Descrição dos Planos Amostrais

Gabriel Ligabo Baba

Maio de 2025

Planos Amostrais Adotados

Neste trabalho, serão utilizados dois planos amostrais distintos: a Amostragem Aleatória Simples sem Reposição (AASs) e a Amostragem Estratificada Proporcional (AEpr) via AASs. A escolha dos planos se dá em função do nível geográfico analisado (estado, região, Brasil) e do cargo político (governador, senador e presidente).

Amostragem Aleatória Simples sem Reposição (AASs)

A AASs consiste em sortear, de forma aleatória e sem reposição, unidades da população $\mathcal{U} = \{1, 2, ..., N\}$, de modo que cada subconjunto de tamanho n possui a mesma probabilidade de ser escolhido.

Este plano será utilizado para a seleção de eleitores em pesquisas referentes ao cargo de governador e senador, nos estados do Amazonas (AM) e Roraima (RR). A escolha desse plano se justifica pela homogeneidade relativa das populações nesses estados e pela simplicidade operacional da técnica.

Estimador da Proporção

Como o objetivo da pesquisa é estimar a proporção de eleitores favoráveis a um determinado candidato "X", o estimador pontual da proporção populacional é dado por:

$$\hat{P} = \frac{m}{n}$$

em que:

- m: número de respondentes que indicaram intenção de voto no candidato "X";
- n: tamanho da amostra.

Este estimador é não viciado, como pode ser demonstrado pela esperança:

$$\mathbb{E}[\hat{P}] = \mathbb{E}\left[\frac{1}{n}\sum_{i\in\mathbf{s}} Y_i\right] = \frac{1}{n}\sum_{i\in\mathbf{s}} \mathbb{E}[Y_i] = P$$

Variância do Estimador

A variância da estimativa da proporção, assumindo amostragem sem reposição, é dada por:

$$Var(\hat{P}) = \left(1 - \frac{n}{N}\right) \cdot \frac{P(1-P)}{n} = \frac{N-n}{N-1} \cdot \frac{PQ}{n}$$

Como o valor real de P é desconhecido, utilizamos a estimativa da variância:

$$var(\hat{P}) = \left(1 - \frac{n}{N}\right) \cdot \frac{p(1-p)}{n-1}$$

Este plano será aplicado com tamanhos amostrais definidos por:

$$n_{AM}, n_{RR} \text{ para governador e senador}$$

Os valores de n serão determinados posteriormente com base na margem de erro de 2% e nível de confiança de 95%.

Amostragem Estratificada com Alocação Proporcional (AEpr)

Será adotado o plano AEpr com base em AASs para as pesquisas relacionadas ao cargo de presidente da república, considerando as análises por região e por país. A estratificação será realizada com base nos estados que compõem a região Norte, mantendo a proporcionalidade de suas populações eleitorais na seleção amostral.

Estimador da proporção

É importante ressaltar que, nesse plano amostral, o tamanho dos estratos é dado por:

$$n_h = nW_h = n\frac{N_h}{N}$$

Dito isso, podemos prosseguir para o estimador da proporção:

$$p_{es} = \sum_{h=1}^{H} W_h p_h = \sum_{h=1}^{H} \frac{N_h}{N} p_h$$

, onde p_h é o estimador da proporção no estrato h.

$$p_h = \frac{m_h}{n_h}$$

em que:

- m: número de respondentes que indicaram intenção de voto no candidato "X" no estrato h;
- n: tamanho da amostra no estrato h.

Variância da proporção

A variância da estimativa da proporção, assumindo amostragem proporcional com amostragem aleatória simples sem reposição é dada por:

$$Var(p_{es}) = Var(\sum_{h=1}^{H} W_h p_h) = \sum_{h=1}^{H} W_h^2 Var(p_h)$$

, onde:

$$Var(p_h) = \frac{N-n}{N-1}\frac{PQ}{n}$$

No geral, o verdadeiro valor de P é desconhecido. Então, utilizamos a estimativa da variância:

$$var(p_{es}) = var(\sum_{h=1}^{H} W_h p_h) = \sum_{h=1}^{H} W_h^2 var(p_h)$$

, onde:

$$var(p_h) = (1-f)\frac{pq}{n-1}$$

Cálculos de tamanho de amostra

Com a teoria descrita na seção anterior, podemos prosseguir com os cálculos de tamanho de amostra para cada um dos casos de interesse.

Governador e senador

Fixando um erro de 2 pontos percentuais e uma confiança de 95% ($\alpha = 0.05$), considerando AASs, temos que:

$$P\left(\left|\frac{p-P}{\sqrt{(\frac{N-n}{N-1})\cdot\frac{PQ}{n}}}\right| \leq z_{\alpha/2}\right) = 0{,}95 \text{ com isso,}$$
$$P\left(|p-P| \leq B\right)$$

Onde:

- $z_{\alpha/2} = 1.96$
- $B = z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{N-n}{N-1}\frac{PQ}{n}} = 0.02$

Realizando as contas considerando o caso conservativo, isto é $P(1-P) = \frac{1}{4}$, chegamos na seguinte expressão:

$$n = \frac{N}{4(N-1)(\frac{B}{z_{\alpha/2}}^2) + 1}$$

Primeiro turno

$$n_{AM} = \frac{N_{AM}}{4(N_{AM}-1)(\frac{0.02}{1.96}^2)+1} = \frac{2110875}{4(2110875-1)(\frac{0.02}{1.96}^2)+1} = 2398.2732 = 2399$$

$$n_{RR} = \frac{N_{RR}}{4(N_{RR}-1)(\frac{0.02}{1.96}^2)+1} = \frac{304319}{4(304319-1)(\frac{0.02}{1.96})^2+1} = 2382.2127 = 2383$$

Segundo turno

$$n_{AM} = \frac{N_{AM}}{4(N_{AM}-1)(\frac{0.02}{1.96}^2)+1} = \frac{2065079}{4(2065079-1)(\frac{0.02}{1.96}^2)+1} = 2398.2128 = 2399$$

Presidente

Para presidente, temos que separar em duas categorias :

- Estratos dentro de uma região do país (norte);
- Estratos por estado do país.

Além disso, temos que separar o cálculo do tamanho do amostra em duas etapas:

- Cálculo do tamanho da amostra considerando AASs para cada um dos casos;
- Cálculo do tamanho da amostra por estrato considerando AEpr.

AASs

Nessa etapa, temos a mesma teoria dos cálculos para governador e senador. Fixando um erro de 2 pontos percentuais e uma confiança de 95% ($\alpha = 0.05$):

$$P\left(\left|\frac{p-P}{\sqrt{(\frac{N-n}{N-1})\cdot\frac{PQ}{n}}}\right| \leq z_{\alpha/2}\right) = 0{,}95 \text{ com isso,}$$
$$P\left(|p-P| \leq B\right)$$

Onde:

- $z_{\alpha/2} = 1.96$
- $B = z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{N-n}{N-1}\frac{PQ}{n}} = 0.02$

Assim, podemos calcular o tamanho da amostra considerando a estratificação da por região e por país

Por região:
Primeiro turno

$$n_{NO} = \frac{N_{NO}}{4(N_{NO}-1)(\frac{0.02}{1.96}^2)+1} = \frac{9925507}{4(9925507-1)(\frac{0.02}{1.96}^2)+1} = 2400.4196 = 2401$$

Segundo turno:

$$n_{NO} = \frac{N_{NO}}{4(N_{NO}-1)(\frac{0.02}{1.96}^2)+1} = \frac{9675082}{4(9675082-1)(\frac{0.02}{1.96}^2)+1} = 2400.4045 = 2401$$

Pelo país:
Primeiro turno

$$n_{BR} = \frac{N_{BR}}{4(N_{BR}-1)(\frac{0.02}{1.96}^2)+1} = \frac{123682372}{4(123682372-1)(\frac{0.02}{1.96}^2)+1} = 2400.9534 = 2401$$

Segundo turno

$$n_{BR} = \frac{N_{BR}}{4(N_{BR}-1)(\frac{0.02}{1.96}^2)+1} = \frac{124252796}{4(124252796-1)(\frac{0.02}{1.96}^2)+1} = 2400.9536 = 2401$$

AEpr

Agora, podemos utilizar a alocação proporcional para ambos os casos
Por região:

$$n_{AC} = n_{NO}\frac{N_{AC}}{N_{BR}}$$

$$n_{RO} = n_{NO}\frac{N_{RO}}{N_{BR}}$$

$$n_{AM} = n_{NO}\frac{N_{AM}}{N_{BR}}$$

$$n_{RR} = n_{NO}\frac{N_{RR}}{N_{BR}}$$

$$n_{AP} = n_{NO}\frac{N_{AP}}{N_{BR}}$$

$$n_{PA} = n_{NO}\frac{N_{PA}}{N_{BR}}$$

$$n_{TO} = n_{NO}\frac{N_{TO}}{N_{BR}}$$