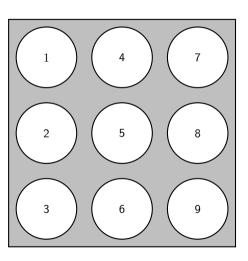
Теория вероятностей и математическая статистика Условная вероятность. Полная вероятность. Формула Байеса.

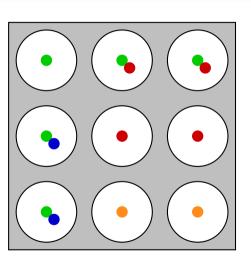
Глеб Карпов

ВШБ Бизнес-информатика

Мыслительный эксперимент



Мыслительный эксперимент

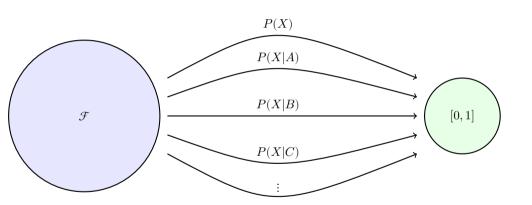


• Зеленая группа: 1,2,3,4,7

• Красная группа: 4,5,7,8

• Синяя группа: 2,3

• Оранжевая группа: 6,9



i Definition

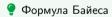
Условная вероятность пересчитывается через обычную вероятность в виде:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

1 Definition

Условная вероятность пересчитывается через обычную вероятность в виде:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$



$$P(A|B) = \frac{P(B|A) \cdot P(A)}{P(B)}$$

При каждом зафиксированном значении параметра (условия) P(X|K) - отдельная самостоятельная вероятностная функция. Для каждой справедливы указанные ранее свойства:

• $\forall X, K \in \mathcal{F}: 0 \le P(X|K) \le 1$

При каждом зафиксированном значении параметра (условия) P(X|K) - отдельная самостоятельная вероятностная функция. Для каждой справедливы указанные ранее свойства:

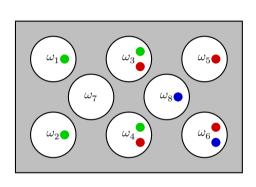
- $\forall X, K \in \mathcal{F} : 0 \le P(X|K) \le 1$
- $\forall K \in \mathcal{F}: \ P(\Omega|K) = 1.$ Easy to show: $P(\Omega|K) = \frac{P(\Omega \cap K)}{P(K)} = (K \subseteq \Omega) = \frac{P(K)}{P(K)} = 1$

При каждом зафиксированном значении параметра (условия) P(X|K) - отдельная самостоятельная вероятностная функция. Для каждой справедливы указанные ранее свойства:

- $\forall X, K \in \mathcal{F} : 0 \le P(X|K) \le 1$
- $\forall K \in \mathcal{F}: \ P(\Omega|K) = 1.$ Easy to show: $P(\Omega|K) = \frac{P(\Omega \cap K)}{P(K)} = (K \subseteq \Omega) = \frac{P(K)}{P(K)} = 1$
- Аддитивность вероятности:

$$\forall X, Y, K \in \mathcal{F}: X \cap Y = \emptyset, P((X \cup Y)|K) = P(X|K) + P(Y|K)$$

• $G = \{1, 2, 3, 4\}$ • $R = \{3, 4, 5, 6\}$ • $B = \{6, 8\}$



• P(G) = 0.5, P(R) = 0.5, P(B) = 0.25

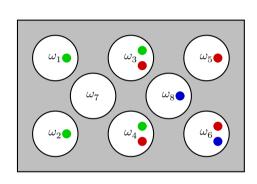
i Question

P(G|R), P(R|G) = ?

i Question

 $P(R|B),\,P(B|R)=?$

• $G = \{1, 2, 3, 4\}$ • $R = \{3, 4, 5, 6\}$ • $B = \{6, 8\}$



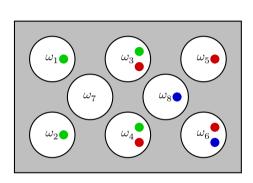
- P(G) = 0.5, P(R) = 0.5, P(B) = 0.25
- i Question

 $P(G|R),\,P(R|G)=?$

- P(G|R) = 0.5, P(R|G) = 0.5
- i Question

P(R|B), P(B|R) = ?

• $G = \{1, 2, 3, 4\}$ • $R = \{3, 4, 5, 6\}$ • $B = \{6, 8\}$



- P(G) = 0.5, P(R) = 0.5, P(B) = 0.25
- i Question

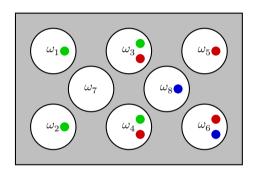
P(G|R), P(R|G) = ?

- P(G|R) = 0.5, P(R|G) = 0.5
- i Question

P(R|B), P(B|R) = ?

• P(R|B) = 0.5, P(B|R) = 0.25

•
$$G = \{1, 2, 3, 4\}$$
 • $R = \{3, 4, 5, 6\}$ • $B = \{6, 8\}$



• P(G) = 0.5, P(R) = 0.5, P(B) = 0.25

i Question

$$P(G|R), P(R|G) = ?$$

• P(G|R) = 0.5, P(R|G) = 0.5

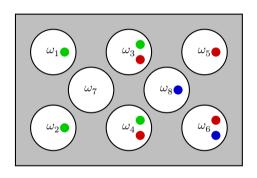
i Question

$$P(R|B),\,P(B|R)=?$$

• P(R|B) = 0.5, P(B|R) = 0.25

• Наблюдаем: P(B) = P(B|R), P(R) = P(R|B). Коэффициент ожидания этих событий a.k.a. вероятность не зависит от того, происходит ли одновременно другое событие или нет. Мы называем такие события **независимыми**.

•
$$G = \{1, 2, 3, 4\}$$
 • $R = \{3, 4, 5, 6\}$ • $B = \{6, 8\}$



- P(G) = 0.5, P(R) = 0.5, P(B) = 0.25
- i Question

$$P(G|R),\,P(R|G)=?$$

- P(G|R) = 0.5, P(R|G) = 0.5
- i Question

$$P(R|B),\,P(B|R)=?$$

- P(R|B) = 0.5, P(B|R) = 0.25
- Наблюдаем: P(B) = P(B|R), P(R) = P(R|B). Коэффициент ожидания этих событий a.k.a. вероятность не зависит от того, происходит ли одновременно другое событие или нет. Мы называем такие события **независимыми**.
- ullet Более формально, чтобы называть A и B независимыми, должно выполняться:

$$P(A|B) = P(A) \text{ VI } P(B|A) = P(B), \text{ при } P(A), P(B) > 0.$$

• Если немного поработаем с идеей о независимости, получим более удобное определение:

$$P(A) = P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \longrightarrow P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

i Definition

События A и B из одного вероятностного пространства (Ω, \mathcal{F}, P) называются *независимыми*, если:

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B),$$

и *зависимыми* в обратном случае.