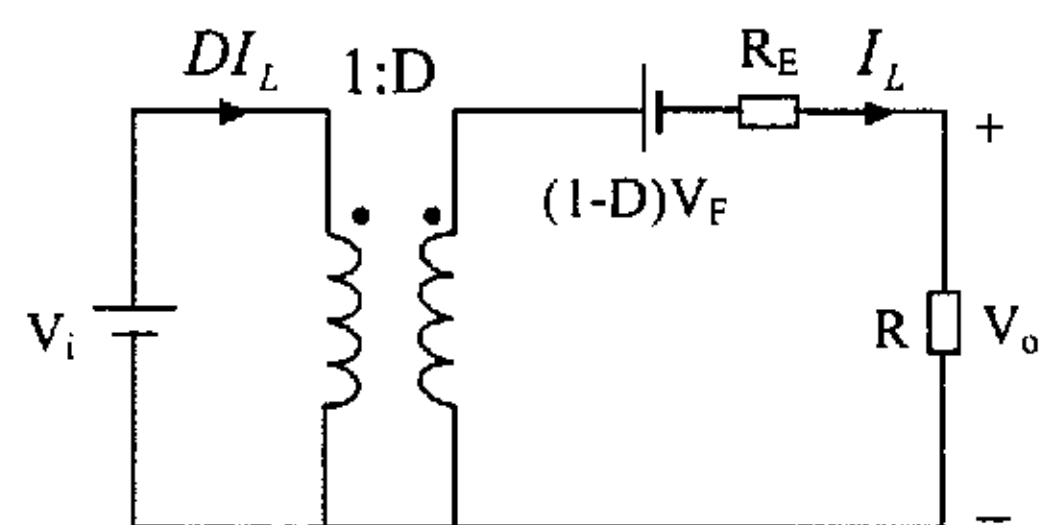


图 2-6 Buck 变换器连续工作模式 (CCM) 下的 DC 模型

$$P_{RC} = R_C I_{C_{rms}}^2 = \frac{R_C \Delta i_L^2}{12} = \frac{R_C V_o^2 (1-D)^2}{12(f_s L)^2} \quad (2.30)$$

式中 f_s 是开关频率, $f_s = 1/T$ 。

2.2.3 小信号线性电路模型

假设 $\frac{\hat{d}}{D} \ll 1$, $\frac{\hat{v}_i}{V_i} \ll 1$, $\frac{\hat{i}_L}{I_L} \ll 1$, 则可忽略 $\hat{d}\hat{v}_i$ 和 $\hat{d}\hat{i}_L$, 式 (2.19, 2.20) 简化为

$$d i_L = (D + \hat{d})(I_L + \hat{i}_L) = D I_L + I_L \hat{d} + D \hat{i}_L \quad (2.31)$$

$$d v_i = (D + \hat{d})(V_i + \hat{v}_i) = D V_i + V_i \hat{d} + D \hat{v}_i \quad (2.32)$$

$$d v_{ap} = d v_i \quad (2.33)$$

在进行动态小信号分析时, 令式 (2.31, 2.32) 中稳态分量 $D I_L = 0$, $D V_i = 0$, 则式 (2.31, 2.32, 2.33) 为

$$d i_L = (D + \hat{d})(I_L + \hat{i}_L) = I_L \hat{d} + D \hat{i}_L \quad (2.34)$$

$$d v_{ap} = d v_i = (D + \hat{d})(V_i + \hat{v}_i) = V_i \hat{d} + D \hat{v}_i \quad (2.35)$$

由式 (2.34~2.35) 和图 2-5(c) 得到 Buck 变换器在连续工作模式 (CCM) 下的小信号电路模型, 如图 2-7 所示。

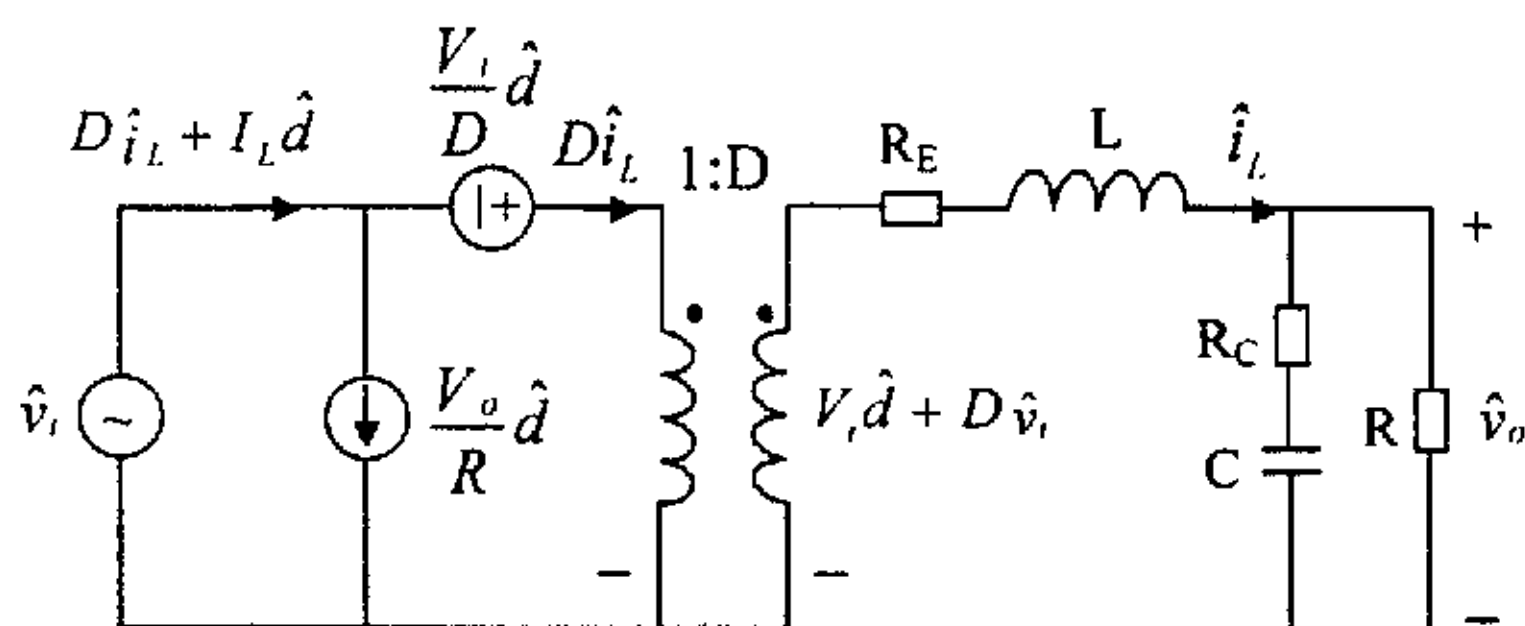


图 2-7 Buck 变换器在连续工作模式 (CCM) 下的小信号电路模型

图 2-7 中若令 $R_E = 0$, 即不考虑功率开关 MOSFET 的开通电阻、二极管的正向导通电阻、电感的等效串联电阻, $R_{on} = R_F = R_L = 0$, 则得到理想 Buck 变换器在连续工作模式 (CCM) 下的小信号电路模型, 这与采用三端开关器件模型法得到的一致^[1, 2, 13], 表明了三端开关器件模型法是本章电路平均法建模的特例。两者的差别是: 前者将功率开关和二极管作为理想开关处理, 并完全独立出来建模; 而后者模型考虑了开关器件的寄生参数, 将非理想开关等效为理想开关及其寄生参数的串联, 是非理想开关的

建模，在建模过程中运用了能量守恒原理和电路理论中的替代定理，模型更精确。

2.2.4 连续工作模式(CCM)传递函数

由图 2-7 小信号电路模型，可进行小信号分析，导出非理想 Buck 变换器在连续工作模式 (CCM) 下的传递函数。

1. $\hat{d}(s)$ 对输出电压 $\hat{v}_o(s)$ 的传递函数 $G_{vd}(s)$ ，令 $\hat{v}_i(s) = 0$ ，可求得

$$\begin{aligned} G_{vd}(s) &= \frac{\hat{v}_o(s)}{\hat{d}(s)} = \frac{(sR_cC+1)V_i}{s^2(1+R_c/R)LC + s(R_EC + R_cC + R_ER_cC/R + L/R) + R_E/R + 1} \\ &= \frac{RV_i}{R_E + R} \cdot \frac{1+s/\omega_{z1}}{1+2\xi\frac{s}{\omega_o} + \left(\frac{s}{\omega_o}\right)^2} = \frac{RV_i}{R_E + R} \cdot \frac{1+s/\omega_{z1}}{1+\frac{s}{Q\omega_o} + \left(\frac{s}{\omega_o}\right)^2} \end{aligned} \quad (2.36)$$

2. 输出阻抗 $Z_o(s)$ ，令 $\hat{v}_i(s) = 0$ ， $\hat{d}(s) = 0$ ，可求得

$$\begin{aligned} Z_o(s) &= \frac{(sR_cC+1)(sL+R_E)}{s^2(1+R_c/R)LC + s(R_EC + R_cC + R_ER_cC/R + L/R) + R_E/R + 1} \\ &= \frac{R_ER}{R_E + R} \cdot \frac{(1+s/\omega_{z1})(1+s/\omega_{z2})}{1+2\xi\frac{s}{\omega_o} + \left(\frac{s}{\omega_o}\right)^2} = \frac{R_ER}{R_E + R} \cdot \frac{(1+s/\omega_{z1})(1+s/\omega_{z2})}{1+\frac{s}{Q\omega_o} + \left(\frac{s}{\omega_o}\right)^2} \end{aligned} \quad (2.37)$$

3. 输入阻抗 $Z_i(s)$ ，令 $\hat{d}(s) = 0$ ，可求得

$$\begin{aligned} Z_i(s) &= \frac{s^2(1+R_c/R)LC + s(R_EC + R_cC + R_ER_cC/R + L/R) + R_E/R + 1}{D^2[s(1+R_c/R)C + 1/R]} \\ &= \frac{R_E + R}{D^2} \cdot \frac{1+2\xi\frac{s}{\omega_o} + \left(\frac{s}{\omega_o}\right)^2}{1+s/\omega_{p3}} = \frac{R_E + R}{D^2} \cdot \frac{1+\frac{s}{Q\omega_o} + \left(\frac{s}{\omega_o}\right)^2}{1+s/\omega_{p3}} \end{aligned} \quad (2.38)$$

4. 输入电压 $\hat{v}_i(s)$ 对输出电压 $\hat{v}_o(s)$ 的传递函数 $A(s)$ ，令 $\hat{d}(s) = 0$ ，可求得

$$\begin{aligned} A(s) &= \frac{\hat{v}_o(s)}{\hat{v}_i(s)} = \frac{D(1+sR_cC)}{s^2(1+R_c/R)LC + s(R_EC + R_cC + R_ER_cC/R + L/R) + R_E/R + 1} \\ &= \frac{DR}{R_E + R} \cdot \frac{1+s/\omega_{z1}}{1+2\xi\frac{s}{\omega_o} + \left(\frac{s}{\omega_o}\right)^2} = \frac{DR}{R_E + R} \cdot \frac{1+s/\omega_{z1}}{1+\frac{s}{Q\omega_o} + \left(\frac{s}{\omega_o}\right)^2} \end{aligned} \quad (2.39)$$

式中，转角频率 $\omega_o = \sqrt{\frac{R+R_E}{(R+R_c)LC}}$ ，阻尼比 $\xi = \frac{R_ERC + RR_cC + R_ER_cC + L}{2\sqrt{(R+R_E)(R+R_c)LC}}$ ，品质因

$$\text{数 } Q = \frac{1}{2\xi} = \frac{\sqrt{(R+R_E)(R+R_c)LC}}{R_E RC + RR_c C + R_E R_c C + L}, \quad \omega_{z1} = \frac{1}{R_c C}, \quad \omega_{z2} = \frac{R_E}{L}, \quad \omega_{p3} = \frac{1}{(R+R_c)C}。$$

$$\text{令 } s=0, \text{ 得到小信号特性的低频渐近线: } G_{vd}(0) = \frac{RV_i}{R_E + R}, \quad Z_o(0) = \frac{R_E R}{R_E + R},$$

$$Z_i(0) = \frac{R_E + R}{D^2}, \quad A(0) = \frac{DR}{R_E + R}。 \text{可见, 小信号特性的低频渐近线都与电感支路中}$$

总的等效串联电阻 R_E 有关, $A(0)$ 与式 (2.23) 不同是由于进行小信号分析时, 稳态分量 $(1-D)V_F = 0$ 。

$$\text{当 } s \rightarrow \infty \text{ 时, 可得到小信号特性的高频渐近线: } G_{vd}(\infty) = 0, \quad Z_o(\infty) = \frac{RR_c}{R+R_c},$$

$$Z_i(\infty) = \infty, \quad A(\infty) = 0。$$

假设不考虑功率开关 MOSFET 的开通电阻、二极管的正向导通电阻、电感的等效串联电阻, 即 $R_{on} = R_F = R_L = 0$, 但考虑输出滤波电容的等效串联电阻, $R_c \neq 0$, 则 $R_E = D R_{on} + (1-D) R_F + R_L = 0$, 传递函数表达式 (2.36~2.39) 为

$$G_{vd}(s) = \frac{\hat{v}_o(s)}{\hat{d}(s)} = \frac{(s R_c C + 1)V_i}{s^2(1 + R_c/R)LC + s(R_c C + L/R) + 1} \quad (2.40)$$

$$Z_o(s) = \frac{sL(sR_c C + 1)}{s^2(1 + R_c/R)LC + s(R_c C + L/R) + 1} \quad (2.41)$$

$$Z_i(s) = \frac{s^2(1 + R_c/R)LC + s(R_c C + L/R) + 1}{D^2[s(1 + R_c/R)C + 1/R]} \quad (2.42)$$

$$A(s) = \frac{\hat{v}_o(s)}{\hat{v}_i(s)} = \frac{D(1 + s R_c C)}{s^2(1 + R_c/R)LC + s(R_c C + L/R) + 1} \quad (2.43)$$

考虑另一种情况: $R_E = R_{on} = R_F = R_L = R_c = 0$, 既不考虑功率开关 MOSFET 的开通电阻、二极管的正向导通电阻、电感的等效串联电阻, 也不考虑输出滤波电容的等效串联电阻, 则相应的传递函数表达式为

$$G_{vd}(s) = \frac{\hat{v}_o(s)}{\hat{d}(s)} = \frac{V_i}{s^2 LC + sL/R + 1} \quad (2.44)$$

$$Z_o(s) = \frac{sL}{s^2 LC + sL/R + 1} \quad (2.45)$$

$$Z_i(s) = \frac{s^2 LC + sL/R + 1}{D^2(sC + 1/R)} \quad (2.46)$$

$$A(s) = \frac{\hat{v}_o(s)}{\hat{v}_i(s)} = \frac{D}{s^2 LC + sL/R + 1} \quad (2.47)$$

表达式 (2.40~2.47) 可用三端开关器件模型法^[2]、时间平均等效电路模型法^[6]

导出, 这进一步说明了这两种方法是本章提出的电路平均法建模的特例。

2.3 非理想 Boost 变换器连续工作模式建模

Boost 变换器如图 2-8(a) 所示, 功率开关 S 的开关周期为 T , 导通时间为 t_{on} , 占空比为 D , $D = t_{on}/T$, D 的扰动量是 \hat{d} , 瞬时值 $d = D + \hat{d}$ 。图 2-8(b) 是考虑寄生元件的 Boost 变换器的等效电路, R_{on} 是功率开关 S 的开通电阻, V_F 是二极管的正向压降, R_F 是二极管的正向电阻, R_L 是电感 L 的等效串联电阻 (ESR), R_C 是滤波电容的等效串联电阻 (ESR)。

2.3.1 大信号动态电路模型

图 2-8 所示的 Boost 变换器在连续工作模式 (CCM) 下有两种开关模态, 在分析之前, 作如下假设:

① 功率 MOSFET 管输出电容忽略不计, 开通电阻是线性的, 关断电阻为无穷大;

② 二极管开通状态由线性正向电阻 R_F 和正向压降 V_F 来模拟, 关断电阻为无穷大;

③ 无源元件是线性的, 时不变的;

④ 在整个开关周期中, 电感电流是恒定的;

⑤ 输入电压源的输出阻抗对于 AC 和 DC 分量都为 0。

当 S 导通, D 截止时, 由图 2-8(b) 得

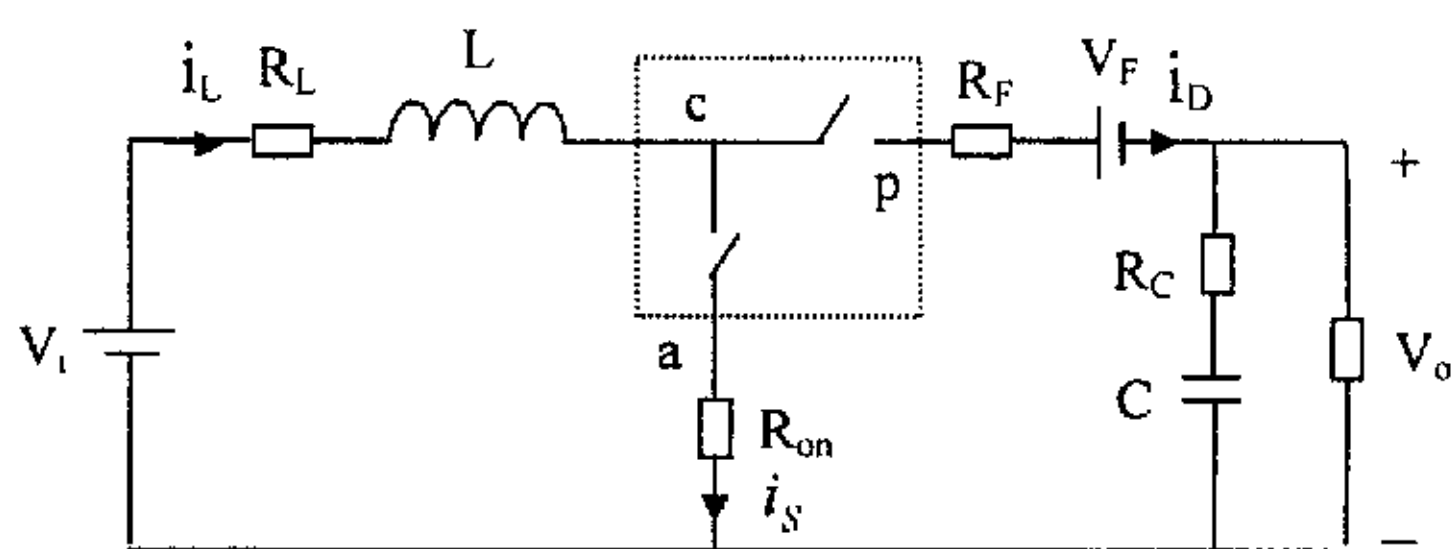
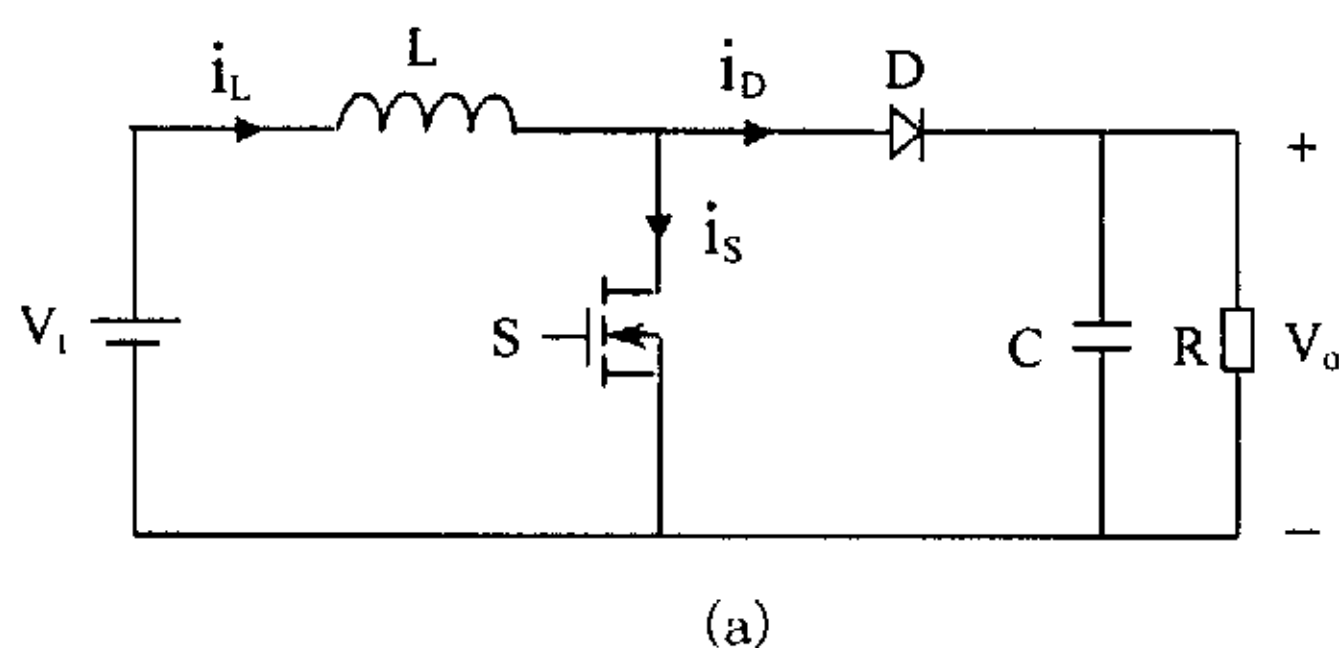
$$L \frac{\Delta i_L}{DT} = V_i - (R_L + R_{on}) I_L \quad (2.48)$$

当 D 导通, S 截止时

$$L \frac{-\Delta i_L}{(1-D)T} = V_i - V_o - V_F - (R_L + R_F) I_L \quad (2.49)$$

由式 (2.48) 和 (2.49) 得到

$$V_i = (1-D)V_o + [R_L + D R_{on} + (1-D) R_F] I_L + (1-D) V_F \quad (2.50)$$



(b) 考虑寄生参数的等效电路

图 2-8 Boost 变换器

$$D = \frac{V_o + V_F - V_L + (R_L + R_F)I_L}{V_o + V_F + (R_F - R_{on})I_L} \quad (2.51)$$

当 Boost 变换器为理想变换器时, $R_L = R_F = R_{on} = 0$, $V_F = 0$, 则 $D = \frac{V_o - V_L}{V_o}$ 。

$$I_L = \frac{I_S}{D} = \frac{I_D}{1-D} = \frac{I_o}{(1-D)} \quad (2.52)$$

$$I_o = \frac{V_o}{R} \quad (2.53)$$

式中 I_L 是流过电感的电流的直流分量, I_S 是功率开关电流的直流分量, I_D 是流过二极管电流的直流分量, I_o 是直流输出电流。

根据能量守恒原理, 由图 2-8(b) 可得到图 2-9 Boost 变换器大信号平均模型。当功率开关 S 导通时, 流过功率开关 S 的电流 $i_S = i_L \approx I_L$, 功率开关电流的有效值为

$$I_{Srms} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^{DT} i_S^2 dt} = \sqrt{D} I_L = \frac{I_S}{\sqrt{D}} = \frac{\sqrt{D} I_D}{1-D} \quad (2.54)$$

因此, 功率 MOSFET 的开通电阻 R_{on} 的功率损耗为

$$P_{Ron} = R_{on} I_{Srms}^2 = \frac{R_{on}}{D} I_S^2 = D R_{on} I_L^2 \quad (2.55)$$

所以, 在功率开关 S 支路中的电阻 R_{on} 的等效平均电阻 (EAR) 为 $\frac{R_{on}}{D}$, 如图 2-9(a) 所示。当功率开关 S 关断, 二极管 D 导通时, 流过二极管 D 的电流 $i_D = i_L \approx I_L$, 二极管电流的有效值为

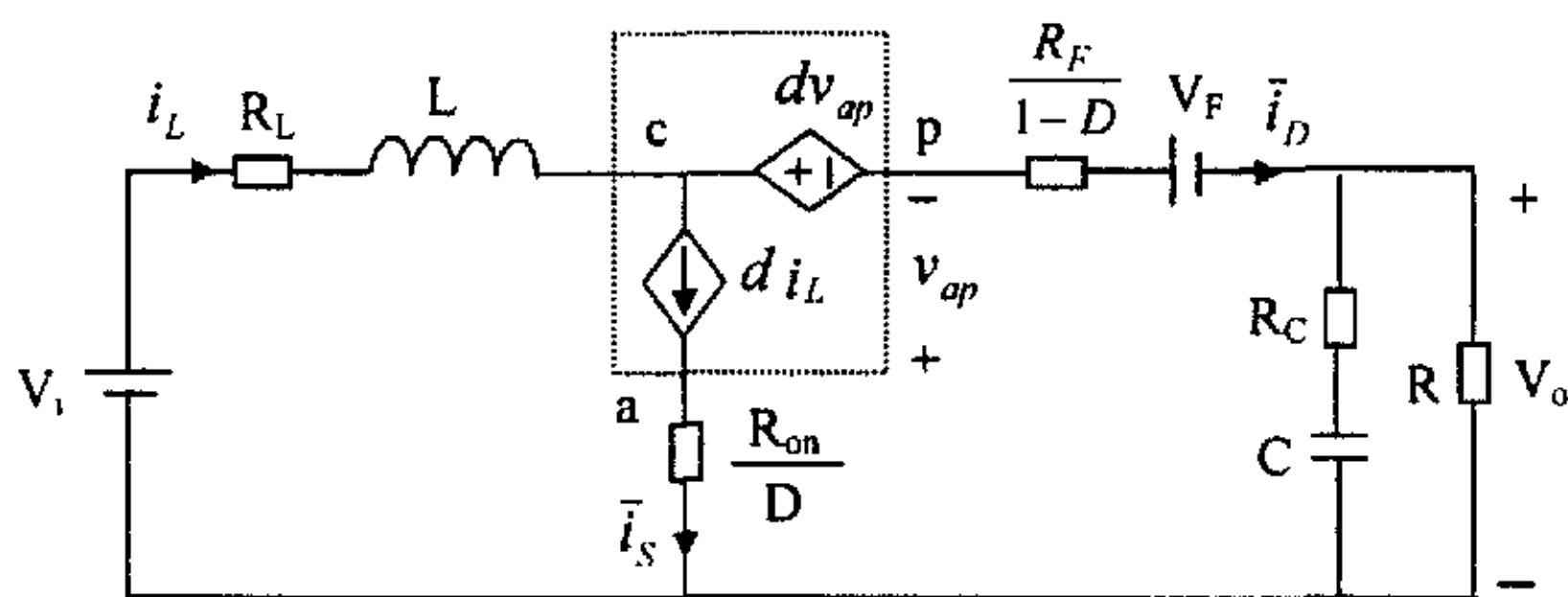
$$I_{Drms} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_{DT}^T i_D^2 dt} = I_L \sqrt{1-D} = \frac{I_S \sqrt{1-D}}{D} = \frac{I_D}{\sqrt{1-D}} \quad (2.56)$$

二极管正向电阻的功率损耗为

$$P_{RF} = R_F I_{Drms}^2 = \left(\frac{R_F}{1-D} \right) I_D^2 = (1-D) R_F I_L^2 \quad (2.57)$$

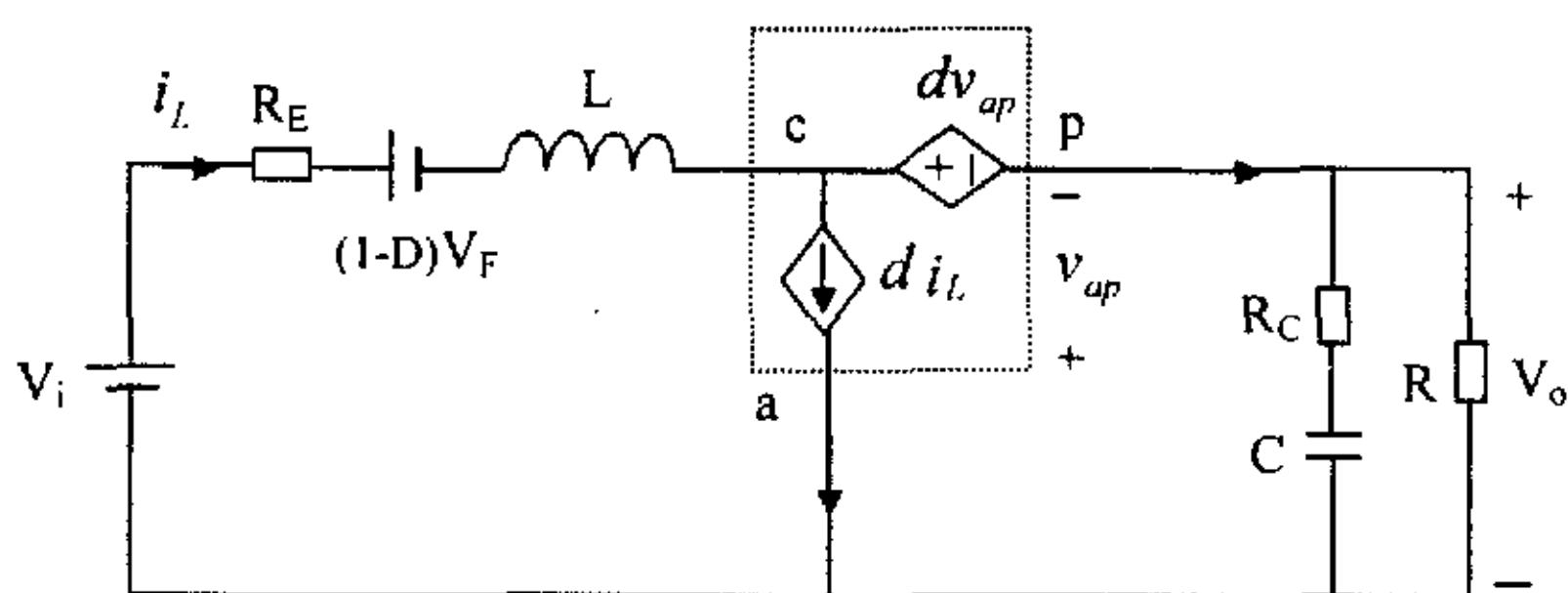
$$V_F I_D = (1-D) V_F I_L \quad (2.58)$$

故二极管支路中 R_F 的等效平均电阻 (EAR) 为 $\frac{R_F}{1-D}$, V_F 在二极管支路中的等效平均电压 (EAV) 等于 V_F , 如图 2-9(a) 所示。图 2-8(b) 虚线所示的理想开关组



(a) 平均寄生元件在原支路中

成 PWM 开关, 用图 2-9(a) 所示的受控电流源 \bar{i}_s 和受控电压源 \bar{v}_{cp} 替代^[8, 11, 12], 得到 PWM 开关在连续工作模式 (CCM) 下的平均模型, 从而得到 Boost 变换器在连续工作模式 (CCM) 下的大信号平均模型。



(b) 平均寄生元件折算到电感支路中

图 2-9 Boost 变换器连续工作模式 (CCM) 下的大信号平均模型

$$\text{平均电流} \quad \bar{i}_s = \frac{1}{T} \int_0^T i_s dt = di_L \quad (2.59)$$

$$\text{平均电压} \quad \bar{v}_{cp} = \frac{1}{T} \int_0^T v_{cp} dt = dv_{ap} \quad (2.60)$$

式中 v_{ap} , \bar{v}_{cp} 是平均电压; i_L , \bar{i}_s 是平均电流; i_s 是瞬时电流, v_{cp} 是瞬时电压; 占空比 d 用稳态量 D 和扰动量 \hat{d} 之和表示, $d = D + \hat{d}$ 。

为了简化模型, 根据能量守恒原理, 将图 2-9(a) 中的平均寄生元件折算到电感支路中, 等效平均电阻 (EAR) $\frac{R_{on}}{D}$ 折算到电感支路中的等效平均电阻 (EAR) 为 DR_{on} , 等效平均电阻 (EAR) $\frac{R_F}{1-D}$ 折算到电感支路中的等效平均电阻 (EAR) 为 $(1-D)R_F$, 等效平均电压 (EAV) V_F 折算到电感支路中的等效平均电压 (EAV) 为 $(1-D)V_F$, 电感支路中的总电阻用等效平均电阻 R_E 表示, 得到简化后的 Boost 变换器在连续工作模式 (CCM) 下的大信号平均电路模型如图 2-9(b) 所示。

$$R_E = DR_{on} + (1-D)R_F + R_L \quad (2.61)$$

为了使模型进一步简化, 将占空比 d 控制的理想变压器取代受控电压源和受控电流源, 得到用理想变压器等效 PWM 开关的平均模型如图 2-10(b) 所示, 显然, 图 2-10(b) 和图 2-10(a) 互为等效^[14, 15], 从而得到 Boost 变换器在连续工作模式 (CCM) 下的大信号平均模型如图 2-11 所示。

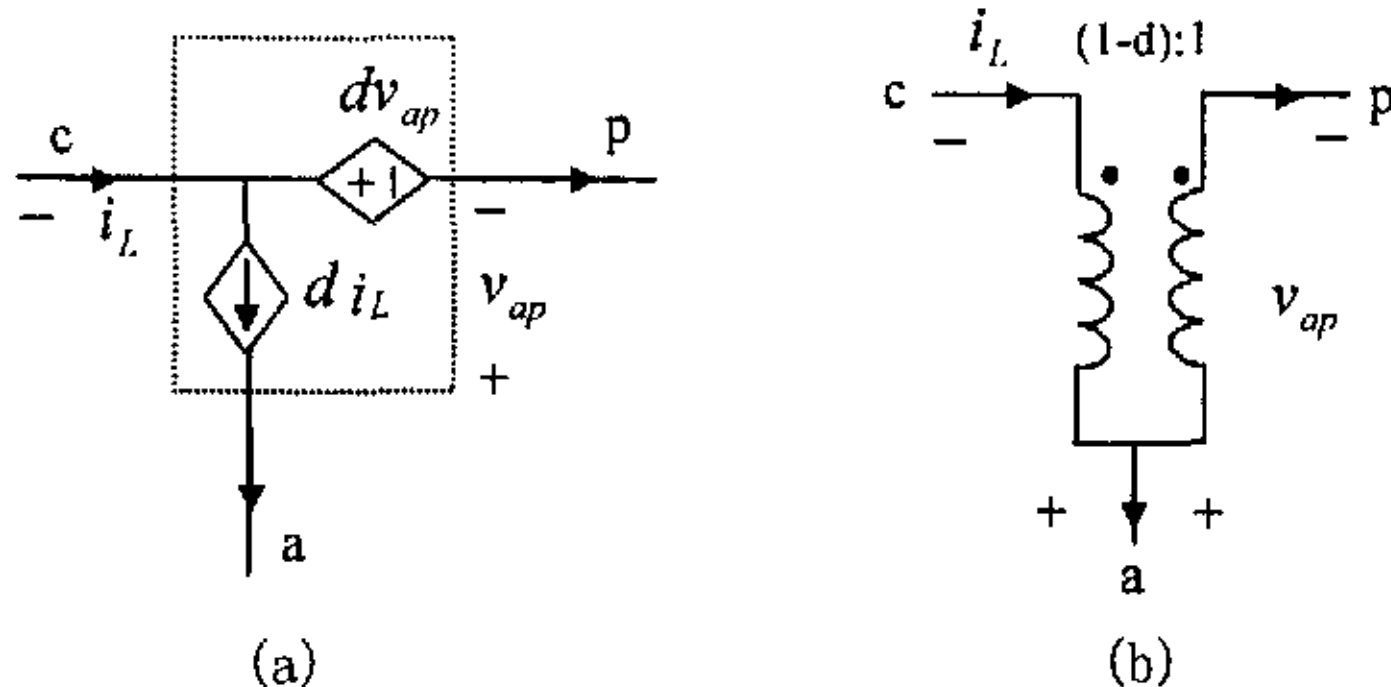


图 2-10 PWM 开关平均模型

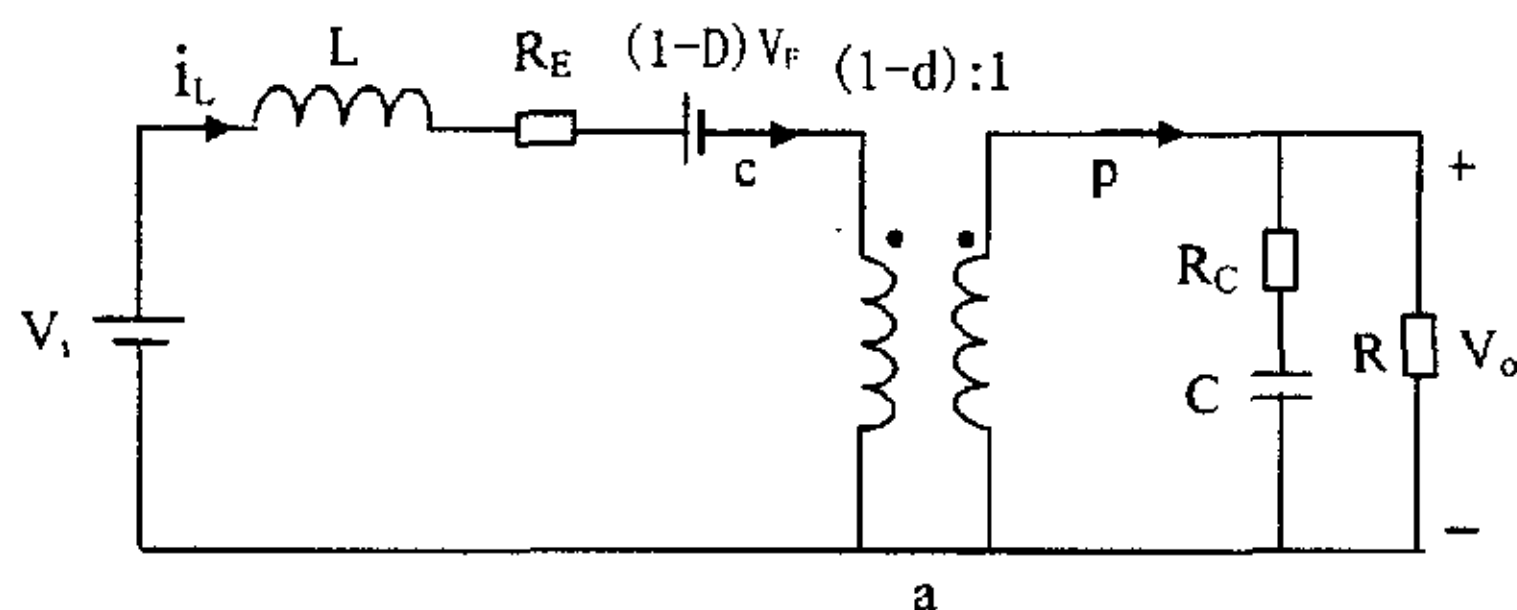


图 2-11 Boost 变换器在连续工作模式 (CCM) 下的大信号平均模型

2.3.2 DC 电路模型

对输入电压 V_i 和输出电压 V_o 施加扰动, 扰动量分别为 \hat{v}_i 和 \hat{v}_o , $v_i = V_i + \hat{v}_i$, $v_o = V_o + \hat{v}_o$; i_L 用稳态分量 I_L 和扰动分量 \hat{i}_L 之和表示, $i_L = I_L + \hat{i}_L$; 占空比 d 用稳态量 D 和扰动量 \hat{d} 之和表示, $d = D + \hat{d}$ 。则

$$(1-d)i_L = (1-D-\hat{d})(I_L + \hat{i}_L) = (1-D)I_L - I_L\hat{d} + (1-D)\hat{i}_L - \hat{d}\hat{i}_L \quad (2.62)$$

$$(1-d)v_o = (1-D-\hat{d})(V_o + \hat{v}_o) = (1-D)V_o - V_o\hat{d} + (1-D)\hat{v}_o - \hat{d}\hat{v}_o \quad (2.63)$$

在进行 DC 稳态分析时, 电容 C 开路, 电感 L 短路, 令扰动量 $\hat{i}_L = \hat{v}_i = \hat{v}_o = \hat{d} = 0$, 代入式(2.62, 2.63)并由图 2-11 得到 Boost 变换器在连续工作模式 (CCM) 下的 DC 等效电路模型, 如图 2-12 所示。

由图 2-12 求得

$$D = \frac{V_o + V_F - V_i + (R_L + R_F)I_L}{V_o + V_F + (R_F - R_{on})I_L} \quad (2.64)$$

$$I_L = \frac{I_o}{1-D} = \frac{V_o}{(1-D)R} \quad (2.65)$$

$$V_i = (1-D)V_o + R_E I_L + (1-D)V_F \quad (2.66)$$

式(2.64~2.66)和式(2.50~2.52)相同, 表明图 2-12 Boost 变换器在连续工作模式 (CCM) 下的 DC 电路模型是正确的。由式(2.65, 2.66)得

$$V_i = V_o \left[1 - D + \frac{R_E}{R(1-D)} \right] + V_F(1-D) \quad (2.67)$$

$$\eta = \frac{V_o I_o}{V_i I_L} = \frac{1}{1 + \frac{R_E}{R} \frac{1}{(1-D)^2} + \frac{V_F}{V_o}} \quad (2.68)$$

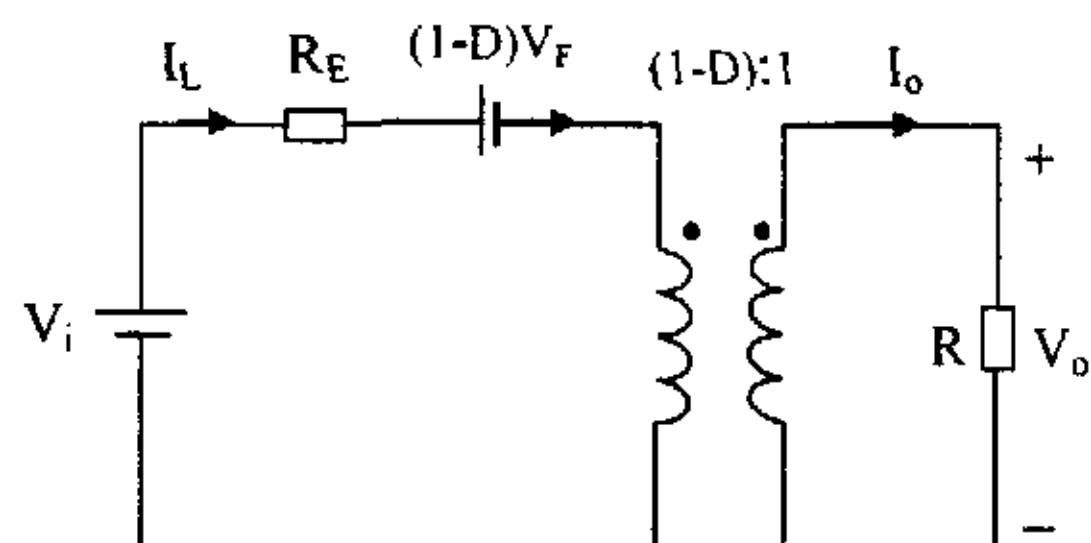


图 2-12 Boost 变换器在连续工作模式 (CCM) 下的 DC 模型

为了提高效率, $R_E \ll R(1-D)^2$, $V_F \ll V_o$ 。若不考虑变换器的寄生参数, $R_{on} = R_F = R_c = 0$, $V_F = 0$, 则 $R_E = 0$, $V_F = 0$, 式 (2.67, 2.68) 为

$$V_o = \frac{V_i}{1-D} \quad (2.69)$$

$$\eta = \frac{V_o I_o}{V_i I_L} = \frac{V_o \cdot (1-D) I_L}{(1-D) V_o \cdot I_L} = 100\% \quad (2.70)$$

式 (2.69, 2.70) 是式 (2.67, 2.68) 的特例。图 2-12 中若令 $R_E = 0$, $V_F = 0$, 则得到的 DC 模型与用三端开关器件模型法得到的 DC 模型相同^[2], 这表明图 2-12 Boost 变换器在连续工作模式 (CCM) 下的 DC 模型是三端开关器件模型法 DC 模型的改进和拓展。

2.3.3 小信号线性电路模型

在某一稳态下进行小信号扰动, 令瞬时值: $v_i = V_i + \hat{v}_i$, $v_o = V_o + \hat{v}_o$, $i_L = I_L + \hat{i}_L$, $d = D + \hat{d}$, \hat{v}_i , \hat{v}_o , \hat{i}_L , \hat{d} 是相应 V_i , V_o , I_L , D 的扰动量。假设 $\frac{\hat{d}}{D} \ll 1$, $\frac{\hat{v}_o}{V_o} \ll 1$, $\frac{\hat{i}_L}{I_L} \ll 1$, 则可忽略 $\hat{d}\hat{v}_o$ 和 $\hat{d}\hat{i}_L$, 式 (2.62, 2.63) 简化为

$$(1-d)i_L = (1-D-\hat{d})(I_L + \hat{i}_L) = (1-D)I_L - I_L\hat{d} + (1-D)\hat{i}_L \quad (2.71)$$

$$(1-d)v_o = (1-D-\hat{d})(V_o + \hat{v}_o) = (1-D)V_o - V_o\hat{d} + (1-D)\hat{v}_o \quad (2.72)$$

在进行动态小信号分析时, 令稳态分量 $(1-D)V_F = 0$, $(1-D)I_L = 0$, $(1-D)V_o = 0$, 则

$$(1-d)i_L = (1-D-\hat{d})(I_L + \hat{i}_L) = -I_L\hat{d} + (1-D)\hat{i}_L \quad (2.73)$$

$$(1-d)v_o = (1-D-\hat{d})(V_o + \hat{v}_o) = -V_o\hat{d} + (1-D)\hat{v}_o \quad (2.74)$$

由图 2-11 和式 (2.73, 2.74) 得到非理想 Boost 变换器在连续工作模式 (CCM) 下的小信号电路模型如图 2-13 所示。

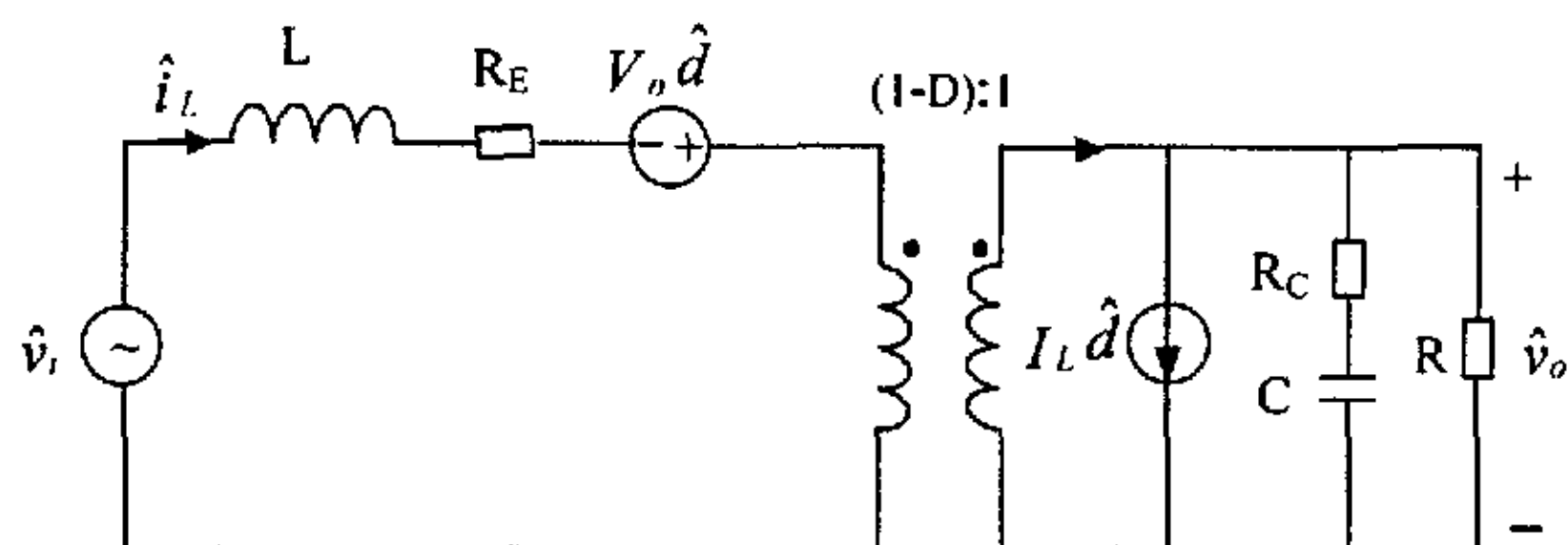


图 2-13 Boost 变换器在连续工作模式 (CCM) 下的小信号电路模型

图 2-13 中如果 $R_E = 0$, 即不考虑功

率开关 MOSFET 的开通电阻、二极管的正向导通电阻、电感的等效串联电阻, $R_{on} = R_F = R_L = 0$, 得到的 Boost 变换器在连续工作模式 (CCM) 下的小信号电路模型与用三端开关器件模型法得到的相同^[2]。

2.3.4 连续工作模式 (CCM) 传递函数

由图 2-13 小信号电路模型, 可进行小信号分析, 导出 Boost 变换器在连续工作模式 (CCM) 下的传递函数。

1. $\hat{d}(s)$ 对输出电压 $\hat{v}_o(s)$ 的传递函数 $G_{vd}(s)$

$$\begin{aligned} G_{vd}(s) &= \frac{\hat{v}_o(s)}{\hat{d}(s)} \Big|_{\hat{v}_i(s)=0} \\ &= \frac{(1+sR_cC)[R(1-D)V_o - (R_E+sL)V_o/(1-D)]}{R_E + R(1-D)^2 + s[L + R_E(R_c+R)C + R_cR(1-D)^2C] + s^2(R+R_c)LC} \end{aligned} \quad (2.75)$$

2. 输出阻抗 $Z_o(s)$, 令 $\hat{v}_i(s)=0$, $\hat{d}(s)=0$, 可求得

$$Z_o(s) = \frac{R(sL + R_E)(sR_cC + 1)}{R_E + R(1-D)^2 + s[L + R_cR_E C + R R_E C + R R_c C(1-D)^2] + s^2(R + R_c)LC} \quad (2.76)$$

3. 输入阻抗 $Z_i(s)$, 令 $\hat{d}(s)=0$, 可求得

$$Z_i(s) = \frac{R_E + R(1-D)^2 + s[L + R_E(R + R_c)C + R R_c C(1-D)^2] + s^2(R + R_c)LC}{1 + s(R + R_c)C} \quad (2.77)$$

4. 输入电压 $\hat{v}_i(s)$ 对输出电压 $\hat{v}_o(s)$ 的传递函数 $A(s)$

$$\begin{aligned} A(s) &= \frac{\hat{v}_o(s)}{\hat{v}_i(s)} \Big|_{\hat{d}(s)=0} \\ &= \frac{R(1-D)(1+sR_cC)}{R_E + R(1-D)^2 + s[L + R_E(R + R_c)C + R R_c C(1-D)^2] + s^2(R + R_c)LC} \end{aligned} \quad (2.78)$$

令 $s=0$, 得到小信号特性的低频渐近线: $G_{vd}(0) = \frac{[R(1-D) - R_E/(1-D)]V_o}{R_E + R(1-D)^2}$,

$Z_o(0) = \frac{R_E R}{R_E + R(1-D)^2}$, $Z_i(0) = R_E + R(1-D)^2$, $A(0) = \frac{R(1-D)}{R_E + R(1-D)^2}$ 。可见, 小

信号特性的低频渐近线都与电感支路中总的等效串联电阻 R_E 有关, $A(0)$ 与式 (2.66) 不同是由于进行小信号分析时, 令 $(1-D)V_F = 0$ 。

当 $s \rightarrow \infty$ 时, 可得到小信号特性的高频渐近线: $G_{vd}(\infty) = -\frac{R_c V_o}{(R + R_c)(1-D)}$,

$$Z_o(\infty) = \frac{RR_c}{R + R_c}, \quad Z_i(\infty) = \infty, \quad A(\infty) = 0.$$

假设不考虑功率开关 MOSFET 的开通电阻、二极管的正向导通电阻、二极管的正向导通压降、电感的等效串联电阻, $R_{on} = R_F = R_L = 0$, $V_F = 0$, 但考虑输出滤波电容的等效串联电阻, $R_c \neq 0$, 则 $R_E = D R_{on} + (1-D) R_F + R_L = 0$, 传递函数表达式 (2.75~2.78) 为

$$G_{vd}(s) = \frac{V_o}{(1-D)} \cdot \frac{(1+sR_cC)[1-sL/R(1-D)^2]}{1+s[L/R(1-D)^2+R_cC]+s^2(R+R_c)LC/R(1-D)^2} \quad (2.79)$$

$$Z_o(s) = \frac{sL(sR_cC+1)}{(1-D)^2+s[L/R+R_cC(1-D)^2]+s^2(R+R_c)/RLC} \quad (2.80)$$

$$Z_i(s) = \frac{R(1-D)^2+s[L+R R_cC(1-D)^2]+s^2(R+R_c)LC}{1+s(R+R_c)C} \quad (2.81)$$

$$A(s) = \frac{R(1-D)(1+sR_cC)}{R(1-D)^2+s[L+R R_cC(1-D)^2]+s^2(R+R_c)LC} \quad (2.82)$$

考虑另一种情况: $R_{on} = R_F = R_L = R_c = 0$, $V_F = 0$, 既不考虑功率开关 MOSFET 的开通电阻、二极管的正向导通电阻、二极管的正向导通压降、电感的等效串联电阻, 也不考虑输出滤波电容的等效串联电阻, $R_E = D R_{on} + (1-D) R_F + R_L = 0$, 则

$V_o = \frac{V_i}{1-D}$, 相应的传递函数表达式为

$$G_{vd}(s) = \frac{V_i}{(1-D)^2} \cdot \frac{1-sL/[R(1-D)^2]}{1+sL/[R(1-D)^2]+s^2LC/(1-D)^2} \quad (2.83)$$

$$Z_o(s) = \frac{1}{(1-D)^2} \cdot \frac{sL}{1+sL/R(1-D)^2+s^2LC/(1-D)^2} \quad (2.84)$$

$$Z_i(s) = \frac{R(1-D)^2+sL+s^2RLC}{1+sRC} \quad (2.85)$$

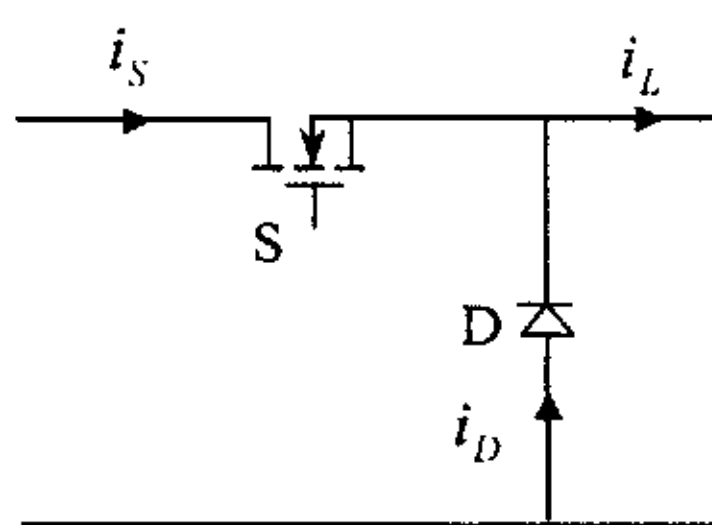
$$A(s) = \frac{1}{(1-D)} \cdot \frac{1}{1+sL/R(1-D)^2+s^2LC/R(1-D)^2} \quad (2.86)$$

表达式 (2.79~2.86) 与三端开关器件模型法^[2]、时间平均等效电路模型法^[6]导出的结果完全相同, 这进一步表明本章提出的电路平均建模方法是这两种方法的推广。

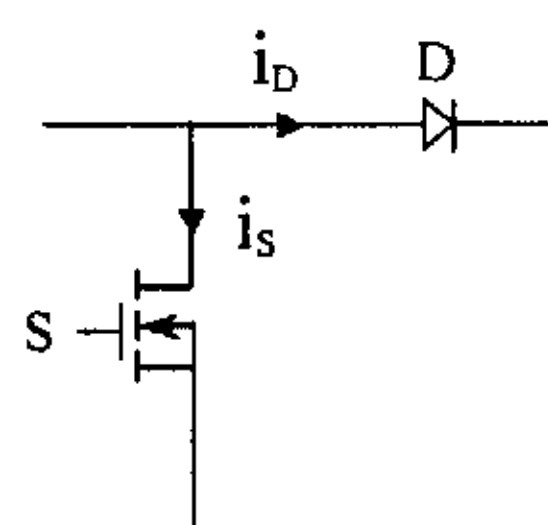
Boost 变换器和 Buck 变换器从控制到输出的传递函数 $G_{vd}(s)$ 可以方便地进行比较, Boost 变换器的传递函数 $G_{vd}(s)$ 有一个右半平面的零点。低频时, $\omega \ll [R(1-D)^2 - R_E]/L$, Boost 变换器右半平面零点的作用可忽略; 高频时, $\omega \gg [R(1-D)^2 - R_E]/L$, Boost 变换器右半平面的零点使 $G_{vd}(s)$ 相角增加 -90° , 因此, 右半平面零点的存在, 在大带宽的单环反馈系统中很难获得足够的相位裕量。

2.4 非理想 PWM 开关电路平均法建模

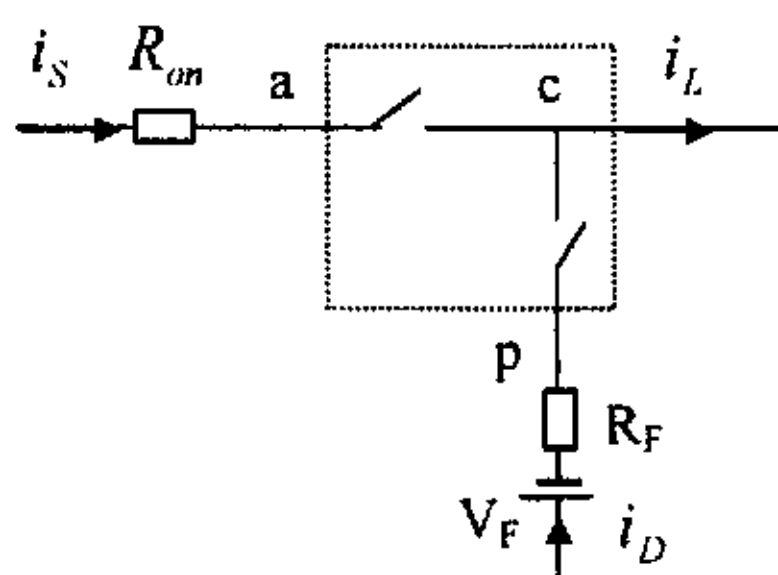
非理想 Buck 和 Boost 变换器连续工作模式电路平均法建模的关键就是将非理想开关等效为理想开关及其寄生参数的串联,运用电路理论中的替代定理建立由理想开关组成的 PWM 开关平均模型,根据能量守恒原理推导寄生参数的等效平均值并折算到电感支路,即建模的关键就是建立由非理想开关组成的非理想 PWM 开关模型。图 2-14 给出了连续工作模式非理想 PWM 开关的电路平均法建模过程:① 把变换器的非理想功率开关管和二极管作为整体组成一个非理想 PWM 开关;② 非理想功率开关 MOSFET 等效为理想开关和开通电阻的串联,非理想二极管等效为理想开关、正向压降、正向电阻的串联,得到非理想 PWM 开关的等效电路;③ 运用电路理论中的替代定理,将理想开关由受控电压源和受控电流源进行替代变换,根据能量守恒原理得到平均寄生参数在原支路的非理想 PWM 开关平均模型;④ 为了简化模型,将平均寄生参数折算到电感支路中,得到简化后的非理想 PWM 开关平均模型;⑤ 为了使模型简明、实用,由标准电路元件组成,用占空比 d 控制的理想变压器取代受控电压源和受控电流源,得到用理想变压器表示的非理想 PWM 开关平均模型;⑥ 将非理想 PWM 开关平均模型进行小信号扰动和线性化处理,得到非理想 PWM 开关 DC 和小信号电路模型。



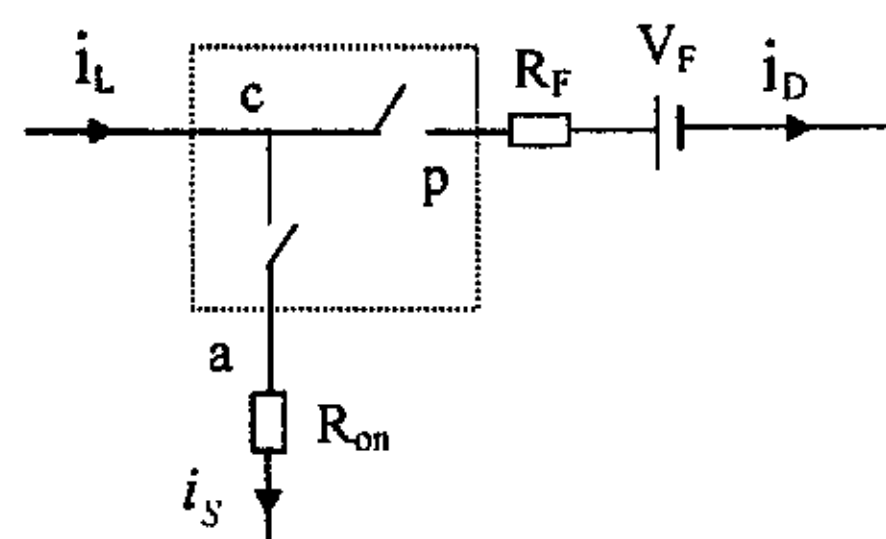
(a) Buck 非理想 PWM 开关



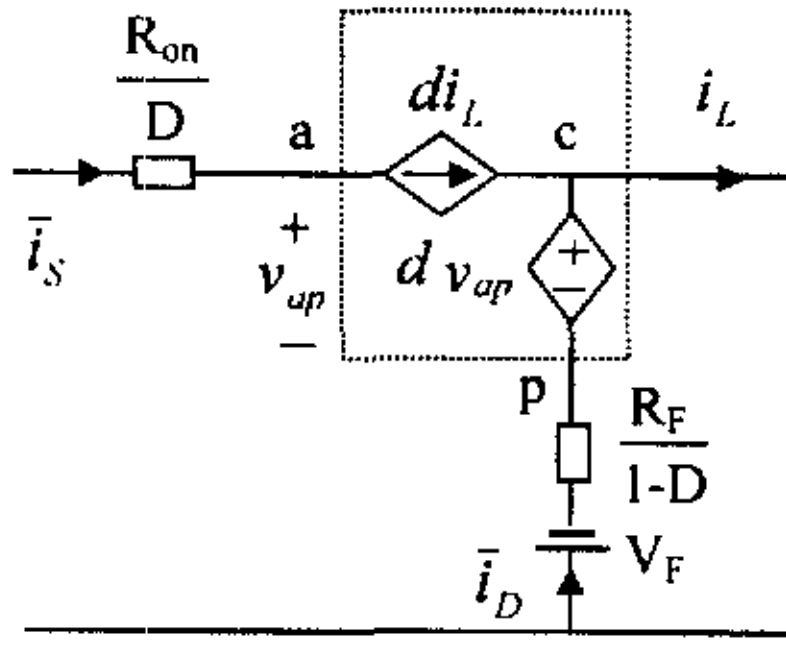
(b) Boost 非理想 PWM 开关



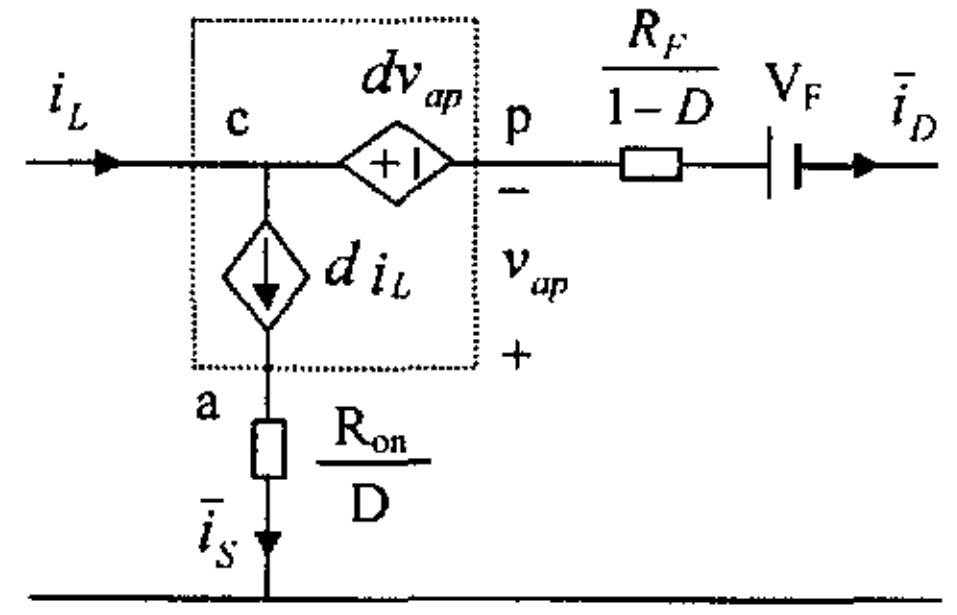
(c) Buck 非理想 PWM 开关等效电路



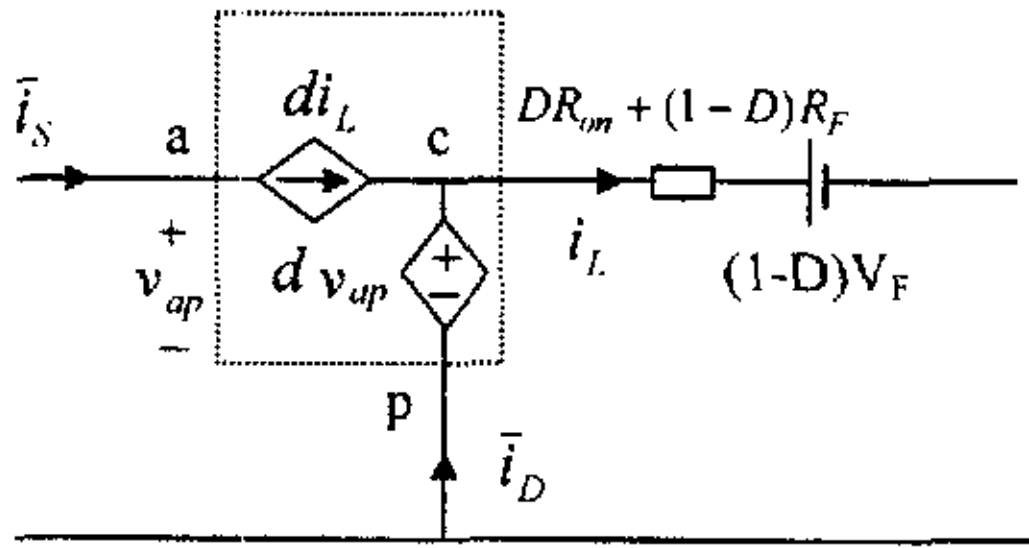
(d) Boost 非理想 PWM 开关等效电路



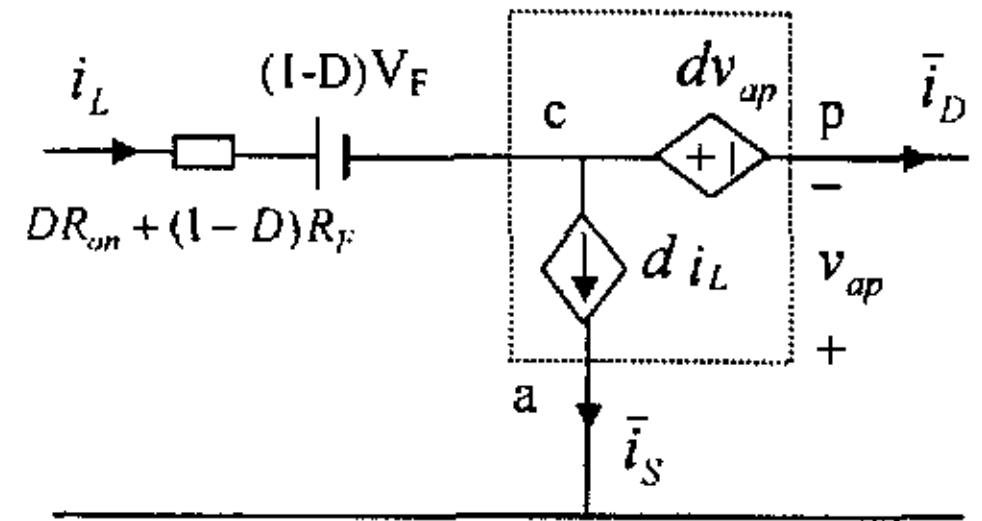
(e) Buck 非理想 PWM 开关平均模型
(平均寄生参数在原支路)



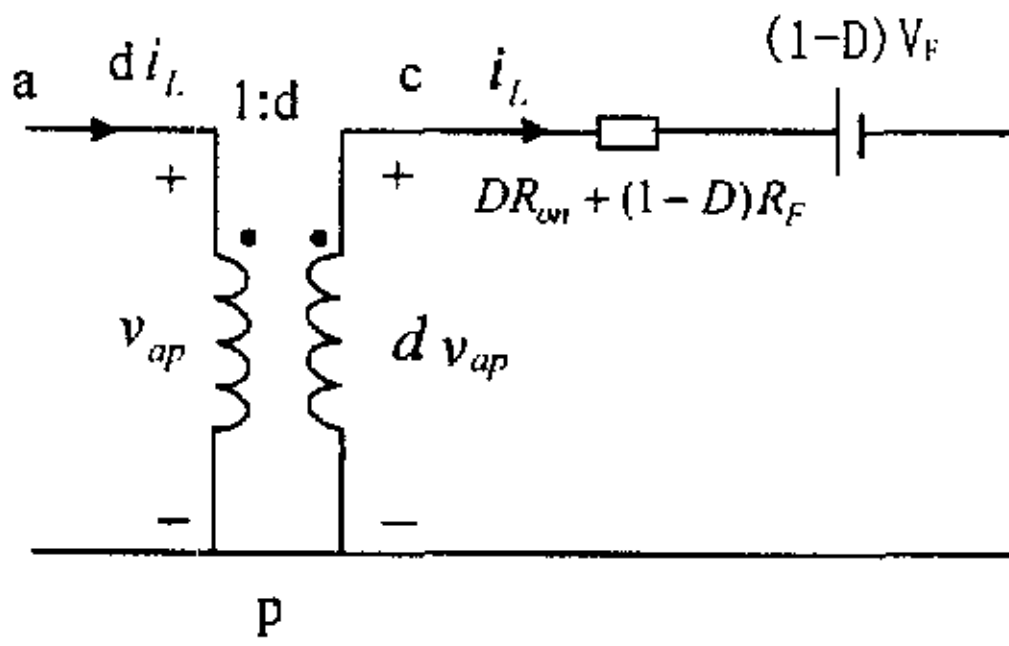
(f) Boost 非理想 PWM 开关平均模型
(平均寄生参数在原支路)



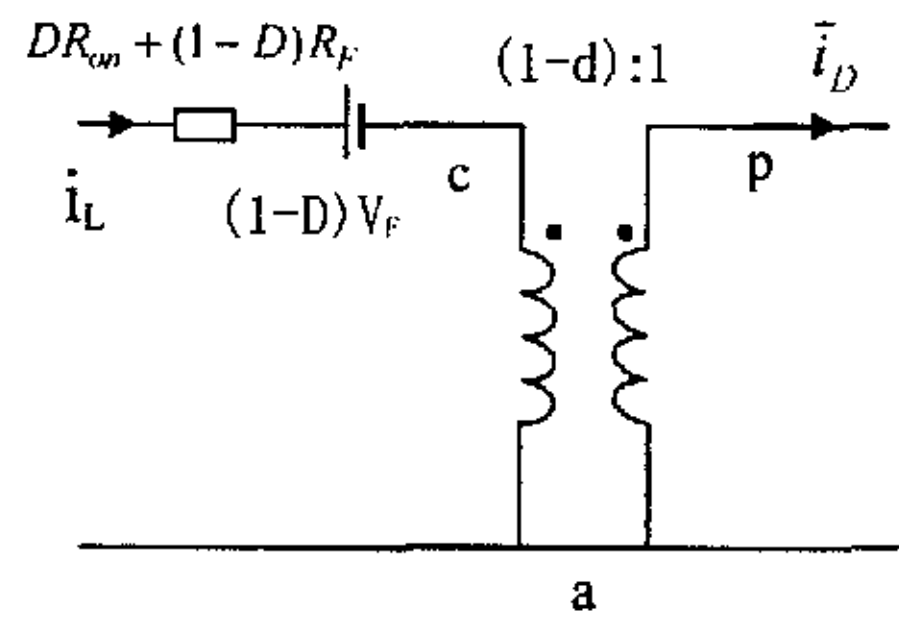
(g) Buck 非理想 PWM 开关平均模型
(平均寄生参数在电感支路)



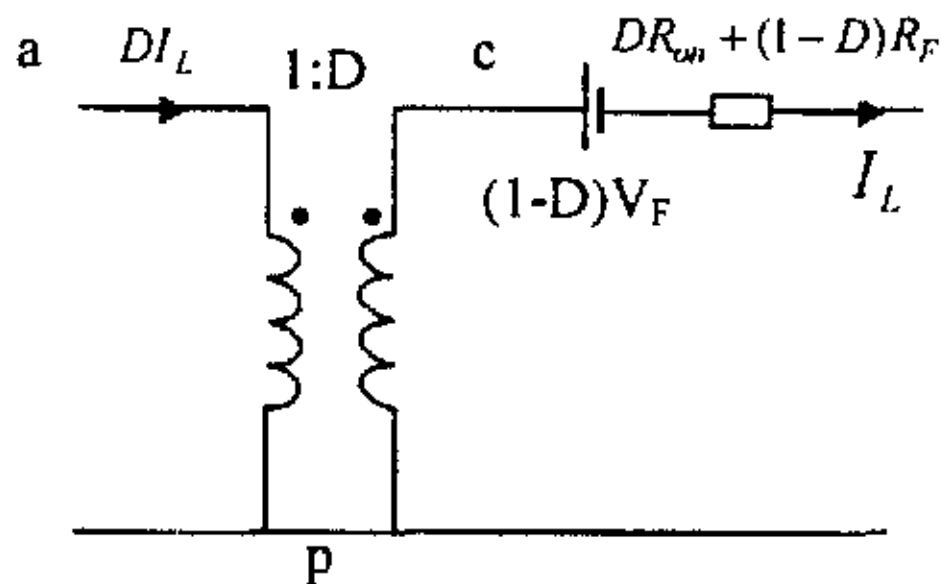
(h) Boost 非理想 PWM 开关平均模型
(平均寄生参数在电感支路)



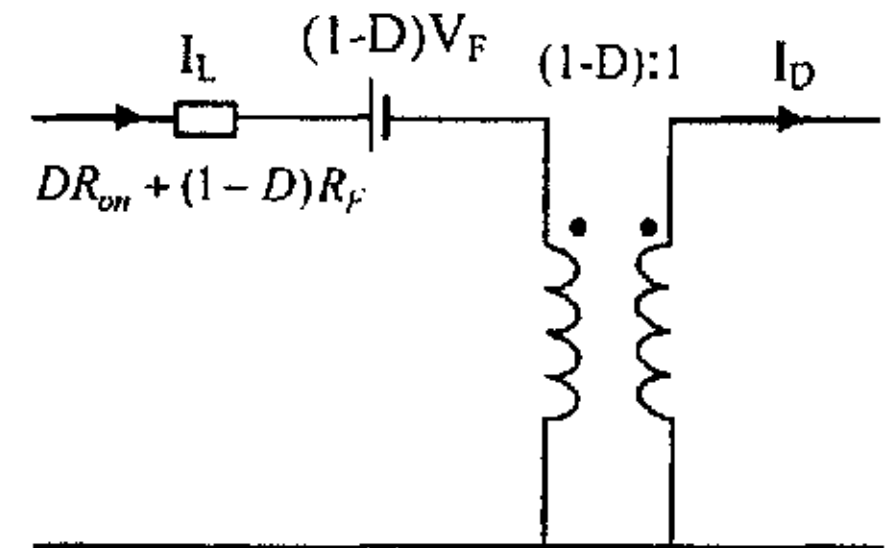
(i) Buck 非理想 PWM 开关平均模型
(用理想变压器表示)



(j) Boost 非理想 PWM 开关平均模型
(用理想变压器表示)



(k) Buck 非理想 PWM 开关 DC 模型



(l) Boost 非理想 PWM 开关 DC 模型

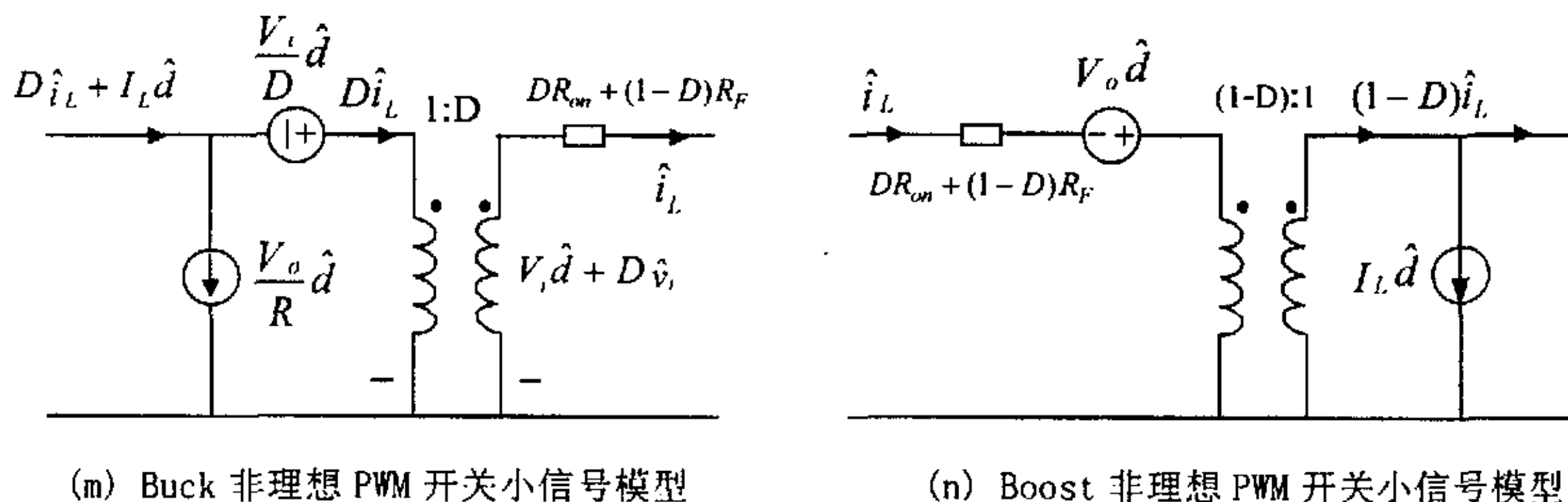


图 2-14 连续工作模式非理想 PWM 开关电路平均法建模

2.5 非理想 Buck-Boost 变换器连续工作模式电路平均法建模

Buck-Boost 变换器如图 2-15(a) 所示, 功率开关 S 的开关周期为 T , 导通时间为 t_{on} , 占空比 $D = t_{on}/T$, D 的扰动量是 \hat{d} , 瞬时值 $d = D + \hat{d}$ 。图 2-15(b) 是考虑寄生参数的变换器的等效电路, 功率开关 MOSFET 等效为理想开关和开通电阻 R_{on} 的串联, 二极管等效为理想开关、正向压降 V_F 、正向电阻 R_F 的串联, R_L 是滤波电感的等效串联电阻 (ESR), R_c 是滤波电容的等效串联电阻 (ESR)。

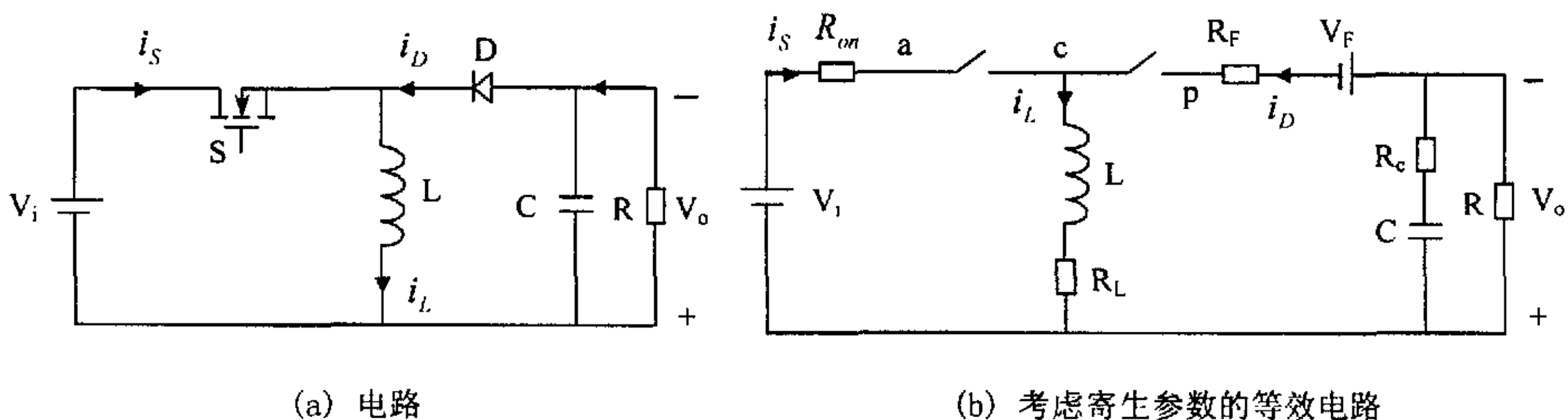
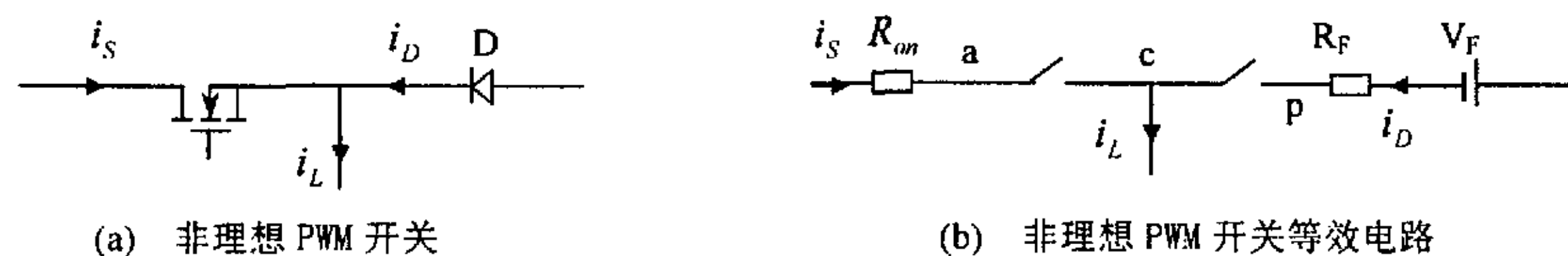


图 2-15 Buck-Boost 变换器

非理想 Buck-Boost 变换器连续工作模式电路平均法建模的关键就是首先建立出功率开关 MOSFET 管和二极管组成的非理想 PWM 开关模型, 然后把它嵌入到非理想 Buck-Boost 变换器中, 从而进行稳态和动态小信号特性分析。Buck-Boost 变换器连续工作模式非理想 PWM 开关电路平均法建模等效电路模型的推导如图 2-16 所示。



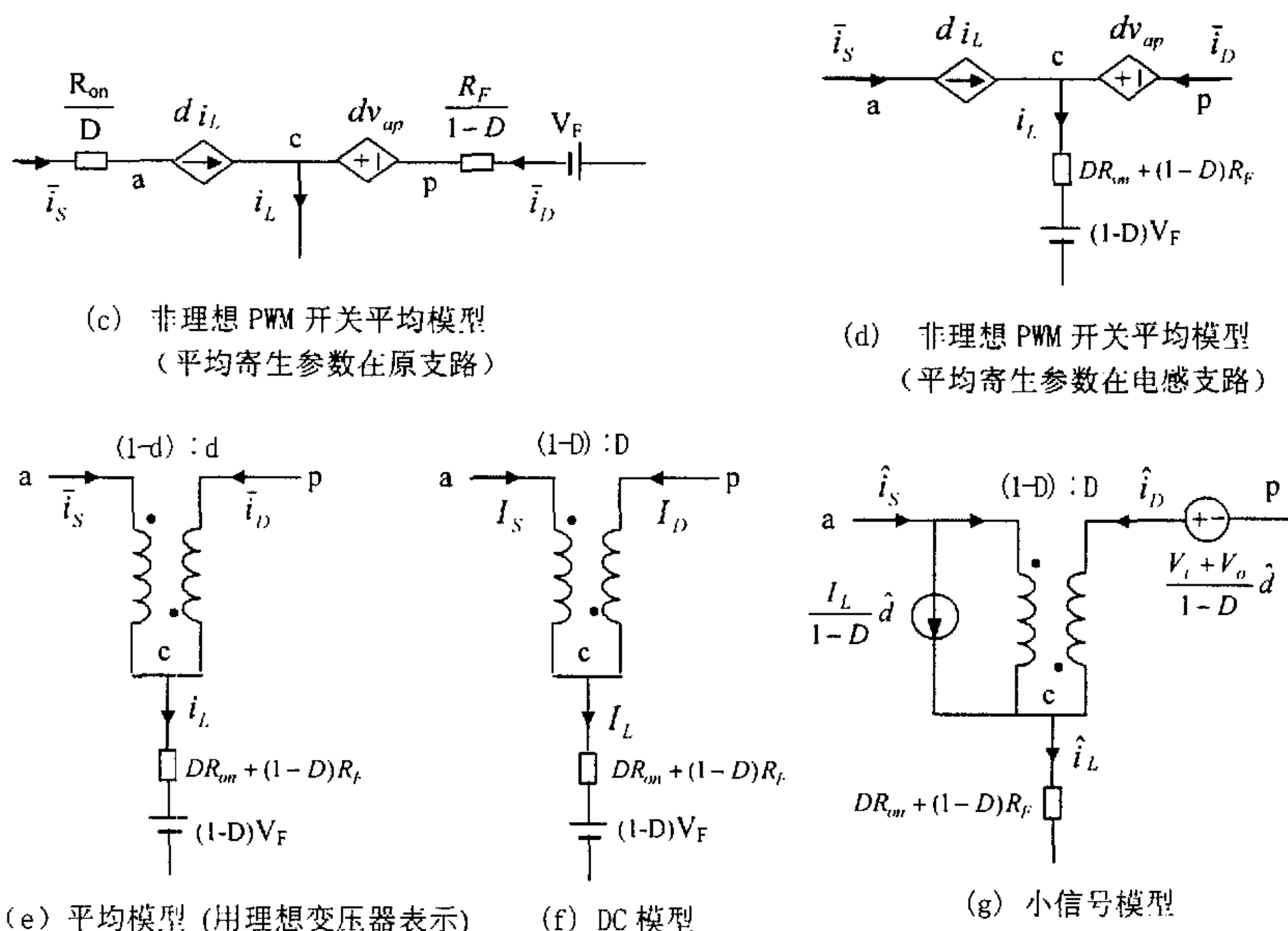
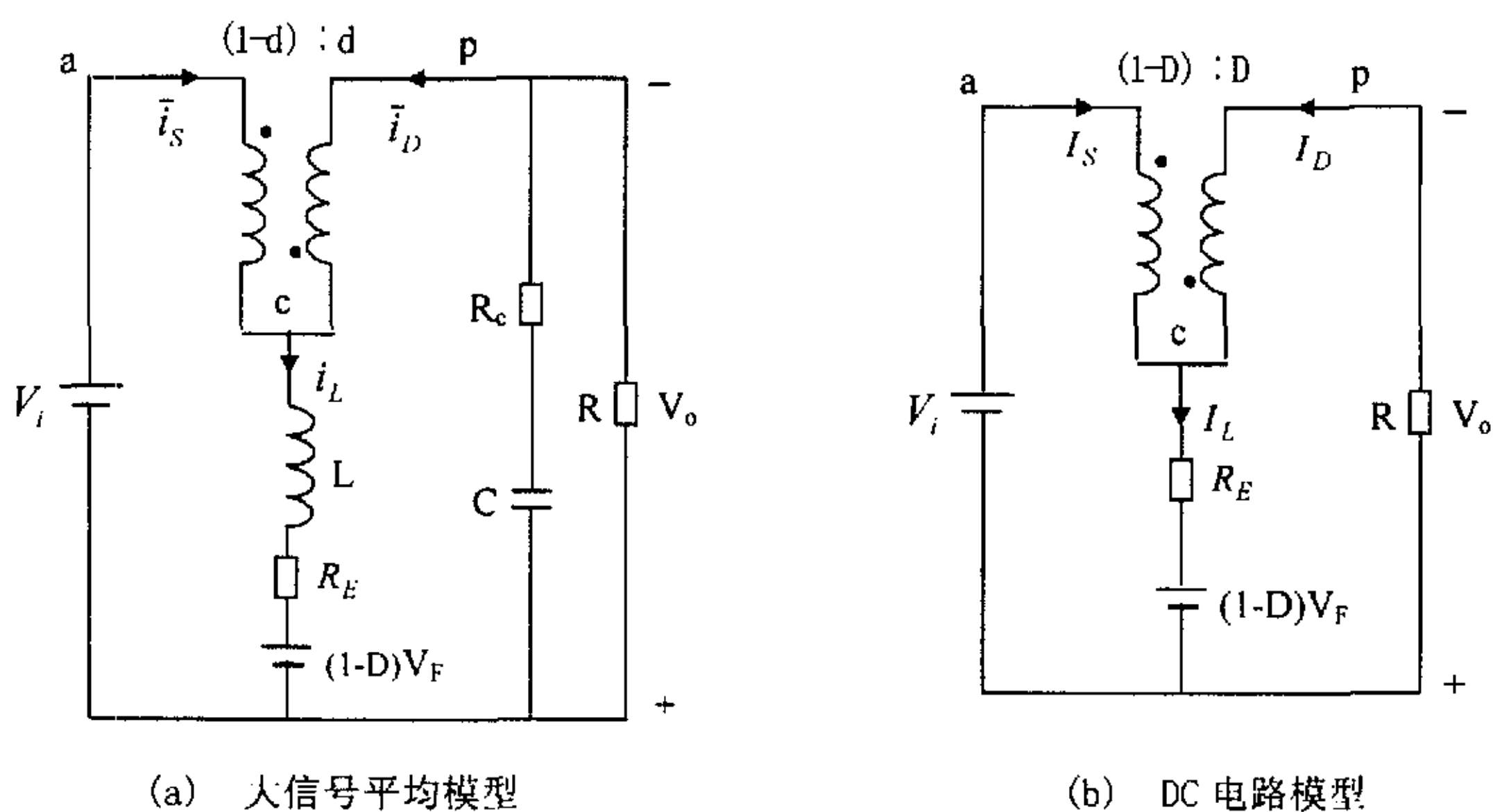


图 2-16 Buck-Boost 变换器连续工作模式非理想 PWM 开关的电路平均法建模

将图 2-16(e), (f), (g) 分别替代图 2-15(b) 非理想 PWM 开关等效电路, 得到非理想 Buck-Boost 变换器在连续工作模式(CCM)下的大信号平均模型、DC 电路模型、小信号线性电路模型如图 2-17 所示, 图中 $R_E = DR_{on} + (1-D)R_F + R_L$ 。



由图 2-17(b) 和(c) 可对非理想 Buck-Boost 变换器进行稳态和动态小信号特性分析。

一、稳态特性分析

由图 2-17(b) 求得

$$V_o = \frac{D}{1-D} V_i - \frac{I_L}{1-D} R_E - V_F \quad (2.87)$$

$$\frac{I_S}{D} = \frac{I_D}{1-D} = I_L = \frac{1}{1-D} \cdot \frac{V_o}{R} \quad (2.88)$$

当 $R_{on} = R_F = R_L = 0$, $V_F = 0$ 时, 则

$$R_E = DR_{on} + (1-D)R_F + R_L = 0, \quad V_F = 0,$$

$$V_o = \frac{DV_i}{1-D}。$$

非理想 Buck-Boost 变换器的效率为

$$\eta = \frac{V_o I_o}{V_i I_i} = \frac{V_o I_D}{V_i I_S} = \frac{1}{1 + \frac{R_E}{R} \cdot \frac{1}{(1-D)^2} + \frac{V_F}{V_o}} = \frac{1 - \frac{(1-D)V_F}{DV_i}}{1 + \frac{DR_{on} + (1-D)R_F + R_L}{(1-D)^2 R}} \quad (2.89)$$

为了提高效率, $\frac{DV_i}{1-D} \gg V_F$, $(1-D)^2 R \gg DR_{on} + (1-D)R_F + R_L$ 。

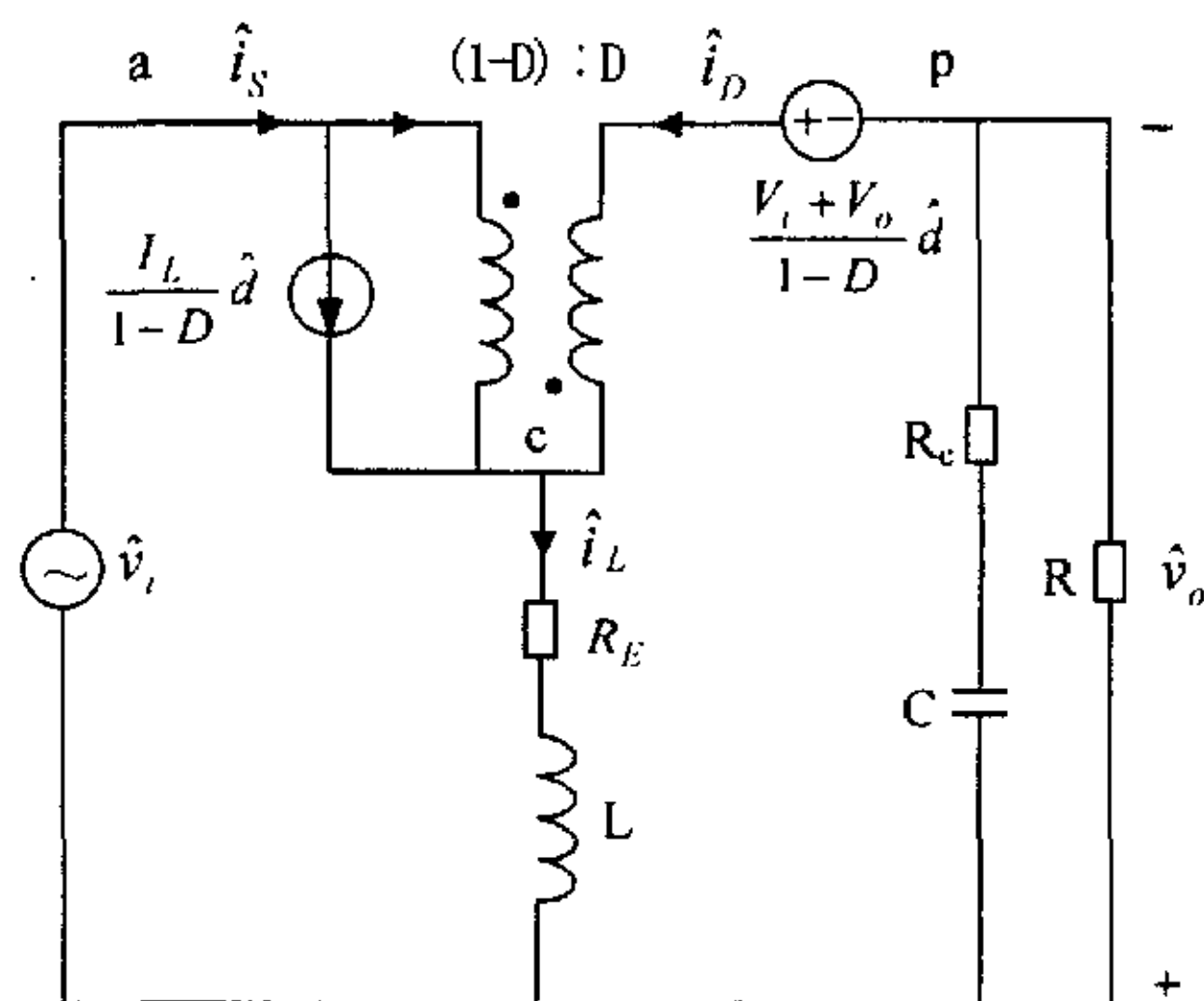
二、小信号特性分析

由图 2-17(c) 的小信号线性电路模型, 可导出非理想 Buck-Boost 变换器在连续工作模式(CCM)下的传递函数, 进行小信号特性分析。

1. $\hat{d}(s)$ 对输出电压 $\hat{v}_o(s)$ 的传递函数 $G_{vd}(s)$

$$\begin{aligned} G_{vd}(s) &= \left. \frac{\hat{v}_o(s)}{\hat{d}(s)} \right|_{\hat{v}_i(s)=0} \\ &= \frac{(1 + sR_c C)[R(1-D)(V_i + V_o) - (R_E + sL)V_o/(1-D)]}{R_E + R(1-D)^2 + s[L + R_E(R_c + R)C + R_c R(1-D)^2 C] + s^2(R + R_c)LC} \\ &= G_{vdo} \frac{(1 + \frac{s}{\omega_{z1}})(1 - \frac{s}{\omega_{z3}})}{1 + 2\xi(s/\omega_o) + (s/\omega_o)^2} = G_{vdo} \frac{(1 + \frac{s}{\omega_{z1}})(1 - \frac{s}{\omega_{z3}})}{1 + s/(Q\omega_o) + (s/\omega_o)^2} \end{aligned} \quad (2.90)$$

2. 输出阻抗 $Z_o(s)$, 令 $\hat{v}_i(s) = 0$, $\hat{d}(s) = 0$, 可求得



(c) 小信号线性电路模型

图 2-17 非理想 Buck-Boost 变换器在连续工作模式下的等效电路模型

$$Z_o(s) = \frac{R(sR_cC + 1)(sL + R_E)}{R_E + R(1-D)^2 + s[L + R_cR_E C + R R_E C + R R_c C(1-D)^2] + s^2(R + R_c)LC}$$

$$= Z_{oo} \frac{\left(1 + \frac{s}{\omega_{z1}}\right)\left(1 + \frac{s}{\omega_{z2}}\right)}{1 + 2\xi(s/\omega_o) + (s/\omega_o)^2} = Z_{oo} \frac{\left(1 + \frac{s}{\omega_{z1}}\right)\left(1 + \frac{s}{\omega_{z2}}\right)}{1 + s/(Q\omega_o) + (s/\omega_o)^2} \quad (2.91)$$

3. 输入阻抗 $Z_i(s)$, 令 $\hat{d}(s) = 0$, 可求得

$$Z_i(s) = \frac{1}{D^2} \cdot \frac{R_E + R(1-D)^2 + s[L + R_E(R + R_c)C + R R_c C(1-D)^2] + s^2(R + R_c)LC}{1 + s(R + R_c)C}$$

$$= Z_{io} \frac{1 + 2\xi(s/\omega_o) + (s/\omega_o)^2}{1 + \frac{s}{\omega_{p3}}} = Z_{io} \frac{1 + s/(Q\omega_o) + (s/\omega_o)^2}{1 + \frac{s}{\omega_{p3}}} \quad (2.92)$$

4. 输入电压 $\hat{v}_i(s)$ 对输出电压 $\hat{v}_o(s)$ 的传递函数 $A(s)$, 令 $\hat{d}(s) = 0$, 可求得

$$A(s) = \frac{\hat{v}_o(s)}{\hat{v}_i(s)} = \frac{RD(1-D)(1 + sR_cC)}{R_E + R(1-D)^2 + s[L + R_E(R + R_c)C + R R_c C(1-D)^2] + s^2(R + R_c)LC}$$

$$= A_o \frac{1 + \frac{s}{\omega_{z1}}}{1 + 2\xi(s/\omega_o) + (s/\omega_o)^2} = A_o \frac{1 + \frac{s}{\omega_{z1}}}{1 + s/(Q\omega_o) + (s/\omega_o)^2} \quad (2.93)$$

上述表达式中 $G_{vdo} = \frac{R \left[(1-D)(V_o + V_i) - \frac{R_E V_o}{R(1-D)} \right]}{R_E + R(1-D)^2}$, $Z_{oo} = \frac{R}{1 + R(1-D)^2/R_E}$,

$$Z_{io} = \frac{R_E + R(1-D)^2}{D^2}, \quad A_o = \frac{RD(1-D)}{R_E + R(1-D)^2}, \quad \text{转角频率 } \omega_o = \sqrt{\frac{R_E + R(1-D)^2}{(R + R_c)LC}}, \quad \text{阻尼比}$$

$$\xi = \frac{R_E RC + R_c R(1-D)^2 C + R_E R_c C + L}{2\sqrt{[R_E + R(1-D)^2](R + R_c)LC}}, \quad \text{品质因数 } Q = \frac{1}{2\xi}, \quad \text{左半平面零点 } \omega_{z1} = \frac{1}{R_c C},$$

$$\omega_{z2} = \frac{R_E}{L}, \quad \text{右半平面零点 } \omega_{z3} = \frac{R(1-D)^2 - R_E}{L} + \frac{R(1-D)^2}{L} \cdot \frac{V_i}{V_o}, \quad \text{极点 } \omega_{p3} = \frac{1}{(R + R_c)C}.$$

非理想 Buck-Boost 变换器和非理想 Boost 变换器一样, $G_{vd}(s)$ 有两个极点, 一个右半平面零点, 一个左半平面零点。 R_E 增大, $Z_o(s)$ 零点 ω_{z2} 增大, $G_{vd}(s)$ 右半平面零点 ω_{z3} 减小; R_c 增大, ω_{z1} 减小, ω_o 减小, ω_{p3} 减小, 当 $\omega \rightarrow \infty$ 时, $\angle G_{vd}(j\omega) = -180^\circ$, $\angle Z_o(j\omega) = 0^\circ$, $\angle Z_i(j\omega) = 90^\circ$, $\angle A(j\omega) = -90^\circ$ 。

非理想基本变换器的电路平均法建模吸取了能量守恒法的优点, 考虑了变换器的寄生参数, 实际开关等效为理想开关及其寄生参数的串联, 运用能量守恒原理确定寄生参数在平均电路中的等效值并将其转移到电感支路中, 但前者模型更简明, 后者模型中受控电压源和受控电流源的个数较多。与时间平均等效电路法相比, 共同点是在

建模之初就运用电路理论中的替代定理,前者考虑了变换器的寄生参数,是非理想器件的建模;后者是理想器件的建模。与三端开关器件模型法相比,前者是非理想器件的建模,后者是理想器件的建模,前者在模型的直观、简明、实用性方面吸取了后者的优点,是后者模型的改进和推广。

2.6 实际开关变换器的仿真和实验研究

为了验证非理想基本变换器在连续工作模式(CCM)下的电路平均建模方法的正确性,并将其与原有建模方法进行定量比较,本节利用 MATLAB 软件对实际 Buck 变换器和实际 Boost 变换器进行了系统的小信号特性仿真研究,给出了不同参数情况下的 Bode 图,并进行了理论分析和实验研究。

2.6.1 实际 Buck 变换器的仿真和实验研究

图 2-1 实际 Buck 变换器中输入电压 $V_i = 20.5V$, 输出电压 $V_o = 10V$, $L = 127\mu H$, $R_L = 0.72\Omega$, $C = 247\mu F$, $R_c = 0.11\Omega$, $R = 5\Omega$, $I_o = 2A$, 开关管 S 选用 FQA140N10 型功率 MOSFET, 开通电阻为 $R_{on} = 10m\Omega$, 二极管选用 MUR1620CT, $V_F = 0.45V$, $R_F = 0.03\Omega$, 开关频率 $f_s = 50kHz$ 。

$$D = \frac{V_o + V_F + (R_F + R_L)I_L}{V_i + V_F + (R_F - R_{on})I_L} = \frac{10 + 0.45 + (0.03 + 0.72) \times 2}{20.5 + 0.45 + (0.03 - 0.01) \times 2} \approx 0.57 \quad (2.94)$$

$$R_E = D R_{on} + (1 - D) R_F + R_L \approx 0.74\Omega \quad (2.95)$$

Buck 变换器在连续工作模式下电路平均法建模的传递函数 $G_{ud}(s)$ 、 $Z_o(s)$ 、 $Z_i(s)$ 、 $A(s)$ 的 Bode 曲线如图 2-18 所示,分三种情况:① $R_E = 0.74\Omega$, $R_c = 0.11\Omega$, 既考虑功率开关 MOSFET 的开通电阻 R_{on} 、二极管的正向导通电阻 R_F 、电感的等效串联电阻 R_L , 又考虑电容的等效串联电阻 R_c ;② $R_E = 0$, $R_c = 0.11\Omega$, 不考虑功率开关 MOSFET 的开通电阻 R_{on} 、二极管的正向导通电阻 R_F 、电感的等效串联电阻 R_L , 只考虑电容的等效串联电阻 R_c ;③ $R_E = 0$, $R_c = 0$, 开关 MOSFET 的开通电阻 R_{on} 、二极管的正向导通电阻 R_F 、电感的等效串联电阻 R_L 、电容的等效串联电阻 R_c 都不考虑。表 2.1 列出了寄生参数 R_E 和 R_c 对 Buck 变换器特性影响的计算结果。由图 2-18 和表 2.1 可以看出:

(1) R_E 增大, 占空比 D 增大, $G_{ud}(s)$ 、 $Z_o(s)$ 、 $Z_i(s)$ 、 $A(s)$ Bode 曲线的转角频率 ω_p 增大, 阻尼比 ξ 增大, 品质因数 Q 减小, 谐振峰值减小, 振荡环节的相角变化减慢。

(2) R_F 增大, $G_{vd}(0)$ 减小、 $Z_o(0)$ 增大、 $Z_i(0)$ 减小、 $A(0)$ 增大, R_E 影响 $G_{vd}(s)$ 、 $Z_o(s)$ 、 $Z_i(s)$ 、 $A(s)$ 的低频特性, 尤其对 $Z_o(s)$ 的低频特性影响最大。当 $R_E = 0.74\Omega$, $\omega \ll \omega_o$ 时, $\angle Z_o(j\omega) \rightarrow 0^\circ$, $Z_o(0) = 0.64\Omega$; 当 $R_E = 0$, $\omega \ll \omega_o$ 时, $\angle Z_o(j\omega) \rightarrow 90^\circ$, $Z_o(0) = 0$ 。这是由于 $Z_o(s)$ 引入了零点 $\omega_{z2} = \frac{R_E}{L}$, 将微分环节 ($R_E = 0$ 时, $\omega_{z2} = 0$) 变为一阶微分环节。

(3) R_c 增大, $G_{vd}(s)$ 、 $Z_o(s)$ 、 $Z_i(s)$ 、 $A(s)$ Bode 曲线的转角频率 ω_o 减小, 阻尼比 ξ 增大, 品质因数 Q 减小, 谐振峰值减小, 振荡环节的相角变化减慢。

(4) R_c 影响 $G_{vd}(s)$ 、 $Z_o(s)$ 、 $A(s)$ 的高频特性。当 $R_c = 0.11\Omega$, $\omega \rightarrow \infty$ 时, $\angle G_{vd}(j\omega) = -90^\circ$, $\angle Z_o(j\omega) = 0^\circ$, $\angle A(j\omega) = -90^\circ$; 当 $R_c = 0$, $\omega \rightarrow \infty$ 时, $\angle G_{vd}(j\omega) = -180^\circ$, $\angle Z_o(j\omega) = -90^\circ$, $\angle A(j\omega) = -180^\circ$ 。这是由于 R_c 的作用, $G_{vd}(s)$ 、 $Z_o(s)$ 、 $A(s)$ 都增加了零点 $\omega_{z1} = \frac{1}{R_c C}$, 且 $Z_o(\infty) = \frac{RR_c}{R + R_c}$, R_c 增大, $Z_o(\infty)$ 增大。

表 2.1 寄生参数 R_E 和 R_c 对 Buck 变换器特性影响的数据表

非理想 Buck 变换器	(一) 主要参数			
	D	ω_o	ξ	Q
	$\frac{V_o + V_F + (R_F + R_L)I_o}{V_i + V_F + (R_F + R_{on})I_o}$	$\sqrt{\frac{R + R_E}{(R + R_c)LC}}$	$\frac{R_E RC + RR_c C + R_E R_c C + L}{2\sqrt{(R + R_E)(R + R_c)LC}}$	$\frac{1}{2\xi}$
① $R_E = 0.74\Omega$ $R_c = 0.11\Omega$	0.57	5984 rad/sec	0.62	0.81
② $R_E = 0$ $R_c = 0.11\Omega$	0.49	5585 rad/sec	0.15	3.33
③ $R_E = 0$ $R_c = 0$	0.49	5646 rad/sec	0.072	6.94
非理想 Buck 变换器	(二) 小信号特性的低频渐近线			
	$G_{vd}(0)$	$Z_o(0)$	$Z_i(0)$	$A(0)$
	$\frac{RV_i}{R_E + R}$	$\frac{R_E R}{R_E + R}$	$\frac{R_E + R}{D^2}$	$\frac{DR}{R_E + R}$
① $R_E = 0.74\Omega$ $R_c = 0.11\Omega$	17.86V	0.64 Ω	17.67 Ω	0.50
② $R_E = 0$ $R_c = 0.11\Omega$	20.5V	0	20.82 Ω	0.49

③ $R_E = 0$ $R_c = 0$	20.5V	0	20.82 Ω	0.49
非理想 Buck 变换器	(三) 小信号特性的高频渐近线			
	$G_{vd}(\infty) = 0$	$Z_o(\infty) = \frac{RR_c}{R + R_c}$	$Z_i(\infty) = \infty$	$A(\infty) = 0$
① $R_E = 0.74\Omega$ $R_c = 0.11\Omega$	0	0.11 Ω	∞	0
② $R_E = 0$ $R_c = 0.11\Omega$	0	0.11 Ω	∞	0
③ $R_E = 0$ $R_c = 0$	0	0	∞	0
非理想 Buck 变换器	(四) 相频特性			
	低频 ($\omega \ll \omega_o$)		高频 ($\omega \gg \omega_o$)	
① $R_E = 0.74\Omega$ $R_c = 0.11\Omega$	$\angle G_{vd}(j\omega) \rightarrow 0^\circ, \angle Z_o(j\omega) \rightarrow 0^\circ$ $\angle Z_i(j\omega) \rightarrow 0^\circ, \angle A(j\omega) \rightarrow 0^\circ$		当 $\omega \rightarrow \infty$ 时 $\angle G_{vd}(j\omega) = -90^\circ, \angle Z_o(j\omega) = 0^\circ$ $\angle Z_i(j\omega) = 90^\circ, \angle A(j\omega) = -90^\circ$	
② $R_E = 0$ $R_c = 0.11\Omega$	$\angle G_{vd}(j\omega) \rightarrow 0^\circ, \angle Z_o(j\omega) \rightarrow 90^\circ$ $\angle Z_i(j\omega) \rightarrow 0^\circ, \angle A(j\omega) \rightarrow 0^\circ$		当 $\omega \rightarrow \infty$ 时 $\angle G_{vd}(j\omega) = -90^\circ, \angle Z_o(j\omega) = 0^\circ$ $\angle Z_i(j\omega) = 90^\circ, \angle A(j\omega) = -90^\circ$	
③ $R_E = 0$ $R_c = 0$	$\angle G_{vd}(j\omega) \rightarrow 0^\circ, \angle Z_o(j\omega) \rightarrow 90^\circ$ $\angle Z_i(j\omega) \rightarrow 0^\circ, \angle A(j\omega) \rightarrow 0^\circ$		当 $\omega \rightarrow \infty$ 时 $\angle G_{vd}(j\omega) = -180^\circ, \angle Z_o(j\omega) = -90^\circ$ $\angle Z_i(j\omega) = 90^\circ, \angle A(j\omega) = -180^\circ$	
非理想 Buck 变换器	(五) 传递函数零点			
	$G_{vd}(s)$	$Z_o(s)$	$A(s)$	
① $R_E = 0.74\Omega$ $R_c = 0.11\Omega$	$\omega_{z1} = \frac{1}{R_c C} = 36805$ rad/sec	$\omega_{z1} = \frac{1}{R_c C} = 36805$ rad/sec $\omega_{z2} = \frac{R_E}{L} = 5827$ rad/sec	$\omega_{z1} = \frac{1}{R_c C} = 36805$ rad/sec	
② $R_E = 0$ $R_c = 0.11\Omega$	$\omega_{z1} = \frac{1}{R_c C} = 36805$ rad/sec	$\omega_{z1} = \frac{1}{R_c C} = 36805$ rad/sec $\omega_{z2} = 0$	$\omega_{z1} = \frac{1}{R_c C} = 36805$ rad/sec	
③ $R_E = 0$ $R_c = 0$	$\omega_{z1} = \infty$	$\omega_{z1} = \infty, \omega_{z2} = 0$	$\omega_{z1} = \infty$	

图 2-22 对实际 Buck 变换器在连续工作模式下的传递函数 $G_{vd}(s)$ Bode 图的实验结果和非理想模型仿真结果进行了比较, 实验测试方案、测试用设备、试验电路、元器件测量值、实验波形、实验数据、仿真结果详见附录 A. 1~A. 4。由图 2-22 可以看出, $G_{vd}(s)$ Bode 图实验测试结果和非理想模型仿真结果相吻合, 表明考虑功率 MOSFET

管的开通电阻、二极管的正向压降和正向电阻、电感的等效串联电阻以及电容的等效串联电阻的非理想模型能更正确地反映 Buck 变换器的特性,验证了 Buck 变换器在连续工作模式(CCM)下电路平均建模方法的正确性,揭示了考虑寄生参数建模的必要性。

2.6.2 实际 Boost 变换器的仿真和实验研究

图 2-8 实际 Boost 变换器中 $V_i = 10.8V$, $V_o = 20V$, $L = 127\mu H$, $R_L = 0.66\Omega$, $C = 464\mu F$, $R_c = 0.09\Omega$, $R = 20\Omega$, $I_o = 1A$, 开关管 S 选用 IRFP260 型功率 MOSFET, 开通电阻为 $R_{on} = 0.055\Omega$, 二极管选用 FCH30A10 型肖特基二极管, $V_F = 0.4V$, $R_F = 0.025\Omega$, 开关频率 $f_s = 50kHz$ 。

$$I_L = \frac{I_o}{1-D} = \frac{V_o}{(1-D)R} = \frac{20}{(1-D) \times 20} = \frac{1}{1-D} \quad (2.96)$$

$$D = \frac{V_o + V_F - V_i + (R_L + R_F)I_L}{V_o + V_F + (R_F - R_{on})I_L} = \frac{20 + 0.4 - 10.8 + (0.66 + 0.025) \times \frac{1}{1-D}}{20 + 0.4 + (0.025 - 0.055) \times \frac{1}{1-D}} \quad (2.97)$$

$$D \approx 0.55 \quad (2.98)$$

$$R_E = D R_{on} + (1-D) R_F + R_L \approx 0.70\Omega \quad (2.99)$$

图 2-20 给出了 Boost 变换器在连续工作模式下电路平均法建模的传递函数 Bode 曲线,分三种情况:① $R_E = 0.70\Omega$, $R_c = 0.09\Omega$, 既考虑功率开关 MOSFET 的开通电阻 R_{on} 、二极管的正向导通电阻 R_F 、电感的等效串联电阻 R_L , 又考虑电容的等效串联电阻 R_c ;② $R_E = 0$, $R_c = 0.09\Omega$, 不考虑功率开关 MOSFET 的开通电阻 R_{on} 、二极管的正向导通电阻 R_F 、电感的等效串联电阻 R_L , 只考虑电容的等效串联电阻 R_c ;③ $R_E = 0$, $R_c = 0$, 开关 MOSFET 的开通电阻 R_{on} 、二极管的正向导通电阻 R_F 、电感的等效串联电阻 R_L 、电容的等效串联电阻 R_c 都不考虑。表 2.2 列出了寄生参数 R_E 和 R_c 对 Boost 变换器特性影响的计算结果。由图 2-20 和表 2.2 可以看出:

(1) R_E 增大, 占空比 D 增大, $G_{vd}(s)$ 、 $Z_o(s)$ 、 $Z_i(s)$ 、 $A(s)$ Bode 曲线的转角频率 ω_o 减小, 阻尼比 ξ 增大, 品质因数 Q 减小, 谐振峰值减小, 振荡环节的相角变化减慢。

(2) R_E 增大, $G_{vd}(0)$ 减小、 $Z_o(0)$ 增大、 $Z_i(0)$ 减小、 $A(0)$ 增大, R_E 影响 $G_{vd}(s)$ 、 $Z_o(s)$ 、 $Z_i(s)$ 、 $A(s)$ 的低频特性, 尤其对 $Z_o(s)$ 的低频特性影响最大。当 $R_E = 0.70\Omega$, $\omega \ll \omega_o$ 时, $\angle Z_o(j\omega) \rightarrow 0^\circ$, $Z_o(0) = 2.95\Omega$; 当 $R_E = 0$, $\omega \ll \omega_o$ 时, $\angle Z_o(j\omega) \rightarrow 90^\circ$, $Z_o(0) = 0$ 。这是由于 $Z_o(s)$ 引入了零点 $\omega_{z2} = \frac{R_E}{L}$, 将微分环节 ($R_E = 0$ 时, $\omega_{z2} = 0$)

变为一阶微分环节。

(3) $G_{vd}(s)$ 有一个右半平面的零点 $\omega_{z3} = \frac{R(1-D)^2 - R_E}{L}$, R_E 增大, ω_{z3} 减小。

(4) R_c 增大, $G_{vd}(s)$ 、 $Z_o(s)$ 、 $Z_i(s)$ 、 $A(s)$ Bode 曲线的转角频率 ω_o 减小, 阻尼比 ξ 增大, 品质因数 Q 减小, 谐振峰值减小, 振荡环节的相角变化减慢。

(5) R_c 影响 $G_{vd}(s)$ 、 $Z_o(s)$ 、 $A(s)$ 的高频特性。当 $R_c = 0.09\Omega$, $\omega \rightarrow \infty$ 时, $\angle G_{vd}(j\omega) = -180^\circ$, $\angle Z_o(j\omega) = 0^\circ$, $\angle A(j\omega) = -90^\circ$; 当 $R_c = 0$, $\omega \rightarrow \infty$ 时, $\angle G_{vd}(j\omega) = -270^\circ$, $\angle Z_o(j\omega) = -90^\circ$, $\angle A(j\omega) = -180^\circ$ 。这是由于 R_c 的作用, $G_{vd}(s)$ 、 $Z_o(s)$ 、 $A(s)$ 都增加了零点 $\omega_{z1} = \frac{1}{R_c C}$ 。

表 2.2 寄生参数 R_E 和 R_c 对 Boost 变换器特性影响的数据表

非理想 Boost 变换器	(一) 主要参数			
	D	ω_o	ξ	Q
	$\frac{V_o + V_F - V_i + (R_L + R_F)I_o/(1-D)}{V_o + V_F + (R_F - R_{on})I_o/(1-D)}$	$\sqrt{\frac{R_E + R(1-D)^2}{(R + R_c)LC}}$	$\frac{R_E RC + R_c R(1-D)^2 C + R_E R_c C + L}{2\sqrt{[R_E + R(1-D)^2](R + R_c)LC}}$	$\frac{1}{2\xi}$
① $R_E = 0.70\Omega$ $R_c = 0.09\Omega$	0.55	2003 rad/sec	1.44	0.35
② $R_E = 0$ $R_c = 0.09\Omega$	0.46	2220 rad/sec	0.07	7.14
③ $R_E = 0$ $R_c = 0$	0.46	2225 rad/sec	0.024	20.83
非理想 Boost 变换器	(二) 小信号特性的低频渐近线			
	$G_{vd}(0)$	$Z_o(0)$	$Z_i(0)$	$A(0)$
	$\frac{(1-D)V_o[R - R_E/(1-D)^2]}{R_E + R(1-D)^2}$	$\frac{R_E R}{R_E + R(1-D)^2}$	$R_E + R(1-D)^2$	$\frac{R(1-D)}{R_E + R(1-D)^2}$
① $R_E = 0.70\Omega$ $R_c = 0.09\Omega$	31.35V	2.95 Ω	4.75 Ω	1.89
② $R_E = 0$ $R_c = 0.09\Omega$	37.04V	0	5.83 Ω	1.85
③ $R_E = 0$ $R_c = 0$	37.04V	0	5.83 Ω	1.85
非理想 Boost 变换器	(三) 小信号特性的高频渐近线			
	$G_{vd}(\infty) = -\frac{R_c V_o}{(R + R_c)(1-D)}$	$Z_o(\infty) = \frac{RR_c}{R + R_c}$	$Z_i(\infty) = \infty$	$A(\infty) = 0$

① $R_E = 0.70\Omega$ $R_c = 0.09\Omega$	-0.20V	0.09Ω	∞	0
② $R_E = 0$ $R_c = 0.09\Omega$	-0.17V	0.09Ω	∞	0
③ $R_E = 0$ $R_c = 0$	0	0	∞	0
非理想 Boost 变换器	(四) 相频特性			
	低频 ($\omega \ll \omega_o$)		高频 ($\omega \gg \omega_o$)	
① $R_E = 0.70\Omega$ $R_c = 0.09\Omega$	$\angle G_{vd}(j\omega) \rightarrow 0^\circ, \angle Z_o(j\omega) \rightarrow 0^\circ$ $\angle Z_i(j\omega) \rightarrow 0^\circ, \angle A(j\omega) \rightarrow 0^\circ$		当 $\omega \rightarrow \infty$ 时 $\angle G_{vd}(j\omega) = -180^\circ, \angle Z_o(j\omega) = 0^\circ$ $\angle Z_i(j\omega) = 90^\circ, \angle A(j\omega) = -90^\circ$	
② $R_E = 0$ $R_c = 0.09\Omega$	$\angle G_{vd}(j\omega) \rightarrow 0^\circ, \angle Z_o(j\omega) \rightarrow 90^\circ$ $\angle Z_i(j\omega) \rightarrow 0^\circ, \angle A(j\omega) \rightarrow 0^\circ$		当 $\omega \rightarrow \infty$ 时 $\angle G_{vd}(j\omega) = -180^\circ, \angle Z_o(j\omega) = 0^\circ$ $\angle Z_i(j\omega) = 90^\circ, \angle A(j\omega) = -90^\circ$	
③ $R_E = 0$ $R_c = 0$	$\angle G_{vd}(j\omega) \rightarrow 0^\circ, \angle Z_o(j\omega) \rightarrow 90^\circ$ $\angle Z_i(j\omega) \rightarrow 0^\circ, \angle A(j\omega) \rightarrow 0^\circ$		当 $\omega \rightarrow \infty$ 时 $\angle G_{vd}(j\omega) = -270^\circ, \angle Z_o(j\omega) = -90^\circ$ $\angle Z_i(j\omega) = 90^\circ, \angle A(j\omega) = -180^\circ$	
非理想 Boost 变换器	(五) 传递函数零点			
	$G_{vd}(s)$	$Z_o(s)$	$A(s)$	
① $R_E = 0.70\Omega$ $R_c = 0.09\Omega$	$\omega_{z1} = \frac{1}{R_c C} = 23946 \text{ rad/sec}$ 右半平面零点: $\omega_{z3} = \frac{R(1-D)^2 - R_E}{L}$ $= 26378 \text{ rad/sec}$	$\omega_{z1} = \frac{1}{R_c C} = 23946 \text{ rad/sec}$ $\omega_{z2} = \frac{R_E}{L} = 5512 \text{ rad/sec}$	$\omega_{z1} = \frac{1}{R_c C} = 23946$ rad/sec	
② $R_E = 0$ $R_c = 0.09\Omega$	$\omega_{z1} = \frac{1}{R_c C} = 23946 \text{ rad/sec}$ 右半平面零点: $\omega_{z3} = \frac{R(1-D)^2}{L} = 45921 \text{ rad/sec}$	$\omega_{z1} = \frac{1}{R_c C} = 23946 \text{ rad/sec}$ $\omega_{z2} = 0$	$\omega_{z1} = \frac{1}{R_c C} = 23946$ rad/sec	
③ $R_E = 0$ $R_c = 0$	$\omega_{z1} = \infty$ 右半平面零点: $\omega_{z3} = \frac{R(1-D)^2}{L} = 45921 \text{ rad/sec}$	$\omega_{z1} = \infty, \omega_{z2} = 0$	$\omega_{z1} = \infty$	

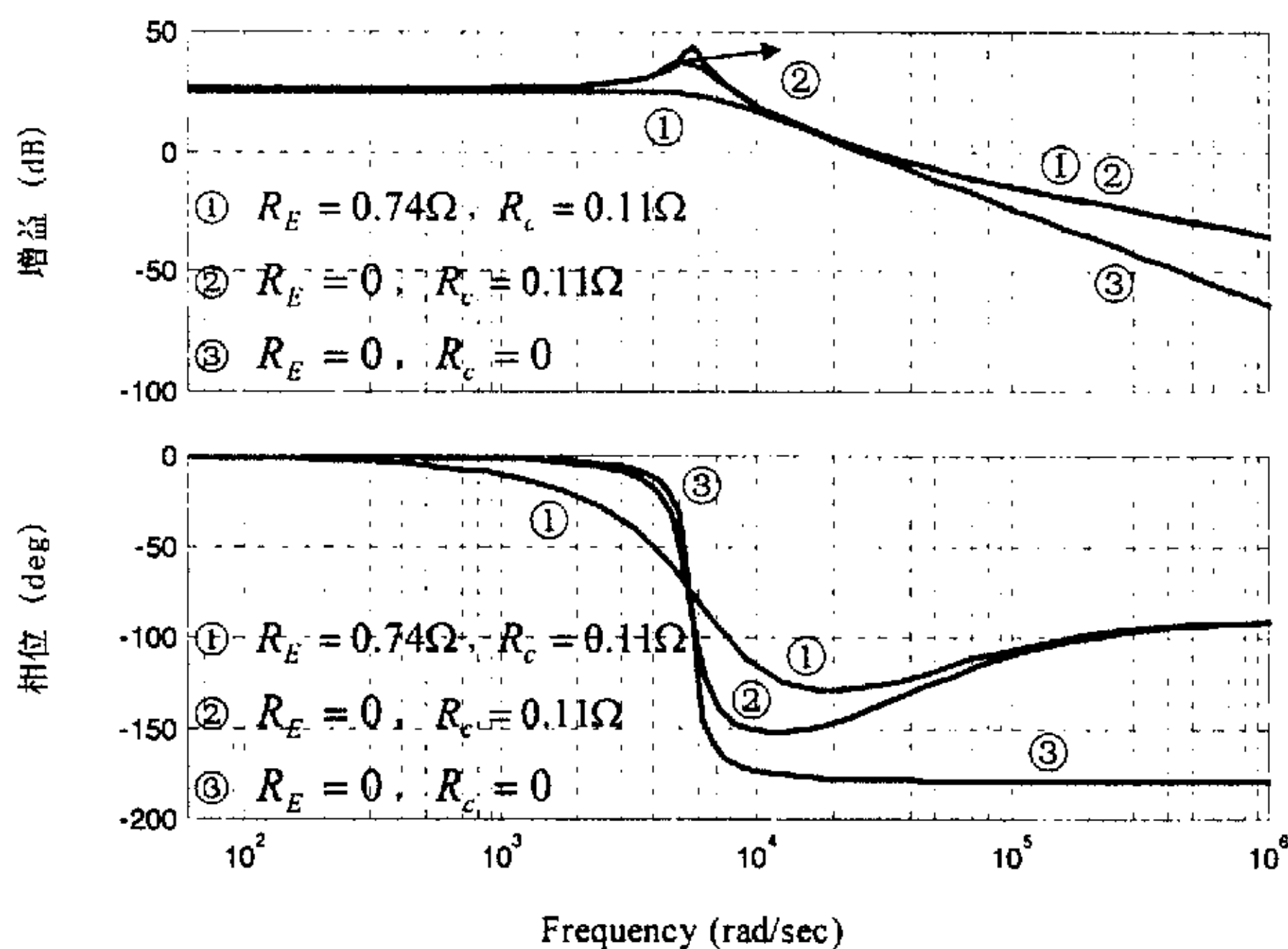
Boost 变换器传递函数 Bode 图的仿真分析同 Buck 变换器传递函数 Bode 图的仿真分析类似,不同的是 Boost 变换器的传递函数 $G_{vd}(s)$ 右半平面零点的作用,当 $\omega \rightarrow \infty$ 时,使 $G_{vd}(s)$ 相角增加 -90° ,因此,右半平面零点的存在,用 PI 调节器很难获得足够

的相位裕量,要采用 PD 调节器来加大 Boost 变换器的相位裕量,调节器设计与 Buck 变换器不同。

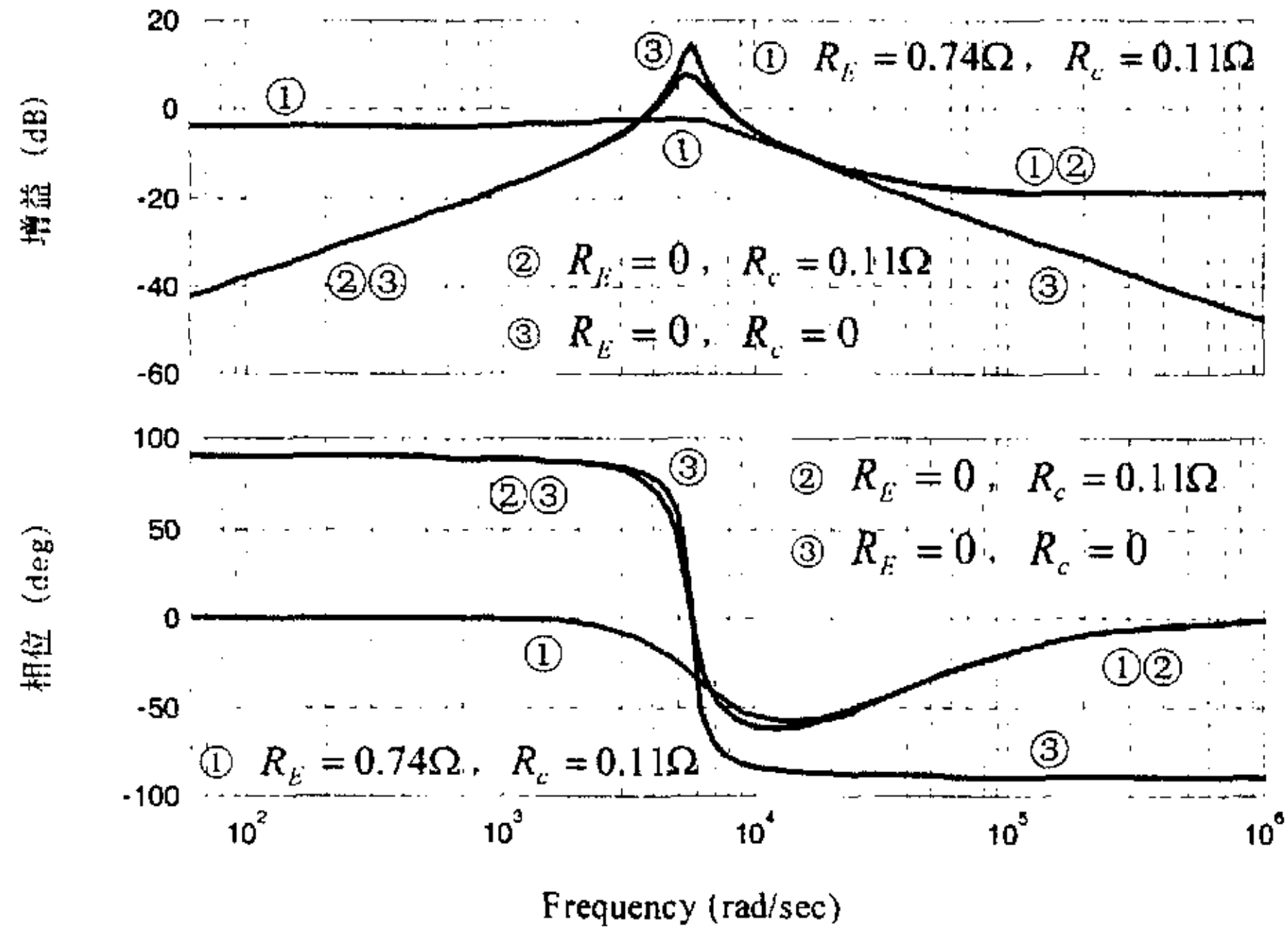
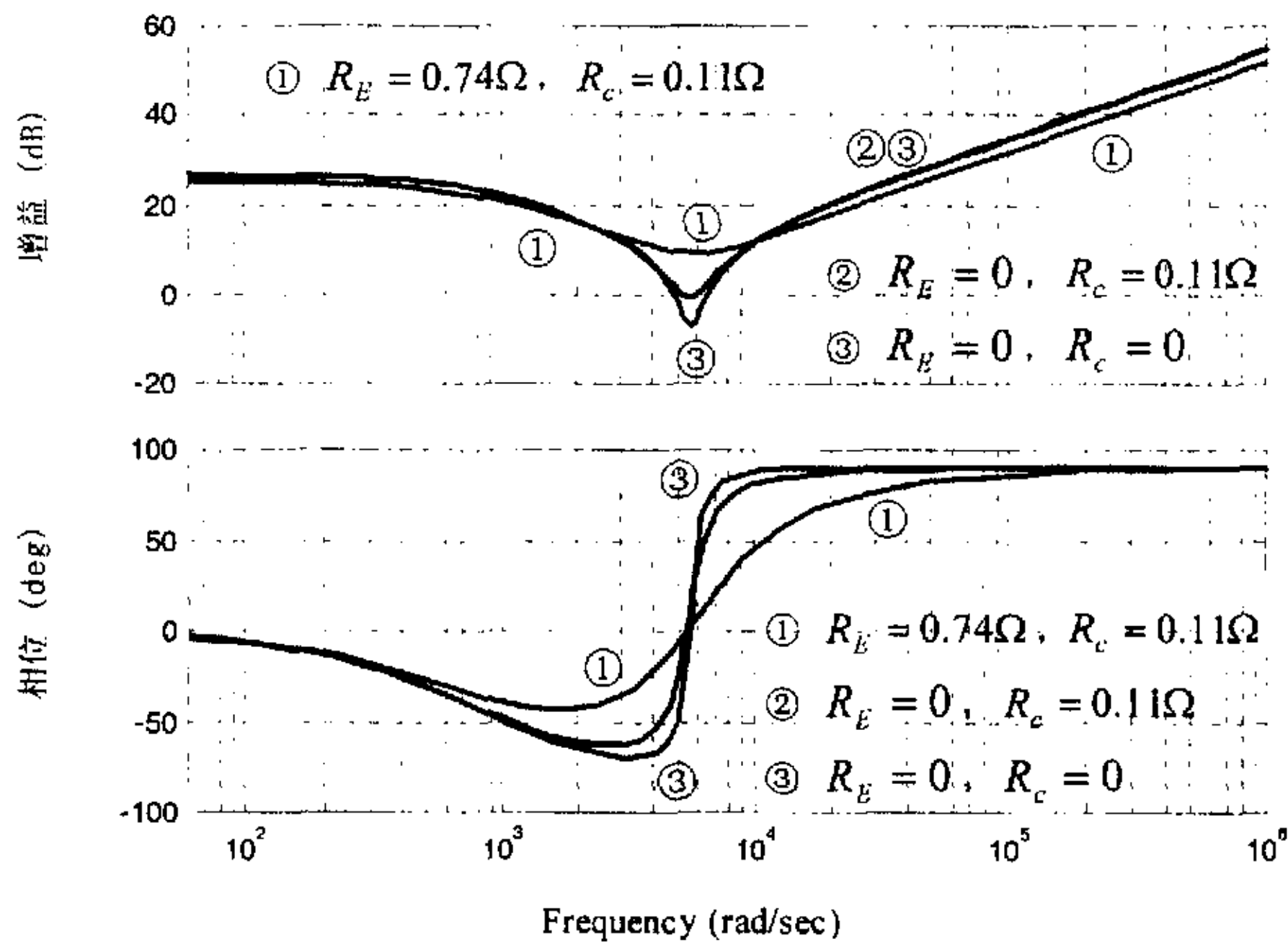
电路平均法建模得到的 Buck 和 Boost 变换器传递函数 Bode 图(第①种情况)与用能量守恒法得到的一致,但它们的等效电路模型要比用能量守恒法得到的更简明,②③两种情况下的变换器传递函数 Bode 图与用三端开关器件模型法和时间平均等效电路法得到的一致,②③两种情况是第①种的特例。

图 2-23 对实际 Boost 变换器在连续工作模式下的传递函数 $G_{vd}(s)$ Bode 图的实验结果和非理想模型仿真结果进行了比较,实验测试方案、测试用设备、试验电路、元器件测量值、实验波形、实验数据、仿真结果详见附录 A.1、A.2、A.8、A.9,实验波形在高频段出现振荡,是由于 Boost 变换器有一个右半平面零点和输出电压纹波的作用。由图 2-23 可以看出, $G_{vd}(s)$ Bode 图实验测试结果和非理想模型仿真结果吻合,表明考虑功率 MOSFET 管的开通电阻、二极管的正向压降和正向电阻、电感的等效串联电阻以及电容的等效串联电阻的非理想模型能更正确地反映 Boost 变换器的特性,验证了 Boost 变换器在连续工作模式(CCM)下电路平均建模方法的正确性。

仿真分析和实验研究表明:考虑寄生参数的等效电路模型能更正确地反映实际 Buck 和 Boost 变换器的特性,揭示了考虑寄生参数建模的必要性,验证了基本变换器在连续工作模式下电路平均建模方法的正确性。



(a) $G_{vd}(s)$


 (b) $Z_o(s)$

 (c) $Z_i(s)$

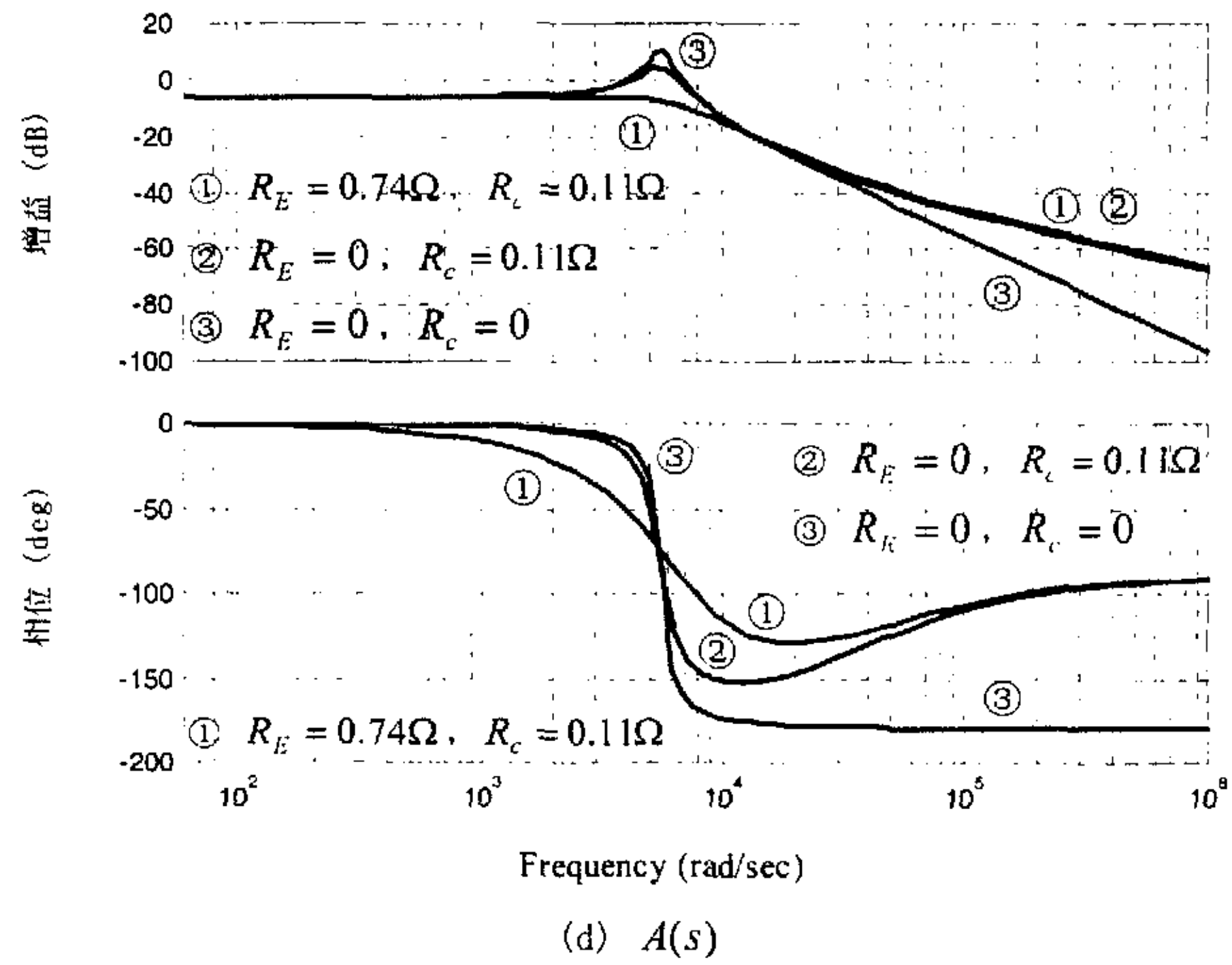
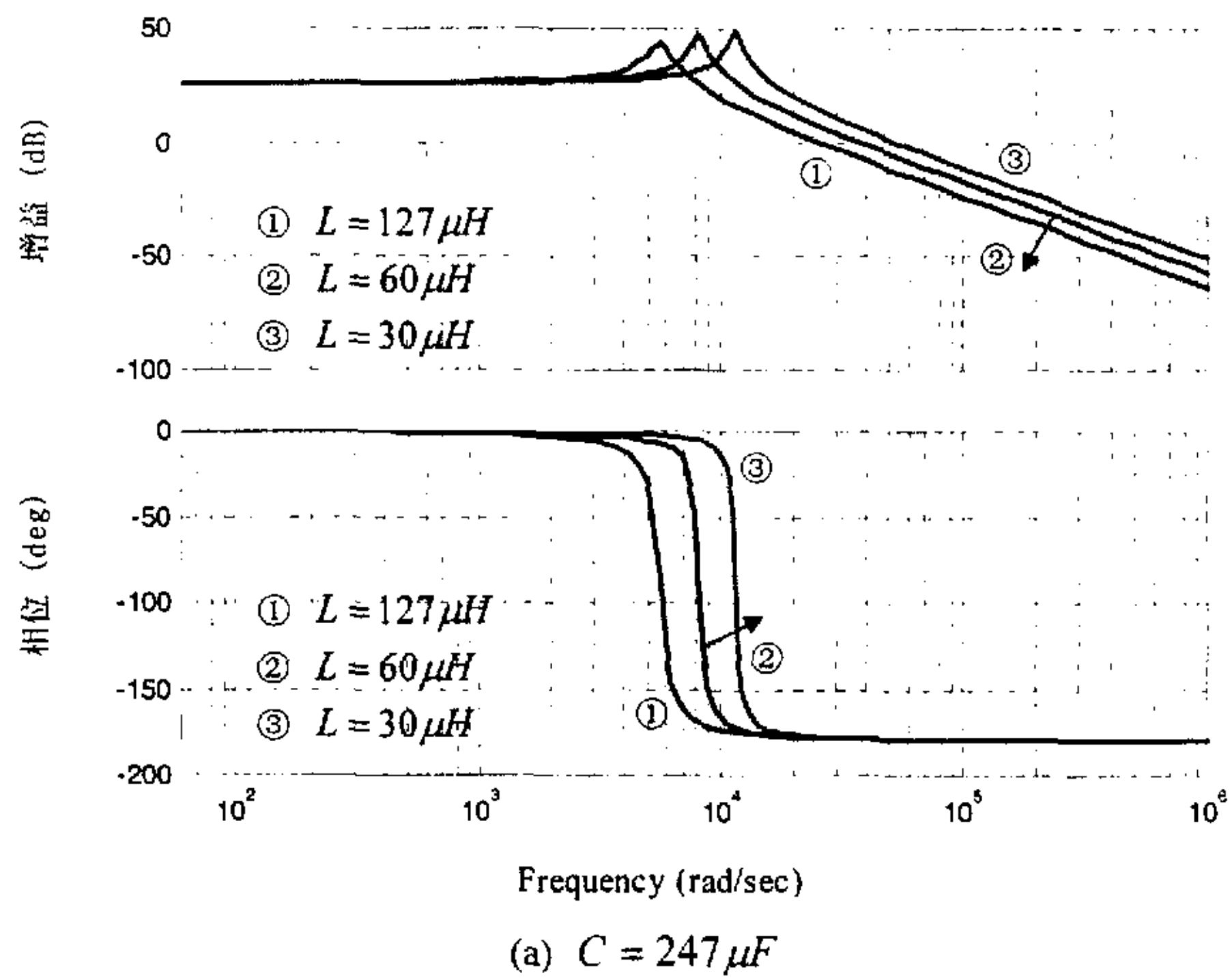
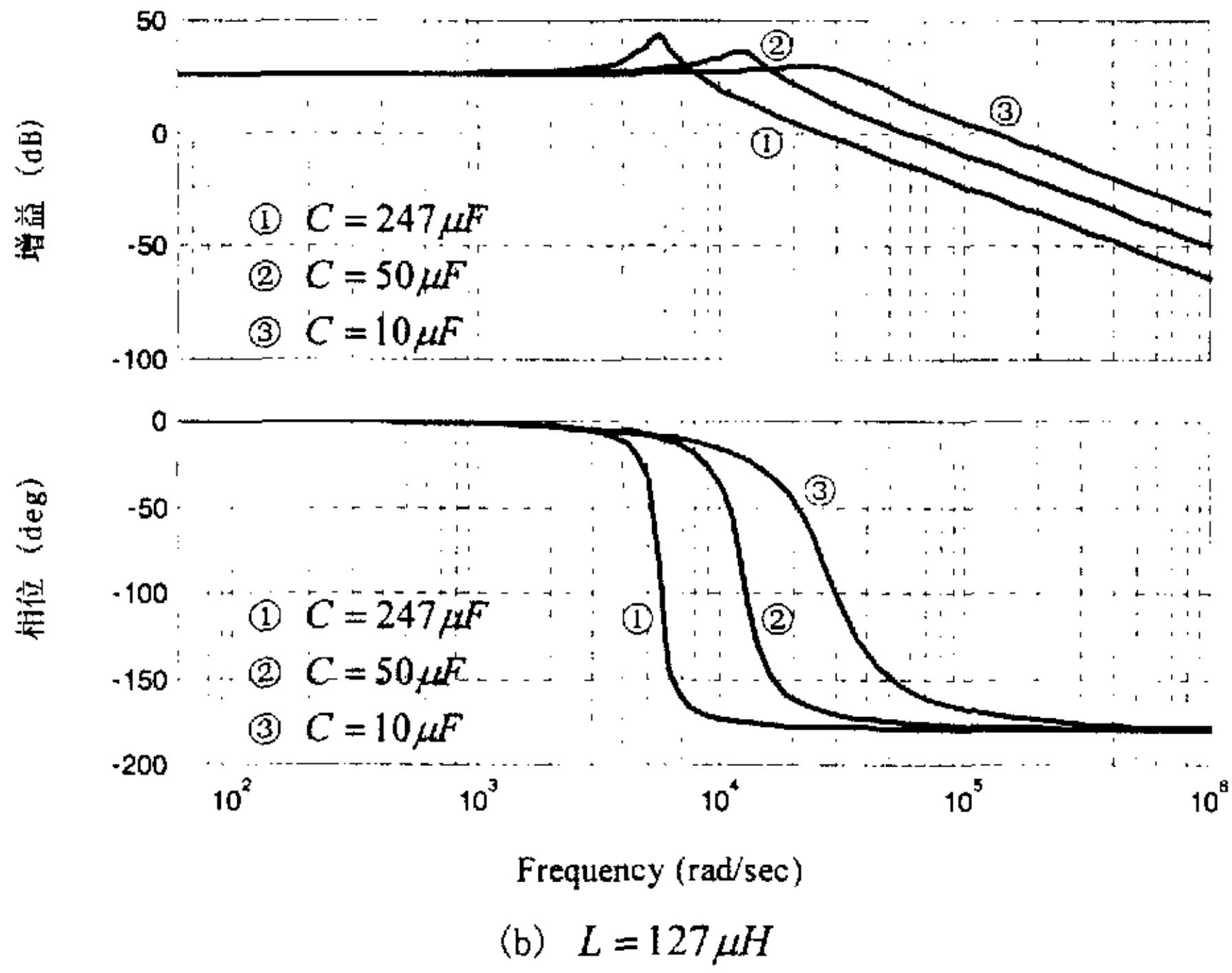
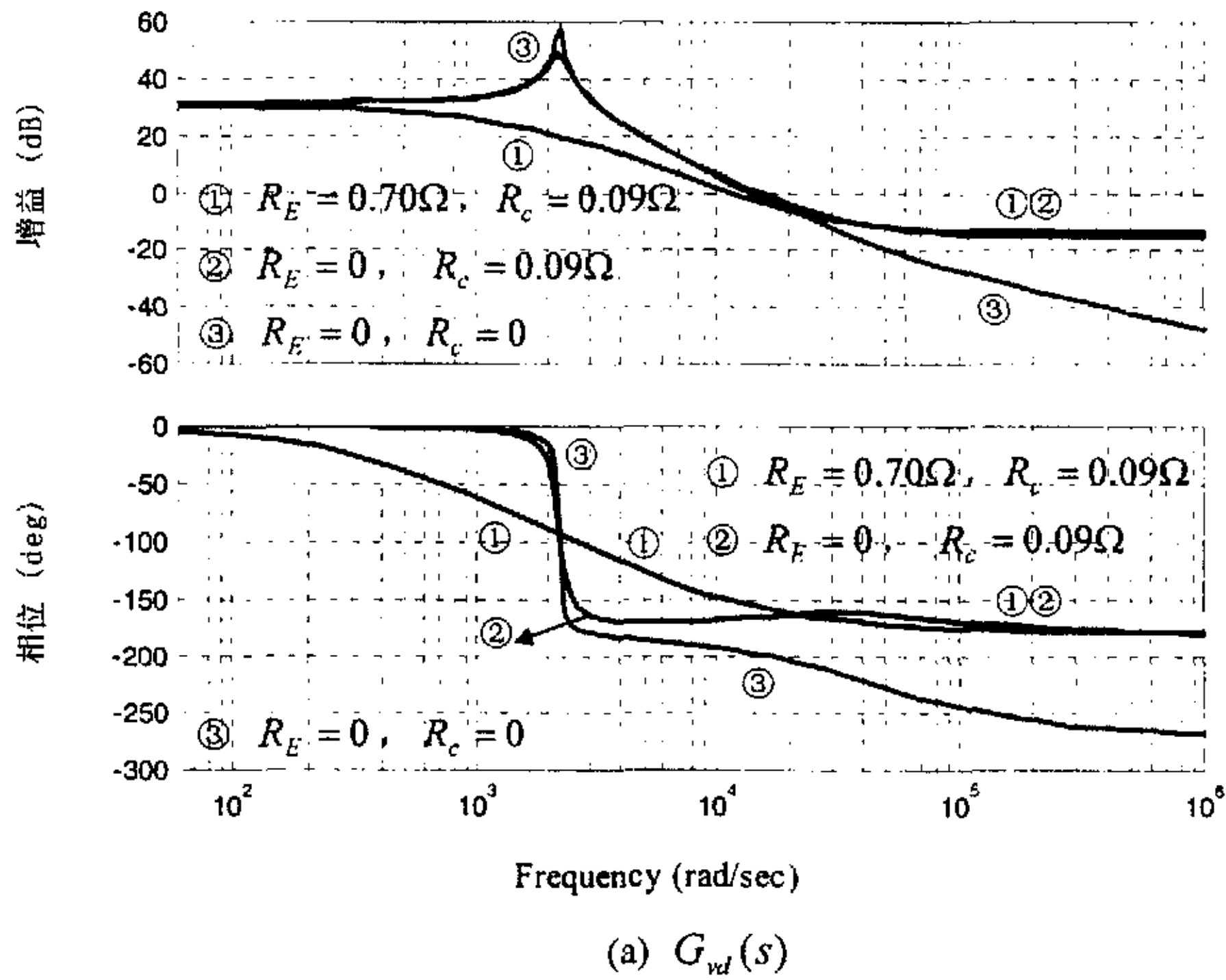
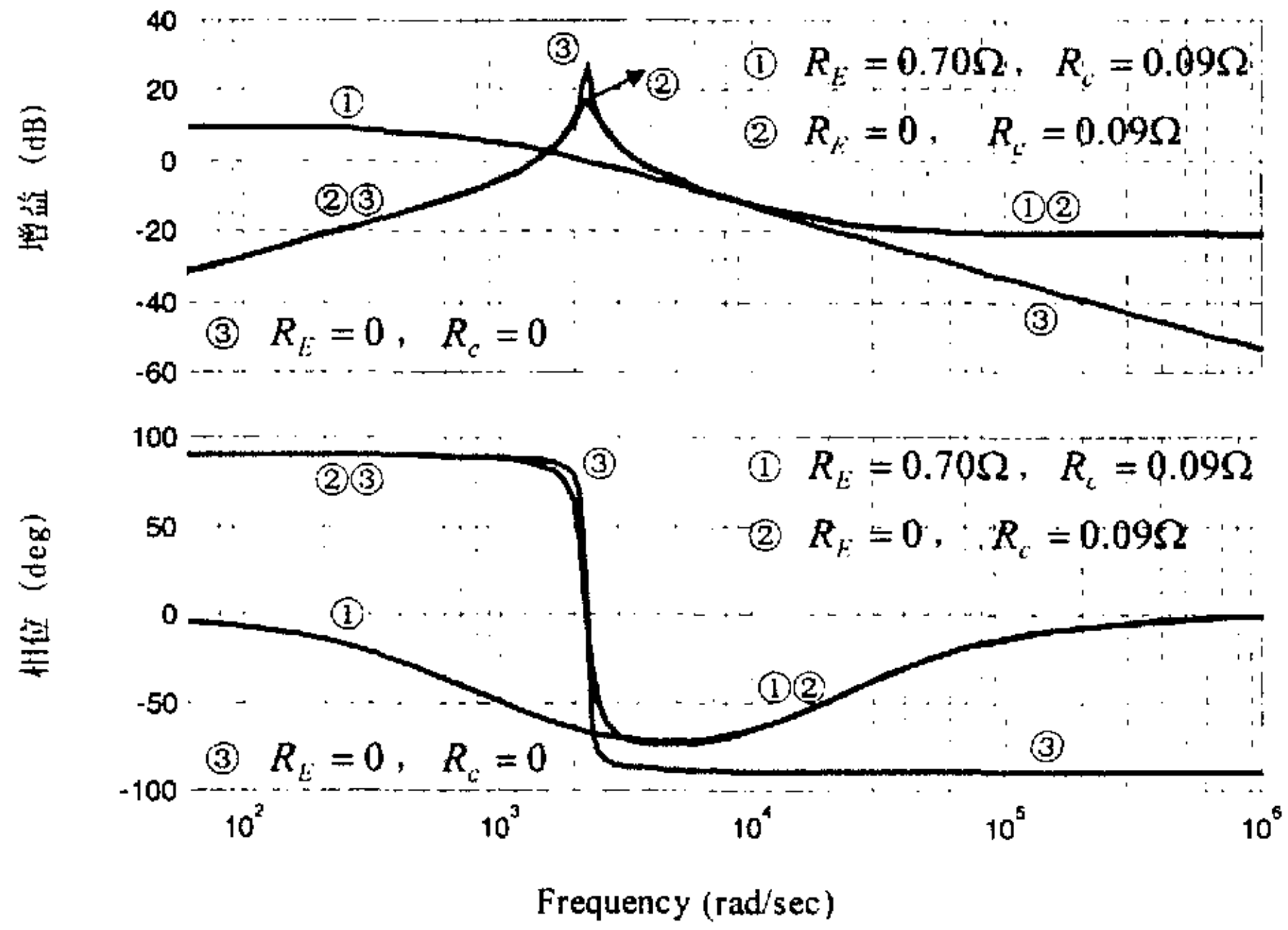


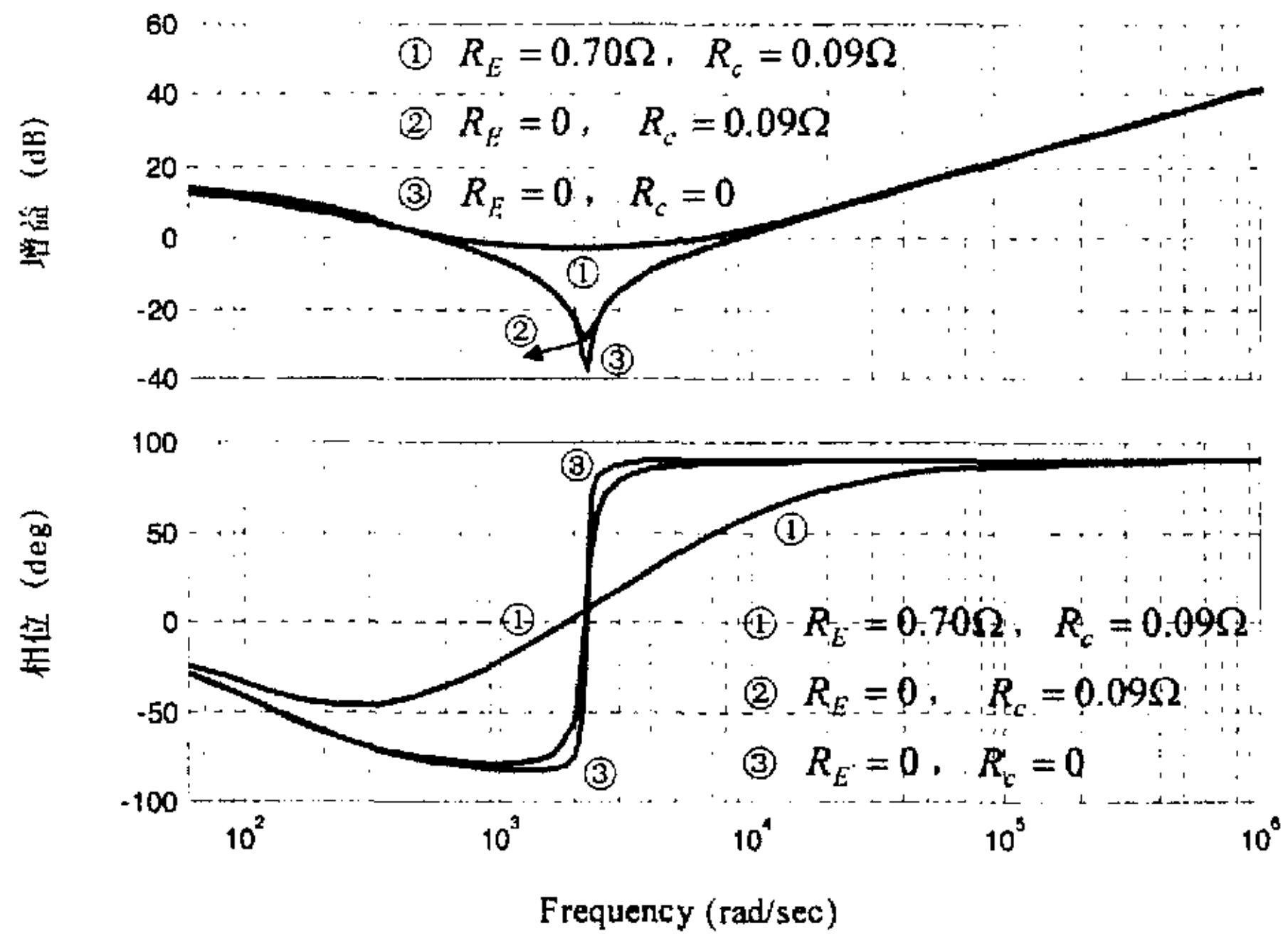
图 2-18 Buck 变换器在连续工作模式下的电路平均法建模传递函数 Bode 图




 图 2-19 不同 L 和 C 情况下 Buck 变换器 $G_{vd}(s)$ ($R_E = 0$, $R_c = 0$) Bode 图




(b) $Z_a(s)$



(c) $Z_l(s)$

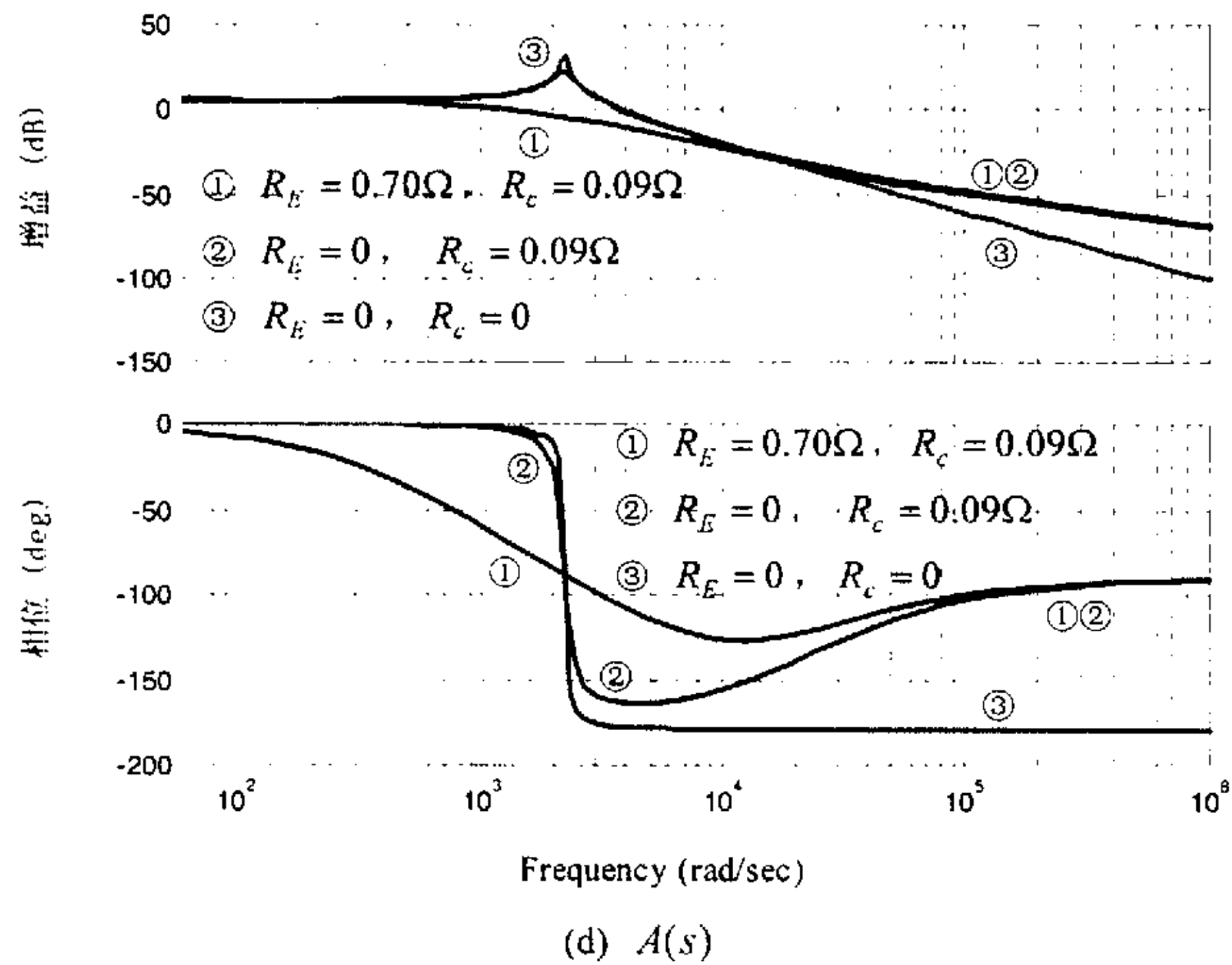
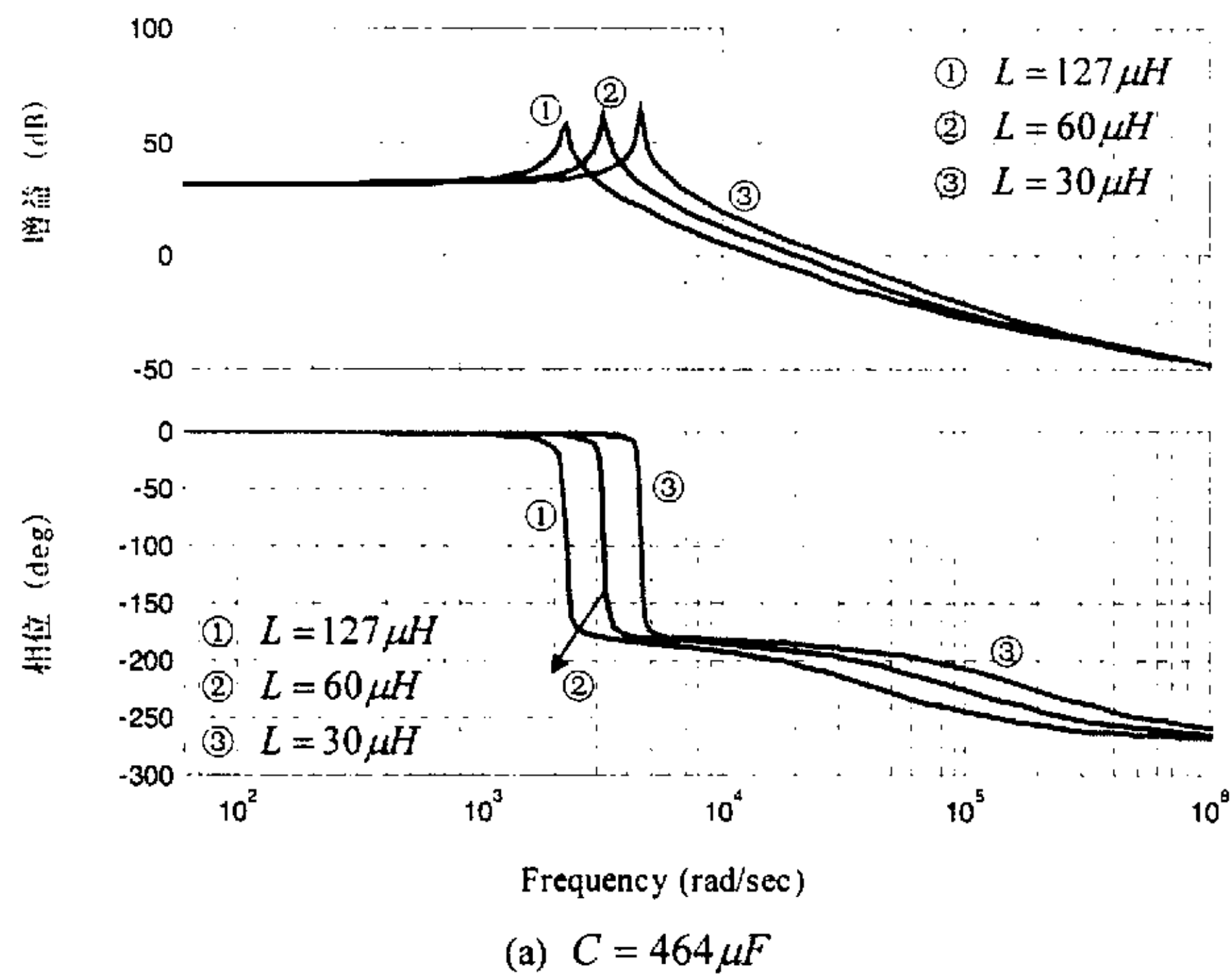


图 2-20 Boost 变换器在连续工作模式下的电路平均法建模传递函数 Bode 图



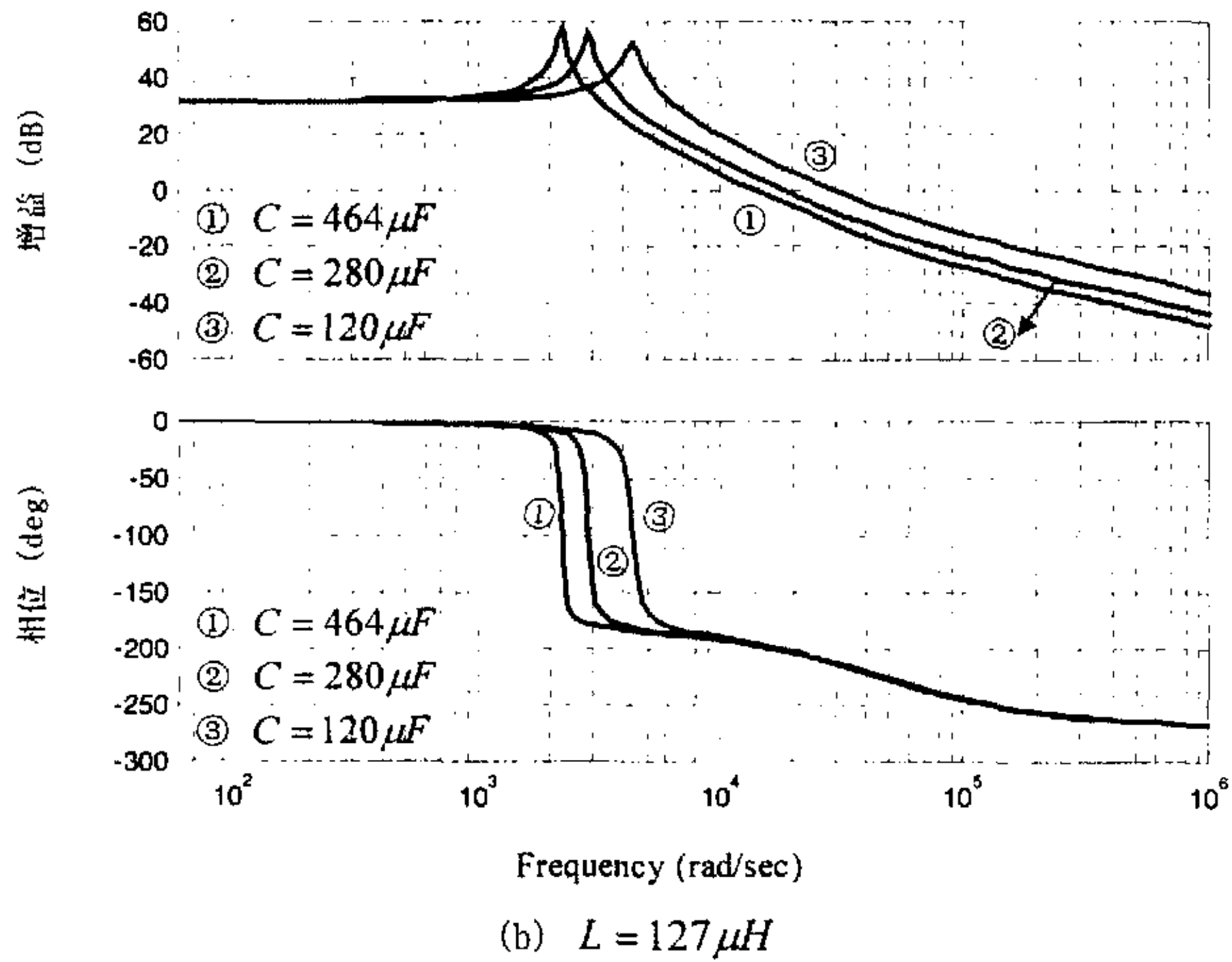


图 2-21 不同 L 和 C 情况下 Boost 变换器 $G_{vd}(s)$ ($R_E = 0$, $R_C = 0$) Bode 图

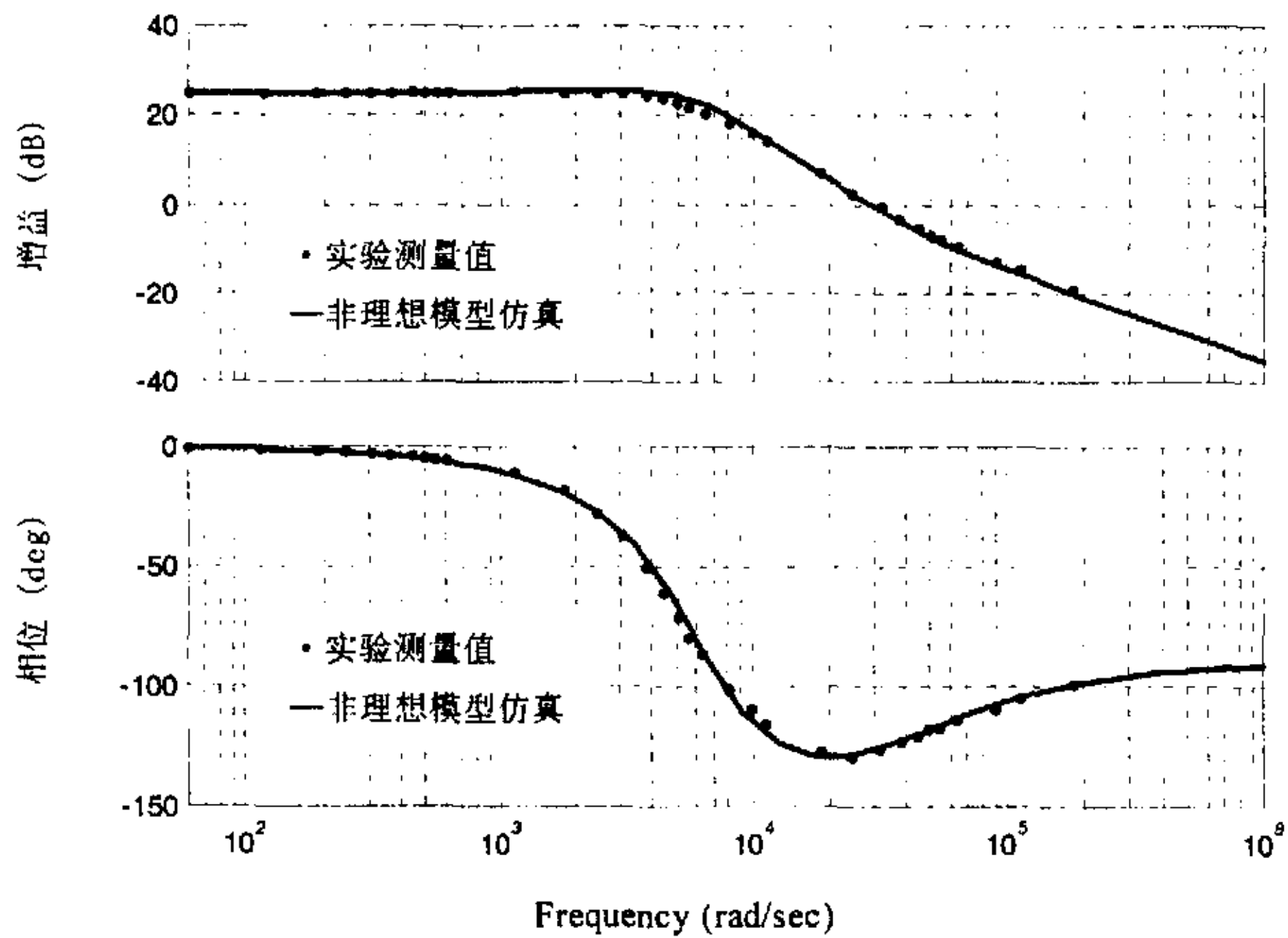


图 2-22 实际 Buck 变换器 $G_{vd}(s)$ Bode 图实验结果和非理想模型仿真的比较

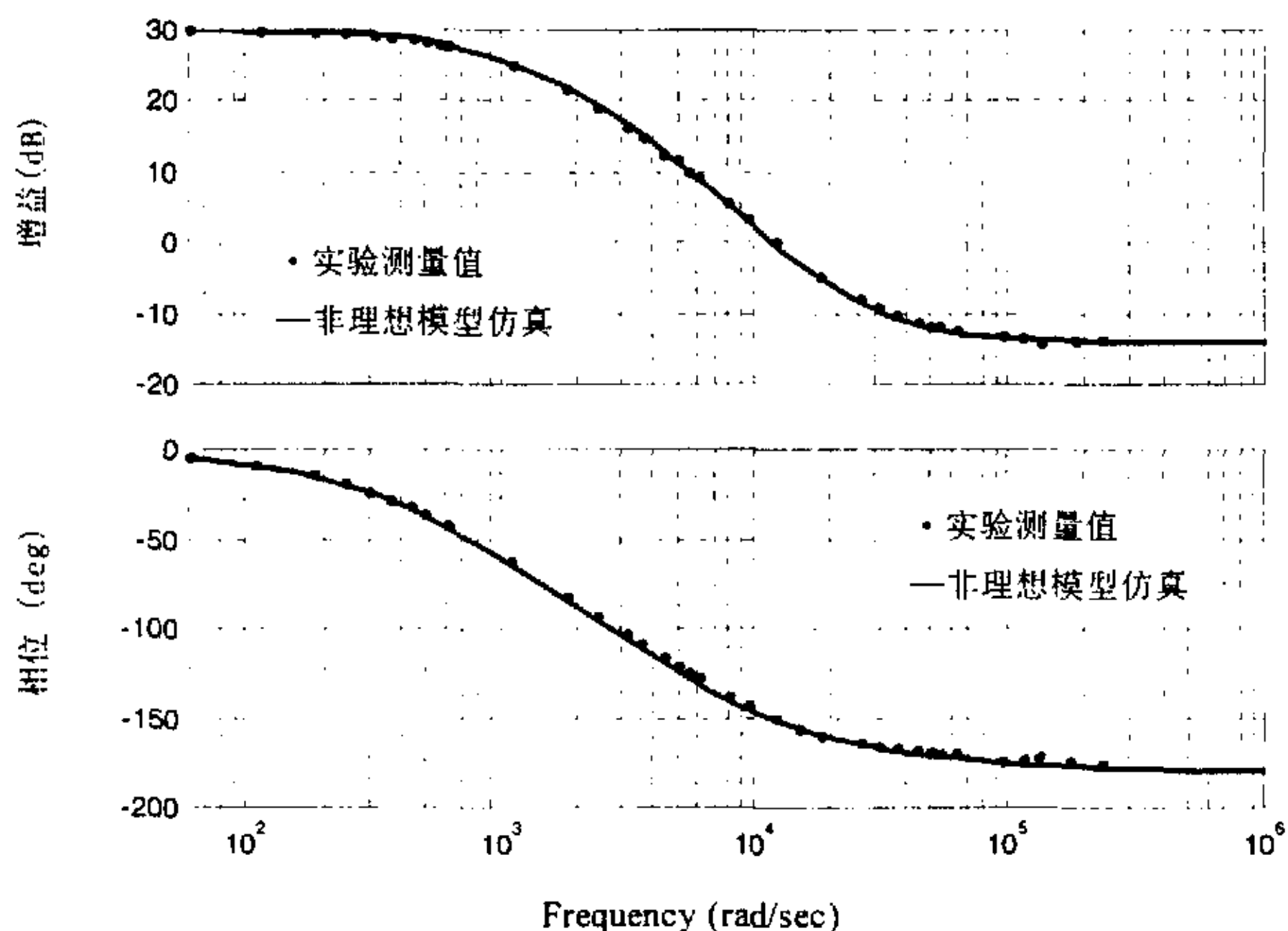


图 2-23 实际 Boost 变换器 $G_{vd}(s)$ Bode 图实验结果和非理想模型仿真的比较

2.7 本章小结

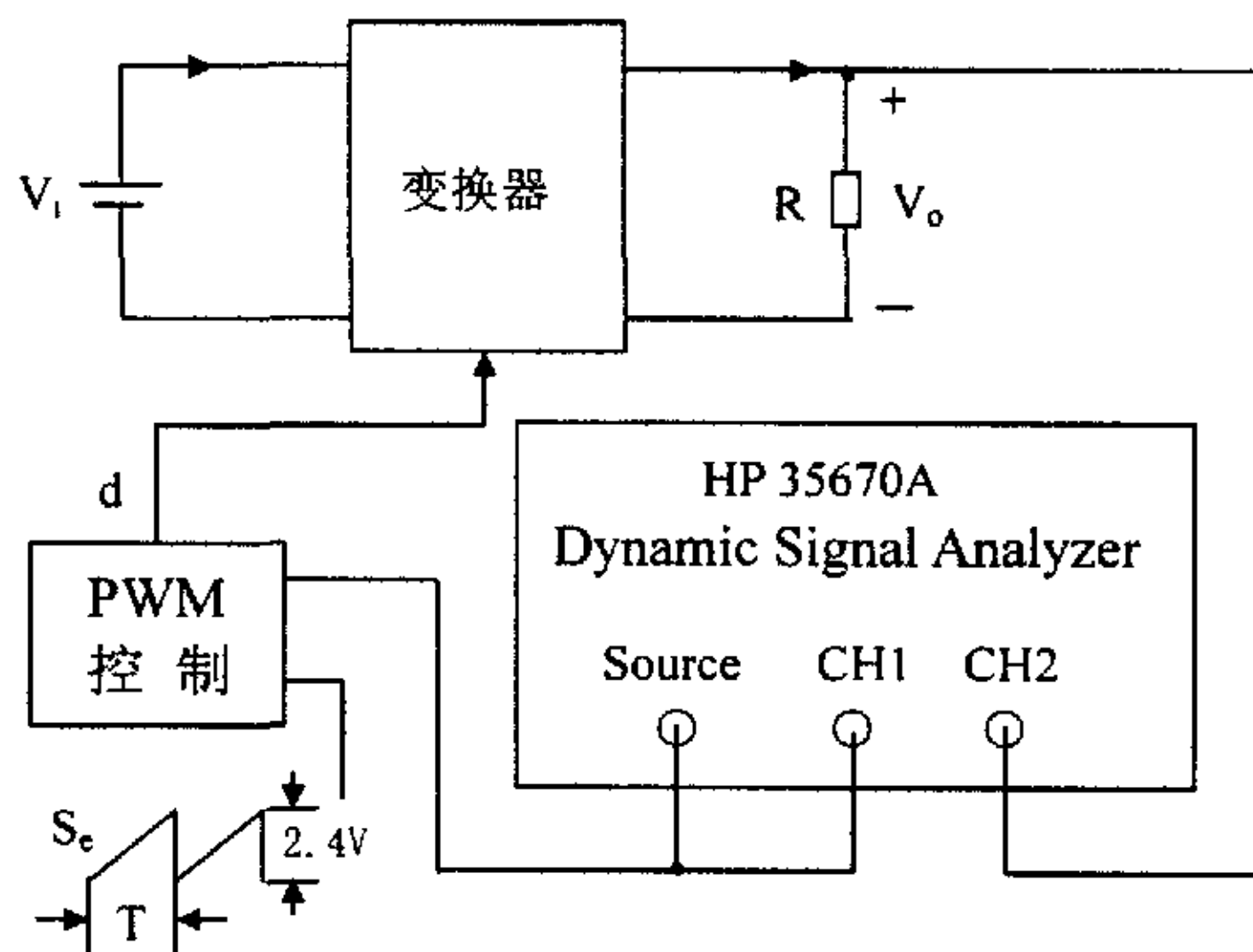
(1) 本章借鉴三端开关器件模型法、时间平均等效电路法、能量守恒法的基本思想,提出了考虑功率 MOSFET 管开通电阻、二极管正向压降和正向电阻、电感的等效串联电阻、电容的等效串联电阻的基本变换器在连续工作模式下的电路平均建模的新方法。

(2) 应用电路平均建模的新方法建立了 Buck 变换器、Boost 变换器及 Buck-Boost 变换器在连续工作模式下的大信号平均模型、DC 和小信号电路模型,推导了传递函数。

(3) 对实际 Buck 变换器和实际 Boost 变换器进行了系统的小信号特性仿真研究与理论分析,并进行了实验验证。验证了基本变换器在连续工作模式下电路平均建模方法的正确性,揭示了考虑寄生参数建模的必要性。该建模方法模型直观、物理意义清晰、具有实用价值和普遍意义,便于开关变换器的进一步分析和控制电路的设计。

附录 Buck 和 Boost 变换器实验测试与仿真结果

A.1 $G_{vd}(s)$ Bode 图实验测试方案

图 A-1 Buck、Boost 变换器 $G_{vd}(s)$ Bode 图实验测试方案

A.2 实验测试用主要设备、仪器

表 A.1 主要试验设备、测试仪器

仪器、设备名称	型 号	数量
计算机	PC	1 台
打印机	HP LaserJet 6L	1 台
Dynamic Signal Analyzer	HP 35670A	1 台
DC Power Supply	DF1731SD2A	3 台
变阻器	BX7D	1 只
Tektronix 示波器	TDS 220	1 台
精密 LCR 表	HP42841A	1 台
直流电压表	D9/V	1 只
直流电流表	C65/V	1 只

A.3 Buck 变换器 $G_{vd}(s)$ Bode 图试验电路

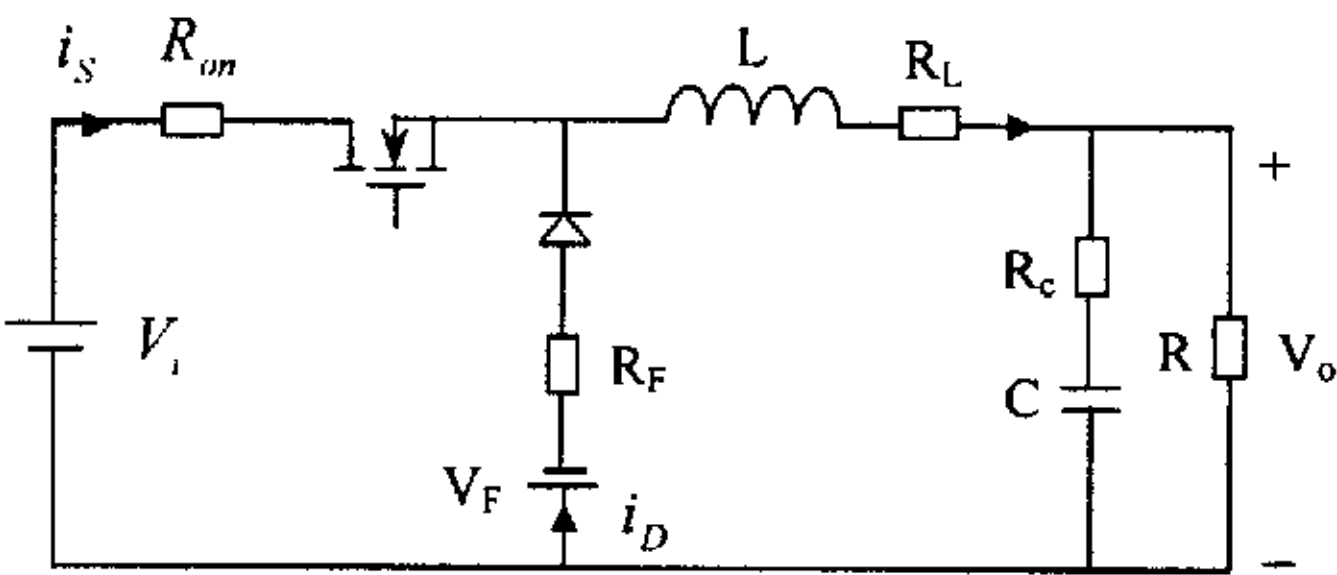


图 A-2 Buck 变换器 $G_{vd}(s)$ Bode 图试验电路

A. 4 Buck 变换器实验和仿真实例 1

表 A. 2 实例 1 Buck 变换器元器件参数测量值 $f_s = 50kHz$

V_i	V_o	L	R_L	C	R_c	R	FQA140N10 型 MOSFET R_{on}	MUR1620CT	
								V_F	R_F
20.5V	10V	127 μH	0.72 Ω	247 μF	0.11 Ω	5 Ω	0.01 Ω	0.45V	0.03 Ω

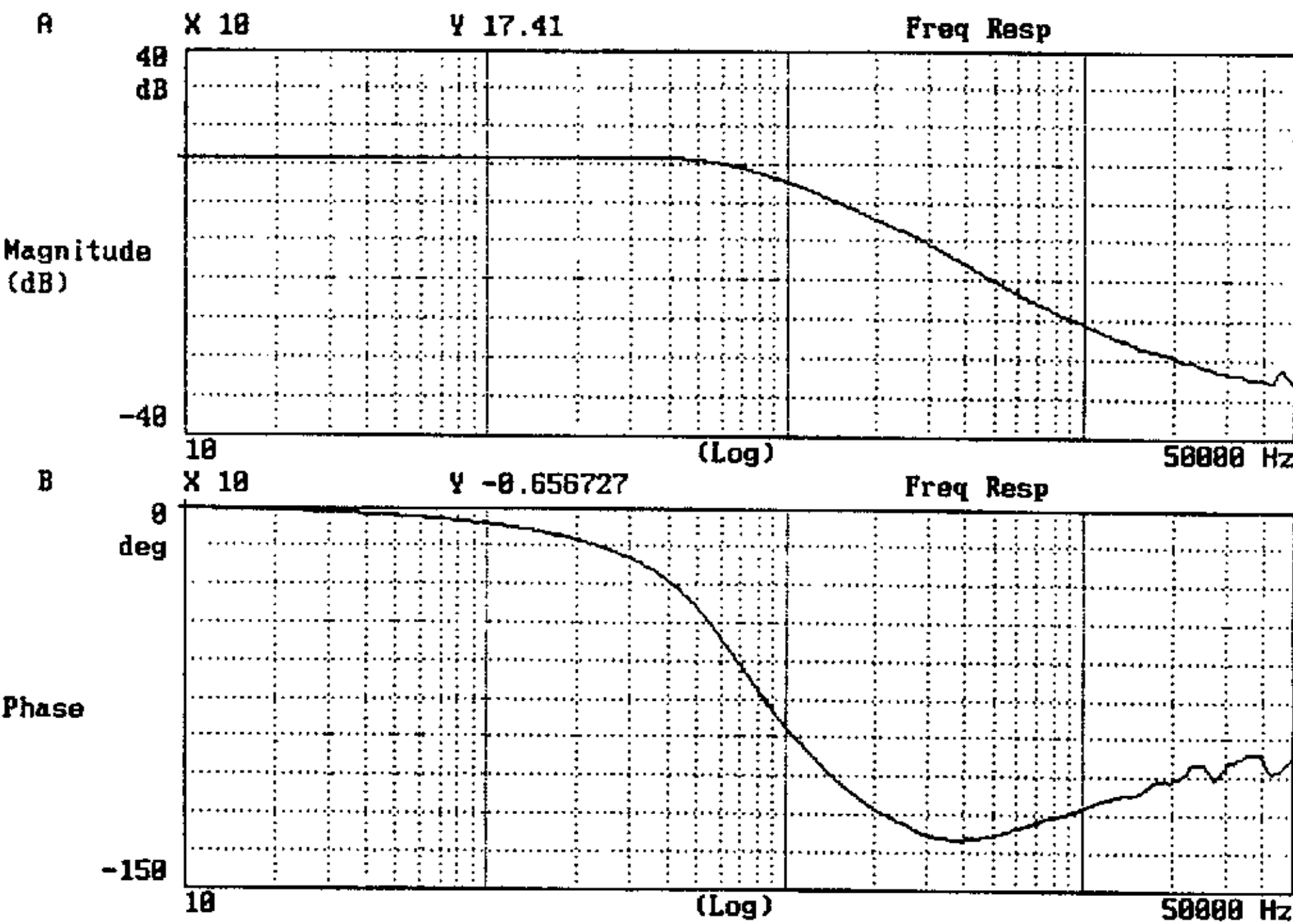


图 A-3 实例 1 Buck 变换器 $G_{vd}(s)$ 实验波形

表 A.3 实例 1 Buck 变换器 $G_w(s)$ 实验测量数据

频率		增益 (dB) 实验波形值 $+20\log 2.4$	相位 (deg)	频率		增益 (dB) 实验波形值 $+20\log 2.4$	相位 (deg)
Hz	Rad/sec			Hz	Rad/sec		
10	62.83	25.0142	-0.6567	1016	6383.72	19.5919	-87.5464
20	125.66	25.0148	-1.3049	1311	8237.26	16.9513	-101.302
30	188.50	25.0159	-1.9378	1588	9977.70	14.8012	-109.661
40	251.33	25.0175	-2.5313	2007	12610.35	11.9914	-118.243
50	314.16	25.0195	-3.1589	3008	18899.82	7.0264	-128.659
60	376.99	25.0221	-3.7723	3968	24931.68	2.8291	-130.049
71	446.11	25.0248	-4.4450	5015	31510.17	-0.5596	-128.480
81	508.94	25.0278	-5.0335	6074	38164.07	-3.2116	-125.674
90	565.49	25.0316	-5.5918	7050	44296.46	-5.1706	-123.003
100	628.32	25.0357	-6.2126	8011	50334.60	-6.7651	-121.143
201	1262.92	25.0915	-12.7224	8911	55989.46	-8.0070	-119.635
302	1897.52	25.1705	-19.9076	10125	63617.25	-9.4203	-117.108
398	2500.71	25.0103	-28.2530	14855	93336.72	-13.6674	-112.134
503	3160.44	24.3859	-39.4427	20014	125751.67	-15.9056	-106.527
609	3826.46	23.5726	-52.1016	29994	188457.86	-19.3412	-99.8459
707	4442.21	22.6652	-62.9778	38726	243322.63	-20.1952	-95.9342
804	5051.68	21.6917	-72.2055	44950	282429.18	-18.7287	-102.172
913	5736.55	20.5986	-80.9297	50000	314159.27	-21.4589	-97.3085

注: PWM 比较器 $F_m = 1/V_M$, 其中 $V_M = 2.4V$

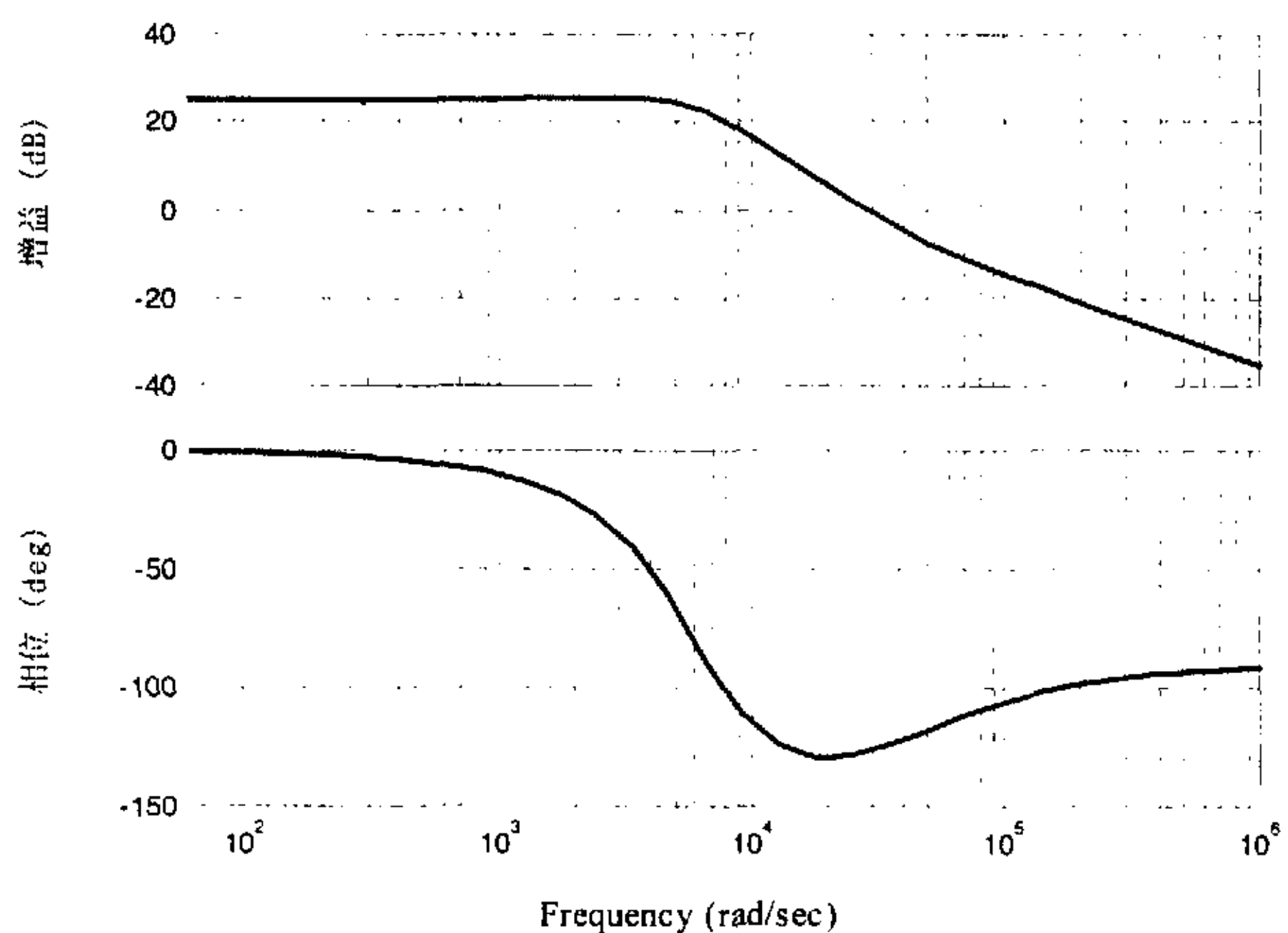


图 A-4 实例 1 Buck 变换器 ($R_F = 0.74\Omega$, $R_L = 0.11\Omega$) 电路平均法建模仿真的 $G_{vd}(s)$ Bode 图

A.5 Buck 变换器实验和仿真实例 2

表 A.4 实例 2 Buck 变换器元器件参数测量值 $f_s = 50\text{kHz}$

V_i	V_o	L	R_L	C	R_c	R	FQA140N10 型 MOSFET R_{on}	MUR1620CT	
								V_F	R_F
19.2V	10V	$127\mu\text{H}$	0.24Ω	$247\mu\text{F}$	0.11Ω	5Ω	0.01Ω	0.45V	0.03Ω

A.6 Buck 变换器实验和仿真实例 3

表 A.5 实例 3 Buck 变换器元器件参数测量值 $f_s = 50\text{kHz}$

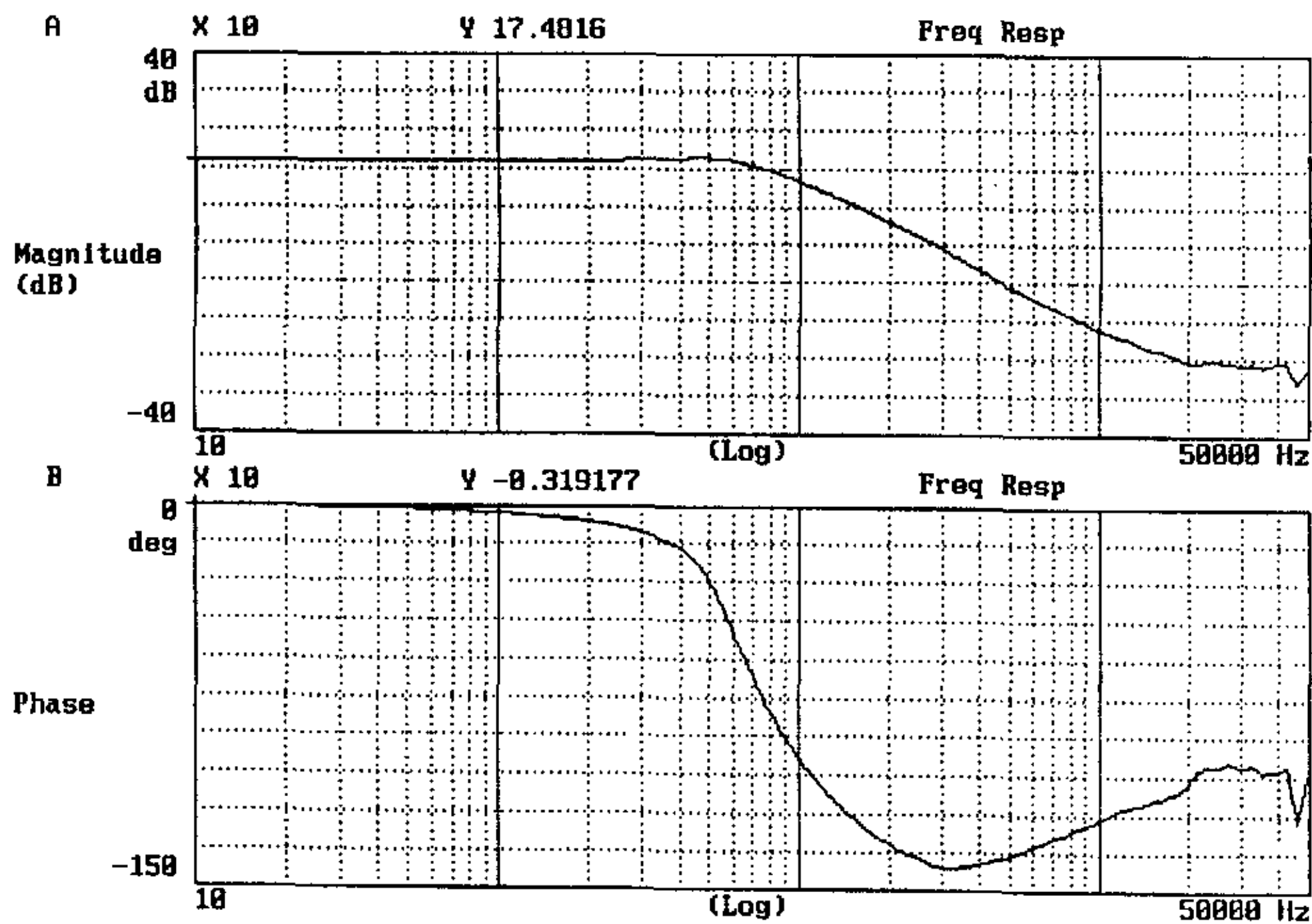
V_i	V_o	L	R_L	C	R_c	R	FQA140N10 型 MOSFET R_{on}	MUR1620CT	
								V_F	R_F
19.3V	10V	$127\mu\text{H}$	0.24Ω	$247\mu\text{F}$	0.59Ω	5Ω	0.01Ω	0.45V	0.03Ω

A.7 Buck 变换器实验和仿真实例 4

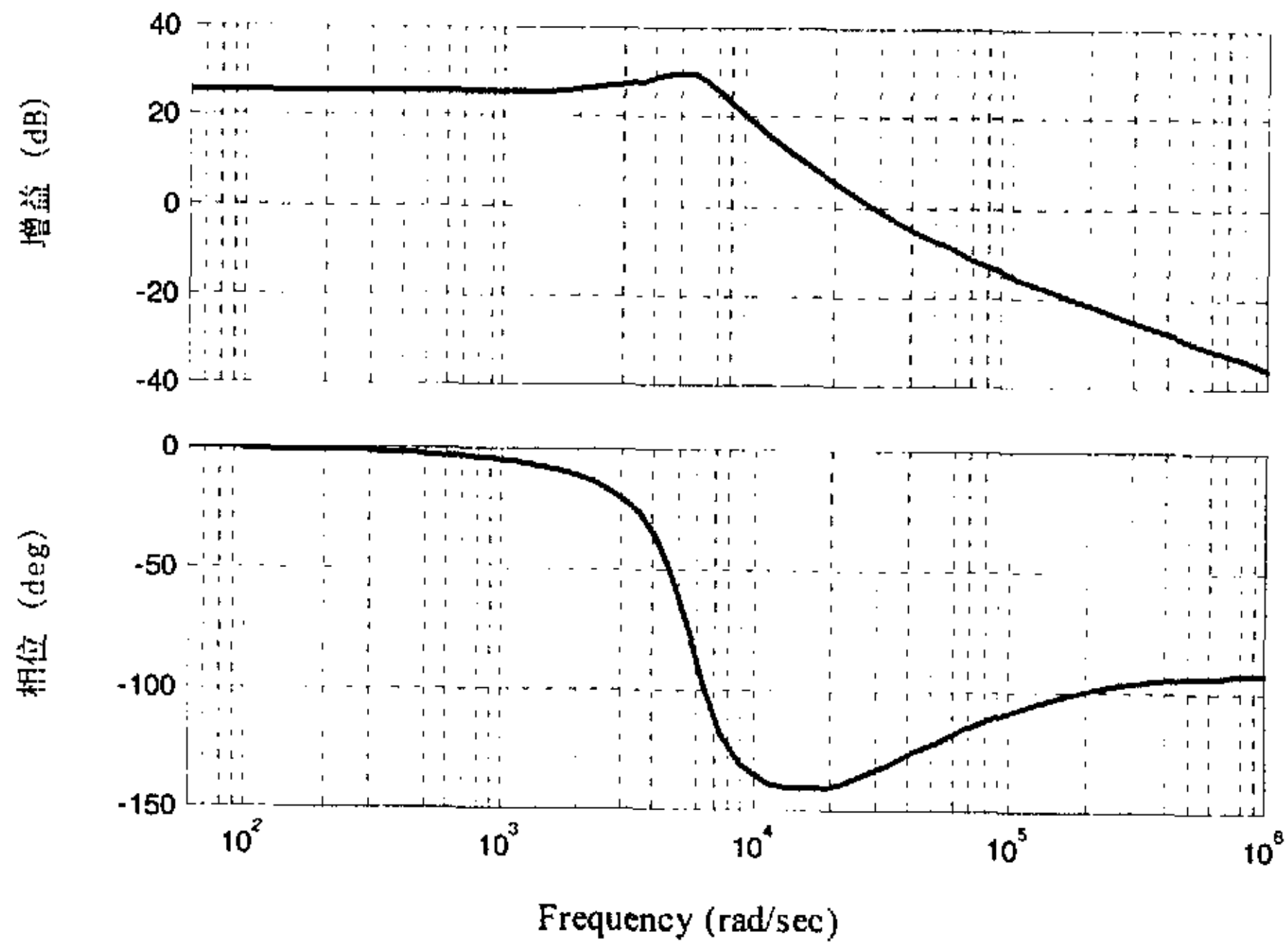
表 A.6 实例 4 Buck 变换器元器件参数测量值 $f_s = 50\text{kHz}$

V_i	V_o	L	R_L	C	R_c	R	FQA140N10 型 MOSFET R_{on}	MUR1620CT	
								V_F	R_F
20.5V	10V	127 μH	0.72 Ω	247 μF	0.59 Ω	5 Ω	0.01 Ω	0.45V	0.03 Ω

实例 1、2、3、4 是对既考虑功率开关 MOSFET 的开通电阻 R_{on} 、二极管的正向导通电阻 R_F 、电感的等效串联电阻 R_L ，又考虑电容的等效串联电阻 R_c 的实际 Buck 变换器进行实验和仿真，验证电路平均建模方法的正确性，揭示 R_F 和 R_c 对变换器特性的影响。电感支路中总的等效串联电阻 R_E 的大小通过改变 R_L 来实现， $R_E = DR_{on} + (1-D)R_F + R_L$ 。由表 A.2、A.4、A.5、A.6 可得到：①实例 1 $R_E = 0.74\Omega$ ， $R_c = 0.11\Omega$ ；②实例 2 $R_E = 0.26\Omega$ ， $R_c = 0.11\Omega$ ；③实例 3 $R_E = 0.26\Omega$ ， $R_c = 0.59\Omega$ ；④实例 4 $R_E = 0.74\Omega$ ， $R_c = 0.59\Omega$ 。

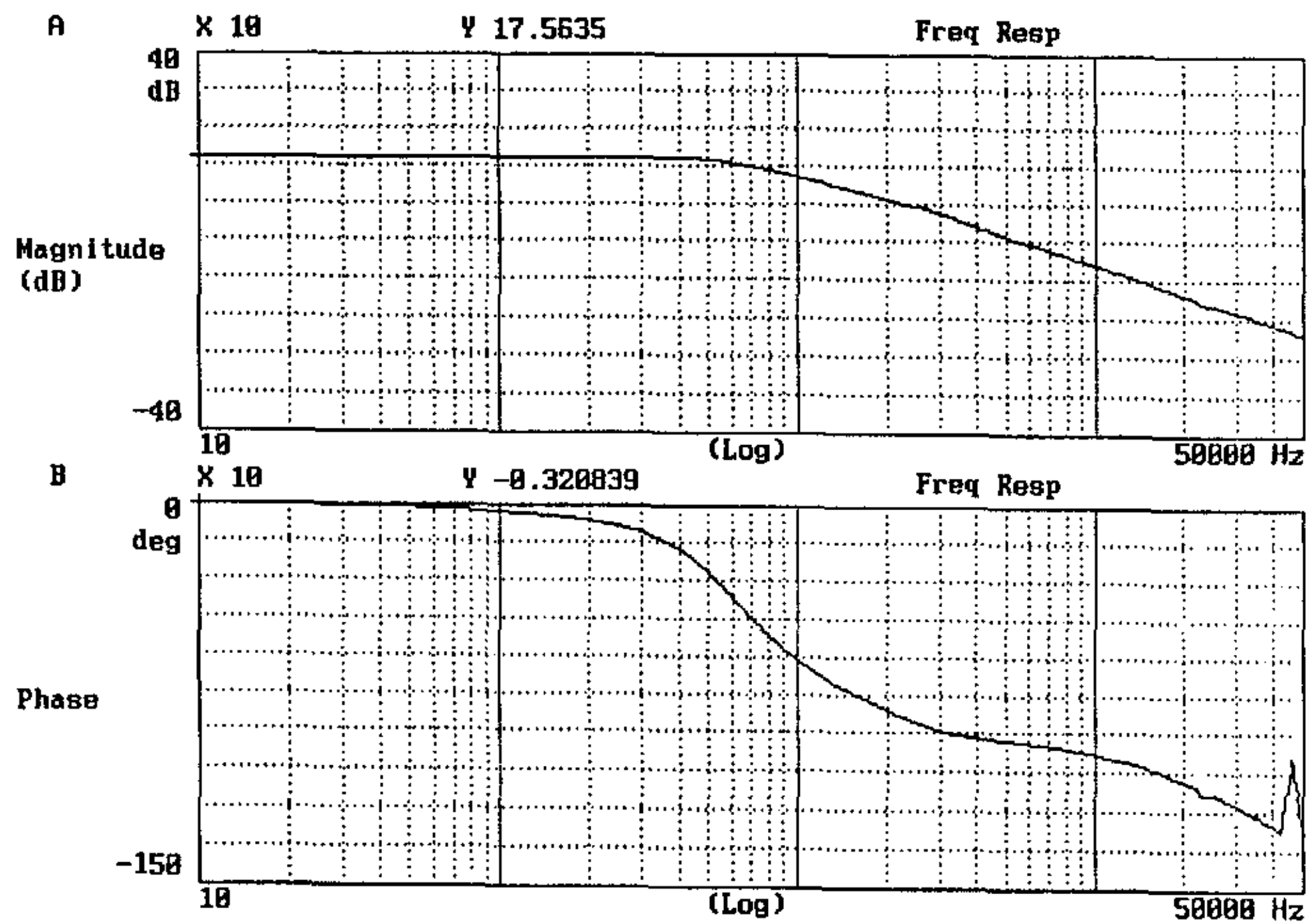


(a) 实验波形

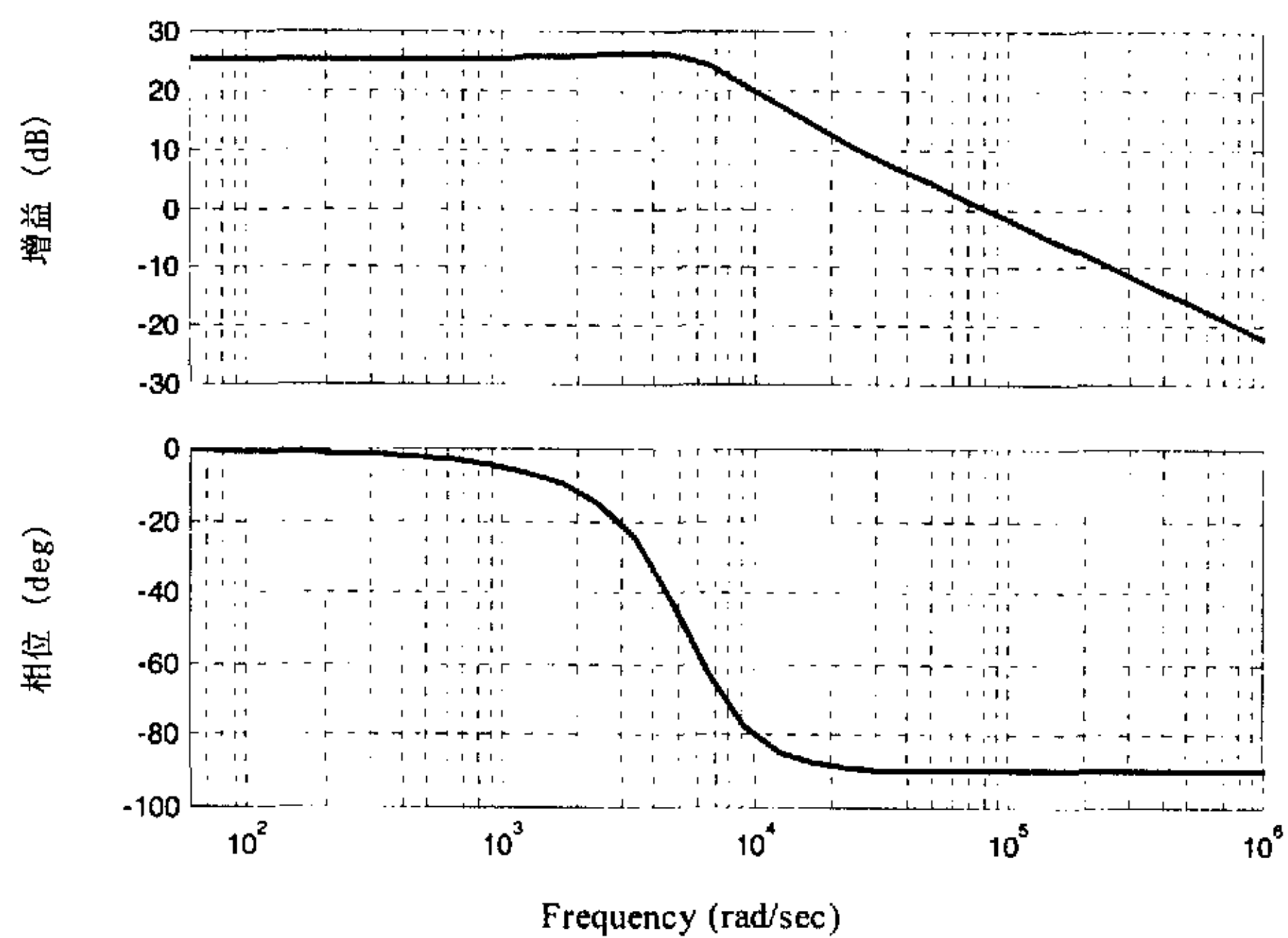


(b) 电路平均法建模仿真结果

图 A-5 实例 2 Buck 变换器 ($R_E = 0.26\Omega$, $R_c = 0.11\Omega$) $G_{vd}(s)$ Bode 图

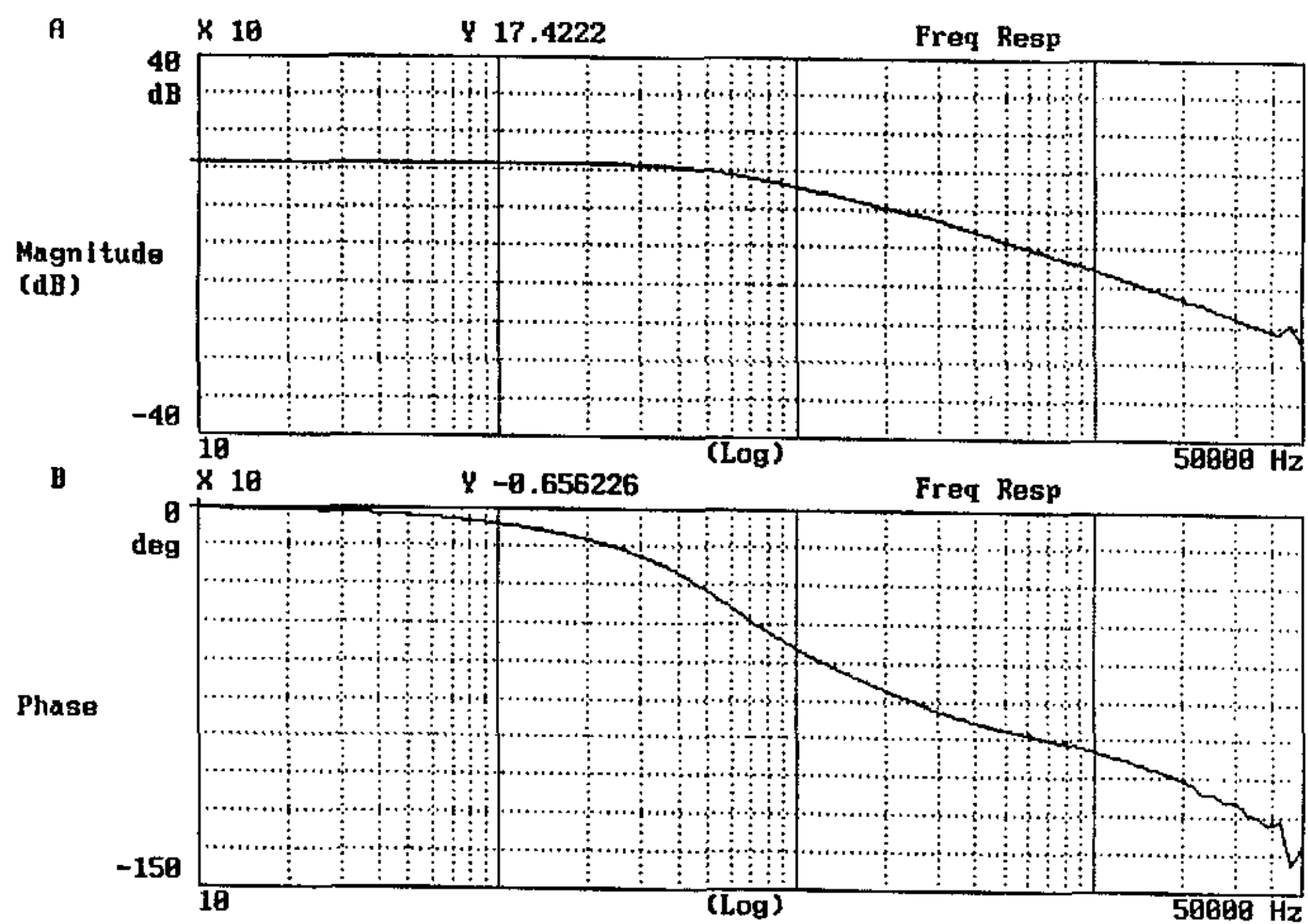


(a) 实验波形

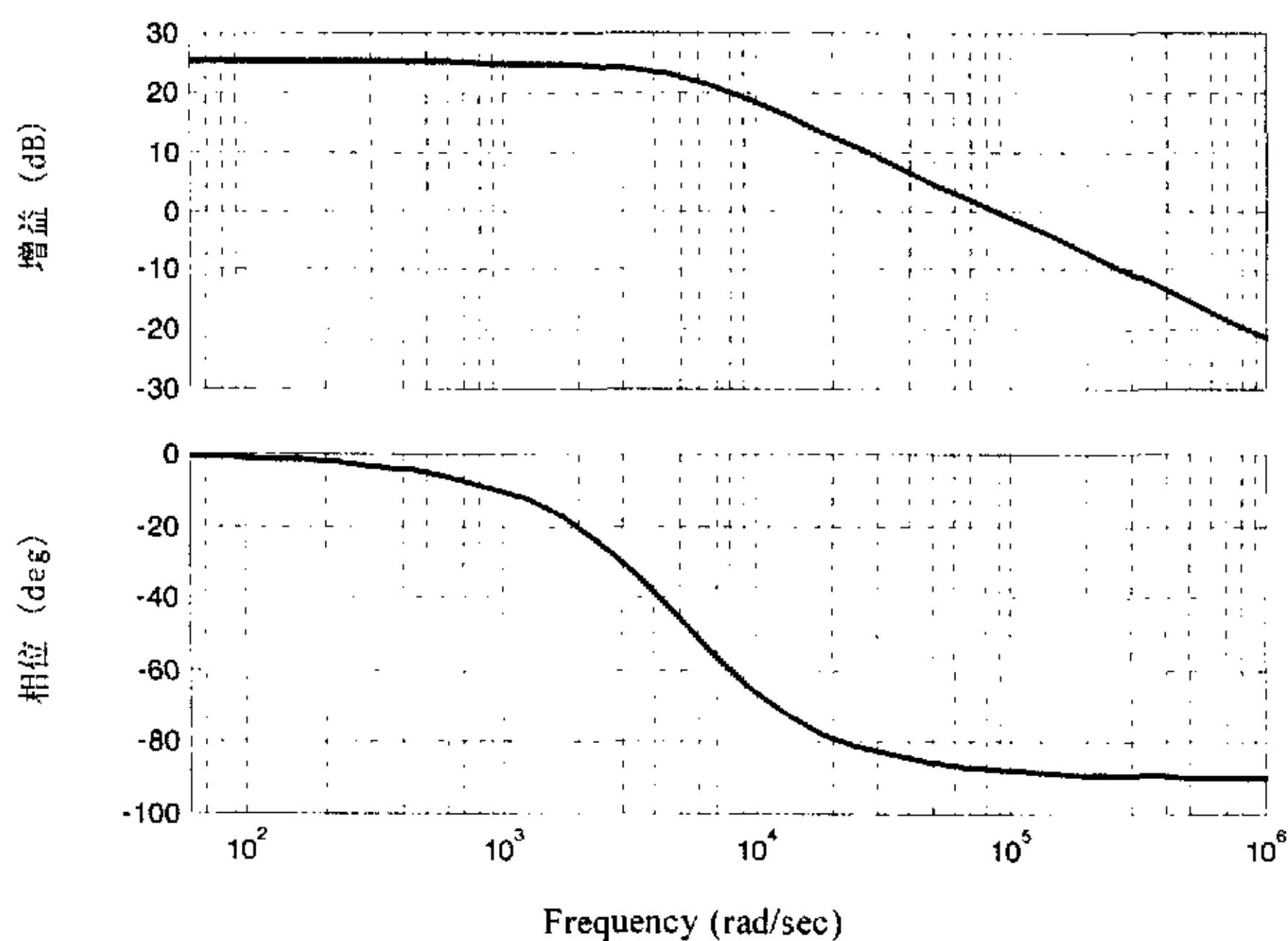


(b) 电路平均法建模仿真结果

图 A-6 实例 3 Buck 变换器 ($R_F = 0.26\Omega$, $R_c = 0.59\Omega$) $G_{vd}(s)$ Bode 图



(a) 实验波形

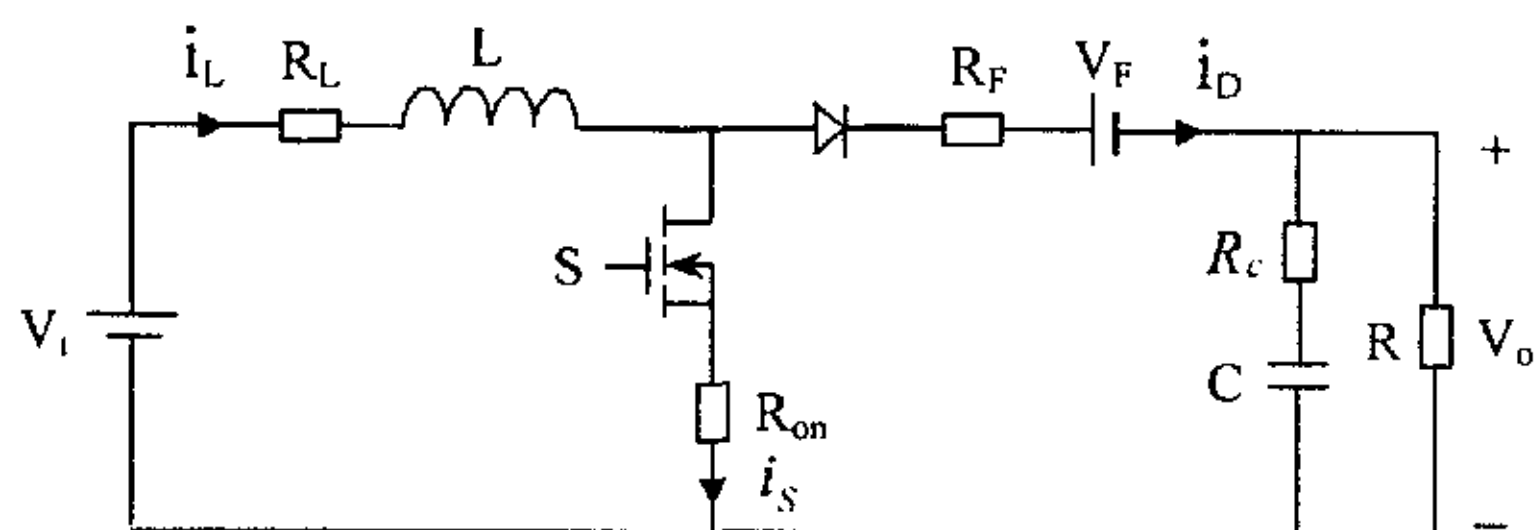


(b) 电路平均法建模仿真结果

图 A-7 实例 4 Buck 变换器 ($R_E = 0.74\Omega$, $R_C = 0.59\Omega$) $G_{vd}(s)$ Bode 图

由图 A-3~A-7 可以看出: Buck 变换器 $G_{vd}(s)$ Bode 图的实验波形和应用电路平均法建模得到的仿真结果是相吻合的。①实验增益 (dB) 与仿真增益 (dB) 相差 $20\log 2.4(\text{dB})$, 是由于图 A-1 中 PWM 比较器 $F_m = 1/V_M$, 其中 $V_M = 2.4V$ 。② 实验波形在高频段出现振荡, 增大 R_c , 实验波形和仿真结果出现偏差, 这是由于 Buck 变换器输出电压纹波的作用, R_c 增大, 输出电压纹波增大。

A.8 Boost 变换器 $G_{vd}(s)$ Bode 图试验电路

图 A-8 Boost 变换器 $G_{vd}(s)$ Bode 图试验电路

A.9 Boost 变换器实验和仿真实例 1

表 A.7 实例 1 Boost 变换器元器件参数测量值 $f_s = 50kHz$

V_i	V_o	L	R_L	C	R_c	R	IRFP260 型 MOSFET R_{on}	FCH30A10	
								V_F	R_F
10.8V	20V	127 μH	0.66 Ω	464 μF	0.09 Ω	20 Ω	0.055 Ω	0.4V	0.025 Ω

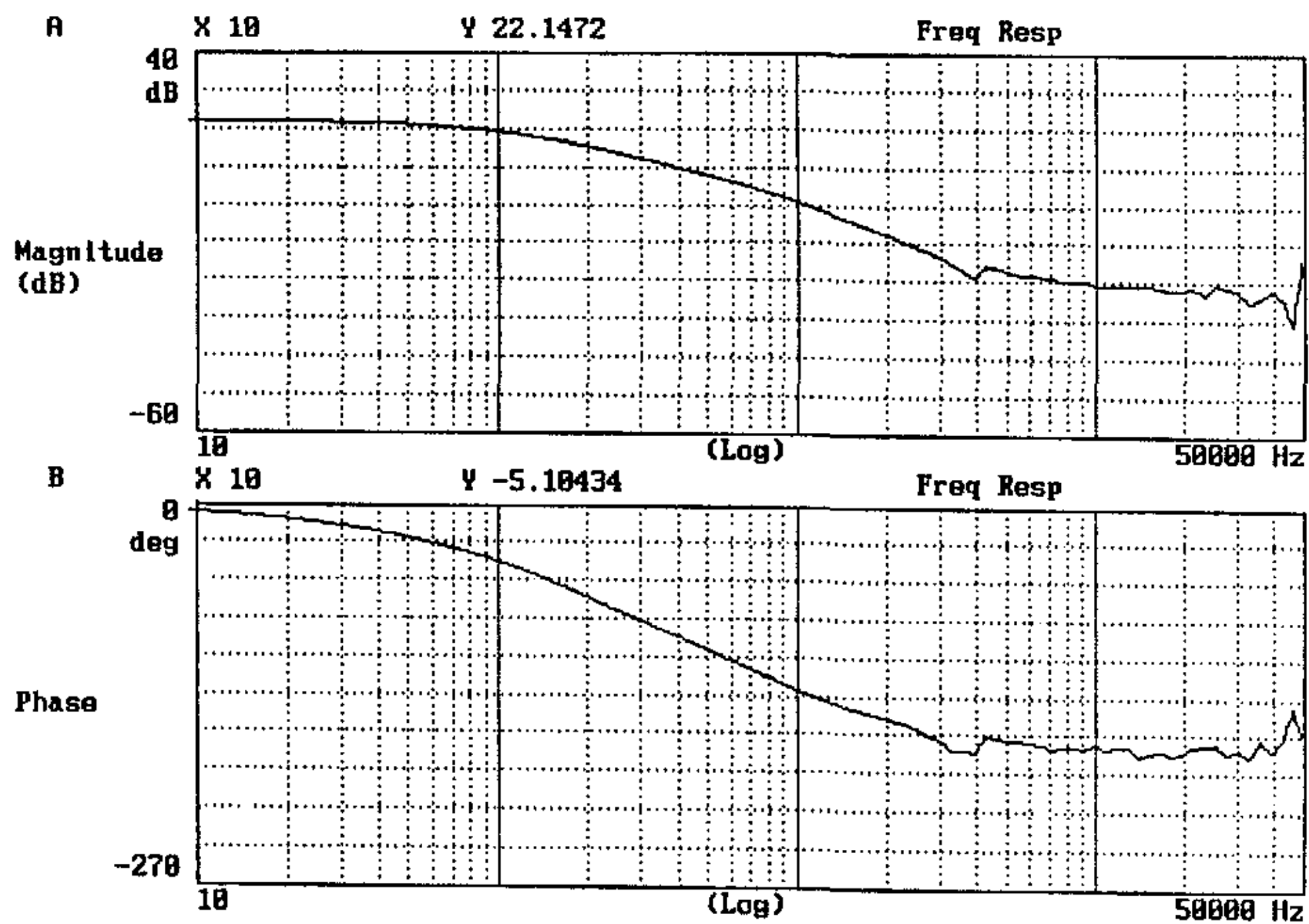


图 A-9 实例 1 Boost 变换器 $G_{vd}(s)$ 实验波形

表 A.8 实例 1 Boost 变换器 $G_{vd}(s)$ 实验测量数据

频率		增益 (dB) 实验波形值 $+20\log 2.4$	相位 (deg)	频率		增益 (dB) 实验波形值 $+20\log 2.4$	相位 (deg)
Hz	Rad/sec			Hz	Rad/sec		
10	62.83	29.7514	-5.1043	994	6245.49	8.7385	-130.784
20	125.66	29.6419	-10.1816	1311	8237.26	5.2782	-140.058
30	188.50	29.4821	-15.0309	1588	9977.70	2.7821	-145.593
40	251.33	29.2812	-19.5081	2008	12616.64	-0.2237	-151.141
50	314.16	28.9534	-24.4909	2592	16286.02	-3.8086	-159.997

60	376.99	28.5927	-27.6802	3009	18906.10	-5.9491	-166.328
71	446.11	28.1484	-31.6927	4321	27149.64	-8.3690	-163.639
81	508.94	27.7567	-34.9646	5015	31510.17	-9.6431	-165.817
90	565.49	27.3924	-37.9042	6074	38164.07	-10.9628	-167.89
100	628.32	26.9923	-40.9819	7051	44302.74	-11.4170	-168.27
201	1262.92	23.0521	-67.3174	8012	50340.88	-12.1704	-169.977
302	1897.52	19.9571	-82.8768	8912	55995.75	-12.1844	-171.263
398	2500.71	17.6314	-93.9056	10127	63629.82	-13.1233	-170.137
503	3160.44	15.5591	-103.318	14857	93349.28	-13.4026	-175.165
596	3744.78	13.9934	-110.239	20448	128478.57	-14.0351	-171.928
707	4442.21	12.3752	-117.008	22745	142911.05	-14.9954	-170.574
804	5051.68	11.1011	-122.428	29999	188489.28	-14.6317	-172.131
894	5617.17	9.9695	-126.738	38733	243366.62	-14.5336	-173.104

注: PWM 比较器 $F_m = 1/V_M$, 其中 $V_M = 2.4V$

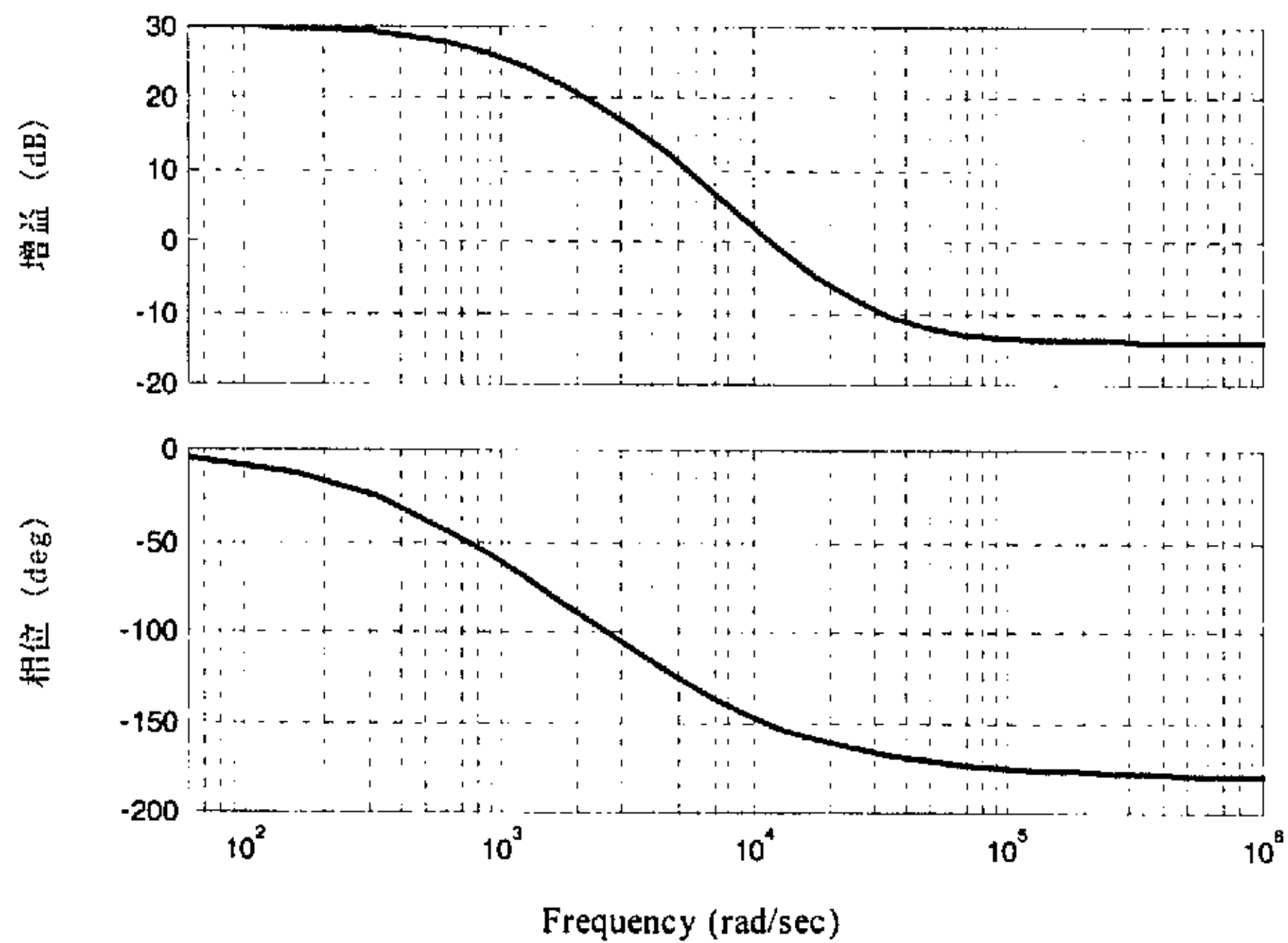


图 A-10 实例 1 Boost 变换器电路平均法建模仿真的 $G_{vd}(s)$ Bode 图

A.10 Boost 变换器实验和仿真实例 2

表 A.9 实例 2 Boost 变换器元器件参数测量值 $f_s = 50kHz$

V_i	V_o	L	R_L	C	R_c	R	IRFP260 型 MOSFET R_{on}	FCH30A10	
								V_F	R_F
9.7V	20V	127 μH	0.24 Ω	464 μF	0.09 Ω	20 Ω	0.055 Ω	0.4V	0.025 Ω

A.11 Boost 变换器实验和仿真实例 3

表 A.10 实例 3 Boost 变换器元器件参数测量值 $f_s = 50kHz$

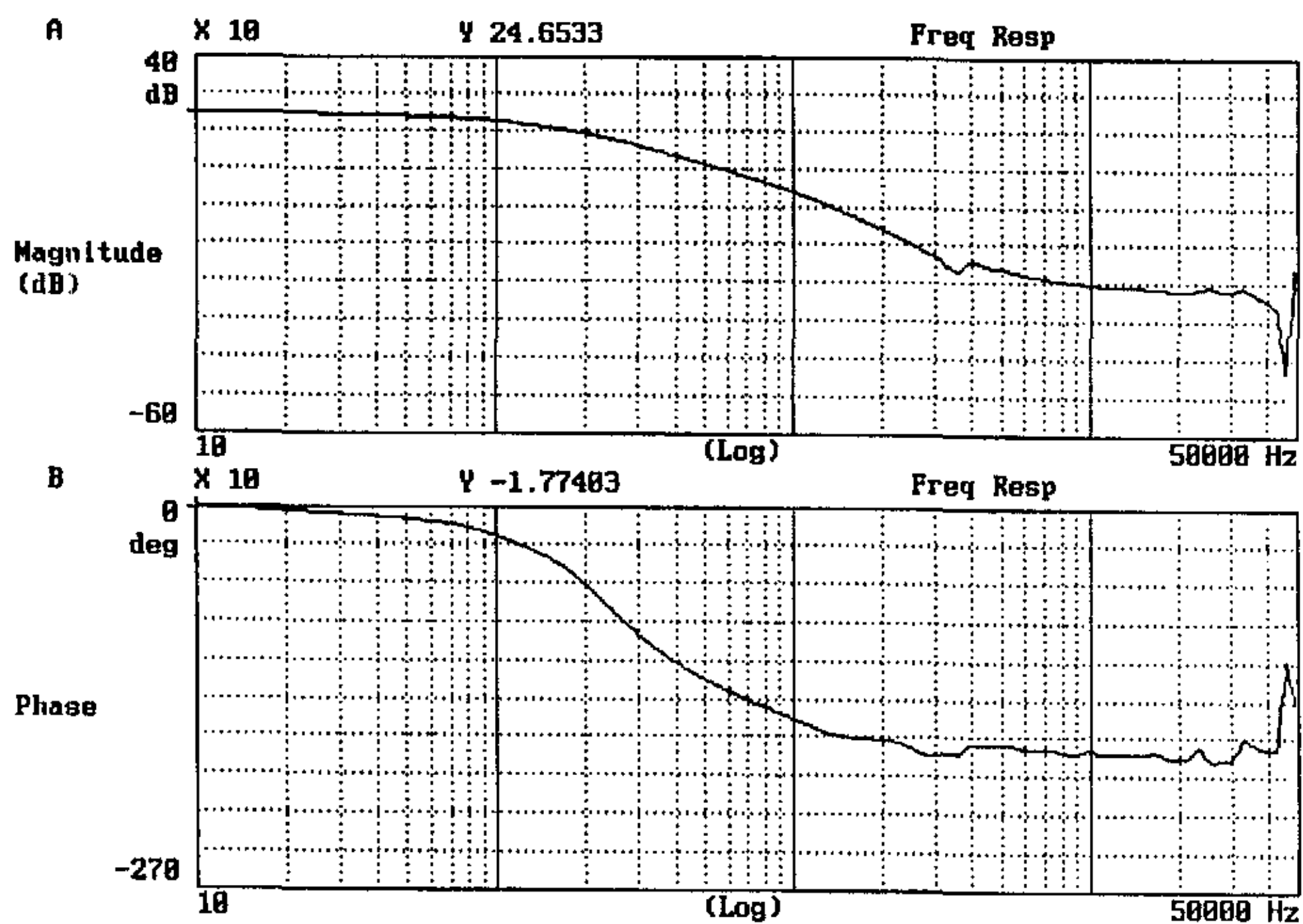
V_i	V_o	L	R_L	C	R_c	R	IRFP260 型 MOSFET R_{on}	FCH30A10	
								V_F	R_F
9.7V	20V	127 μH	0.24 Ω	464 μF	0.59 Ω	20 Ω	0.055 Ω	0.4V	0.025 Ω

A.12 Boost 变换器实验和仿真实例 4

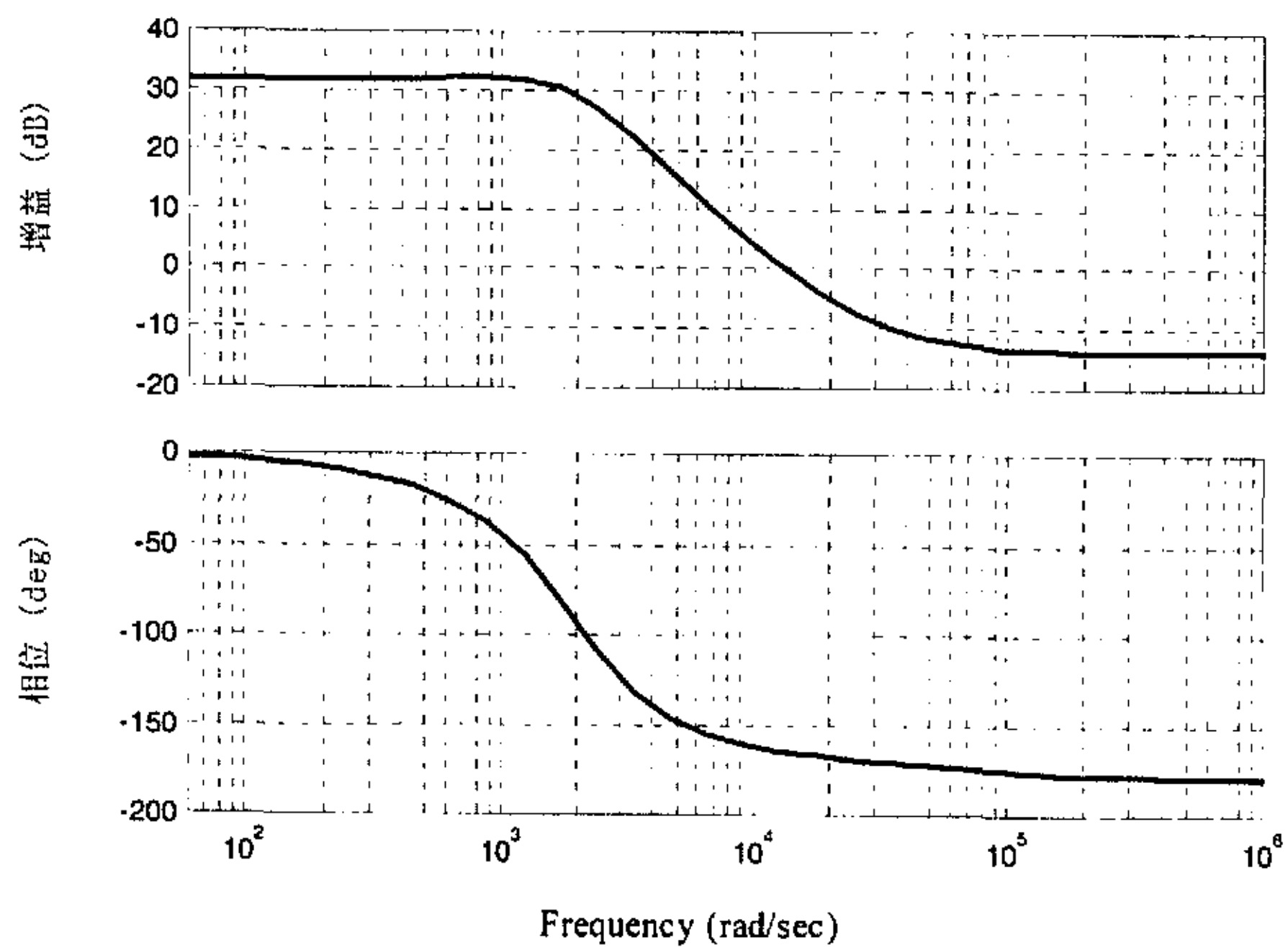
表 A.11 实例 3 Boost 变换器元器件参数测量值 $f_s = 50kHz$

V_i	V_o	L	R_L	C	R_c	R	IRFP260 型 MOSFET R_{on}	FCH30A10	
								V_F	R_F
11.1V	20V	127 μH	0.66 Ω	464 μF	0.59 Ω	20 Ω	0.055 Ω	0.4V	0.025 Ω

实例 1、2、3、4 是对既考虑功率开关 MOSFET 的开通电阻 R_{on} 、二极管的正向导通电阻 R_F 、电感的等效串联电阻 R_L ，又考虑电容的等效串联电阻 R_c 的实际 Boost 变换器进行实验和仿真，验证电路平均建模方法的正确性，揭示 R_E 和 R_c 对变换器特性的影响。电感支路中总的等效串联电阻 R_E 的大小通过改变 R_L 来实现， $R_E = DR_{on} + (1-D)R_F + R_L$ 。由表 A.7、A.9、A.10、A.11 可得到：①实例 1 $R_E = 0.70\Omega$ ， $R_c = 0.09\Omega$ ；②实例 2 $R_E = 0.28\Omega$ ， $R_c = 0.09\Omega$ ；③实例 3 $R_E = 0.28\Omega$ ， $R_c = 0.59\Omega$ ；④实例 4 $R_E = 0.70\Omega$ ， $R_c = 0.59\Omega$ 。

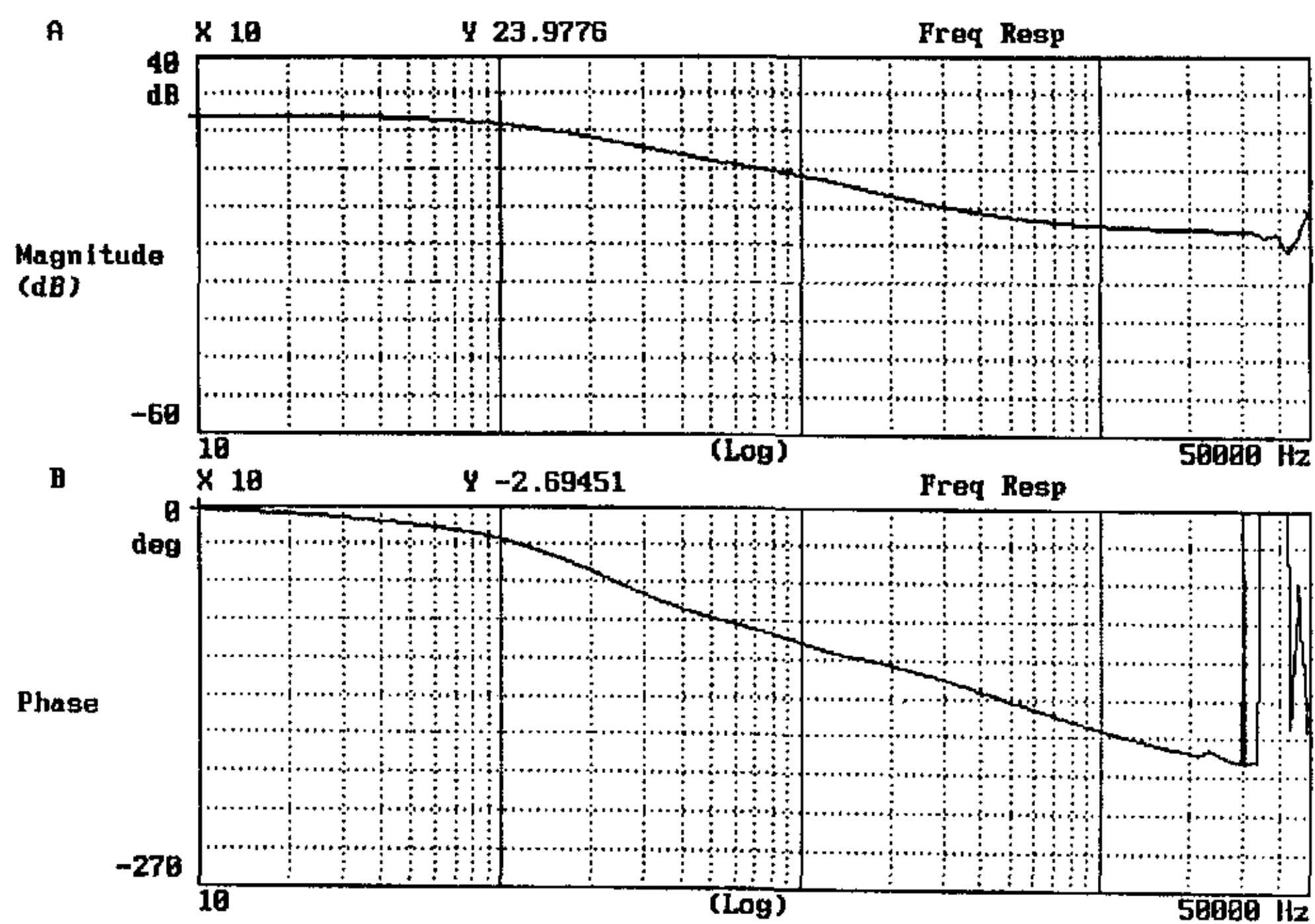


(a) 实验波形

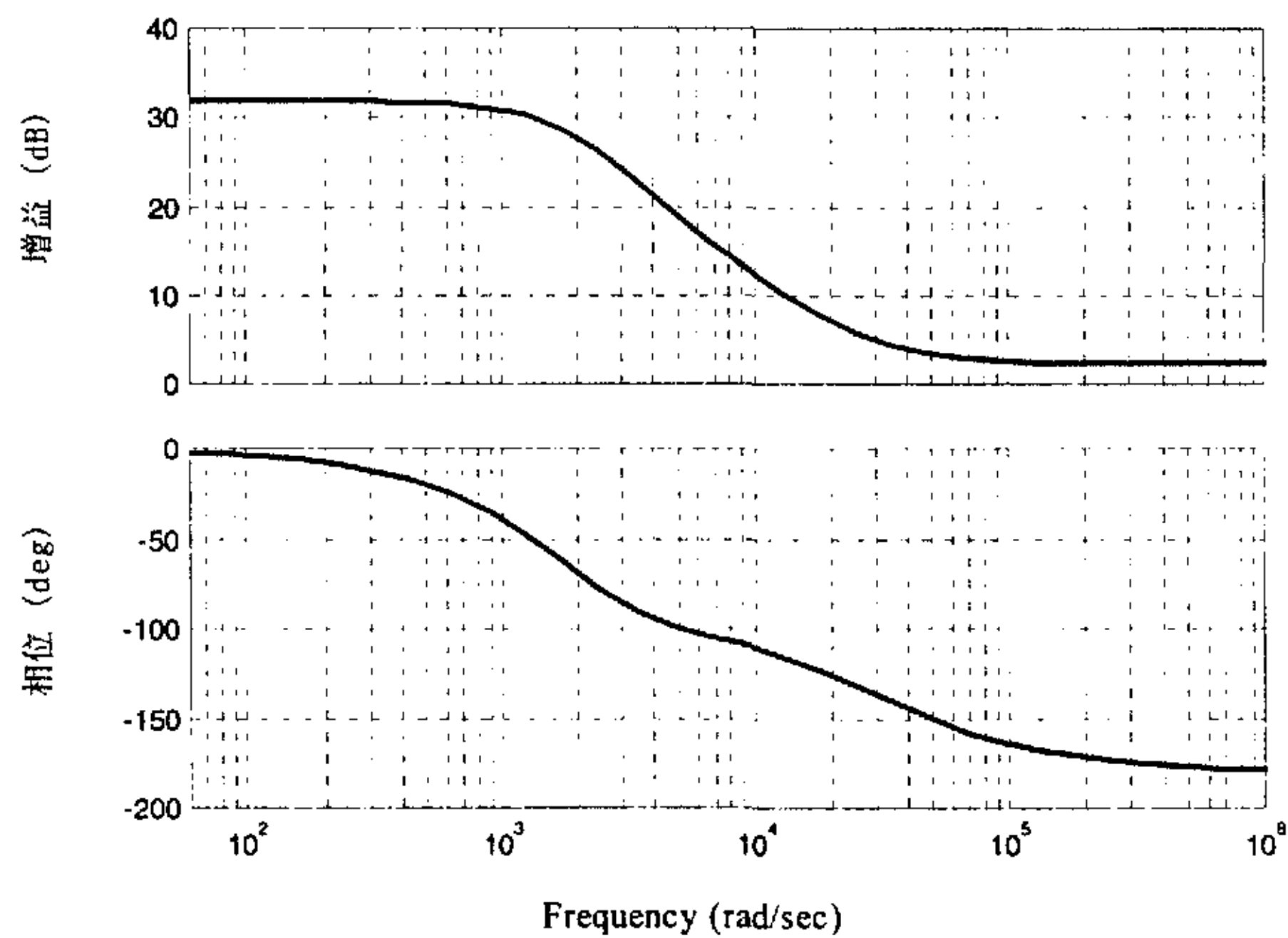


(b) 电路平均法建模仿真结果

图 A-11 实例 2 Boost 变换器 ($R_E = 0.28\Omega$, $R_c = 0.09\Omega$) $G_{vd}(s)$ Bode 图

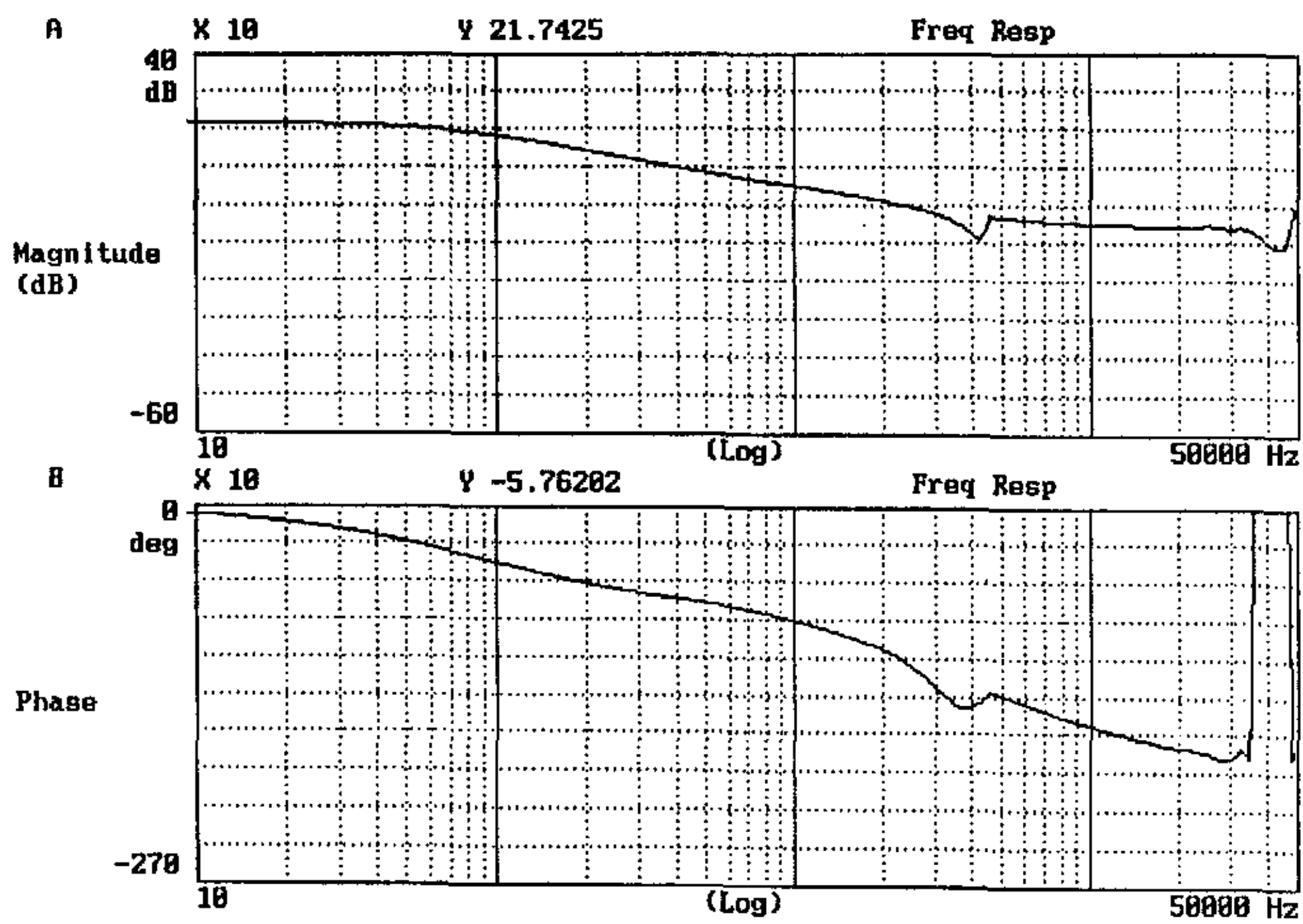


(a) 实验波形

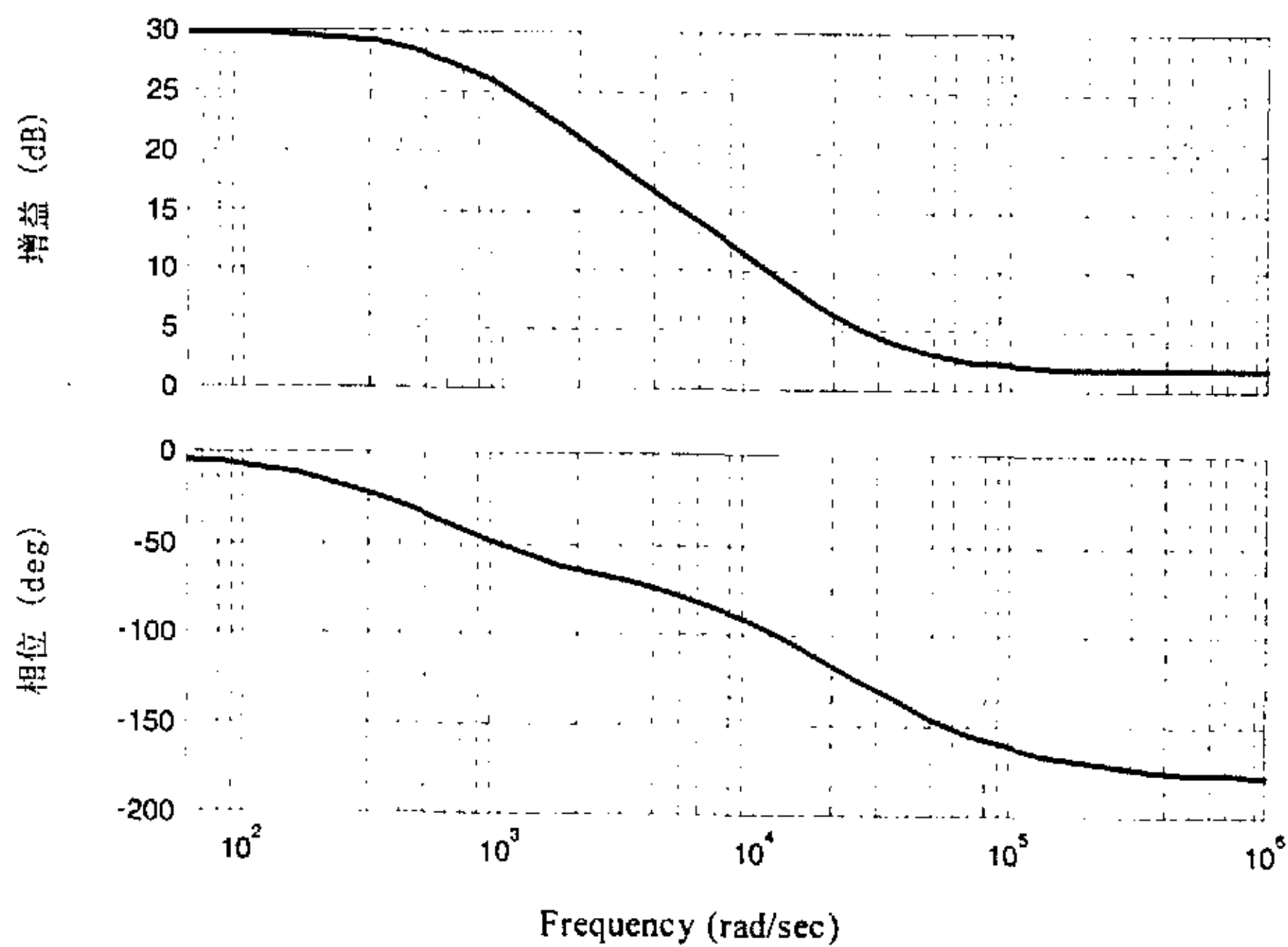


(b) 电路平均法建模仿真结果

图 A-12 实例 3 Boost 变换器 ($R_E = 0.28\Omega$, $R_c = 0.59\Omega$) $G_{vd}(s)$ Bode 图



(a) 实验波形



(b) 电路平均法建模仿真结果

图 A-13 实例 4 Boost 变换器 ($R_E = 0.70\Omega$, $R_C = 0.59\Omega$) $G_{vd}(s)$ Bode 图

由图 A-9~A-13 可以看出: Boost 变换器 $G_{vd}(s)$ Bode 图的实验波形和应用电路平均法建模得到的仿真结果是相吻合的。①实验增益 (dB) 与仿真增益 (dB) 相差 $20\log 2.4$ (dB), 是由于图 A-1 中 PWM 比较器 $F_m = 1/V_M$, 其中 $V_M = 2.4V$ 。②实验波形在高频段出现振荡, 是由于 Boost 变换器有一个右半平面零点和输出电压纹波的作用, R_c 增大, 输出电压纹波增大, 振荡加大。

综上所述, Buck 和 Boost 变换器 $G_{vd}(s)$ Bode 图的实验测试与仿真结果是相吻合的, 验证了基本变换器在连续工作模式下电路平均建模方法的正确性, 揭示了考虑寄生参数建模的必要性。

参 考 文 献

1. Vorperian V, Tymerski R, Lee F C. Equivalent circuit models for resonant and PWM switches. IEEE Transactions on Power Electronics, 1989, Vol.4, No.2, 205~214
2. Vorperian V. Simplified analysis of PWM converter using the PWM switch, Part I: Continuous conduction mode. IEEE Trans. Aerospace and Electronic Systems, 1990, Vol. 26, No.3, 490~496
3. Tai Fu-Sheng. Small-signal and transient analysis of the zero-voltage-switched, phase-controlled PWM converter using average switch model. Proceeding of IEEE Industrial Applications Society Annual Meeting, 1991
4. Ben-Yaakov S, Vorperian V. Modeling the switch of PWM converters. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, July 1992, Vol. 28, No.3, 921~925
5. Yu Juebang, Xu Jianping. Time averaging equivalent circuit analysis for a class of periodically switching linear networks. Proc. ISCAS IEEE, 1988, 1139~1142
6. Xu Jianping. Modeling of switching DC-DC converters by time averaging equivalent circuit approach. Part I. Continuous conduction mode, International Journal of Electronics, 1993, Vol.74, No.3, 465~475
7. Xu Jianping. Modeling and analysis of switching DC-DC converter with coupled-inductor, Proceedings of 1991 International Conference on Circuits and Systems. China, 1999, Vol.2, 717~720
8. Czarkowski D, Kazimierczuk M K. Circuit models of PWM DC-DC converters. Aerospace and Electronics Conference, NAECON 1992, Proceedings of the IEEE 1992 National, 1992, Vol.1, 407~413
9. Czarkowski D, Kazimierczuk M K. A new and systematic method of modeling PWM DC-DC converters. IEEE International Conference on Systems Engineering, 1992, 628~631
10. Czarkowski D, Kazimierczuk M K. Static- and dynamic-circuit models of PWM buck-derived DC-DC converters. IEE Proceedings G, Circuits, Devices and Systems, 1992, 139(6): 669~679

11. Ben-Yaakov S, Adar D. Average models as tools for studying the dynamics of switch mode DC-DC converters. PESC '94 Record, 25th Annual IEEE, Power Electronics Specialists Conference, 1994, Vol.2, 1369~1376
12. Dijk E V, Spruijt J N, O'Sullivan D M, Klaassens J B. PWM-switch modeling of DC-DC converters. IEEE Transactions on Power Electronics, 1995, Vol.10, No.6, 659~665
13. Wang T G, Zhou X, and Lee F C. A low voltage high efficiency and high power density DC/DC converter. IEEE Power Electronics Specialists Conference, Record, 1997
14. Ngo K D T. Alternate forms of the PWM switch models. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, Oct. 1999, Vol.35 4, 1283 ~1292
15. Erickson R W, Maksimović D. Fundamentals of power electronics. University of Colorado Boulder, Colorado, 2001, 202~205

第三章 断续工作模式非理想变换器建模

摘要：本章提出非理想 PWM 变换器在断续工作模式下的电路平均法建模，该方法不仅考虑了变换器的寄生参数，而且考虑了电流的纹波。首次建立了非理想 Buck 变换器、非理想 Boost 变换器在断续工作模式下的信号平均模型、DC 和小信号电路模型，导出了传递函数，讨论了连续工作模式和断续工作模式的边界，从仿真和理论分析两个方面研究了在断续工作模式下变换器的寄生参数对其特性的影响，并与临界连续、连续工作模式下的信号特性进行了比较。

3.1 引言

DC-DC PWM 变换器有两种基本工作模式，即连续工作模式 (continuous conduction mode, CCM) 和断续工作模式 (discontinuous conduction mode, DCM)。连续工作模式时，PWM 变换器存在两种开关状态；断续工作模式时，PWM 变换器存在三种开关状态，且电流的纹波大。因而，断续工作模式 PWM 变换器的建模过程比连续工作模式复杂。目前，状态空间平均法^[7-13]、三端开关器件模型法^[1-3]和时间平均等效电路法^[4-6]只用于理想 PWM 变换器在断续工作模式的建模分析，能量守恒法^[6]只用于非理想 PWM 变换器在连续工作模式的建模分析，对于非理想变换器在断续工作模式下的建模，尚未见报道。

本章在第二章非理想基本变换器的电路平均法建模的基础上，提出并研究非理想 PWM 变换器在断续工作模式下的电路平均法建模，该建模方法不仅考虑了变换器的寄生参数，而且考虑了电流的纹波。

3.2 非理想 Buck 变换器断续工作模式建模

Buck 变换器如图 3-1 所示，功率开关 S 的开关周期为 T ，导通时间为 t_{on} ，占空比为 D ， $D = t_{on}/T$ ， D 的扰动量是 \hat{d} ，瞬时值 $d = D + \hat{d}$ 。图 3-2 是考虑寄生参数的变换器的等效电路，功率开关 MOSFET 等效为理想开关和开通电阻 R_{on} 的串联，二极管等效为理想开关、正向压降 V_F 、正向电阻 R_F

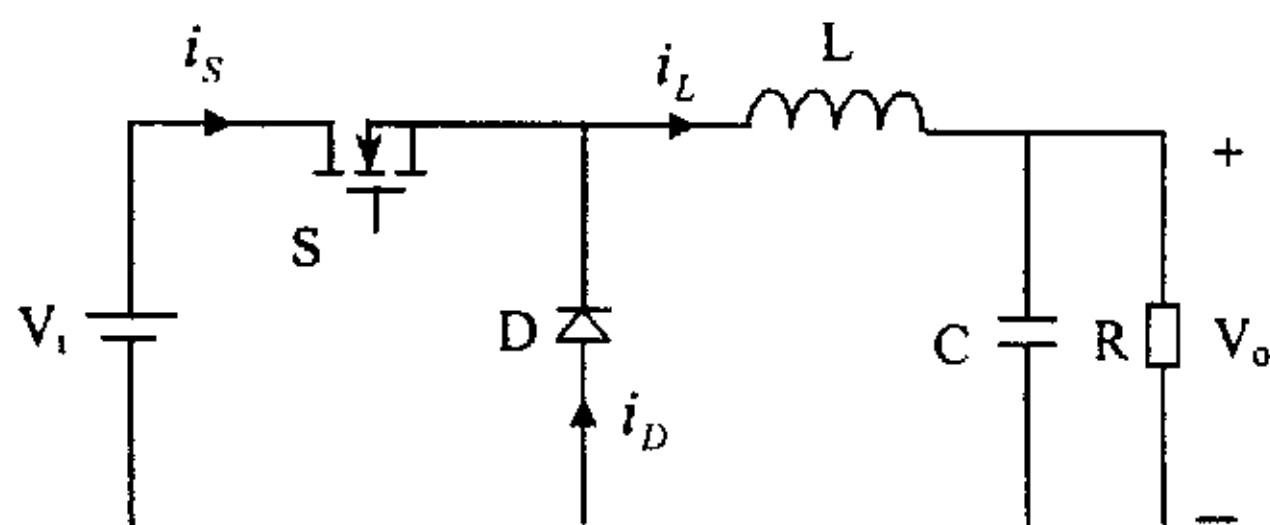


图 3-1 Buck 变换器

的串联, R_L 是滤波电感的等效串联电阻(ESR), R_C 是滤波电容的等效串联电阻(ESR)。

在分析之前, 作如下假设:

- ① 功率 MOSFET 管输出电容忽略不计, 开通电阻是线性的, 关断电阻为无穷大;
- ② 二极管开通状态由线性正向电阻 R_F 和正向压降 V_F 来模拟, 关断电阻为无穷大;
- ③ 无源元件是线性的, 时不变的;
- ④ 在整个开关周期中, 考虑电感的电流纹波;
- ⑤ 输入电压源的输出阻抗对于 AC 和 DC 分量都为 0。

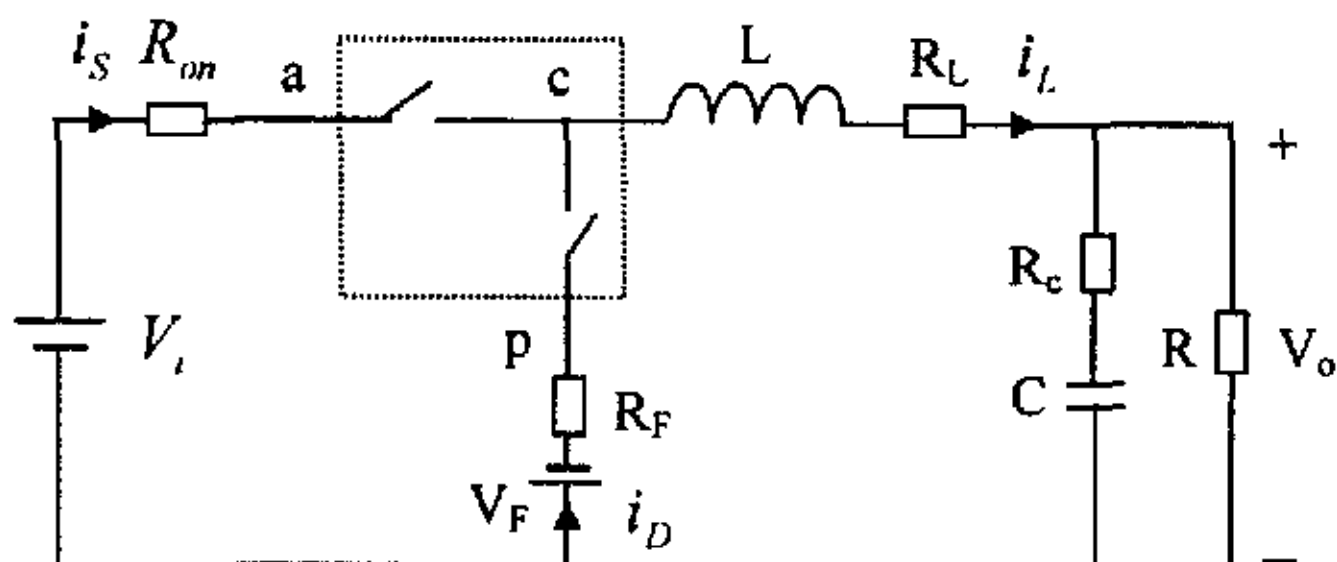


图 3-2 考虑寄生参数的 Buck 变换器等效电路

3.2.1 大信号动态电路模型

Buck 变换器在断续工作模式 (DCM) 下的电流波形如图 3-3 所示, 由图 3-3 得到电流的直流分量之间的关系为

$$\frac{I_S}{D} = \frac{I_D}{D_2} = \frac{I_{\max}}{2} = \frac{I_L}{D + D_2} \quad (3.1)$$

$$I_L = I_o = \frac{V_o}{R} \quad (3.2)$$

式中, I_L 是电感电流平均值 (等于直流输出电流 I_o), I_{\max} 是电感电流最大值, I_S 是功率开关电流的直流分量, I_D 是流过二极管电流的直流分量。

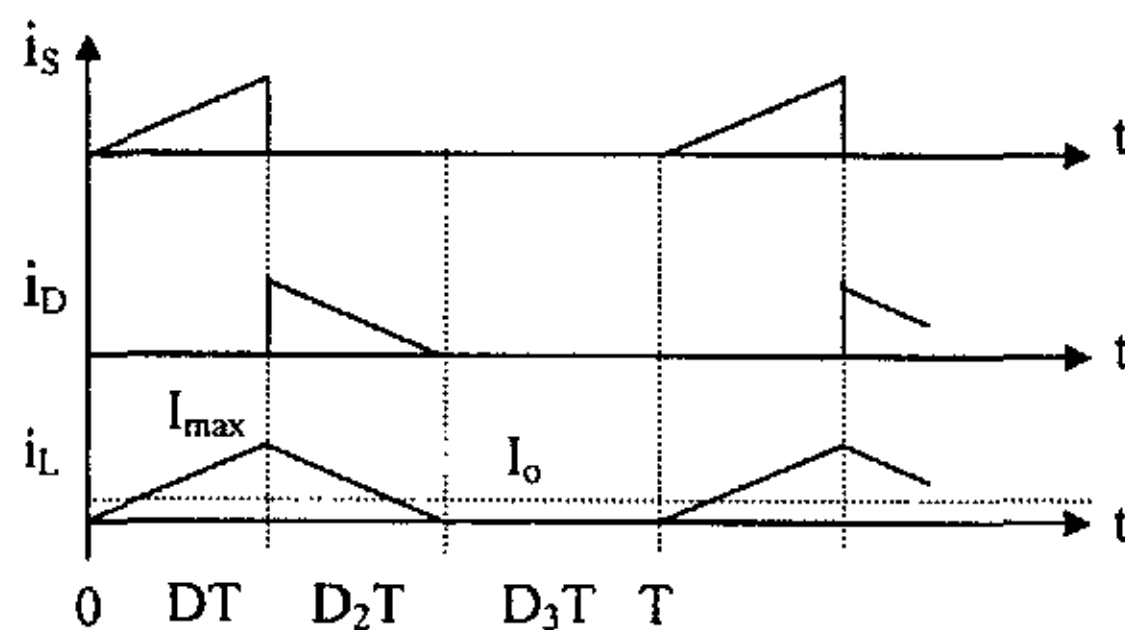


图 3-3 断续工作模式下的电流波形

对于精确模型, 非理想 Buck 变换器在断续工作模式 (DCM) 下等效电路平均模型中的能量损耗必须同实际开关变换器中的能量损耗保持一致, 遵循能量守恒原理。因此, 由图 3-2 可得到图 3-4(a) 平均模型中寄生参数的等效平均值。

当功率开关 S 导通时, 流过功率开关 S 的电流 $i_s = i_L$, 功率开关电流的有效值为

$$I_{Srms} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i_s^2 dt} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^{DT} i_L^2 dt} = \sqrt{\frac{D}{3}} I_{\max} \quad (3.3)$$

因此, 功率 MOSFET 的开通电阻 R_{on} 的功率损耗为

$$P_{Ron} = R_{on} I_{Srms}^2 = \frac{D}{3} R_{on} I_{\max}^2 = \frac{4}{3} \frac{R_{on}}{D} I_S^2 = \frac{4}{3} \frac{D}{(D + D_2)^2} R_{on} I_L^2 \quad (3.4)$$

所以, 功率 MOSFET 的开通电阻 R_{on} 在图 3-4(a) 平均模型中的等效平均电阻 (EAR)

$$\text{为} \quad R'_{on} = \frac{4}{3} \frac{R_{on}}{D} \quad (3.5)$$

当功率开关 S 关断，二极管 D 导通时，流过二极管 D 的电流 $i_D = i_L$ ，二极管电流的有效值为

$$I_{Drms} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i_D^2 dt} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_{DT}^T i_L^2 dt} = \sqrt{\frac{D_2}{3}} I_{max} \quad (3.6)$$

二极管正向电阻的功率损耗为

$$P_{RF} = R_F I_{Drms}^2 = \frac{D_2}{3} R_F I_{max}^2 = \frac{4}{3} \frac{R_F}{D_2} I_D^2 = \frac{4}{3} \frac{D_2}{(D + D_2)^2} R_F I_L^2 \quad (3.7)$$

因此，二极管正向电阻 R_F 在图 3-4(a) 平均模型中的等效平均电阻 (EAR) 为

$$R'_F = \frac{4}{3} \frac{R_F}{D_2} \quad (3.8)$$

$$V_F I_D = \frac{D_2}{D + D_2} I_L V_F \quad (3.9)$$

故二极管正向压降 V_F 在图 3-4(a) 平均模型中的等效平均电压 (EAV) 仍然等于 V_F 。电感电流的有效值为

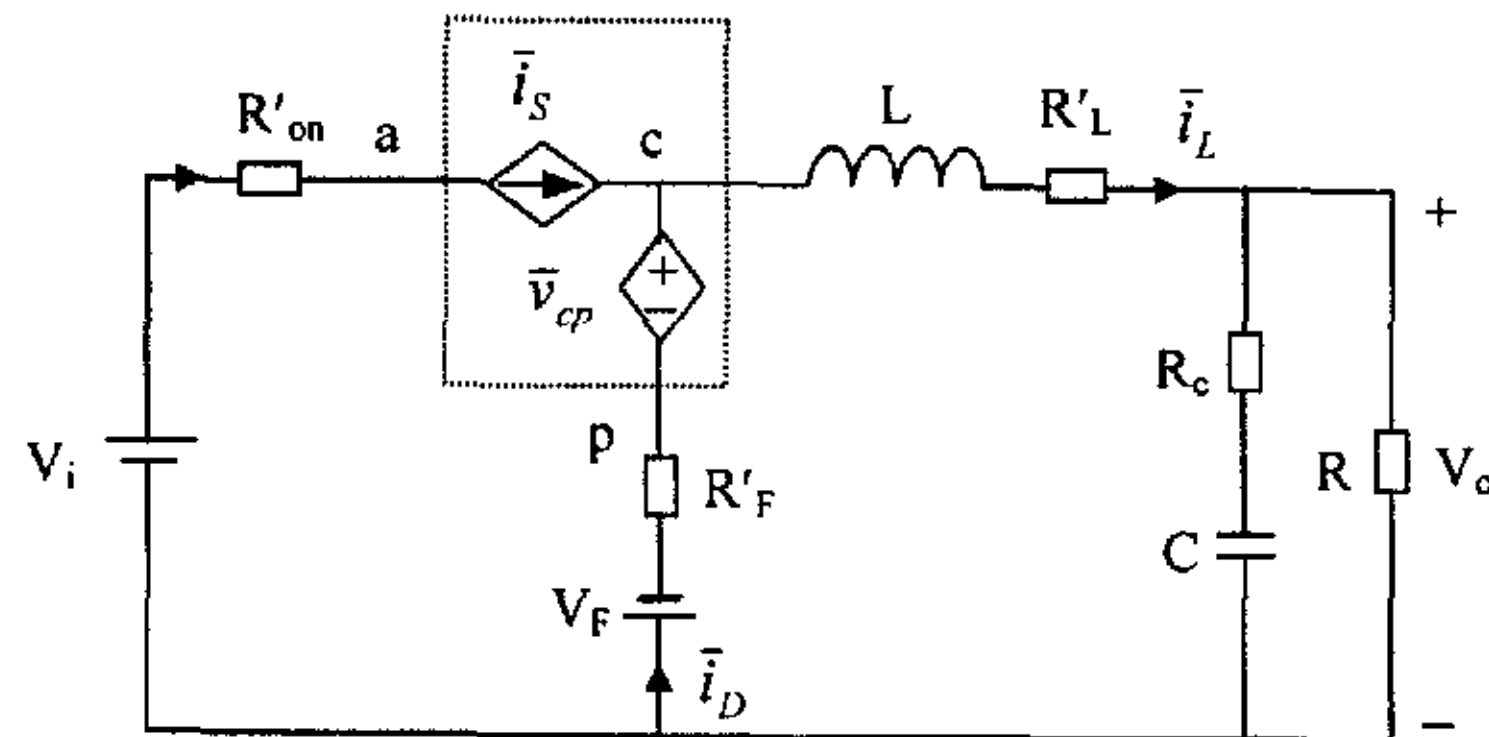
$$I_{Lrm} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i_L^2 dt} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^{DT+D_2T} I_L^2 dt} = \sqrt{\frac{D + D_2}{3}} I_{max} \quad (3.10)$$

电感的等效串联电阻 (ESR) R_L 的能量损耗为

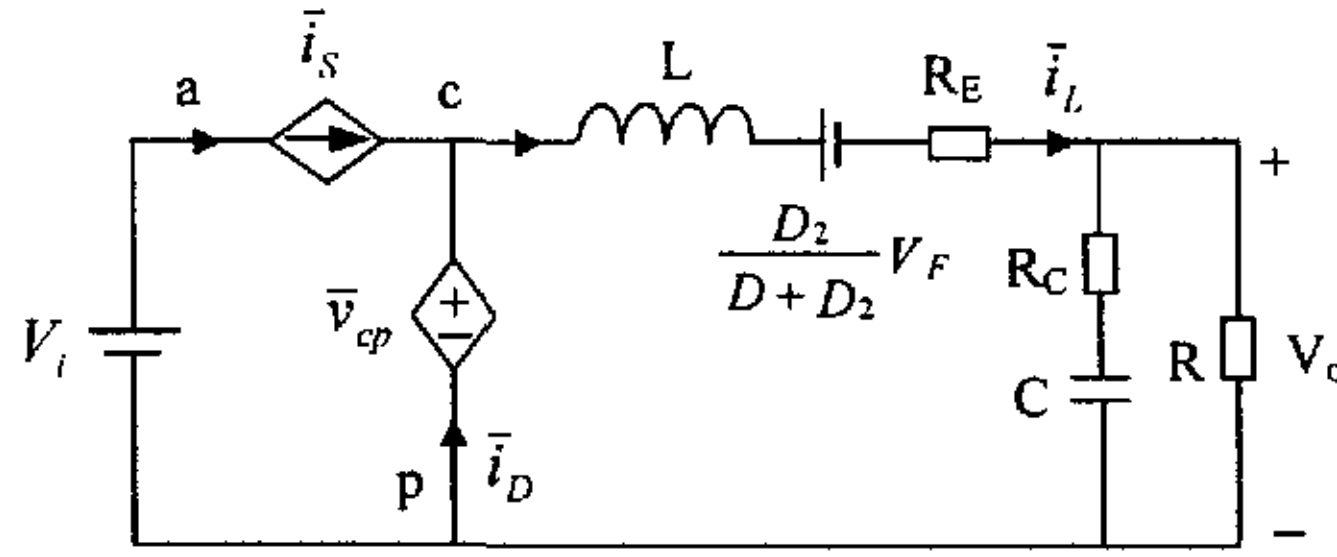
$$P_{RL} = R_L I_{Lrm}^2 = \frac{D + D_2}{3} R_L I_{max}^2 = \frac{4}{3} \frac{R_L}{D + D_2} I_L^2 \quad (3.11)$$

电感的等效串联电阻 (ESR) R_L 在图 3-4(a) 平均模型中的等效电阻为

$$R'_L = \frac{4}{3} \frac{R_L}{D + D_2} \quad (3.12)$$



(a) 寄生参数在原支路



(b) 寄生参数转移到电感支路

图 3-4 Buck 变换器断续工作模式下的等效电路平均模型

图 3-2 虚线所示的 a, p, c 理想 PWM 开关, 可用图 3-4(a) 所示的受控电流源和受控电压源替代, 得到 Buck 变换器在断续工作模式 (DCM) 下的等效电路平均模型, 受控电流源和受控电压的值是整个周期的时间平均值, \bar{i}_s , \bar{i}_D , \bar{i}_L 是平均电流, \bar{v}_{cp} , \bar{v}_{ac} 是平均电压, 均是稳态分量与扰动分量之和的平均值。

根据能量守恒原理, 由式 (3.4, 3.7, 3.9) 分别得到功率开关 MOSFET 折算到电感支路中的等效平均电阻为 $\frac{4}{3} \frac{D}{(D+D_2)^2} R_{on}$, 二极管导通电阻折算到电感支路中的等效平均电阻为 $\frac{4}{3} \frac{D_2}{(D+D_2)^2} R_F$, 二极管的正向压降折算到电感支路中的等效平均电压为 $\frac{D_2}{D+D_2} V_F$ 。电感支路中的总电阻用等效平均电阻 R_E 表示, 得到简化后的 Buck 变换器在断续工作模式 (DCM) 下的大信号平均电路模型如图 3-4(b) 所示, 其中

$$R_E = \frac{4}{3} \frac{R_L}{D+D_2} + \frac{4}{3} \frac{DR_{on}}{(D+D_2)^2} + \frac{4}{3} \frac{D_2 R_F}{(D+D_2)^2} \quad (3.13)$$

由图 3-5 得到平均电流为

$$\bar{i}_s = \frac{I_{max}}{2} d \quad (3.14)$$

$$\bar{i}_D = \frac{I_{max}}{2} d_2 \quad (3.15)$$

$$\bar{i}_s + \bar{i}_D = \frac{d+d_2}{2} I_{max} = \bar{i}_L \quad (3.16)$$

$$\frac{\bar{i}_s}{d} = \frac{\bar{i}_D}{d_2} = \frac{\bar{i}_L}{d+d_2} = \frac{I_{max}}{2} \quad (3.17)$$

一个开关周期中, 电感上电压平均值为零, 由图 3-6(a) 得到平均电压为

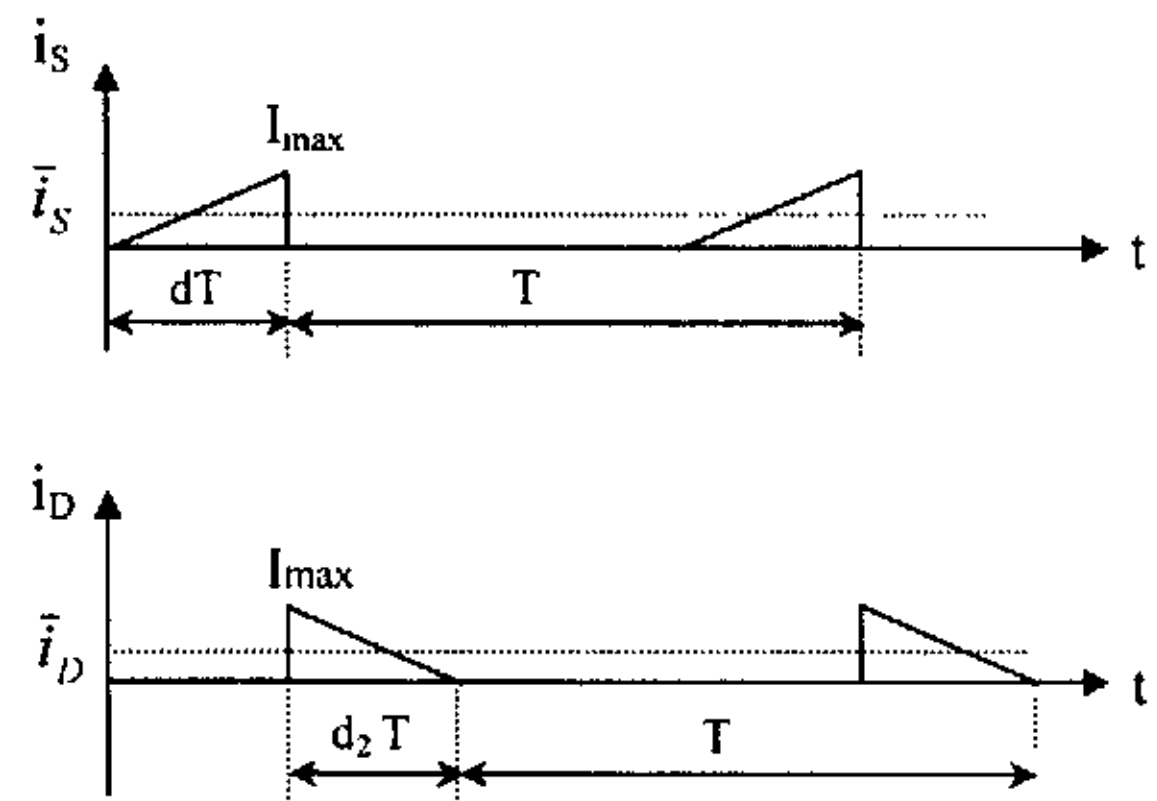


图 3-5 理想 PWM 开关断续工作模式电流波形

$$\bar{v}_L = d(v_{ap} - v_{dp}) + d_2 \cdot (-v_{dp}) + (1 - d - d_2) \cdot 0 = 0 \quad (3.18)$$

$$v_{dp} = \frac{d}{d + d_2} v_{ap} \quad (3.19)$$

$$\bar{v}_{ac} = d \cdot 0 + d_2 v_{ap} + (1 - d - d_2)(v_{ap} - v_{dp}) = v_{ap} - v_{dp} = \frac{d_2}{d + d_2} v_{ap} \quad (3.20)$$

$$\bar{v}_{cp} = d v_{ap} + d_2 \cdot 0 + (1 - d - d_2)v_{dp} = v_{dp} = \frac{d}{d + d_2} v_{ap} \quad (3.21)$$

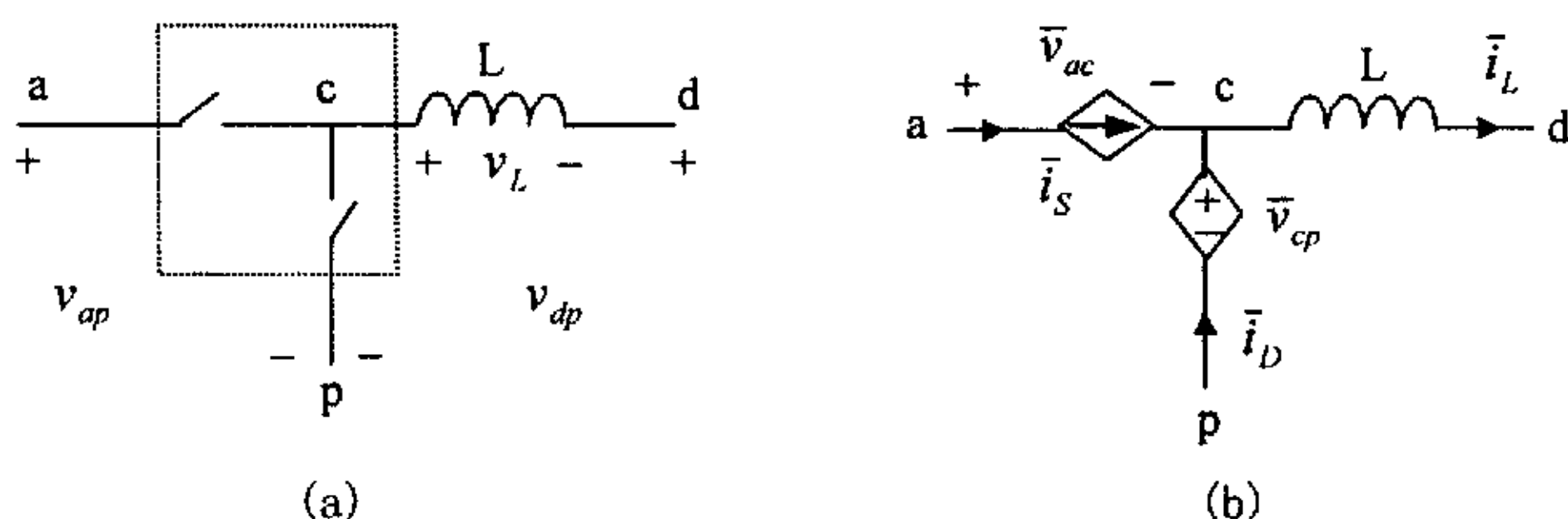


图 3-6 断续工作模式理想 PWM 开关平均电压的定义

由式 (3.20, 3.21)、图 3-5、3-6(a) 和三端开关器件模型法^[2]得

$$\frac{v_{ap} - v_{dp}}{L} = \frac{\bar{v}_{ac}}{L} = \frac{I_{\max}}{dT} \quad (3.22)$$

$$\frac{v_{dp}}{L} = \frac{\bar{v}_{cp}}{L} = \frac{I_{\max}}{d_2 T} \quad (3.23)$$

由式 (3.14, 3.15, 3.22, 3.23) 得

$$\frac{d}{d_2} = \frac{d^2 T}{2L} \cdot \frac{\bar{v}_{cp}}{\bar{i}_s} = \frac{d^2 T}{2L} \cdot \frac{\bar{v}_{ac}}{\bar{i}_D} \quad (3.24)$$

定义 $\frac{d}{d + d_2} = d_c$, 由式 (3.17, 3.20, 3.21, 3.24) 得到平均电压、平均电流之

间的关系为

$$\bar{i}_s = d_c \bar{i}_L = \frac{d}{d_2} \bar{i}_D \quad (3.25)$$

$$\bar{v}_{cp} = d_c v_{ap} = \frac{d}{d_2} \bar{v}_{ac} \quad (3.26)$$

$$d_2 = \frac{2L}{dT} \cdot \frac{\bar{i}_s}{\bar{v}_{cp}} = \frac{2L}{dT} \cdot \frac{\bar{i}_D}{\bar{v}_{ac}} \quad (3.27)$$

由式 (3.25, 3.26) 得到的理想 PWM 开关在断续工作模式 (DCM) 下的平均模型

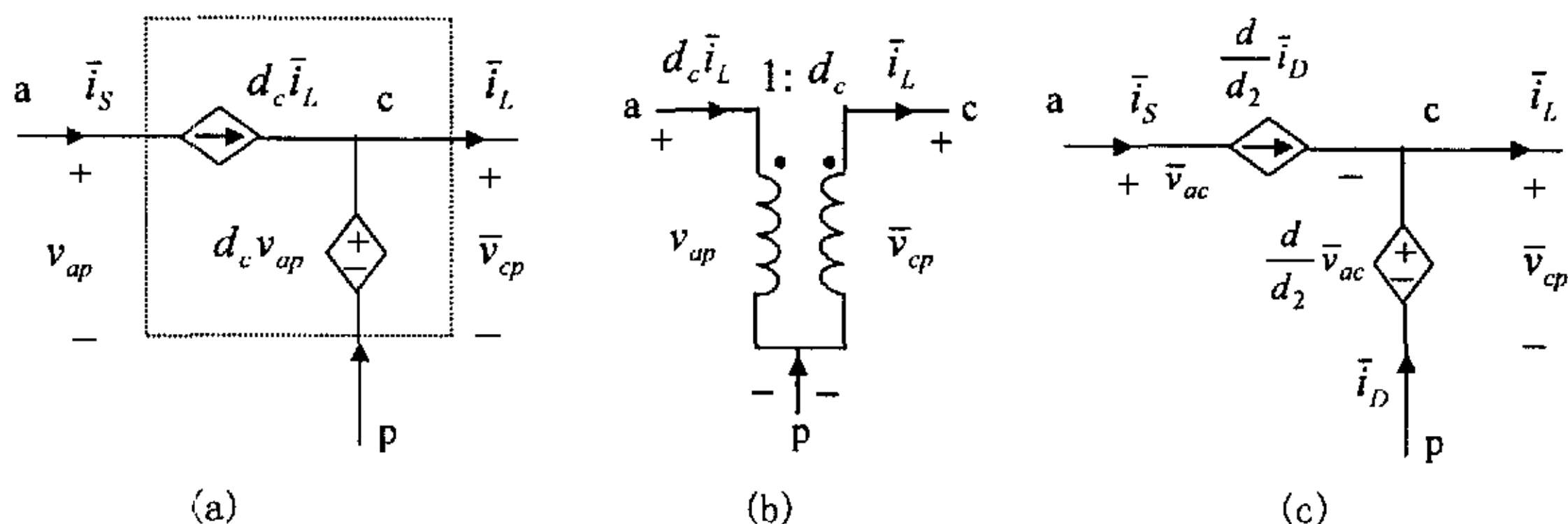


图 3-7 理想 PWM 开关在断续工作模式下的平均模型

如图 3-7 所示。当控制变量为平均电流 \bar{i}_L 和平均电压 v_{ap} 时, 理想 PWM 开关在断续工作模式 (DCM) 下的平均模型如图 3-7(a)、(b) 所示, 图中 $d_c = \frac{d}{d+d_2}$, $d+d_2=1$ 时, $d_c = d$,

即为理想 PWM 开关在连续工作模式 (CCM) 下的平均模型, 图 3-7(a)、(b) 分别和图 2-5(a)、(b) 完全一致。因而, 图 3-7(a)、(b) 统一了理想 PWM 开关在连续工作模式 (CCM) 和断续工作模式 (DCM) 的平均模型。控制变量为平均电流 \bar{i}_D 和平均电压 \bar{v}_{ac} 时, PWM 开关在断续工作模 (DCM) 下的平均模型如图 3-7(c) 所示。

将图 3-7(b) 和 (c) 代替图 3-4 中的 a, p, c 理想 PWM 开关, 得到 Buck 变换器在断续工作模式下的的大信号平均模型如图 3-8 所示。图 3-8(b)

当 $d+d_2=1$ 时, $d_c = \frac{d}{d+d_2} = d$, 即为非理想 Buck 变换器在连续工作模式下的的大信号平均模型, 与图 2-5(c) 一致, 图 3-8(b) 统一了非理想 Buck 变换器在连续工作模式和断续工作模式下的的大信号平均模型。不难证明, 图 3-8(a) 和图 3-8(b) 是等效的^[14]。

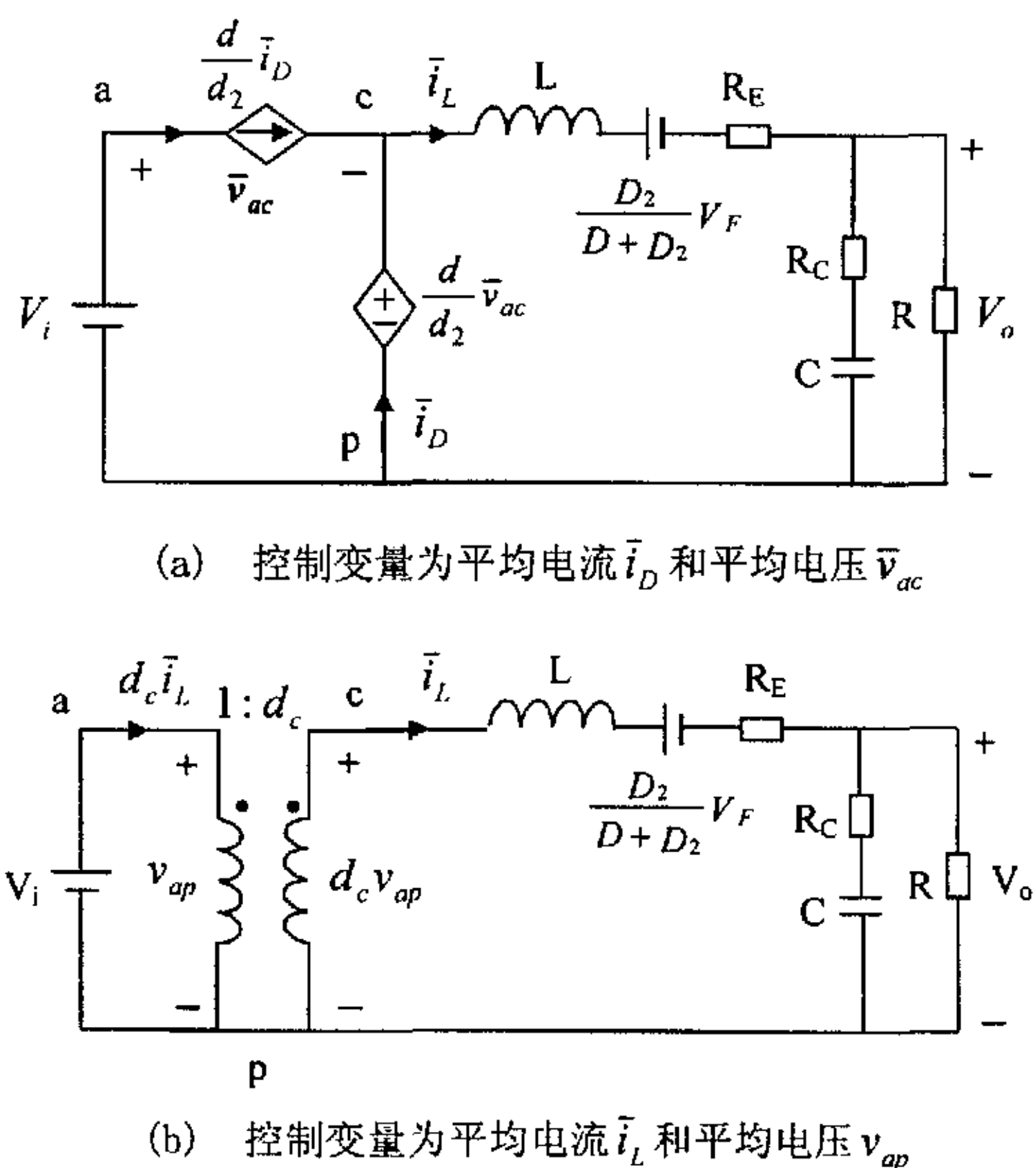


图 3-8 非理想 Buck 变换器在断续工作模式下的的大信号平均模型

3.2.2 DC 电路模型

令 $d = D + \hat{d}$, $\bar{i}_S = I_S + \hat{i}_S$, $\bar{i}_D = I_D + \hat{i}_D$, $\bar{i}_L = I_L + \hat{i}_L$, $\bar{v}_{cp} = V_{cp} + \hat{v}_{cp}$, $\bar{v}_{ac} = V_{ac} + \hat{v}_{ac}$, 代入式 (3.25~3.27) 并整理得

$$I_S + \hat{i}_S = \frac{(D + \hat{d})^2 T}{2L} (V_{ac} + \hat{v}_{ac}) \quad (3.28)$$

$$V_{cp} + \hat{v}_{cp} = \frac{(D + \hat{d})^2 T}{2L} \cdot \frac{(V_{ac} + \hat{v}_{ac})^2}{I_D + \hat{i}_D} \quad (3.29)$$

令扰动量 $\hat{d} = 0$, $\hat{i}_S = \hat{i}_D = \hat{i}_L = 0$, $\hat{v}_{cp} = \hat{v}_{ac} = 0$, 由式 (3.1, 3.28, 3.29) 得

$$I_S = \frac{D}{D_2} I_D = \frac{D^2 T}{2L} V_{ac} \quad (3.30)$$

$$V_{cp} = \frac{D}{D_2} V_{ac} \quad (3.31)$$

在进行 DC 稳态分析时, 电容 C 开路, 电感 L 短路, 由式 (3.30, 3.31) 得到非理想 Buck 变换器在断续工作模式 (DCM) 下的 DC 等效电路模型如图 3-9 所示。由图 3-9 求得

$$I_D = \frac{D_2}{D + D_2} \cdot \frac{V_o}{R}, \quad V_{cp} = \frac{DV_i}{D + D_2},$$

$$V_o = \frac{1}{D + D_2} \cdot \frac{DV_i - D_2 V_F}{1 + \frac{R_E}{R}},$$

$$V_{ac} = \frac{D_2}{D + D_2} V_i, \quad D_2 = \frac{DRV_i - D(R + R_E)V_o}{(R + R_E)V_o + RV_F}, \quad \eta \equiv \frac{V_o I_L}{V_i I_S} = \frac{1}{1 + \frac{R_E}{R} + \frac{D_2}{D + D_2} \cdot \frac{V_F}{V_o}}.$$

为了提高效率, 必须使 $R_E \ll R$, $V_F \ll \frac{(D + D_2)V_o}{D_2}$ 。当 $D + D_2 = 1$ 时, $D_2 = 1 - D$,

$$V_o = \frac{DV_i - (1 - D)V_F}{1 + R_E/R}, \quad \eta = \frac{1}{1 + \frac{R_E}{R} + \frac{(1 - D)V_F}{V_o}}, \quad \text{与 Buck 变换器工作在连续模式 (CCM)}$$

下的式 (2.23, 2.24) 相同。由于断续工作模式 $D + D_2 < 1$, $\frac{D_2}{D + D_2} = 1 - \frac{D}{D + D_2} < 1 - D$, 故 Buck 变换器在断续工作模式 (DCM) 下的效率比连续工作模式 (CCM) 下高。

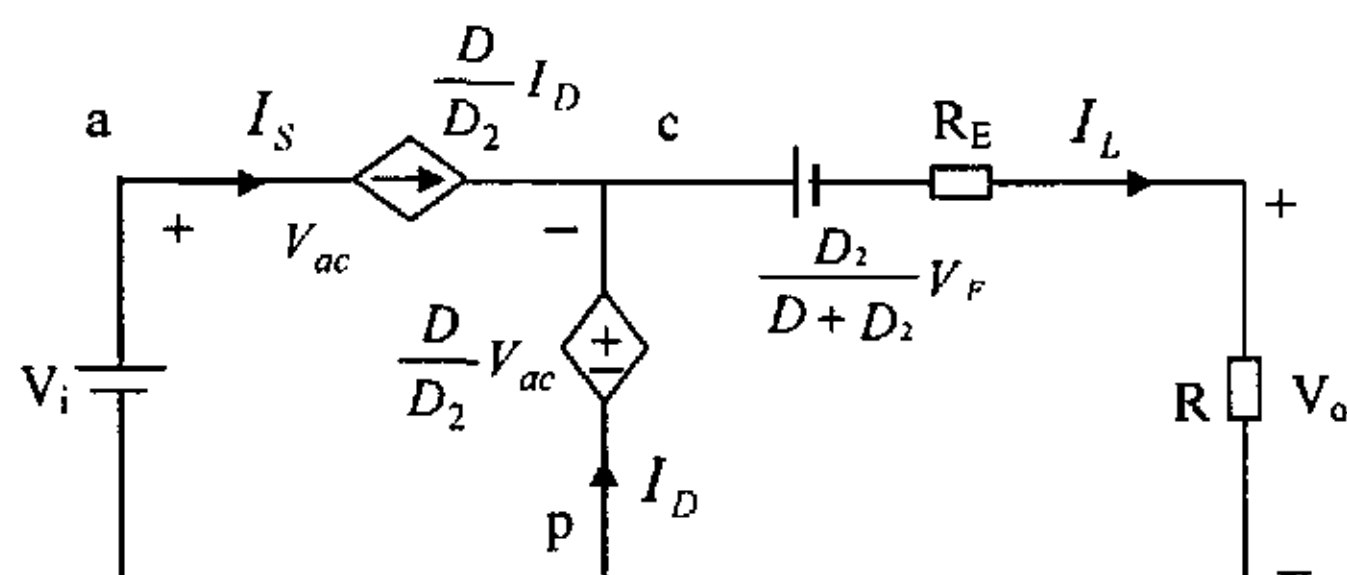


图 3-9 非理想 Buck 变换器在断续工作模式 (DCM) 下的 DC 模型

3.2.3 断续工作模式和连续工作模式的边界

Buck 变换器电感电流临界连续时的 i_L 波形如图 3-10 所示。考虑 Buck 变换器的寄生参数, $R_E \neq 0$, $V_F \neq 0$, 则

$$I_o = \frac{V_o}{R} = \frac{DV_i - (1-D)V_F}{R + R_E} \quad (3.32)$$

$$\Delta i_L = \frac{V_i D(1-D)T}{2L} \quad (3.33)$$

当 $I_o > \Delta i_L$ 时, 非理想 Buck 变换器工作在连续模式 (CCM); 当 $I_o < \Delta i_L$ 时, 非理想 Buck 变换器工作在断续模式 (DCM)。由式 (3.32, 3.33) 得

$$\frac{2L}{(R + R_E)T} < \frac{V_i D(1-D)}{DV_i - (1-D)V_F} \quad (3.34)$$

$$\text{令 } K = \frac{2L}{(R + R_E)T}, K_{crit}(D) = \frac{1-D}{1-(1-D)V_F/DV_i}, R_{crit}(D) = \frac{2L[1-(1-D)V_F/DV_i]}{(1-D)T} - R_E,$$

则 $K < K_{crit}$ 或 $R > R_{crit}(D)$, 非理想 Buck 变换器工作在断续模式 (DCM); 反之, $K > K_{crit}$ 或 $R < R_{crit}(D)$, 非理想 Buck 变换器工作在连续模式 (CCM)。

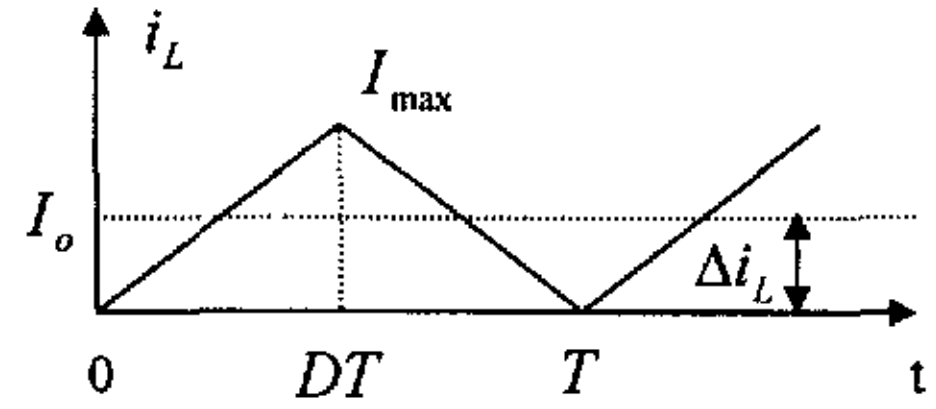


图 3-10 电感电流临界连续

3.2.4 小信号线性电路模型

对输入电压 V_i 和输出电压 V_o 施加扰动, 扰动量分别为 \hat{v}_i 和 \hat{v}_o , $v_i = V_i + \hat{v}_i$, $v_o = V_o + \hat{v}_o$, 在进行动态小信号分析时, 假设 $\frac{\hat{v}_{ac}}{V_{ac}} \ll 1$, $\frac{\hat{i}_D}{I_D} \ll 1$, $\frac{\hat{i}_S}{I_S} \ll 1$, $\frac{\hat{d}}{D} \ll 1$, 则可以忽略 $\hat{v}_{cp} \hat{i}_D$, $\hat{v}_{ac} \hat{i}_S$, \hat{d}^2 , $\hat{d} \hat{v}_{ac}$, 整理式 (3.28, 3.29) 并使之线性化, 得

$$\hat{i}_S = \frac{D^2 T}{2L} \hat{v}_{ac} + \frac{DV_{ac} T}{L} \hat{d} = g_i \hat{v}_{ac} + k_i \hat{d} \quad (3.35)$$

$$\begin{aligned} \hat{i}_D &= \frac{V_{ac}}{V_{cp}} \hat{i}_S + \frac{I_S}{V_{cp}} \hat{v}_{ac} - \frac{I_D}{V_{cp}} \hat{v}_{cp} = \frac{2I_S}{V_{cp}} \hat{v}_{ac} + \frac{2I_D}{D} \hat{d} - \frac{I_D}{V_{cp}} \hat{v}_{cp} \\ &= g_f \hat{v}_{ac} + k_o \hat{d} - g_o \hat{v}_{cp} \end{aligned} \quad (3.36)$$

$$\text{式中 } g_i = \frac{I_S}{V_{ac}} = \frac{D^2 T}{2L}, k_i = \frac{2I_S}{D} = \frac{DV_{ac} T}{L}, k_o = \frac{2I_D}{D}, g_o = \frac{I_D}{V_{cp}}, g_f = \frac{2I_S}{V_{cp}} = \frac{2I_D}{V_{ac}}。$$

由式 (3.35, 3.36) 可得到 a, p, c, PWM 开关在断续工作模式 (DCM) 下的小信号模型如图 3-11 所示, Buck 变换器在断续工作模式 (DCM) 下的小信号电路模型如图

3-12 所示。

如果图 3-12 中 $R_E = 0$ ，则得到的 Buck 变换器在断续工作模式 (DCM) 下的小信号电路模型与用三端开关器件模型法得到的相同，这表明了图 3-12 是文[2]三端开关器件模型法的小信号模型的推广。

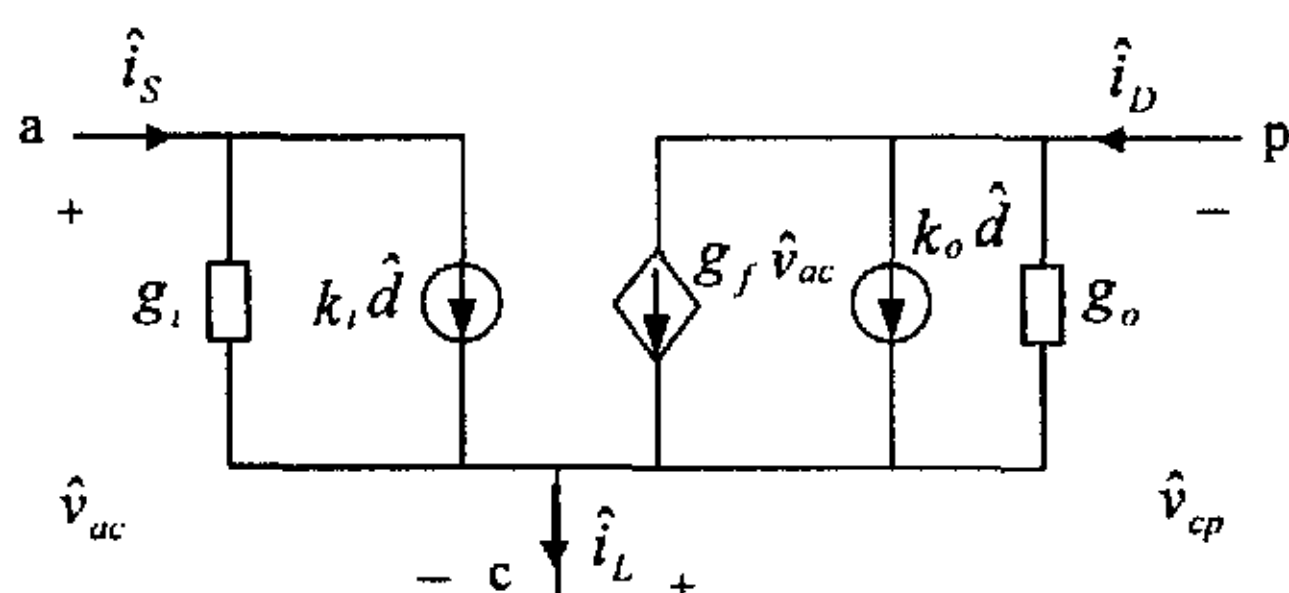


图 3-11 理想 PWM 开关在断续工作模式 (DCM) 下的小信号电路模型

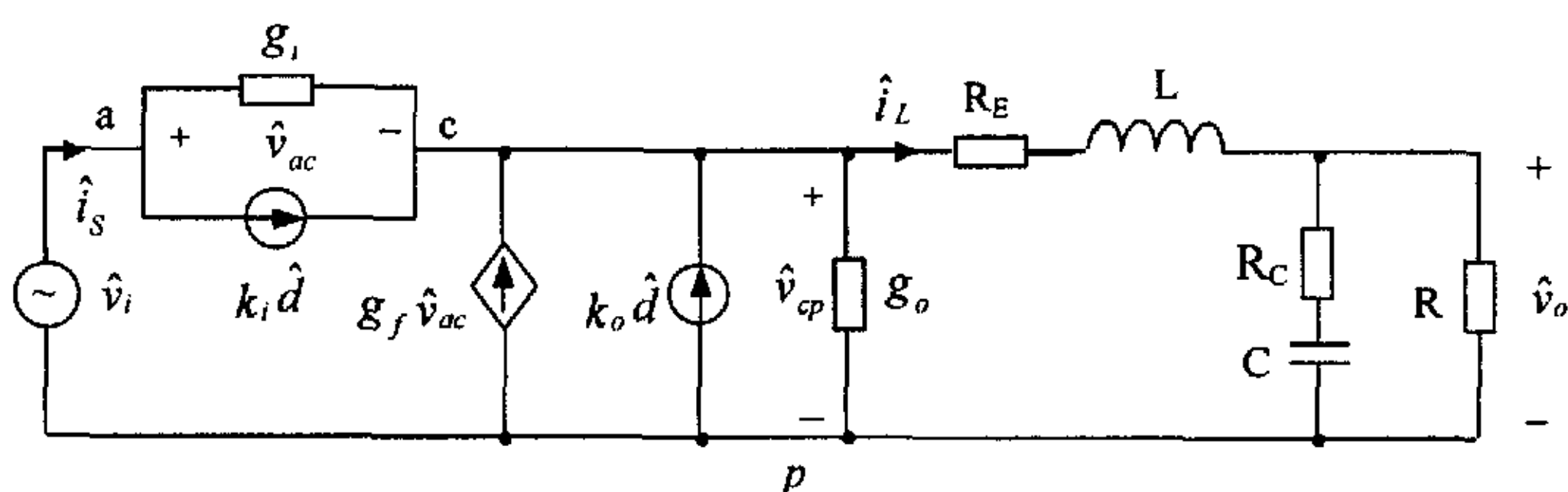


图 3-12 非理想 Buck 变换器在断续工作模式 (DCM) 下的小信号模型

3.2.5 断续工作模式 (DCM) 传递函数

由图 3-12 小信号模型，可进行小信号分析，导出非理想 Buck 变换器在断续工作模式 (DCM) 下的传递函数。

1. $\hat{d}(s)$ 对输出电压 $\hat{v}_o(s)$ 的传递函数 $G_{vd}(s)$ ，令 $\hat{v}_i(s) = 0$ ，可求得

$$\begin{aligned}
 G_{vd}(s) &= \frac{\hat{v}_o(s)}{\hat{d}(s)} \\
 &= \frac{(k_i + k_o)R}{g_i + g_o + g_f} \cdot \frac{s R_c C + 1}{\frac{1}{g_i + g_o + g_f} + R + R_E + s \left[\frac{(R + R_c)C}{g_i + g_o + g_f} + R_E(R + R_c)C + R R_c C + L \right] + s^2 (R + R_c)LC} \\
 &= \frac{(k_i + k_o)R}{1 + (R + R_E)(g_i + g_o + g_f)} \cdot \frac{1 + s/\omega_{z1}}{1 + 2\xi \frac{s}{\omega_o} + \left(\frac{s}{\omega_o} \right)^2} \quad (3.37)
 \end{aligned}$$

2. 输出阻抗 $Z_o(s)$ ，令 $\hat{v}_i(s) = 0$ ， $\hat{d}(s) = 0$ ，可求得

$$Z_o(s) = \frac{R(1 + s R_c C) \left(R_E + sL + \frac{1}{g_i + g_o + g_f} \right)}{\frac{1}{g_i + g_o + g_f} + R + R_E + s \left[\frac{(R + R_c)C}{g_i + g_o + g_f} + R_E(R + R_c)C + R R_c C + L \right] + s^2 (R + R_c)LC}$$

$$= \frac{R[1 + R_E(g_i + g_o + g_f)]}{1 + (R + R_E)(g_i + g_o + g_f)} \cdot \frac{(1 + s/\omega_{z1})(1 + s/\omega_{z2})}{1 + 2\xi \frac{s}{\omega_o} + \left(\frac{s}{\omega_o}\right)^2} \quad (3.38)$$

3. 输入电压 $\hat{v}_i(s)$ 对输出电压 $\hat{v}_o(s)$ 的传递函数 $A(s)$, 令 $\hat{d}(s) = 0$, 可求得

$$\begin{aligned} A(s) &= \frac{\hat{v}_o(s)}{\hat{v}_i(s)} \\ &= \frac{(g_o + g_f)R}{g_i + g_o + g_f} \cdot \frac{s R_c C + 1}{\frac{1}{g_i + g_o + g_f} + R + R_E + s \left[\frac{(R + R_c)C}{g_i + g_o + g_f} + R_E(R + R_c)C + R R_c C + L \right] + s^2(R + R_c)LC} \\ &= \frac{(g_o + g_f)R}{1 + (R + R_E)(g_i + g_o + g_f)} \cdot \frac{1 + s/\omega_{z1}}{1 + 2\xi \frac{s}{\omega_o} + \left(\frac{s}{\omega_o}\right)^2} \end{aligned} \quad (3.39)$$

$$\text{式中, 转角频率 } \omega_o = \sqrt{\frac{1/(g_i + g_o + g_f) + (R + R_E)}{(R + R_c)LC}}, \quad \omega_{z2} = \frac{1 + R_E(g_i + g_o + g_f)}{(g_i + g_o + g_f)L}$$

$$\text{阻尼比 } \xi = \frac{(R + R_c)C + (R_E R C + R_E R_c C + R R_c C + L)(g_i + g_o + g_f)}{2\sqrt{[1 + (R + R_E)(g_i + g_o + g_f)](g_i + g_o + g_f)(R + R_c)LC}}, \quad \omega_{z1} = \frac{1}{R_c C}$$

$$\text{品质因数 } Q = \frac{1}{2\xi} = \frac{\sqrt{[1 + (R + R_E)(g_i + g_o + g_f)](g_i + g_o + g_f)(R + R_c)LC}}{(R + R_c)C + (R_E R C + R_E R_c C + R R_c C + L)(g_i + g_o + g_f)}.$$

如果不考虑功率开关 MOSFET 的开通电阻、二极管的正向导通电阻、电感的等效串联电阻, 即 $R_{on} = R_F = R_L = 0$, 但考虑输出滤波电容的等效串联电阻, $R_c \neq 0$, 则

$$R_E = \frac{4}{3} \frac{R_L}{D + D_2} + \frac{4}{3} \frac{D R_{on}}{(D + D_2)^2} + \frac{4}{3} \frac{D_2 R_F}{(D + D_2)^2} = 0, \text{ 传递函数 (3.37~3.39) 为}$$

$$\begin{aligned} G_{vd}(s) &= \frac{\hat{v}_o(s)}{\hat{d}(s)} \Big|_{\hat{v}_i(s)=0} \\ &= \frac{(k_i + k_o)R}{g_i + g_o + g_f} \cdot \frac{s R_c C + 1}{\frac{1}{g_i + g_o + g_f} + R + s \left[\frac{(R + R_c)C}{g_i + g_o + g_f} + R R_c C + L \right] + s^2(R + R_c)LC} \end{aligned} \quad (3.40)$$

$$Z_o(s) = \frac{R(1 + s R_c C)[sL + 1/(g_i + g_o + g_f)]}{\frac{1}{g_i + g_o + g_f} + R + s \left[\frac{(R + R_c)C}{g_i + g_o + g_f} + R R_c C + L \right] + s^2(R + R_c)LC} \quad (3.41)$$

$$\begin{aligned} A(s) &= \frac{\hat{v}_o(s)}{\hat{v}_i(s)} \Big|_{\hat{d}(s)=0} \\ &= \frac{(g_o + g_f)R}{g_i + g_o + g_f} \cdot \frac{s R_c C + 1}{\frac{1}{g_i + g_o + g_f} + R + s \left[\frac{(R + R_c)C}{(g_i + g_o + g_f)} + R R_c C + L \right] + s^2(R + R_c)LC} \end{aligned} \quad (3.42)$$

若 Buck 变换器的所有寄生电阻都不考虑, 即 $R_{on} = R_F = R_L = R_C = 0$, 则

$$G_{vd}(s) = \frac{(k_i + k_o)R}{g_i + g_o + g_f} \cdot \frac{1}{\frac{1}{g_i + g_o + g_f} + R + s\left(\frac{RC}{g_i + g_o + g_f} + L\right) + s^2 RLC} \quad (3.43)$$

$$Z_o(s) = \frac{R(sL + \frac{1}{g_i + g_o + g_f})}{\frac{1}{g_i + g_o + g_f} + R + s\left(\frac{RC}{g_i + g_o + g_f} + L\right) + s^2 RLC} \quad (3.44)$$

$$A(s) = \frac{(g_o + g_f)R}{g_i + g_o + g_f} \cdot \frac{1}{\frac{1}{g_i + g_o + g_f} + R + s\left(\frac{RC}{g_i + g_o + g_f} + L\right) + s^2 RLC} \quad (3.45)$$

上述不考虑开关器件导通电阻的传递函数表达式 (3.40~3.45) 可用三端开关器件模型法^[2]和时间平均等效电路模型法^[5]得到, 可见, 三端开关器件模型法和时间平均等效电路模型法只是断续工作模式 (DCM) 非理想变换器电路平均法建模的特例, 电路平均法是它们在实际非理想环境下的改进与推广。

3.3 非理想 Boost 变换器断续工作模式建模

Boost 变换器如图 3-13(a) 所示, 功率开关 S 的开关周期为 T, 导通时间为 t_{on} , 占空比为 D, $D = t_{on}/T$, D 的扰动量是 \hat{d} , 瞬时值 $d = D + \hat{d}$ 。图 3-13(b) 是考虑寄生参数的变换器的等效电路, R_{on} 是功率开关 S 的开通电阻, V_F 是二极管的正向压降, R_F 是二极管的正向电阻, R_L 是电感 L 的等效串联电阻 (ESR), R_C 是滤波电容的等效串联电阻 (ESR)。非理想 Boost 变换器在断续工作模式 (DCM) 下的电路平均法建模思路、假设条件与非理想 Buck 变换器在断续工作模式下的电路平均法建模相同。

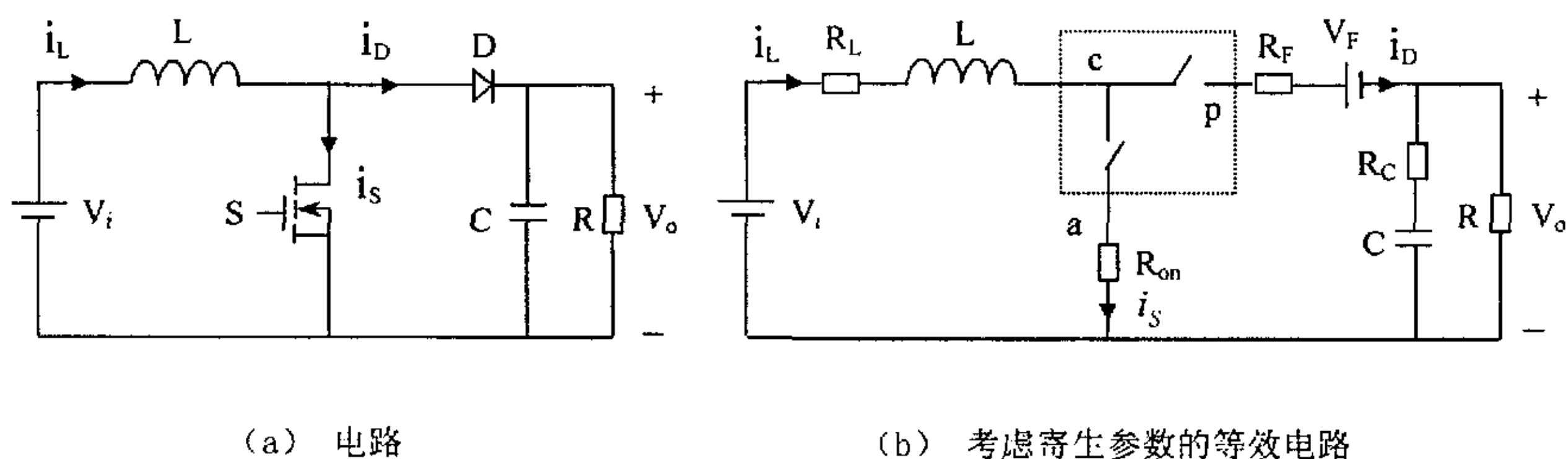


图 3-13 Boost 变换器

3.3.1 大信号动态电路模型

Boost 变换器在断续工作模式 (DCM) 下的电流波形如图 3-14 所示, 电流的直流分量之间的关系为

$$\frac{I_D}{D_2} = \frac{I_S}{D} = \frac{I_L}{D + D_2} = \frac{I_{\max}}{2} \quad (3.46)$$

$$I_D = I_o = \frac{V_o}{R} \quad (3.47)$$

式中 I_L 是流过电感的电流的直流分量, I_S 是流过功率开关电流的直流分量, I_D 是流过二极管电流的直流分量, I_o 是直流输出电流。

电流有效值为

$$I_{Srm} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i_S^2 dt} = \sqrt{\frac{D}{3}} I_{\max} \quad (3.48)$$

$$I_{Drm} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i_D^2 dt} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_{DT}^T i_L^2 dt} = \sqrt{\frac{D_2}{3}} I_{\max} \quad (3.49)$$

$$I_{Lrm} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i_L^2 dt} = \sqrt{\frac{D + D_2}{3}} I_{\max} \quad (3.50)$$

功率损耗为

$$P_{Ron} = R_{on} I_{Srm}^2 = \frac{4R_{on}}{3D} I_S^2 = \frac{4}{3} \frac{D}{(D + D_2)^2} R_{on} I_L^2 \quad (3.51)$$

$$P_{R_F} = R_F I_{Drm}^2 = \frac{D_2}{3} R_F I_{\max}^2 = \frac{4R_F}{3D_2} I_D^2 = \frac{4}{3} \frac{D_2}{(D + D_2)^2} R_F I_L^2 \quad (3.52)$$

$$P_{R_L} = R_L I_{Lrm}^2 = \frac{D + D_2}{3} R_L I_{\max}^2 = \frac{4}{3} \frac{R_L}{D + D_2} I_L^2 \quad (3.53)$$

$$V_F I_D = \frac{D_2}{D + D_2} V_F I_L \quad (3.54)$$

Boost 变换器在断续工作模式下等效电路平均模型中的能量损耗必须同实际开关变换器中的能量损耗保持一致, 遵循能量守恒原理。

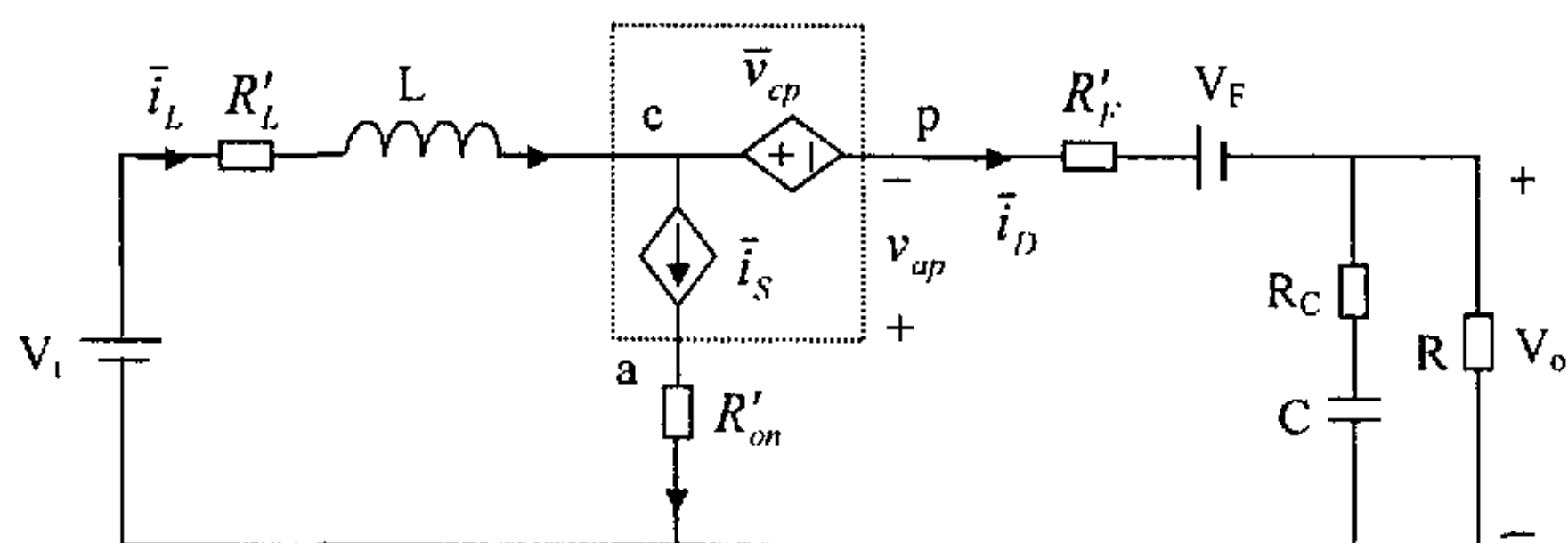


图 3-14 断续工作模式下的电流波形

(a) 平均寄生参数在原支路

由式 (3.51 ~ 3.54) 得到图 3-15(a) 平均模型中的等效平均电阻 (EAR) 为

$$R'_{on} = \frac{4 R_{on}}{3D}$$

$$R'_F = \frac{4 R_F}{3 D_2}$$

$$R'_L = \frac{4 R_L}{3 D + D_2}$$

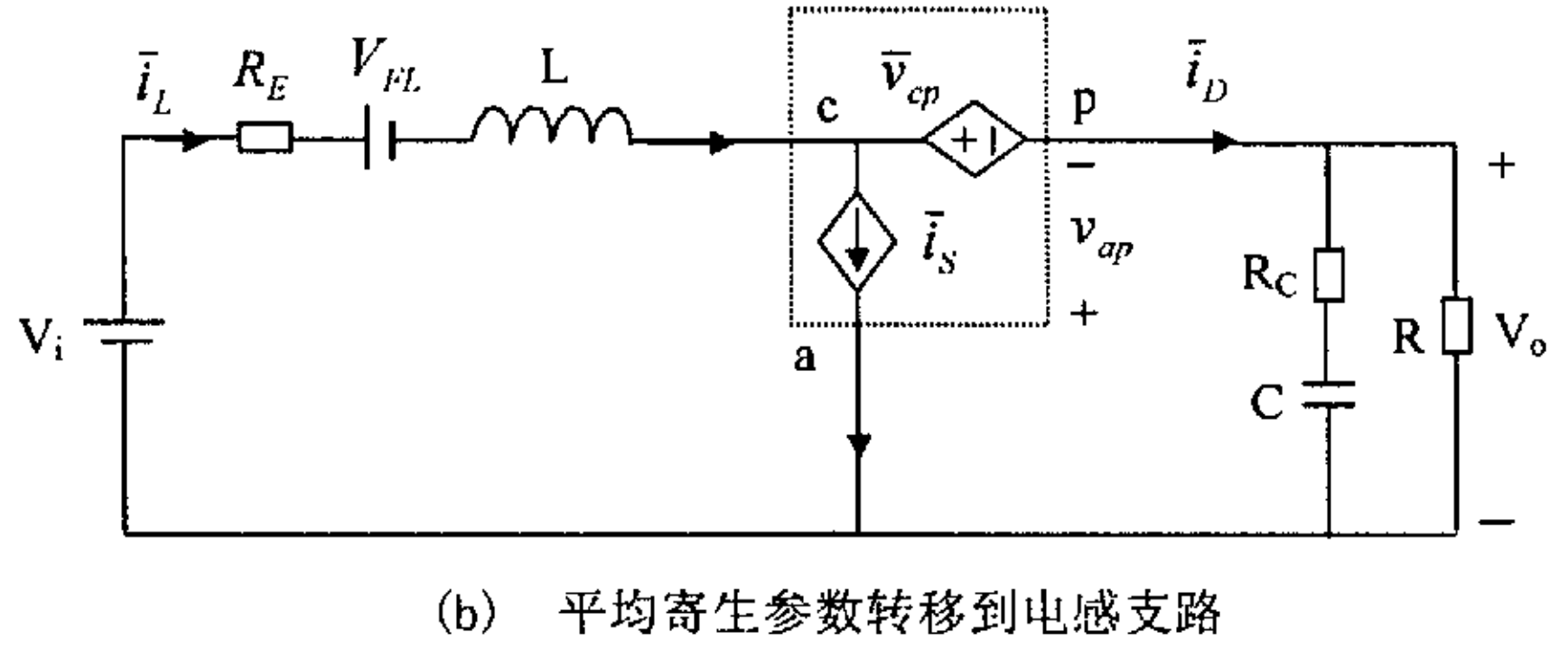


图 3-15 非理想 Boost 变换器在断续工作模式 (DCM) 下的大信号平均模型

图 3-13(b) 虚线所示的理想开关组成 a、p、c 理想 PWM 开关，可用图 3-15(a) 所示的受控电流源和受控电压源替代，得到 Boost 变换器在断续工作模式 (DCM) 下的等效电路平均模型，受控电流源和受控电压的值是整个周期的时间平均值， \bar{i}_S ， \bar{i}_D ， \bar{i}_L 是平均电流， \bar{v}_{cp} ， \bar{v}_{ac} 是平均电压，均表示是稳态分量与扰动分量之和的平均值。

为了简化模型，由式 (3.51~3.54) 得到功率开关 MOSFET 开通电阻 R_{on} 的等效平均电阻 R'_{on} 映射到电感支路中的等效平均电阻为 $\frac{4}{3} \frac{D}{(D + D_2)^2} R_{on}$ ，二极管导通电阻 R_F 的等效平均电阻 R'_F 映射到电感支路中的等效平均电阻为 $\frac{4}{3} \frac{D_2}{(D + D_2)^2} R_F$ ，二极管的正向压降 V_F 折算到电感支路中的等效平均电压为 $V_{FL} = \frac{D_2}{D + D_2} V_F$ 。电感支路中的总电阻用等效平均电阻 R_E 表示，得到简化后的 Boost 变换器在断续工作模式 (DCM) 下的大信号平均电路模型如图 3-15(b) 所示。

$$R_E = \frac{4}{3} \frac{R_L}{D + D_2} + \frac{4}{3} \frac{D R_{on}}{(D + D_2)^2} + \frac{4}{3} \frac{D_2 R_F}{(D + D_2)^2} \quad (3.55)$$

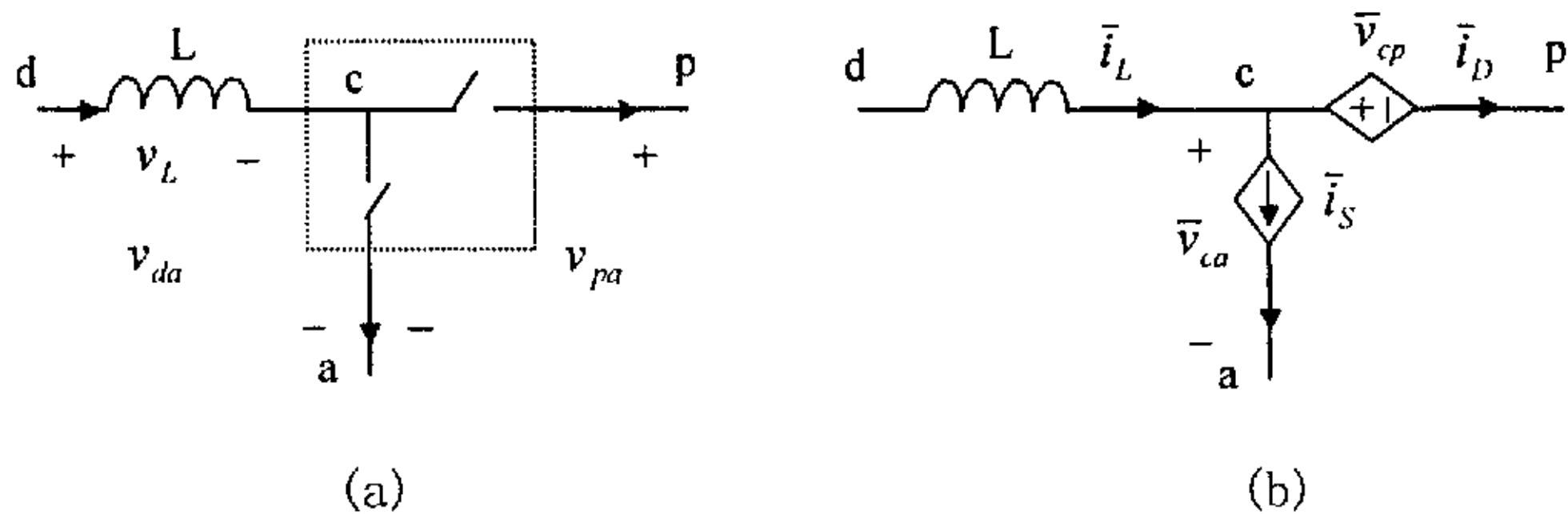


图 3-16 断续工作模式理想 PWM 开关平均电压的定义

一个开关周期中, 电感上电压平均值为零, 由图 3-16 得

$$\bar{v}_L = d \cdot v_{da} + d_2 \cdot (v_{da} - v_{pa}) + (1 - d - d_2) \cdot 0 = 0 \quad (3.56)$$

$$v_{da} = \frac{d_2}{d + d_2} v_{pa} \quad (3.57)$$

$$\bar{v}_{ca} = d \cdot 0 + d_2 v_{pa} + (1 - d - d_2) v_{da} = v_{da} = \frac{d_2}{d + d_2} v_{pa} \quad (3.58)$$

$$\bar{v}_{cp} = d \cdot (-v_{pa}) + d_2 \cdot 0 + (1 - d - d_2) \cdot (v_{da} - v_{pa}) = v_{da} - v_{pa} = -\frac{d}{d + d_2} v_{pa} \quad (3.59)$$

由图 3-5、3-16 和式 (3.58, 3.59) 得

$$\frac{\bar{i}_S}{d} = \frac{\bar{i}_D}{d_2} = \frac{\bar{i}_L}{d + d_2} = \frac{I_{\max}}{2} \quad (3.60)$$

$$\frac{\bar{v}_{ca}}{L} = \frac{v_{da}}{L} = \frac{I_{\max}}{dT} \quad (3.61)$$

$$\frac{\bar{v}_{cp}}{L} = \frac{v_{da} - v_{pa}}{L} = -\frac{I_{\max}}{d_2 T} \quad (3.62)$$

定义 $\frac{d}{d + d_2} = d_c$, 则式 (3.60~3.62) 整理为

$$\bar{i}_S = d_c \bar{i}_L = \frac{d}{d_2} \bar{i}_D \quad (3.63)$$

$$\bar{v}_{cp} = d_c v_{ap} = \frac{d}{d_2} \bar{v}_{ac} \quad (3.64)$$

$$d_2 = \frac{2L}{dT} \cdot \frac{\bar{i}_S}{\bar{v}_{pc}} = \frac{2L}{dT} \cdot \frac{\bar{i}_D}{\bar{v}_{ca}} \quad (3.65)$$

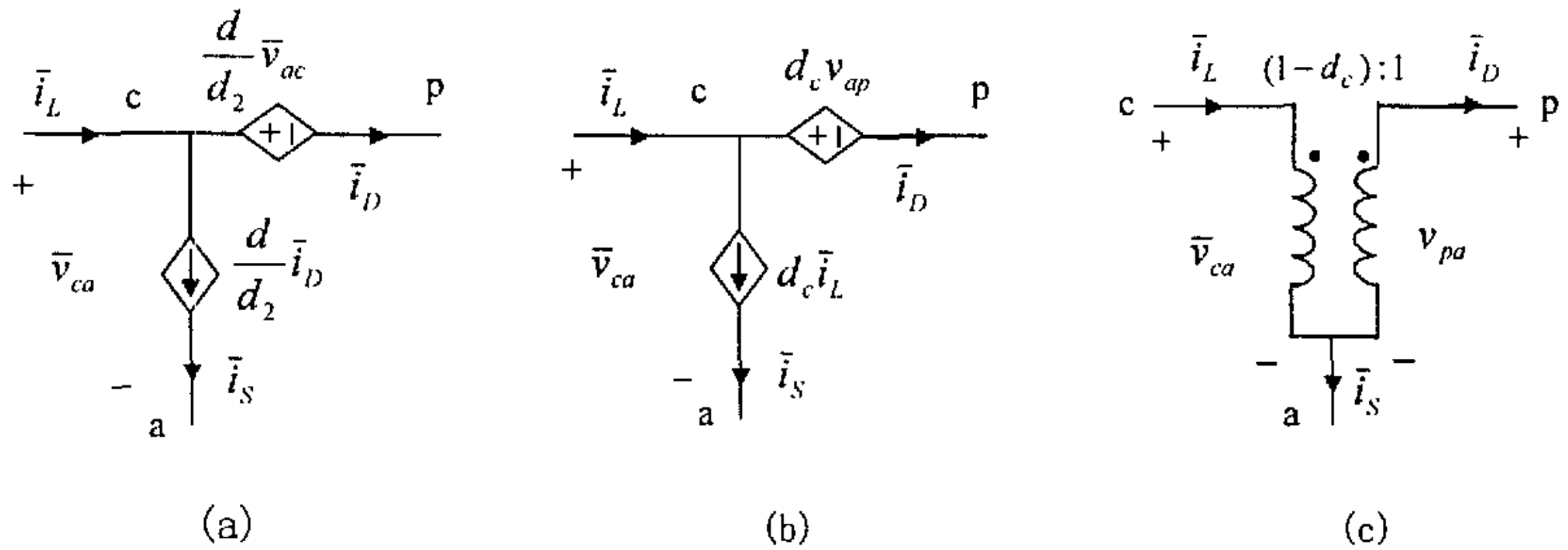


图 3-17 理想 PWM 开关在断续工作模式 (DCM) 下的平均模型

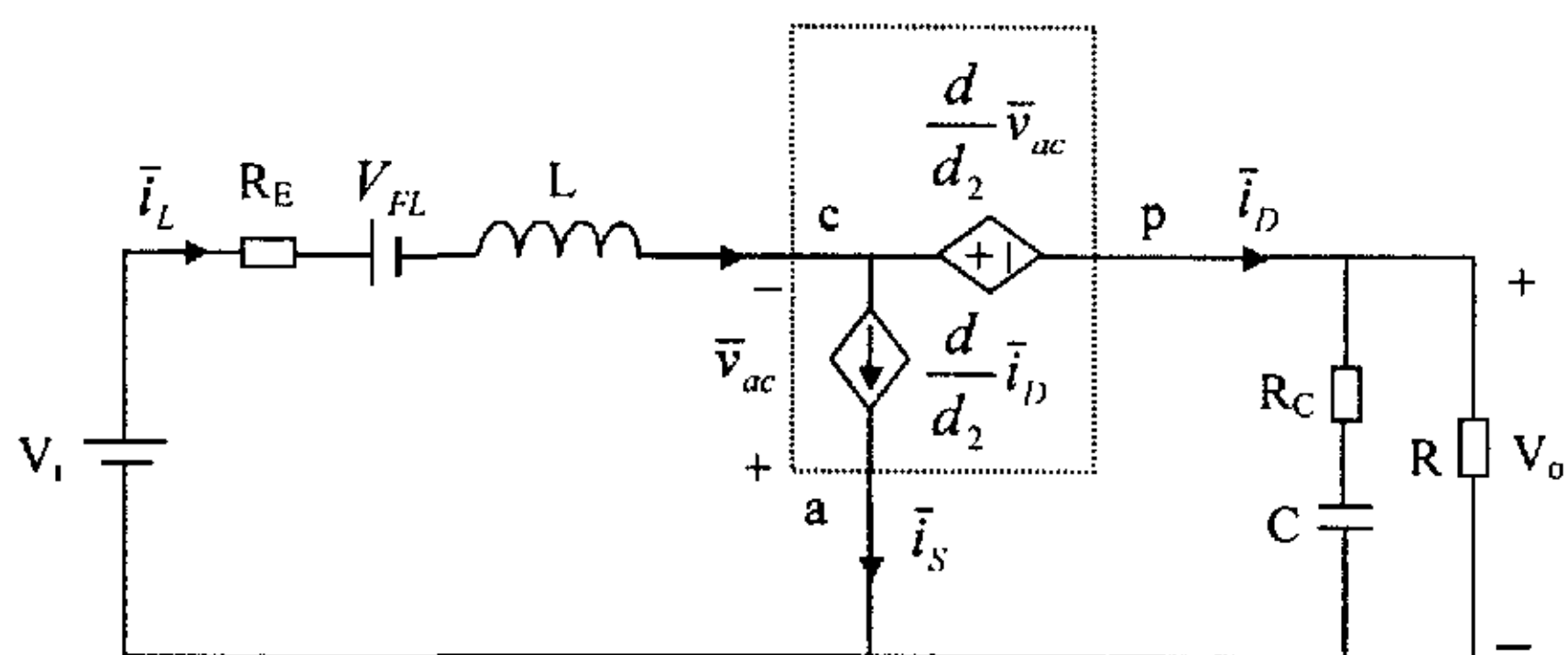
由式 (3.63 ~ 3.65) 得到的理想 PWM 开关在断续工作模式 (DCM) 下的平均模型如图 3-17 所示。控制变量为平均电流 \bar{i}_D 和平均电压 \bar{v}_{ac} 时, 理想 PWM 开关在断续工作模式 (DCM) 下的平均模型如图 3-17(a) 所示; 当控制变量为平均电流 \bar{i}_L 和平均电压 v_{ap} 时, 理想 PWM 开关在断续工作模式 (DCM) 下的平均模型如图 3-17(b) 所示, 图 3-17(b) 可用图 3-17(c) d_c 控制的理想变压器来等效, 图中 $d_c = d/(d+d_2)$, 当

$d+d_2=1$ 时, $d_c = d$, 即为理想 PWM 开关在连续工作模式 (CCM) 下的平均模型, 图 3-17(b), (c) 和图 2-10 完全一致。因而图 3-17(b), (c) 统一了 Boost 变换器理想 PWM 开关在连续工作模式 (CCM) 和断续工作模式 (DCM) 下的平均模型。

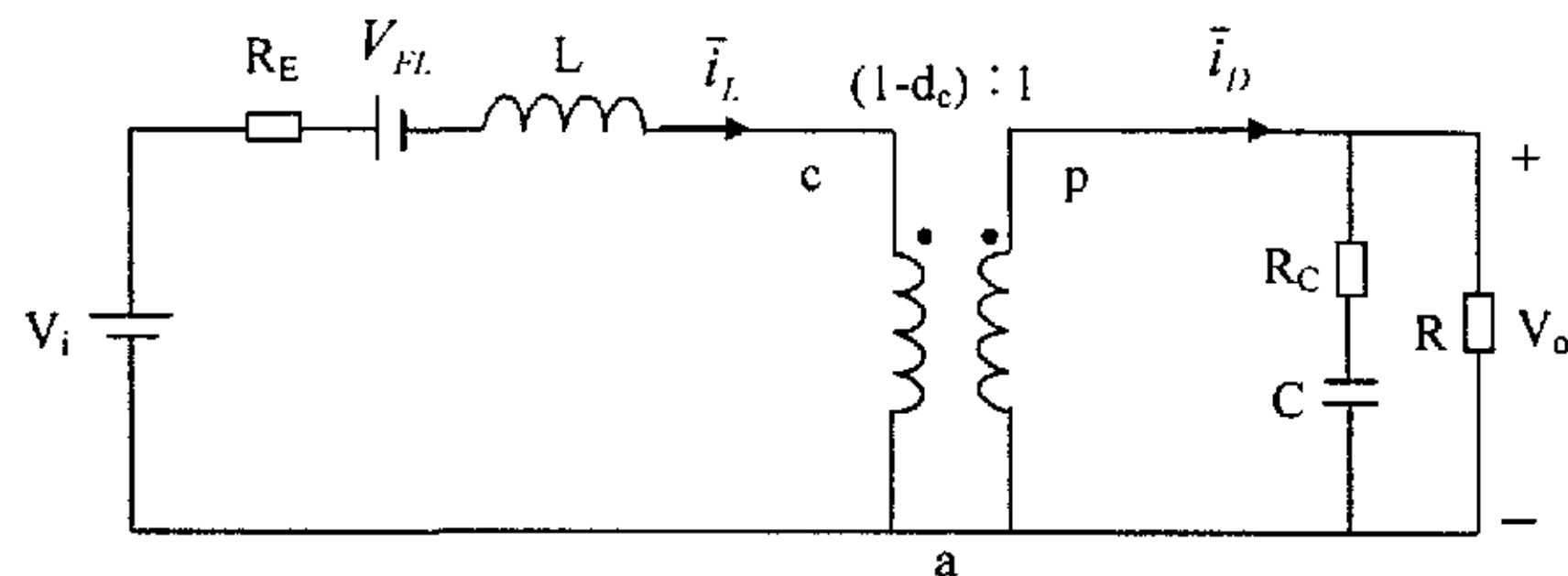
由图 3-17(a), (c) 和图 3-15(b) 得到非理想 Boost 变换器在断续工作模式下的大信号平均模型如图 3-18 所示, 不难证明, 图 3-18(a) 和图 3-18(b) 是等效的, 当 $d+d_2=1$ 时, $d_c = d/(d+d_2) = d$, 图 3-18(b) 和图 2-11 相同, 因而图 3-18(b) 统一了非理想 Boost 变换器在连续工作模式和断续工作模式下的平均电路模型。

3.3.2 DC 电路模型

图 3-18 中 \bar{v}_{cp} , \bar{v}_{ac} , \bar{i}_L , \bar{i}_D , \bar{i}_S 均表示稳态分量与扰动分量之和的平均值, $\bar{v}_{cp} = V_{cp} + \hat{v}_{cp}$, $\bar{v}_{pc} = V_{pc} + \hat{v}_{pc}$, $\bar{v}_{ac} = V_{ac} + \hat{v}_{ac}$, $\bar{v}_{ca} = V_{ca} + \hat{v}_{ca}$, $\bar{i}_L = I_L + \hat{i}_L$, $\bar{i}_S = I_S + \hat{i}_S$, $\bar{i}_D = I_D + \hat{i}_D$, 占空比 d 用稳态量 D 和扰动量 \hat{d} 之和表示, $d = D + \hat{d}$, 代入式 (3.63 ~ 3.65) 并整理得

$$I_S + \hat{i}_S = \frac{(D + \hat{d})^2 T}{2L} (V_{ca} + \hat{v}_{ca}) \quad (3.66)$$


(a) 控制变量为平均电流 \bar{i}_D 和平均电压 \bar{v}_{ac}



(b) 控制变量为平均电流 \bar{i}_L 和平均电压 v_{ap}

图 3-18 非理想 Boost 变换器在断续工作模式下的大信号平均模型

$$V_{cp} + \hat{v}_{cp} = -\frac{(D + \hat{d})^2 T}{2L} \cdot \frac{(V_{ac} + \hat{v}_{ac})^2}{I_D + \hat{i}_D} \quad (3.67)$$

$$d_2 = \frac{2L}{(D + \hat{d})T} \cdot \frac{(I_S + \hat{i}_S)}{(V_{pc} + \hat{v}_{pc})} = \frac{2L}{(D + \hat{d})T} \cdot \frac{(I_D + \hat{i}_D)}{(V_{ca} + \hat{v}_{ca})} \quad (3.68)$$

令扰动量 $\hat{i}_S = \hat{i}_D = \hat{i}_L = 0$, $\hat{v}_{cp} = \hat{v}_{pc} = \hat{v}_{ac} = \hat{v}_{ca} = 0$, $\hat{d} = 0$, 则

$$I_S = \frac{D^2 T}{2L} V_{ca} = \frac{D}{D_2} I_D \quad (3.69)$$

$$V_{cp} = \frac{D}{D_2} V_{ac} \quad (3.70)$$

$$D_2 = \frac{2L}{DT} \cdot \frac{I_S}{V_{pc}} = \frac{2L}{DT} \cdot \frac{I_D}{V_{ca}} \quad (3.71)$$

在进行 DC 稳态分析时, 电容 C 开路, 电感 L 短路, 得到非理想 Boost 变换器在断续工作模式 (DCM) 下的 DC 等效电路模型如图 3-19 所示。由图 3-19 求得稳态分量

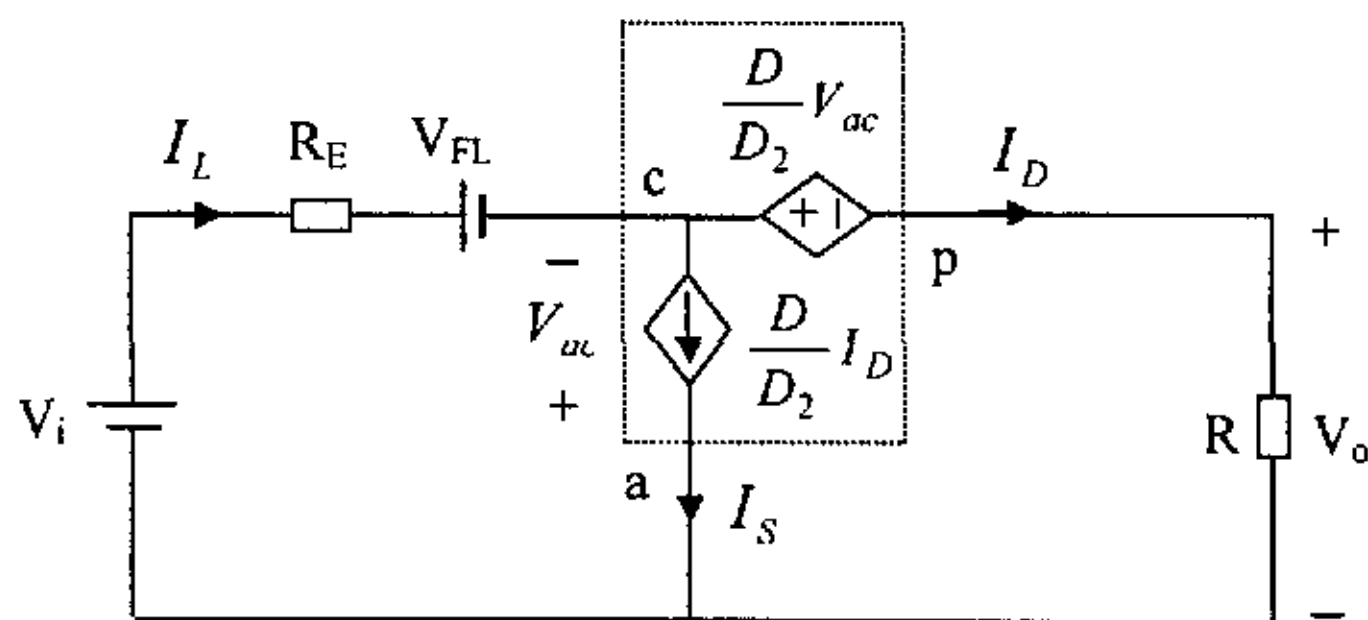


图 3-19 非理想 Boost 变换器在断续工作模式 (DCM) 下的 DC 电路模型

$$I_D = \frac{V_o}{R} = I_o, \quad I_L = \frac{D + D_2}{D_2} \cdot \frac{V_o}{R}, \quad I_S = \frac{D}{D_2} \cdot \frac{V_o}{R}, \quad V_{ac} = -\frac{D_2}{D + D_2} V_o,$$

$$V_{cp} = -\frac{D}{D + D_2} V_o, \quad V_i = \frac{D_2 V_o}{D + D_2} + \frac{D_2 V_F}{D + D_2} + \frac{D + D_2}{D_2} \cdot \frac{R_E}{R} V_o.$$

非理想 Boost 变换器的效率为

$$\eta = \frac{V_o I_o}{V_i I_L} = \frac{V_o I_D}{V_i \frac{D + D_2}{D_2} I_D} = \frac{1}{1 + \frac{V_F}{V_o} + \left(\frac{D + D_2}{D_2} \right)^2 \cdot \frac{R_E}{R}} \quad (3.72)$$

为了提高变换器效率, 必须使 $(1 + D/D_2)^2 R_E \ll R$, $V_F \ll V_o$ 。当 $D + D_2 = 1$ 时, $D_2 = 1 - D$, $V_i = V_o [1 - D + \frac{R_E}{R(1-D)}] + V_F(1 - D)$, $\eta = \frac{1}{1 + \frac{R_E}{R} \frac{1}{(1-D)^2} + \frac{V_F}{V_o}}$, 与 Boost

变换器工作在连续模式的式 (2.68, 2.69) 相同。若 $R_E = 0$, $V_F = 0$, 则 $\frac{V_o}{V_i} = \frac{D + D_2}{D_2}$ 。

3.3.3 断续工作模式和连续工作模式的边界

Boost 变换器电感电流临界连续时的 i_L 波形如图 3-20 所示, 考虑 Boost 变换器的寄生参数, $R_E \neq 0$, $V_F \neq 0$, 则

$$V_i = V_o \left[1 - D + \frac{R_E}{R(1-D)} \right] + V_F(1-D) \quad (3.73)$$

$$I_L = \frac{I_D}{1-D} = \frac{I_o}{1-D} = \frac{1}{1-D} \cdot \frac{V_o}{R} \quad (3.74)$$

当 $I_L > \Delta i_L$ 时, 非理想 Boost 变换器工作在连续模式 (CCM); 当 $I_L < \Delta i_L$ 时, 非理想 Boost 变换器工作在断续模式 (DCM)。

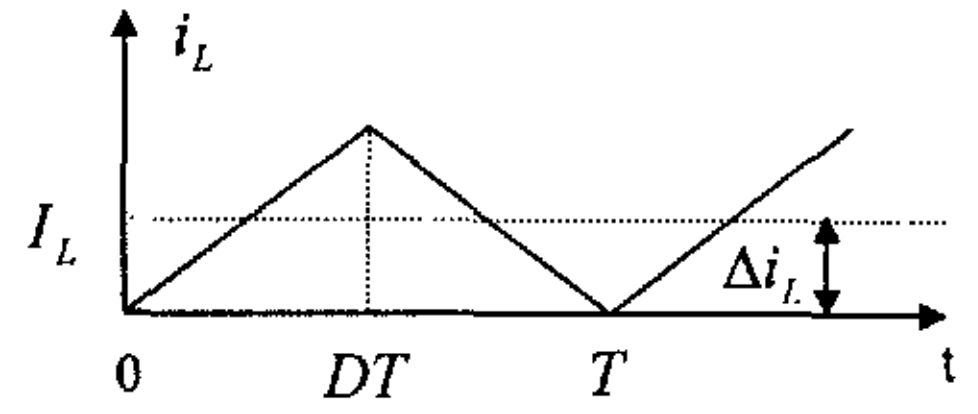


图 3-20 电感电流临界连续

$$\Delta i_L = \frac{DTV_i}{2L} = \frac{DTV_o \left[1 - D + \frac{R_E}{R(1-D)} \right] + DTV_F(1-D)}{2L} \quad (3.75)$$

由式 (3.74, 3.75) 得

$$\frac{2L}{RT} < D(1-D)^2 + \frac{DR_E}{R} + \frac{D(1-D)^2 V_F}{V_o} \quad (3.76)$$

令 $K = \frac{2L}{RT}$, $K_{crit}(D) = D(1-D)^2 + \frac{DR_E}{R} + \frac{D(1-D)^2 V_F}{V_o}$, 则 $K < K_{crit}$, 非理想 Boost 变换器工作在断续模式 (DCM); $K > K_{crit}$, 非理想 Boost 变换器工作在连续模式 (CCM)。

令 $R_{crit}(D) = \frac{2L - DTR_E}{[D(1-D)^2 + D(1-D)^2 V_F/V_o]T}$, 则 $R > R_{crit}(D)$, 非理想 Boost 变换器工作在断续模式 (DCM); $R < R_{crit}(D)$, 非理想 Boost 变换器工作在连续模式 (CCM)。表 3.1 给出了 Buck 和 Boost 变换器断续工作模式、连续工作模式的边界。

表 3.1 Buck 和 Boost 变换器断续工作模式、连续工作模式的边界

变换器		$K_{crit}(D)$	$R_{crit}(D)$
Buck	非理想	$\frac{1-D}{1-(1-D)V_F/DV_i}$	$\frac{2L[1-(1-D)V_F/DV_i]}{(1-D)T} - R_E$
	理想	$1-D$	$\frac{2L}{(1-D)T}$
Boost	非理想	$D(1-D)^2 + DR_E/R + D(1-D)^2 V_F/V_o$	$\frac{2L - DTR_E}{[D(1-D)^2 + D(1-D)^2 V_F/V_o]T}$
	理想	$D(1-D)^2$	$\frac{2L}{D(1-D)^2 T}$

3.3.4 小信号线性电路模型

对输入电压 V_i 和输出电压 V_o 施加扰动, 扰动量分别为 \hat{v}_i 和 \hat{v}_o , $v_i = V_i + \hat{v}_i$,

$v_o = V_o + \hat{v}_o$ ，在进行动态小信号分析时，假设 $\frac{\hat{v}_{ca}}{V_{ca}} \ll 1$ ， $\frac{\hat{i}_D}{I_D} \ll 1$ ， $\frac{\hat{i}_S}{I_S} \ll 1$ ， $\frac{\hat{d}}{D} \ll 1$ ，则可以忽略 \hat{d}^2 ， $\hat{d}\hat{v}_{ca}$ ， $\hat{v}_{cp}\hat{i}_D$ ， $\hat{v}_{ac}\hat{i}_S$ ，整理式 (3.66~3.68) 并使之线性化，得

$$\hat{i}_S = \frac{D^2 T}{2L} \hat{v}_{ca} + \frac{DV_{ca}T}{L} \hat{d} = g_i \hat{v}_{ca} + k_i \hat{d} \quad (3.77)$$

$$\begin{aligned} \hat{i}_D &= \frac{V_{ac}}{V_{cp}} \hat{i}_S + \frac{I_S}{V_{cp}} \hat{v}_{ac} - \frac{I_D}{V_{cp}} \hat{v}_{cp} = \frac{2I_D}{V_{ca}} \hat{v}_{ca} + \frac{2I_D}{D} \hat{d} - \frac{I_D}{V_{pc}} \hat{v}_{pc} \\ &= g_f \hat{v}_{ca} + k_o \hat{d} - g_o \hat{v}_{pc} \end{aligned} \quad (3.78)$$

式中， $g_i = \frac{I_S}{V_{ca}} = \frac{D^2 T}{2L}$ ， $k_i = \frac{2I_S}{D} = \frac{DV_{ca}T}{L}$ ，

$$g_f = \frac{2I_D}{V_{ca}}，k_o = \frac{2I_D}{D}，g_o = \frac{I_D}{V_{pc}}，$$

$$I_S = \frac{D^2 V_{ca} T}{2L}，\frac{V_{ca}}{V_{pc}} = \frac{D_2}{D} = \frac{I_D}{I_S}。$$

由式 (3.77, 3.78) 可得到 a, p, c, PWM 开关在断续工作模式 (DCM) 下的小信号模型，如图 3-21 所示，非理想 Boost 变换器在断续工作模式 (DCM) 下的小信号电路模型如图 3-22 所示。

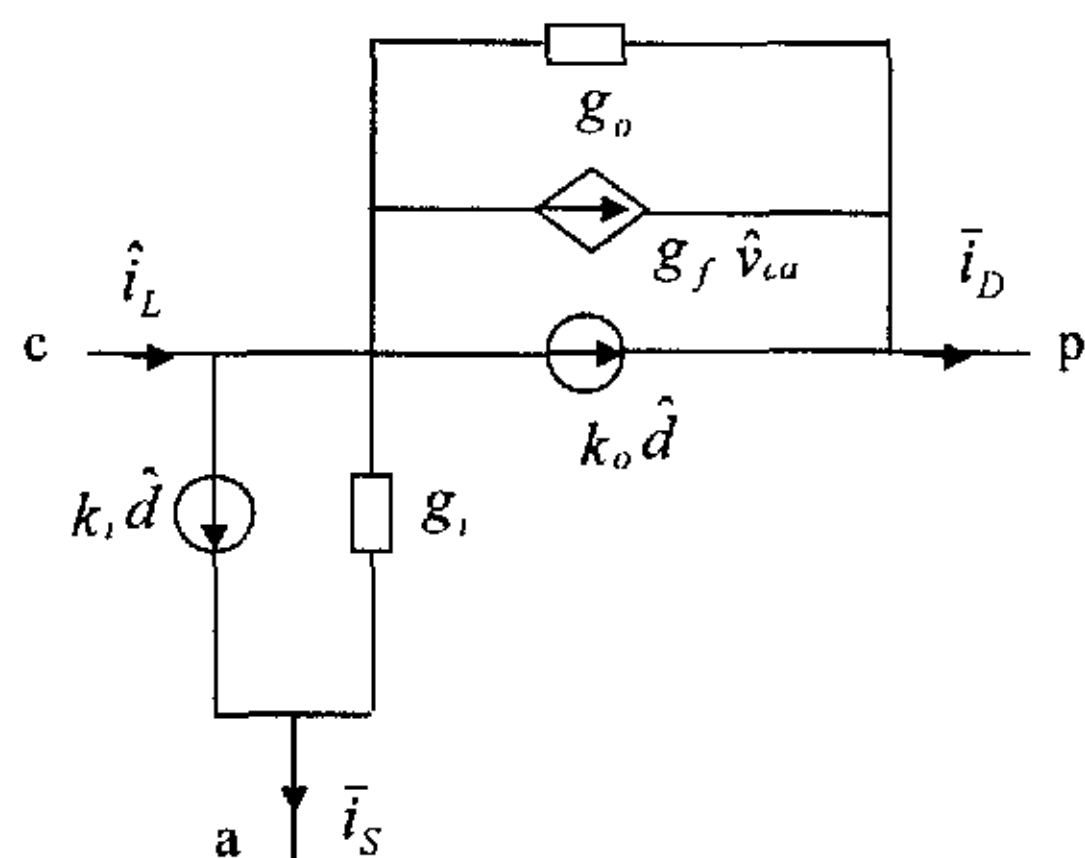


图 3-21 PWM 开关在断续工作模式下的的小信号模型

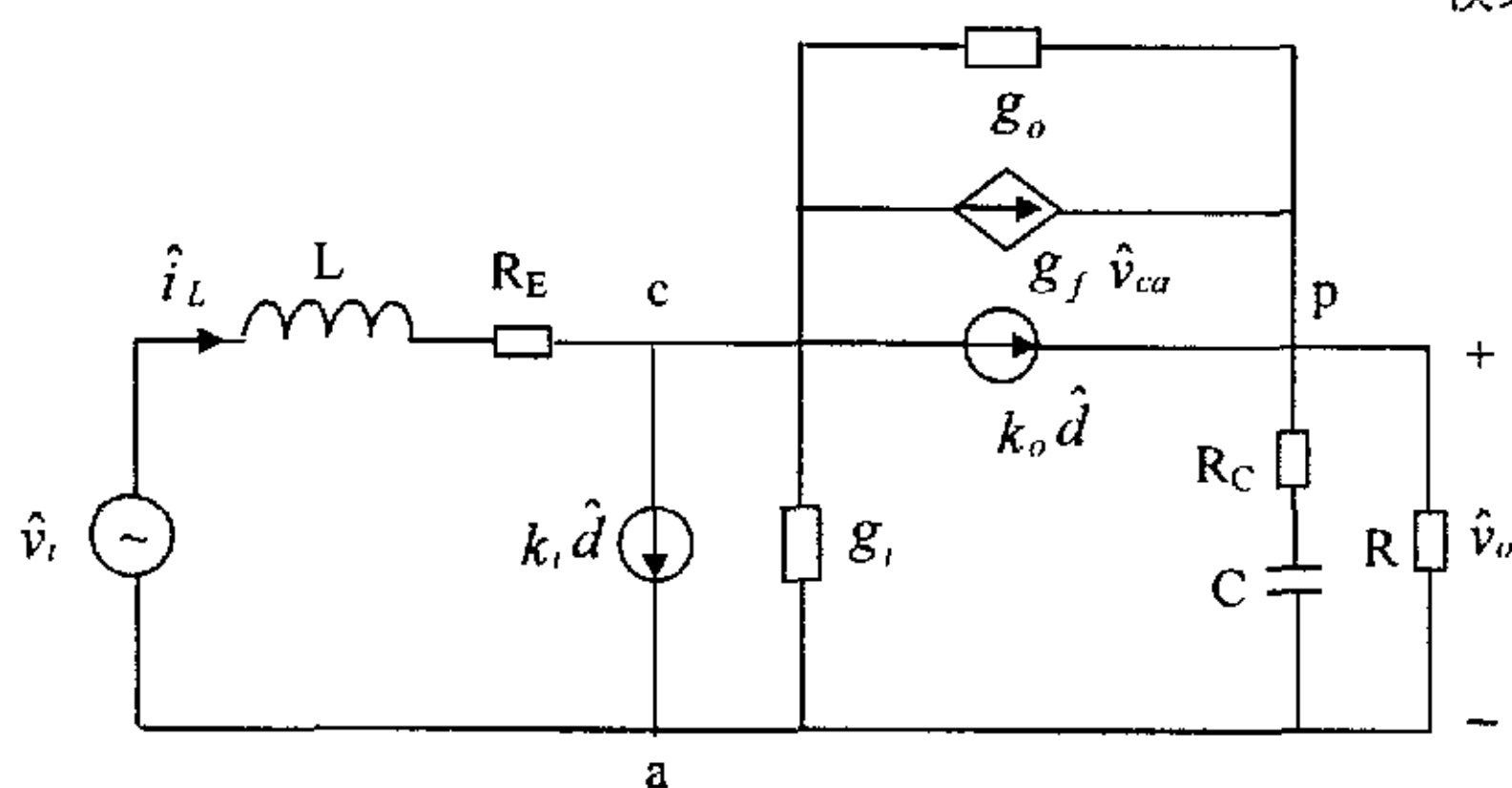


图 3-22 非理想 Boost 变换器在断续工作模式 (DCM) 下的小信号电路模型

3.3.5 断续工作模式 (DCM) 传递函数

由图 3-22 的小信号电路模型，可进行小信号分析，导出非理想 Boost 变换器断续工作模式 (DCM) 下的传递函数。

1. $\hat{d}(s)$ 对输出电压 $\hat{v}_o(s)$ 的传递函数 $G_{vd}(s)$ ，令 $\hat{v}_i(s) = 0$ ，可求得

$$G_{vd}(s) = \frac{k_o R(1 + sR_c C) - R(1 + sR_c C)(R_E + sL)[k_i(g_o + g_f) - k_o g_i]}{a_o + a_1 s + a_2 s^2} \quad (3.79)$$

2. 输出阻抗 $Z_o(s)$, 令 $\hat{v}_i(s) = 0$, $\hat{d}(s) = 0$, 得

$$Z_o(s) = \frac{[1 + (g_i + g_o + g_f)(R_E + sL)]R(1 + sR_c C)}{a_o + a_1 s + a_2 s^2} \quad (3.80)$$

3. 输入阻抗 $Z_i(s)$, 令 $\hat{d}(s) = 0$, 可求得

$$Z_i(s) = \frac{a_o + a_1 s + a_2 s^2}{(g_i + g_o + g_f)[1 + s(R + R_c)C] + g_o g_i R(1 + sR_c C)} \quad (3.81)$$

4. 输入电压 $\hat{v}_i(s)$ 对输出电压 $\hat{v}_o(s)$ 的传递函数 $A(s)$, 令 $\hat{d}(s) = 0$, 可求得

$$A(s) = \frac{(g_o + g_f)R(1 + sR_c C)}{a_o + a_1 s + a_2 s^2} \quad (3.82)$$

式中 $a_o = 1 + g_o R(1 + g_i R_E) + R_E(g_i + g_o + g_f)$

$$a_1 = g_i g_o R(R_E R_c C + L) + g_o R R_c C + (R + R_c)C + (g_i + g_o + g_f)(R + R_c)R_E C + (g_i + g_o + g_f)L$$

$$a_2 = [(g_i + g_o + g_f)(R + R_c) + g_i g_o R R_c]LC$$

上述不考虑寄生参数的电路模型及传递函数, 可采用三端开关器件模型法和时间平均等效电路法得到, 表明断续工作模式非理想变换器电路平均法建模拓宽了三端开关器件模型法和时间平均等效电路法的建模范围, 是它们在实际非理想环境下的改进与推广。

断续工作模式下的电路平均法建模不仅考虑了变换器的寄生参数, 而且考虑了电流的纹波。① 非理想功率开关 MOSFET 等效为理想开关及其开通电阻的串联, 非理想二极管等效为理想开关、正向压降、正向电阻的串联, 功率 MOSFET 的理想开关和二极管的理想开关组成理想 PWM 开关; ② 理想开关由受控电压源和受控电流源进行替代变换, 根据断续工作模式 (DCM) 下的电流波形和能量守恒原理推导功率开关 MOSFET 开通电阻、二极管正向压降、正向电阻在开关变换器大信号平均模型中的等效平均值并折算到电感支路; ③ 推导理想 PWM 开关在断续工作模式下的平均模型, 引入占空比 d_c 得到连续工作模式 (CCM) 和断续工作模式 (DCM) 统一的开关变换器的大信号平均模型; ④ 基于理想 PWM 开关在断续工作模式下的平均模型和小信号电路模型, 推导出开关变换器在断续工作模式下的 DC 电路模型、小信号电路模型及传递函数。

断续工作模式下的电路平均法建模是在连续工作模式下电路平均法建模的基础上进行的创新, ① 除考虑变换器的寄生参数外, 还考虑了电流的纹波; ② 变换器有三种开关状态, 比连续工作模式多一种开关状态, 输出电压不仅与占空比有关, 且与负载电流有关, 因而, 小信号电路模型和传递函数与连续工作模式不一样, 推导的难度大; ③ 统一了非理想 Buck 变换器、非理想 Boost 变换器在连续工作模式 (CCM) 和断续工作模式 (DCM) 下的大信号平均模型。

3.4 仿真研究

为了验证非理想基本变换器在断续工作模式(DCM)下的电路平均建模方法,本节利用 MATLAB 软件对非理想 Buck 变换器和非理想 Boost 变换器进行了系统的小信号特性仿真研究,给出了不同参数情况下的 Bode 图,并进行了理论分析。

3.4.1 非理想 Buck 变换器的仿真与分析

仿真所需数据为:图 3-1 非理想 Buck 变换器中输入电压 $V_i = 5V$, 输出电压 $V_o = 1.8V$, $L = 1.92\mu H$, $R_L = 3.6m\Omega$, $C = 2.5mF$, $R_c = 2m\Omega$, $R = 9\Omega$, $I_o = 0.2A$, 开关管 S 选用 2SK2690 型功率 MOSFET 管,开通电阻为 $R_{on} = 10m\Omega$, 肖特基二极管 $V_F = 0.4V$, $R_F = 1m\Omega$, 开关频率 $f_s = 300kHz$ 。

临界连续时 $D + D_2 = 1$, 则

$$\begin{aligned} R_E &= \frac{4}{3} \frac{R_L}{D + D_2} + \frac{4}{3} \frac{DR_{on}}{(D + D_2)^2} + \frac{4}{3} \frac{D_2 R_F}{(D + D_2)^2} \\ &= \frac{4}{3} [R_L + DR_{on} + (1 - D)R_F] \end{aligned} \quad (3.83)$$

$$\frac{V_o}{R} = \frac{DV_i - (1 - D)V_F}{R + R_E} \quad (3.84)$$

由式 (3.83, 3.84) 得 $D_{crit} = 0.41$ $R_E = 11m\Omega$

$$R_{crit}(D) = \frac{2L[1 - (1 - D)V_F/DV_i]}{(1 - D)T} - R_E = 1.72\Omega \quad (3.85)$$

当 $R_E = 0$, $V_F = 0$ 时,

$$R_{crit}(D) = \frac{2L}{(1 - D)T} = \frac{2L}{(1 - V_o/V_i)T} = 1.8\Omega \quad (3.86)$$

$R = 9\Omega > R_{crit}(D)$, Buck 变换器工作在断续模式(DCM)。

Buck 变换器在断续工作模式(DCM)下电路平均法建模的传递函数 $G_{vd}(s)$ 、 $Z_o(s)$ 、 $A(s)$ 的 Bode 曲线如图 3-23 所示,分三种情况。① $R_E \neq 0$, $R_c = 2m\Omega$, 考虑功率开关 MOSFET 的开通电阻 R_{on} 、二极管的正向导通电阻 R_F 、电感的等效串联电阻 R_L 、电容的等效串联电阻 R_c ;② $R_E = 0$, $R_c = 5m\Omega$, 不考虑功率开关 MOSFET 的开通电阻 R_{on} 、二极管的正向导通电阻 R_F 、电感的等效串联电阻 R_L , 增大电容的等效串联电阻 R_c ;③ $R_E = 0$, $R_c = 0$, 开关 MOSFET 的开通电阻 R_{on} 、二极管的正向导通电阻 R_F 、电感的等效串联电阻 R_L 、电容的等效串联电阻 R_c 都不考虑。由图 3-23 可以看出:

(1) R_c 影响 $G_{vd}(s)$ 、 $Z_o(s)$ 、 $A(s)$ 的高频特性。当 $R_c \neq 0$ ， $\omega \rightarrow \infty$ 时， $\angle G_{vd}(j\omega) = -90^\circ$ ， $\angle Z_o(j\omega) = 0^\circ$ ， $\angle A(j\omega) = -90^\circ$ ；当 $R_c = 0$ ， $\omega \rightarrow \infty$ 时， $\angle G_{vd}(j\omega) = -180^\circ$ ， $\angle Z_o(j\omega) = -90^\circ$ ， $\angle A(j\omega) = -180^\circ$ 。这是由于 R_c 的作用， $G_{vd}(s)$ 、 $Z_o(s)$ 、 $A(s)$ 都增加了零点 $\omega_{z1} = \frac{1}{R_c C}$ ，且 R_c 增大， ω_{z1} 减小。

(2) R_E 影响 $G_{vd}(s)$ 、 $Z_o(s)$ 、 $A(s)$ 的低频特性。 $G_{vd}(0) = \frac{(k_i + k_o)R}{1 + (R + R_E)(g_i + g_o + g_f)}$ ， $Z_o(0) = \frac{R[1 + R_E(g_i + g_o + g_f)]}{1 + (R + R_E)(g_i + g_o + g_f)}$ ， $A(0) = \frac{(g_o + g_f)R}{1 + (R + R_E)(g_i + g_o + g_f)}$ ，图 3-23 中 R_E 对传递函数 Bode 曲线的影响不明显，参见表 3.2 连续工作模式 (CCM) 和断续工作模式 (DCM) Buck 变换器传递函数的主要特征参数。

表 3.2 连续工作模式 (CCM) 和断续工作模式 (DCM) Buck 变换器传递函数的主要特征参数

连续工作模式 (CCM)					
Buck 变换器	$G_{vd}(0)$	ω_o	ω_{z1}	ξ	Q
非理想 ($R_E = 8.56m\Omega$) $R = 0.09\Omega$	$\frac{RV_i}{R_E + R}$	$\sqrt{\frac{R + R_E}{(R + R_c)LC}}$	$\frac{1}{R_c C}$	$\frac{R_E RC + RR_c C + R_E R_c C + L}{2\sqrt{(R + R_E)(R + R_c)LC}}$	$\frac{1}{2\xi}$
	4.57 V	14939 rad/sec	200000 rad/sec	0.33	1.52
理想 ($R_E = R_c = 0$) $R = 0.09\Omega$	V_i	$\frac{1}{\sqrt{LC}}$	∞	$\frac{1}{2R}\sqrt{\frac{L}{C}}$	$R\sqrt{\frac{C}{L}}$
	5 V	14433 rad/sec	∞	0.154	3.25
临界连续					
非理想 $R_{crit} = 1.72\Omega$ ($R_E = 11m\Omega$)	4.97 V	14476 rad/sec	200000 rad/sec	0.24	2.07
理想 $R_{crit} = 1.8\Omega$ ($R_E = R_c = 0$)	5 V	14433 rad/sec	∞	0.0077	64.95
断续工作模式 (DCM)					
Buck 变换器	$G_{vd}(0)$	ω_{z1}	ω_{p1}	ω_{p2}	

非理想	$\frac{(k_i + k_o)R}{1 + (R + R_E)(g_i + g_o + g_f)}$	$\frac{1}{R_c C}$		
$R = 4\Omega$ ($R_E = 15.57m\Omega$)	5.83 V	200000 rad/sec	255 rad/sec	1340560 rad/sec
$R = 9\Omega$ ($R_E = 23.86m\Omega$)	8.78 V	200000 rad/sec	113 rad/sec	3017505 rad/sec
理想 ($R_E = R_c = 0$)	$\frac{(k_i + k_o)R}{1 + R(g_i + g_o + g_f)}$	ω_z	ω_{p1}	ω_{p2}
$R = 4\Omega$	5.86 V	∞	256 rad/sec	1335461 rad/sec
$R = 9\Omega$	8.8 V	∞	114 rad/sec	3010458 rad/sec

Buck 变换器小信号电路模型有两个动态元件：电容 C 和电感 L，断续工作模式传递函数 $G_{vd}(s)$ 有两个实极点 ω_{p1} 和 ω_{p2} 。由图 3-24(a), (b) 可知，低频极点受电容 C 的影响，电容 C 愈小，低频极点 ω_{p1} 愈大；而高频极点受电感 L 的影响，电感 L 越小，高频极点 ω_{p2} 越大。

图 3-24(c) 给出了断续工作模式 (DCM) Buck 变换器 ($R_E = 0$, $R_c = 0$) 的传递函数 $G_{vd}(s)$ 精确曲线和近似曲线的 Bode 图，近似曲线是忽略高频极点的影响，这样在断续工作模式 (DCM) 下 $G_{vd}(s)$ 的近似曲线只有一个低频极点。由于高频极点 $\omega_{p2} = 3010458 \text{ rad/sec}$, $f_{p2} = \frac{\omega_{p2}}{2\pi} = 479 \text{ kHz} \approx 1.6 f_s$ ，可忽略。

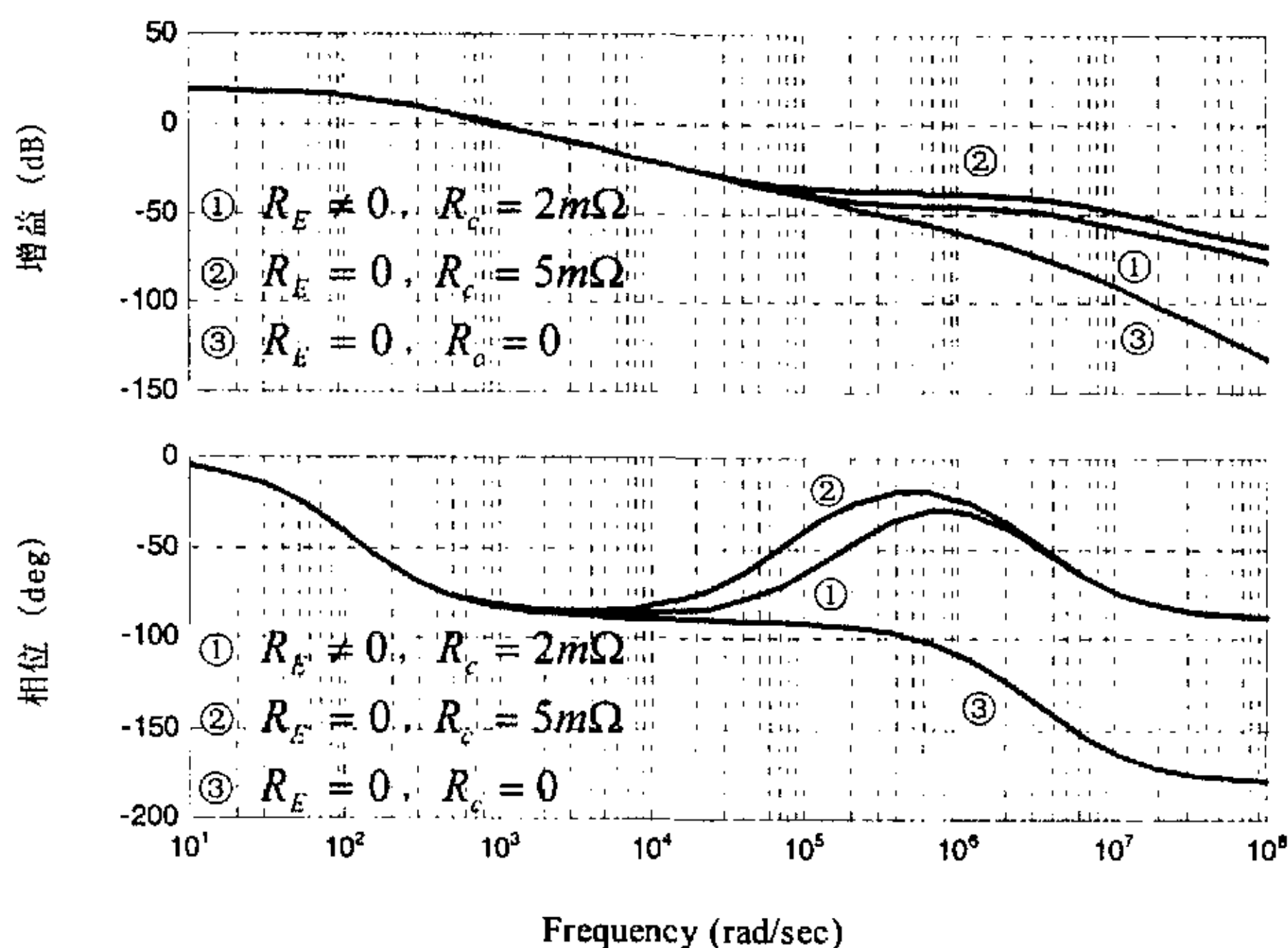
图 3-24(d) 给出了理想 Buck 变换器 ($R_E = 0$, $R_c = 0$) 在连续工作模式和断续工作模式下的 $G_{vd}(s)$ Bode 图。 $R = 0.09\Omega$ 时，Buck 变换器工作在连续模式 (CCM)； $R = 4\Omega$ 和 $R = 9\Omega$ 时，Buck 变换器工作在断续模式 (DCM)。断续工作模式 (DCM) 和连续工作模式 (CCM) 下 $G_{vd}(s)$ 的 Bode 图不同，这是由于在连续工作模式 (CCM) 下 $G_{vd}(s)$ 有两个低频极点 ($0 < \xi = 0.154 < 1$)，由比例和振荡环节组成；断续工作模式 (DCM) 下 $G_{vd}(s)$ 有一个低频实极点 ω_{p1} 和一个高频实极点 ω_{p2} ，由比例和两个惯性环节组成， R 愈大，低频实极点 ω_{p1} 愈小，高频实极点 ω_{p2} 愈大，与连续工作模式相比， $G_{vd}(0)$ 增大。

图 3-24(e) 给出了理想 Buck 变换器 ($R_E = 0$, $R_c = 0$) 在断续工作模式、连续工作模式及临界连续的 $G_{vd}(s)$ Bode 图。 $R = 0.09\Omega$ 时，Buck 变换器工作在连续模式

(CCM); $R = 1.8\Omega$ 时, Buck 变换器工作在临界连续。与连续工作模式相比, 临界连续时 $\xi = 0.0077 \ll 0.154$, $G_{vd}(s)$ Bode 曲线的谐振峰值增大, 0° 渐近线和 -180° 渐近线之间的相角变化加快。

图 3-25 给出了非理想 Buck 变换器 ($R_E \neq 0$, $R_C \neq 0$) 断续工作模式 (DCM)、连续工作模式 (CCM) 及临界连续的 $G_{vd}(s)$ Bode 图。由图 3-25(a) 和表 3.2 可知, 连续工作模式时, 阻尼比 $0 < \xi < 1$, $G_{vd}(s)$ 有两个低频极点和一个由 R_C 引入的零点, 由比例、振荡环节和一阶微分环节组成; 断续工作模式时, 阻尼比 $\xi \gg 1$, $G_{vd}(s)$ 有两个实极点, 由比例、两个惯性环节和一阶微分环节组成, 负载电阻 R 愈小, 低频极点 ω_{p1} 愈大, 高频极点 ω_{p2} 愈小。由图 3-25(b) 和表 3.2 可知, 与连续工作模式相比, 临界连续的阻尼比 ξ 小 ($\xi = 0.24 < 0.33$), 品质因数 Q 大 ($Q = 2.07 > 1.52$), $G_{vd}(s)$ Bode 曲线的谐振峰值增大, 振荡环节的相角变化加快, 但与图 3-24(e) 理想情况 ($Q = 64.95 \gg 3.25$) 相比, 变化不大, 这是由于非理想情况 R_E 和 R_C 的作用, 使 ξ 增大, Q 减小。

综上所述, Buck 变换器在断续工作模式下的小信号特性的仿真研究与理论分析吻合, 表明考虑寄生参数的电路平均法建模能更精确地反映 Buck 变换器的特性。



(a) $G_{vd}(s)$

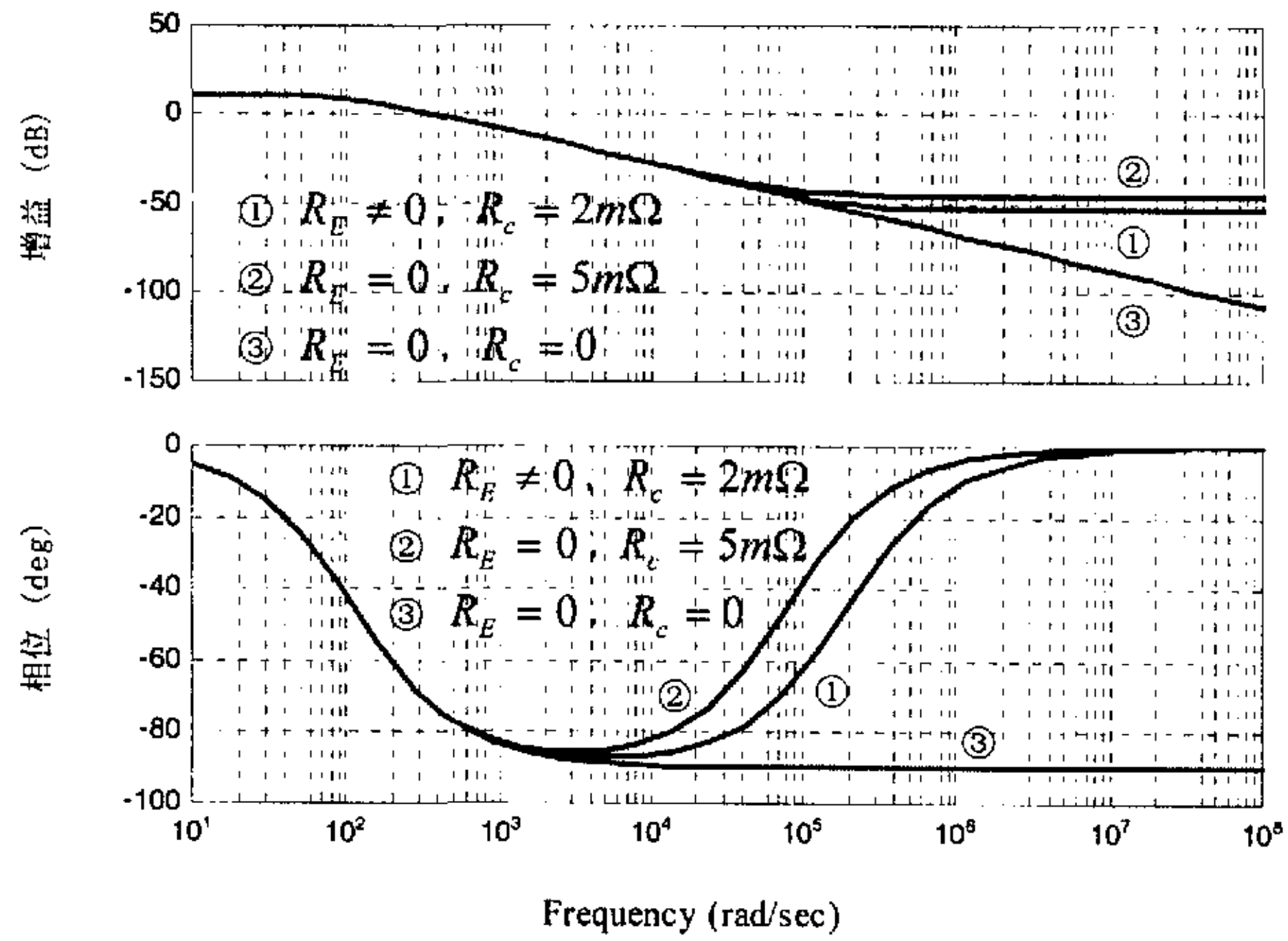
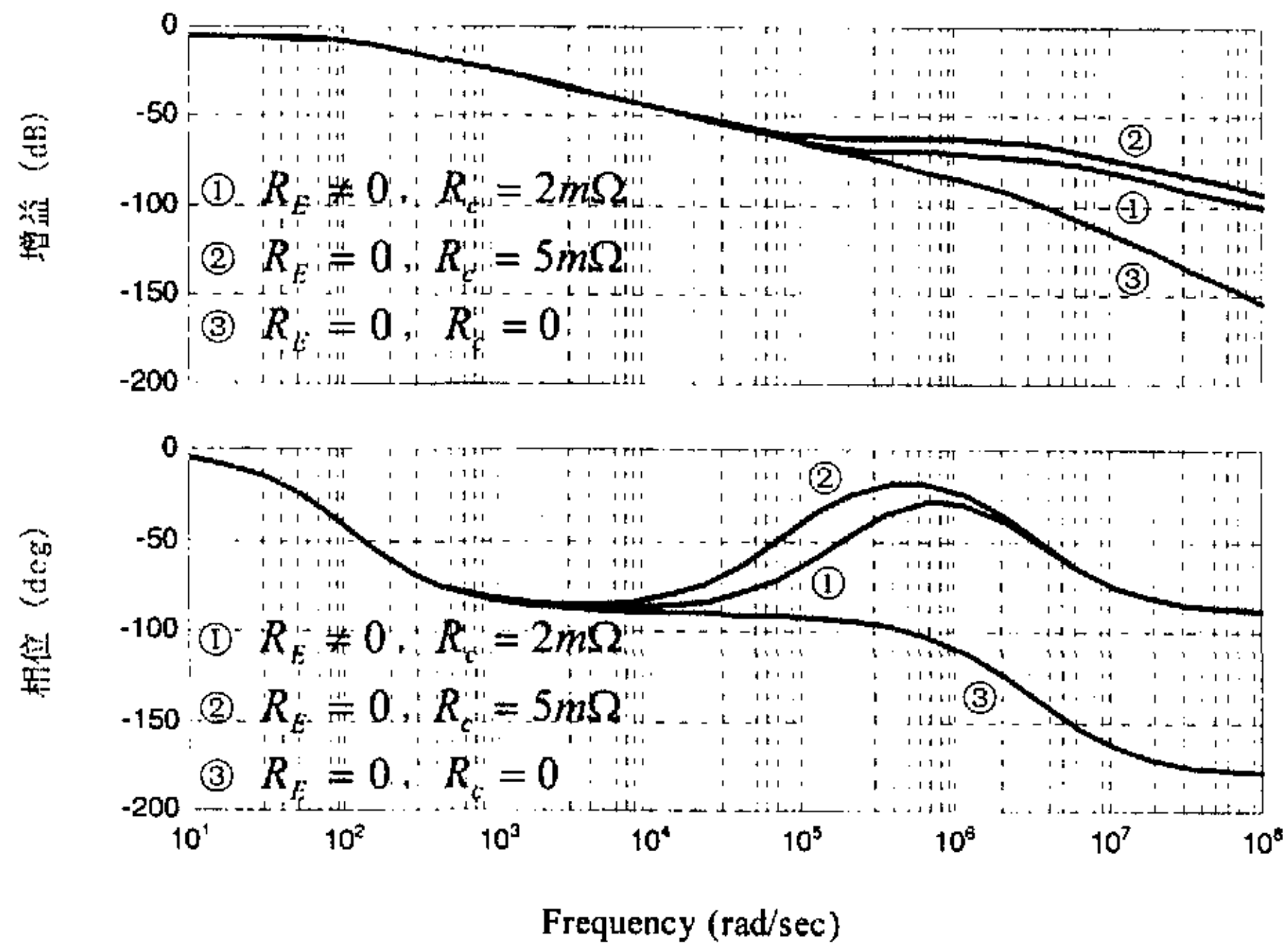
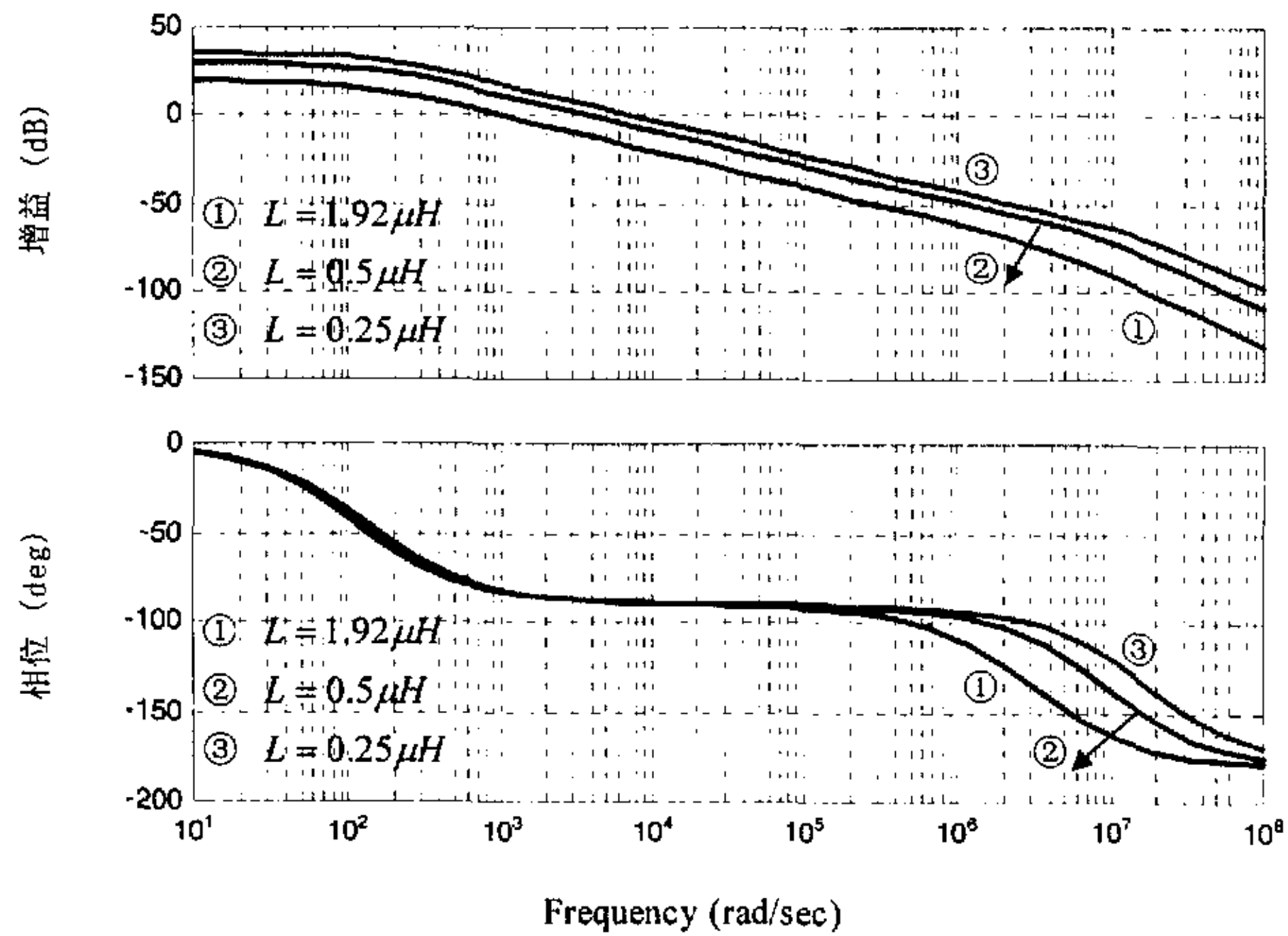
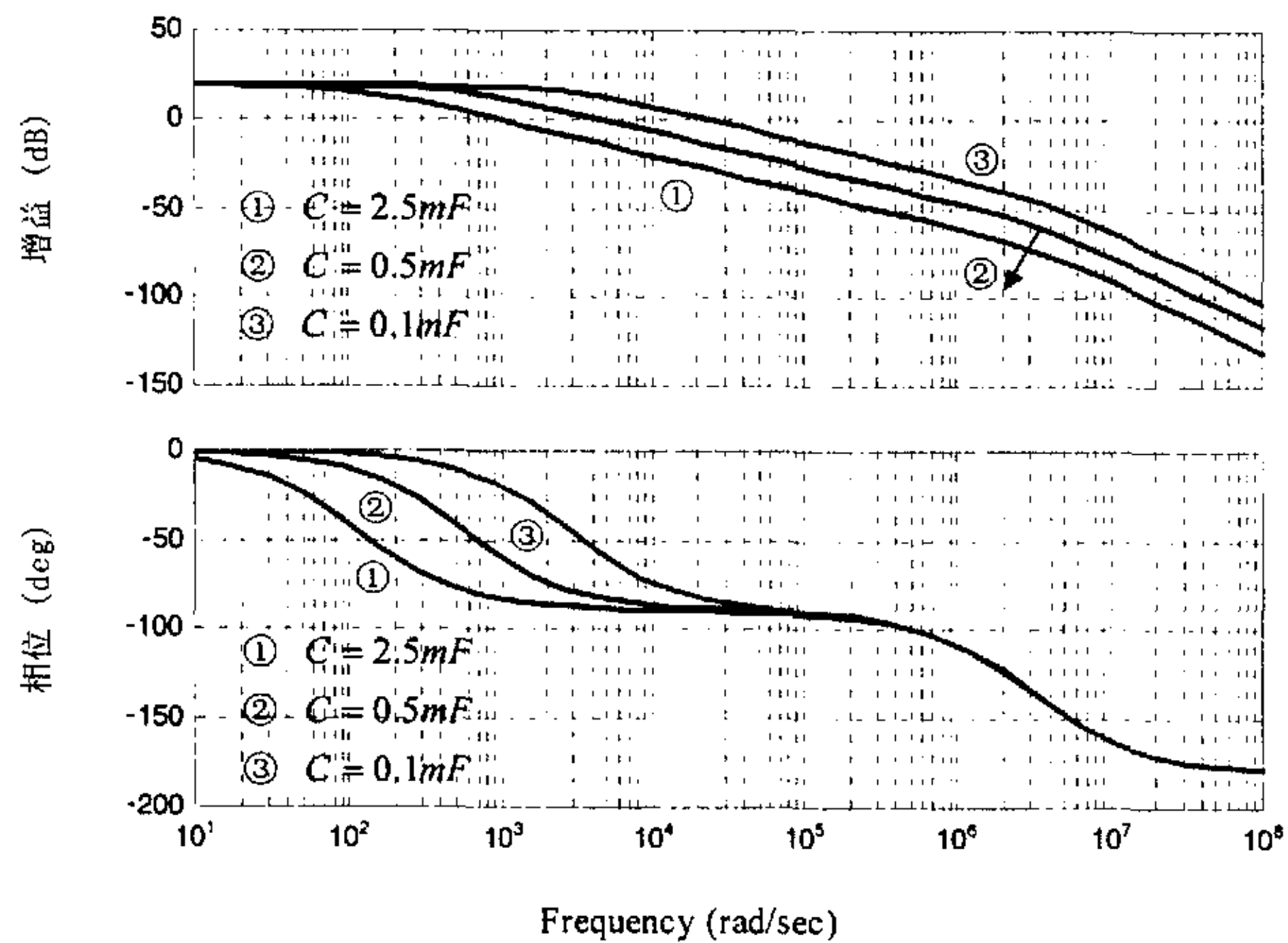

 (b) $Z_o(s)$

 (c) $A(s)$

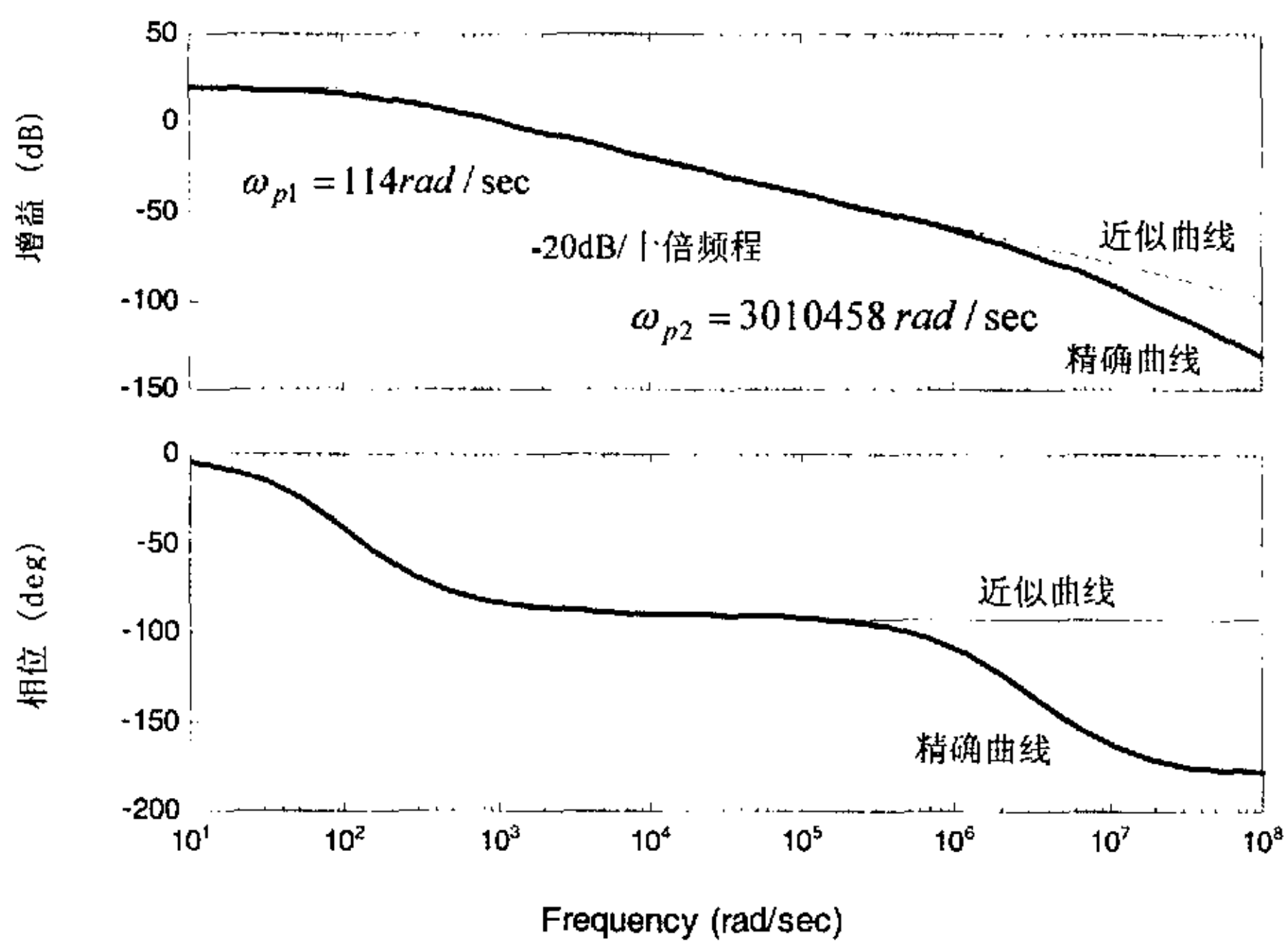
图 3-23 断续工作模式 Buck 变换器的电路平均法建模 Bode 图



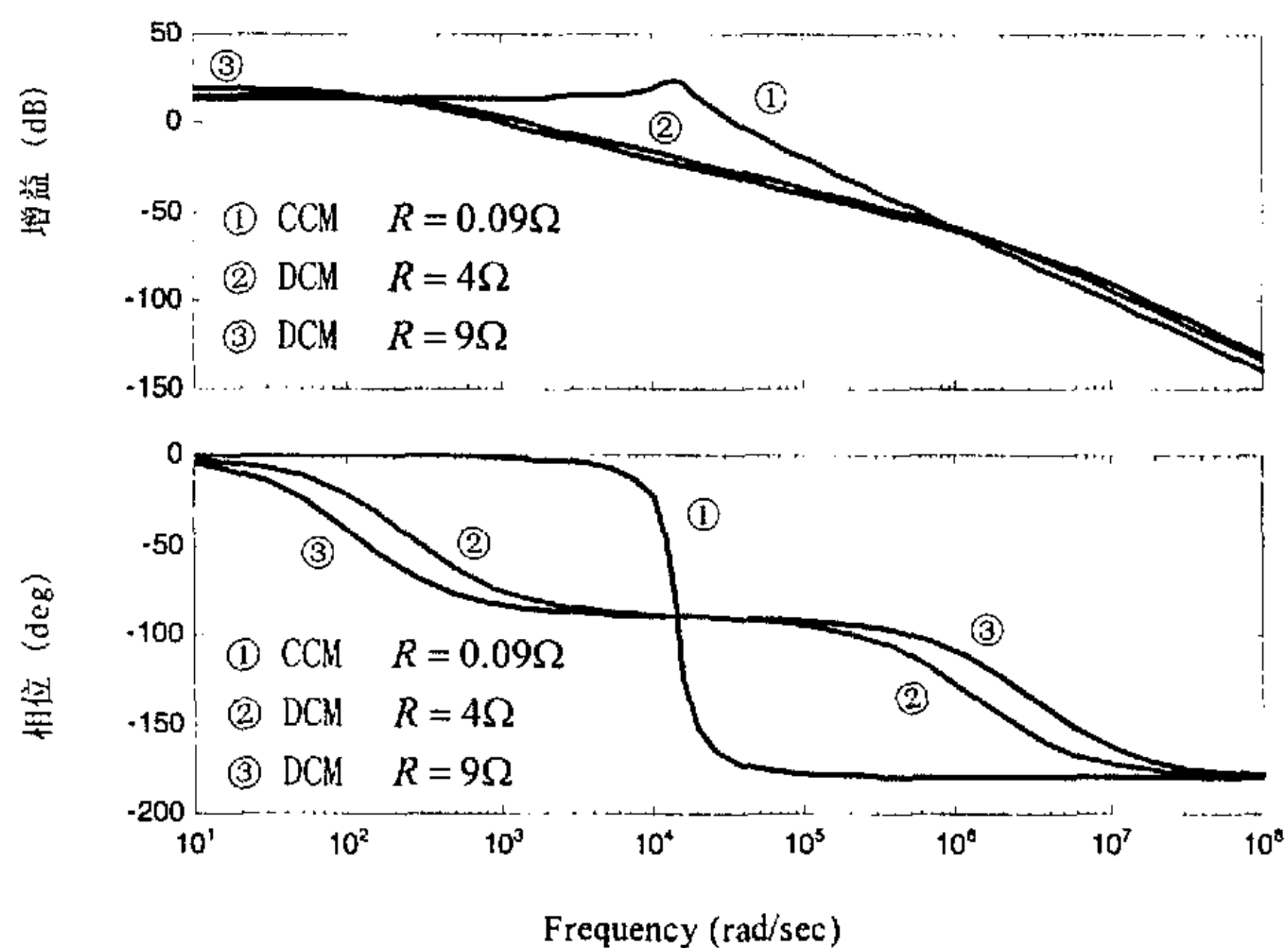
(a) $C = 2.5\text{mF}$ ，改变 L 的大小



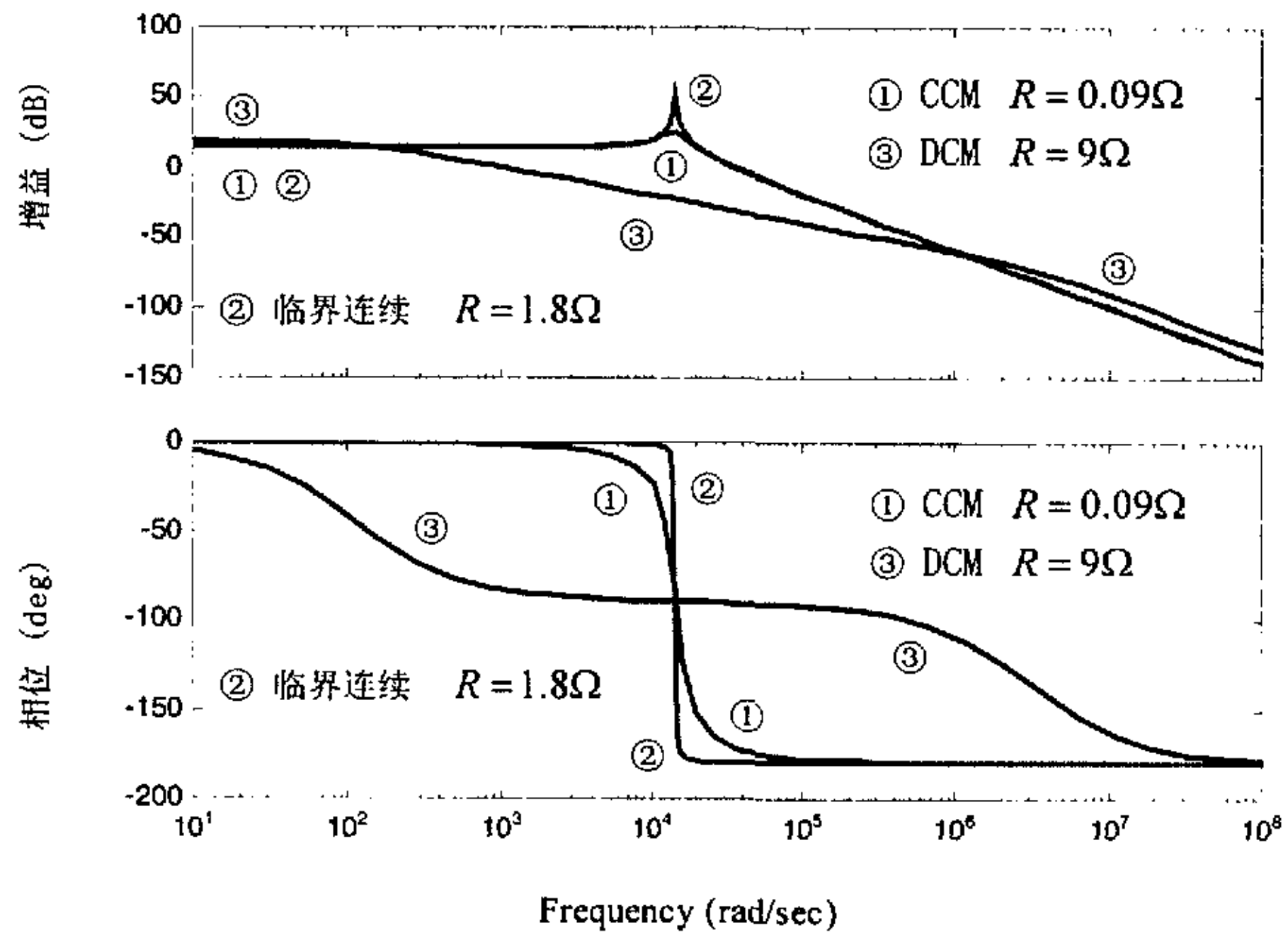
(b) $L = 1.92\mu\text{H}$ ，改变 C 的大小



(c) 精确曲线与近似曲线的比较

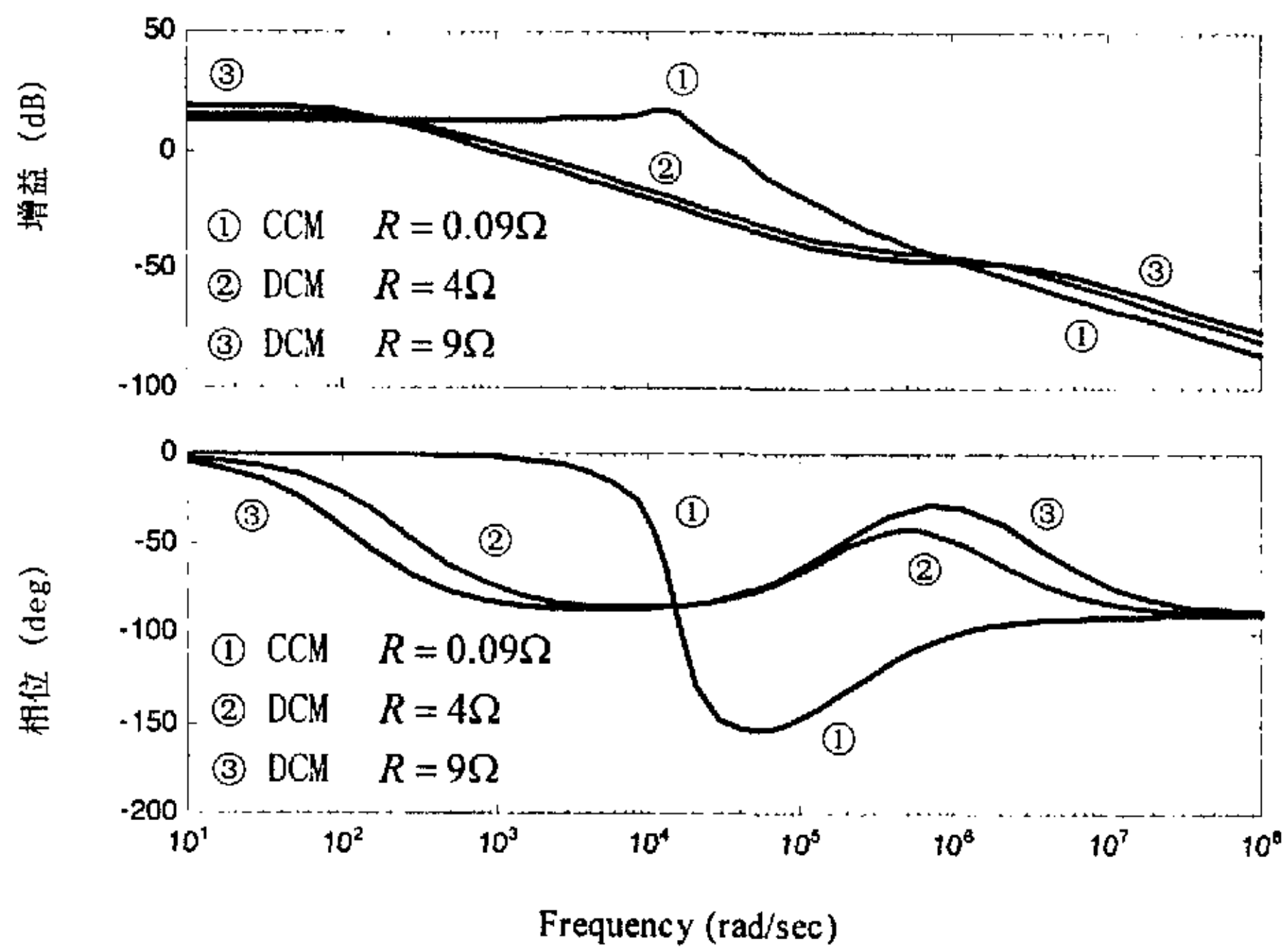


(d) 断续工作模式(DCM)与连续工作模式(CCM)的比较

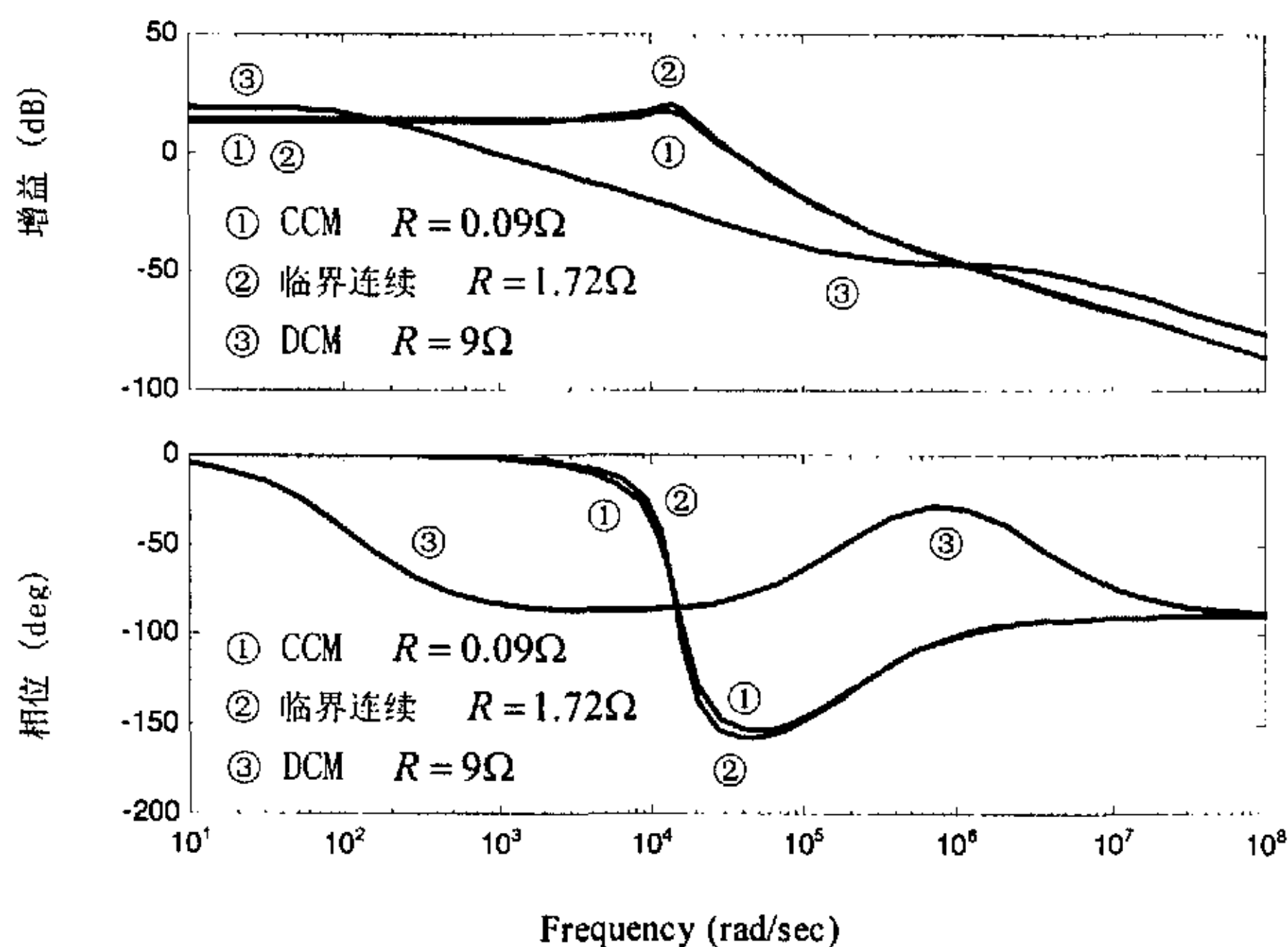


(e) 断续工作模式(DCM)、连续工作模式(CCM)及临界连续的比较

图 3-24 理想 Buck 变换器 $G_{vd}(s)$ ($R_E = 0$, $R_c = 0$) Bode 图



(a) 断续工作模式(DCM)与连续工作模式(CCM)的比较



(b) 断续工作模式(DCM)、连续工作模式(CCM)及临界连续的比较

图 3-25 不同工作模式下非理想 Buck 变换器 $G_{vd}(s)$ ($R_E \neq 0$, $R_c \neq 0$) Bode 图

3.4.2 非理想 Boost 变换器的仿真与分析

仿真所需数据为: 图 3-13 非理想 Boost 变换器中输入电压 $V_i = 5V$, 输出电压 $V_o = 10V$, $L = 1.92\mu H$, $R_L = 3.6m\Omega$, $C = 1000\mu F$, $R_c = 2m\Omega$, $R = 50\Omega$, $I_o = 0.2A$, 开关管 S 选用 2SK2690 型功率 MOSFET 管, 开通电阻为 $R_{on} = 10m\Omega$, 肖特基二极管 $V_F = 0.4V$, $R_F = 1m\Omega$, 开关频率 $f_s = 200kHz$ 。

临界连续时 $D + D_2 = 1$, $D_2 = 1 - D$, 代入式 (3.55) 得

$$R_E = \frac{4}{3}[R_L + DR_{on} + (1-D)R_F] \quad (3.87)$$

$$V_i = V_o[1 - D + \frac{R_E}{R(1-D)}] + V_F(1-D) \quad (3.88)$$

临界连续 $D_{crit} = 0.52$ $R_E = 12m\Omega$

由表 3.1 得
$$R_{crit}(D) = \frac{2L - DTR_E}{[D(1-D)^2 + D(1-D)^2 V_F/V_o]T} = 6.114\Omega \quad (3.89)$$

当 $R_E = 0$, $V_F = 0$ 时, $D_{crit} = \frac{V_o - V_i}{V_o} = 0.5$

$$R_{crit}(D) = \frac{2L}{D(1-D)^2 T} = 6.144\Omega \quad (3.90)$$

$R = 50\Omega > R_{crit}(D)$, Boost 变换器工作在断续模式(DCM)。

Boost 变换器在断续工作模式(DCM)下电路平均法建模的传递函数 $G_{vd}(s)$ 、 $A(s)$ 的 Bode 曲线如图 3-26 所示,分三种情况。① $R_E \neq 0$, $R_c = 2m\Omega$, 考虑功率开关 MOSFET 的开通电阻 R_{on} 、二极管的正向导通电阻 R_F 、电感的等效串联电阻 R_L 、电容的等效串联电阻 R_c ; ② $R_E = 0$, $R_c = 5m\Omega$, 不考虑功率开关 MOSFET 的开通电阻 R_{on} 、二极管的正向导通电阻 R_F 、电感的等效串联电阻 R_L , 增大电容的等效串联电阻 R_c ; ③ $R_E = 0$, $R_c = 0$, 开关 MOSFET 的开通电阻 R_{on} 、二极管的正向导通电阻 R_F 、电感的等效串联电阻 R_L 、电容的等效串联电阻 R_c 都不考虑。

(1) R_c 影响 $G_{vd}(s)$ 、 $A(s)$ 的高频特性。Boost 变换器 $G_{vd}(s)$ 在右半平面有一个零点 ω_{z3} , 当 $R_c \neq 0$ 时, 在左半平面还有一个零点 ω_{z1} , 因此情况①②当 $\omega \rightarrow \infty$ 时 $G_{vd}(s)$ Bode 图的相角等于 -180° , 情况③当 $\omega \rightarrow \infty$ 时的相角等于 -270° ; $A(s)$ 有两个极点, 当 $R_c \neq 0$ 时, $A(s)$ 有一个左半平面的零点 ω_{z1} , 故 $A(s)$ 的 Bode 图情况①②当 $\omega \rightarrow \infty$ 时的相角等于 -90° , 情况③当 $\omega \rightarrow \infty$ 时的相角等于 -180° 。 $\omega_{z1} = \frac{1}{R_c C}$, R_c 增大, ω_{z1} 减小。

(2) R_E 影响 $G_{vd}(s)$ 、 $A(s)$ 的低频特性及 ω_{z3} 。图 3-26 中 R_E 对传递函数 Bode 曲线的影响不明显, 参见表 3.3 连续工作模式(CCM)和断续工作模式(DCM)Boost 变换器传递函数的主要特征参数。

表 3.3 连续工作模式(CCM)和断续工作模式(DCM)Boost 变换器传递函数的主要特征参数

连续工作模式 (CCM)				
Boost 变换器	$G_{vd}(0)$	ω_o	右半平面 零点 ω_{z3}	左半平面 零点 ω_{z1}
非理想 ($R_E = 9.64m\Omega$) $R = 0.5\Omega$	$\frac{(1-D)V_o[R - R_E/(1-D)^2]}{R_E + R(1-D)^2}$	$\sqrt{\frac{R_E + R(1-D)^2}{(R + R_c)LC}}$	$\frac{R(1-D)^2 - R_E}{L}$	$\frac{1}{R_c C}$
	18.61V	10508 rad/sec	45396 rad/sec	500000 rad/sec
	ξ		Q	
	$\frac{R_E RC + R_c R(1-D)^2 C + R_E R_c C + L}{2\sqrt{[R_E + R(1-D)^2](R + R_c)LC}}$		$\frac{1}{2\xi}$	
	0.34		1.47	

Boost 变换器	$G_{vd}(0)$	ω_o	右半平面零点 ω_{z3}	左半平面零点 ω_{z1}	
理想 ($R_E = R_c = 0$) $R = 0.5\Omega$	$\frac{V_o}{(1-D)}$	$\frac{1-D}{\sqrt{LC}}$	$\frac{R(1-D)^2}{L}$	$\frac{1}{R_c C}$	
	20 V	11411 rad/sec	65104 rad/sec	500000 rad/sec	
	ξ		Q		
	$\frac{1}{2R(1-D)}\sqrt{\frac{L}{C}}$		$\frac{1}{2\xi}$		
	0.088		5.68		
临界连续					
Boost 变换器	$G_{vd}(0)$	ω_o	右半平面 零点 ω_{z3}	左半平面 零点 ω_{z1}	
非理想 ($R_E = 12m\Omega$) $R_{crit} = 6.114\Omega$	$\frac{(1-D)V_o[R-R_E/(1-D)^2]}{R_E+R(1-D)^2}$	$\sqrt{\frac{R_E+R(1-D)^2}{(R+R_c)LC}}$	$\frac{R(1-D)^2-R_E}{L}$	$\frac{1}{R_c C}$	
	20.48 V	10999 rad/sec	727430 rad/sec	500000 rad/sec	
	$\xi = 0.30$		$Q = 1.65$		
理想 ($R_E = R_c = 0$) $R_{crit} = 6.144\Omega$	$G_{vd}(0)$	ω_o	右半平面 零点 ω_{z3}	左半平面 零点 ω_{z1}	
	20 V	11411 rad/sec	800000 rad/sec	∞	
	$\xi = 0.0075$		66.98		
断续工作模式 (DCM)					
Boost 变换器	$G_{vd}(0)$	右半平面 零点 ω_{z3}	左半平面 零点 ω_{z1}	ω_{p1}	ω_{p2}
非理想	$\frac{k_o R - R R_E[k_i(g_o + g_f) - k_o g_i]}{1 + g_o R(1 + g_i R_E) + R_E(g_i + g_o + g_f)}$	$\omega_{z3}:$ $\frac{k_o - R_E[k_i(g_o + g_f) - k_o g_i]}{L[k_i(g_o + g_f) - k_o g_i]}$ $\omega_{z1}:$ $\frac{1}{R_c C}$			

$R = 20\Omega$ ($R_E = 30.78m\Omega$)	24.11 V	2.4×10^6 rad/sec	500000 rad/sec	145 rad/sec	1261422 rad/sec
$R = 50\Omega$ ($R_E = 35.77m\Omega$)	37.75 V	6.0×10^6 rad/sec	500000 rad/sec	58 rad/sec	3099362 rad/sec
理想 ($R_E = R_c = 0$)	$\frac{k_o R}{1 + g_o R}$	右半平面 零点 ω_{z1}	左半平面 零点 ω_{z2}	ω_{p1}	ω_{p2}
$R = 20\Omega$	23.81 V	2.6×10^6 rad/sec	∞	150 rad/sec	1302008 rad/sec
$R = 50\Omega$	37.04 V	6.5×10^6 rad/sec	∞	60 rad/sec	3255202 rad/sec

图 3-27 给出了理想 Boost 变换器 ($R_E = 0$, $R_c = 0$) 在不同工作模式下的 $G_{vd}(s)$ Bode 图。 $R = 0.5\Omega$ 时, Boost 变换器工作在连续模式 (CCM); $R = 20\Omega$ 和 $R = 50\Omega$ 时, Boost 变换器工作在断续模式 (DCM); $R = 6.144\Omega$ 时, Boost 变换器临界连续。

(1) 断续工作模式 (DCM) 和连续工作模式 (CCM) 下 $G_{vd}(s)$ 的 Bode 图不同。这是由于在连续工作模式 (CCM) 下 $G_{vd}(s)$ 有两个低频极点 ($0 < \xi = 0.088 < 1$), 断续工作模式 (DCM) $G_{vd}(s)$ 的第二个极点和右半平面零点在高频处, R 愈大, 低频实极点 ω_{p1} 愈小, 高频实极点 ω_{p2} 愈大, 与连续工作模式相比, $G_{vd}(0)$ 增大。

(2) 临界连续 $0 < \xi = 0.0075 \ll 1$, $Q = 66.98 \gg 1$, Bode 曲线谐振峰值大, 0° 渐近线和 -180° 渐近线之间的相角变化快。

图 3-28 给出了非理想 Boost 变换器 ($R_E \neq 0$, $R_c \neq 0$) 在不同工作模式下的 $G_{vd}(s)$ Bode 图。连续模式 (CCM) 时, R 愈小, ξ 愈大, Q 愈小。断续模式 (DCM) 时, R 愈小, ω_{p1} 愈大, ω_{p2} 愈小, 右半平面零点 ω_{z3} 愈小。临界连续时, $R = 6.114\Omega$, $0 < \xi = 0.3 < 1$, $Q = 1.65 > 1$, 与连续模式 (CCM) 相比, $G_{vd}(s)$ Bode 曲线的谐振峰值增大, 0° 渐近线和 -180° 渐近线之间的相角变化加快。图 3-28 与图 3-27 相比, $G_{vd}(s)$ 增加了零点 ω_{z1} ; 由于 R_E 和 R_c 的作用, 使 ξ 增大, Q 减小, Bode 曲线谐振峰值变小, 0° 渐近线和 -180° 渐近线之间的相角变化减慢。

由图 3-29 可知, Boost 变换器在断续工作模式下 $G_{vd}(s)$ 的低频极点受电容 C 的影响, 电容 C 越小, 低频极点 ω_{p1} 越大。

Boost 变换器传递函数 Bode 图的仿真分析同 Buck 变换器类似, 不同的是 Boost 变换器的传递函数 $G_{vd}(s)$ 多一个右半平面零点, 使 $\angle G_{vd}(j\omega)$ 增加 -90° 。

综上所述, Boost 变换器在断续工作模式下的小信号特性的仿真研究与理论分析吻合, 表明考虑寄生参数的电路平均法建模能更精确地反映 Boost 变换器的特性。

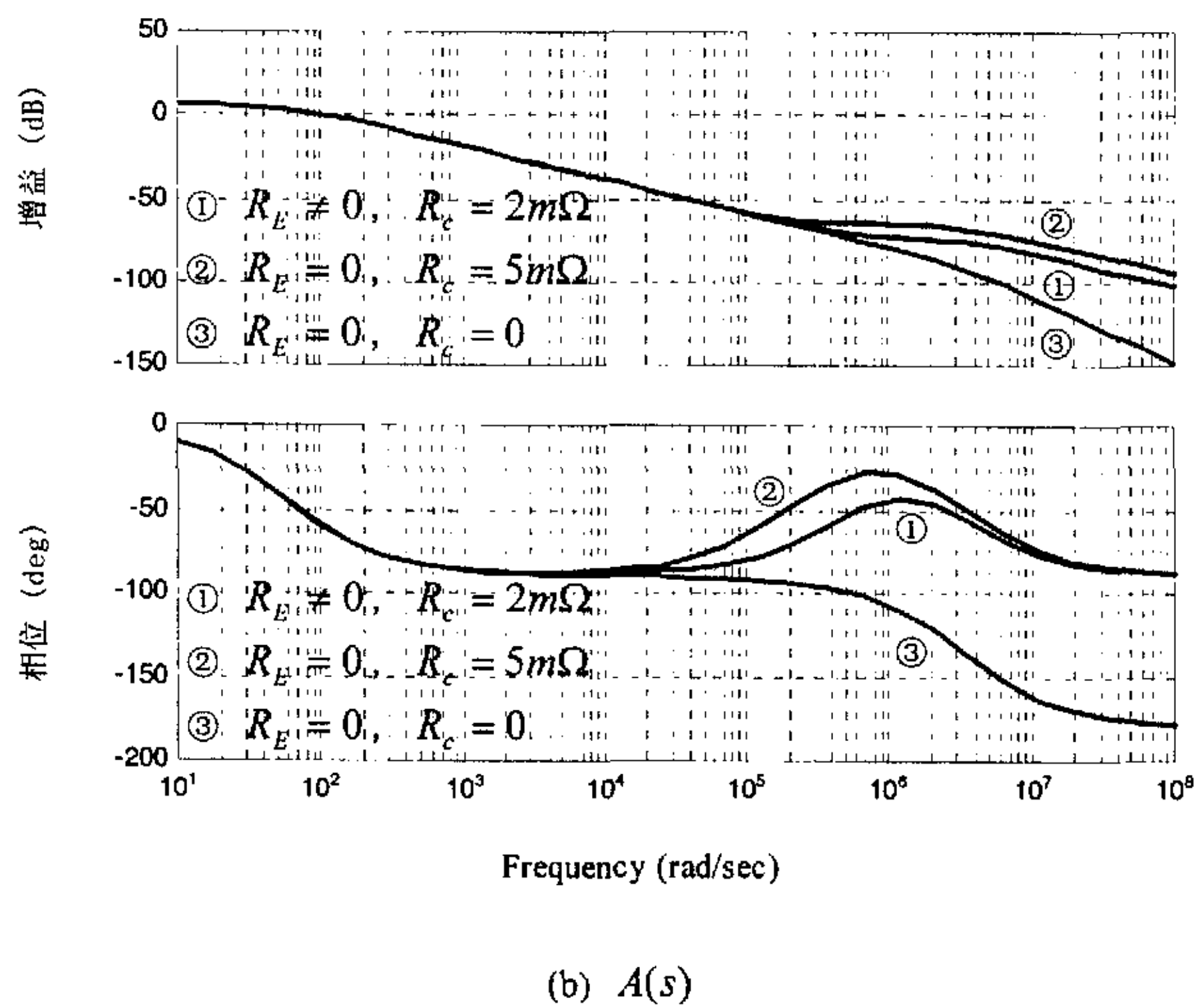
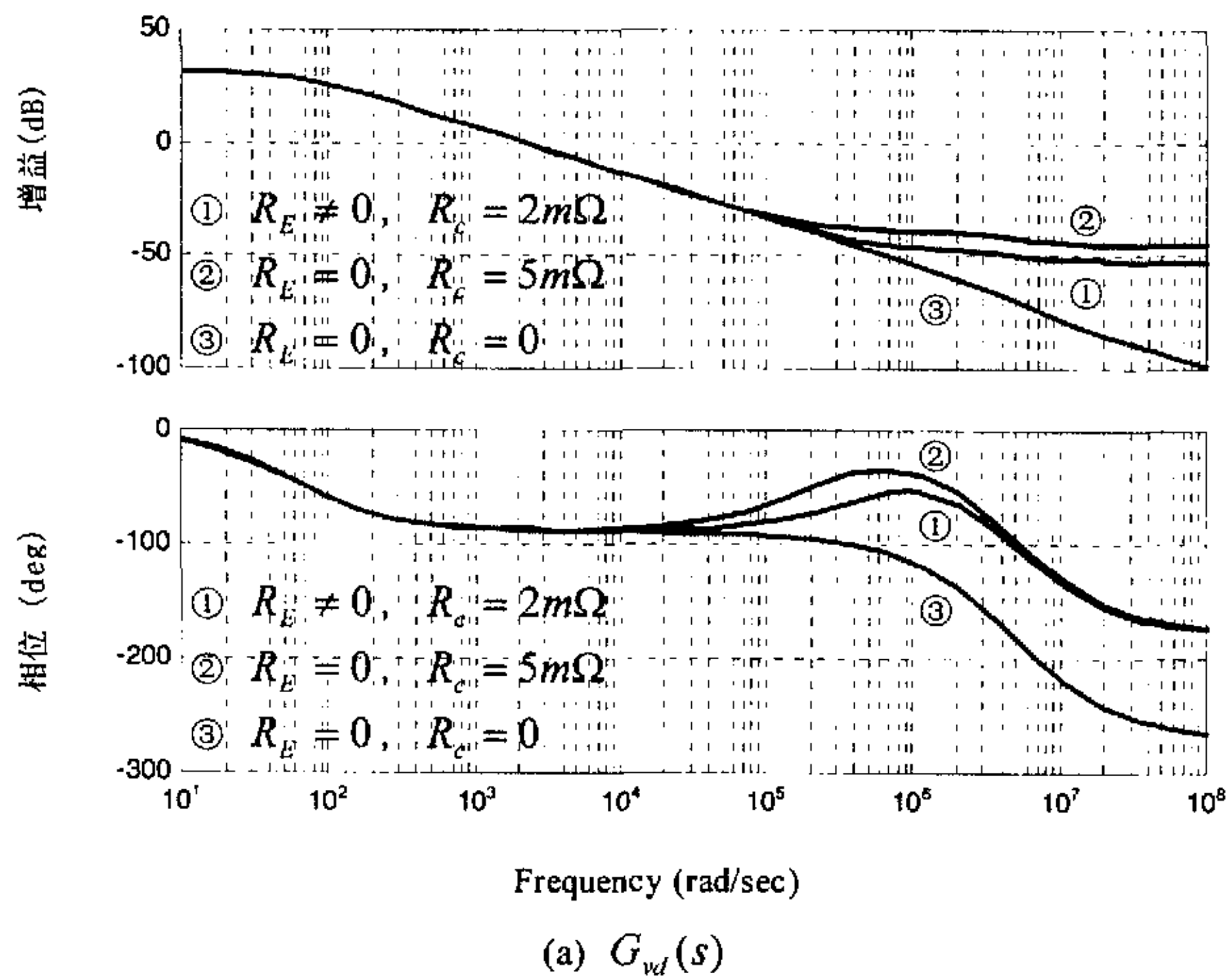
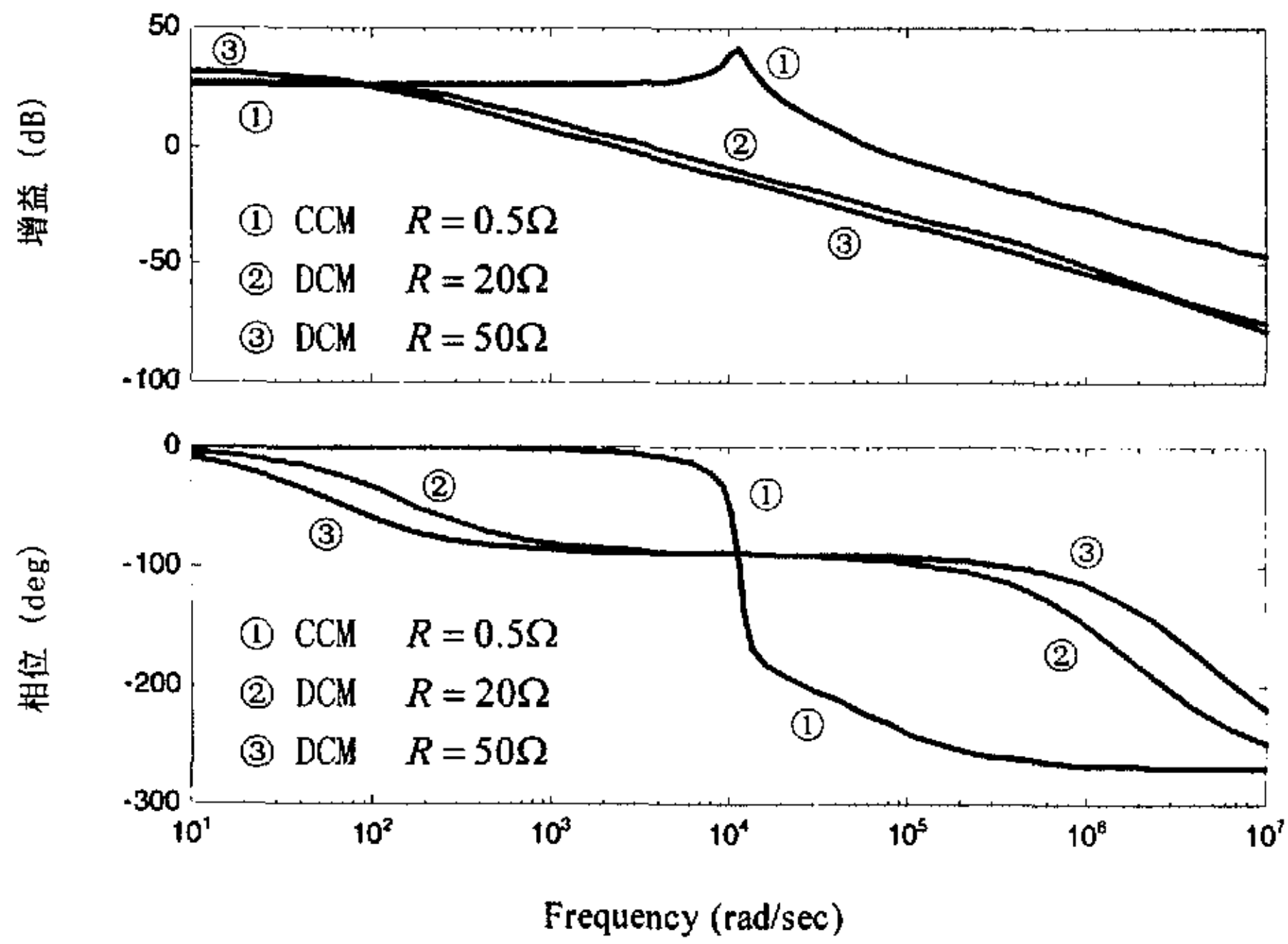
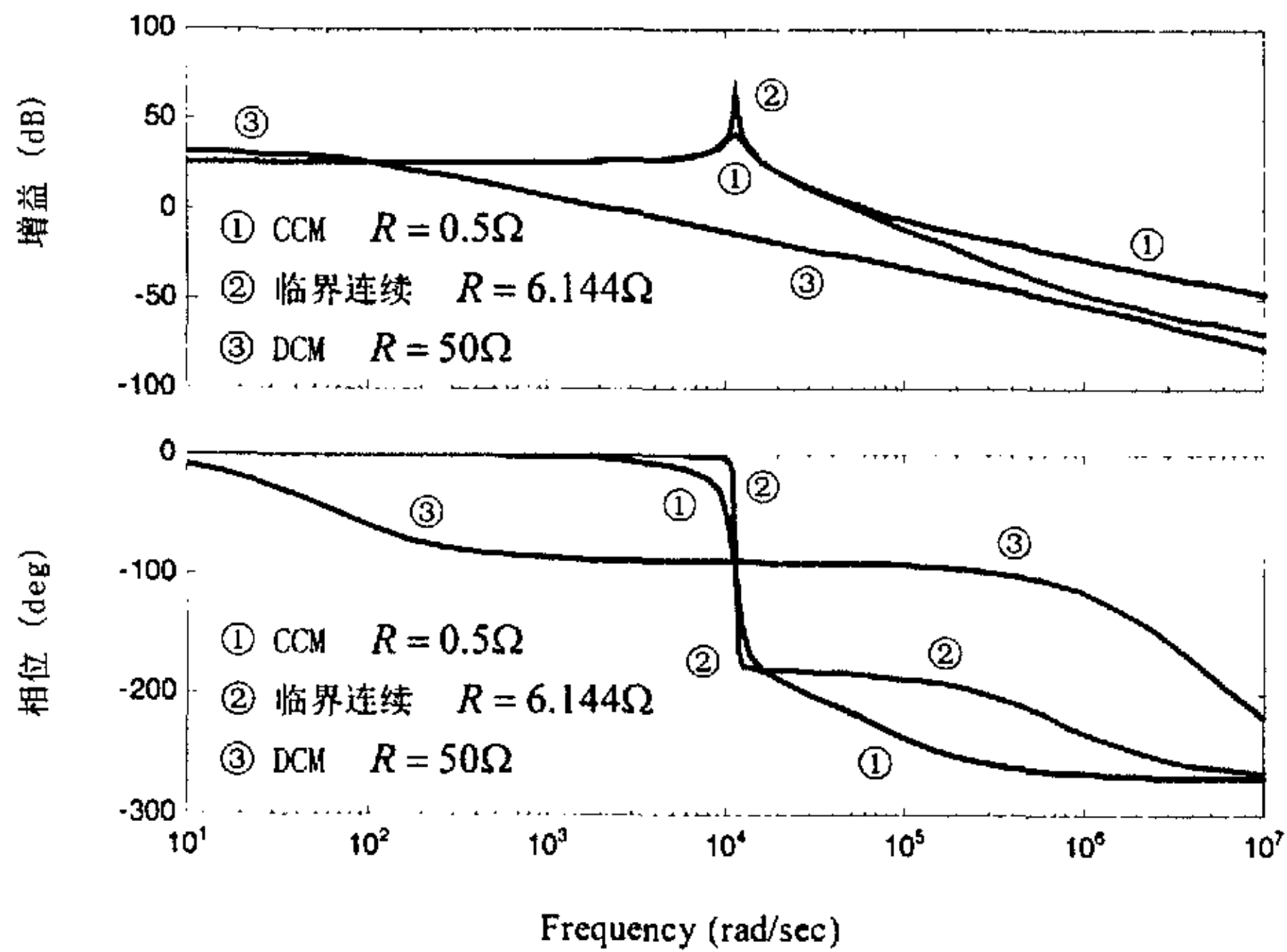


图 3-26 断续工作模式 Boost 变换器的电路平均法建模 Bode 图

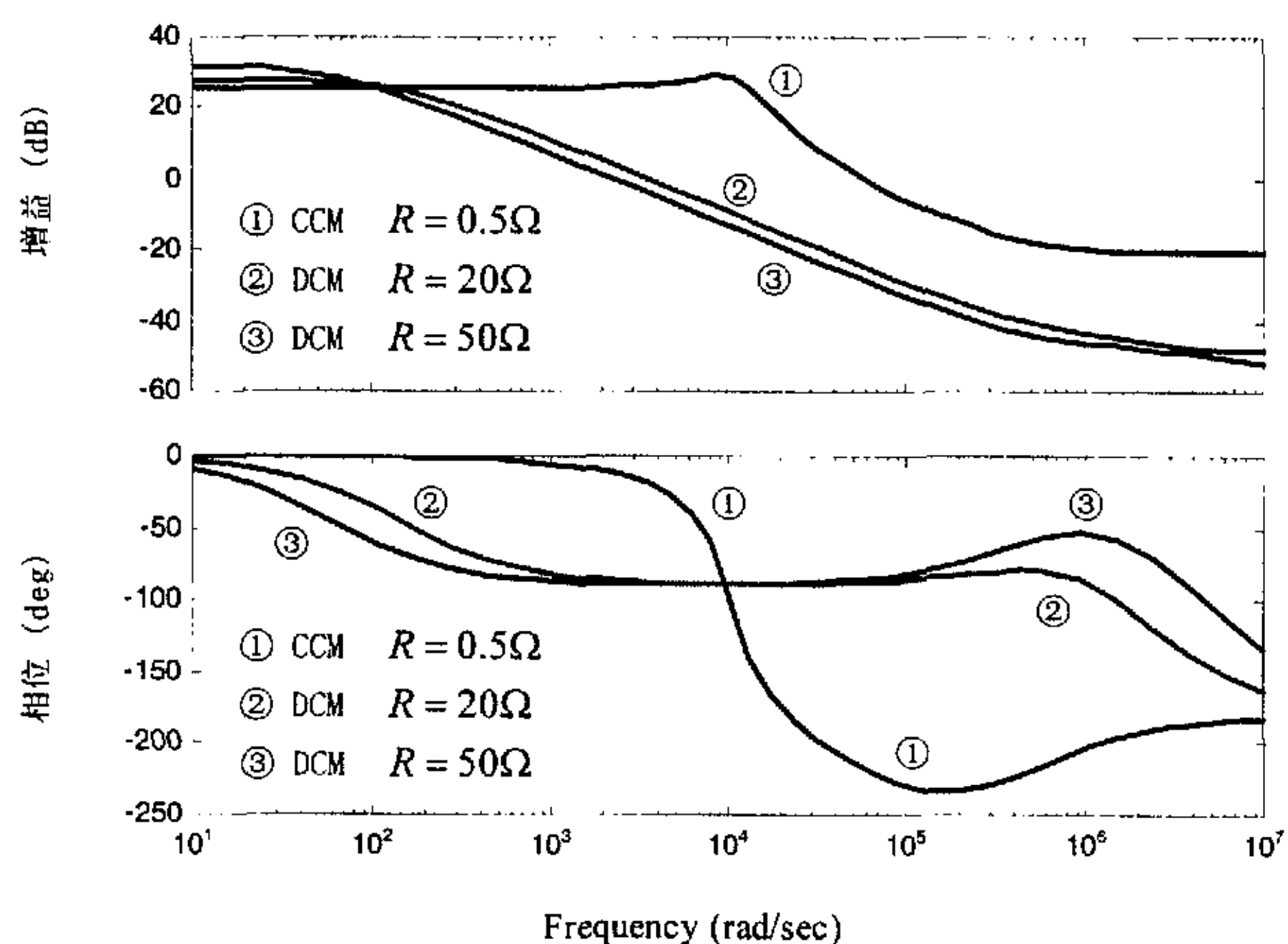


(a) 断续工作模式 (DCM) 与连续工作模式 (CCM) 的比较

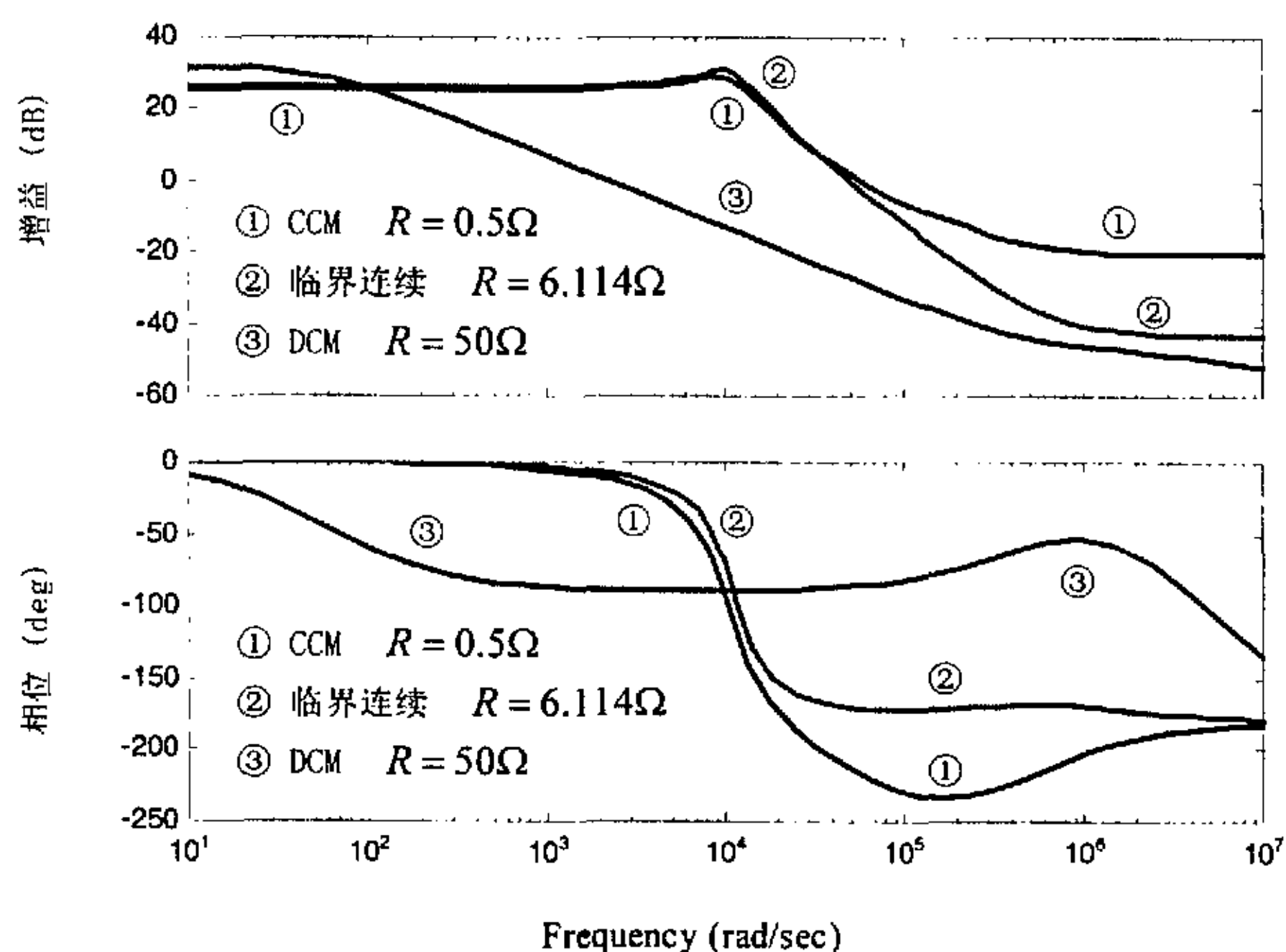


(b) 断续工作模式 (DCM)、连续工作模式 (CCM) 及临界连续的比较

图 3-27 不同工作模式下理想 Boost 变换器 $G_{vd}(s)$ ($R_E = 0$, $R_c = 0$) Bode 图



(a) 断续工作模式(DCM)与连续工作模式(CCM)的比较



(b) 断续工作模式(DCM)、连续工作模式(CCM)及临界连续的比较

图 3-28 不同工作模式下非理想 Boost 变换器 $G_{vd}(s)$ ($R_E \neq 0$, $R_c \neq 0$) Bode 图

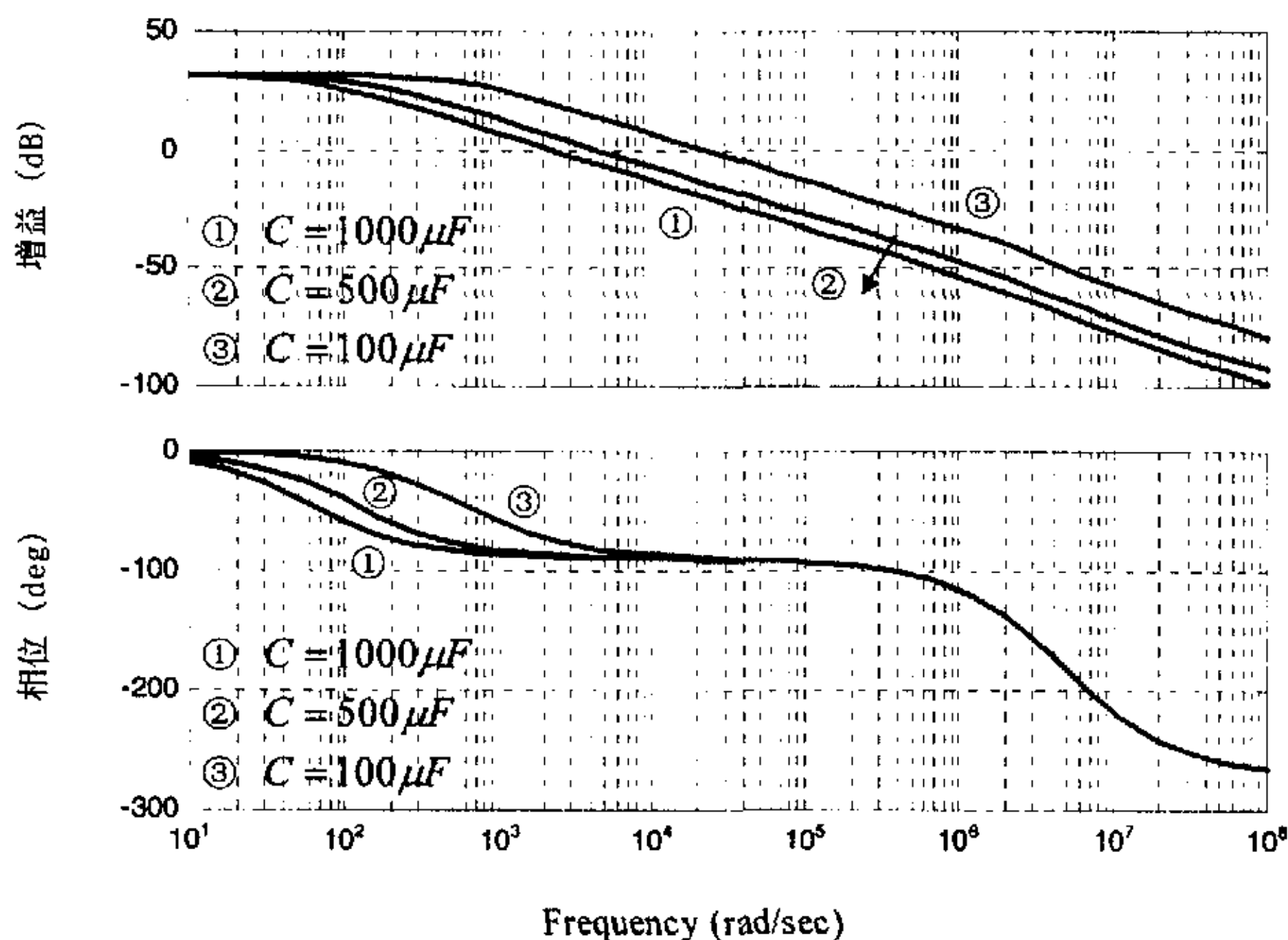


图 3-29 $L = 1.92 \mu H$, 改变 C 的大小, Boost 变换器断续

工作模式 (DCM) $G_{vd}(s)$ ($R_E = 0$, $R_c = 0$) Bode 图

3.5 本章小结

(1) 本章在第二章非理想基本变换器的电路平均法建模的基础上, 提出并研究非理想 PWM 变换器在断续工作模式下的电路平均法建模。

(2) 首次建立了非理想 Buck 变换器、非理想 Boost 变换器在断续工作模式下的的大信号电路模型、DC 和小信号电路模型, 进行了稳态分析, 导出了传递函数。

(3) 引入 d_c , 统一了非理想 Buck 变换器、非理想 Boost 变换器在连续工作模式和断续工作模式下的的大信号平均模型。推导了断续工作模式和连续工作模式的边界。

(4) 从仿真和理论分析两方面研究了 Buck 变换器和 Boost 变换器在断续工作模式下的的小信号特性, 并与临界连续、连续工作模式下的的小信号特性进行了比较, 分析了它们的不同点。研究表明: 考虑寄生参数和电流纹波的电路平均法建模, 能更精确地反映非理想基本变换器在断续工作模式下的特性。

参考文献

1. Vorperian V. Equivalent circuit models for resonant and PWM switches. VPEC,

- Presented at International Symposium, on Circuits and systems ISCAS 87 philadelphia, PA.
2. Vorperian V. Simplified analysis of PWM converter using the PWM switch, Part II: Discontinuous conduction mode. IEEE Trans. Aerospace and Electronic Systems, 1990, Vol. 26, No.3, 497~505
 3. Wang T G, Zhou X, and Lee F C. A low voltage high efficiency and high power density DC/DC converter. IEEE Power Electronics Specialists Conference, Record, 1997
 4. Jianping Xu, Juebang Yu. An extension of time averaging equivalent circuit analysis for DC-DC converters. IEEE International Symposium on Circuits and Systems, 1989, Vol.3, 2060~2063
 5. Jianping Xu, Juebang Yu. Time averaging equivalent circuit analysis of switching DC-DC converter in discontinuous conduction mode. Part II. Discontinuous conduction mode, International Journal of Electronics, 1993, Vol.74, No.3, 477~ 488
 6. Czarkowski D, Kazimierczuk M K. Static- and dynamic-circuit models of PWM buck-derived DC-DC converters. IEE Proceedings G, Circuits, Devices and Systems, 1992, 139(6): 669~679
 7. Cuk S, Middlebrook R D. A general unified approach to modeling switching DC-DC converters in discontinuous conduction mode. IEEE Power Electronics Specialists Conference, 1977, Record, 36~57
 8. Maksimović D, Cuk S. A unified analysis of PWM converters in discontinuous mode. IEEE Transactions on Power Electronics, July 1991, Vol.6, No.3, 476~ 490
 9. Krein P T, Bentsman J, Bass R M, Lesieutre B C. On the use of averaging for the analysis of power electronic systems. IEEE Transactions on Power Electronics, July 1990, Vol.5, 182~ 190
 10. Sun J, Grotstollen H. Averaged modeling of power converters: reformulation and theoretical basis. in Proc. IEEE PESC'92, 1992, 1166~1172
 11. Sun J, Mitchell D M, Greuel M F, Krein P T, Bass R M. Averaged modeling of PWM converters operating in discontinuous conduction mode. IEEE Power Electronics Specialists Conference, June 1998, Record, 615~622
 12. Sun J, Mitchell D M, Greuel M F, Krein P T, Bass R M. Averaged modeling of PWM converters operating in discontinuous conduction mode. Proceedings of the 1998 International High Frequency Power Conference (HFPC'98), November 1998, 61-72
 13. Sun J, Mitchell D M, Greuel M F, Krein P T, Bass R M. Averaged modeling of PWM converters operating in discontinuous conduction mode. IEEE Transactions on Power Electronics, July 2001, Volume: 16 Issue: 4, 482~492
 14. Erickson R W, Maksimović D. Fundamentals of power electronics. University of Colorado Boulder, Colorado, 2001, 226~230

第四章 带隔离变压器的开关变换器建模分析

摘要： 本章研究带隔离变压器、含多个功率开关器件的开关变换器在连续工作模式下的建模。提出了考虑导通损耗和考虑变压器漏感的半桥变换器的电路平均建模方法，分别推导出它们在连续工作模式下的动态大信号、DC 及小信号模型，导出了传递函数，进行了小信号特性的仿真研究。首次运用状态空间平均法建立了考虑变压器漏感的半桥变换器的稳态和小信号模型，得到了与用电路平均法建模一致的结果。

4.1 引言

状态空间平均法主要用于不考虑导通损耗和变压器漏感的理想 PWM 变换器的小信号分析^[1, 2]，三端开关器件模型法虽然成功地应用于移相控制零电压开关 PWM 变换器的小信号动态分析中，但未对其小信号电路模型进行具体推导，且未考虑变压器和开关器件的导通损耗^[7, 8]。

第二章研究了考虑开关器件导通损耗的非理想基本变换器的电路平均法建模，建立了不带隔离变压器、含两个开关器件的非理想 PWM 变换器在连续工作模式（CCM）下的电路模型。本章在第二章的基础上，提出带隔离变压器、含多个功率开关器件的开关变换器在连续工作模式下的电路平均建模方法，研究考虑导通损耗和考虑变压器漏感的半桥变换器的建模过程，分别推导它们在连续工作模式下（CCM）的动态大信号、DC 及小信号电路模型，进行稳态和小信号特性分析，导出传递函数。运用状态空间平均法建立考虑变压器漏感的半桥变换器在连续工作模式（CCM）下的稳态及小信号模型，将其与电路平均法建模的分析结果相比较。利用 MATLAB 软件分别对考虑导通损耗和考虑变压器漏感的半桥变换器进行幅频特性和相频特性的仿真研究，分析变压器的变比、原副边绕组电阻、电容的等效串联电阻、电感支路中总的等效串联电阻以及变压器的漏感对传递函数 Bode 图的影响。

4.2 考虑导通损耗的半桥变换器的电路平均法建模

半桥变换器如图 4-1(a)所示。在分析之前，作如下假设：

- (1) 两个功率开关管是完全一样的，两个二极管是完全一样的；
- (2) 功率开关管输出电容和二极管电容均忽略不计；
- (3) 功率开关管的开通电阻 R_{on} 是线性的，关断电阻为无穷大；

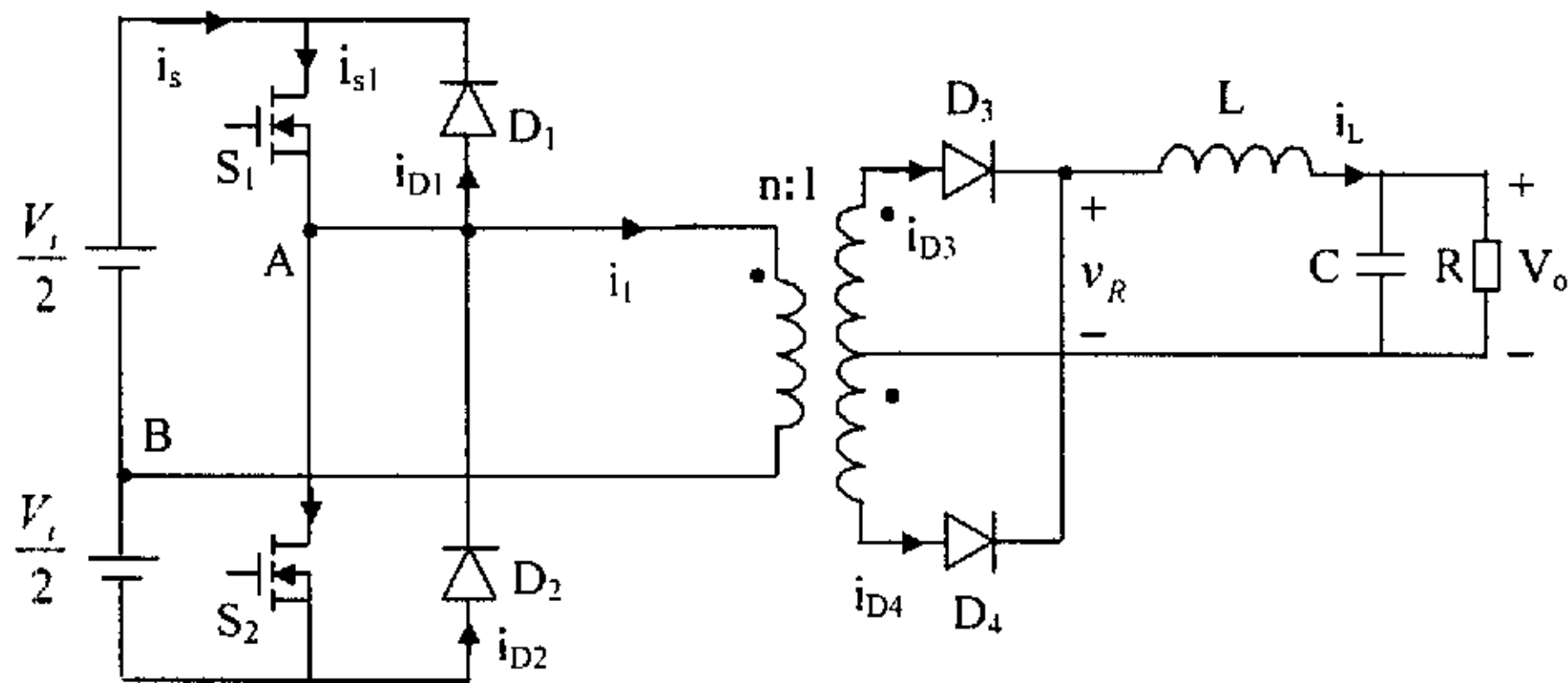
(4) 二极管开通状态由线性正向电阻 R_F 和正向压降 V_F 来模拟, 关断电阻为无穷大;

(5) 无源元件是线性的, 时不变的;

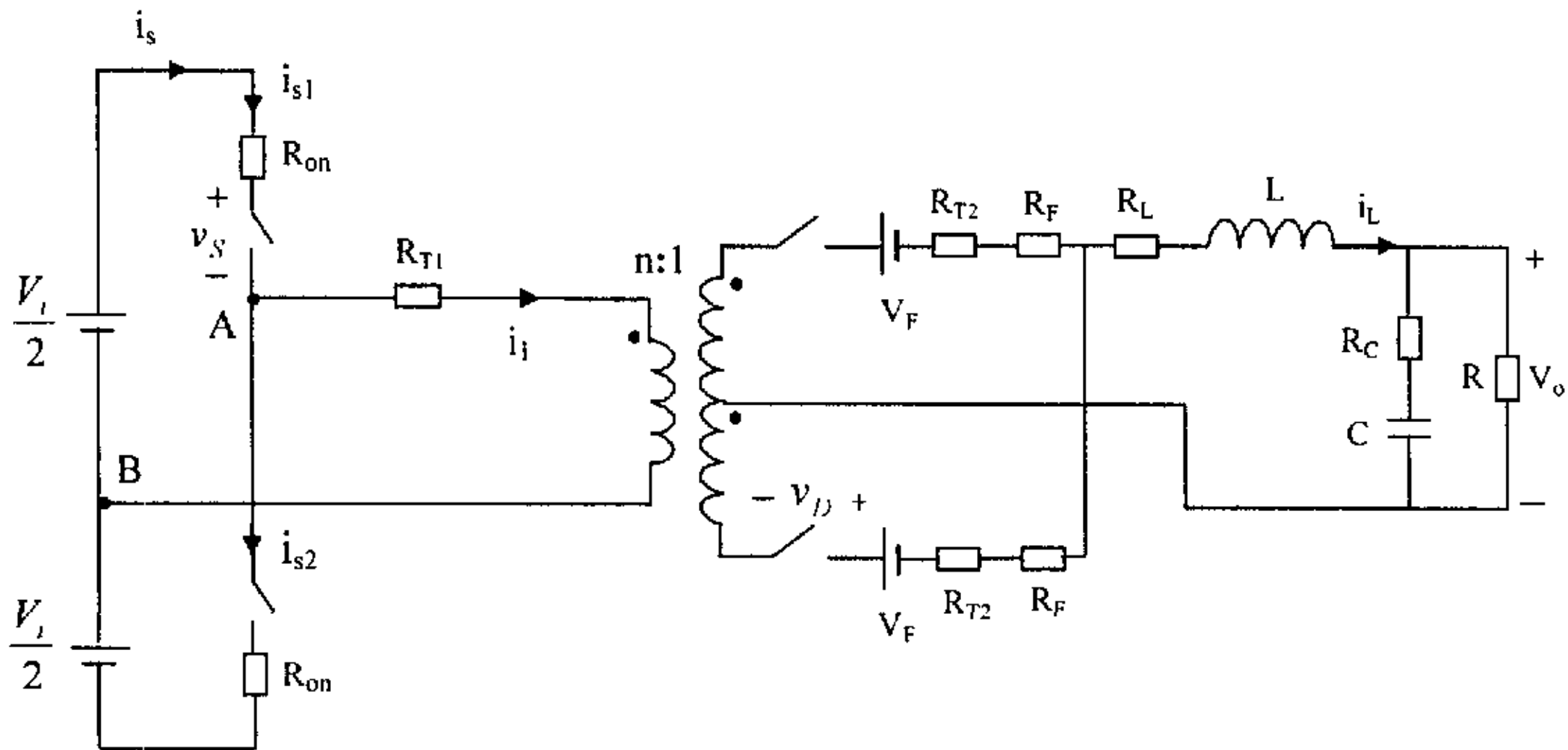
(6) 变压器的漏电感、分布电容、铁芯损耗均忽略不计;

(7) 在整个开关周期中, 电感电流是恒定的, $i_L \approx I_L$;

(8) 输入电压源的输出阻抗对于 AC 和 DC 分量都为 0.



(a) 电路



(b) 考虑导通损耗的等效电路

图 4-1 半桥变换器

图 4-1(a) 的半桥变换器功率开关管 S_1 S_2 的开关周期为 T , 则开关频率 $f_s = 1/T$, 导通时间为 t_{on} , 关断时间为 t_{off} , $T = t_{on} + t_{off}$, 占空比为 D , $D = t_{on}/T \leq 0.5$, D 的扰动量是 \hat{d} , 瞬时值 $d = D + \hat{d}$ 。图 4-1(b) 是考虑导通损耗的半桥变换器的等效电路, R_{on} 是功率开关管的开通电阻, R_{T1} R_{T2} 分别是变压器原、副边绕组电阻, V_F 是二极管的

正向压降, R_F 是二极管的正向电阻, R_L 是电感 L 的等效串联电阻, R_C 是滤波电容的等效串联电阻。

4.2.1 大信号动态电路模型

半桥变换器的主要波形如图 4-2 所示。当功率开关导通时, 流过功率开关的电流 $i_S \approx I_L/n$, 功率开关电流的平均值为

$$I_S = \frac{1}{T} \int_0^T i_L dt \approx \frac{1}{T} \int_0^{DT} \frac{I_L}{n} dt = \frac{D}{n} I_L \quad (4.1)$$

功率开关电流的有效值为

$$I_{Srms} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^{DT} i_S^2 dt} \approx \frac{\sqrt{D} I_L}{n} = \frac{I_S}{\sqrt{D}} \quad (4.2)$$

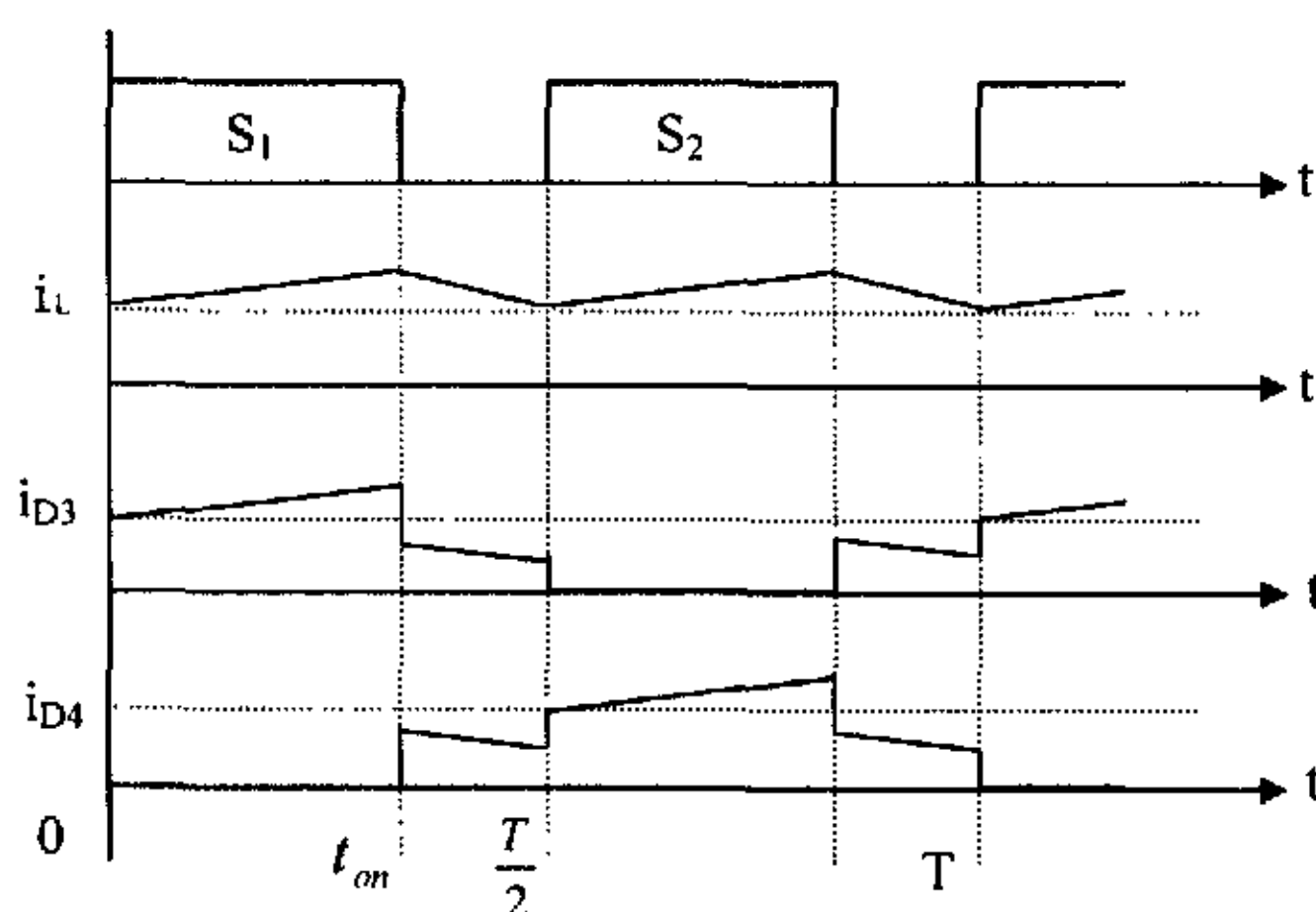


图 4-2 半桥变换器的主要波形

同理, 当二极管导通时, 流过二极管 D_3 的电流 (1) 当 $0 < t \leq DT$ 时, $i_{D3} \approx I_L$; (2) 当 $DT < t \leq T/2$, $(1/2 + D)T < t \leq T$ 时, $i_{D3} \approx I_L/2$; (3) $T/2 < t \leq (1/2 + D)T$ 时, $i_{D3} = 0$ 。二极管电流的平均值为

$$I_{D3} = \frac{1}{T} \int_0^T i_{D3} dt \approx \frac{1}{T} \left(\int_0^{DT} I_L dt + \int_{DT}^{T/2} \frac{I_L}{2} dt + \int_{(1/2+D)T}^T \frac{I_L}{2} dt \right) = \frac{I_L}{2} \quad (4.3)$$

二极管电流的有效值为

$$I_{D3rms} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i_{D3}^2 dt} \approx \frac{I_L \sqrt{2D+1}}{2} = \frac{n I_S \sqrt{2D+1}}{2D} = I_{D3} \sqrt{2D+1} \quad (4.4)$$

由式 (4.1, 4.3) 得到半桥变换器电流的直流分量之间的关系为

$$\frac{n}{D} = \frac{I_L}{I_S} \quad (4.5)$$

$$I_{D3} = I_{D4} = \frac{I_L}{2} \quad (4.6)$$

式中 I_L 是流过电感的电流的直流分量（等于直流输出电流 I_O ）， I_S 是功率开关管电流的直流分量， I_{D3} 、 I_{D4} 是流过输出整流二极管电流的直流分量。

因此，功率开关管中开通电阻 R_{on} 和变压器原边电阻 R_{T1} 的功率损耗为

$$\begin{aligned} P_{ST1} &= (R_{on} + R_{T1}) I_{Srms}^2 = \frac{D(R_{on} + R_{T1})}{n^2} I_L^2 \\ &= \frac{4D(R_{on} + R_{T1})}{n^2} I_{D3}^2 = \frac{R_{on} + R_{T1}}{D} I_S^2 \end{aligned} \quad (4.7)$$

二极管正向电阻 R_F 和变压器副边电阻 R_{T2} 的功率损耗为

$$\begin{aligned} P_{DT2} &= (R_F + R_{T2}) I_{D3rms}^2 = (2D+1)(R_F + R_{T2}) I_{D3}^2 \\ &= \frac{(2D+1)(R_F + R_{T2})}{4} I_L^2 = \frac{n^2(2D+1)(R_F + R_{T2})}{4D^2} I_S^2 \end{aligned} \quad (4.8)$$

二极管的正向压降 V_F 消耗的功率为

$$P_{VF} = V_F I_{D3} = \frac{V_F I_L}{2} = \frac{nV_F I_S}{2D} \quad (4.9)$$

所以，根据能量守恒原理，由式（4.7~4.9）得到功率开关支路的电阻 $R_{on} + R_{T1}$ 的等效平均电阻（EAR）为 $(R_{on} + R_{T1})/D$ ，二极管支路的 $R_F + R_{T2}$ 的等效平均电阻（EAR）为 $(2D+1)(R_F + R_{T2})$ ， V_F 的等效平均电压（EAV）等于 V_F 。

$$\text{平均电流} \quad \bar{i}_S = \frac{1}{T} \int_0^T i_S dt = \frac{d}{n} i_L \quad (4.10)$$

$$\text{平均电压} \quad \bar{v}_D = \frac{1}{T} \int_0^T v_D dt = \frac{1}{T} \int_0^{dT} \frac{1}{n} V_i dt = \frac{d}{n} V_i \quad (4.11)$$

$$\begin{aligned} \bar{v}_S &= \frac{1}{T} \int_0^T v_S dt = \frac{1}{T} \left(\int_{dT}^{T/2} \frac{V_i}{2} dt + \int_{T/2}^{(d+1/2)T} V_i dt + \int_{(d+1/2)T}^T \frac{V_i}{2} dt \right) \\ &= V_i/2 \end{aligned} \quad (4.12)$$

由式（4.11，4.12）得到半桥变换器动态大信号模型中理想二极管和理想功率 MOSFET 管电压的关系为

$$\bar{v}_D = \frac{2d\bar{v}_S}{n} = \frac{dV_i}{n} \quad (4.13)$$

根据式（4.10，4.13），图 4-1（b）的理想开关和变压器部分用受控电流源和受控电压源替代，得到半桥变换器在连续工作模式（CCM）下的大信号平均模型如图 4-3（a）所示。为了使模型简化，根据能量守恒原理，图 4-3（a）平均模型中功率开关支路的等效平均电阻（EAR） $(R_{on} + R_{T1})/D$ 映射到电感支路的等效平均电阻为 $D(R_{on} + R_{T1})/n^2$ ，二极管支路的等效平均电阻（EAR） $(2D+1)(R_F + R_{T2})$ 映射到电感

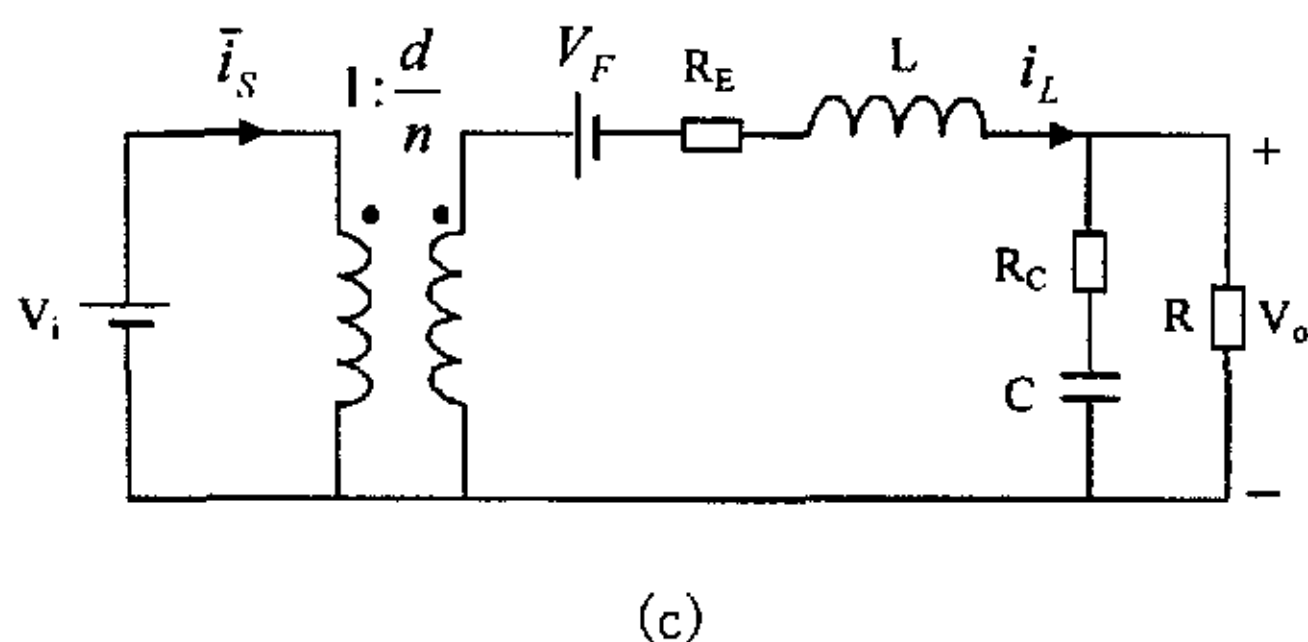
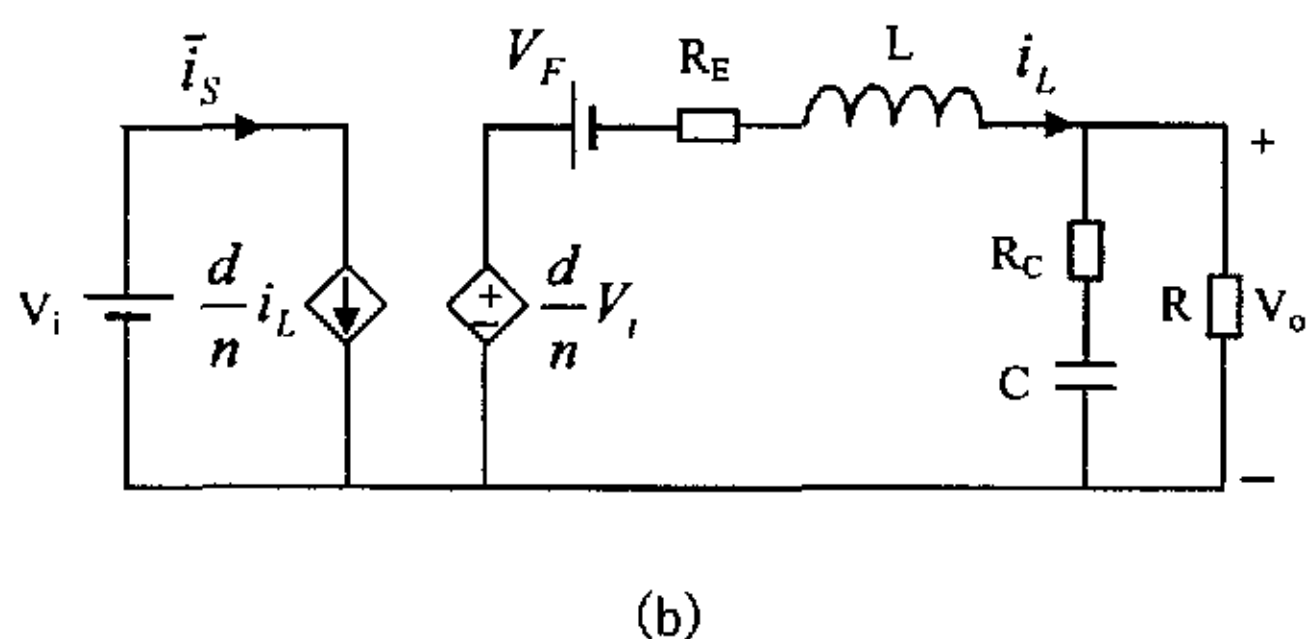
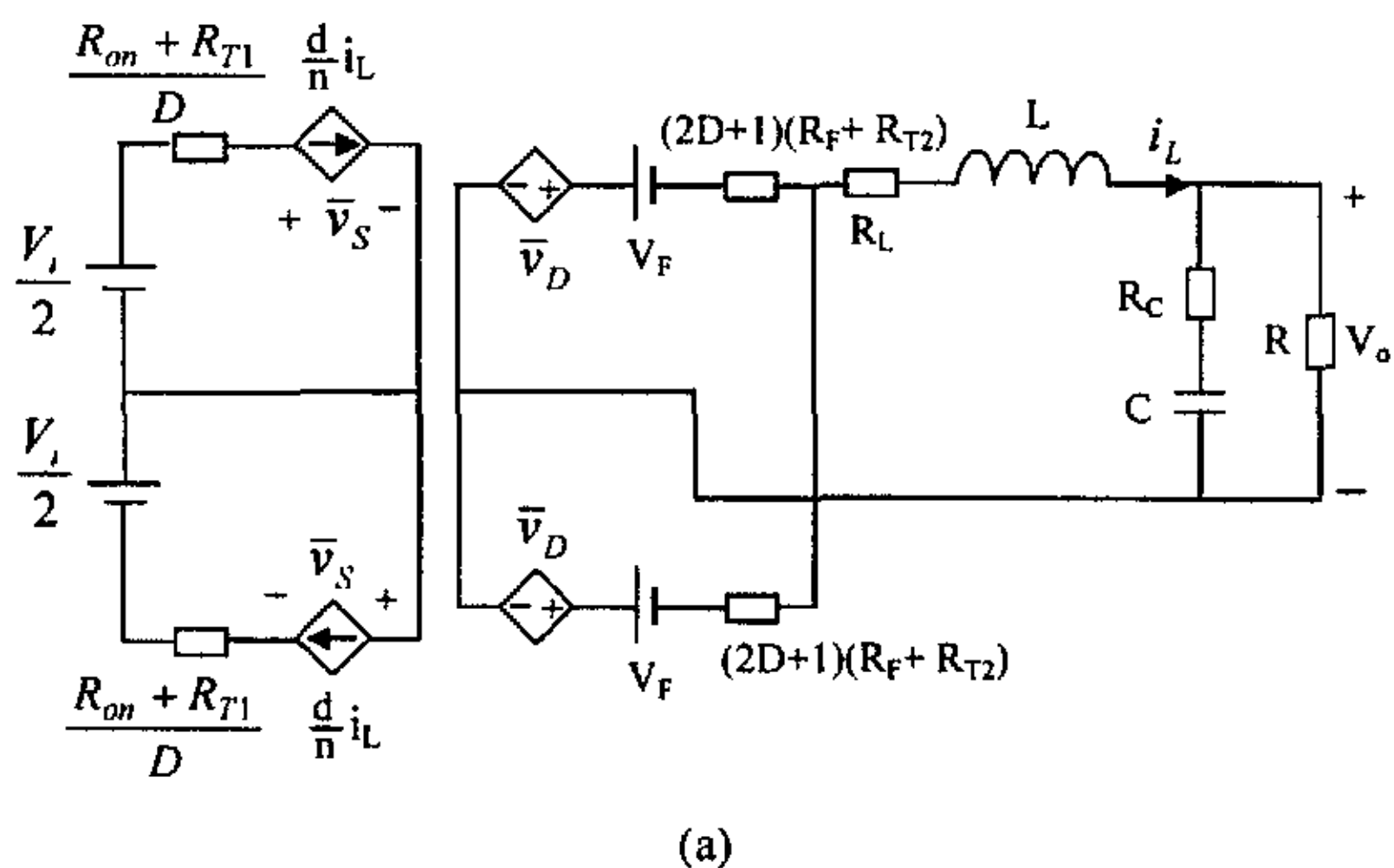


图 4-3 考虑导通损耗的半桥变换器在连续工作模式下的大信号平均模型

支路的等效平均电阻为 $(2D+1)(R_F + R_{T2})/4$ ，二极管支路的等效平均电压(EAV) V_F 映射到电感支路为 $V_F/2$ ，因此，由图 4-3(a)可得到图 4-3(b)。将图 4-3(b)进一步简化，同电感串联的所有的等效平均电阻用 R_E 表示，从而得到半桥变换器简化后的大信号平均模型如图 4-3(c)所示。

$$R_E = 2D \frac{R_{on} + R_{T1}}{n^2} + (D + \frac{1}{2})(R_F + R_{T2}) + R_L \quad (4.14)$$

图 4-3(c) 半桥变换器在连续工作模式 (CCM) 下的大信号平均模型与图 2-5(c)

Buck 变换器在连续工作模式 (CCM) 下的大信号平均模型相比, 模型等效电路结构相同, 非理想情况下 ($R_{on} \neq R_F \neq 0$, $V_F \neq 0$), 模型参数不同。①电感支路总的等效平均电阻 R_E 不同, 半桥变换器考虑了变压器原副边绕阻的电阻 R_{T1} 和 R_{T2} ,

$$R_E = 2D \frac{R_{on} + R_{T1}}{n^2} + (D + \frac{1}{2})(R_F + R_{T2}) + R_L, \text{ 图 2-5(c) } R_E = D R_{on} + (1-D) R_F + R_L; \text{ ②}$$

二极管的正向压降折算到电感支路中的等效平均电压不同, 图 4-3(c) 为 V_F , 图 2-5(c)

是 $(1-D)V_F$; ③模型中理想变压器的变比不同, 图 4-3(c) 为 $1:\frac{d}{n}$, 图 2-5(c) 是 $1:d$ 。

4.2.2 DC 电路模型

对图 4-3(c) 大信号平均模型的输入电压 V_i 和输出电压 V_o 施加扰动, 扰动量分别为 \hat{v}_i 和 \hat{v}_o , i_L 用稳态分量 I_L 和扰动分量 \hat{i}_L 之和表示, 占空比 d 用稳态量 D 和扰动量 \hat{d} 之和表示, 瞬时值 $v_i = V_i + \hat{v}_i$, $v_o = V_o + \hat{v}_o$, $i_L = I_L + \hat{i}_L$, $d = D + \hat{d}$, 则

$$\frac{d}{n} i_L = \frac{(D + \hat{d})}{n} (I_L + \hat{i}_L) = \frac{D}{n} I_L + \frac{I_L}{n} \hat{d} + \frac{D}{n} \hat{i}_L + \frac{\hat{d}}{n} \hat{i}_L \quad (4.15)$$

$$\frac{d}{n} v_i = \frac{(D + \hat{d})}{n} (V_i + \hat{v}_i) = \frac{D}{n} V_i + \frac{V_i}{n} \hat{d} + \frac{D}{n} \hat{v}_i + \frac{\hat{d}}{n} \hat{v}_i \quad (4.16)$$

在进行 DC 稳态分析时, 电容 C 开路, 电感 L 短路, 令扰动量 $\hat{i}_L = \hat{v}_i = \hat{v}_o = \hat{d} = 0$, 则由式 (4.15, 4.16) 和图 4-3(c), 得到半桥变换器在连续工作模式 (CCM) 下的 DC 电路模型如图 4-4 所示。

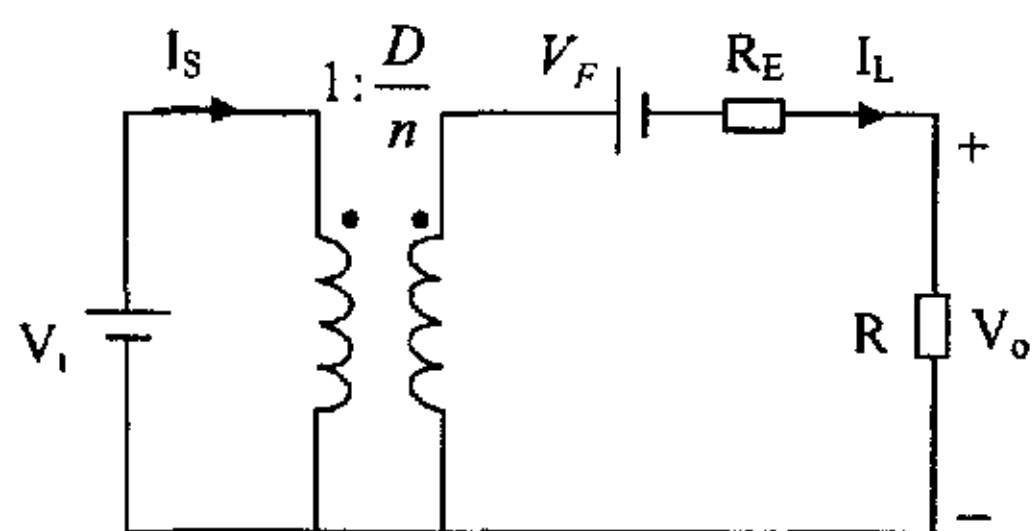


图 4-4 考虑导通损耗的半桥变换器在连续工作模式 (CCM) 下的 DC 电路模型

由图 4-4 求得

$$V_o = \frac{DV_i/n - V_F}{1 + \frac{R_E}{R}} \quad (4.17)$$

$$I_L = \frac{V_o}{R} \quad (4.18)$$

半桥变换器的效率

$$\eta = \frac{V_o I_o}{V_i I_i} = \frac{V_o I_L}{V_i \frac{DI_L}{n}} = \frac{n}{D} \cdot \frac{V_o}{V_i} = \frac{1}{1 + \frac{R_E}{R} + \frac{V_F}{V_o}} \quad (4.19)$$

4.2.3 小信号线性电路模型

在进行动态小信号分析时, 令稳态分量 $V_i = V_o = V_F = 0$, $I_L = 0$, 假设 $\frac{\hat{d}}{D} \ll 1$, $\frac{\hat{v}_i}{V_i} \ll 1$, $\frac{\hat{i}_L}{I_L} \ll 1$, 则可忽略 $\frac{1}{n} \hat{d} \hat{i}_L$ 和 $\frac{1}{n} \hat{d} \hat{v}_i$, 整理式 (4.15, 4.16) 得

$$\frac{d}{n} i_L = \frac{I_L}{n} \hat{d} + \frac{D}{n} \hat{i}_L \quad (4.20)$$

$$\frac{d}{n} v_i = \frac{V_i}{n} \hat{d} + \frac{D}{n} \hat{v}_i \quad (4.21)$$

由式 (4.20, 4.21) 和图 4-3(c) 可得到半桥变换器在连续工作模式 (CCM) 下的小信号电路模型如图 4-5 所示。

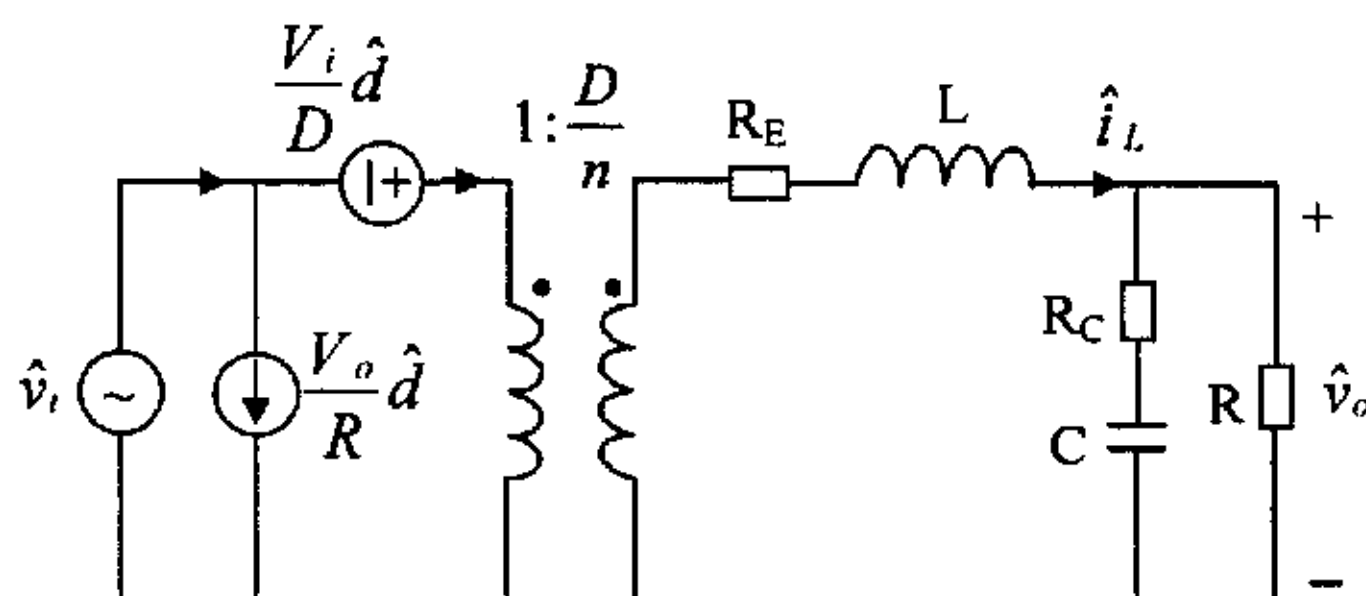


图 4-5 考虑导通损耗的半桥变换器在连续工作模式 (CCM) 下的小信号电路模型

图 4-5 和图 2-7 Buck 变换器在连续工作模式 (CCM) 下的小信号电路模型相比, 模型的结构相同, 但模型的参数不同。图 4-5 中理想变压器的变比为 $1:\frac{D}{n}$, 图 2-7 中理想变压器的变比为 $1:D$; 它们的 R_E 不同。

4.2.4 传递函数

由图 4-5 可进行小信号分析, 导出考虑导通损耗的半桥变换器在连续工作模式 (CCM) 下的传递函数。

1. $\hat{d}(s)$ 对输出电压 $\hat{v}_o(s)$ 的传递函数 $G_{vd}(s)$, 令 $\hat{v}_i(s) = 0$, 可求得

$$\begin{aligned} G_{vd}(s) &= \frac{\hat{v}_o(s)}{\hat{d}(s)} = \frac{V_i}{n} \cdot \frac{s R_c C + 1}{s^2(1 + R_c/R)LC + s(R_E C + R_c C + R_E R_c C/R + L/R) + R_E/R + 1} \\ &= \frac{R V_i}{n(R_E + R)} \cdot \frac{1 + s/\omega_{z1}}{1 + 2\xi \frac{s}{\omega_o} + \left(\frac{s}{\omega_o}\right)^2} = \frac{R V_i}{n(R_E + R)} \cdot \frac{1 + s/\omega_{z1}}{1 + \frac{s}{Q\omega_o} + \left(\frac{s}{\omega_o}\right)^2} \end{aligned} \quad (4.22)$$

2. $\hat{d}(s)$ 对输出电流 $\hat{i}_L(s)$ 的传递函数 $G_{id}(s)$, 令 $\hat{v}_i(s) = 0$, 可求得

$$\begin{aligned} G_{id}(s) &= \frac{\hat{i}_L(s)}{\hat{d}(s)} = \frac{V_i}{nR} \cdot \frac{1 + s(R + R_c)C}{s^2(1 + R_c/R)LC + s(R_E C + R_c C + R_E R_c C/R + L/R) + R_E/R + 1} \\ &= \frac{V_i}{n(R_E + R)} \cdot \frac{1 + s/\omega_{z1}}{1 + 2\xi \frac{s}{\omega_o} + \left(\frac{s}{\omega_o}\right)^2} = \frac{V_i}{n(R_E + R)} \cdot \frac{1 + s/\omega_{z1}}{1 + \frac{s}{Q\omega_o} + \left(\frac{s}{\omega_o}\right)^2} \end{aligned} \quad (4.23)$$

3. 输出阻抗 $Z_o(s)$, 令 $\hat{v}_i(s) = 0$, $\hat{d}(s) = 0$, 可求得

$$\begin{aligned} Z_o(s) &= \frac{(sL + R_E)(s R_c C + 1)}{s^2(1 + R_c/R)LC + s(R_E C + R_c C + R_E R_c C/R + L/R) + R_E/R + 1} \\ &= \frac{R_E R}{R_E + R} \cdot \frac{(1 + s/\omega_{z1})(1 + s/\omega_{z2})}{1 + 2\xi \frac{s}{\omega_o} + \left(\frac{s}{\omega_o}\right)^2} = \frac{R_E R}{R_E + R} \cdot \frac{(1 + s/\omega_{z1})(1 + s/\omega_{z2})}{1 + \frac{s}{Q\omega_o} + \left(\frac{s}{\omega_o}\right)^2} \end{aligned} \quad (4.24)$$

4. 输入阻抗 $Z_i(s)$, 令 $\hat{d}(s) = 0$, 可求得

$$\begin{aligned} Z_i(s) &= \frac{n^2}{D^2} \cdot \frac{s^2(1 + R_c/R)LC + s(R_E C + R_c C + R_E R_c C/R + L/R) + R_E/R + 1}{s(1 + R_c/R)C + 1/R} \\ &= \frac{n^2(R_E + R)}{D^2} \cdot \frac{1 + 2\xi \frac{s}{\omega_o} + \left(\frac{s}{\omega_o}\right)^2}{1 + s/\omega_{p3}} = \frac{n^2(R_E + R)}{D^2} \cdot \frac{1 + \frac{s}{Q\omega_o} + \left(\frac{s}{\omega_o}\right)^2}{1 + s/\omega_{p3}} \end{aligned} \quad (4.25)$$

5. 输入电压 $\hat{v}_i(s)$ 对输出电压 $\hat{v}_o(s)$ 的传递函数 $A(s)$, 令 $\hat{d}(s) = 0$, 可求得

$$\begin{aligned} A(s) &= \frac{\hat{v}_o(s)}{\hat{v}_i(s)} = \frac{D}{n} \cdot \frac{1 + s R_c C}{s^2(1 + R_c/R)LC + s(R_E C + R_c C + R_E R_c C/R + L/R) + R_E/R + 1} \\ &= \frac{DR}{n(R_E + R)} \cdot \frac{1 + s/\omega_{z1}}{1 + 2\xi \frac{s}{\omega_o} + \left(\frac{s}{\omega_o}\right)^2} = \frac{DR}{n(R_E + R)} \cdot \frac{1 + s/\omega_{z1}}{1 + \frac{s}{Q\omega_o} + \left(\frac{s}{\omega_o}\right)^2} \end{aligned} \quad (4.26)$$

式中, 转角频率 $\omega_o = \sqrt{\frac{R + R_E}{(R + R_c)LC}}$, 阻尼比 $\xi = \frac{R_E RC + RR_c C + R_E R_c C + L}{2\sqrt{(R + R_E)(R + R_c)LC}}$, 品质因

$$\text{数 } Q = \frac{1}{2\xi} = \frac{\sqrt{(R+R_E)(R+R_c)LC}}{R_E RC + RR_c C + R_E R_c C + L}, \quad \omega_{z1} = \frac{1}{R_c C}, \quad \omega_{z2} = \frac{R_E}{L}, \quad \omega_{p3} = \frac{1}{(R+R_c)C}。$$

将上述表达式与 Buck 变换器在连续工作模式 (CCM) 下的传递函数表达式 (2.36~2.39) 进行比较可知, 除输出阻抗 $Z_o(s)$ 外, 其余传递函数都与半桥变换器的隔离变压器变比 n 有关。半桥变换器和 Buck 变换器都是电压型变换器, 半桥变换器可看成两个正激变换器的组合, 只是输入电压为 $V_i/2$, 正激变换器实际上是一个隔离的 Buck 变换器, 这与上述分析结果是一致的。

4.3 考虑变压器漏感的半桥变换器电路平均法建模

在实际电路中, 变压器存在漏感, 考虑变压器漏感的半桥变换器如图 4-6 所示。在分析之前, 作如下假设:

- (1) 功率开关管和二极管均为理想开关器件, 功率开关管输出电容和二极管电容均忽略不计;
- (2) 两个功率开关管是完全一样的, 二极管 $D_1 D_2$ 完全一样, $D_3 D_4$ 完全一样
- (3) 考虑变压器的漏感, 变压器的分布电容、铁芯损耗均忽略不计;
- (4) 无源元件是线性的, 时不变的;
- (5) 在整个开关周期中, 电感电流是恒定的, $i_L \approx I_L = I_o$;
- (6) 输入电压源的输出阻抗对于 AC 和 DC 分量都为 0。

功率开关管 $S_1 S_2$ 的开关周期为 T , 导通时间为 t_{on} , 关断时间为 t_{off} , $T = t_{on} + t_{off}$, 开关频率 $f_s = 1/T$, 占空比为 D , $D = t_{on}/T \leq 0.5$, D 的扰动量是 \hat{d} , 瞬时值 $d = D + \hat{d}$ 。图 4-7 给出了考虑变压器漏感的半桥变换器的主要波形, 在一个开关周期中, 它有 8 种开关状态。由于漏感的存在, 一方面引起占空比丢失; 另一方面使得当功率开关管关断时, v_{AB} 出现一段时间反向电压。

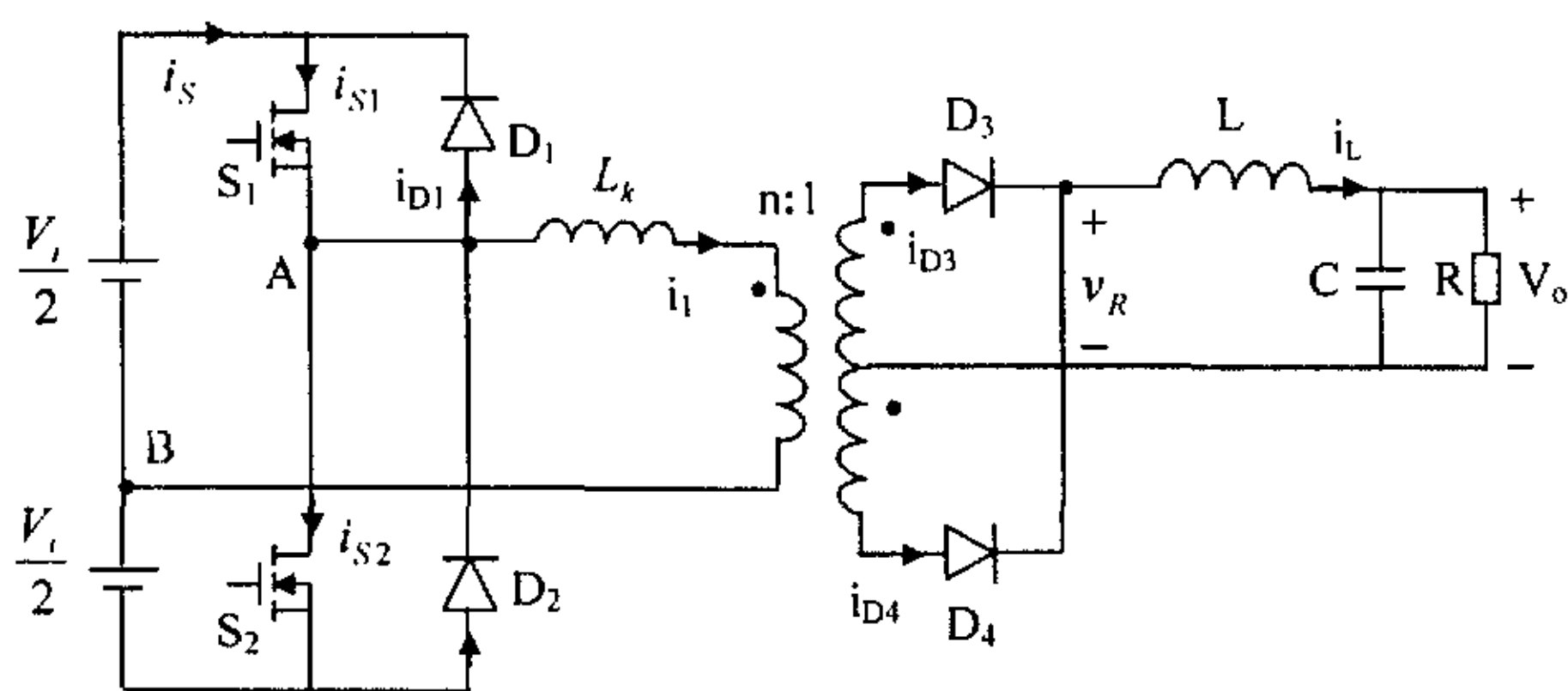


图 4-6 考虑变压器漏感的半桥变换器

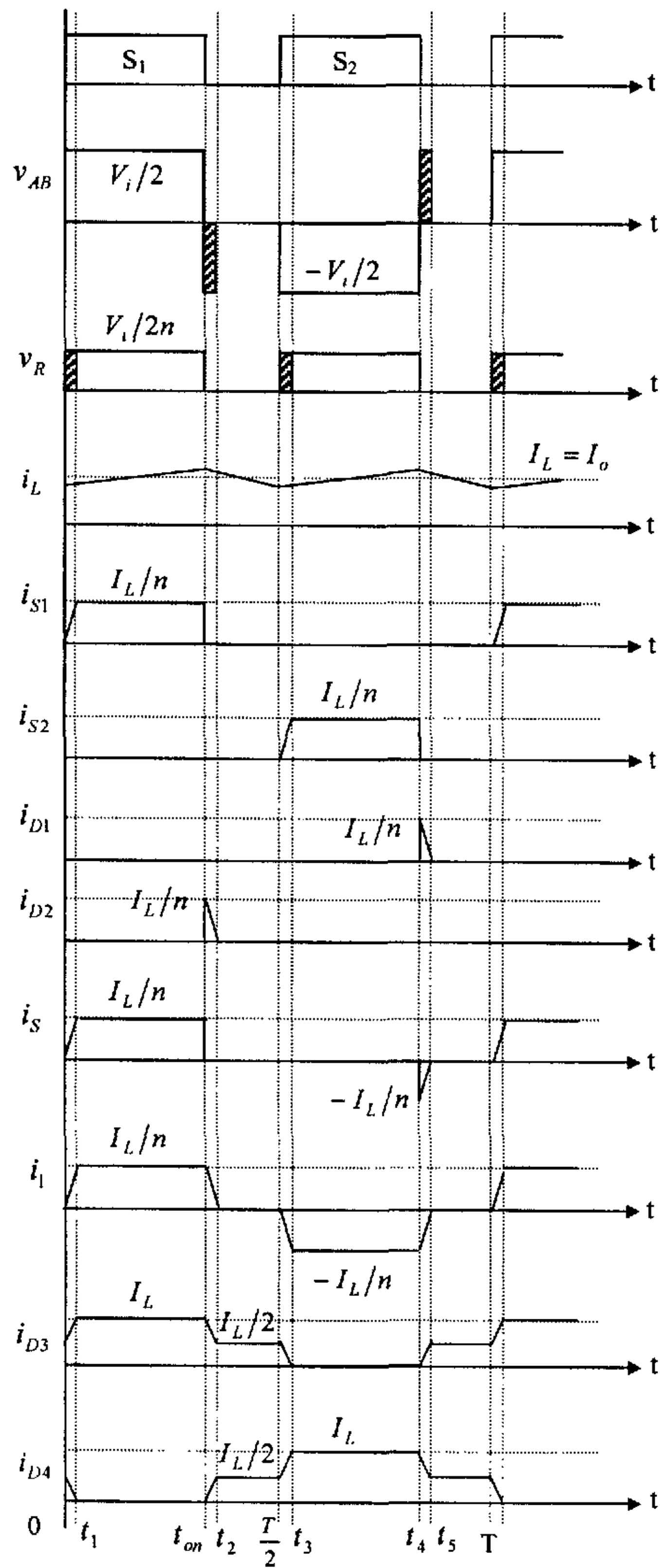


图 4-7 考虑变压器漏感的半桥变换器的主要波形

4.3.1 大信号动态电路模型

由于变压器漏感的存在,引起变压器副边绕组电压的占空比丢失,由图 4-7 得到变压器副边绕组电压的占空比丢失 D_l 为

$$D_l = \frac{t_1}{T} = \frac{2L_k I_o f_s}{nV_i} = \frac{2L_k I_L f_s}{nV_i} \quad (4.27)$$

变压器副边绕组电压的有效占空比 D_e 为

$$D_e = \frac{t_{on} - t_1}{T} = D - D_l = D - \frac{2L_k I_L f_s}{nV_i} \quad (4.28)$$

$$V_o = 2 \times \frac{2}{T} \int_0^{T/2} D_e T \frac{V_i}{2n} dt = \frac{D_e V_i}{n} \quad (4.29)$$

占空比瞬时值 $d = D + \hat{d}$, $d_e = D_e + \hat{d}_e$, \hat{d} 是 D 的扰动量, \hat{d}_e 是 D_e 的扰动量。电感电流 i_L 的脉动频率是变换器开关频率 f_s 的两倍, $i_L = \bar{i}_L = I_L + \hat{i}_L$, \hat{i}_L 是 I_L 的扰动量。

$$d_l = \frac{2L_k \hat{i}_L f_s}{nV_i} \quad (4.30)$$

$$d_e = d - d_l = d - \frac{2L_k f_s \hat{i}_L}{nV_i} \quad (4.31)$$

$$\text{瞬时电流 } i_s = \begin{cases} \frac{V_i}{2L_k} t & 0 \leq t \leq d_l T \\ \frac{i_L}{n} & d_l T \leq t \leq dT \\ 0 & dT \leq t \leq T \\ -\frac{i_L}{n} + \frac{V_i}{2L_k} (t - t_4) & t_4 \leq t \leq t_5 \end{cases} \quad (4.32)$$

$$\text{平均电流 } \bar{i}_s = \frac{i_L}{n} (d - d_l) = \frac{d_e}{n} i_L \quad (4.33)$$

$$\bar{i}_{D3} = \bar{i}_{D4} = \frac{i_L}{2} \quad (4.34)$$

$$\text{瞬时电压 } v_D = \begin{cases} 0 & 0 \leq t \leq d_l T \\ \frac{2}{n} \cdot \frac{V_i}{2} & d_l T \leq t \leq dT \\ 0 & dT \leq t \leq T \end{cases} \quad (4.35)$$

$$\text{平均电压 } \bar{v}_D = \frac{1}{T} \int_{dT}^{dT} \frac{2}{n} \cdot \frac{V_i}{2} dt = \frac{V_i}{n} (d - d_l) = \frac{d_e}{n} V_i \quad (4.36)$$

$$\text{瞬时电压 } v_s = \begin{cases} 0 & 0 \leq t \leq dT \\ V_i & dT \leq t \leq t_2 \\ \frac{V_i}{2} & t_2 \leq t \leq T/2 \\ \frac{V_i}{2} & T/2 \leq t \leq t_4 \\ 0 & t_4 \leq t \leq t_5 \\ \frac{V_i}{2} & t_5 \leq t \leq T \end{cases} \quad (4.37)$$

$$\begin{aligned} \text{平均电压 } \bar{v}_s &= \frac{1}{T} \int_{dT}^{t_2} V_i dt + \frac{1}{T} \int_{t_2}^{T/2} \frac{V_i}{2} dt + \frac{1}{T} \int_{T/2}^{t_4} \frac{V_i}{2} dt + \frac{1}{T} \int_{t_5}^T \frac{V_i}{2} dt \\ &= \frac{1}{T} \left(\frac{V_i}{2} t_2 - dV_i T + \frac{V_i}{4} T + V_i t_4 - \frac{V_i}{2} t_5 \right) = \frac{V_i}{2} \end{aligned} \quad (4.38)$$

$$\text{式中: } t_2 = dT + \frac{2L_k i_L}{nV_i} = dT + d_i T, \quad t_4 = \frac{T}{2} + dT, \quad t_5 = t_4 + \frac{2L_k i_L}{nV_i} = t_4 + d_i T。$$

由式(4.33, 4.36)得到考虑变压器漏感的半桥变换器在连续工作模式下的大信号平均模型如图 4-8(a)所示。根据电压相等的电压源并联和电流相等的电流源串联的电路理论, 简化图 4-8(a), 得到图 4-8(b)所示的大信号平均模型。图 4-8(b)中受控电压源和受控电流源用理想变压器等效, 得到图 4-8(c)所示的大信号平均模型。

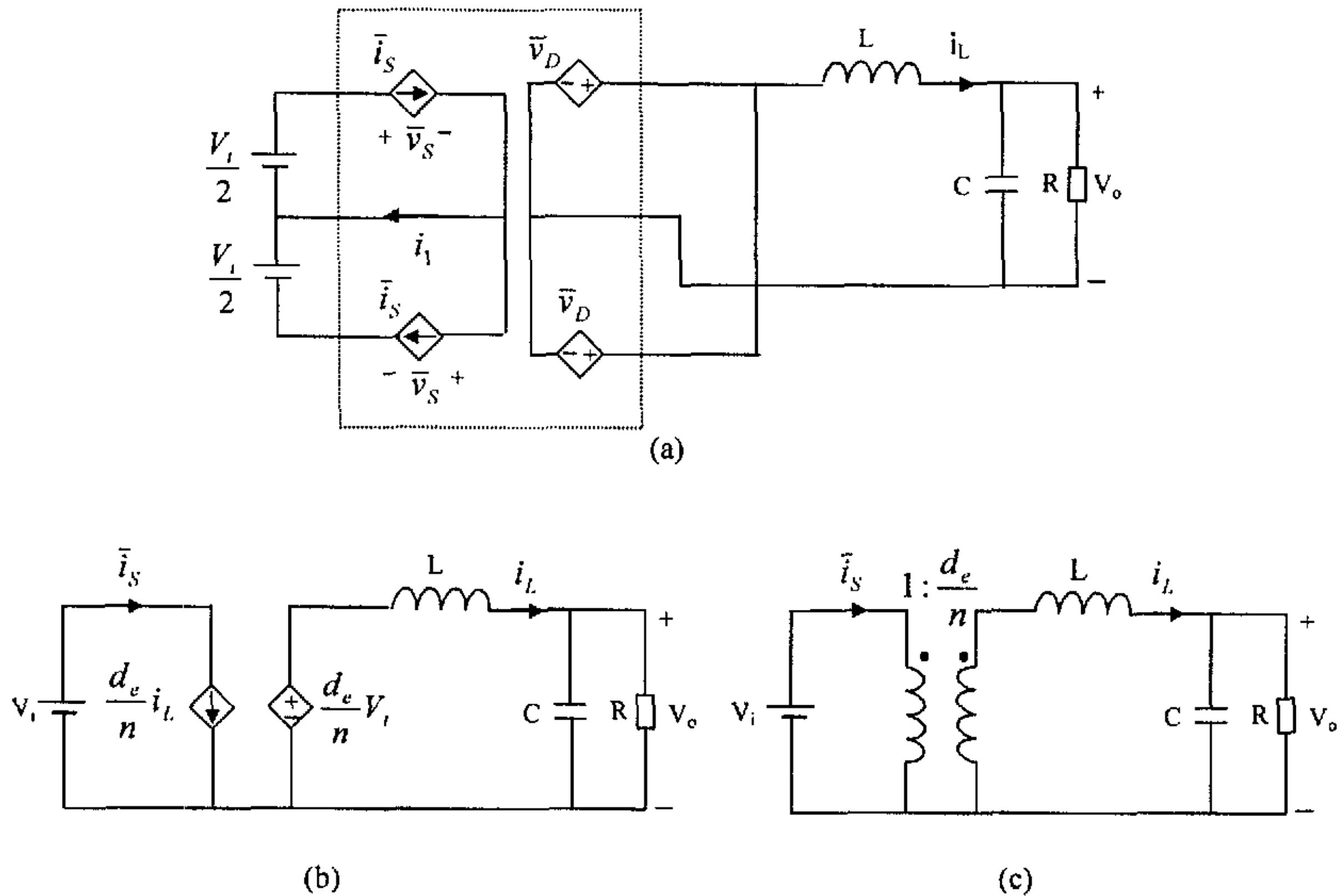


图 4-8 考虑变压器漏感的半桥变换器在连续工作模式下的大信号平均模型

4.3.2 DC 电路模型

i_L , \bar{i}_S , d , \hat{d}_e 可用稳态分量和扰动分量之和来表示, $i_L = I_L + \hat{i}_L$, $\bar{i}_S = I_S + \hat{i}_S$, $d = D + \hat{d}$, $d_e = D_e + \hat{d}_e$, 在进行 DC 稳态分析时, 电容 C 开路, 电感 L 短路, 令扰动量 $\hat{i}_L = \hat{i}_S = 0$, 则

$$\frac{d_e}{n} = \frac{D_e + \hat{d}_e}{n} = \frac{D_e}{n} \quad (4.39)$$

$$I_S = \frac{D_e}{n} I_L \quad (4.40)$$

由式 (4.39, 4.40) 和图 4-8(c) 得到考虑变压器漏感的半桥变换器在连续工作模式下的 DC 电路模型如图 4-9 所示。由图 4-9 得

$$V_o = \frac{D_e}{n} V_i \quad (4.41)$$

$$I_L = I_o = \frac{V_o}{R} \quad (4.42)$$

$$I_S = \frac{D_e}{n} \cdot \frac{V_o}{R} \quad (4.43)$$

$$D_l = \frac{2L_k I_L f_S}{n V_i} = \frac{2L_k D_e f_S}{n^2 R} \quad (4.44)$$

$$D_e = D - D_l = \frac{D}{1 + \frac{2L_k f_S}{n^2 R}} \leq D \quad (4.45)$$

$$D = D_e \left(1 + \frac{2L_k f_S}{n^2 R} \right) = \frac{n V_o}{V_i} \left(1 + \frac{2L_k f_S}{n^2 R} \right) \quad (4.46)$$

$$0.5 \geq D_{\max} \geq \frac{n V_o}{V_i} \left(1 + \frac{2L_k f_S}{n^2 R} \right) \quad (4.47)$$

可见, 由于变压器有漏感, 使有效占空比 D_e 小于原边占空比 D , 漏感 L_k 愈大, 占空比丢失 D_l 愈大, 有效占空比 D_e 愈小。为了减小占空比丢失, 应尽量减小漏感。

4.3.3 小信号线性电路模型

对大信号平均模型的输入电压 V_i 和输出电压 V_o 施加扰动, 扰动量分别为 \hat{v}_i 和 \hat{v}_o , 则瞬时值为 $v_i = V_i + \hat{v}_i$, $v_o = V_o + \hat{v}_o$, 电感电流 i_L 的脉动频率是变换器开关频率 f_S 的

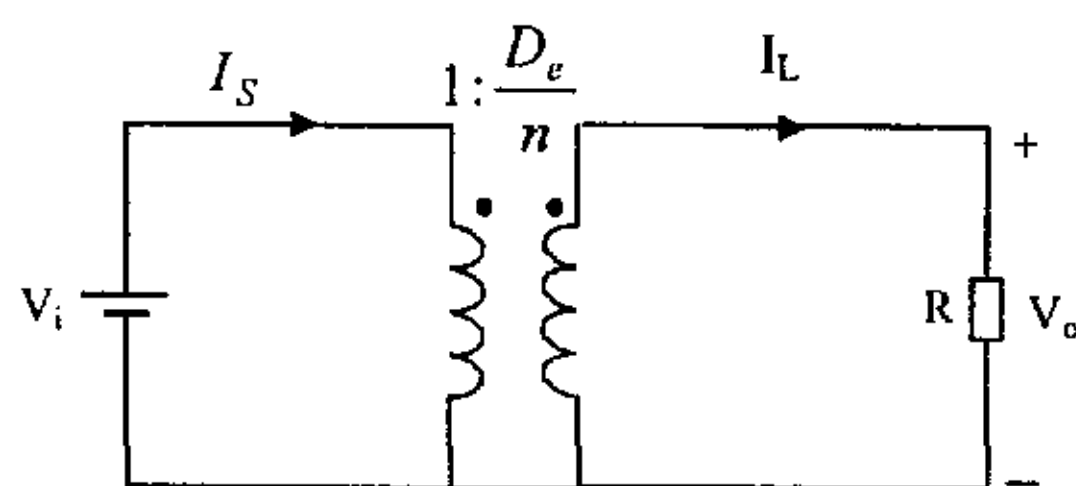


图 4-9 考虑变压器漏感的半桥变换器在连续工作模式下的 DC 电路模型

两倍, \hat{d} , \hat{d}_e , \hat{i}_L , \hat{i}_S 分别是 D , D_e , I_L , I_S 的扰动量, $d = D + \hat{d}$, $d_e = D_e + \hat{d}_e$, $i_L = I_L + \hat{i}_L$, $i_S = I_S + \hat{i}_S$, 则

$$D_e + \hat{d}_e = D + \hat{d} - \frac{2L_k f_s (I_L + \hat{i}_L)}{n(V_i + \hat{v}_i)} \quad (4.48)$$

$$I_S + \hat{i}_S = \frac{1}{n} (D_e + \hat{d}_e) (I_L + \hat{i}_L) \quad (4.49)$$

$$\frac{d_e}{n} v_i = \frac{(D_e + \hat{d}_e)(V_i + \hat{v}_i)}{n} = \frac{D_e V_i}{n} + \frac{V_i}{n} \hat{d}_e + \frac{D_e}{n} \hat{v}_i + \frac{\hat{d}_e \hat{v}_i}{n} \quad (4.50)$$

假设 $\frac{\hat{d}}{D} \ll 1$, $\frac{\hat{d}_e}{D_e} \ll 1$, $\frac{\hat{v}_i}{V_i} \ll 1$, $\frac{\hat{i}_L}{I_L} \ll 1$, 则可忽略 $\hat{d} \hat{v}_i$, $\hat{d}_e \hat{v}_i$, $\hat{d}_e \hat{i}_L$, 整理 (4.48, 4.49, 4.50) 得到

$$\hat{d}_e = \hat{d} - \frac{2L_k f_s}{nV_i} \hat{i}_L + \frac{2L_k I_L f_s}{nV_i^2} \hat{v}_i = \hat{d} - \frac{D_l}{I_L} \hat{i}_L + \frac{D_l}{V_i} \hat{v}_i \quad (4.51)$$

$$\hat{i}_S = \frac{I_L}{n} \hat{d}_e + \frac{D_e}{n} \hat{i}_L = \frac{I_L}{n} \hat{d} + \frac{D_e}{n} \hat{i}_L - \frac{D_l}{n} \hat{i}_L + \frac{D_l I_L}{nV_i} \hat{v}_i \quad (4.52)$$

$$\frac{V_i}{n} \hat{d}_e + \frac{D_e}{n} \hat{v}_i = \frac{V_i}{n} \hat{d} - \frac{D_l V_i}{nI_L} \hat{i}_L + \frac{D_l}{n} \hat{v}_i + \frac{D_e}{n} \hat{v}_i \quad (4.53)$$

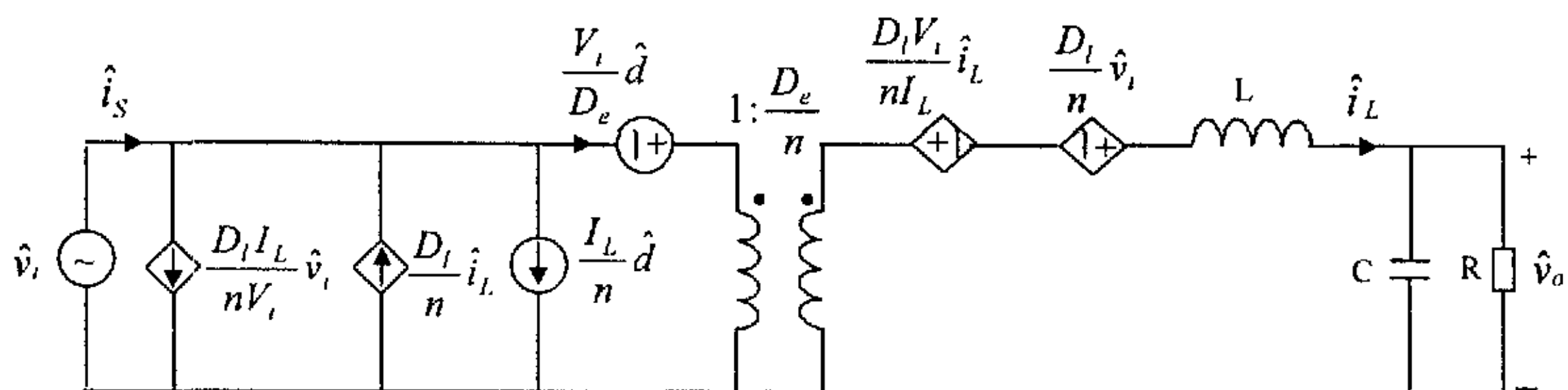


图 4-10 考虑变压器漏感的半桥变换器在连续工作模式下的小信号线性电路模型

由式 (4.52, 4.53) 和图 4-8 得到考虑变压器漏感的半桥变换器在连续工作模式下的小信号线性电路模型如图 4-10 所示。

4.3.4 传递函数

由图 4-10 考虑变压器漏感的半桥变换器在连续工作模式 (CCM) 下的小信号线性电路模型, 可进行小信号分析, 导出传递函数。

$$G_{vd}(s) = \frac{\hat{v}_o(s)}{\hat{d}(s)} \Big|_{\hat{v}_i(s)=0} = \frac{V_i}{n} \cdot \frac{1}{s^2 LC + s(L/R + 2L_k f_s C/n^2) + 2L_k f_s/n^2 R + 1}$$

$$= \frac{V_i}{n(2L_k f_s / n^2 R + 1)} \cdot \frac{1}{1 + 2\xi(s/\omega_o) + (s/\omega_o)^2} \quad (4.54)$$

$$\begin{aligned} G_{id}(s) &= \frac{\hat{i}_L(s)}{\hat{d}(s)} \Big|_{\hat{v}_i(s)=0} = \frac{V_i}{nR} \cdot \frac{1 + sRC}{s^2 LC + s(L/R + 2L_k f_s C/n^2) + 2L_k f_s / n^2 R + 1} \\ &= \frac{V_i}{nR(2L_k f_s / n^2 R + 1)} \cdot \frac{1 + sRC}{1 + 2\xi(s/\omega_o) + (s/\omega_o)^2} \end{aligned} \quad (4.55)$$

令 $\hat{v}_i(s) = 0$, $\hat{d}(s) = 0$, 可求得输出阻抗 $Z_o(s)$

$$\begin{aligned} Z_o(s) &= \frac{sL + 2L_k f_s / n^2}{s^2 LC + s(L/R + 2L_k f_s C/n^2) + 2L_k f_s / n^2 R + 1} \\ &= \frac{2L_k f_s / n^2}{2L_k f_s / n^2 R + 1} \cdot \frac{1 + sn^2 L / 2L_k f_s}{1 + 2\xi(s/\omega_o) + (s/\omega_o)^2} \end{aligned} \quad (4.56)$$

$$\begin{aligned} A(s) &= \frac{\hat{v}_o(s)}{\hat{v}_i(s)} \Big|_{\hat{d}(s)=0} = \frac{D}{n} \cdot \frac{1}{s^2 LC + s(L/R + 2L_k f_s C/n^2) + 2L_k f_s / n^2 R + 1} \\ &= \frac{D}{n(2L_k f_s / n^2 R + 1)} \cdot \frac{1}{1 + 2\xi(s/\omega_o) + (s/\omega_o)^2} \end{aligned} \quad (4.57)$$

式中, 转角频率 $\omega_o = \sqrt{\frac{1 + 2L_k f_s / n^2 R}{LC}}$, 阻尼比 $\xi = \frac{L/R + 2L_k f_s C/n^2}{2\sqrt{(1 + 2L_k f_s / n^2 R)LC}}$,

$$\text{品质因数 } Q = \frac{1}{2\xi} = \frac{\sqrt{(1 + 2L_k f_s / n^2 R)LC}}{L/R + 2L_k f_s C/n^2}$$

令 $s = 0$, 得到小信号特性的低频渐近线:

$$G_{vd}(0) = \frac{V_i}{n} \cdot \frac{1}{2L_k f_s / n^2 R + 1} = \frac{V_i}{n} \cdot \frac{D_e}{D} \quad (4.58)$$

$$G_{id}(0) = \frac{V_i}{nR} \cdot \frac{1}{2L_k f_s / n^2 R + 1} = \frac{V_i}{nR} \cdot \frac{D_e}{D} \quad (4.59)$$

$$Z_o(0) = \frac{2L_k f_s / n^2}{2L_k f_s / n^2 R + 1} = (1 - \frac{D_e}{D})R \quad (4.60)$$

$$A(0) = \frac{D}{n} \cdot \frac{1}{2L_k f_s / n^2 R + 1} = \frac{D_e}{n} \quad (4.61)$$

可见, 式(4.58~4.61)都与变压器的变比 n 和漏感 L_k 有关, $D_i = \frac{2L_k I_L f_s}{nV_i}$,

$$D_e = D - D_i.$$

当 $s \rightarrow \infty$ 时, 可得到小信号特性的高频渐近线: $G_{vd}(\infty) = 0$, $G_{id}(\infty) = 0$, $Z_o(\infty) = 0$, $A(\infty) = 0$ 。

4.4 考虑变压器漏感的半桥变换器状态空间平均法建模

状态空间平均法在理想 PWM DC-DC 变换器的建模分析中, 得到了广泛的应用^[1-8]。本节将状态空间平均法推广应用到带隔离变压器、含多个功率开关器件、考虑变压器漏感的半桥变换器的建模分析中, 并与 4.3 电路平均法建模进行比较。

考虑变压器漏感的半桥变换器及其主要波形分别如图 4-6 和 4-7 所示, 功率开关管 S_1 、 S_2 的开关周期为 T , 导通时间为 t_{on} , 关断时间为 t_{off} , $T = t_{on} + t_{off}$, 开关频率 $f_s = 1/T$, 占空比为 D , $D = t_{on}/T \leq 0.5$, D 的扰动量是 \hat{d} , 瞬时值 $d = D + \hat{d}$, V_i 的扰动量为 \hat{v}_i , 瞬时值 $v_i = V_i + \hat{v}_i$, V_o 的扰动量为 \hat{v}_o , 瞬时值 $v_o = V_o + \hat{v}_o$ 。分析条件同 4.3 电路平均法建模, 由于漏感的存在, 半桥变换器在一个开关周期中, 有 8 种开关状态, 可用相对应的 8 个线性非时变电路来描述。

a. 8 种开关状态电路的状态空间描述

$$\begin{cases} L_k \frac{di_1}{dt} = \frac{v_i}{2} \\ L \frac{di_L}{dt} = -v_c \\ C \frac{dv_c}{dt} = i_L - \frac{v_c}{R} \end{cases} \quad 0 \leq t \leq t_1, t_4 \leq t \leq t_5 \quad (4.62)$$

$$\begin{cases} L_k \frac{di_1}{dt} = 0 \\ L \frac{di_L}{dt} = \frac{v_i}{2n} - v_c \\ C \frac{dv_c}{dt} = i_L - \frac{v_c}{R} \end{cases} \quad t_1 \leq t \leq t_{on}, t_3 \leq t \leq t_4 \quad (4.63)$$

$$\begin{cases} L_k \frac{di_1}{dt} = -\frac{v_i}{2} \\ L \frac{di_L}{dt} = -v_c \\ C \frac{dv_c}{dt} = i_L - \frac{v_c}{R} \end{cases} \quad t_{on} \leq t \leq t_2, \frac{T}{2} \leq t \leq t_3 \quad (4.64)$$

$$\begin{cases} L_k \frac{di_1}{dt} = 0 \\ L \frac{di_L}{dt} = -v_c \\ C \frac{dv_c}{dt} = i_L - \frac{v_c}{R} \end{cases} \quad t_2 \leq t \leq \frac{T}{2}, t_5 \leq t \leq T \quad (4.65)$$

b. 状态平均方程（状态空间平均模型）

$$\begin{cases} L_k \frac{di_1}{dt} = \left(\frac{t_1}{T} + \frac{t_5 - t_4}{T} \right) \cdot \frac{v_i}{2} + \left(\frac{t_2 - t_{on}}{T} + \frac{t_3 - T/2}{T} \right) \cdot \left(-\frac{v_i}{2} \right) \\ L \frac{di_L}{dt} = \left(\frac{t_1}{T} + \frac{T - t_4}{T} + \frac{t_3 - t_{on}}{T} \right) \cdot (-v_c) + \left(\frac{t_{on} - t_1}{T} + \frac{t_4 - t_3}{T} \right) \cdot \left(\frac{v_i}{2n} - v_c \right) \\ C \frac{dv_c}{dt} = i_L - \frac{v_c}{R} \\ v_o = v_c \end{cases} \quad (4.66)$$

式中： $t_1 = \frac{2L_k i_L}{nv_i}$, $t_{on} = dT$, $t_2 = dT + \frac{2L_k i_L}{nv_i}$, $t_3 = \frac{T}{2} + \frac{2L_k i_L}{nv_i}$, $t_4 = \frac{T}{2} + dT$,

$t_5 = \frac{T}{2} + dT + \frac{2L_k i_L}{nv_i}$, 代入式 (4.66) 整理得

$$\begin{cases} L_k \frac{di_1}{dt} = 0 \\ L \frac{di_L}{dt} = -v_c + \frac{d}{n} v_i - \frac{2L_k i_L f_s}{n^2} \\ C \frac{dv_c}{dt} = i_L - \frac{v_c}{R} \\ v_o = v_c \end{cases} \quad (4.67)$$

C. 对状态平均方程进行小扰动

对状态平均方程施加小扰动，令扰动信号分别为 \hat{v}_i , \hat{v}_c , \hat{i}_1 , \hat{i}_L , \hat{d} , \hat{v}_o , 则瞬时值为 $v_i = V_i + \hat{v}_i$, $v_c = V_c + \hat{v}_c$, $i_1 = I_1 + \hat{i}_1$, $i_L = I_L + \hat{i}_L$, $d = D + \hat{d}$, $v_o = V_o + \hat{v}_o$ 。

$$\begin{cases} L_k \frac{d(I_1 + \hat{i}_1)}{dt} = 0 \\ L \frac{d(I_L + \hat{i}_L)}{dt} = -V_c - \hat{v}_c + \frac{(D + \hat{d})(V_i + \hat{v}_i)}{n} - \frac{2L_k (I_L + \hat{i}_L) f_s}{n^2} \\ C \frac{d(V_c + \hat{v}_c)}{dt} = I_L + \hat{i}_L - \frac{V_c + \hat{v}_c}{R} \\ V_o + \hat{v}_o = V_c + \hat{v}_c \end{cases} \quad (4.68)$$

d. 稳态模型

令 $\hat{i}_1 = \hat{i}_L = 0$, $\hat{d} = 0$, $\hat{v}_c = \hat{v}_i = 0$, 则

$$\begin{cases} V_c = \frac{DV_i}{n} - \frac{2L_k I_L f_s}{n^2} \\ I_L - \frac{V_c}{R} = 0 \\ V_c = V_o \end{cases} \quad (4.69)$$

$$V_o = \frac{DV_i}{n} - \frac{2L_k I_L f_s}{n^2} = \frac{D_e}{n} V_i \quad (4.70)$$

$$I_L = \frac{V_o}{R} \quad (4.71)$$

式(4.70, 4.71)与式(4.41, 4.42)完全一致, 表明考虑变压器漏感的半桥变换器用状态空间平均法和电路平均法建模得到的稳态模型其分析结果是一致的。

e. 小信号模型

小信号假设: ① 纹波分量是线性且远小于其平均值; ② 扰动信号的幅值远小于其平均值。\$\frac{\hat{d}}{D} \ll 1\$, \$\frac{\hat{v}_i}{V_i} \ll 1\$, \$\frac{\hat{v}_o}{V_o} \ll 1\$, \$\frac{\hat{i}_L}{I_L} \ll 1\$, 忽略 \$\hat{d}\hat{v}_i\$, 则

$$\begin{cases} L_k \frac{d\hat{i}_1}{dt} = 0 \\ L \frac{d\hat{i}_L}{dt} = -\hat{v}_c + \frac{V_i \hat{d} + D\hat{v}_i}{n} - \frac{2L_k f_s \hat{i}_L}{n^2} \\ C \frac{d\hat{v}_c}{dt} = \hat{i}_L - \frac{\hat{v}_c}{R} \\ \hat{v}_o = \hat{v}_c \end{cases} \quad (4.72)$$

进行拉斯变换, 转至 s 域, 得到

$$\begin{cases} sL_k \hat{i}_1(s) = 0 \\ sL \hat{i}_L(s) = -\hat{v}_c(s) + \frac{V_i \hat{d}(s) + D\hat{v}_i(s)}{n} - \frac{2L_k f_s \hat{i}_L(s)}{n^2} \\ sC \hat{v}_c(s) = \hat{i}_L(s) - \frac{\hat{v}_c(s)}{R} \\ \hat{v}_o(s) = \hat{v}_c(s) \end{cases} \quad (4.73)$$

f. 传递函数

根据小信号模型, 进行小信号分析, 导出考虑变压器漏感的半桥变换器在连续工作模式下的传递函数。

$$G_{vd}(s) = \left. \frac{\hat{v}_o(s)}{\hat{d}(s)} \right|_{\hat{v}_i(s)=0} = \frac{V_i}{n} \cdot \frac{1}{s^2 LC + s(L/R + 2L_k f_s C/n^2) + 2L_k f_s/n^2 R + 1} \quad (4.74)$$

$$\begin{aligned}
 G_{id}(s) &= \frac{\hat{i}_L(s)}{\hat{d}(s)} \Big|_{\hat{v}_i(s)=0} = \frac{\hat{v}_o(s)}{\hat{d}(s)} \cdot \frac{(1+sRC)}{R} \\
 &= \frac{V_i}{nR} \cdot \frac{1+sRC}{s^2 LC + s(L/R + 2L_k f_s C/n^2) + 2L_k f_s/n^2 R + 1}
 \end{aligned} \quad (4.75)$$

$$A(s) = \frac{\hat{v}_o(s)}{\hat{v}_i(s)} \Big|_{\hat{d}(s)=0} = \frac{D}{n} \cdot \frac{1}{s^2 LC + s(L/R + 2L_k f_s C/n^2) + 2L_k f_s/n^2 R + 1} \quad (4.76)$$

式(4.74~4.76)与式(4.54, 4.55, 4.57)完全一致, 表明考虑变压器漏感的半桥变换器用状态空间平均法建模和用电路平均法建模得到的小信号模型是一致的。可见, 变压器漏感不会改变小信号模型状态变量的个数, 不会改变小信号模型的阶数。

综上所述, 这两种建模方法都是切实可行的, 状态空间平均法建模得到的模型以解析表达式呈现, 电路平均法建模得到的是等效电路模型, 后者与前者相比, 模型直观、具体, 便于进一步分析。

4.5 考虑导通损耗和变压器漏感的半桥变换器电路平均法建模

考虑导通损耗和变压器漏感的半桥变换器连续工作模式电路平均法建模的基本思路为: ① 非理想器件等效为理想器件及其寄生参数的串联, 非理想功率开关 MOSFET 等效为理想开关和开通电阻的串联, 非理想二极管等效为理想开关、正向压降、正向电阻的串联, 变压器的漏感和原边绕组电阻串联于理想变压器的原边, 副边绕组电阻串联于理想变压器的副边, 得到考虑导通损耗和变压器漏感的半桥变换器的等效电路; ② 根据半桥变换器的电流波形和能量守恒原理推导功率开关 MOSFET 开通电阻、二极管正向压降、正向电阻及变压器原副边绕组电阻在大信号平均模型中的等效平均值, 并将其折算到电感支路中以简化模型; ③ 运用电路理论中的替代定理, 将理想开关由受控电压源和受控电流源进行替代变换, 受控电流源和受控电压源是整个周期的时间平均值; ④ 为了使模型简明、实用, 用占空比 d 控制的理想变压器取代受控电压源和受控电流源, 从而得到半桥变换器的大信号平均模型; ⑤ 基于大信号平均模型, 推导出其 DC 和小信号电路模型, 导出传递函数, 进行稳态和动态小信号特性分析。

本节所提出的半桥变换器的电路平均法建模是 4.2 和 4.3 电路平均法建模的有机融合, 既考虑了导通损耗又考虑了变压器的漏感。半桥变换器的等效电路如图 4-11 所示, R_{on} 是功率开关管的开通电阻, R_{T1} R_{T2} 分别是变压器原、副边绕组电阻, V_F 是二极管的正向压降, R_F 是二极管的正向电阻, R_L 是电感 L 的等效串联电阻, R_C 是滤波电容的等效串联电阻。由图 4-7 求得

$$\text{直流分量之间的关系为} \quad \frac{n}{D_c} I_S = \frac{n}{D_l} I_{D1} = 2I_{D3} = I_L \quad (4.77)$$

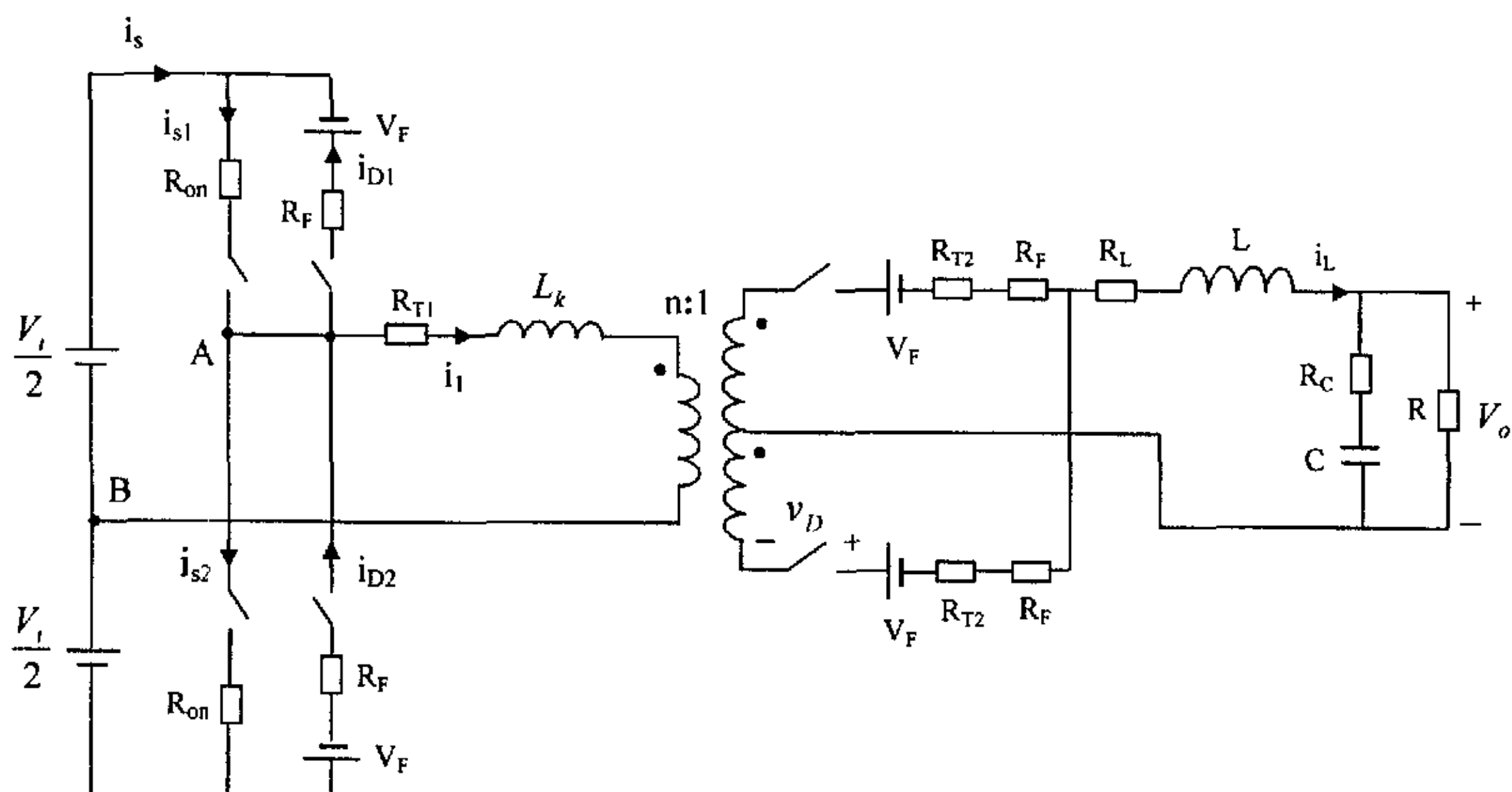


图 4-11 考虑导通损耗和变压器漏感的半桥变换器的等效电路

功率开关电流的有效值为

$$I_{S1rms} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i_{S1}^2 dt} = \sqrt{\frac{1}{T} \left[\int_0^{D_1 T} \left(\frac{V_i}{2L_k} t \right)^2 dt + \int_{D_1 T}^{DT} \left(\frac{i_L}{n} \right)^2 dt \right]} = \frac{I_L}{n} \sqrt{D_e + \frac{D_l}{3}} \quad (4.78)$$

计及体内二极管电流的开关管电流有效值为

$$\begin{aligned} I_{Srms} &= \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i_S^2 dt} = \sqrt{\frac{1}{T} \left\{ \int_0^{D_1 T} \left(\frac{V_i}{2L_k} t \right)^2 dt + \int_{D_1 T}^{DT} \left(\frac{i_L}{n} \right)^2 dt + \int_{t_1}^{t_5} \left[-\frac{i_L}{n} + \frac{V_i}{2L_k} (t - t_4) \right]^2 dt \right\}} \\ &= \frac{I_L}{n} \sqrt{D_e + \frac{2}{3} D_l} \end{aligned} \quad (4.79)$$

二极管电流的瞬时值为

$$i_{D3} = \begin{cases} \frac{i_L}{2} + \frac{i_L}{2t_1} t & 0 \leq t \leq t_1 \\ i_L & t_1 \leq t \leq t_{on} \\ i_L - \frac{i_L}{2d_1 T} (t - t_{on}) & t_{on} \leq t \leq t_2 \\ i_L/2 & t_2 \leq t \leq T/2 \\ \frac{i_L}{2} - \frac{i_L}{2d_1 T} (t - \frac{T}{2}) & T/2 \leq t \leq t_3, t_5 \leq t \leq T \\ 0 & t_3 \leq t \leq t_4 \\ \frac{i_L}{2d_1 T} (t - t_4) & t_4 \leq t \leq t_5 \end{cases} \quad (4.80)$$

二极管电流的有效值为

$$I_{D3rms} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i_{D3}^2 dt} = \frac{I_L}{2} \sqrt{2D_e + 1 + \frac{4}{3}D_l} \quad (4.81)$$

$$I_{D1rms} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_{t_4}^{t_5} [\frac{i_L}{n} - \frac{V_i}{2L_k}(t - t_4)]^2 dt} = \frac{I_L}{n} \sqrt{\frac{D_l}{3}} \quad (4.82)$$

变压器原边电流的有效值为

$$\begin{aligned} I_{lrms} &= \sqrt{\frac{2}{T} \{ \int_0^{t_1} (\frac{V_i}{2L_k} t)^2 dt + \int_{t_1}^{t_{on}} (\frac{i_L}{n})^2 dt + \int_{t_{on}}^{t_2} [\frac{i_L}{n} - \frac{V_i}{2L_k}(t - t_{on})]^2 dt \}} \\ &= \frac{I_L}{n} \sqrt{\frac{4}{3}D_l + 2D_e} \end{aligned} \quad (4.83)$$

功率损耗为

$$P_{D1} = I_{D1rms}^2 R_F = \frac{D_l}{3n^2} R_F I_L^2 = P_{D2} \quad (4.84)$$

$$P_{DT2} = (R_F + R_{T2}) I_{D3rms}^2 = \frac{(2D_e + 1 + 4D_l/3)(R_F + R_{T2})}{4} I_L^2 \quad (4.85)$$

$$P_{S1} = R_{on} I_{S1rms}^2 = \frac{(D_e + D_l/3)R_{on}}{n^2} I_L^2 = P_{S2} \quad (4.86)$$

$$P_{T1} = R_{T1} I_{lrms}^2 = \frac{(2D_e + 4D_l/3)R_{T1}}{n^2} I_L^2 \quad (4.87)$$

$$P_{VF1} = V_F I_{D1} = \frac{D_l V_F}{2n} I_L = P_{VF2} \quad (4.88)$$

$$P_{VF3} = V_F I_{D3} = \frac{V_F}{2} I_L = P_{VF4} \quad (4.89)$$

根据能量守恒原理, 由式 (4.84~4.89) 得到大信号平均模型图 4-12(b) 中同电感串联的总等效平均电阻 R_E 和电压 V_{FE} 分别为

$$R_E = \frac{2(D_e + D_l/3)R_{on}}{n^2} + \frac{(2D_e + 4D_l/3)R_{T1}}{n^2} + \frac{2D_l}{3n^2} R_F + (D_e + \frac{1}{2} + 2D_l/3)(R_F + R_{T2}) + R_L \quad (4.90)$$

$$V_{FE} = (1 + \frac{D_l}{n})V_F \quad (4.91)$$

由式 (4.36, 4.38) 得到平均电压之间的关系为

$$\bar{v}_D = \frac{2d_e}{n} \bar{v}_S \quad (4.92)$$

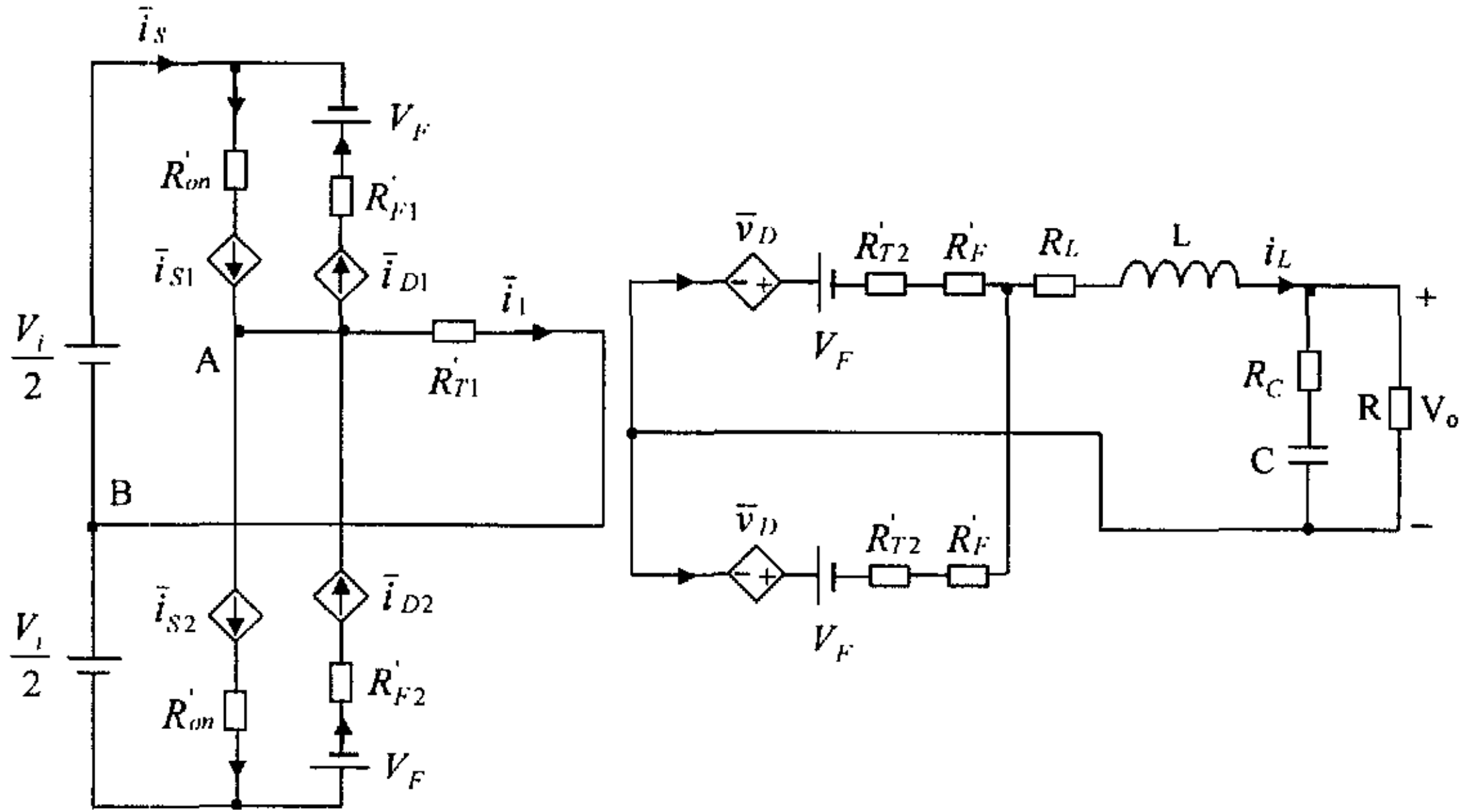
$$\bar{i}_S = \frac{d_e}{n} i_L \quad (4.93)$$

$$\bar{i}_{S1} = \frac{1}{T} [\int_0^{t_1} \frac{V_i}{2L_k} t dt + \int_{t_1}^{t_{on}} \frac{i_L}{n} dt] = (d_e + \frac{d_l}{2}) \frac{i_L}{n} \quad (4.94)$$

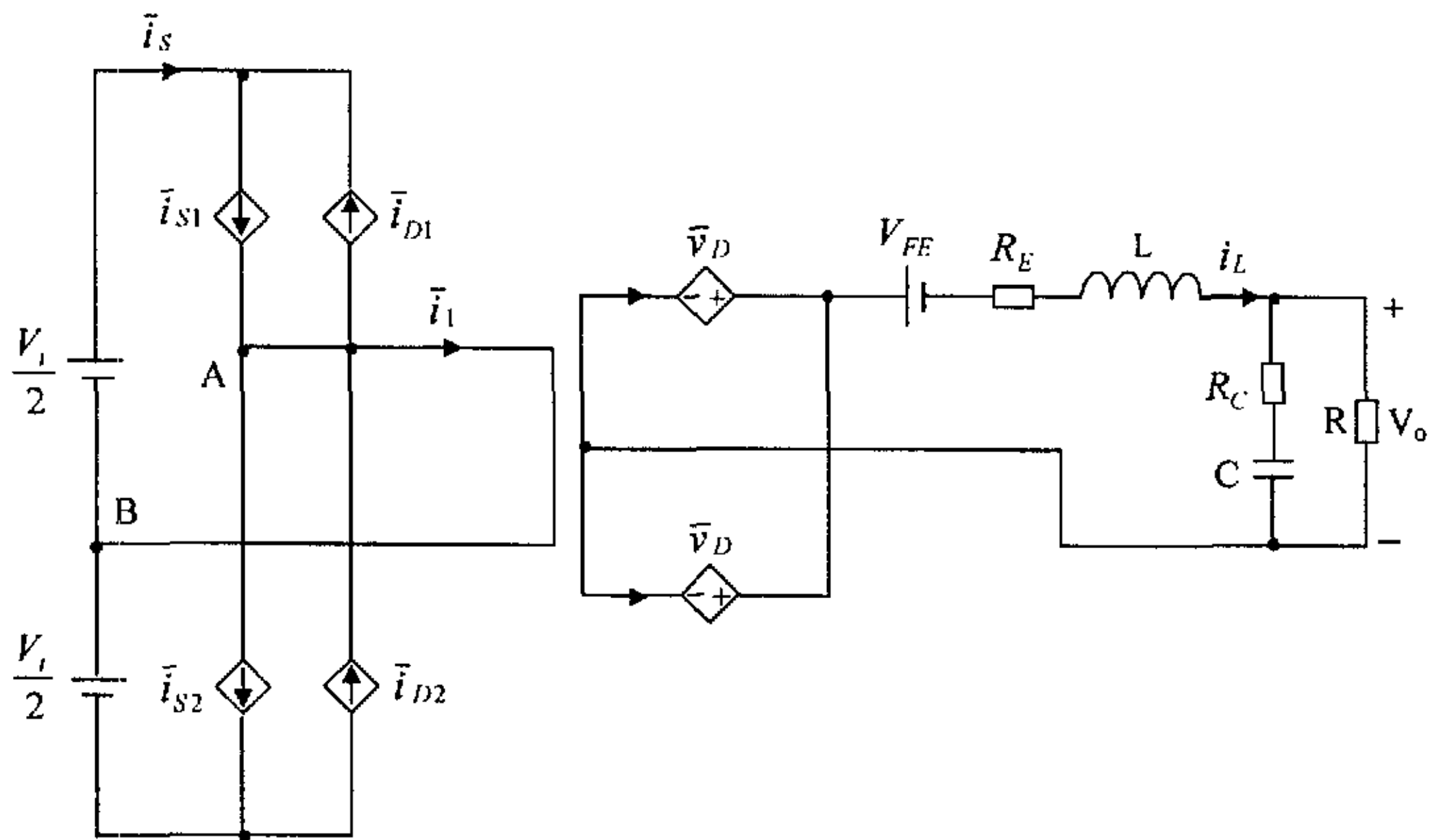
$$\bar{i}_{D1} = \frac{1}{T} \int_{t_4}^{t_5} \left[\frac{i_L}{n} - \frac{V_i}{2L_k} (t - t_4) \right] dt = \frac{d_i i_L}{2n} \quad (4.95)$$

$$\bar{i}_{D3} = \bar{i}_{D4} = \frac{i_L}{2} \quad (4.96)$$

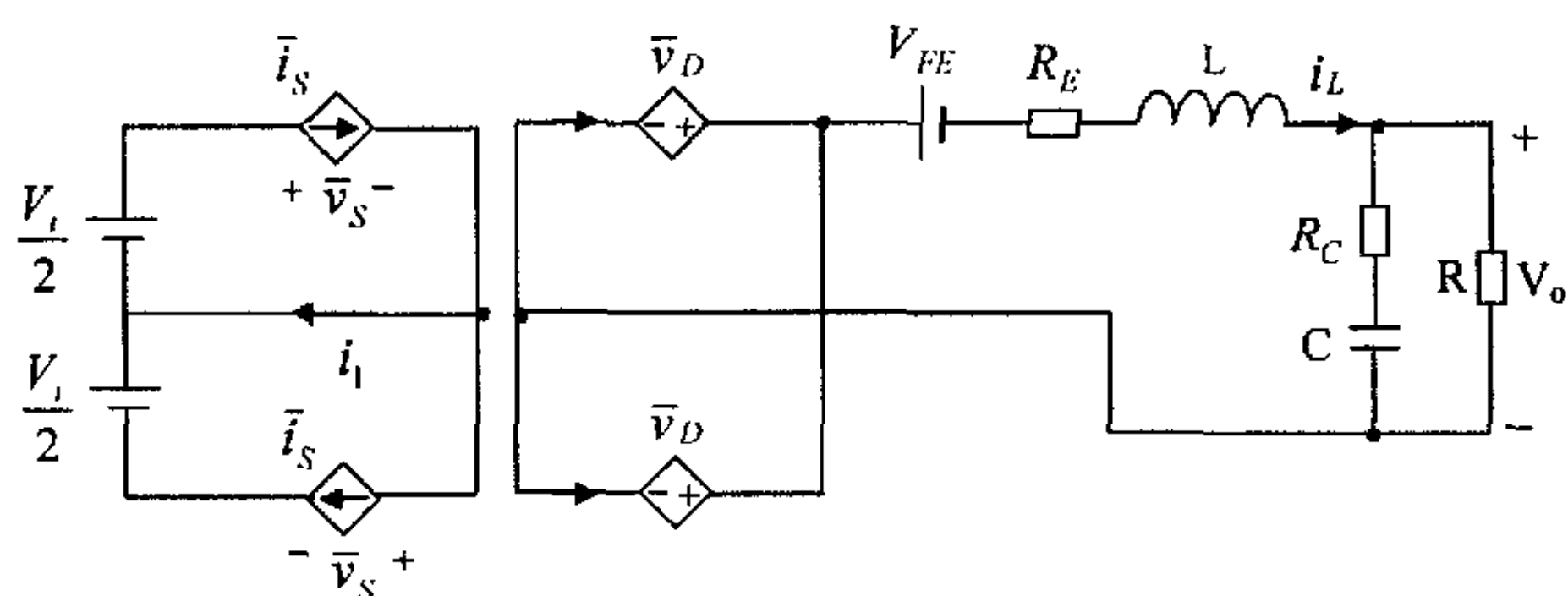
式中 \bar{v}_D 、 \bar{v}_S 、 \bar{i}_S 、 \bar{i}_{S1} 、 \bar{i}_{D1} 、 \bar{i}_{D3} 、 \bar{i}_{D4} 均表示扰动分量与稳态分量之和的平均值。



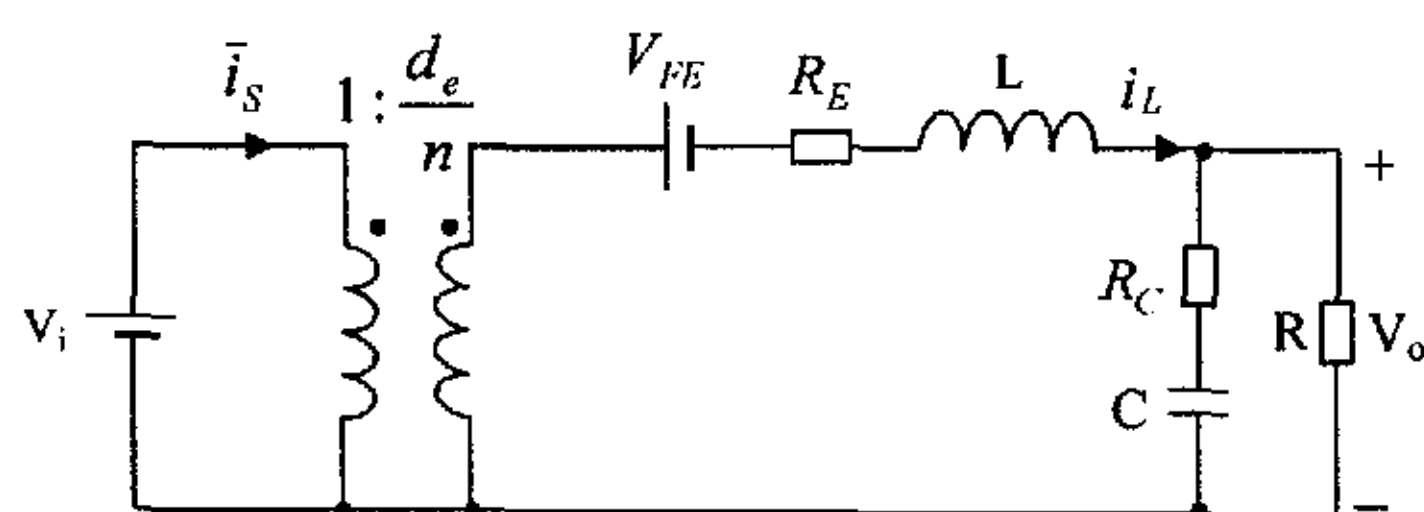
(a) 平均寄生元件在原支路中



(b) 平均寄生元件折算到电感支路中



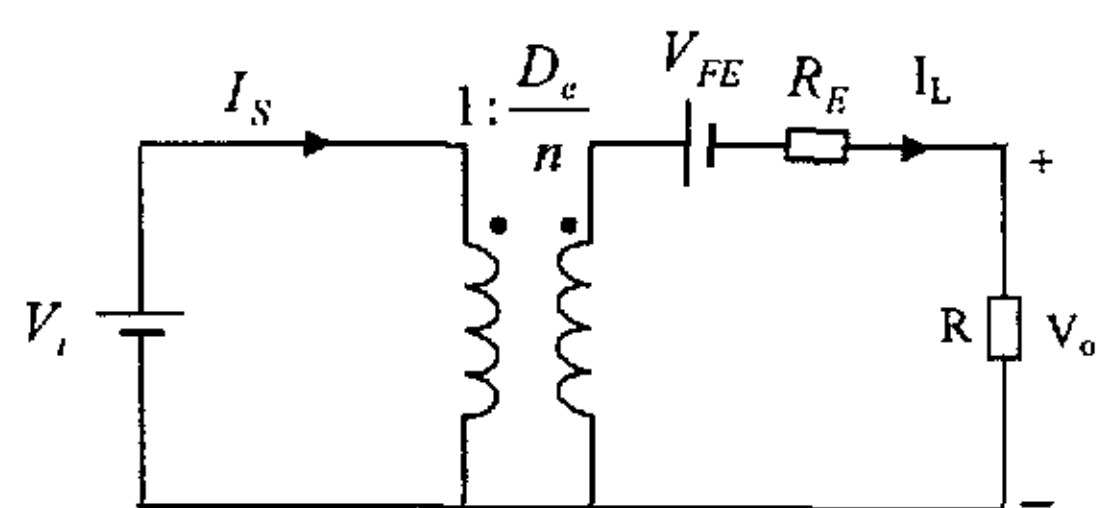
(c) KCL 原理简化电流源



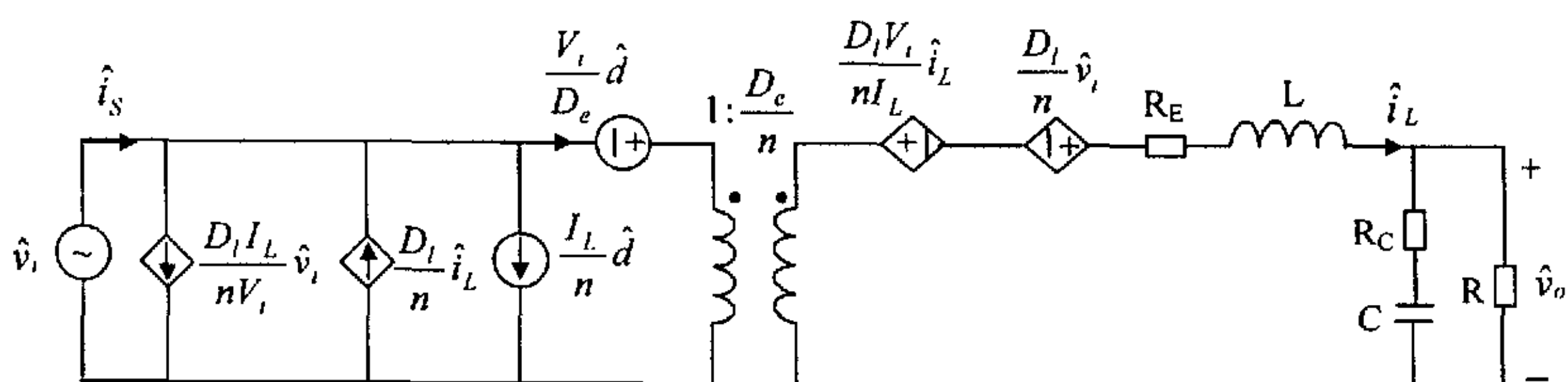
(d) 用理想变压器等效受控源

图 4-12 考虑导通损耗和变压器漏感的半桥变换器大信号平均模型

图 4-12 给出了考虑导通损耗和变压器漏感的半桥变换器在连续工作模式下大信号平均模型的电路平均法建模过程。由图 4-12 (d) 大信号平均模型可得到 DC 电路模型和小信号电路模型如图 4-13 所示。



(a) DC 电路模型



(b) 小信号电路模型

图 4-13 考虑导通损耗和变压器漏感的半桥变换器 DC 电路模型和小信号电路模型

由图 4-13(a) 得稳态解

$$I_L = \frac{V_o}{R} \quad (4.97)$$

$$V_o = \frac{D_e V_i / n - V_{FE}}{1 + R_E / R} \quad (4.98)$$

$$\eta \equiv \frac{V_o I_o}{V_i I_i} = \frac{V_o I_L}{V_i \frac{D_e I_L}{n}} = \frac{n}{D_e} \cdot \frac{V_o}{V_i} = \frac{1}{1 + R_E / R + V_{FE} / V_o} \quad (4.99)$$

由图 4-13(b) 可求得传递函数

$$\begin{aligned} G_{vd}(s) &= \left. \frac{\hat{v}_o(s)}{\hat{d}(s)} \right|_{\hat{v}_i(s)=0} \\ &= \frac{RV_i}{n} \cdot \frac{1 + sR_c C}{s^2(R + R_c)LC + s[L + RR_c C + (D_i V_i / nI_L + R_E)(R + R_c)C] + D_i V_i / nI_L + R_E + R} \\ &= \frac{RV_i}{n(R_E + R + D_i V_i / nI_L)} \cdot \frac{1 + s/\omega_{z1}}{1 + 2\xi(s/\omega_o) + (s/\omega_o)^2} \end{aligned} \quad (4.100)$$

令 $\hat{v}_i(s) = 0$, $\hat{d}(s) = 0$, 则输出阻抗 $Z_o(s)$ 为

$$\begin{aligned} Z_o(s) &= \frac{R(1 + sR_c C)(R_E + D_i V_i / nI_L + sL)}{s^2(R + R_c)LC + s[L + RR_c C + (D_i V_i / nI_L + R_E)(R + R_c)C] + D_i V_i / nI_L + R_E + R} \\ &= \frac{R(R_E + D_i V_i / nI_L)}{R_E + R + D_i V_i / nI_L} \cdot \frac{(1 + s/\omega_{z1})(1 + s/\omega_{z2})}{1 + 2\xi(s/\omega_o) + (s/\omega_o)^2} \end{aligned} \quad (4.101)$$

$$\begin{aligned} G_{id}(s) &= \left. \frac{\hat{i}_L(s)}{\hat{d}(s)} \right|_{\hat{v}_i(s)=0} \\ &= \frac{V_i}{n} \cdot \frac{1 + s(R + R_c)C}{s^2(R + R_c)LC + s[L + RR_c C + (D_i V_i / nI_L + R_E)(R + R_c)C] + D_i V_i / nI_L + R_E + R} \\ &= \frac{V_i}{n(R_E + R + D_i V_i / nI_L)} \cdot \frac{1 + s/\omega_{z3}}{1 + 2\xi(s/\omega_o) + (s/\omega_o)^2} \end{aligned} \quad (4.102)$$

$$\begin{aligned} A(s) &= \left. \frac{\hat{v}_o(s)}{\hat{v}_i(s)} \right|_{\hat{v}_i(s)=0} \\ &= \frac{DR}{n} \cdot \frac{1 + sR_c C}{s^2(R + R_c)LC + s[L + RR_c C + (D_i V_i / nI_L + R_E)(R + R_c)C] + D_i V_i / nI_L + R_E + R} \\ &= \frac{DR}{n(R_E + R + D_i V_i / nI_L)} \cdot \frac{1 + s/\omega_{z1}}{1 + 2\xi(s/\omega_o) + (s/\omega_o)^2} \end{aligned} \quad (4.103)$$

式中, $\omega_o = \sqrt{\frac{R + R_E + D_i V_i / nI_L}{(R + R_c)LC}}$, $\xi = \frac{L + RR_c C + (D_i V_i / nI_L + R_E)(R + R_c)C}{2\sqrt{(R + R_E + D_i V_i / nI_L)(R + R_c)LC}}$, 品质因

$$Q = \frac{1}{2\xi} = \frac{\sqrt{(R + R_E + D_l V_i / n I_L)(R + R_c)LC}}{L + R R_c C + (D_l V_i / n I_L + R_E)(R + R_c)C}, \quad \omega_{z1} = \frac{1}{R_c C}, \quad \omega_{z2} = \frac{R_E + D_l V_i / n I_L}{L},$$

$$\omega_{z3} = \frac{1}{(R + R_c)C}, \quad I_L = \frac{V_o}{R} = \frac{D_e V_i / n - V_{FE}}{R + R_E}。$$

当不考虑变压器漏感 L_k 时, $D_l = 0$, $R_E = 2D \frac{R_{on} + R_{T1}}{n^2} + (D + \frac{1}{2})(R_F + R_{T2}) + R_L$, $V_{FE} = V_F$, $D_e = D$, 上述表达式与 4.2 推导的结果一致; 当只考虑变压器漏感 L_k , 不考虑导通损耗时, $R_E = 0$, $V_{FE} = 0$, $D_l = 2L_k I_L f_s / n V_i$, $D_e = D - D_l$, 上述表达式与 4.3 推导的结果一致。可见, 4.2 和 4.3 的半桥变换器电路平均法建模是 4.4 既考虑导通损耗又考虑变压器的漏感的半桥变换器电路平均法建模的特例。与第二章非理想基本变换器电路平均法的建模分析相比, 半桥变换器的建模分析是在其基础上的创新, ① 带隔离变压器、含多个功率开关器件的建模; ② 考虑了变压器原副边绕组电阻的功率损耗, 多个功率开关器件的导通损耗; ③ 考虑了变压器的漏感, 存在占空比丢失。建模的关键就是运用能量守恒原理和电路理论中的替代定理推导非理想半桥变换器在连续工作模式下的信号平均模型。

4.6 仿真研究

本节利用 MATLAB 软件对考虑导通损耗和变压器漏感的非理想半桥变换器进行幅频特性和相频特性的仿真研究, 给出不同参数情况下的传递函数 Bode 图, 并进行理论分析。

仿真主要数据为: 图 4-1 非理想半桥变换器中变压器的原边绕组电阻 $R_{T1} = 2m\Omega$, 副边绕组电阻 $R_{T2} = 1m\Omega$, 变压器的漏感 $L_k = 0.2\mu H$, 变比 $n = 5$, 输入电压 $V_i = 25V$, 输出电压 $V_o = 1.8V$, $L = 1.92\mu H$, $R_L = 3.6m\Omega$, $C = 2.5mF$, $R_c = 2m\Omega$, MOSFET 开关管 $S_1 S_2$ 的开通电阻为 $R_{on} = 10m\Omega$, 肖特基二极管 $V_F = 0.4V$, $R_F = 1m\Omega$, 开关频率 $f_s = 300kHz$, $R = 0.09\Omega$, 输出电流 $I_o = 20A$ 。

半桥变换器在连续工作模式下电路平均法建模的传递函数 $G_{vd}(s)$ 、 $Z_o(s)$ 的 Bode 曲线分别如图 4-14、4-15、4-16 所示。

(1) 变压器变比 n 不变, 改变漏感 L_k 。 $n = 2.5$, ① $L_k = 0$, ② $L_k = 0.2\mu H$, ③ $L_k = 0.5\mu H$ 。图 4-14(a) 给出了考虑导通损耗 ($R_{T1} = 2m\Omega$, $R_{T2} = 1m\Omega$, $R_{on} = 10m\Omega$, $V_F = 0.4V$, $R_F = 1m\Omega$, $R_c = 2m\Omega$) 的半桥变换器 $G_{vd}(s)$ Bode 图; 图 4-14(b)、(c) 分别给出了不考虑导通损耗 ($R_E = R_c = 0$, $V_F = 0$) 的半桥变换器 $G_{vd}(s)$ 、 $Z_o(s)$ Bode 图。表 4.1 给出了漏感 L_k 和变比 n 对半桥变换器的占空比和小信号特性低频渐近线

影响的数据表。由图 4-14 和表 4.1 可以看出:

漏感 L_k 愈大, 占空比丢失 D_l 愈大, $G_{vd}(0)$ 愈小, $Z_o(0)$ 愈大, $G_{vd}(s)$ 和 $Z_o(s)$ Bode 曲线的谐振峰值愈小, 振荡环节的相角变化愈慢。这是因为 L_k 愈大, 阻尼比 ξ 愈大, 品质因数 Q 愈小, 当 $\omega \ll \omega_o$ 时, 图 4-14(a) $|G_{vd}(j\omega)| \rightarrow \frac{RV_i}{n(R_E + R) + D_l V_i / I_L}$ 愈小, 图 4-14(b) $|G_{vd}(j\omega)| \rightarrow \frac{RV_i}{nR + D_l V_i / I_L}$ 愈小, 图 4-14(c) $|Z_o(j\omega)| \rightarrow \frac{R}{1 + nRI_L / D_l V_i}$ 愈大, 漏感 L_k 使 $Z_o(s)$ 引入了零点, $\angle Z_o(j\omega) \rightarrow 0^\circ$ ($L_k \neq 0$, $D_l \neq 0$), $\angle Z_o(j\omega) \rightarrow 90^\circ$ ($L_k = 0$, $D_l = 0$)。为了减小占空比丢失 D_l , 应尽量减小漏感 L_k 。

(2) 漏感 L_k 不变, 改变变压器变比 n 。 $L_k = 0.2\mu H$, ① $n = 2.5$, ② $n = 5$ 。

图 4-15 给出了不考虑导通损耗 ($R_E = R_c = 0$, $V_F = 0$) 的半桥变换器 $G_{vd}(s)$ 、 $Z_o(s)$ Bode 图。由图 4-15 和表 4.1 可以看出:

变压器变比 n 愈大, $L_k \neq 0$ 时, 占空比丢失 D_l 愈小, $G_{vd}(0)$ 愈小, $Z_o(0)$ 愈小, $G_{vd}(s)$ 和 $Z_o(s)$ Bode 曲线的谐振峰值愈大, 振荡环节的相角变化愈快。这是由于变比 n 愈大, 转角频率 $\omega_o = \sqrt{\frac{1 + 2L_k f_s / n^2 R}{LC}}$ 愈小, 阻尼比 $\xi = \frac{L/R + 2L_k f_s C / n^2}{2\sqrt{(1 + 2L_k f_s / n^2 R)LC}}$ 愈小,

品质因数 $Q = \frac{1}{2\xi}$ 愈大, 当 $\omega \ll \omega_o$ 时, $|G_{vd}(j\omega)| \rightarrow \frac{RV_i}{nR + D_l V_i / I_L}$ 愈小, $|Z_o(j\omega)| \rightarrow \frac{R}{1 + nRI_L / D_l V_i}$ 愈小。

(3) 不考虑变压器漏感 ($L_k = 0$), 变压器变比 n 不变, 改变 R_E 和 R_c 。图 4-16(a) 给出了, $V_F = 0$, $R_E = 0$, 半桥变换器 $G_{vd}(s)$ Bode 曲线随 R_c 变化的情况, ① $R_c = 0$, ② $R_c = 4m\Omega$, ③ $R_c = 8m\Omega$; 图 4-16(b) 和 (c) 给出了 $n = 2.5$, $R_c = 2m\Omega$, 半桥变换器 $G_{vd}(s)$ 和 $Z_o(s)$ Bode 曲线随 R_E 和 V_F 变化的情况, ① $V_F = 0.4V$, $R_E = 5m\Omega$, ② $V_F = 0.4V$, $R_E = 15m\Omega$, ③ $V_F = 0$, $R_E = 0$ 。由图 4-16 可以看出:

R_c 影响 $G_{vd}(s)$ 的高频特性, 当 $R_c = 0$, $\omega \rightarrow \infty$ 时, $\angle G_{vd}(j\omega) = -180^\circ$; 当 $R_c \neq 0$, $\omega \rightarrow \infty$ 时, $\angle G_{vd}(\infty) = -90^\circ$ 。这是由于 R_c 的作用, $G_{vd}(s)$ 增加了零点 $\omega_{z1} = \frac{1}{R_c C}$ 。

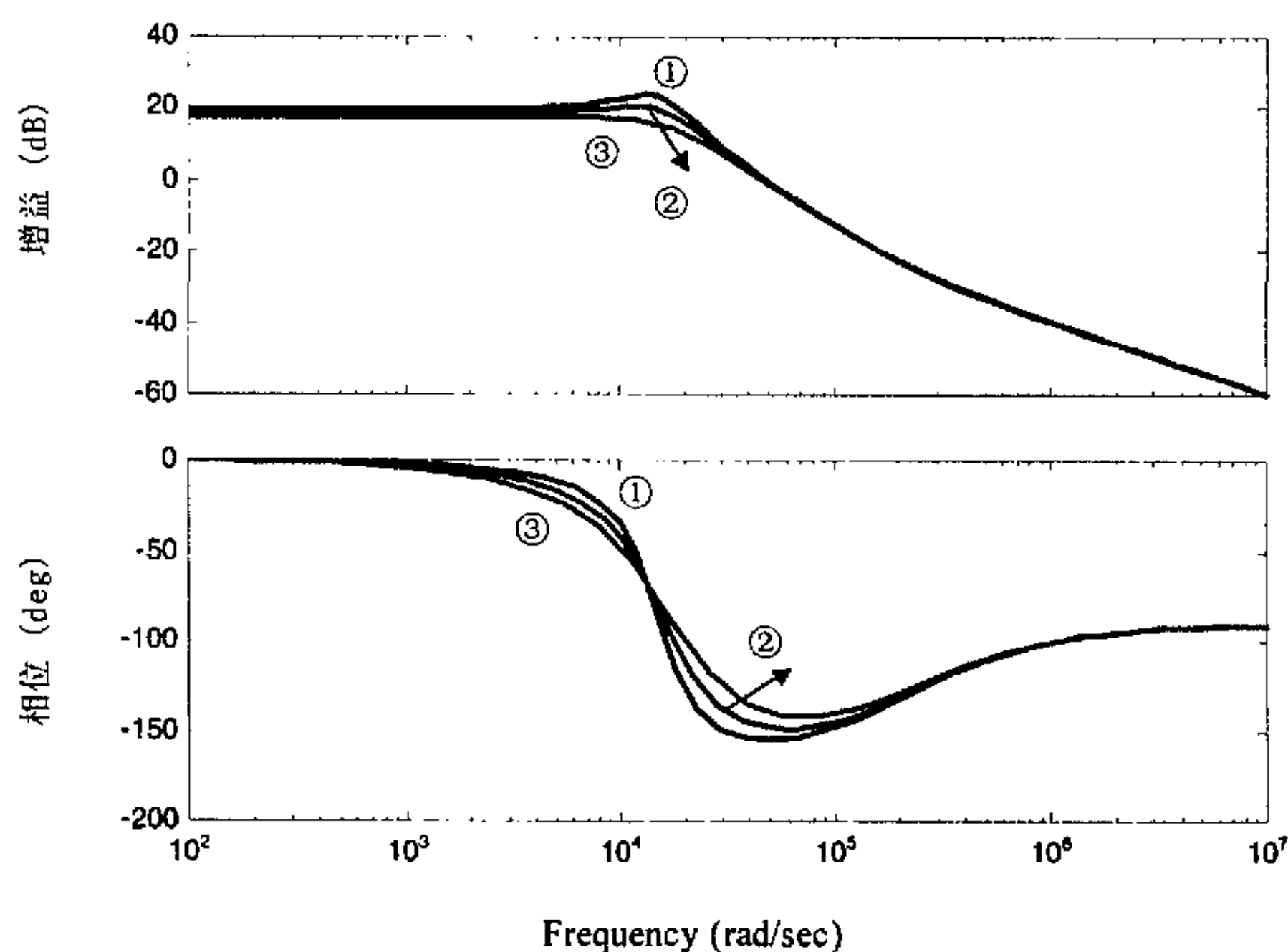
R_E 增大, $G_{vd}(s)$ 和 $Z_o(s)$ Bode 曲线的谐振峰值减小, 振荡环节的相角变化减慢。 $G_{vd}(s)$ 低频增益减小, $Z_o(s)$ 低频增益增大。这是由于 R_E 增大, 阻尼比 ξ 增大, 品质因数 Q 减小, 当 $\omega \ll \omega_o$ 时, $|G_{vd}(j\omega)| \rightarrow \frac{V_i}{n(1 + R_E/R)}$, $|Z_o(j\omega)| \rightarrow \frac{R}{1 + R/R_E}$, 当 $R_E \neq 0$

时, $Z_o(s)$ 引入了零点 $\omega_{z2} = \frac{R_E}{L}$ 。变压器原副边绕组电阻 R_{T1} 、 R_{T2} 愈大, R_E 愈大; 开关器件的导通电阻 R_{on} 、 R_F 愈大, R_E 愈大; 电感的等效串联电阻 R_L 愈大, R_E 愈大。

表 4.1 漏感 L_k 和变比 n 对半桥变换器的占空比和小信号特性低频渐近线影响的数据表

半桥变换器 ($R_E = R_c = 0, V_F = 0$)		$D_e = \frac{nV_o}{V_i}$	$D_l = \frac{2L_k f_s V_o}{nR V_i}$	$D = D_e + D_l$	$G_{vd}(0) = \frac{D_e V_i}{nD}$	$Z_o(0) = \frac{D_l}{D} R$
$L_k = 0.2\mu H$	$n = 5$	0.36	0.0192	0.3792	4.75 V	4.56 mΩ
	$n = 2.5$	0.18	0.0384	0.2184	8.24 V	16 mΩ
$L_k = 0$	$n = 2.5$	0.18	0	0.18	10 V	0
$L_k = 0.5\mu H$	$n = 2.5$	0.18	0.096	0.276	6.52 V	31 mΩ

综上所述, 仿真结果与理论分析一致。研究表明: 考虑导通损耗和变压器漏感的等效模型能更精确地反映非理想半桥变换器的特性。



(a) 考虑导通损耗, 改变 L_k , $G_{vd}(s)$ Bode 图

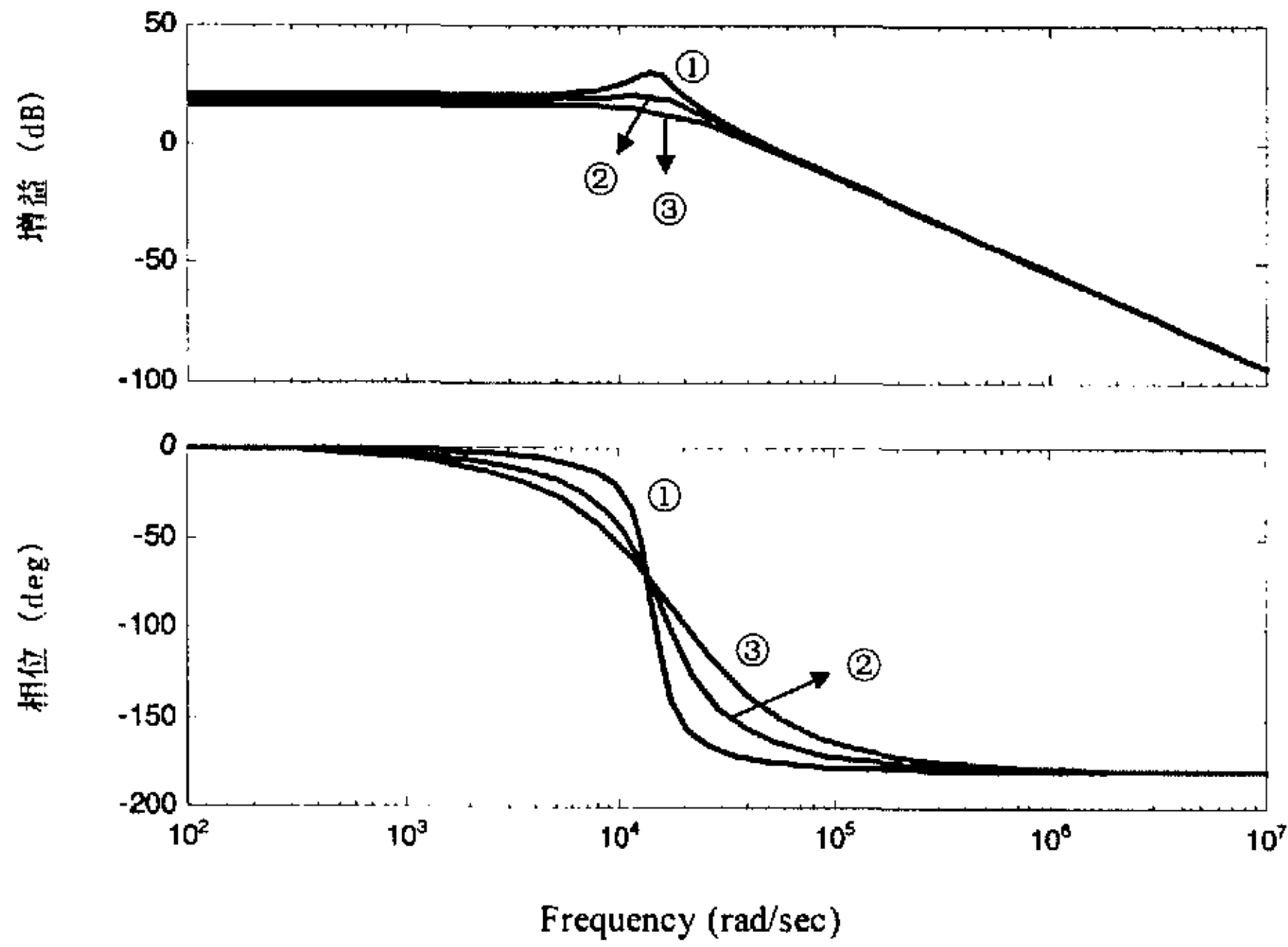
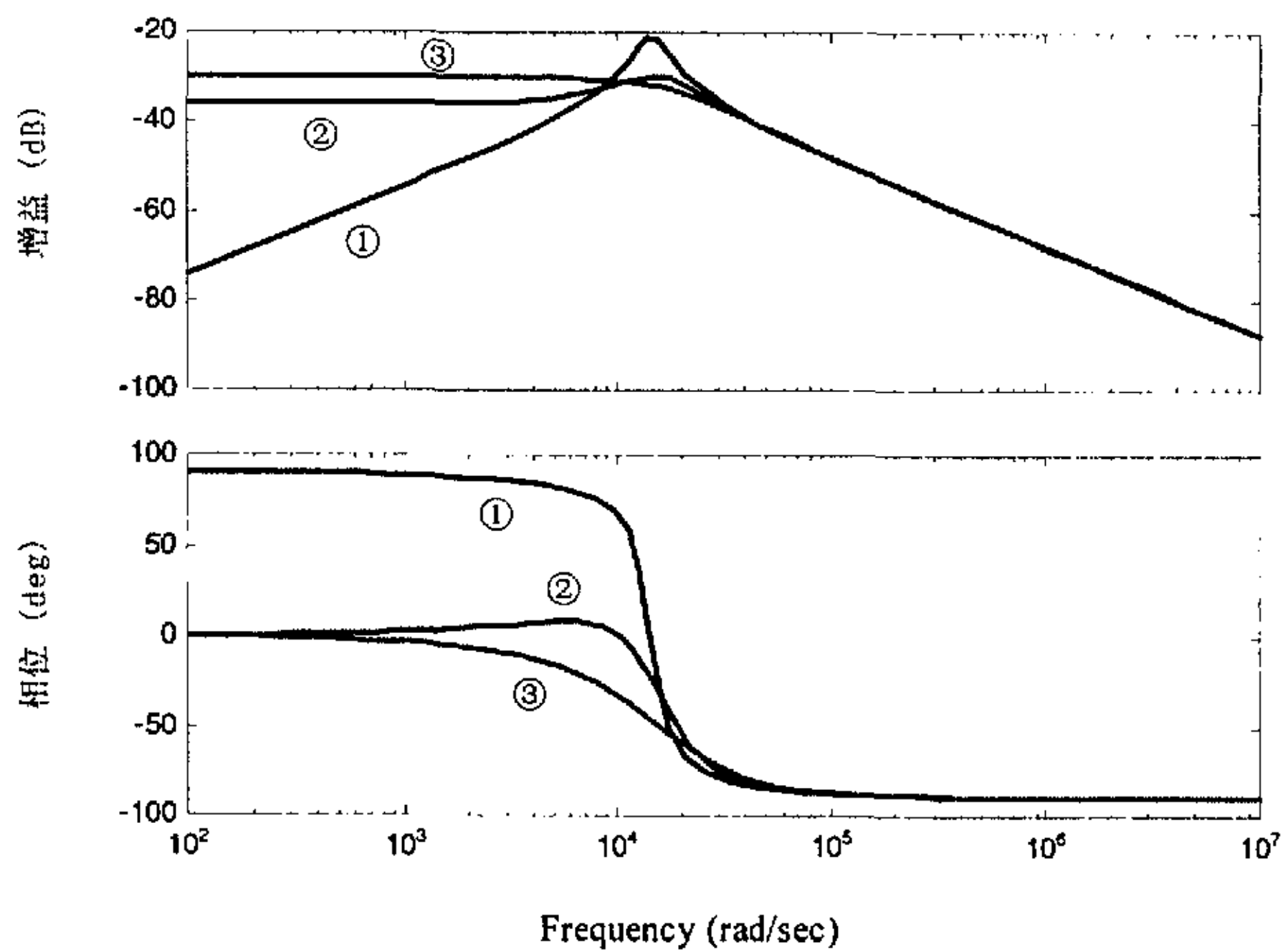
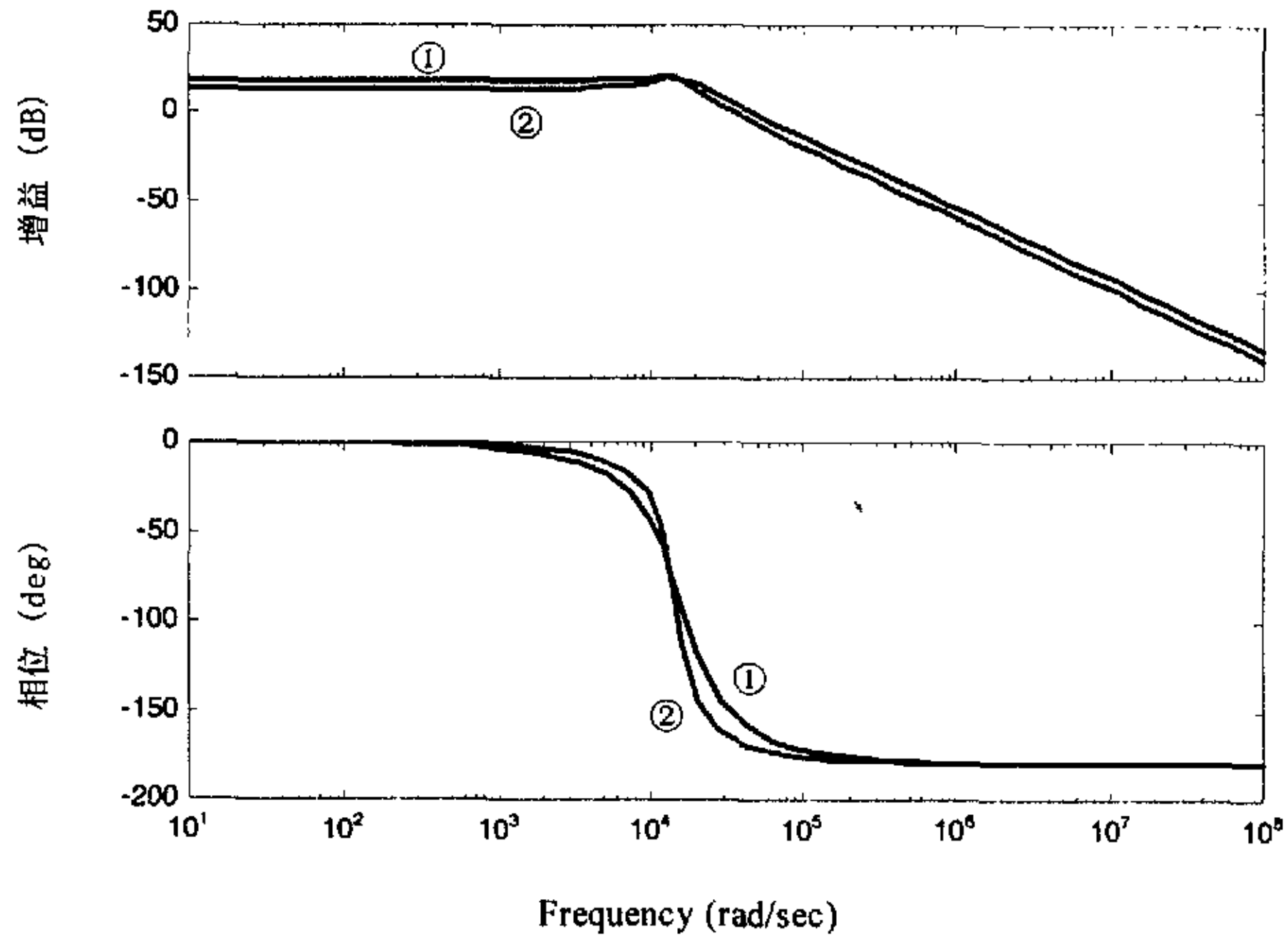
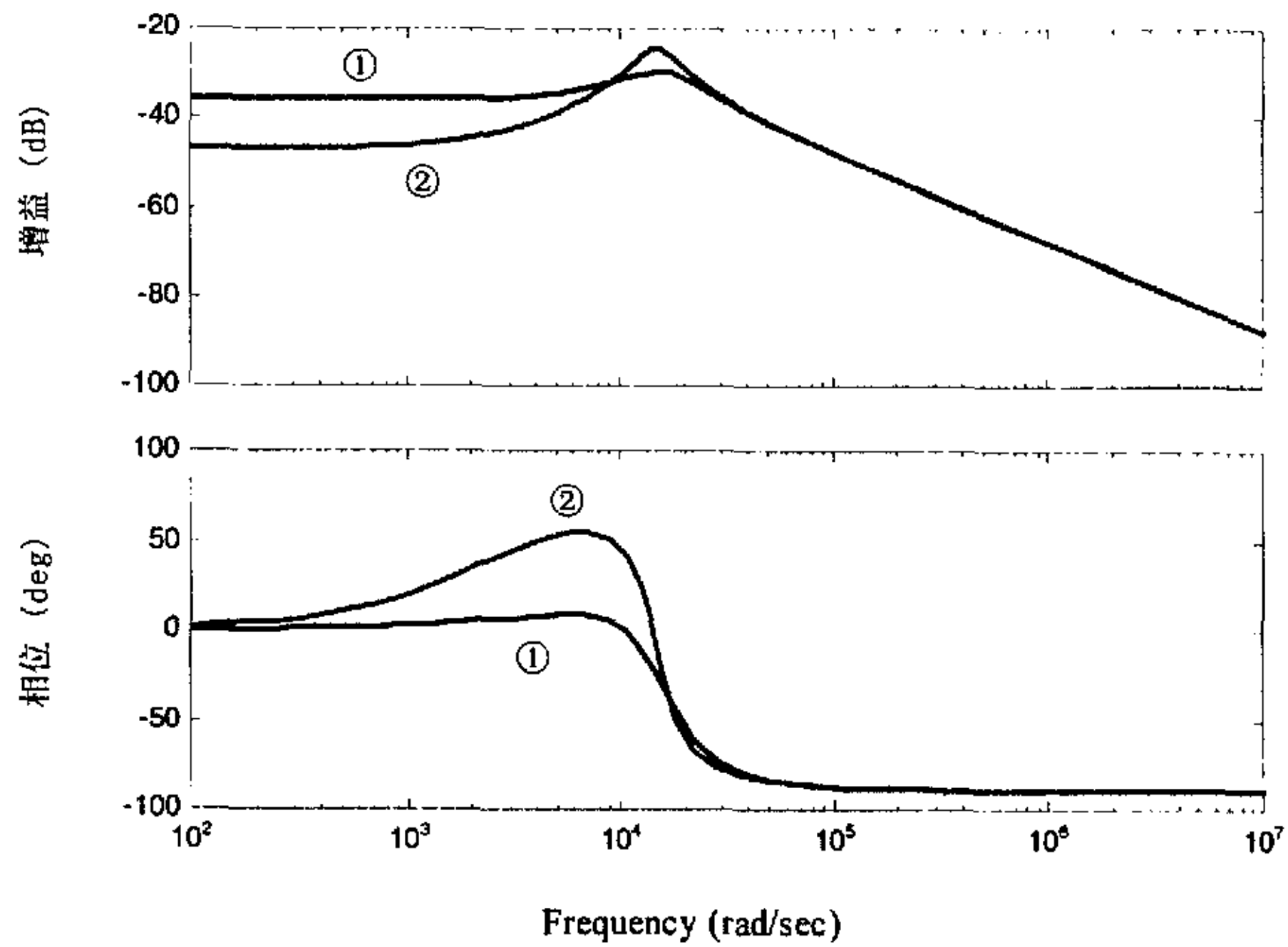

 (b) 不考虑导通损耗, 改变 L_k , $G_{vd}(s)$ Bode 图

 (c) 不考虑导通损耗, 改变 L_k , $Z_o(s)$ Bode 图

 图 4-14 半桥变换器传递函数 Bode 图, $n = 2.5$, ① $L_k = 0$, ② $L_k = 0.2 \mu H$, ③ $L_k = 0.5 \mu H$

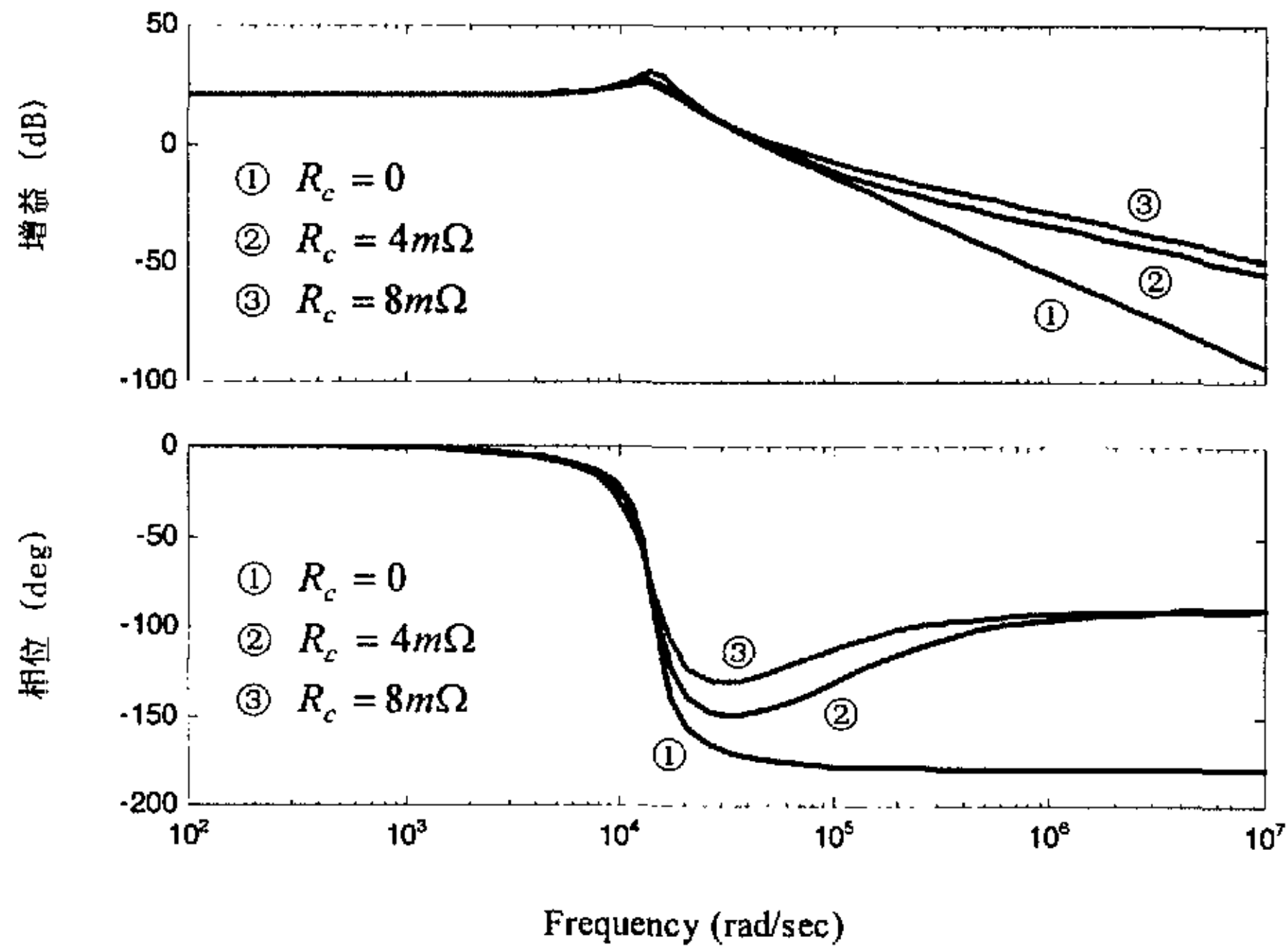
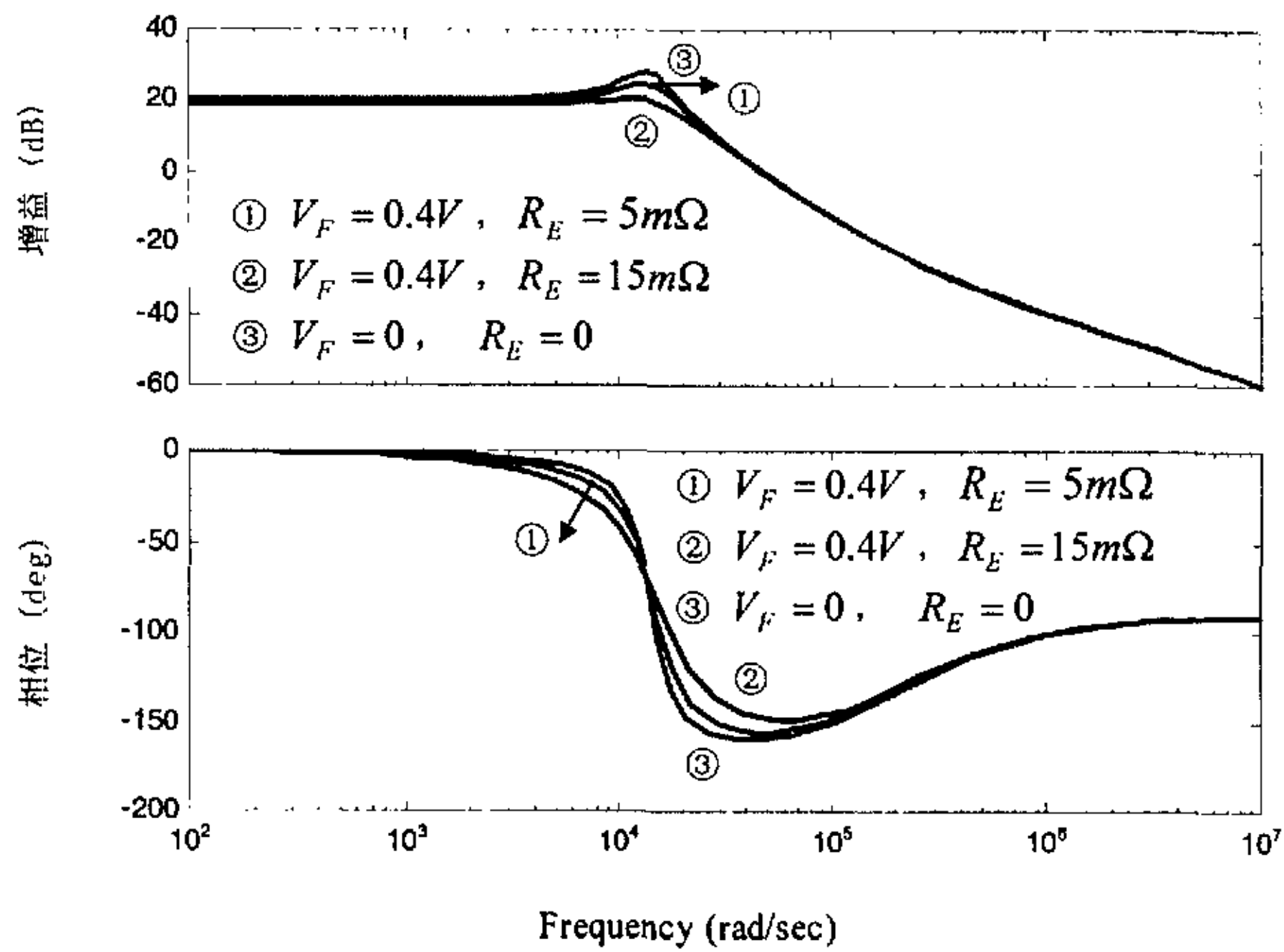


(a) 不考虑导通损耗, 改变 n , $G_{vd}(s)$ Bode 图



(b) 不考虑导通损耗, 改变 n , $Z_o(s)$ Bode 图

图 4-15 半桥变换器传递函数 Bode 图, $L_k = 0.2\mu H$, ① $n = 2.5$, ② $n = 5$


 (a) $n = 2.5$, $R_E = 0$, $V_F = 0$, 改变 R_c , $G_{vd}(s)$ Bode 图

 (b) $n = 2.5$, $R_c = 2m\Omega$, 改变 R_E , $G_{vd}(s)$ Bode 图

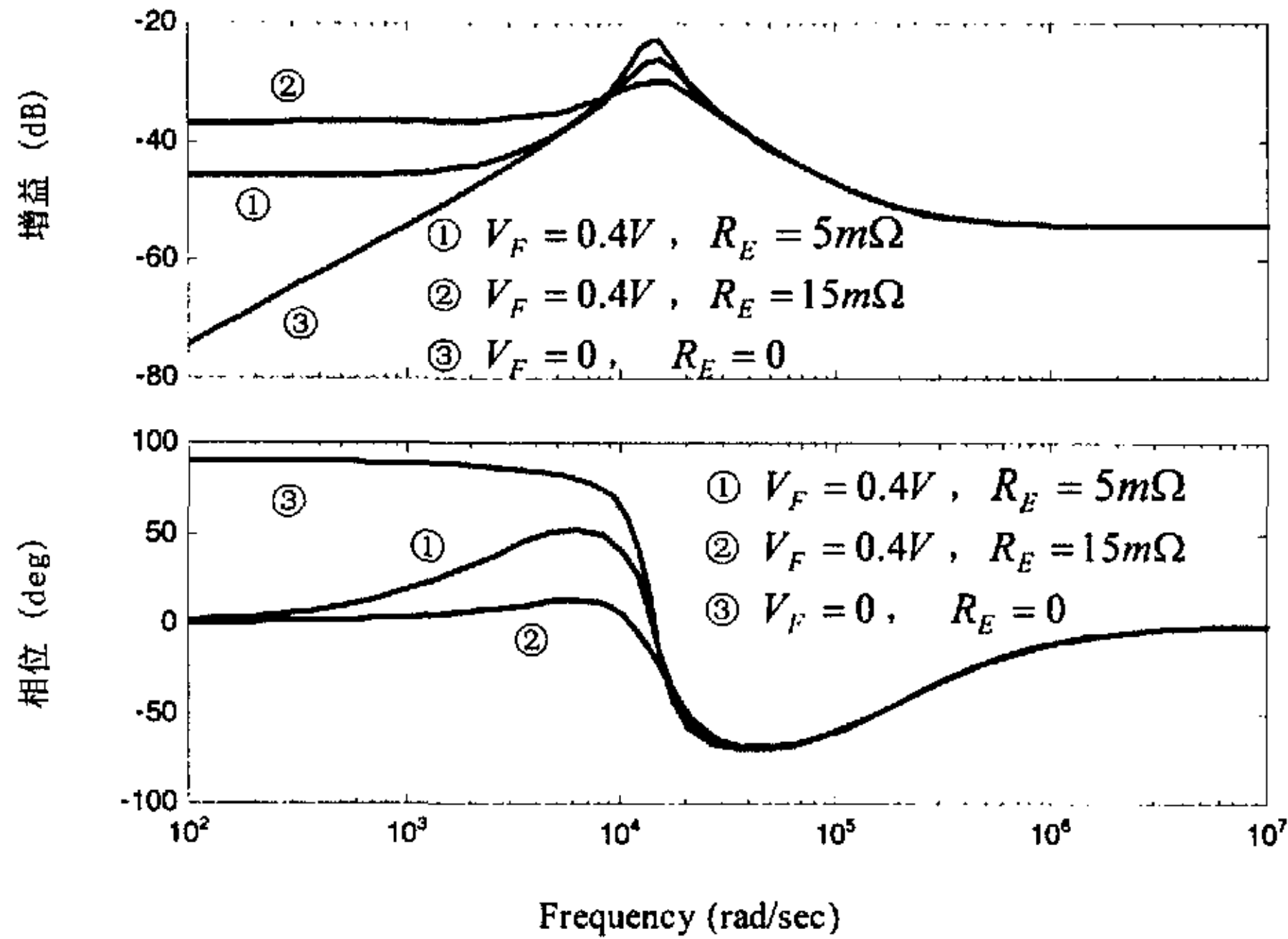

 (c) $n = 2.5$, $R_c = 2m\Omega$, 改变 R_E , $Z_o(s)$ Bode 图

 图 4-16 $L_k = 0$, 不同 R_c 和 R_E 情况下, 半桥变换器 $G_{vd}(s)$, $Z_o(s)$ Bode 图

4.7 本章小结

(1) 本章提出带隔离变压器、含多个功率开关器件的开关变换器在连续工作模式下的电路平均法建模。

(2) 应用电路平均法分别建立了考虑导通损耗、考虑变压器漏感、既考虑导通损耗又考虑变压器漏感的半桥变换器在连续工作模式下的的大信号平均模型、DC 电路模型及小信号电路模型, 导出了传递函数。

(3) 首次运用状态空间平均法建立了考虑变压器漏感的半桥变换器的稳态及小信号解析模型, 得到了与用电路平均法建模一致的结果。变压器的漏感不会改变小信号模型状态变量的个数, 不会改变小信号模型的阶数。

(4) 利用 MATLAB 软件对考虑导通损耗和变压器漏感的非理想半桥变换器进行了幅频特性和相频特性的仿真研究, 分析了变压器的漏感、电感支路中总的等效串联电阻、电容的等效串联电阻以及变压器的变比对传递函数 Bode 图的影响。研究表明: 考虑导通损耗和变压器漏感的建模能更精确地反映非理想半桥变换器的特性, 阐明了带隔离变压器、含多个功率开关器件的开关变换器考虑导通损耗和变压器漏感建模的必要性。

参 考 文 献

1. Chen Q, Lee F C, Jovanovic M M. Small-signal analysis and design of weighted voltage-mode control for a multiple-output forward converter. Power Electronics Specialists Conference, 1993, PESC '93 Record, 24th Annual IEEE, 1993, 749~756
2. Hamill D C. Generalized small-signal dynamical modeling of multi-port DC-DC converters. Record of the 28th Annual IEEE Power Electronics Specialists Conference, 1997, PESC '97, Volume: 1, 421~ 427
3. Mahdavi J, Emaadi A, Bellar M D, Ehsani M. Analysis of power electronic converters using the generalized state-space averaging approach. IEEE Transactions on circuit and systems—1: Fundamental Theory and Applications, Vol.44, No.8, August 1997, 767~770
4. Middlebrook R D, Cuk S. Modeling and analysis methods for DC-DC switching converters. Proceedings of the IEEE International Semiconductor Power Converter Conference Record, 1977, 90~111
5. Middlebrook R D. Small-signal modeling of pulse-width modulated switched-mode power converters. Proceedings of the IEEE, 1988, 343 ~354
6. Sanders S R, Noworolski J M, Liu X Z, Verghese G. C. Generalized averaging method for power conversion circuits. IEEE Transactions on Power Electronics, 1991, Vol.6, Issue: 2, 251~259
7. Vlatković V, Sabaté J A, Rideley R B, Lee F C, Cho B H. Small-signal analysis of the zero-voltage-switched full-bridge PWM converter. Proceedings of the high Frequency Power Conversion Conference, Santa Clara, CA, May 6-11, 1990, 262~272
8. Tai Fu-Sheng. Small-signal and transient analysis of the zero-voltage-switched, phase-controlled PWM converter using average switch model. Proceeding of IEEE Industrial Applications Society Annual Meeting, 1991

第五章 非理想开关变换器的闭环建模研究

摘要 同步整流 Buck 变换器被广泛地应用于高效率、低输出电压、大电流的开关电源中。本章研究既考虑寄生参数又考虑电流纹波的开关变换器在连续工作模式下的电路平均法建模, 建立考虑寄生电阻和电流纹波的同步整流 Buck 变换器的大信号平均模型、DC 和小信号电路模型, 研究电压控制的同步整流 Buck 变换器的闭环建模, 导出传递函数, 进行控制电路设计和仿真研究, 剖析变换器的寄生参数对控制电路设计的影响, 进一步阐明考虑寄生参数建模的必要性。

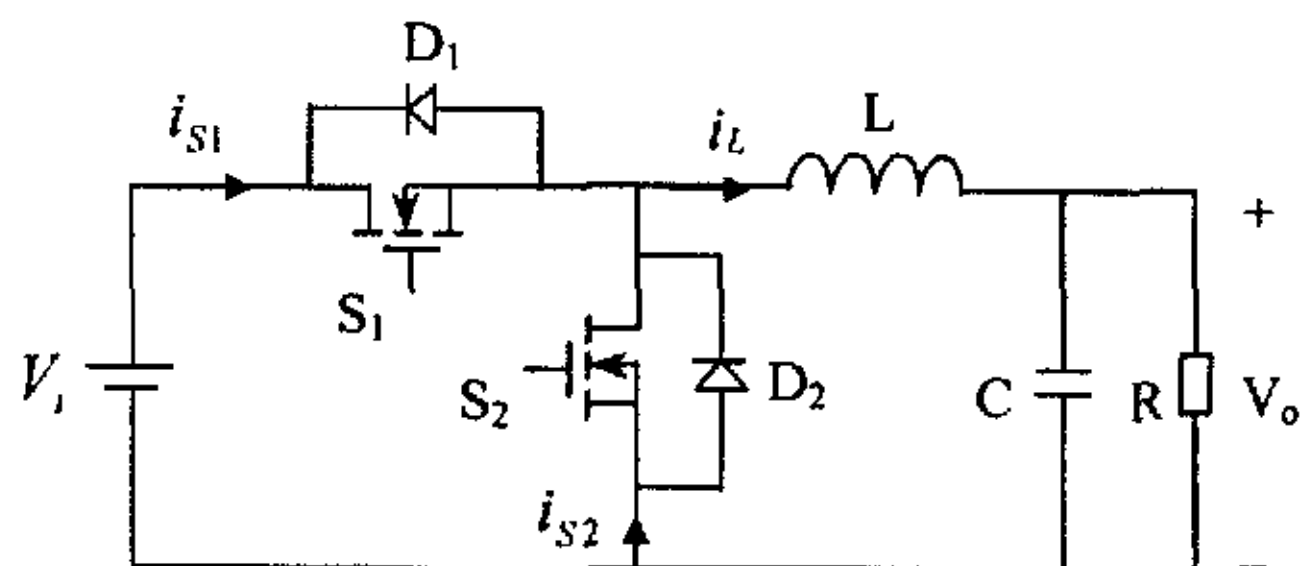
5.1 引言

建立简明有效的开关变换器闭环模型, 对其系统分析与控制电路的设计具有重要意义^[1-5]。近年来, 为了提高功率变换效率, 在低电压大电流的开关电源中广泛应用同步整流 Buck 变换器^[6-28]。本章在第二章的基础上研究既考虑寄生参数又考虑电流纹波的开关变换器在连续工作模式下的电路平均法建模, 建立考虑寄生电阻和电流纹波的非理想同步整流 Buck 变换器的大信号平均模型、DC 和小信号电路模型, 研究闭环建模, 导出传递函数, 进行小信号特性的仿真研究和控制电路设计, 剖析变换器的寄生参数对控制电路设计的影响, 进一步阐明考虑寄生参数建模的必要性。

5.2 非理想同步整流 Buck 变换器的电路平均法建模

同步整流 Buck 变换器如图 5-1(a) 所示, MOSFET 开关管 S_1 是主开关管, MOSFET 开关管 S_2 是同步整流管 (Synchronous Rectifier, 缩写为 SR), D_1 和 D_2 分别为 S_1 和 S_2 的体二极管。 S_1 和 S_2 互补导通工作, 开关周期为 T , 开关频率 $f_s = 1/T$, 导通时间为 t_{on} , 关断时间为 t_{off} , $T = t_{on} + t_{off}$, 占空比为 D , D 的扰动量是 \hat{d} , 瞬时值 $d = D + \hat{d}$ 。图 5-1(b) 是考虑寄生电阻的同步整流 Buck 变换器的等效电路, 实际开关 S_1 、 S_2 等效为理想开关及其开通电阻的串联, R_{on1} 和 R_{on2} 分别是 S_1 、 S_2 的开通电阻, R_L 是电感 L 的等效串联电阻, R_C 是滤波电容的等效串联电阻。

同步整流 Buck 变换器有两种开关模态: S_1 导通, S_2 截止; S_2 导通, S_1 截止。在分析之前, 作如下假设:



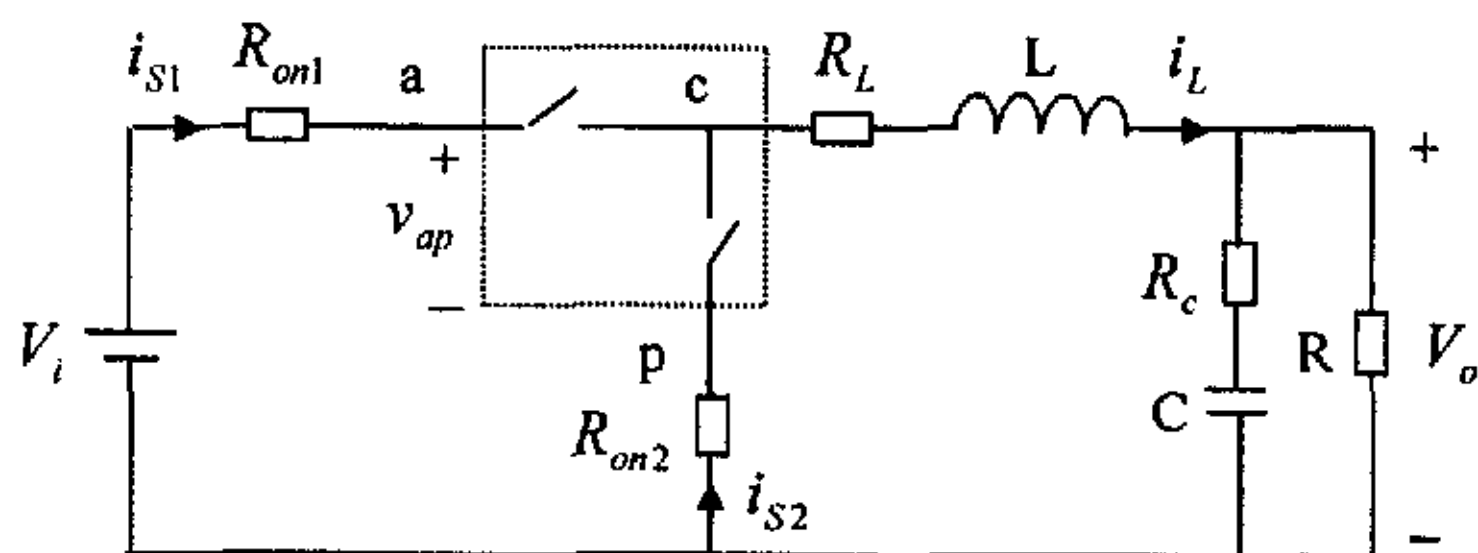
(a) 电路

① 功率 MOSFET 管输出电容忽略不计, 开通电阻是线性的, 关断电阻为无穷大;

② 无源元件是线性的, 时不变的;

③ 在整个开关周期中, 考虑电感电流纹波;

④ 输入电压源的输出阻抗对于 AC 和 DC 分量都为 0。



(b) 考虑寄生电阻的等效电路

图 5-1 同步整流 Buck 变换器

5.2.1 大信号动态电路模型

同步整流 Buck 变换器电流波形如图 5-2 所示。由图 5-2 得到电流的直流分量之间的关系为

$$I_L = \frac{I_{S1}}{D} = \frac{I_{S2}}{1-D} = \frac{I_{\max} + I_{\min}}{2} \quad (5.1)$$

$$I_L = I_o = \frac{V_o}{R} \quad (5.2)$$

式中, I_L 是电感电流的平均值, I_{S1} 是流过功率开关 S_1 的电流的直流分量, I_{S2} 是流过功率开关 S_2 的电流的直流分量。

功率开关 S_1 、 S_2 电流的有效值为

$$I_{S1rm} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i_{S1}^2 dt} = I_L \sqrt{D(1 + \frac{\Delta i_L^2}{3I_L^2})} \quad (5.3)$$

$$I_{S2rm} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i_{S2}^2 dt} = I_L \sqrt{(1-D)(1 + \frac{\Delta i_L^2}{3I_L^2})} \quad (5.4)$$

电感电流的有效值为

$$I_{Lrm} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i_L^2 dt} = I_L \sqrt{1 + \frac{\Delta i_L^2}{3I_L^2}} \quad (5.5)$$

功率开关 S_1 、 S_2 中开通电阻的功率损耗为

$$P_{Ron1} = R_{on1} I_{S1rm}^2 = DR_{on1} (1 + \frac{\Delta i_L^2}{3I_L^2}) I_L^2 = \frac{R_{on1}}{D} (1 + \frac{\Delta i_L^2}{3I_L^2}) I_{S1}^2 \quad (5.6)$$

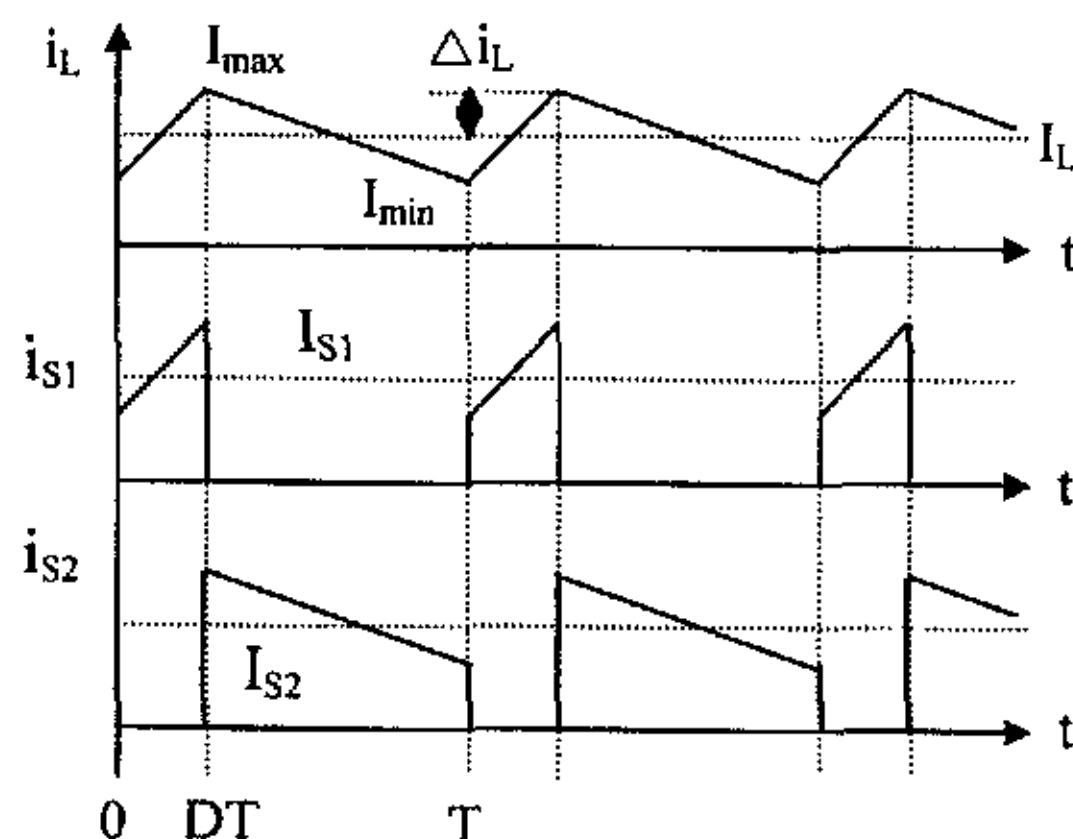


图 5-2 同步整流 Buck 变换器电流波形

$$P_{Ron2} = R_{on2} I_{S2rm}^2 = (1-D)R_{on2} \left(1 + \frac{\Delta i_L^2}{3I_L^2}\right) I_L^2 = \frac{R_{on2}}{1-D} \left(1 + \frac{\Delta i_L^2}{3I_L^2}\right) I_{S2}^2 \quad (5.7)$$

$$P_{RL} = R_L I_{Lrm}^2 = R_L \left(1 + \frac{\Delta i_L^2}{3I_L^2}\right) I_L^2 \quad (5.8)$$

根据能量守恒原理, 由式 (5.6~5.8) 可得到寄生电阻在图 5-3(a) 大信号平均模型中的等效平均电阻 (EAR) 分别为

$$R'_{on1} = \frac{R_{on1}}{D} \left(1 + \frac{\Delta i_L^2}{3I_L^2}\right) \quad (5.9)$$

$$R'_{on2} = \frac{R_{on2}}{1-D} \left(1 + \frac{\Delta i_L^2}{3I_L^2}\right) \quad (5.10)$$

$$R'_L = R_L \left(1 + \frac{\Delta i_L^2}{3I_L^2}\right) \quad (5.11)$$

图 5-1(b) 虚线所示的理想开关分别用图 5-3(a) 所示的受控电流源和受控电压源替代, 受控电流源和受控电压源的值是整个周期的时间平均值, \bar{i}_{S1} 、 \bar{i}_{S2} 、 \bar{i}_L 是平均电流, \bar{v}_{cp} 、 \bar{v}_{ap} 是平均电压, 均是稳态分量与扰动分量之和的平均值。

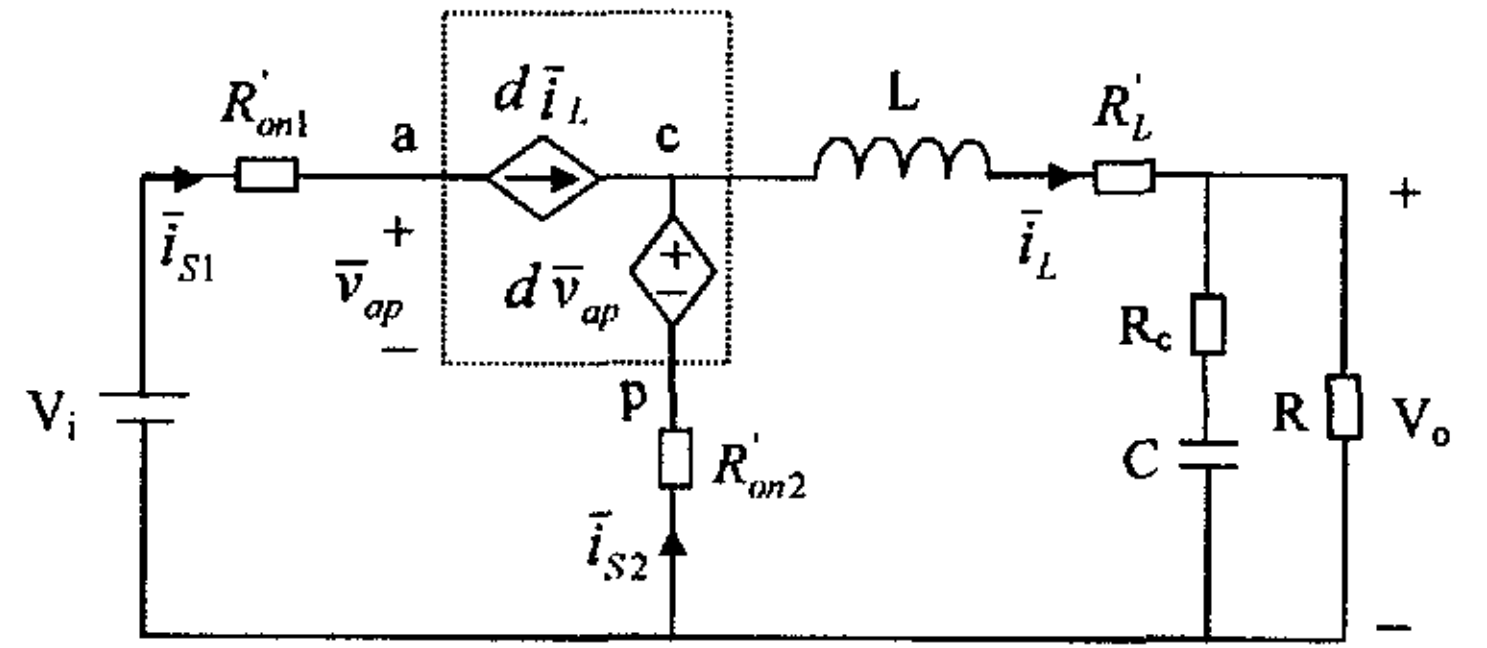
$$\bar{i}_{S1} = d\bar{i}_L \quad (5.12)$$

$$\bar{v}_{cp} = d\bar{v}_{ap} \quad (5.13)$$

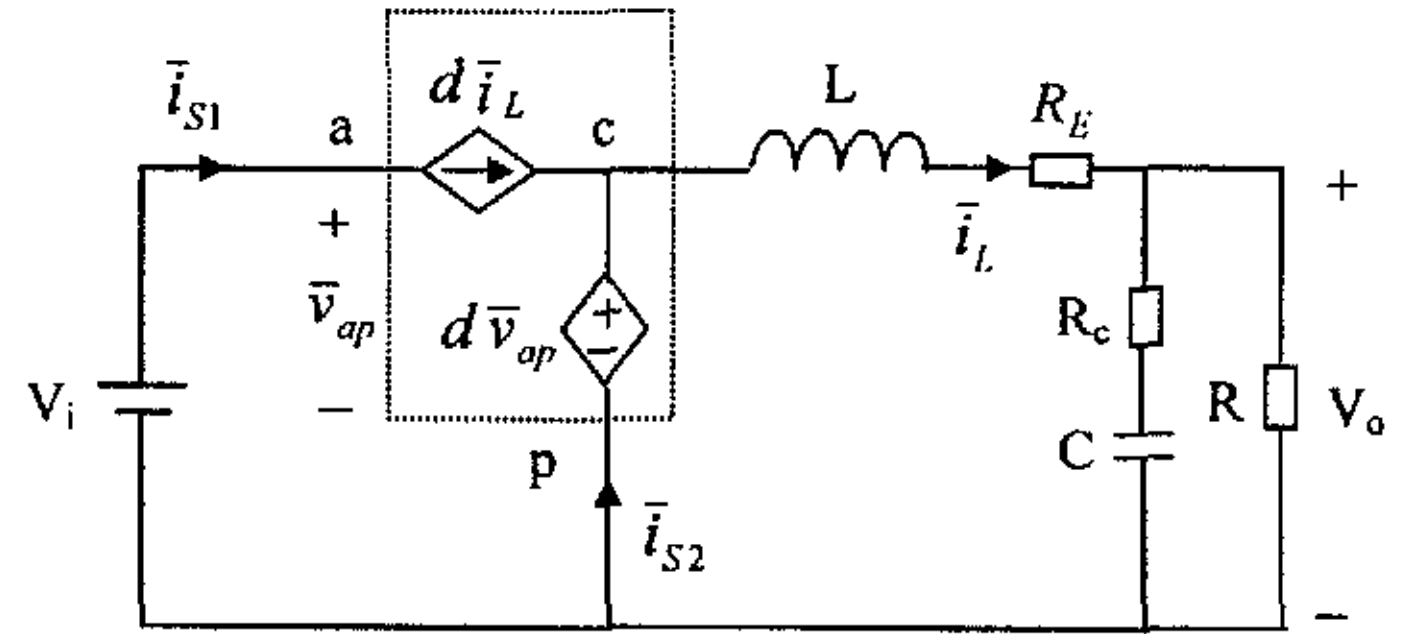
为了简化模型, 将 R'_{on1} 和 R'_{on2} 折算到电感支路中, R'_{on1} 折算到电感支路中的等效平均电阻为 $DR_{on1} \left(1 + \frac{\Delta i_L^2}{3I_L^2}\right)$, R'_{on2} 折算到电感支路中的等效平均电阻 (EAR) 为

$(1-D)R_{on2} \left(1 + \frac{\Delta i_L^2}{3I_L^2}\right)$ 。电感支路中的总电阻用等效平均电阻 R_E 表示, 得到简化后的大信号平均模型如图 5-3(b) 所示, 其中

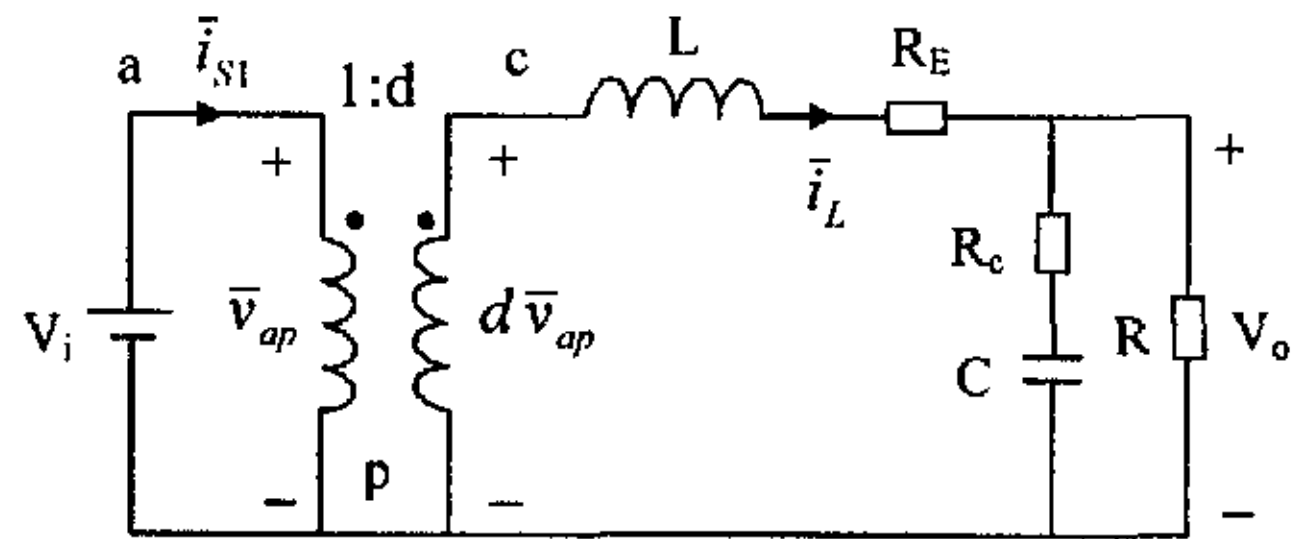
$$R_E = [DR_{on1} + (1-D)R_{on2} + R_L] \left(1 + \frac{\Delta i_L^2}{3I_L^2}\right) \quad (5.14)$$



(a) 寄生电阻在原支路



(b) 寄生电阻在电感支路



(c) 用理想变压器取代受控源

图 5-3 同步整流 Buck 变换器大信号平均模型

由式(5.14)可知,电感电流纹波 Δi_L 愈大,电感支路中总的等效平均电阻 R_E 愈大,若 $\Delta i_L \approx 0$,不考虑电感电流纹波,则 $R_E = R_L + DR_{on1} + (1-D)R_{on2}$ 与文献[29]一致。

为了进一步简化模型,将占空比 d 控制的理想变压器取代受控电压源和受控电流源,得到考虑电流纹波和寄生电阻的同步整流 Buck 变换器在连续工作模式下的大信号平均模型如图 5-3(c) 所示。

5.2.2 DC 和小信号线性电路模型

对输入电压 V_i 和输出电压 V_o 施加扰动,扰动量分别为 \hat{v}_i 和 \hat{v}_o , $v_i = V_i + \hat{v}_i$, $v_o = V_o + \hat{v}_o$; \bar{i}_L 用稳态分量 I_L 和扰动分量 \hat{i}_L 之和表示, $\bar{i}_L = I_L + \hat{i}_L$; d 用稳态量 D 和扰动量 \hat{d} 之和表示, $d = D + \hat{d}$ 。则

$$d\bar{i}_L = (D + \hat{d})(I_L + \hat{i}_L) = DI_L + I_L\hat{d} + D\hat{i}_L + \hat{d}\hat{i}_L \quad (5.15)$$

$$d\bar{v}_{ap} = d v_i = (D + \hat{d})(V_i + \hat{v}_i) = DV_i + V_i\hat{d} + D\hat{v}_i + \hat{d}\hat{v}_i \quad (5.16)$$

在进行 DC 稳态分析时,令扰动量 $\hat{i}_L = \hat{v}_i = \hat{v}_o = \hat{d} = 0$,电容 C 开路,电感 L 短路;在进行动态小信号分析时,令稳态分量 $DI_L = 0$, $DV_i = 0$,假设 $\frac{\hat{d}}{D} \ll 1$, $\frac{\hat{v}_i}{V_i} \ll 1$, $\frac{\hat{i}_L}{I_L} \ll 1$,则可忽略 $\hat{d}\hat{v}_i$ 和 $\hat{d}\hat{i}_L$ 。由图 5-3(c) 和式(5.15, 5.16) 得到考虑寄生电阻和电流纹波的同步整流 Buck 变换器在连续工作模式下的 DC 和小信号电路模型,如图 5-4 所示。

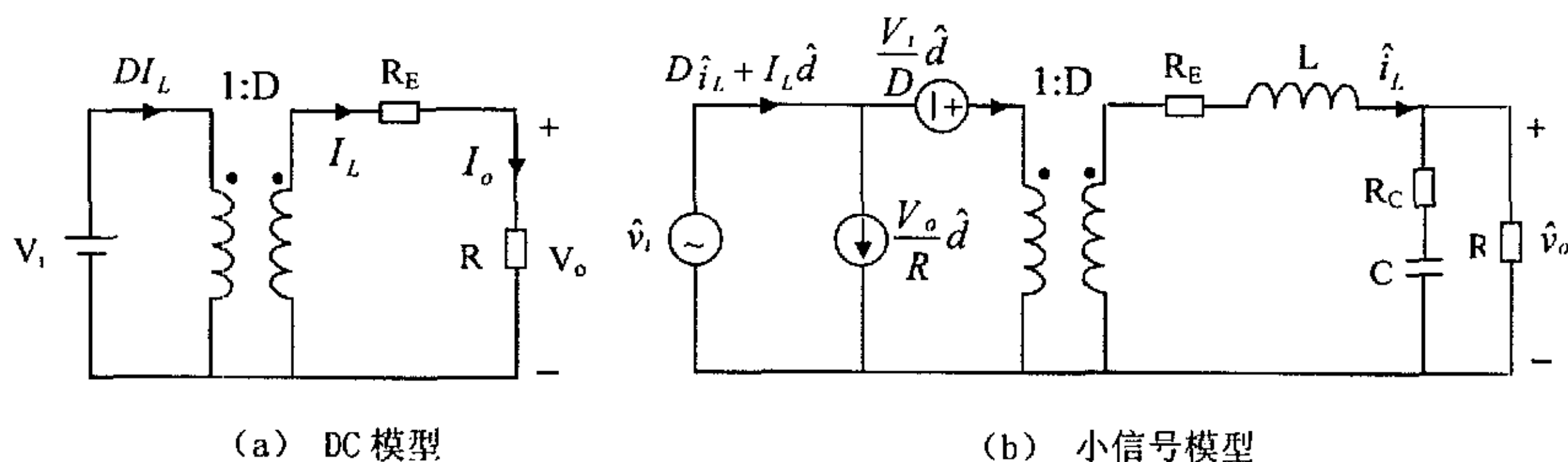


图 5-4 考虑寄生电阻和电流纹波的同步整流 Buck 变换器在连续工作模式下的电路模型

由图 5-4(a) 和式(5.14) 求得

$$D = \frac{V_o + (R_{on2} + R_L)[1 + \Delta i_L^2 / (3I_L^2)]I_L}{V_i + (R_{on2} - R_{on1})[1 + \Delta i_L^2 / (3I_L^2)]I_L} \quad (5.17)$$

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{DR}{R + R_E} \quad (5.18)$$

$$\eta = \frac{V_o I_o}{V_i D I_L} = \frac{V_o}{DV_i} = \frac{1}{1 + R_E/R} \quad (5.19)$$

上述关系式中 $I_L = I_o = \frac{V_o}{R}$, $R_E = [DR_{on1} + (1-D)R_{on2} + R_L](1 + \frac{\Delta i_L^2}{3I_L^2})$, 为了提高功率变换效率, $R_E \ll R$, 当 $R_E = R_{on1} = R_{on2} = R_L = 0$ 时, $V_o = DV_i$, $\eta = 100\%$ 。

表 5.1 对同步整流 Buck 变换器和 Buck 变换器的稳态特性进行了分析比较, 理想情况下, 图 5-3(c)、图 5-4(a)、图 5-4(b) 分别与图 2-5(c)、图 2-6、图 2-7 完全一样, 它们的稳态特性完全相同, 但考虑寄生参数后它们的分析结果是不同的, 等效平均电阻 R_E 不同, Buck 变换器的输出电压和功率变换效率除了受开关器件导通电阻的影响外, 还受二极管正向导通压降的影响, 与 Buck 变换器相比, 同步整流 Buck 变换器的功率变换效率高。可见, 建模过程中理想化的假设会给开关变换器的等效电路模型带来偏差, 这也说明了考虑开关器件的寄生参数建模的必要性。

表 5.1 同步整流 Buck 变换器和 Buck 变换器的稳态特性比较

		占空比 D	输出电压 V_o	变换效率 η
同步整流 Buck 变换器	$R_E = DR_{on1} + (1-D)R_{on2} + R_L$	$\frac{V_o + (R_{on2} + R_L)}{V_i + (R_{on2} - R_{on1})}$	$\frac{DR}{R + R_E} V_i$	$\frac{1}{1 + R_E/R}$
	理想情况 $R_E = 0$	V_o/V_i	D	100%
Buck 变换器	$R_E = DR_{on} + (1-D)R_F + R_L$ $V_F \neq 0, \Delta i_L \approx 0$	$\frac{V_o + V_F + (R_F + R_L)I_L}{V_i + V_F + (R_F - R_{on})I_L}$	$\frac{DV_i - (1-D)V_F}{1 + R_E/R}$	$\frac{1}{1 + R_E/R + (1-D)V_F/V_o}$
	理想情况 $R_E = 0, V_F = 0$	V_o/V_i	D	100%

5.3 非理想同步整流 Buck 变换器的闭环模型

开关变换器的输出电压 v_o 是输入电压 v_i 、占空比 d 、负载电流 i_o 以及变换器电路元件值的函数, 在 DC-DC 变换器应用中, 为了获得恒定的输出电压 $v_o = V_o$, 必须采用控制电路来自动调节占空比。

电压控制的非理想同步整流 Buck 变换器如图 5-5 所示, 对输出电压采样并作为反馈信号实现闭环控制, 以稳定输出电压, 在其控制过程中, 电感电流未参与控制, 是独立变量, 误差放大及补偿器用来补偿和改善变换器的瞬态性能。

PWM 比较器如图 5-6 所示, $F_m = 1/V_M$, $d = F_m v_c$, $v_c = V_c + \hat{v}_c$, $d = D + \hat{d}$, 则 $D + \hat{d} = F_m(V_c + \hat{v}_c)$, $D = F_m V_c$, $\hat{d} = F_m \hat{v}_c$, 因此, 占空比的稳态值 D 实际上由 V_c 确定。

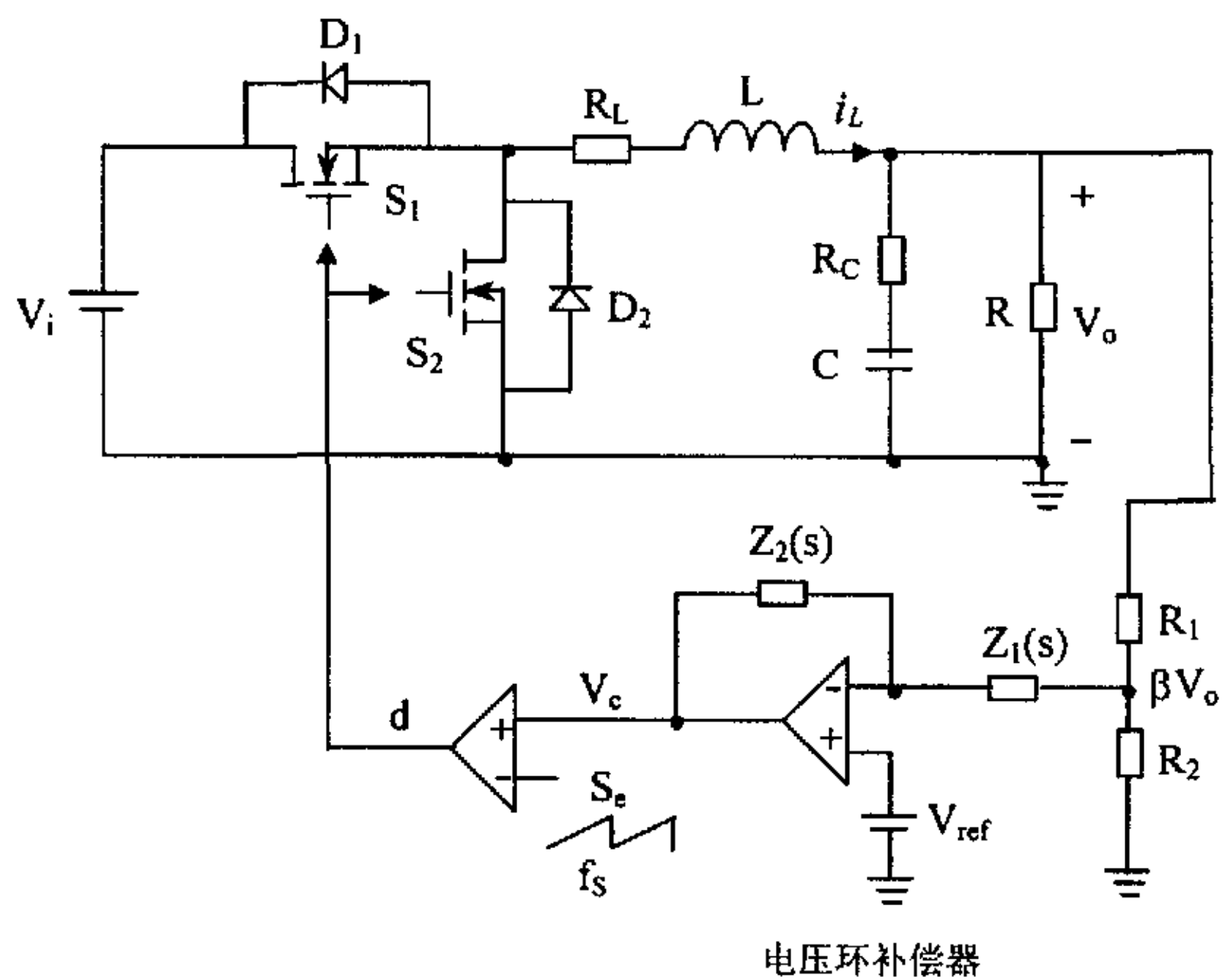


图 5-5 电压控制同步整流 Buck 变换器

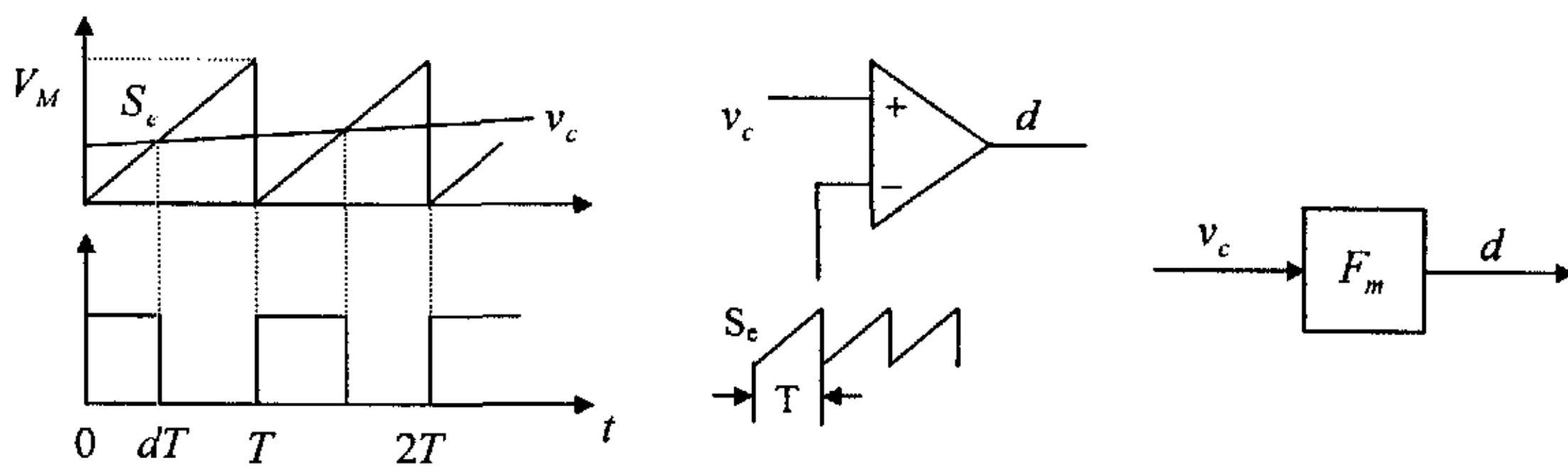


图 5-6 PWM 比较器

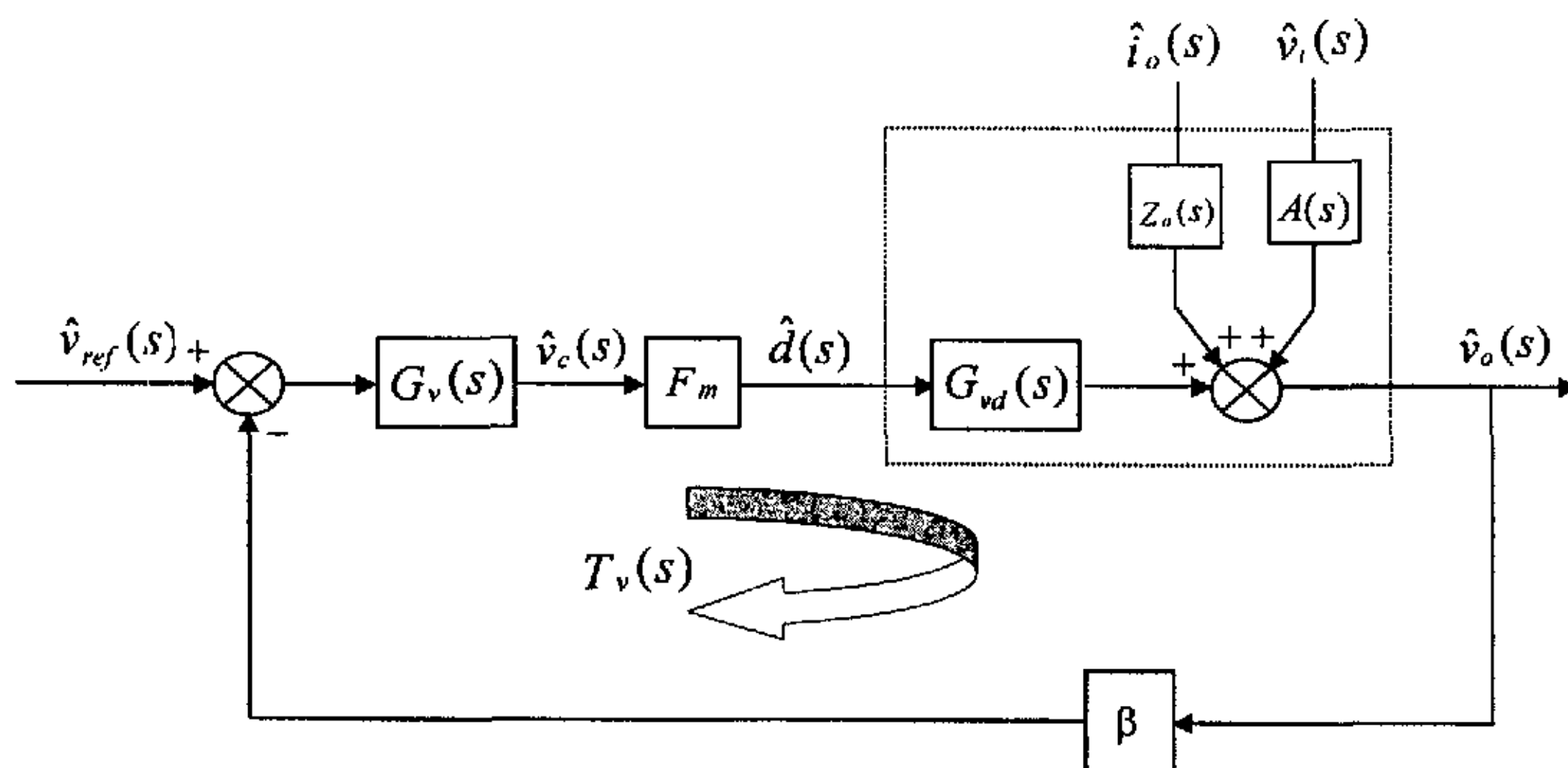


图 5-7 电压控制闭环方块图

由图 5-4(c) 和图 5-5 得到电压控制非理想同步整流 Buck 变换器在连续工作模式 (CCM) 下的闭环控制方块图如图 5-7 所示, 小信号电路模型如图 5-8 所示。

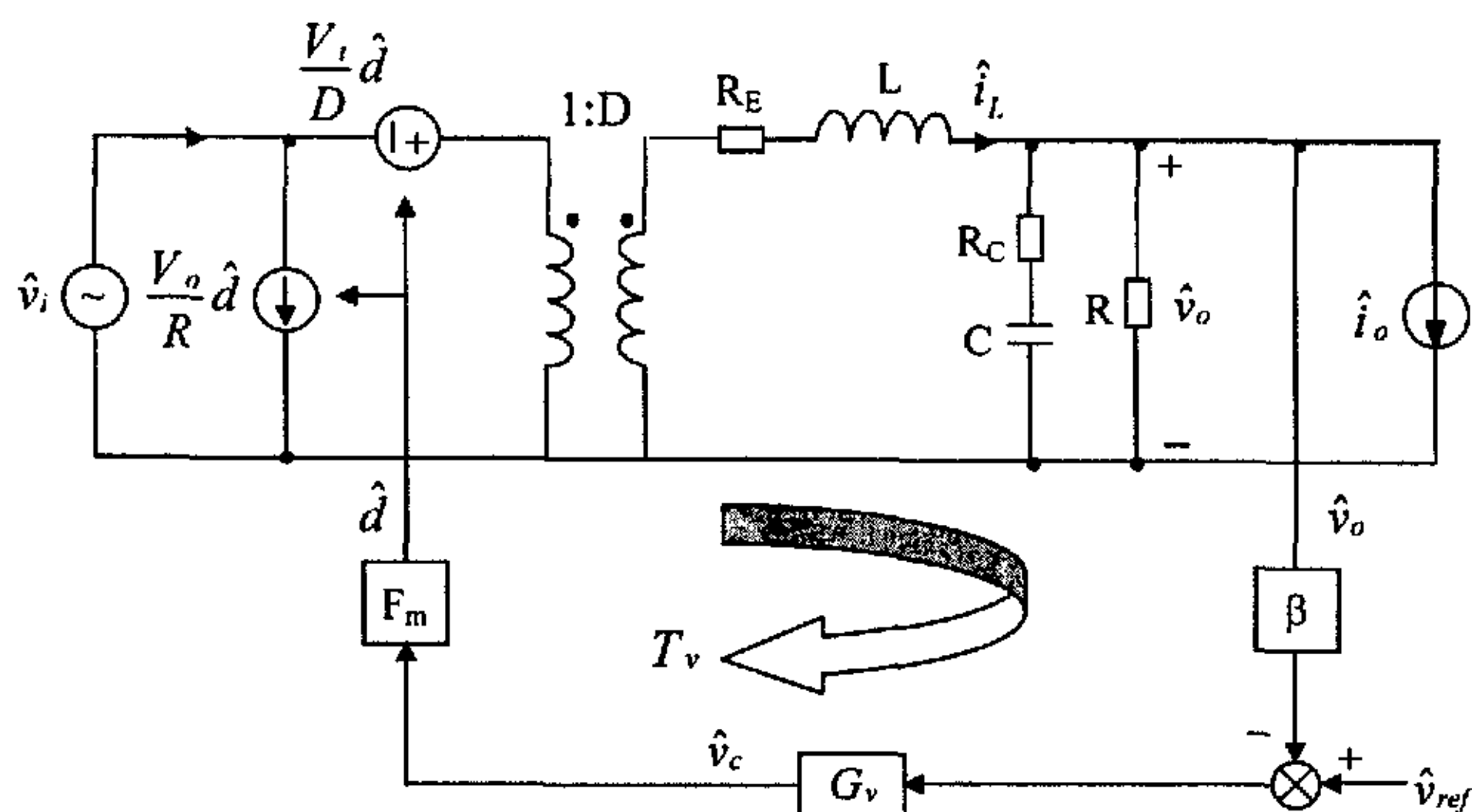


图 5-8 电压控制非理想同步整流 Buck 变换器在连续工作模式下的小信号模型

5.4 传递函数

由图 5-7 和图 5-8 进行小信号分析, 导出考虑寄生电阻和电流纹波的同步整流 Buck 变换器在连续工作模式下的传递函数。

令 $\hat{v}_i(s) = 0$, 可求得 $\hat{d}(s)$ 对输出电压 $\hat{v}_o(s)$ 的传递函数 $G_{vd}(s)$

$$G_{vd}(s) = \frac{\hat{v}_o(s)}{\hat{d}(s)} = \frac{RV_i}{R_E + R} \cdot \frac{1 + s/\omega_{z1}}{1 + 2\xi \frac{s}{\omega_o} + \left(\frac{s}{\omega_o}\right)^2} = \frac{RV_i}{R_E + R} \cdot \frac{1 + s/\omega_{z1}}{1 + \frac{s}{Q\omega_o} + \left(\frac{s}{\omega_o}\right)^2} \quad (5.20)$$

令 $\hat{v}_i(s) = 0$, $\hat{d}(s) = 0$, 可求得输出阻抗 $Z_o(s)$

$$Z_o(s) = \frac{R_E R}{R_E + R} \cdot \frac{(1 + s/\omega_{z1})(1 + s/\omega_{z2})}{1 + 2\xi \frac{s}{\omega_o} + \left(\frac{s}{\omega_o}\right)^2} = \frac{R_E R}{R_E + R} \cdot \frac{(1 + s/\omega_{z1})(1 + s/\omega_{z2})}{1 + \frac{s}{Q\omega_o} + \left(\frac{s}{\omega_o}\right)^2} \quad (5.21)$$

令 $\hat{d}(s) = 0$, 可求得输入阻抗 $Z_i(s)$

$$Z_i(s) = \frac{R_E + R}{D^2} \cdot \frac{1 + 2\xi \frac{s}{\omega_o} + \left(\frac{s}{\omega_o}\right)^2}{1 + s/\omega_{p3}} = \frac{R_E + R}{D^2} \cdot \frac{1 + \frac{s}{Q\omega_o} + \left(\frac{s}{\omega_o}\right)^2}{1 + s/\omega_{p3}} \quad (5.22)$$

令 $\hat{d}(s) = 0$, 可求得输入电压 $\hat{v}_i(s)$ 对输出电压 $\hat{v}_o(s)$ 的传递函数 $A(s)$

$$A(s) = \frac{\hat{v}_o(s)}{\hat{v}_i(s)} = \frac{DR}{R_E + R} \cdot \frac{1 + s/\omega_{z1}}{1 + 2\xi \frac{s}{\omega_o} + \left(\frac{s}{\omega_o}\right)^2} = \frac{DR}{R_E + R} \cdot \frac{1 + s/\omega_{z1}}{1 + \frac{s}{Q\omega_o} + \left(\frac{s}{\omega_o}\right)^2} \quad (5.23)$$

$$\text{开环传递函数} \quad T_v(s) = \beta F_m G_v(s) G_{vd}(s) \quad (5.24)$$

$$\text{输出电压} \quad \hat{v}_o(s) = \frac{1}{\beta} \cdot \frac{T_v(s)}{1 + T_v(s)} \hat{v}_{ref}(s) + \frac{A(s)}{1 + T_v(s)} \hat{v}_i(s) + \frac{Z_o(s)}{1 + T_v(s)} \hat{i}_o(s) \quad (5.25)$$

$$\text{闭环传递函数} \quad \left. \frac{\hat{v}_o(s)}{\hat{v}_{ref}(s)} \right|_{\substack{\hat{v}_i(s)=0 \\ \hat{i}_o(s)=0}} = \frac{1}{\beta} \cdot \frac{T_v(s)}{1 + T_v(s)} \quad (5.26)$$

$$A_{cl}(s) = \left. \frac{\hat{v}_o(s)}{\hat{v}_i(s)} \right|_{\substack{\hat{v}_{ref}(s)=0 \\ \hat{i}_o(s)=0}} = \frac{A(s)}{1 + T_v(s)} \quad (5.27)$$

$$Z_{ocl}(s) = \left. \frac{\hat{v}_o(s)}{\hat{i}_o(s)} \right|_{\substack{\hat{v}_i(s)=0 \\ \hat{v}_{ref}(s)=0}} = \frac{Z_o(s)}{1 + T_v(s)} \quad (5.28)$$

若 $\|T_v\| \gg 1$, 则 $1 + T_v \approx T_v$, $T_v/(1 + T_v) \approx T_v/T_v = 1$, 式 (5.26) 为 $\left. \frac{\hat{v}_o(s)}{\hat{v}_{ref}(s)} \right|_{\substack{\hat{v}_i(s)=0 \\ \hat{i}_o(s)=0}} = \frac{1}{\beta}$

式中, 转角频率 $\omega_o = \sqrt{\frac{R + R_E}{(R + R_c)LC}}$, 阻尼比 $\xi = \frac{R_E RC + RR_c C + R_E R_c C + L}{2\sqrt{(R + R_E)(R + R_c)LC}}$, 品质因

数 $Q = \frac{1}{2\xi} = \frac{\sqrt{(R + R_E)(R + R_c)LC}}{R_E RC + RR_c C + R_E R_c C + L}$, $\omega_{z1} = \frac{1}{R_c C}$, $\omega_{z2} = \frac{R_E}{L}$, $\omega_{p3} = \frac{1}{(R + R_c)C}$,

$$R_E = [DR_{on1} + (1 - D)R_{on2} + R_L] \left(1 + \frac{\Delta i_L^2}{3I_L^2}\right), \quad D = \frac{V_o + (R_{on2} + R_L) \left(1 + \frac{\Delta i_L^2}{3I_L^2}\right) I_L}{V_i + (R_{on2} - R_{on1}) \left(1 + \frac{\Delta i_L^2}{3I_L^2}\right) I_L}.$$

式 (5.20~5.23) 和式 (2.36~2.39) 形式上一样, 这是由于图 5-4(c) 与图 2-7 拓扑结构相同, 但 R_E 、 D 不同, 因而 ω_o 、 ξ 、 Q 不同; 若理想情况 $R_E = 0$, 则完全相同。另外, 若不考虑变换器的电流纹波, $\Delta i_L \approx 0$, 则式 (5.20~5.23) 和图 5-4 与文献[29]一致。可见, 文献[29]是本章电路平均法建模的特例, 表明考虑寄生参数和电流纹波的等效电路模型能更精确地反映变换器的特性。

5.5 控制电路设计方法和步骤

图 5-5 电压控制非理想同步整流 Buck 变换器中输入电压 $V_i = 5V$, 输出电压

$V_o = 1.8V$ ，开关频率 $f_s = 300kHz$ ，负载电流 $I_o = 20A$ ，电感电流纹波峰-峰值 $I_{pp} = 2\Delta i_L = 8A$ ， $R = 0.09\Omega$ ， $L = 0.48\mu H$ ， $R_L = 2.8m\Omega$ ， $C = 1.2mF$ ， $R_c = 2m\Omega$ ，主开关管 S_1 选用 2SK2690 型 N 沟道功率 MOSFET，开通电阻 $R_{on1} = 10m\Omega$ ， $I_{D1max} = 80A$ ， $V_{DS1} = 60V$ ；同步整流管 S_2 选用 IRL3803 型 N 沟道 MOSFET 管，开通电阻 $R_{on2} = 6m\Omega$ ， $I_{D2max} = 140A$ ， $V_{DS2} = 30V$ 。

① 第一步选择 β ， $\beta v_o \approx v_{ref}$ ， $\beta(V_o + \hat{v}_o) \approx V_{ref} + \hat{v}_{ref}$ ，设 $V_{ref} = 1.8V$ ，则

$$\beta = \frac{V_{ref}}{V_o} = \frac{1.8}{1.8} = 1 \quad (5.29)$$

② 第二步计算传递函数 $G_{vd}(s)$

$$D = \frac{V_o + (R_{on2} + R_L)(1 + \frac{\Delta i_L^2}{3I_L^2})I_L}{V_i + (R_{on2} - R_{on1})(1 + \frac{\Delta i_L^2}{3I_L^2})I_L} = \frac{1.8 + (6 + 2.8)(1 + \frac{4^2}{3 \times 20^2}) \times 10^{-3} \times 20}{5 + (6 - 10)(1 + \frac{4^2}{3 \times 20^2}) \times 10^{-3} \times 20} = 0.4022 \quad (5.30)$$

由式 (5.14) 得

$$R_E = [DR_{on1} + (1 - D)R_{on2} + R_L][1 + \Delta i_L^2 / (3I_L^2)]$$

$$= [0.4022 \times 10 + (1 - 0.4022) \times 6 + 2.8][1 + 4^2 / (3 \times 20^2)] = 10.548m\Omega \quad (5.31)$$

$$F_m = \frac{1}{V_M} = \frac{1}{1.8} = \frac{5}{9} \quad (5.32)$$

$$V_c = \frac{D}{F_m} = 0.4022 \times 1.8 = 0.724V \quad (5.33)$$

式 (5.20) 可写为

$$G_{vd}(s) = \frac{RV_i}{R_E + R} \cdot \frac{\frac{s}{\omega_{z1}} + 1}{1 + \frac{s}{Q\omega_o} + \left(\frac{s}{\omega_o}\right)^2} = 4.475 \times \frac{\frac{s}{416667} + 1}{1 + \frac{s}{54057} + \left(\frac{s}{43559}\right)^2} \quad (5.34)$$

式中， $\omega_{z1} = \frac{1}{R_c C} = 416667 rad/sec$

$$\omega_o = \sqrt{\frac{R + R_E}{(R + R_c)LC}} = 43559 rad/sec, \quad f_o = \frac{\omega_o}{2\pi} = 6.933kHz$$

$$Q = \frac{\sqrt{(R + R_E)(R + R_c)LC}}{R_E RC + RR_c C + R_E R_c C + L} = 1.241$$

③ 第三步计算无补偿时系统开环传递函数 $T(s)$

无补偿器补偿时，传递函数 $G_v(s) = 1$ ，代入式 (5.24)，得到无补偿时系统开环传

递函数 $T(s)$ 为

$$T(s) = T_o \frac{\frac{s}{\omega_{z1}} + 1}{1 + \frac{s}{Q\omega_o} + \left(\frac{s}{\omega_o}\right)^2} = 2.486 \times \frac{\frac{s}{416667} + 1}{1 + \frac{s}{54057} + \left(\frac{s}{43559}\right)^2} \quad (5.35)$$

$$\text{式中, } T_o = \frac{\beta F_m R V_i}{R + R_E} = \frac{1 \times 5 \times 0.09 \times 5}{9 \times (0.09 + 10.548 \times 10^{-3})} = 2.486 \Rightarrow 7.911 \text{ dB}$$

无补偿器补偿时, 由式 (5.35) 可求得, 增益交越频率 $\omega_{oc} = 76607 \text{ rad/sec}$,

$$f_{oc} = \frac{\omega_{oc}}{2\pi} = 12.192 \text{ kHz}, \quad \angle T(j\omega_{oc}) = -137^\circ, \quad \text{相位裕量为 } 43^\circ。$$

5.5.1 PID 补偿器设计

补偿器的设计是开关变换器瞬态设计的重要组成部分。超前(PD)补偿器用来改善相位裕量和增大反馈环的带宽, 抑制高频扰动, 滞后(PI)补偿器用来增大低频环增益, 抑制低频扰动, 使稳态误差更小。PID 补偿器集合了超前(PD)补偿器和滞后(PI)补偿器的优点, 低频时, 增大低频环增益, 实现输出电压低频分量的精确调节; 高频时(增益交越频率附近), 改善相位裕量。PID 补偿器与 PI 补偿器相比, 除了同样具有提高系统的稳态性能的优点外, 还在提高系统动态性能方面, 具有更大的优越性。

增益交越频率越高, 系统动态响应时间越短。令增益交越频率 $f_c = 0.2 f_s = 60 \text{ kHz}$, $\omega_c = 2\pi f_c = 376991 \text{ rad/sec}$, 则 $\|T(j\omega_c)\| = 0.0452 \Rightarrow -26.897 \text{ dB}$, $\angle T(j\omega_c) = -133^\circ$, 故采用 PID 补偿器, 其传递函数为

$$G_v(s) = G_{vm} \frac{\left(1 + \frac{\omega_L}{s}\right) \left(1 + \frac{s}{\omega_z}\right)}{\left(1 + \frac{s}{\omega_{p1}}\right) \left(1 + \frac{s}{\omega_{p2}}\right)} \quad (5.36)$$

式中, $\omega_L = 2\pi f_L$, $\omega_z = 2\pi f_z$, $\omega_{p1} = 2\pi f_{p1}$, $\omega_{p2} = 2\pi f_{p2}$, 高频极点 f_{p1} 和 f_{p2} 用于抑制高频扰动。

补偿后, 系统开环传递函数 $T_v(s)$ 为

$$T_v(s) = G_v(s)T(s) = G_{vm} T_o \frac{\left(1 + \frac{\omega_L}{s}\right) \left(1 + \frac{s}{\omega_z}\right) \left(1 + \frac{s}{\omega_{z1}}\right)}{\left(1 + \frac{s}{\omega_{p1}}\right) \left(1 + \frac{s}{\omega_{p2}}\right) \left[1 + \frac{s}{Q\omega_o} + \left(\frac{s}{\omega_o}\right)^2\right]} \quad (5.37)$$

令 $\omega_{p1} = \omega_{z1} = 416667 \text{ rad/sec}$, $f_{p1} = f_{z1} = 66.315 \text{ kHz}$, 则式 (5.37) 为

$$T_v(s) = G_v(s)T(s) = G_{vm}T_o \frac{\left(1 + \frac{\omega_L}{s}\right)\left(1 + \frac{s}{\omega_z}\right)}{\left(1 + \frac{s}{\omega_{p2}}\right)\left[1 + \frac{s}{Q\omega_o} + \left(\frac{s}{\omega_o}\right)^2\right]} \quad (5.38)$$

假设补偿后相位裕量 $\varphi_m = 60^\circ$ ，则

$$f_z = (60\text{kHz})\sqrt{\frac{1 - \sin(60^\circ)}{1 + \sin(60^\circ)}} = 16.077\text{kHz} \quad (5.39)$$

$$f_{p2} = (60\text{kHz})\sqrt{\frac{1 + \sin(60^\circ)}{1 - \sin(60^\circ)}} = 223.923\text{kHz} \quad (5.40)$$

$$f_c = \sqrt{f_z f_{p2}} = 60\text{kHz} \quad (5.41)$$

由于 $f_L < f_o < f_c < f_{p2}$ ，故令 $f_L = \frac{f_c}{30} = 2\text{kHz}$ 。因 $\|T_v(j\omega_c)\| = 1 \Rightarrow 0\text{dB}$ ，故 $\|G_v(j\omega_c)\| = 22.123 \Rightarrow 26.897\text{dB}$ ，由式 (5.38~5.41) 得

$$G_{vm} = \|G_v(j\omega_c)\| \frac{\sqrt{1 + (f_c/f_{p1})^2} \sqrt{1 + (f_c/f_{p2})^2}}{\sqrt{1 + (f_L/f_c)^2} \sqrt{1 + (f_c/f_z)^2}} = 7.995 \quad (5.42)$$

$$G_v(s) = 7.995 \times \frac{\left(1 + \frac{12566}{s}\right)\left(1 + \frac{s}{101015}\right)}{\left(1 + \frac{s}{416667}\right)\left(1 + \frac{s}{1406950}\right)} \quad (5.43)$$

$$T_{vo} = T_o G_{vm} = 2.486 \times 7.995 = 19.876 \Rightarrow 25.967\text{dB} \quad (5.44)$$

$$T_v(s) = \frac{19.876 \times \left(1 + \frac{12566}{s}\right)\left(1 + \frac{s}{101015}\right)}{\left(1 + \frac{s}{1406950}\right)\left[1 + \frac{s}{54057} + \left(\frac{s}{43559}\right)^2\right]} \quad (5.45)$$

5.5.2 PID 补偿器电路参数

电压控制非理想同步整流 Buck 变换器的 PID 补偿器如图 5-9(a) 所示，传递函数 $T(s)$ 、 $G_v(s)$ 、 $T_v(s)$ 的幅频特性如图 5-9(b) 所示， f_{oc} 补偿前增益交越频率， f_c 是补偿后增益交越频率， $f_c > f_{oc}$ ，表明引入 PID 补偿器后，系统瞬态响应加快。由图 5-9(a) 得到 PID 补偿器传递函数 $G_v(s)$ 为

$$G_v(s) = G_{vm} \frac{(1 + \omega_L/s)(1 + s/\omega_z)}{(1 + s/\omega_{p1})(1 + s/\omega_{p2})} \quad (5.46)$$

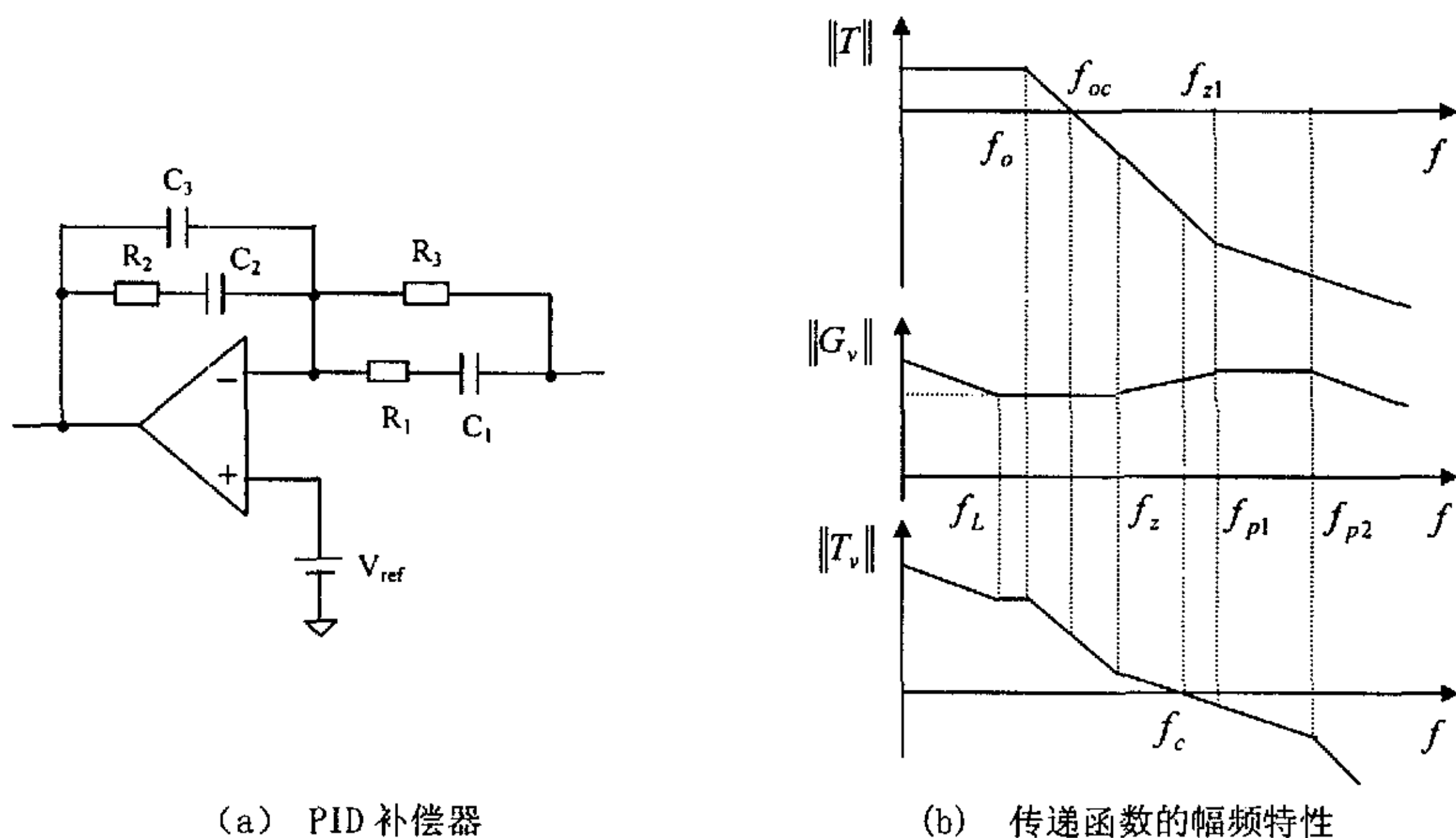


图 5-9 电压控制考虑寄生电阻和电流纹波的同步整流 Buck 变换器

式 (5.46) 中, $G_{vm} = \frac{R_2 C_2}{R_3 (C_2 + C_3)}$, $\omega_L = \frac{1}{R_2 C_2}$, $\omega_z = \frac{1}{(R_1 + R_3) C_1}$, $\omega_{p1} = \frac{1}{R_1 C_1}$, $\omega_{p2} = \frac{C_2 + C_3}{R_2 C_2 C_3}$ 。

由式 (5.43, 5.46), 可求得电压控制考虑寄生电阻和电流纹波的同步整流 Buck 变换器的 PID 补偿器电路参数 R_1 、 C_1 、 R_2 、 C_2 、 R_3 、 C_3 :

$$\omega_{p1} = \frac{1}{R_1 C_1} = 416667 \text{ rad/sec}, \quad R_1 = 2.4 \text{ k}\Omega, \quad C_1 = 1 \text{ nF}$$

$$\omega_L = \frac{1}{R_2 C_2} = 12566 \text{ rad/sec}, \quad R_2 = 61.21 \text{ k}\Omega, \quad C_2 = 1.3 \text{ nF}$$

$$\omega_z = \frac{1}{(R_1 + R_3) C_1} = 101015 \text{ rad/sec}, \quad R_3 = 7.5 \text{ k}\Omega$$

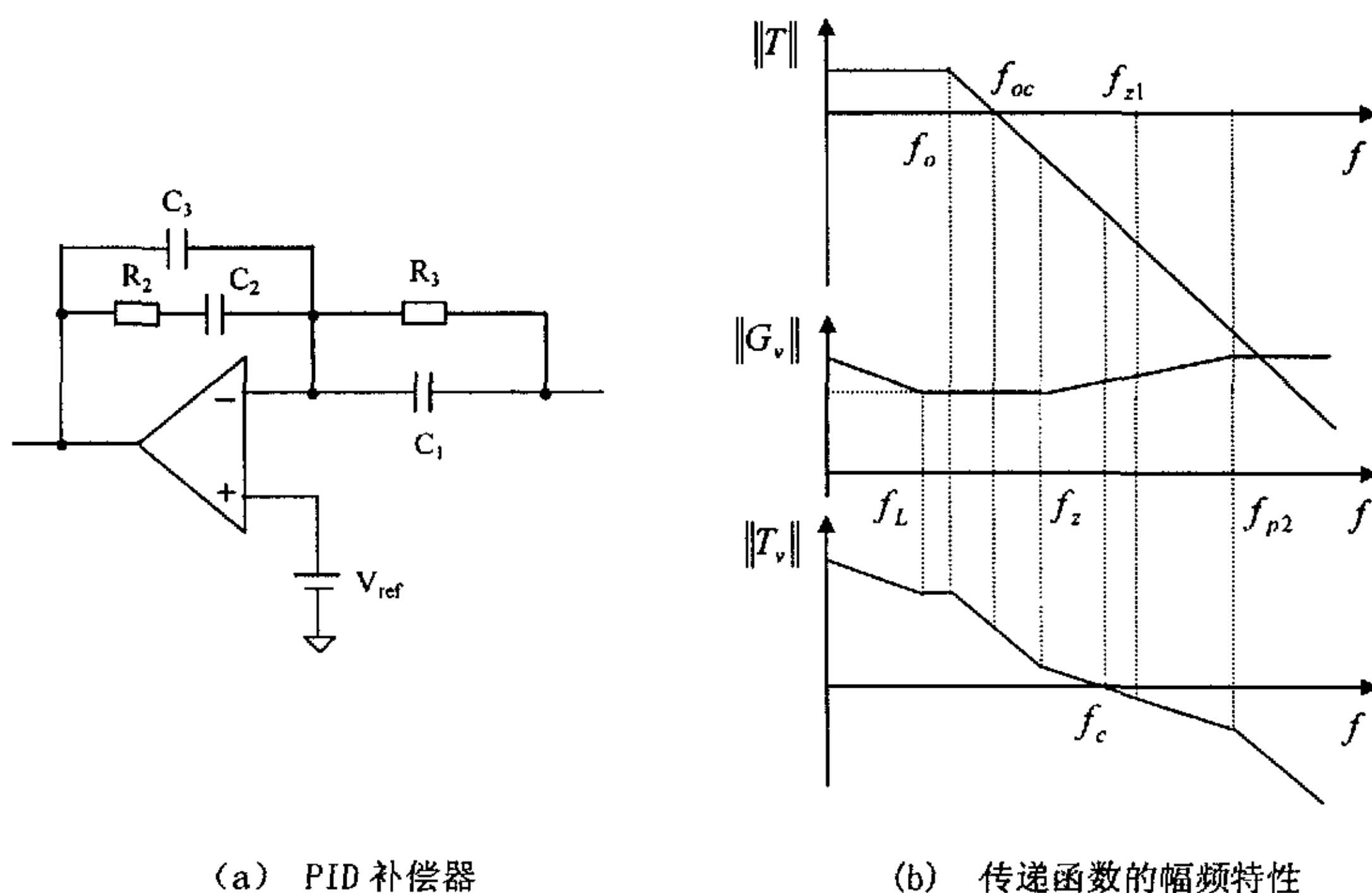
$$\omega_{p2} = \frac{C_2 + C_3}{R_2 C_2 C_3} = 1406950 \text{ rad/sec}, \quad C_3 = 11.86 \text{ pF}$$

$$G_{vm} = \frac{R_2 C_2}{R_3 (C_2 + C_3)} = 7.995$$

不考虑寄生电阻的理想情况下同步整流 Buck 变换器 $R_{on1} = R_{on2} = R_L = R_c = 0$,

$$R_E = [D R_{on1} + (1 - D) R_{on2} + R_L] \left(1 + \frac{\Delta i_L^2}{3 I_L^2}\right) = 0, \quad D = \frac{V_o}{V_i} = 0.36, \quad \text{设 } V_{ref} = 1.8 \text{ V}, \quad V_M = 1.8 \text{ V},$$

则 $\beta = \frac{V_{ref}}{V_o} = \frac{1.8}{1.8} = 1$, $F_m = \frac{1}{V_M} = \frac{5}{9}$, $V_c = \frac{D}{F_m} = 0.648V$, 可得到传递函数 $G_{vd}(s)$ 、 $T(s)$ 、 $G_v(s)$ 、 $T_v(s)$, 参见表 5.2, 从而可推导出 PID 补偿器如图 5-10(a) 所示, 推导过程同上述非理想情况, 传递函数 $T(s)$, $G_v(s)$, $T_v(s)$ 的幅频特性如图 5-10(b) 所示。



(a) PID 补偿器

(b) 传递函数的幅频特性

图 5-10 电压控制不考虑寄生电阻的理想同步整流 Buck 变换器

$$G_v(s) = G_{vm} \frac{(1 + \omega_L/s)(1 + s/\omega_z)}{1 + s/\omega_{p2}} = 7.798 \times \frac{(1 + 12566/s)(1 + s/101015)}{1 + s/1406950} \quad (4.47)$$

式中 $G_{vm} = \frac{R_2 C_2}{R_3 (C_2 + C_3)}$, $\omega_L = \frac{1}{R_2 C_2}$, $\omega_z = \frac{1}{R_3 C_1}$, $\omega_{p2} = \frac{C_2 + C_3}{R_2 C_2 C_3}$, 故可求得电压控

制理想同步整流 Buck 变换器的 PID 补偿器电路参数: $C_1 = 1.29nF$, $R_2 = 61.21k\Omega$, $C_2 = 1.3nF$, $R_3 = 7.7k\Omega$, $C_3 = 11.86pF$ 。

表 5.2 对电压控制非理想 ($R_E \neq 0$, $R_c \neq 0$) 和理想 ($R_E = R_c = 0$) 同步整流 Buck 变换器进行了比较。由图 5-9、5-10 及表 5.2 可知, 考虑寄生电阻和电流纹波的同步整流 Buck 变换器与不考虑寄生电阻和电流纹波的理想情况相比, ① 传递函数 $G_{vd}(s)$ 、 $A(s)$ 、 $Z_o(s)$ 增加了零点 ω_{z1} , $Z_o(s)$ 引入了零点 ω_{z2} , 转折频率 ω_o 增大, 品质因数 Q 减小; ② PID 补偿器传递函数 $G_v(s)$ 有两个极点 ω_{p1} 、 ω_{p2} , 增加了极点 ω_{p1} ; ③ PID 补偿器电路参数 R_1 、 C_1 、 R_3 不同。可见, 在开关变换器的建模过程中, 进行理想化的假设, 会使开关变换器的等效模型与实际电路产生较大偏差, 影响控制电路

的设计, 因而建模过程中, 考虑开关变换器的寄生参数是必要的。

表 5.2 电压控制非理想和理想同步整流 Buck 变换器的比较

同步整流 Buck 变换器	传递函数			
	$G_{vd}(s)$	$A(s)$	$Z_o(s)$	
非理想 $\Delta i_L \neq 0$	$\frac{RV_i}{R_E + R} \cdot \frac{1 + s/\omega_{z1}}{1 + s/(Q\omega_o) + (s/\omega_o)^2}$ $4.475 \times \frac{1 + s/416667}{1 + s/54057 + (s/43559)^2}$	$\frac{DR}{R_E + R} \cdot \frac{1 + s/\omega_{z1}}{1 + s/(Q\omega_o) + (s/\omega_o)^2}$ $0.36 \times \frac{1 + s/416667}{1 + s/54057 + (s/43559)^2}$	$\frac{RR_E}{R_E + R} \cdot \frac{(1 + s/\omega_{z1})(1 + s/\omega_{z2})}{1 + s/(Q\omega_o) + (s/\omega_o)^2}$ $0.0094 \times \frac{(1 + s/416667)(1 + s/21975)}{1 + s/54057 + (s/43559)^2}$	
理想 $\Delta i_L = 0$	$\frac{V_i}{1 + s/(Q\omega_o) + (s/\omega_o)^2}$ $\frac{5}{1 + s/187502 + (s/41667)^2}$	$\frac{D}{1 + s/(Q\omega_o) + (s/\omega_o)^2}$ $\frac{0.36}{1 + s/187502 + (s/41667)^2}$	$\frac{sL}{1 + s/(Q\omega_o) + (s/\omega_o)^2}$ $\frac{4.8 \times 10^{-7} s}{1 + s/187502 + (s/41667)^2}$	
同步整流 Buck 变换器	传递函数			
	$G_v(s)$	$T(s)$	$T_v(s)$	
非理想 $\Delta i_L \neq 0$	$G_{vm} \frac{(1 + \omega_L/s)(1 + s/\omega_z)}{(1 + s/\omega_{p1})(1 + s/\omega_{p2})}$ $7.995 \times \frac{(1 + 12566/s)(1 + s/101015)}{(1 + s/416667)(1 + s/1406950)}$	$\beta F_m G_{vd}(s)$ $2.486 \times \frac{1 + s/416667}{1 + s/54057 + (s/43559)^2}$	$\beta F_m G_v(s) G_{vd}(s)$ $\frac{19.876 \times \left(1 + \frac{12566}{s}\right) \left(1 + \frac{s}{101015}\right)}{\left(1 + \frac{s}{1406950}\right) \left[1 + \frac{s}{54057} + \left(\frac{s}{43559}\right)^2\right]}$	
理想 $\Delta i_L = 0$	$G_{vm} \frac{(1 + \omega_L/s)(1 + s/\omega_z)}{1 + s/\omega_{p2}}$ $7.798 \times \frac{\left(1 + \frac{12566}{s}\right) \left(1 + \frac{s}{101015}\right)}{1 + \frac{s}{1406950}}$	$\beta F_m G_{vd}(s)$ $\frac{2.778}{1 + s/187502 + (s/41667)^2}$	$\beta F_m G_v(s) G_{vd}(s)$ $\frac{21.663 \times \left(1 + \frac{12566}{s}\right) \left(1 + \frac{s}{101015}\right)}{\left(1 + \frac{s}{1406950}\right) \left[1 + \frac{s}{187502} + \left(\frac{s}{41667}\right)^2\right]}$	
同步整流 Buck 变换器	特征参数			
	D	ω_o	ξ	Q
非理想 $\Delta i_L \neq 0$	$\frac{V_o + (R_{on2} + R_L)[1 + \Delta i_L^2/(3I_L^2)] I_L}{V_i + (R_{on2} - R_{on1})[1 + \Delta i_L^2/(3I_L^2)] I_L}$ 0.4022	$\sqrt{\frac{R + R_E}{(R + R_c)LC}}$ 43559 rad/sec	$\frac{R_E RC + RR_c C + R_E R_c C + L}{2\sqrt{(R + R_E)(R + R_c)LC}}$ 0.4029	$\frac{1}{2\xi}$ 1.241
理想 $\Delta i_L = 0$	$\frac{V_o}{V_i}$ 0.36	$\frac{1}{\sqrt{LC}}$ 41667 rad/sec	$\frac{1}{2R} \sqrt{\frac{L}{C}}$ 0.111	$\frac{1}{2\xi}$ 4.5

同步整流 Buck 变换器	$f_L < f_o < f_{oc} < f_z < f_c < f_{p1} < f_{p2}$, 相位裕量 $\varphi_m = 60^\circ$						
	f_o	f_{oc}	f_z	f_{p1}	f_{p2}	f_c	f_L
非理想 $\Delta i_L \neq 0$	6.933kHz	12.192kHz	16.077kHz	$f_{p1} = f_{z1}$ 66.315kHz	223.923kHz	60kHz	2kHz
理想 $\Delta i_L = 0$	6.631kHz	12.832kHz	16.077kHz	∞	223.923kHz	60kHz	2kHz
同步整流 Buck 变换器	PID 补偿器的电路参数						
	R_1	C_1	R_2	C_2	R_3	C_3	
非理想 $\Delta i_L \neq 0$	2.4k Ω	1nF	61.21k Ω	1.3nF	7.5k Ω	11.86pF	
理想 $\Delta i_L = 0$	0k Ω	1.28nF	61.21k Ω	1.3nF	7.7k Ω	11.86pF	

5.6 仿真研究

为了验证既考虑寄生参数又考虑电流纹波的开关变换器在连续工作模式下的电路平均建模方法及其对闭环系统的分析和控制电路的设计, 本节利用 MATLAB 软件对同步整流 Buck 变换器进行了系统的小信号特性仿真研究。

同步整流 Buck 变换器在连续工作模式下的电路平均法建模的传递函数 $G_{vd}(s)$ 、 $A(s)$ 、 $Z_o(s)$ 的 Bode 曲线如图 5-11 所示, 分三种情况: ① $R_E \neq 0$, $R_c \neq 0$, $\Delta i_L = 10A$, 既考虑电流纹波, 又考虑 MOSFET 管的开通电阻 ($R_{on1} = 10m\Omega$, $R_{on2} = 6m\Omega$)、电感的等效串联电阻 ($R_l = 2.8m\Omega$)、电容的等效串联电阻 ($R_c = 2m\Omega$); ② $R_E \neq 0$, $R_c \neq 0$, $\Delta i_L = 0$, 不考虑电流纹波, 只考虑 MOSFET 管的开通电阻 ($R_{on1} = 10m\Omega$, $R_{on2} = 6m\Omega$)、电感的等效串联电阻 ($R_l = 2.8m\Omega$)、电容的等效串联电阻 ($R_c = 2m\Omega$); ③ $R_E = 0$, $R_c = 0$, $\Delta i_L = 0$, 电流纹波和寄生电阻都不考虑。由图 5-11 和表 5.2 可以看出:

(1) 电流纹波 Δi_L 增大, R_E 增大, 传递函数 Bode 曲线的转角频率 ω_o 增大, 品质因数 Q 减小, 谐振峰值减小, 振荡环节的相角变化减慢, $G_{vd}(0)$ 减小, $Z_o(0)$ 增大。

(2) R_E 增大, $G_{vd}(0)$ 减小、 $Z_o(0)$ 增大, ω_o 增大, Q 减小, 传递函数 Bode 曲线的谐振峰值减小, 振荡环节的相角变化减慢。 $Z_o(s)$ 引入了零点 $\omega_{z2} = R_E/L$, 当 $R_E \neq 0$, $\omega \ll \omega_o$ 时, $\angle Z_o(j\omega) \rightarrow 0^\circ$; 当 $R_E = 0$, $\omega \ll \omega_o$ 时, $\angle Z_o(j\omega) \rightarrow 90^\circ$ 。

(3) R_c 增大, ω_o 减小, Q 减小, 传递函数 Bode 曲线的谐振峰值减小, 振荡环节的相角变化减慢。由于 R_c 的作用, $G_{vd}(s)$ 、 $A(s)$ 、 $Z_o(s)$ 都增加了零点 $\omega_{z1} = 1/(R_c C)$ 。

研究表明: 考虑寄生参数和电流纹波的电路平均法建模, 能更精确地反映大电流

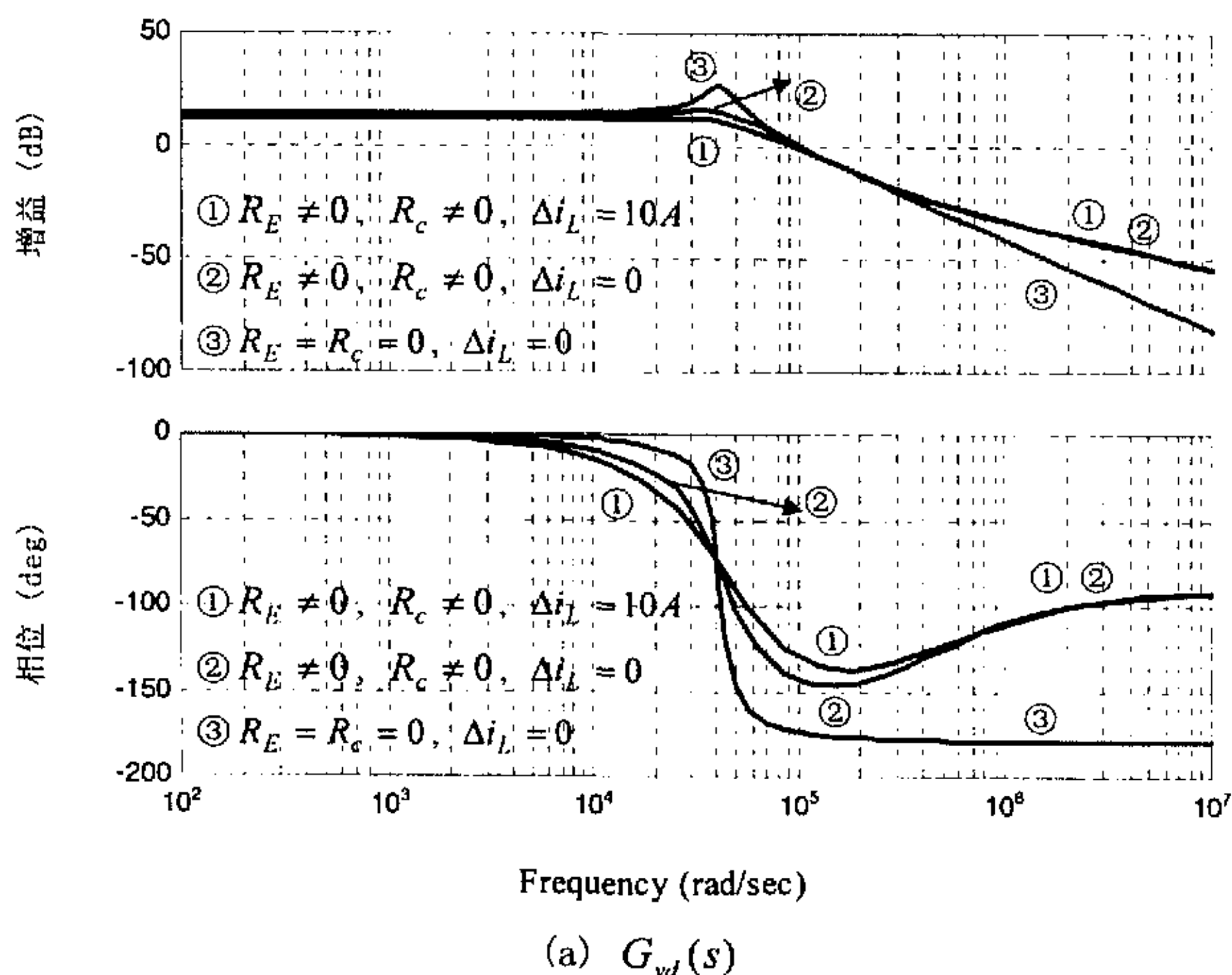
纹波非理想开关变换器在连续工作模式下的特性。

考虑电流纹波和寄生电阻的电压控制同步整流 Buck 变换器传递函数 Bode 曲线如图 5-12 所示, 系统阶跃响应仿真波形如图 5-13 所示。图 5-12(a) 为 PID 补偿器传递函数 $G_v(s)$ Bode 曲线。由图 5-12 (b) 系统开环传递函数 $T(s)$ 和 $T_v(s)$ Bode 曲线可得到, 未补偿 ($G_v(s)=1$) 时, 增益交越频率 $\omega_{oc} = 76607 \text{ rad/sec}$, $f_{oc} = 12.192 \text{ kHz}$, 相位裕量 $\varphi_m = 43^\circ$; 采用 PID 补偿器后, 增益交越频率 $\omega_c = 376991 \text{ rad/sec}$, $f_c = 60 \text{ kHz}$, 相位裕量 $\varphi_m = 60^\circ$, 对应频率为 $34.06 \text{ kHz} \sim 79.26 \text{ kHz}$, 增益裕量为 84 dB 。图 5-12(c) 输出阻抗 $Z_o(s)$ 幅频特性最大值为 -31.8 dB , 对应频率为 $6.08 \text{ kHz} \sim 7.19 \text{ kHz}$; 闭环输出阻抗 $Z_{ocl}(s)$ 幅频特性最大值为 -52.2 dB , 对应频率为 $46.15 \text{ kHz} \sim 114.75 \text{ kHz}$ 。图 5-12(d) 输入电压对输出电压的传递函数 $A(s)$ 幅频特性的最大值为 -6.52 dB , 相应的频率为 $5.14 \text{ kHz} \sim 7.09 \text{ kHz}$; 闭环输入电压对输出电压传递函数 $A_{cl}(s)$ 幅频特性的最大值为 -36.2 dB , 相应的频率为 $4.33 \text{ kHz} \sim 9.76 \text{ kHz}$ 。

$$\text{负载扰动抑制能力} \quad 20\log\|Z_{ocl}(j\omega)\| \leq -52.2 \text{ dB}$$

$$\text{输入电压扰动抑制能力} \quad 20\log\|A_{cl}(j\omega)\| \leq -36.2 \text{ dB}$$

研究表明: 引入 PID 补偿器后, 系统的稳态增益、带宽、稳定裕量增大, 稳态精度、瞬态响应速度、稳定性得到提高, 抗负载扰动和抗输入电压扰动的抑制能力得到加强, 反映了本章闭环系统的建模分析和控制电路设计的正确性。



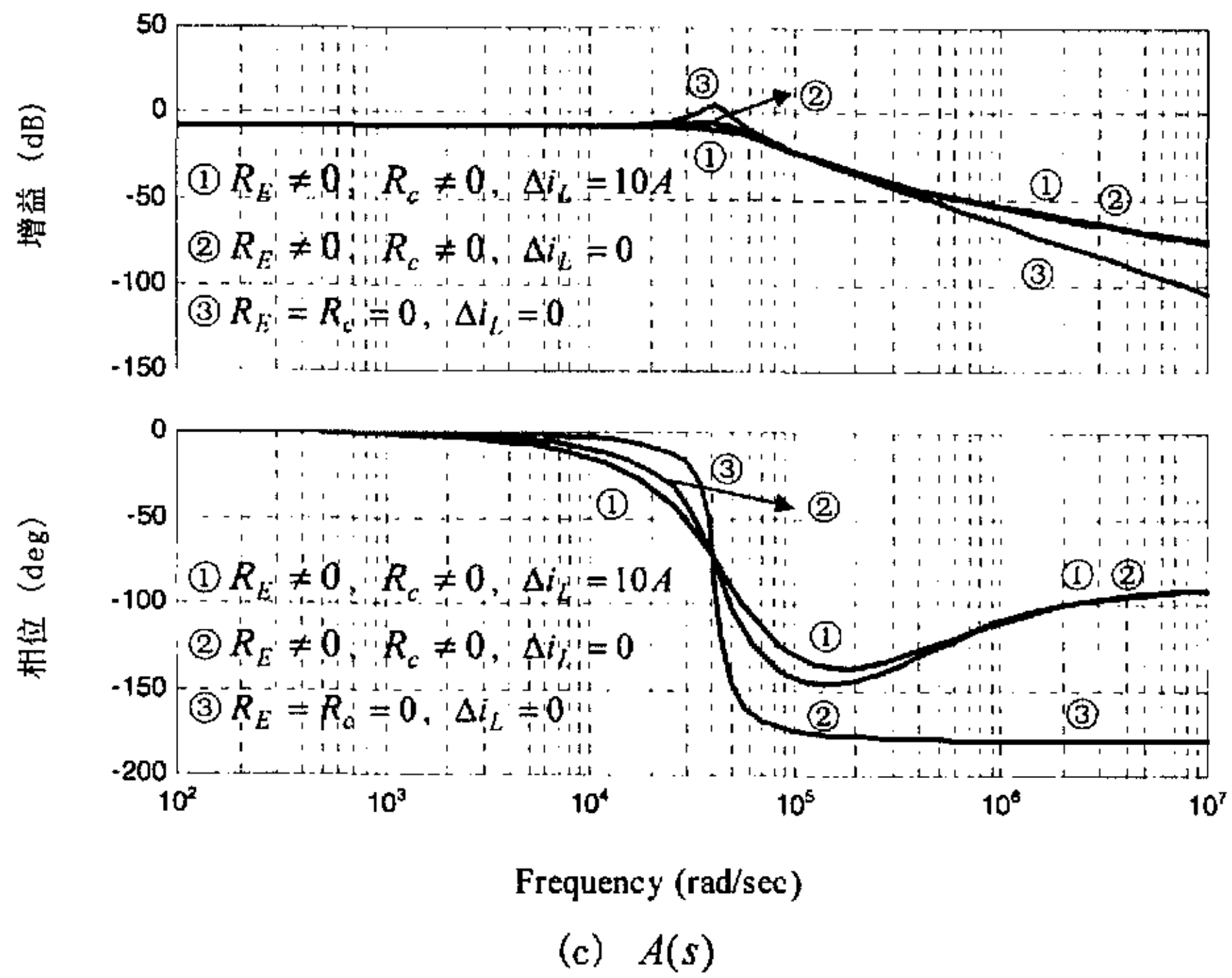
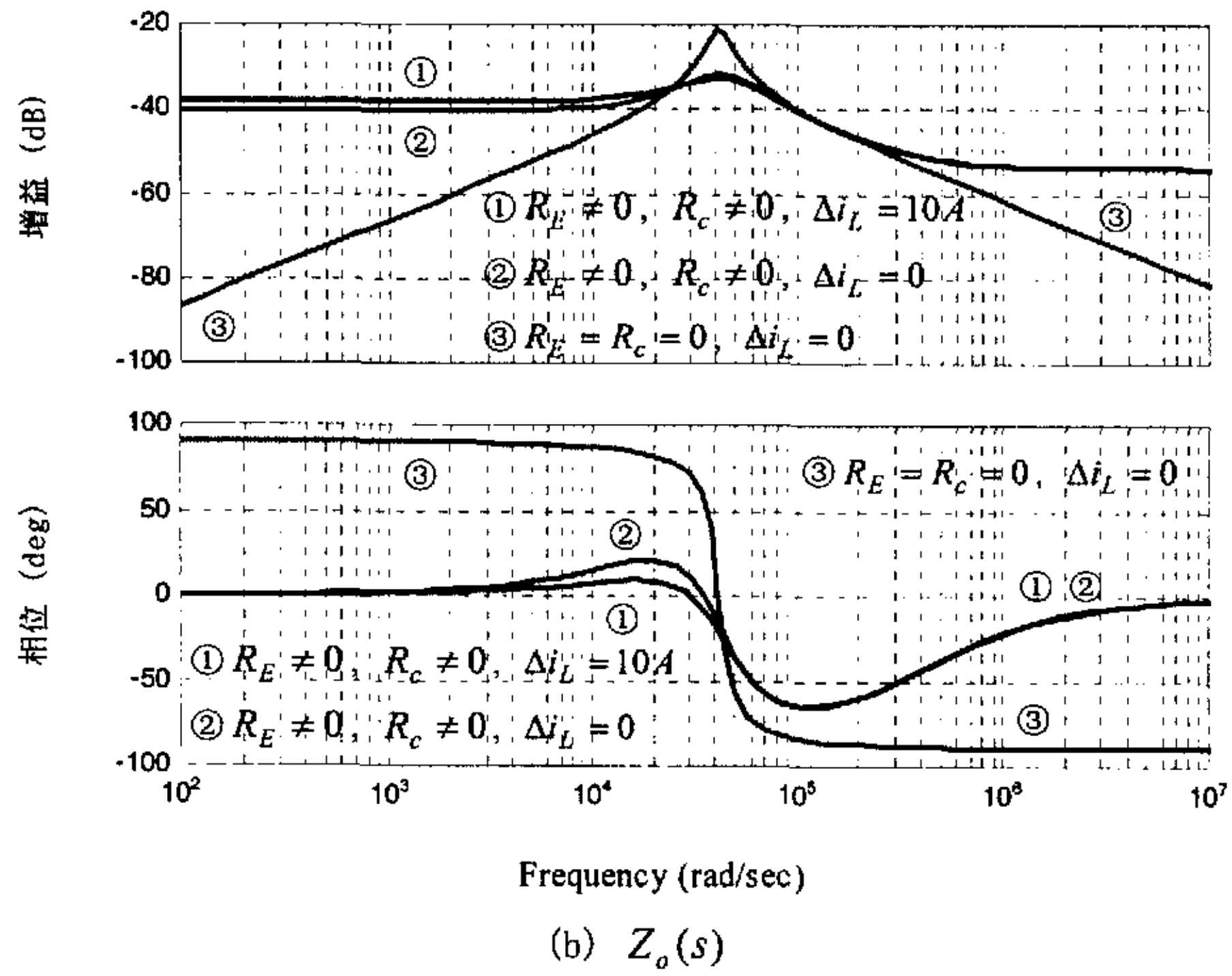
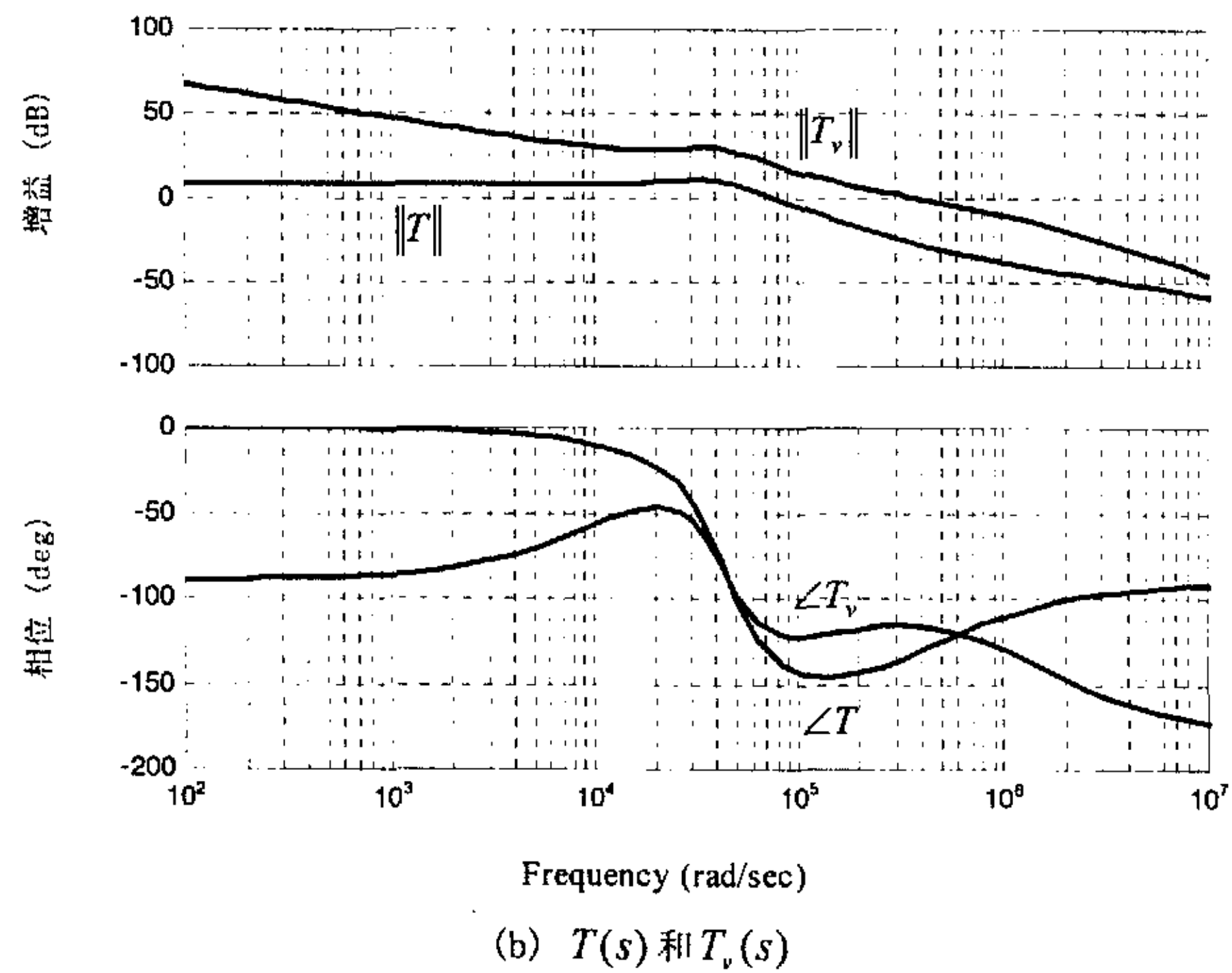
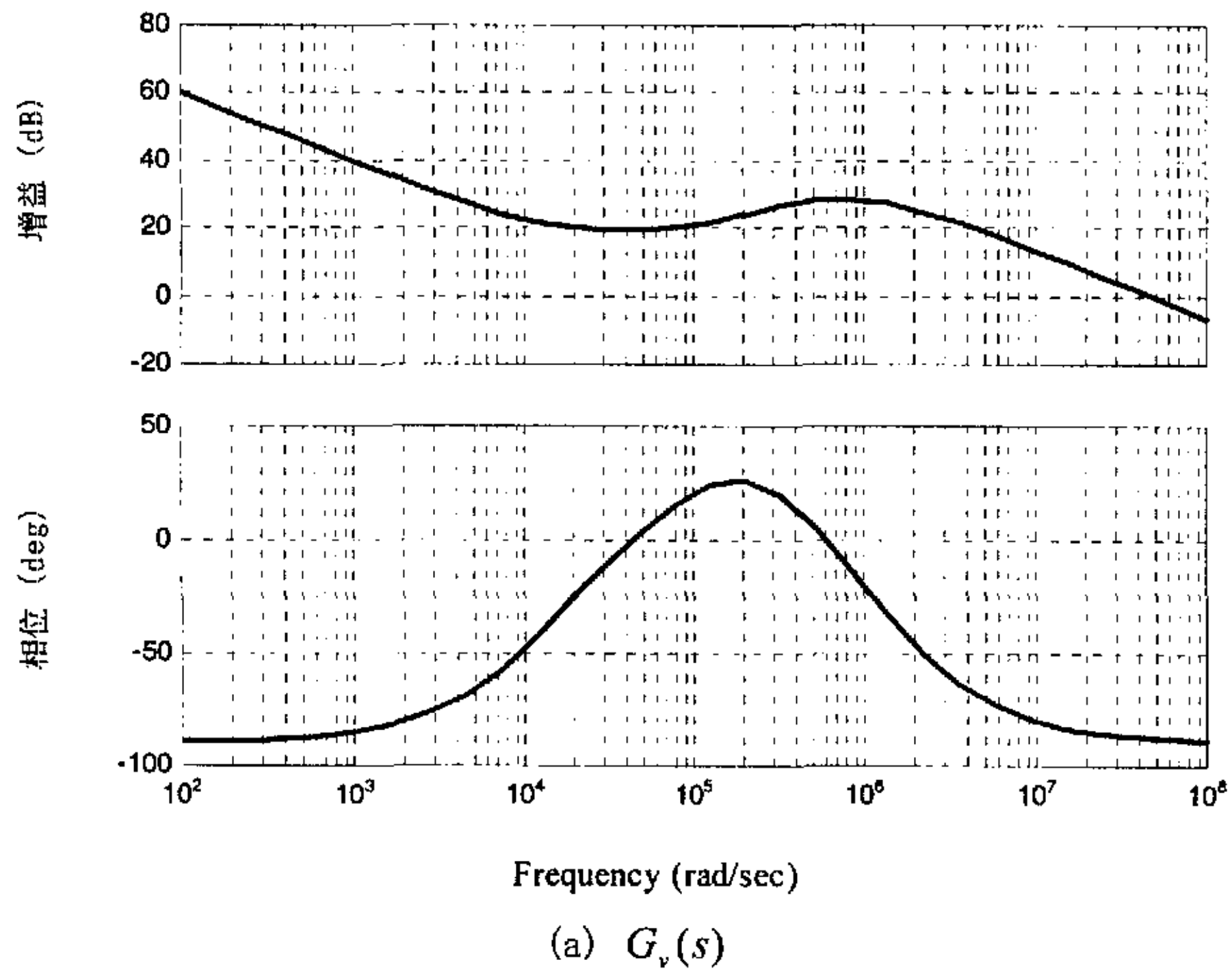
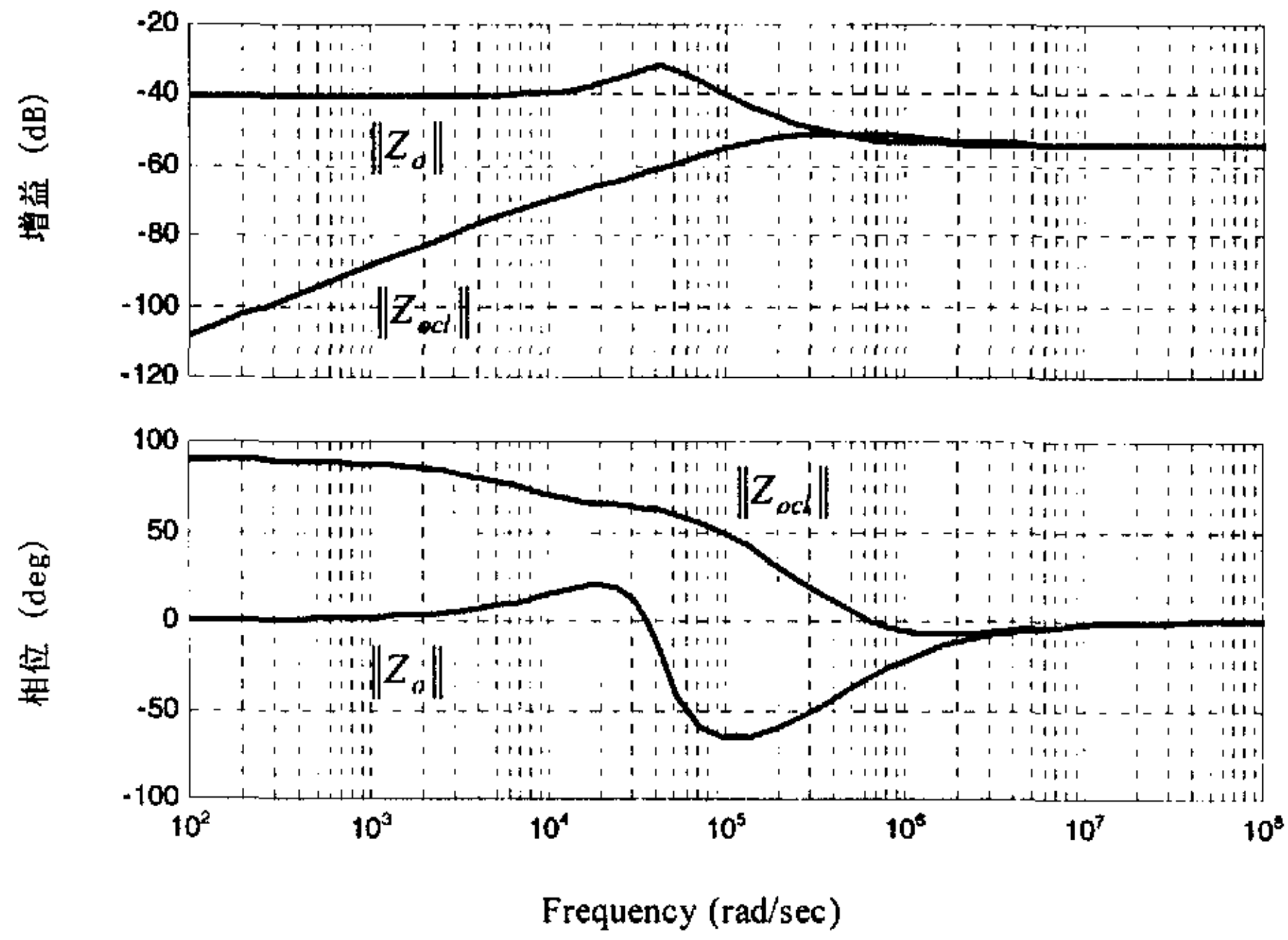
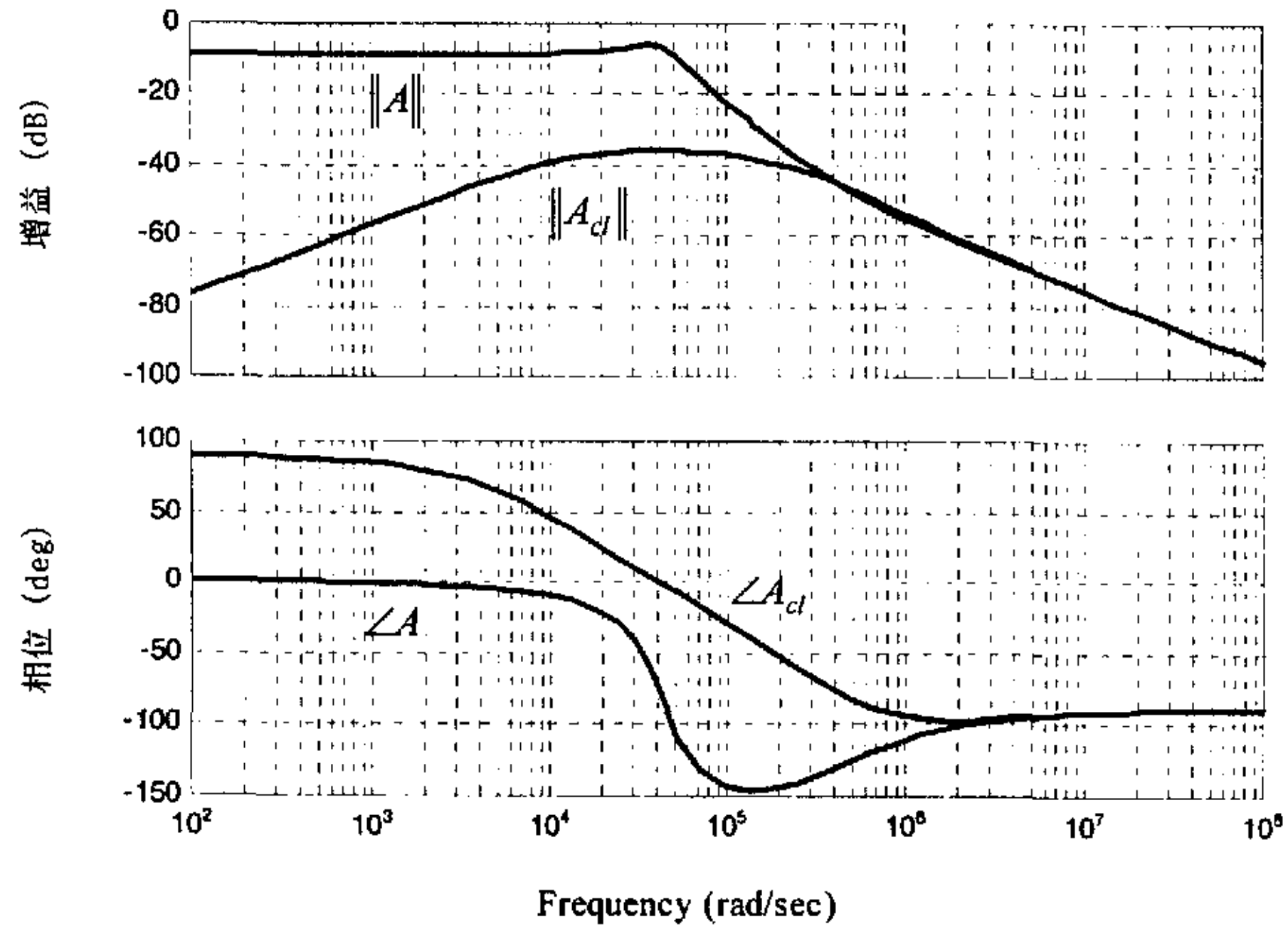


图 5-11 同步整流 Buck 变换器在连续工作模式下的电路平均法建模 Bode 图



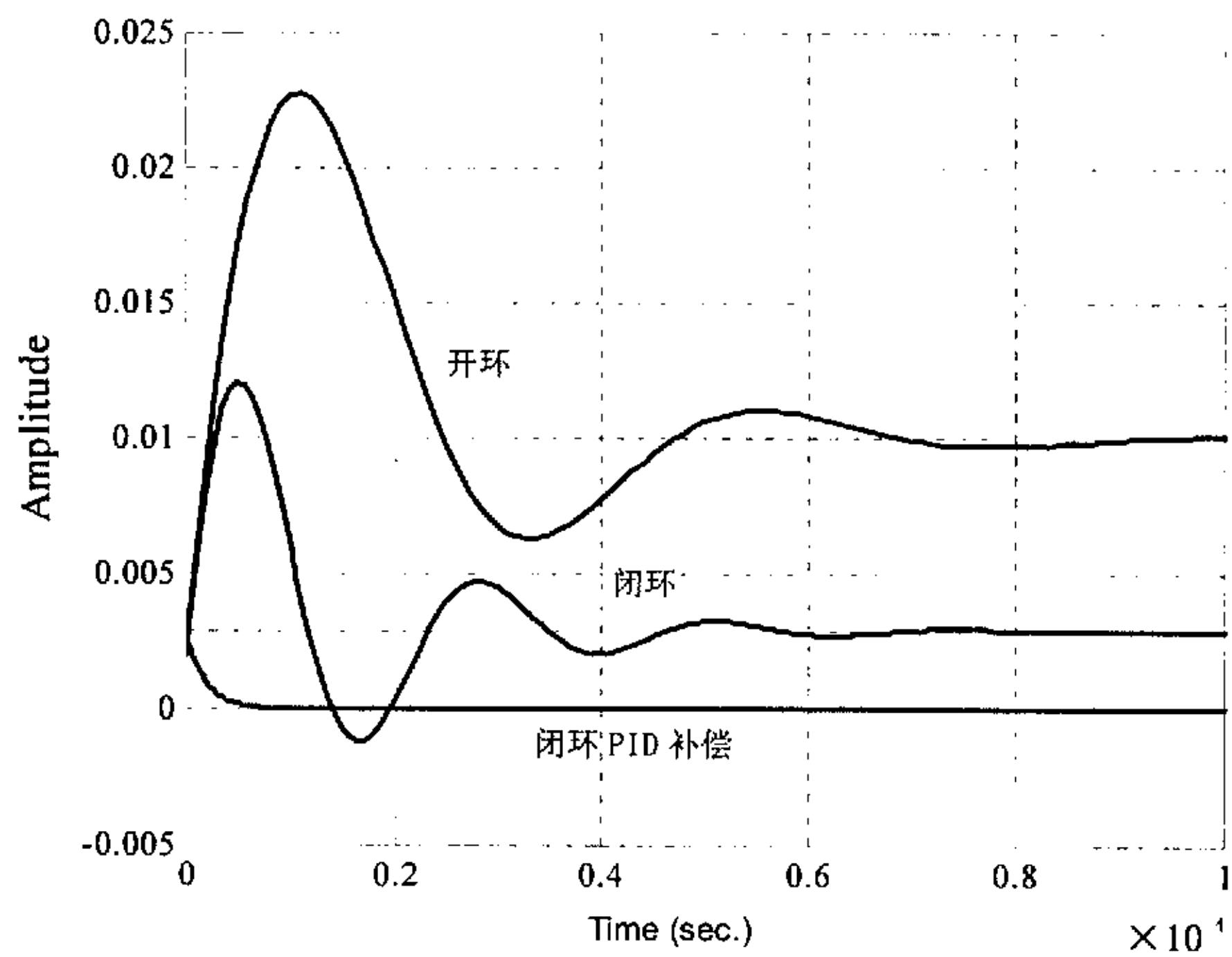


(c) $Z_o(s)$ 和 $Z_{ocl}(s)$

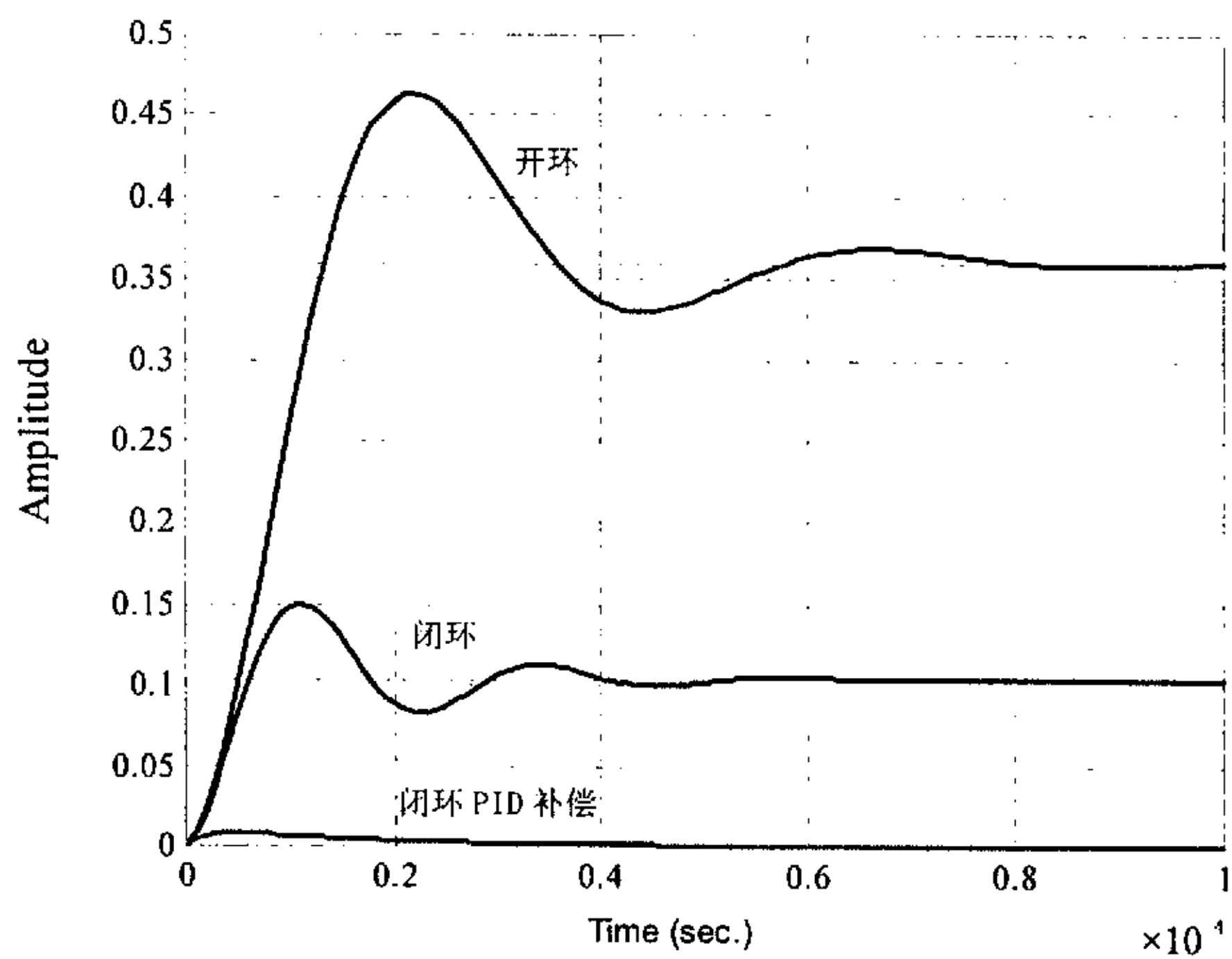


(d) $A(s)$ 和 $A_{cl}(s)$

图 5-12 考虑电流纹波和寄生电阻的电压控制同步整流 Buck 变换器传递函数 Bode 图



(a) 输出电压对输出电流扰动量的阶跃响应



(b) 输出电压对输入电压扰动量的阶跃响应

图 5-13 系统阶跃响应仿真波形

5.7 本章小结

(1) 本章在第二章的基础上, 提出既考虑寄生参数又考虑电流纹波的开关变换器在连续工作模式下的电路平均建模方法。

(2) 建立了考虑寄生电阻和电流纹波的同步整流 Buck 变换器在连续工作模式下的大信号平均模型、DC 和小信号电路模型。从仿真和理论分析两方面研究了同步整流 Buck 变换器在连续工作模式下的特性。研究表明: 考虑寄生参数和电流纹波的电路平均法建模, 能更精确地反映大电流纹波非理想开关变换器在连续工作模式下的特性。

(3) 研究了既考虑寄生电阻又考虑电流纹波的电压控制同步整流 Buck 变换器的闭环建模, 导出了传递函数, 进行了控制电路设计, 给出了 PID 补偿器的设计过程, 进行了系统的仿真研究。研究结果表明: 引入 PID 补偿器后, 系统的稳态增益、带宽、稳定裕量增大, 稳态精度、瞬态响应速度、稳定性得到提高, 抗负载扰动和抗输入电压扰动的抑制能力得到加强, 反映了本章建模分析和控制电路设计的正确性。

(4) 对电压控制非理想和理想同步整流 Buck 变换器的电路平均法建模进行了比较, 分析表明在开关变换器的建模过程中, 进行理想化的假设, 会使开关变换器的等效模型与实际电路产生偏差, 影响控制电路的设计, 非理想和理想变换器的电压调节器的结构不同、参数不同, 进一步阐明了考虑变换器的寄生参数建模的必要性。

参 考 文 献

1. Wong, Pit-Leong, Lee F C, Xunwei Zhou. Stability study of PC power system. IEEE Transactions on Industry Applications, Jan.-Feb. 2001, Vol.37, Issue: 1, 73~80
2. Panov Y, Jovanovic M M. Stability and dynamic performance of current-sharing control for paralleled voltage regulator modules. IEEE Transactions on Power Electronics, March 2002, Volume: 17 Issue: 2, 172~179
3. Chunxiao Sun, Lehman B. Discussions on control loop design in average current mode control PWM DC/DC power converters. Conference Record of the 2000 IEEE Industry Applications Conference, 2000, Volume: 4, 2411~2417
4. Garcera, Figueres G. E, Mocholí A. Novel three-controller average current mode control of DC-DC PWM converters with improved robustness and dynamic response. IEEE transactions on Power Electronics, May 2000, Vol.15, No.3
5. Zhang M T, Jovanovic M M, Lee F C. Design considerations for low-voltage on-board DC/DC modules for next generations of data processing circuits. IEEE Transactions on Power Electronics, March 1996, Volume: 11 Issue: 2, 328~337
6. Djekic O, Brkovic M. Synchronous rectifiers vs. Schottky diodes in a buck topology

- for low voltage applications. PESC '97 Record of the 28th Annual IEEE Power Electronics Specialists Conference, 1997, Volume: 2, 1374~1380
7. Arbetter B, Maksimovic. DC-DC converter with fast transient response and high efficiency for low-voltage microprocessor loads. IEEE APEC Conference Record, 1998, 156~162
 8. Yee H P, Sawahata S. A balanced review of synchronous rectifiers in DC/DC converters. IEEE Proceedings of The Fourteenth Annual Applied Power Electronics Conference and Exposition, 1999, Volume: 1, 582~588
 9. Zhou X, Donati M, Amoroso L, et al. Improved light-load efficiency for synchronous rectifier voltage regulator module. IEEE Transactions on Power Electronics, 2000, 15 (5): 826~834
 10. Zhou X, Wong P.-L, Xu P, et al. Investigation of candidate VRM topologies for future microprocessors. IEEE Transactions on Power Electronics, November 2000, Vol.15, No.6, 1172~1182
 11. Renauuer J. Challenges in powering high performance, low voltage processors. IEEE Eleventh Annual Applied Power Electronics Conference and Exposition, 1996, Vol.2, 977~983
 12. O'Connor J A. Converter optimization for powering low voltage, high performance microprocessors. Proceedings of the Eleventh Annual Applied Power Electronics Conference and Exposition, 1996, APEC '96, Volume: 2, 984~989
 13. Zhou Xunwei, Wang T G., Lee F C. Optimizing design for low voltage DC-DC converters. Proceedings of the Twelfth Annual Applied Power Electronics Conference and Exposition, 1997, APEC'97. Volume: 2, 612~616
 14. Arbetter B, Maksimovic D. Control method for low-voltage DC power supply in battery-powered systems with power management. Record of the 28th Annual IEEE Power Electronics Specialists Conference, 1997, PESC'97. Volume: 2, 1198~1204
 15. Cobos J A, Alou P, Garcia O, Prieto R, Uceda J, Rascon M. Several alternatives for low output voltage on board converters. Proceedings of the Thirteenth Annual Applied Power Electronics Conference and Exposition, 1998. APEC '98, Volume: 1, 163~169
 16. Lee F C, Zhou Xunwei. Power management issues for future generation microprocessors. Proceedings of The 11th International Symposium on Power Semiconductor Devices and ICs, 1999, ISPSD '99, 27~33
 17. Zhou Xunwei, Xu Peng, Lee F C. A high power density, high efficiency and fast transient voltage regulator module with a novel current sensing and current sharing technique. Proceedings of the Fourteenth Annual Applied power Electronics Conference and Exposition, 1999, APEC'99, Volume: 1, 289~294
 18. Zhou X, Xu P, Lee F C. Novel current-sharing control technique for low-voltage high-current voltage regulator module applications. IEEE Transactions on Power

- Electronics, November 2000, Vol.15, No.6, 1153~1162
19. Abu-Qahouq J A, Pongratananukul N, Batarseh I, Kasparis T. Novel transient cancellation control method for future generation of microprocessors. IEEE Proceedings of The Seventeenth Annual Applied Power Electronics Conference and Exposition, 2002, APEC 2002, Volume: 1, 216~222
 20. Miftakhutdinov R. Analysis and optimization of synchronous buck converter at high slew-rate load current transients. 2000 IEEE 31st Annual Power Electronics Specialists Conference, 2000, PESC2000, Volume: 2, 714~720
 21. Mehas C J, Coonley K D, Sullivan C R. Converter and inductor design for fast-response microprocessor power delivery. 2000 IEEE 31st Annual Power Electronics Specialists Conference, 2000, PESC2000, Volume: 3, 1621~1626
 22. Capponi G., Minneci L, Librizzi F, Scalia P. Multiphase voltage regulator module with transient step changing phases. Proceedings of International Conference on Power System Technology, 2000, PowerCon 2000. Volume: 1, 463~467
 23. Zhang F, Zhang J M, Xu D M, Qian Z. A novel high performance voltage regulator module. IEEE Proceedings of the Sixteenth Annual Conference on Applied Power Electronics Conference, APEC 2001. Volume: 1, 2001, 258~261
 24. Zhang M T. Powering Intel(R) Pentium(R) 4 generation processors. Electrical Performance of Electronic Packaging, 2001, 215~218
 25. Wong P L, Lee F C, Xu P, Yao K. Critical inductance in voltage regulator modules. IEEE Proceedings of The Seventeenth Annual Applied Power Electronics Conference and Exposition, 2002, APEC 2002, Volume: 1, 203~209
 26. Qahouq J A A, Jia Luo, Batarseh I. Voltage regulator module with interleaved synchronous buck converters and novel voltage-mode hysteretic control. Proceedings of the 44th IEEE 2001 Midwest Symposium on Circuits and Systems, 2001, MWSCAS2001, Volume: 2, 972~975
 27. Miftakhutdinov R. Optimal design of interleaved synchronous buck converter at high slew-rate load current transients. Proceedings of the IEEE 32nd Annual Power Electronics Specialists Conference, 2001. PESC.2001, Volume: 3, 1714~1718
 28. Law Y Y, Kong J H, Liu J C P, Poon N K, Pong M H. Comparison of three topologies for VRM fast transient application. IEEE Proceedings of The Seventeenth Annual Conference on Applied Power Electronics, 2002, APEC 2002, Vol.1, 210~215
 29. 欧阳长莲, 严仰光. 新一代计算机电源开关变换器的建模分析. 东南大学学报, 2001, 31(6): 81~85

第六章 总 结

本文针对 DC-DC 开关变换器的建模分析作了深入的研究,取得了如下系列研究成果:

1、提出了一种考虑功率 MOSFET 管开通电阻、二极管正向压降和正向电阻、电感的等效串联电阻、电容的等效串联电阻的基本变换器在连续工作模式(CCM)下的电路平均建模方法。以 Buck 变换器和 Boost 变换器为例,阐明了建模的过程,建立了在连续工作模式(CCM)下的大信号平均模型、DC 和小信号电路模型,进行了稳态分析,导出了传递函数;给出了非理想 PWM 开关的电路平均法建模过程,在此基础上推导了 Buck-Boost 变换器在连续工作模式(CCM)下的大信号平均模型、DC 和小信号线性电路模型,并进行了稳态和动态小信号特性分析;讨论了模型及参数的不同对传递函数和小信号特性的影响,对实际 Buck 变换器和实际 Boost 变换器进行了系统的小信号特性仿真研究与理论分析,并进行了实验验证。研究表明:考虑变换器寄生参数的电路平均法建模,能更精确地反映非理想基本变换器在连续工作模式下的特性,验证了建模方法的正确性,揭示了考虑寄生参数建模的必要性。该建模方法将非理想开关器件等效为理想开关器件及其寄生参数的串联,运用了能量守恒原理和电路理论中的替代定理,模型直观、物理意义清晰、具有实用价值,便于开关变换器的进一步分析和控制电路的设计。

2、提出了非理想 PWM 变换器在断续工作模式(DCM)下的电路平均建模方法,该建模方法不仅考虑功率 MOSFET 管开通电阻、二极管正向压降和正向电阻、电感的等效串联电阻、电容的等效串联电阻,而且考虑电流的纹波。建立了非理想 Buck 变换器、非理想 Boost 变换器在断续工作模式(DCM)下的大信号平均模型、DC 和小信号电路模型,进行了稳态分析,导出了传递函数;研究了 Buck 变换器和 Boost 变换器的小信号特性,讨论了不同的参数对小信号特性的影响,并与临界连续、连续工作模式下的的小信号特性进行了比较,分析了它们的不同点。研究表明:考虑寄生参数和电流纹波的电路平均法建模,能更精确地反映非理想基本变换器在断续工作模式下的特性。

3、统一了非理想 Buck 变换器、非理想 Boost 变换器在连续工作模式(CCM)和断续工作模式(DCM)下的大信号平均模型,导出了其断续工作模式(DCM)和连续工作模式(CCM)的边界。

4、将电路平均建模方法推广到带隔离变压器、含多个功率开关器件的开关变换器在连续工作模式下的建模。建立了考虑导通损耗、考虑变压器漏感、既考虑导通损耗又考虑变压器漏感三种类型的半桥变换器在连续工作模式下的的大信号平均模型、DC

和小信号电路模型，导出了传递函数。利用 MATLAB 软件对考虑导通损耗和变压器漏感的半桥变换器进行了幅频特性和相频特性的仿真研究，分析了变压器的漏感、电感支路中总的等效串联电阻、电容的等效串联电阻以及变压器的变比对传递函数 Bode 图的影响。研究表明：变压器的漏感不会改变小信号模型状态变量的个数，不会改变小信号模型的阶数，但使占空比丢失，阐明了带隔离变压器、含多个功率开关器件的开关变换器考虑导通损耗和变压器漏感建模的必要性。

5、首次运用状态空间平均法建立了考虑变压器漏感的半桥变换器的稳态和小信号解析模型，并与电路平均建模方法进行了比较，得到了一致的结果。

6、研究了既考虑寄生参数又考虑电流纹波的开关变换器在连续工作模式下的电路平均法建模。首次建立了考虑寄生电阻和电流纹波的同步整流 Buck 变换器在连续工作模式下的的大信号平均模型、DC 和小信号电路模型，研究了同步整流 Buck 变换器在连续工作模式下的的小信号特性。研究表明：考虑寄生参数和电流纹波的电路平均法建模，能更精确地反映大电流纹波非理想开关变换器在连续工作模式下的特性。

7、研究了电压控制考虑寄生电阻和电流纹波的同步整流 Buck 变换器的闭环建模，导出了传递函数，进行了控制电路设计，给出了 PID 补偿器的设计过程，进行了系统仿真研究。研究结果表明：引入 PID 补偿器后，系统的稳态增益、带宽、稳定裕量增大，稳态精度、瞬态响应速度、稳定性得到提高，抗负载扰动和抗输入电压扰动的抑制能力得到加强。

8、对电压控制非理想和理想同步整流 Buck 变换器的电路平均法建模进行了比较，比较结果表明：在开关变换器的建模过程中，进行理想化的假设，会使开关变换器的等效模型与实际电路产生偏差，影响控制电路的设计，进一步阐明了考虑变换器的寄生参数建模的必要性，反映了本文理论分析、仿真研究的正确性。

具有效率高、体积小、重量轻等特点的开关电源在航空航天、通信、计算机等领域得到了广泛的应用，近年来，对开关电源性能的要求越来越高，高性能的开关电源给开关变换器的拓扑结构和控制方法提出了挑战。开关变换器的建模和分析是研究开关变换器的拓扑结构和控制方法的基础，本文的研究工作克服了以往建模过程中理想化的假设给模型和实际电路之间带来的偏差，模型简明、有效、实用，具有重要的理论意义和应用价值。

本文的研究成果，为今后进一步研究奠定了基础，未来将在以下几个方面深入研究：

1、以本文非理想开关变换器的电路平均法建模为基础，对开关变换器的控制方法如电压控制、电压电流双环控制、峰值电流控制、模糊控制等进行系统的研究，以优化开关电源的性能。

2、以本文非理想开关变换器的电路平均法建模为基础，研究谐振变换器和组合式变换器建模。

致 谢

在本文的选题、研究和撰写过程中,自始至终得到我的导师严仰光教授的悉心指导和富有启发性的教诲。导师严谨求实的治学态度、渊博的知识、朴实无华的作风以及勇于开拓的探索精神给我留下了难以忘怀的印象,使我终生受益。衷心地感谢导师对我的无私指导,并鼓励我对科学前沿领域的大胆攀登;感谢导师多年来对我的生活和工作给予的亲切关怀。值此论文完成之际,谨向导师严仰光教授致以深深的谢意和崇高的敬意!

在攻读学位期间,得到了胡育文教授、周波教授、阮新波教授、萧岚副教授、龚春英副教授以及其他老师的热情指教和帮助;同学沈忠亭、陈宏、张宏荃、杨宏、朱成花等博士生给予了许多帮助;辅导员杨顺一、高镇洋老师在日常工作和生活方面给予了诸多关怀。在此作者对他们致以诚挚的谢意!

最后还要感谢我的亲人和朋友!正是他们的理解和支持,使作者得以完成本文的工作。

感谢所有帮助、支持和关心作者的老师、同学、亲人和朋友们!

欧阳长莲

2004 年 3 月

攻读博士学位期间发表的论文

1. 第一作者, 同步整流 Buck 变换器断续工作模式建模分析. 电工技术学报, 2002, Vol. 17 No. 6, 53~58
2. 第一作者, 新一代计算机电源开关变换器的建模分析. 东南大学学报, 2001. 6, Vol. 31, No. 6, 81~86
3. 第一作者, 一种新的 PWM DC-DC 变换器建模方法. 南京航空航天大学学报, 2001. 3, Vol. 33, No. 3, 254~258
4. 第一作者, 模糊控制 DC-DC 变换器的仿真研究. 厦门大学学报, 2001. 8, Vol. 40, 186~191
5. 第一作者, 应用“软开关—PWM”技术的逆变式弧焊机的研究. 电焊机, 1998. 6, Vol. 28, No. 6, 23~27
6. 第一作者, IGBT 在 PSPICE 中的建模及仿真分析. 东南大学学报, 1997, Vol. 27, No. 5B, 116~121