Université de Bourgogne
1ère année de Master Informatique STIC
Parcours Informatique

Algorithme et complexité
Le Jeu Othello
Ghislain Loaec - Abdeldjalil Ramoul
2012-2013

Résumé

Ce rapport présente le travaille effectué dans le cadre du projet d'algorithme et complexité

Table des matières

Table des figures

Liste des tableaux

1 Introduction

Ce travail détaille le développement d'un simulateur du jeu Othello qui oppose un joueur à une intelligence artificielle. Il a été réalisé en se basant sur un algorithme de recherche du meilleur coup à jouer appelé Algorithme du minimax avec un élagage nommé élagage Alpha Beta. Nous allons présenter dans ce papier le jeu Othello et expliquer ces différentes règles. Dans la deuxième partie nous détaillerons la méthode du Minimax, ses limites et le principe de réduction de via un élagage alpha beta. Enfin nous présenterons le détail de l'application développée et l'implémention des concepts vus dans la présentation de l'algorithme. Nous conclurons sur les problèmes recontrés dans l'avancement de ce projet et les suggestions apportées dans la vue d'une amélioration potentielle du logiciel.

2 Le jeu Othello

Othello est jeu de société à deux joueurs à information parfaite avec un nombre fini de stratégies. Dans cette catégorie de jeu, les joueurs jouent à

tour de rôle et à chaque étape de la partie, le joueur dispose de toutes les informations sur l'état du jeu.

Une des caractéristiques qui rendent les jeux à information parfaite dignes d'étude, c'est que dans ce genre de jeu il existe toujours une solution optimale du fait de l'absence de l'incertitude à chaque mouvement. Néanmoins, ces solutions optimales sont souvent très couteuses à calculer et peuvent être insoluble pour des jeux comme Othello. Donc l'utilisation de l'intelligence artificielle pour jouer à ce genre de jeu doit se reposer sur des heuristiques pour donner une approximation du jeu optimal.

2.1 Principes du jeu

Othello se joue sur un tablier unicolore de 64 cases (8 x 8) numérotées verticalement de 1 à 8 et Horizontalement de A à H. Les deux joueurs disposent de 64 jetons blancs d'un côté et noir de l'autre. Chaque couleur représente un des joueurs.

En début de partie deux jetons blancs sont posés sur les cases D4 et E5 et deux noirs sur les cases E4 et D5.

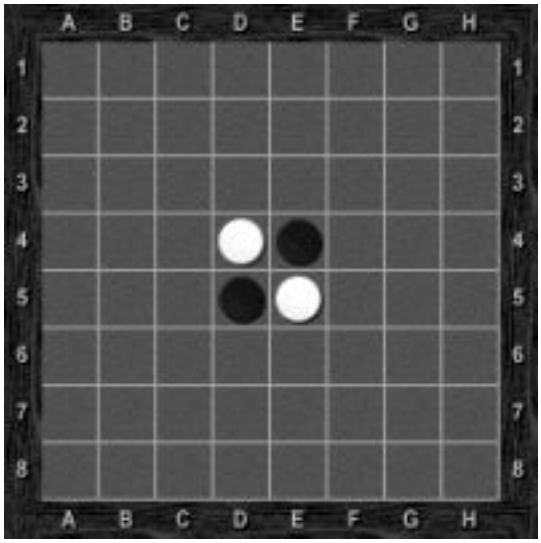

FIGURE 1: Position de départ

Les joueurs posent des jetons de leur couleur à tour de rôle selon des règles précises jusqu'à ce qu'aucun des deux ne puisse en mettre. A la fin on compte le nombre de jeton de chaque joueur, et c'est celui qui en a le plus qui gagne.

Le but du jeu est de capturer les jetons adverses afin de changer leur couleur. La capture de pions survient lorsqu'un joueur place un de ses jetons à l'extrémité d'un alignement de jetons adverses contigus et dont l'autre extrémité est déjà occupée par un de ses propres jetons. Le ou les pions embrassés par les deux jeton du joueur sont capturés.

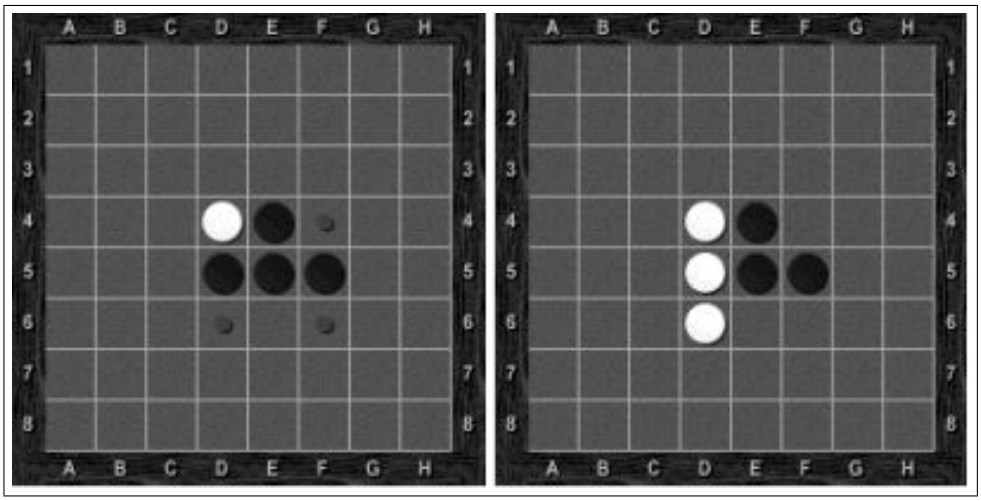

FIGURE 2: Capture de jetons

Dans cet exemple on peut voir que le jour blanc peut mettre son jeton dans la case F4, D6 ou G6. En mettant son jeton dans la case D6 il capture le jeton D5 qui devient noir.

3 L'intelligence artificielle

Pour ce travail nous voulons opposer un joueur (humain) à une machine (intelligence artificielle). Pour cela, nous avons utilisé deux méthodes pour guider les choix de la machine :

3.1 Méthode aléatoire

Dans cette méthode, la machine répond aux actions du joueur par des choix de placements aléatoires parmi les positions possibles. Pour cela, elle va choisir des cases du tablier de façon aléatoire et vérifier si elles sont possibles en se basant sur les règles du jeu. Cette méthode permet d'avoir l'illusion de jouer contre une machine, sauf que cette machine n'est guidée

par rien pour prendre sa décision et ne peut être un adversaire efficace contre un joueur averti.

Pour rendre la machine plus intelligence il faut utiliser des méthodes qui évalueraient chaque coup et maximiseraient la probabilité de gagner. Une de ces méthodes consiste à utiliser l'algorithme minimax.

3.2 Méthode du minimax

La méthode du minimax est une technique de décision pour les jeux à deux joueurs basée sur le théorème du Minimax de Von Neumann dont l'objectif est de minimiser la perte maximale ou à l'inverse de maximiser le gain minimal pour un joueur.

En se basant sur le théorème fondamental de la théorie des jeux à deux joueurs, démontré en 1928 par John von Neumann. On sait que pour tout jeu à deux joueurs et à information parfaite avec un nombre fini de stratégies, il existe une évaluation V et une stratégie mixte (Choix aléatoire parmi une liste de possibilités) telle que :

a) *Etant donné la stratégie du joueur A, le meilleur gain possible pour le joueur A est V, et*

b) *Etant donné la stratégie du joueur B, le meilleur gain possible pour le joueur B est -V.*

On peut donc borner ses bénéfices et par la même occasion ceux de son adversaire. L'idée est de maximiser le gain minimum en minimisant le gain maximum de l'adversaire.

Avant d'aborder en détails l'algorithme du minimax, nous allons d'abord expliquer quelques notions qui nous aiderons à mieux comprendre son fonctionnement.

Les joueurs : Le joueur A est appelé Joueur Maximisant et le joueur B est appelé Joueur Minimisant. Dans ce travaille le joueur maximisant est l'ordinateur, puisque c'est lui qui va exécuter l'algorithme et le joueur minimisant est son adversaire humain.

L'état du jeu : C'est une configuration possible du jeu. Par exemple dans Othello un état représente la disposition des jetons noirs et blancs dans l'Othellier. L'état initial représente l'état du jeu avant qu'il ait commencé. Et les états terminaux représentent les états qui mettent fin au jeu.

Le fils d'un état ei : noté f(ei), il représente les états atteignables depuis ei.

L'arbre de jeu : C'est un arbre qui contient tous les états possibles du jeu. La racine représente l'état initial, et les feuilles représentent les états

terminaux. Chaque noeud intermédiaire représente une position de jeu et chaque arc le reliant à son fils un coup possible permettant de passer à la position représentée par ce fils. La figure 3 représente une partie de l'arbre de jeu Othello engendré à partir de l'état initial.

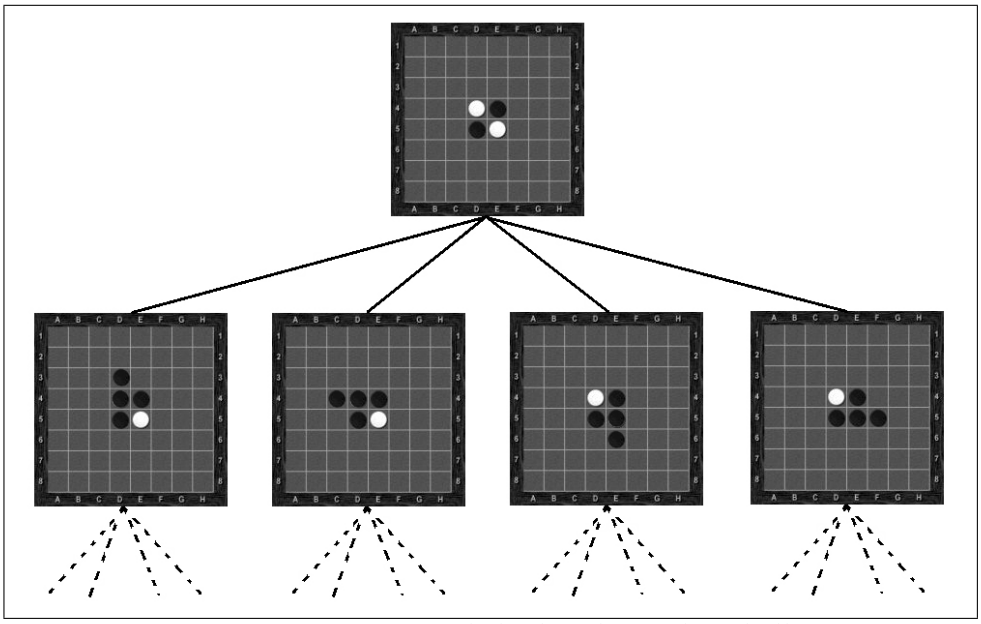

FIGURE 3: Une partie de l'arbre de jeu de Othello

La génération de l'arbre de jeu est très couteuse parce que ce dernier est généralement gigantesque. Par exemple le nombre total d'états pour le jeu d'échecs est de 35^100. Donc on ne peut pas visiter tout l'arbre pour trouver les meilleurs coups à jouer.

- La fonction d'évaluation : Appelée aussi fonction heuristique, c'est une fonction qui associe à chaque noeud une valeur estimant les gains du coup pour le joueur maximisant. Par exemple, pour le jeu Othello plusieurs fonctions d'évaluation peuvent être choisies. On peut utiliser une matrice de valeurs tactiques associée aux cases pour avoir une fonction d'évaluation plus performante. Le tableau qui suit représente une matrice de valeurs tactiques en début de partie.

Dans les valeurs tactiques ci-dessus, nous constatons que les coins de l'othellier sont des positions très stratégiques puisque le gain estimé est de 500. Ceci s'explique par le fait qu'un jeton sur cette case est imprenable et offre la possibilité de capturer dans les mouvements suivant le maximum de jetons sur 3 axes différents. Il est également compréhensible que

500	-150	30	10	10	30	-150	500
-150	-250	0	0	0	0	-250	-150
30	0	1	2	2	1	0	30
10	0	2	16	16	2	0	10
10	0	2	16	16	2	0	10
30	0	1	2	2	1	0	30
-150	-250	0	0	0	0	-250	-150
500	-150	30	10	10	30	-150	500

TABLE 1 – Exemple de valeurs tactiques pour Othello

les cases qui entourent ces coins possèdent un gain négatif puis qu'il laisse une chance à l'advesaire de le capturer.

Dans ce travail nous avons choisi de la pas considerer les valeurs tactiques cela nécéssite une connaissance appronfondie du jeu pour faire évoluer le tableau. Nous avous implémenté une fonction d'évaluation qui fait la différence entre le nombre de jetons du joueur et ceux de son adversaire. En plus d'être plus facile à programmer cette fonction d'évaluation laisse une chance de gagner aux joueurs non expérimentés comme nous.

3.2.1 Algorithme du Minimax

Le minimax est un algorithme pour la découverte de la solution optimale dans un jeu à deux joueurs à information parfaite. Il effectue une recherche en profondeur dans l'arbre de jeu pour décider du prochain coup à jouer. L'exploration des neouds de cet arbre est limitée par un paramètre de profondeur. Pour tout cela il est nécéssaire d'utiliser :

- Une fonction pour générer l'arbre de jeu, afin de déterminer les coups légaux à partir d'un état du jeu.
- Et une fonction heuristique pour évaluer un état de jeu.

à partir d'un état du jeu, l'algorithme visite l'arbre jusqu'à une profondeur préalablement définie. Il évalue ensuite les feuilles de l'arbre à l'aide de la fonction heuristique. Un score positif indique une bonne position pour le joueur A et un score négatif une mauvaise position, donc une bonne position pour le joueur B. Selon le joueur qui joue, le passage d'un niveau à l'autre dans l'arbre est maximisant (pour le joueur A) ou minimisant (pour le joueur B). Chaque joueur essaie de maximiser son gain et de minimiser celui de son adversaire.

Le principe du minimax est de visiter l'arbre et de faire remonter la valeur minimax à la racine. La valeur minimax est calculée récursivement comme suit :

- *Minimax(e) = h(e), si e est une feuille de l'arbre (jeu terminé).*
- *Minimax(e) = max (Minimax(e1), . . . , Minimax(en)), si e est un noeud Joueur (étape max)*
- *Minimax(e) = min (Minimax(e1), . . . , Minimax(en)), si e est un noeud Adversaire (étape min)*

La figure 4 explique sur un exemple a deux niveaux le déroulement de l'algorithme du minimax. On peut voir que la racine ne contient pas le gain le plus élevé mais plutôt le maximum des pertes minimales. Donc l'algorithme ne cherche pas le score le plus élevé mais plutôt le gain le plus sûr.

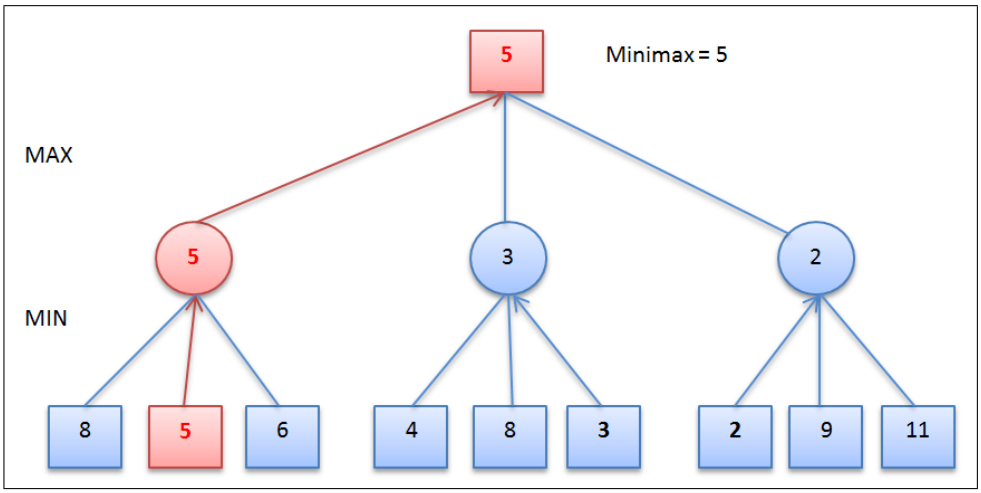

FIGURE 4: Exemple de déroulement de l'algorithme Minimax

Propriétés de l'algorithme minimax

Pour l'algorithme minimax la complexité en temps de est de O(bˆm) et la complexité en espace est O(bm).Avec b = facteur de branchement et m = est la profondeur de l'arbre. Nous n'avons pas pu avoir des chiffres pour Othello mais par exemple pour les échecs b = 35 et m = 100.

3.2.2 Problème d'espace et de temps de recherche

Supposons qu'on veuille explorer tout l'arbre de jeu à partir de n'importe quelle position. Cela permettrait de déterminer s'il existe un chemin

menant à la victoire, ou au moins au nul. Mais à cause du problème de l'explosion combinatoire, la génération d'un tel arbre est trop coûteuse pour être envisageable.

La première solution serait de limiter la profondeur d'exploration de l'abre. Cela permettrait de réduire le nombre de coups et de réponses à évaluer. Dans ce cas on atteint rarement les feuilles sauf en fin de partie. Cette solution s'appelle le Minimax à profondeur limitée.

3.2.3 Le Minimax à profondeur limitée

C'est une variante de l'algorithme du minimax initial qui rajoute un indice de profondeur afin de limiter la taille de l'arbre à générer. Le principe de cette variante est de :

- *Générer l'arbre de jeu jusqu'à une profondeur d à partir du noeud courant.*
- *Calculer la valeur de la fonction d'évaluation pour chaque noeud feuille, pas forcément terminal.*
- *Propager ces valeurs jusqu'aux noeuds non terminaux.*

Limites de l'algorithme Minimax à profondeur limitée

Si la profondeur de recherche est trop petite. Cela veut dire que l'algorithme cherche à déterminer les coups immédiats qui maximisent le score du joueur A sans prévoir les coups de l'adversaire. La figure 5 montre le déroulement de l'algorithme Minimax à profondeur limitée avec d=1.

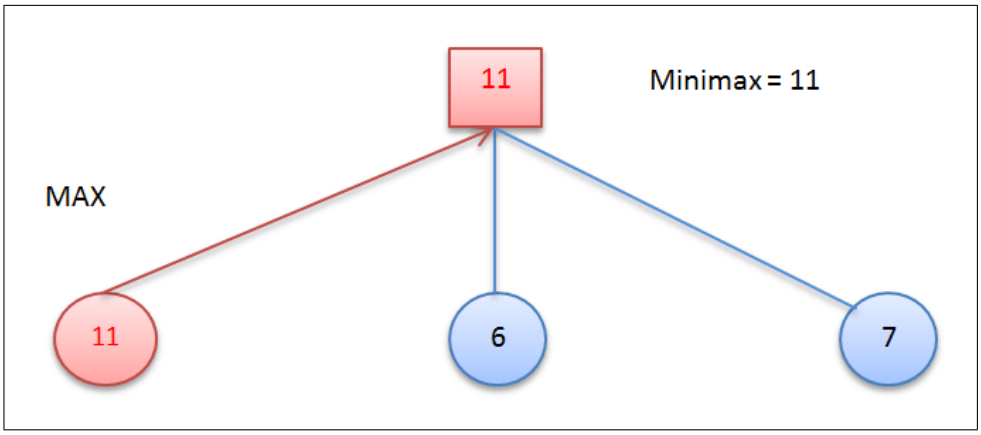

FIGURE 5: Exemple de déroulement du Minimax à profondeur limitée avec d=1

On peut voir que le programme détermine les coups légaux, simule le jeu et évalue chacun d'entre eux. Il décide ensuite que le coup avec l'éva-

luation 11 est le meilleur et le propage au sommet. Cette opération conduit le programme à choisir le coup avec l'évaluation 11 ce qui peut s'avérer être une décision désastreuse puisque comme on peut le voir dans la figure 6, Le coup qui amenait à une position immédiate de score 11, va en fait amener la position du jeu à un score de -2. En effet si l'adversaire joue le coup qui mène vers l'évaluation -2, alors le score final serait -2. On s'aperçoit alors que le coup qui menait à l'évaluation 6 limite les dégâts avec un score de 1. Il sera donc préféré.

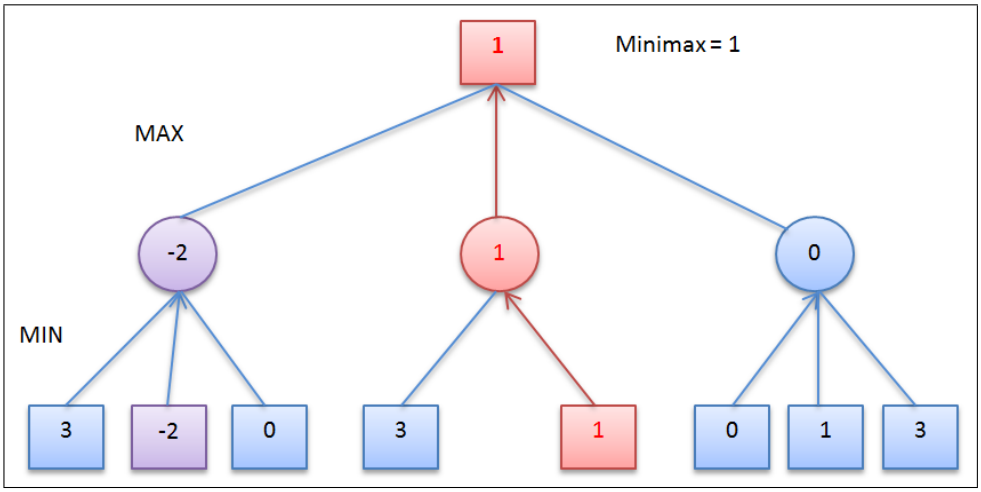

FIGURE 6: Exemple de déroulement du Minimax à profondeur limitée avec d=2

Le but est de maximiser la valeur de d pour prévoir le plus de coups possibles à l'avance. Mais sans pour autant être confronté au problème de l'explosion combinatoire. Pour cela on essaie d'élaguer l'arbre de recherche. On peut noter que dans la figure 6, il n'est pas nécessaire d'explorer toute la branche avec l'évaluation 0, puisque cette dernière est inférieure à 1 (on cherche le max). Le calcul des autres noeuds ne pourra pas améliorer la situation même si leurs scores sont meilleures que 0. La variante Alpha Beta du Minimax utilise cet élagage pour diminuer le nombre de branches à générer et permettre par la même occasion d'augmenter la valeur de d.

3.2.4 Le Minimax avec élagage *Alpha Beta*

L'élagage Alpha Beta est une méthode permettant de réduire la taille de l'arbre de jeu en élaguant les parties dont l'évaluation ne contribue pas à celle de la racine. Cette méthode augmente de manière significative les per-

formances de l'algorithme Minimax sans affecter le résultat. Pour élaguer certaines branches de l'arbre de jeu on définit deux bornes α et β tel que :

α représente de la borne inférieure de la valeur du noeud :

- α = h(e) sur les feuilles, et initialisée à -∞ ailleurs.
- Dans les noeuds joueurs, α = MAX des valeurs obtenues sur les fils visités jusque-là.
- Dans les noeuds adversaires, elle est égale à la valeur α de son prédécesseur.

β représente de la borne supérieure de la valeur du noeud :

- β = h(e) sur les feuilles, et initialisée à +∞ ailleurs.
- Dans les noeuds adversaires, β = MIN des valeurs obtenues sur les fils visités jusque-là.
- Dans les noeuds joueurs elle est égale à la valeur β de son prédécesseur.

Pour Othello, nous avons remplacé les valeurs -∞ et +∞ respectivement par les valeurs -64 et + 64, puisque dans Othello la différence max entre les jetons des joueurs (fonction heuristique) ne peut dépasser 64. Les noeuds élagués sont ceux tel que

$$H(e) \in [\boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\alpha}] \text{ et } \boldsymbol{\alpha} \geqslant \boldsymbol{\beta}$$

Donc l'alpha-coupure intervient dans un noeud adversaire (MIN) lorsque sa beta-valeur est inférieure à l'alpha-valeur de son parent. Et la beta-coupure intervient dans un noeud joueur (MAX) lorsque sa alpha-valeur est supérieure à la beta-valeur de son parent.

Dans la figure suivante nous observons l'exécution de l'algorithme du minimax avec élagage alpha beta sur l'arbre de jeu vu dans la figure 6.

On peut observer que le résultat reste le même que celui obtenu en appliquant l'algorithme du minimax classique. Mais l'élagage alpha beta a permis de ne pas visiter les dernières branches, ce qui augmente les performances de l'algorithme et nous permet par la même occasion d'augmenter la profondeur d'exploration du graphe. L'ordre d'apparition des noeuds influence beaucoup le rendement de l'élagage. Examiner d'abord les noeuds à forte valeur d'évaluation maximise le rendement de l'algorithme.

La complexité en temps de l'algorithme minimax avec élagage alpha beta revient dans le meilleur des cas à O(bˆ(m/2)). Cela permet d'augmenter la profondeur de recherche pour améliorer les résultats sans trop affecter les performances. Et dans le pire des cas elle est identique à celle du minimax.

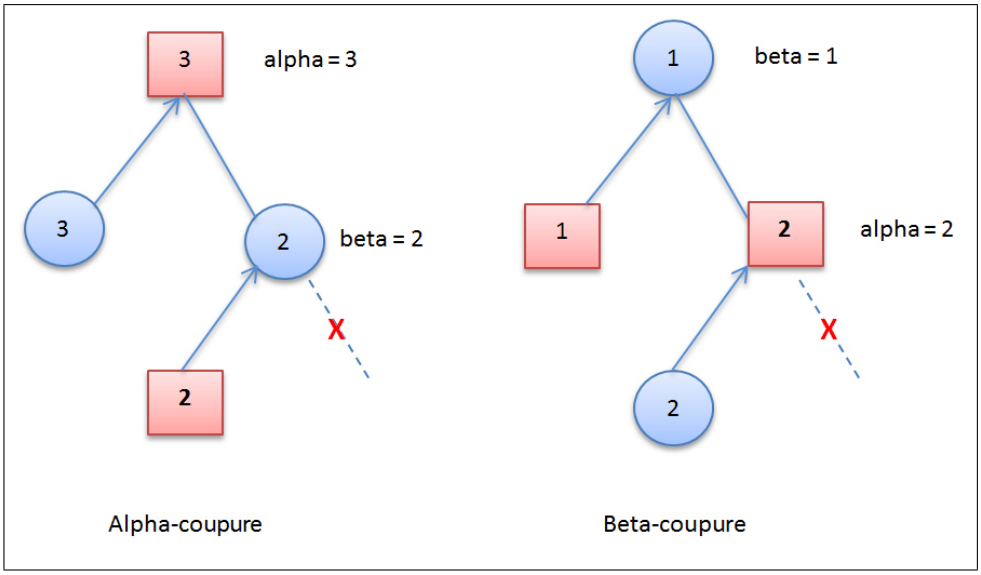

FIGURE 7: Exemples de coupures alpha et beta

4 Implémentation

Dans cette partie nous allons détailler les étapes d'implémentation de l'application.

4.1 Compilation

Afin de générer les fichiers binaires, nous avons créé un Makefile très générique paramétrable à souhait. Il semblerait que les performances d'exécution soit optimisées en utilisant le compilateur ocamlopt. Ce qui rend le choix intéressant dans un cas d'utilisation comme le nôtre ou le programme est sujet à des explosions combinatoires.

Pour une compilation standard avec `ocamlc`, utiliser : `make`

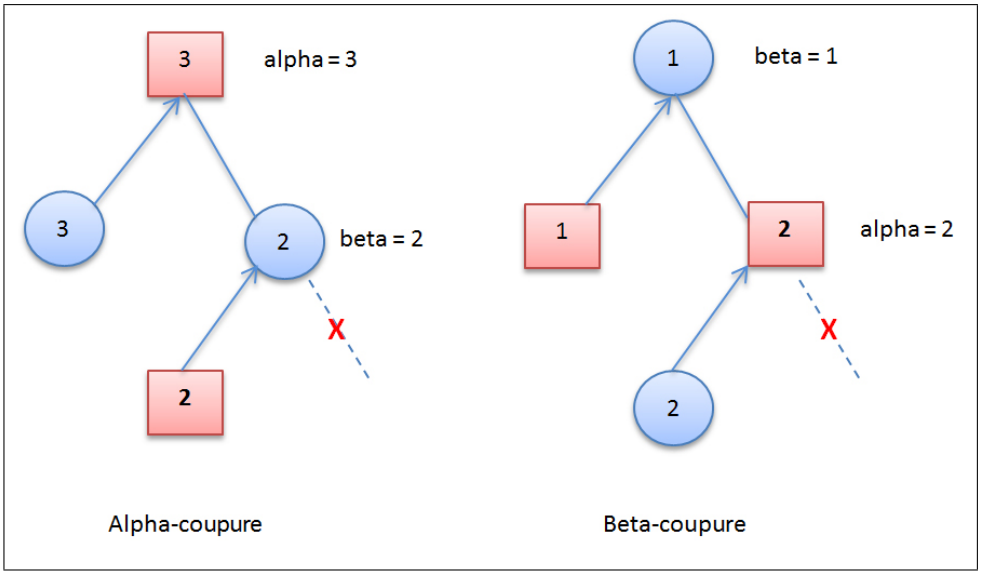

FIGURE 8: Exemple de déroulement de l'algorithme minimax alpha-beta avec d = 2

```
# Pour recompiler le système progressivement :
#     make
# Pour recalculer les dépendances entre les modules :
#     make depend
# Pour supprimer l'exécutable et les fichiers compilés :
#     make clean
# Pour compiler avec le compileur de code natif
#     make opt
```

FIGURE 9: Utilisation du Makefile

4.2 Utilisation

Afin de lancer l'application, tapez : `./othello`

Il est possible de spécifier des arguments à l'exécutable qui vont influencer le déroulement du jeu. Vous pouvez obtenir la liste ces options avec :

```
$ ./othello --help
othello
  -size <int> : Taille d'une case en pixels
  -ia <bool> : Intelligence artificielle on/off
               | true  -> Minimax ab
               | false -> Case aléatoire
  -depth <int> : Profondeur maximale d'exploration
                 de l'arbre des possibilités Minimax
  -background <int> <int> <int> : Couleur du fond (RGB)
  -help : Afficher cette liste d'options
  --help : Afficher cette liste d'options
```

FIGURE 10: Utilisation de l'exécutable

Les options par défaut de l'application sont :

```
1 val cell_size : int ref = {contents = 50}
2 val bg_r : int ref = {contents = 50}
3 val bg_g : int ref = {contents = 150}
4 val bg_b : int ref = {contents = 50}
5 val size : int ref = {contents = 8}
6 val ia : bool ref = {contents = true}
7 val depth : int ref = {contents = 4}
```

FIGURE 11: Configuration par défaut

4.3 Algorithmes notables

4.3.1 Direction légale

Methode de test de direction légal => Vrai si la direction est légale

```
(* Methode de test de direction légal => Vrai si la direction est légale *)
let playable_dir board c (x, y) (dx, dy) =
  let rec playable_dir_rec (x, y) valid =
    if not (check_pos board x y) then
      false
    else (
      match board.(x).(y) with
        | Empty -> false
        | cell ->
          if cell = (get_opponent c) then
            playable_dir_rec (x + dx, y + dy) true
          else
            valid
    )
    in playable_dir_rec (x + dx, y + dy) false
;;
```

FIGURE 12: Direction légale

4.3.2 Coup Légal

```
(* Methode de test de coup légal => Vrai si le coup est légal *)
let playable_cell board c x y =
  if not (check_pos board x y) then
    false
  else (
    let directions = [
      (-1, -1); (-1, 0); (-1, 1);
      (0 , -1); (* X *)  (0 , 1);
      (1 , -1); (1 , 0); (1 , 1)
    ]
    in match board.(x).(y) with
      | Empty -> ( true && (
     List.fold_left
       (fun a b -> a || b)
       false
              (List.map
                (fun d -> playable_dir board c (x, y) d)
                directions
              )
            )
          )
      | _ -> false
  )
;;
```

FIGURE 13: Coup légal

4.3.3 Simulation de jeu

```
(* Méthode pour simuler le jeu sur une case *)
let sim_play_cell board c x y =
  let sim_board = (copy_board board) in
  let directions = [
    (-1, -1); (-1, 0); (-1, 1);
    (0 , -1); (* X *)  (0 , 1);
    (1 , -1); (1 , 0); (1 , 1)
  ]
  and opponent = (get_opponent c)
  in (
    List.iter
      (fun (dx, dy) ->
        if (playable_dir sim_board c (x, y) (dx, dy)) then
          let rec take (x, y) =
            if (check_pos sim_board x y) then
            if (sim_board.(x).(y) = opponent) then (
              sim_board.(x).(y) <- c;
              take (x + dx, y + dy)
            )
          in take (x + dx, y + dy)
      )
      directions
  );
  sim_board.(x).(y) <- c;
  sim_board
;;
```

FIGURE 14: Simuler un coup

4.3.4 Algorimthe Minimax *Alpha Beta*

5 Module `Othello` : Documentation

`val cell_size : int Pervasives.ref`
Définition de la largeur des cellules en pixels

Défaut : 75

`val bg_r : int Pervasives.ref`
Niveau de rouge de couleur du fond : `0:255`

Défaut : 50

`val bg_g : int Pervasives.ref`
Niveau de vert de couleur du fond : `0:255`

Défaut : 150

`val bg_b : int Pervasives.ref`

Niveau de bleu de couleur du fond : `0:255`

Défaut : 50

`val size : int Pervasives.ref`

Nombre de cases qui constitue l'arrête du plateau de jeu

Défaut : 8

`val ia : bool Pervasives.ref`

Utilisation ou non de l'intelligence artificielle

Défaut : true (Activée)

`val depth : int Pervasives.ref`

Profondeur d'exploration de l'arbre de coups légaux

Défaut : 4

```
type cell =
  | White
```

Jeton blanc

```
  | Black
```

Jeton noir

```
  | Empty
```

Case vide

Valeurs possibles d'une case

`type board = cell array array`

Matrice représentative du tablier : tableau de cases à 2 dimensions

`type coord = int * int`

Représentation d'un position par ses coordonnées

`type coord_list = coord list`

Liste représentative de positions

`val make_board : cell array array`

Méthode de construction du plateau

Retourne un tablier de case vides

`val copy_board : 'a array array -> 'a array array`

Méthode de copie d'un état du tablier

Retrourne une matrice avec les références des nouvelles case

`val init_board : cell array array`
Méthode d'initialisation des positions des jetons lors d'une nouvelle partie

Retourne un tablier avec 4 jetons positionés sur les cases D4 E4 D5 E5

`val display_cell : cell array array -> int -> int -> unit`
Méthode d'affichage d'une case

`val display_board : cell array array -> unit`
Méthode d'affichage du plateau de jeu

`val display_message : string -> unit`
Méthode d'affichage des messages

`val count : 'a array array -> 'a -> int`
Méthode pour compter le nombre de jeton d'une couleur donnée sur un état donné

`val is_finished : cell array array -> bool`
Méthode de test de fin de partie

`val check_pos : 'a array array -> int -> int -> bool`
Methode de test de position => Vrai si sur le plateau

`val get_opponent : cell -> cell`
Methode de recupération de la couleur de l'adversaire

`val playable_dir : cell array array -> cell -> int * int -> int * int -> bo`
Methode de test de direction légal => Vrai si la direction est légale

`val playable_cell : cell array array -> cell -> int -> int -> bool`
Methode de test de coup légal => Vrai si le coup est légal

`val play_cell : cell array array -> cell -> int -> int -> unit`
Méthode pour jouer une case

```
val sim_play_cell :
  cell array array ->
  cell -> int -> int -> cell array array
```

Méthode pour simuler le jeu sur une case

Retourne la matrice de références sur les nouvelles positions de jetons

`val playable_cells : cell array array -> cell -> (int * int) list`
Méthode de récupération de la liste des coups jouables

Retourne une liste des coordonnées des coup légaux

`val score : cell array array -> cell -> int`
Methode qui retourne le score pour un état de jeu et un joueur

`val display_scores : cell array array -> unit`
Méthode pour afficher les scores

`val fold_until : ('a -> 'b -> 'a) -> ('a -> bool) -> 'a -> 'b list -> 'a`
Méthode récursive de Fold left sur une liste avec la function `f`
jusqu'à que ce que le prédicat `p` soit satisfait

Retourne l'accumulateur

`val alpha_beta : cell array array -> cell -> int -> int -> int -> int`
Méthode récursive de calcul alphabeta des noeuds de l'arbre

`val ia_turn : cell array array -> unit`
Methode : Tour de la machine intelligente

`val rdm_turn : cell array array -> unit`
Methode : Tour de la machine aléatoire

`val player_turn : cell array array -> unit`
Methode : Tour du joueur

`val end_message : cell array array -> string`
Méthode d'affichage du message en fin de partie

`val continue : unit -> bool`
Méthode d'attente d'un évenement click de souris

`val game : unit -> unit -> unit`
Methode de définition d'une partie

`val speclist : (string * Arg.spec * string) list`
Définition des spécifications et des arguments possibles

`val main : unit -> unit -> unit`
Définition de la function prinicipale