

## ВШБ Бизнес-информатика: ТВиМС 2025.

### Лист задач для самостоятельного решения #9.

#### Центральная предельная теорема. Интегральная теорема Муавра-Лапласа.

1. Студент играет в карты на деньги. Он может выиграть 15р с вероятностью 0.8, проиграть 100р с вероятностью 0.1, не выиграть и не проиграть (получить 0) – с вероятностью 0.1. Найти вероятность того, что по результатам 40 игр он окажется в проигрыше, если результаты всех игр не зависят друг от друга.

---

Студент играет в карты на деньги. Он может выиграть 15р с вероятностью 0.8, проиграть 100р с вероятностью 0.1, не выиграть и не проиграть (получить 0) – с вероятностью 0.1. Найти вероятность того, что по результатам 40 игр он окажется в проигрыше, если результаты всех игр не зависят друг от друга.

Ответ: 0.356.

распределение общего вида + ЦПТ

*Комментарий: S-суммарный выигрыш за 40 игр.  $X_i$ -результат  $i$ -ой игры. S-распределено по нормальному закону согласно ЦПТ. Ряд распределения X:  $P(X = -100) = 0.1$ ,  $P(X = 0) = 0.1$ ,  $P(X = 15) = 0.8 \Rightarrow$*

$$EX = 2, \sigma_X = \sqrt{1176}, n = 40, S \sim N\left(40 * 2; (\sqrt{40} * \sqrt{1176})^2\right)$$

---

2. Рост студента 191 см. Он складывает детали конструктора Лего в башенку. Ему известно, что высота каждой детали – это случайная величина, распределенная по равномерному закону на промежутке от 9 мм до 11 мм независимо от остальных деталей. Найти вероятность того, что высота башенки, состоящей из 190 деталей, превысит его рост.

---

Ответ: 0.1038

равномерный закон + ЦПТ

*Комментарий: общая высота башенки составляется из высот отдельных деталей, которых много (больше 30), причем они независимы и распределены по одному закону - как раз та ситуация, в которой мы*

*применяем ЦПТ. Пусть  $X_i$  - высота  $i$ -ой детали. Тогда высота башенки  $S = \sum_{i=1}^{190} X_i$  и согласно ЦПТ*

$S \sim N\left(n \cdot EX, (\sqrt{n} \cdot \sigma_X)^2\right)$ . По условию  $X_i$  распределены по равномерному закону на отрезке. Вспоминаем формулы для мат ожидания и стандартного отклонения для равномерного закона, и получаем:

$S \sim N(190 \cdot 10, (\sqrt{190} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}})^2)$ . Для НЗР:

$$P(S > 1910) = P(1910 < S < \infty) = \Phi\left(\frac{\infty - 1900}{\frac{\sqrt{190}}{\sqrt{3}}}\right) - \Phi\left(\frac{1910 - 1900}{\frac{\sqrt{190}}{\sqrt{3}}}\right) = 1 - \Phi\left(\frac{10\sqrt{3}}{\sqrt{190}}\right) = 1 - \Phi(1.257) \approx 1 - \Phi($$

Ответ: 0.1038

3. Число замечаний, полученных студентом за одну пару, распределено по закону Пуассона с параметром  $\lambda = 2$ . В месяце было 20 учебных дней, каждый день – по четыре пары. Найти вероятность того, что за этот месяц студенту было сделано не менее 140 замечаний, если все замечания, которые он получает, не зависят друг от друга.

---

Число замечаний, полученных студентом за одну пару, распределено по закону Пуассона с параметром  $\lambda = 2$ . В месяце было 20 учебных дней, каждый день – по четыре пары. Найти вероятность того, что за этот месяц студенту было сделано не менее 140 замечаний, если все замечания, которые он получает, не зависят друг от друга.

Ответ: 0.9429

*распределение Пуассона + ЦПТ*

4. Число аварий на оживленном перекрестке в течение суток распределено по закону Пуассона со средним значением 3 аварии в сутки. В городе 40 таких перекрестков.
- (а) Найти вероятность того, что за сутки произойдет более 130 аварий на этих перекрестках.
- (б) Найти вероятность того, что на 6 перекрестках произойдет по 4 аварии за сутки.

*Считаем, что соответствующие случайные величины независимы.*

---

Число аварий на оживленном перекрестке в течение суток распределено по закону Пуассона со средним значением 3 аварии в сутки. В городе 40 таких перекрестков.

а) Найти вероятность того, что за сутки произойдет более 130 аварий на этих перекрестках.

б) Найти вероятность того, что на 6 перекрестках произойдет по 4 аварии за сутки.

*(считаем, что соответствующие СВ независимы)*

Ответ: 0.181, 0.166.

*распределение Пуассона + ЦПТ, распределение Пуассона + биномиальное*

---

5. Время за неделю, посвященное студентом выполнению дз, распределено по экспоненциальному закону, причем известно, что в среднем в неделю студент на дз тратит 30 минут. Найти вероятность того, что за учебный год (40 недель) общее время, потраченное студентом на дз, превысит 24 часа.

*Считаем, что соответствующие случайные величины независимы.*

Время за неделю, посвященное студентом выполнению дз, распределено по показательному (экспоненциальному) закону, причем известно, что в среднем в неделю студент на дз тратит 30 минут. Найти вероятность того, что за учебный год (40 недель) общее время, потраченное студентом на дз, превысит 24 часа. (считаем, что соответствующие СВ независимы)

Ответ: 0.1 (0.1038)

*показательный закон + ЦПТ*

---

6. Школьник заполняет тест, состоящий из 160 вопросов, к каждому из которых есть по 4 ответа. Так как он не готовился, то расставляет ответы случайным образом и независимо от других ответов. Оценка выставляется пропорционально количеству правильных ответов. Найти вероятность того, что он получит зачетную оценку (от 3.5).

Ответ: 0.0018.

*ИТМЛ*

*Комментарий: Для получения зачетной оценки он должен дать не менее  $\frac{160}{10} \cdot 3.5 = 56$  правильных ответов.*

*Пусть  $X$  – число успехов, то есть правильных ответов. Тогда  $n=160$  одинаковых испытаний,  $p=\text{const}$ ,  $n$ -велико,  $npq > 25$ , а значит можно использовать интегральную теорему М.-Л, а именно:*

$$X \sim N(np, \sqrt{npq}) \Rightarrow P(X \geq 56) = 1 - \Phi\left(\frac{56-40}{\sqrt{30}}\right) \approx 1 - \Phi(2.92) = 1 - 0.9982 \approx 0.0018.$$

■ Ответ: 0.0018

7. На городской студенческой ярмарке вакансий 3 маркетинговые компании набирают себе стажеров. Всего сразу на все 3 собеседования в эти компании записалось 130 студентов. Для каждого из них вероятность провалиться на очередном собеседовании равна 0.3 и не зависит от других студентов и остальных собеседований. Найти вероятность того, что в результате прохождения всеми студентами всех собеседований, число студентов, не прошедших хотя бы одно из них, окажется в пределах от 70 до 90.

---

На городской студенческой ярмарке вакансий 3 маркетинговые компании набирают себе стажеров. Всего сразу на все 3 собеседования в эти компании записалось 130 студентов. Для каждого из них вероятность провалиться на очередном собеседовании равна 0.3 и не зависит от других студентов и остальных собеседований. Найти вероятность того, что в результате прохождения всеми студентами всех собеседований, число студентов, не прошедших хотя бы одно из них, окажется в пределах от 70 до 90

Ответ: 0.8

---

8. Небольшой город посещают 100 туристов в день, каждый из которых обедает в одном из двух городских ресторанов – независимо от других туристов и с равной вероятностью для каждого из ресторанов. Один из владельцев хочет, чтобы с вероятностью  $\approx 0.99$  все пришедшие в его ресторан туристы могли одновременно пообедать. Сколько мест должно быть в его ресторане?

Небольшой город посещают 100 туристов в день, каждый из которых обедает в одном из двух городских ресторанов – независимо от других туристов и с равной вероятностью для каждого из ресторанов. Один из владельцев хочет, чтобы с вероятностью ( $\approx$ ) 0.99 все пришедшие в его ресторан туристы могли одновременно пообедать. Сколько мест должно быть в его ресторане?

ОТВЕТ:  $K = 62$

ИТМЛ

9. Время доставки продуктов из магазина это случайная величина, распределенная равномерно на отрезке от 30 минут до трех с половиной часов. За один день было выполнено 300 заказов.

- (a) Найдите вероятность того, что общее время, потраченное на выполнение этих заказов, окажется более 620 часов.
- (b) Найдите вероятность того, что более трети из этих заказов были доставлены быстрее, чем за 100 минут.

*Считаем, что соответствующие случайные величины независимы.*

а) Найти вероятность того, что общее время, потраченное на выполнение этих заказов, окажется более 620 ЧАСОВ.

б) Найти вероятность того, что более трети из этих заказов были доставлены быстрее, чем за 100 минут.  
(считаем, что соответствующие СВ независимы)

Ответ: 0.0918, 0.9756

равномерный закон + ЦПТ, равномерный закон + ИТМЛ

A

Указание:

а)

$$EX_i = \frac{0,5+3,5}{2} = 2, \quad \sigma_{X_i} = \frac{3,5-0,5}{\sqrt{12}} = \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad n = 300,$$

$$S \sim N\left(300 * 2; \left(\sqrt{300} * \frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2\right), \text{ ищем}$$

10. В магазине продаются новогодние подарочные наборы, стоимость набора это случайная величина, принимающая значения от 1000 до 4000 рублей и имеющая плотность распределения

$$f_X(x) = \begin{cases} c(x - 1000), & x \in [1000, 4000] \\ 0, & x \notin [1000, 4000] \end{cases}$$

Всего за предновогодний сезон было продано 5000 таких наборов.

- (a) Найдите вероятность того, что общая стоимость проданных наборов оказалась более 14,950,000 рублей.
- (b) Найдите вероятность того, что было продано более 2813 наборов стоимостью более 3000 каждый.

*Считаем, что соответствующие случайные величины независимы.*