

ВШБ Бизнес-информатика: ТВиМС 2025.
Лист задач для самостоятельного решения #2.
Геометрическая вероятность.

1. Студент пишет два эссе – по философии и по праву. На философию он потратит от 80 до 120 минут, на право (независимо от философии) он потратит от 30 до 80 минут. Найти вероятность того, что на философию он потратит более чем в два раза больше времени, чем на право.

ОТВЕТ: 0.4

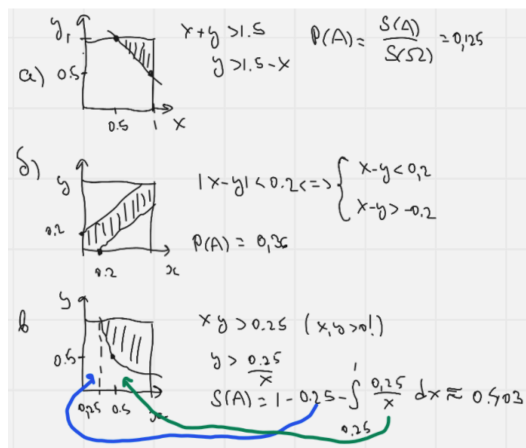
Указание: задача на геометрические вероятности: пусть x - это время, которое он потратит на философию,

y - на право. Тогда $(x, y) \in \Omega = [80; 120] \times [30; 80]$, $A: x > 2y$, $P(A) = \frac{\text{mes}(A)}{\text{mes}(\Omega)} = \frac{S(A)}{S(\Omega)} = \frac{\frac{10+30}{2} \cdot 40}{40 \cdot 50} = 0.4$

а) 0.125, б) 0.36, в) 0.403

2. На отрезке $[0, 1]$ случайно и независимо выбраны два числа. Найти:

- (а) Вероятность того, что их сумма будет больше 1.5.
(б) Вероятность того, что разница между ними будет меньше 0.2.
(с) Вероятность того, что их произведение будет больше 0.25.

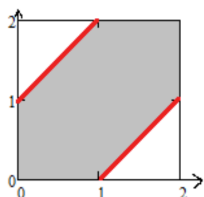


3. На отрезке $[0, 2]$ случайным образом взяты два числа. Найти вероятность того, что они будут отличаться друг от друга не менее чем на 1.

ОТВЕТ: 0.25

Указание: $(x, y) \in \Omega = [0; 2] \times [0; 2]$, $A: |x - y| \geq 1 \Rightarrow P(A) = \frac{\text{mes}(A)}{\text{mes}(\Omega)} = \frac{S(A)}{S(\Omega)} = \frac{1}{4} = 0.25$

«не менее», то это внешняя часть, белая, площадь 1.



4. Студенты А и Б договариваются о встрече в определенном месте между 13-00 и 14-00. Т.к. никто из них не знает, во сколько именно он окажется на месте встречи (и у них нет телефонов), то договор такой: каждый из них ждет другого максимум 20 минут, и, если второй за это время не появился – уходит. Найти вероятность того, что встреча произойдет.

ОТВЕТ: 0.556

Указание: $(x, y) \in \Omega = [0; 60] \times [0; 60]$, $A: |x - y| \leq 20 \Rightarrow P(A) = \frac{mes(A)}{mes(\Omega)} = \frac{S(A)}{S(\Omega)} = \frac{60^2 - 40^2}{60^2} = \frac{5}{9} = 0.556$

5. Решить предыдущую задачу, если А готов ждать 20 минут, а Б только 10.

ОТВЕТ: 0.431

Указание: $(x, y) \in \Omega = [0; 60] \times [0; 60]$, $A: x - 10 \leq y \leq x + 20 \Rightarrow P(A) = \frac{mes(A)}{mes(\Omega)} = \frac{S(A)}{S(\Omega)} = 0.431$

6. Смотря фильм, студент ставит свою кружку на скатерть в клетку. Сторона клетки равна 8 см, а радиус кружки – 3 см. Найти вероятность того, что кружка окажется внутри одной клетки – не пересечет границы клеток.

Указание: возможные положения центра – мы должны от каждой из границ отступить не менее, чем на 3 см, то есть это квадрат 2×2 внутри квадрата 8×8 . $P(A) = \frac{mes(A)}{mes(\Omega)} = \frac{S(A)}{S(\Omega)} = 1/16 = 0.0625$

7. Покупатель хочет купить на рынке килограмм яблок и килограмм груш. При этом заранее точная стоимость ему неизвестна, но для себя он решил, что будет выбирать и яблоки и груши стоимостью от 100 до 140 рублей за килограмм.
- (а) Найти вероятность события А - того, что он потратит больше 260 рублей.
 - (b) Найти вероятность события В – того, что за килограмм груш он заплатит более 130 рублей.
 - (с) Найти вероятность того, что произойдут оба этих события.

Через эти три вероятности выразить и вычислить вероятность того, что произойдет I - хотя бы одно из этих событий, II - ровно одно из этих событий. *(предполагаем, что цена за килограмм – это произвольное число, распределенное равномерно на промежутке от 100 до 140 рублей)*

ОТВЕТ: а) 0.125 б) 0.25 в) 0.09375 I) 0.28125 II) 0.1875

8. Покупатель хочет купить на рынке яблоки, груши и персики – по одному килограмму. При этом заранее точная стоимость ему неизвестна, но для себя он решил, что будет выбирать фрукты стоимостью от 100 до 140 рублей за килограмм. Найти вероятность того, что суммарно он потратит **менее 380 рублей** на эти фрукты. *(предполагаем, что цена за килограмм – это произвольное число, распределенное равномерно на промежутке от 100 до 140 рублей)*

пространство исходов это куб $40 \times 40 \times 40$. Нам **НЕ** подходит кусочек, который отсекается плоскостью, проходящей через вершины $(40, 40, 0)$, $(40, 0, 40)$ и $(0, 40, 40)$. Объем соответствующей пирамиды $\frac{1}{3} \cdot 40 \cdot \frac{1}{2} \cdot 40 \cdot 40$, то есть это $\frac{1}{6}$ от куба.

ответ $\frac{5}{6}$

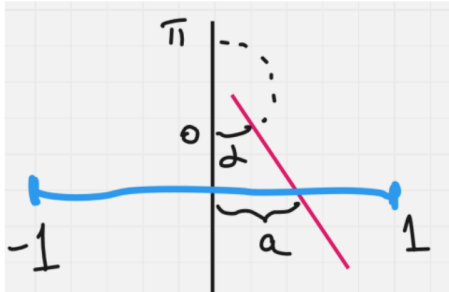
9. Бесконечная плоскость разлинована прямыми, находящимися на расстоянии 2 друг от друга. Мы бросаем случайным образом иголку длины 1 на эту плоскость. Найти вероятность того, что игла пересечет какую-нибудь из этих прямых (много параллельных линий на расстоянии 2).

Игла Бюффона:

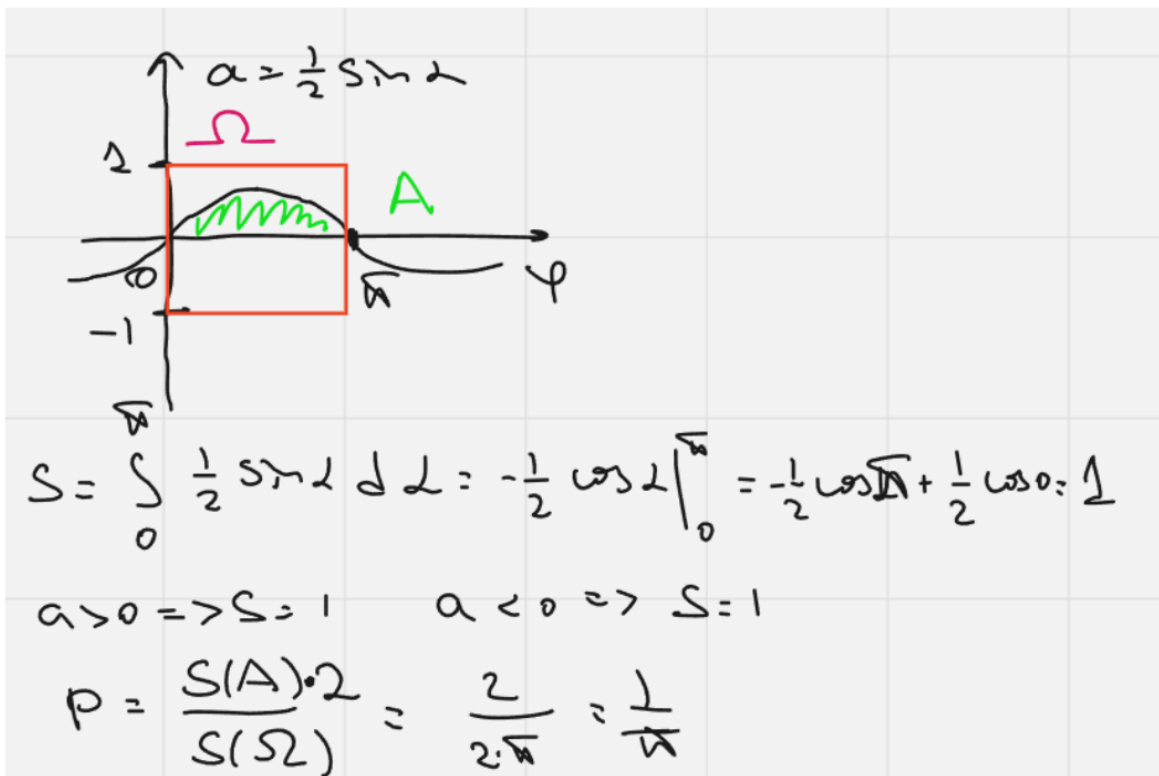
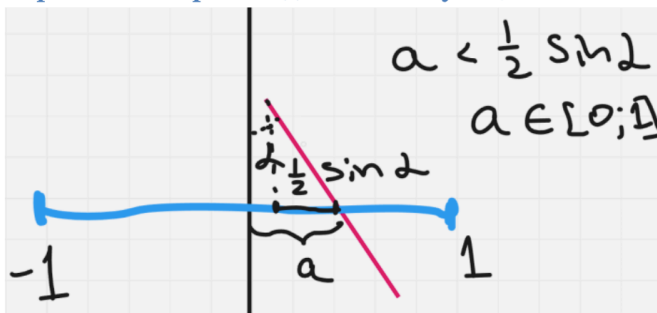
Для того чтобы проще работать с отрезком (иглой), будем следить за двумя параметрами – насколько далеко центр отрезка от ближайшей прямой, и под каким углом к прямым лежит отрезок. Это полностью определяет положение отрезка и позволяет узнать, пересекает ли он прямую.

Договоримся считать, что расстояние – точка на отрезке длины два (распределена равномерно – положения не концентрируются у краев или около центра или где-то еще). Угол от 0 до π , тоже распределен равномерно.

Тогда пространство исходов – прямоугольник $(\alpha; d) : [0; \pi) \times (-1; 1]$



Будем рассматривать только ситуацию, когда центр справа, потом умножим на 2
Пересечение произойдет в том случае, если



ответ: $1/\pi$