

# Свойства зависимых величин. Математическое ожидаие и дисперсия. чность оценки.

15 октября 2024 г.

Устин Золотиков

---

1. Доказать, что из  $Pr(A) = Pr(A|B)$  автоматически следует, что  $PrA = PrA|\bar{B}$ .

**Ответ:**

(a)  $P(A) = P(A|B)$

(b)  $P(A) = \frac{P(AB)}{P(B)}$

(c)  $P(A) * P(B) = P(AB)$  - из этого следует независимость событий  $A$  и  $B$ ,  
следовательно события  $B$  и  $\bar{B}$  не влияют на вероятность события  $A$ .

(d) Следовательно,  $P(A\bar{B}) = P(A) * P(\bar{B})$

(e)  $\frac{P(A\bar{B})}{P(\bar{B})} = \frac{P(A)*P(\bar{B})}{P(\bar{B})} = P(A)$

2. Доказать, что из  $RR = 1$  следует, что случайные события – независимы.

**Ответ:**

(a)  $RR = 1 \rightarrow \frac{P(A|B)}{P(A|\bar{B})} = 1 \rightarrow P(A|B) = P(A|\bar{B})$

(b) Согласно теории полной вероятности  $P(A) = P(A|B) * P(B) + P(A|\bar{B}) * P(\bar{B})$

(c) Следовательно,  $P(A) = P(A|B) * (P(B) + P(\bar{B})) \rightarrow P(A) = P(A|B) * 1 = P(A|B)$  - выполнено условие независимости событий  $A$  и  $B$ .

3. Количество циклов химиотерапии, требующихся пациенту в *дебюте* некоего заболевания, является случайной величиной со следующим распределением:

При *рецидиве* распределение является следующим:

1. Найдите математическое ожидание и дисперсию числа циклов терапии при первичном выявлении и при рецидиве (отдельно).

<b>Количество циклов</b>	1	2
<b>Вероятность</b>	0.5	0.5

<b>Количество циклов</b>	2	3
<b>Вероятность</b>	0.25	0.75

2. Предположим, что мы изучаем только рецидивировавших пациентов.

- Постройте таблицу распределения общего числа циклов терапии у рецидивировавших пациентов («дебютных» + «рецидивных»).
- Найдите математическое ожидание и дисперсию этой величины. При расчете примите допущение о том, что выбор числа циклов при рецидиве не зависит от того, сколько циклов было в дебюте.

**Ответ:**

(a) Число циклов при дебюте:

$$M = 1 * 0.5 + 2 * 0.5 = 1.5$$

$$D = 0.5 * (1 - 1.5)^2 + 0.5 * (2 - 1.5)^2 = 0.25$$

(b) Число циклов при рецидиве:

$$M = 2 * 0.25 + 3 * 0.75 = 2.75$$

$$D = 0.25 * (2 - 2.75)^2 + 0.75 * (3 - 2.75)^2 = 0.1406 + 0.0469 = 0.1875$$

(c) Общее число циклов у пациента с рецидивом(Таблица 1)

$$M = 3 * 0.125 + 4 * 0.5 + 5 * 0.375 = 4.25$$

$$D = 0.125 * (3 - 4.25)^2 + 0.5 * (4 - 4.25)^2 + 0.375 * (5 - 4.25)^2$$

$$D = 0.1953 + 0.0313 + 0.2109 = 0.4375$$

4. На лекции мы работали со скриптом, в котором мы производили оценку математического ожидания случайной величины (прироста гемоглобина). Теперь мы хотим провести виртуальный эксперимент, в котором мы будем оценивать

Таблица 1: Рассчёт вероятностей общего числа циклов у пациента с рецидивом

Количество циклов	P
3	$0.5 * 0.25 = 0.125$
4	$0.5 * 0.25 + 0.5 * 0.75 = 0.5$
5	$0.5 * 0.75 = 0.375$

вероятность некого события (например полного исцеления после приема терапии). По-прежнему, дизайн однокрупновой. Переделайте скрипт так, чтобы в нем можно было бы анализировать ошибку в оценке вероятности события в зависимости от истинной вероятности и объема выборки. Какие закономерности вы можете вычислить, экспериментируя со скриптом?

Скрипт на github