

ВШБ БИ: ТВиМС 2025.

Лист seminar-only задач #11.

Точечные оценки. Метод моментов. Интервальные оценки.

1. Были произведены два измерения стороны квадрата. Предположим, что два измерения X_1 и X_2 являются случайными величинами со средним a и дисперсией σ^2 . Истинная длина стороны квадрата равна a . Найдите среднюю квадратичную ошибку для следующей оценки площади квадрата: $T = X_1 X_2$.
2. Пусть X_1, \dots, X_n - случайная выборка из распределения с плотностью распределения

$$f(x, \theta) = \begin{cases} \frac{6x(\theta-x)}{\theta^3} & \text{при } x \in [0; \theta], \\ 0 & \text{при } x \notin [0; \theta], \end{cases}$$

где $\theta > 0$ - неизвестный параметр распределения и $\hat{\theta} = \bar{X}$.

- (а) Является ли оценка $\hat{\theta} = \bar{X}$ несмещённой оценкой неизвестного параметра θ ?
 - (б) Подберите константу c так, чтобы оценка $\tilde{\theta} = c\bar{X}$ оказалась несмещённой оценкой неизвестного параметра θ .
3. Пусть X_1, \dots, X_n - случайная выборка из равномерного распределения на отрезке $[0, \theta]$, где $\theta > 0$ неизвестный параметр распределения. Известно, что $n = 100$ и $\bar{x} = 0.57$. Используя центральную предельную теорему, постройте приближенный 95%-й доверительный интервал для параметра θ .