

Лабораторная работа №1

Современные численные методы решения граничных задач

Цель работы: На примере решения задачи теплопроводности стержня научиться использовать следующие численные методы: метод конечных разностей, метод конечных элементов, метод граничных элементов.

Задание на лабораторную работу.

Для выбранного варианта необходимо:

1. Построить математическую модель физической системы. Рассматривается задача моделирования распределения температуры в тонком стержне заданной длины и сечения, изготовленного из различных материалов. На одном конце стержня (левом, согласно рисунка 1) происходит конвективный теплообмен с внешней средой, а на противоположном, подводится тепловой поток заданной интенсивности.
2. Разработать методику исследования математической модели методом конечных разностей, методом граничных элементов и методом конечных элементов.
3. Разработать программное обеспечение, которое должно удовлетворять следующим требованиям:
 - обеспечить ввод исходных данных с помощью GUI;
 - решать задачу методом конечных разностей, методом граничных элементов и методом конечных элементов;
 - отобразить в виде графиков (двумерного и трёхмерного) результаты решения;
 - все результаты решения сохранять как в тестовые файлы (для претендующих на оценки 4-5), так и в файлы специальных форматов (для всех остальных).
4. Провести верификацию полученных результатов с помощью конечноэлементного комплекса ANSYS. Вывести график распределения температур по длине стержня.
5. Оформить отчет о проделанной работе.

Содержание отчета.

1. Название, цель работы.
2. Задание к лабораторной работе.
3. Описание математической модели задачи.
4. Приложение к отчету:
 - а) программа для расчета значений температур, полученных методом конечных разностей, методом граничных элементов и методом конечных элементов; б) результаты решения задачи в виде графиков (двумерного и трёхмерного);
 - в) log-файл решения задачи в ANSYS;
 - г) результаты решения задачи в ANSYS, сравнением с результатами из п. б);
 - д) провести указанное в задании исследование математической модели (таблица 1).
5. Выводы по работе:
 - а) сравнить численные методы по скорости нахождения решения при заданной точности;
 - б) сравнить численные методы по значениям найденных решений;
 - в) найти максимальное отклонение найденных решений;

Контрольные вопросы

1. Напишите дифференциальное уравнение теплопроводности для стержня и расшифруйте все величины, в него входящие.
2. Напишите дифференциальное уравнение теплопроводности для пластины и расшифруйте все величины, в него входящие.
3. Напишите дифференциальное уравнение теплопроводности для объемной фигуры и расшифруйте все величины, в него входящие.
4. Опишите граничные условия первого рода.
5. Опишите граничные условия второго рода.
6. Опишите граничные условия третьего рода.
7. В чем суть метода конечных разностей?
8. Выведите выражения для явной схемы.
9. Опишите как пользоваться явной схемой при решении задачи о теплопроводности стержня.
10. Выведите выражения для неявной схемы.
11. Опишите как пользоваться неявной схемой при решении задачи о теплопроводности стержня.
12. В чем суть схемы Кранка-Николсона?
13. Чем отличается стационарная от нестационарной тепловой задачи?
14. В чем суть метода конечных элементов?

15. Какие матрицы необходимы для расчета локальных матриц для каждого конечного элемента?
16. Как формируется глобальная матрица?
17. Как учитывается изменение температуры с течением времени?
18. В чем суть метода граничных элементов?

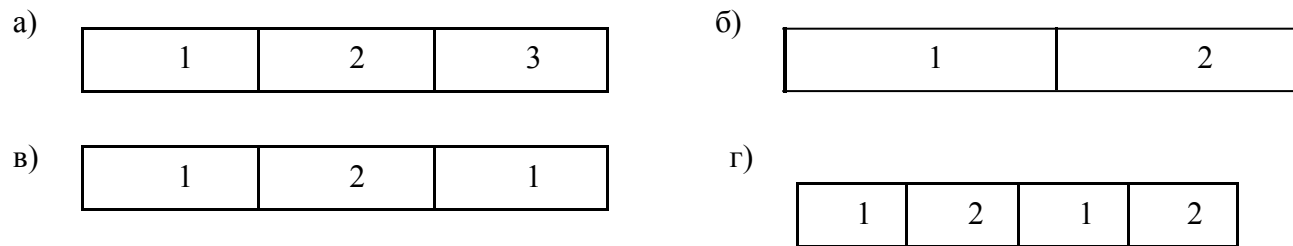


Рис.1. Моделируемая физическая система

Таблица 1

Варианты заданий для лабораторной работы №1

№ варианта	Физическая система	Материал стержня	Шаблон МКР	Предмет исследования	Формат сохранения результатов	Метод решения СЛАУ
1	Рис. 1 а)	1 медь 2 бронза 3 латунь	неявная четырехточечная схема	Подбор размера частей таким образом, чтобы разница минимальных температур между отдельными частями не превышала заданного числа	XML Exell	прогонки
2	Рис. 1 б)	1 сталь 2 ДТ16Т	схема Кранка–Николсона	Подбор размера частей таким образом, чтобы на левом конце температура находилась в заданном диапазоне	XML MathCAD	Гаусса
3	Рис. 1 в)	1 медь 2 латунь	схема Франкела–Дюфорта	Подбор размера частей таким образом, чтобы размер каждой части был не меньше заданного, а температура на левом конце не превышала заданную	XML Exell	МСТ
4	Рис. 1 г)	1 бронза 2 латунь	схема Ричардсона	Подбор размера частей таким образом, чтобы разница максимальных температур между отдельными частями не превышала заданного числа	XML MathCAD	$[L][L]^T$
5	Рис. 1 а)	1 медь 2 бронза 3 ДТ16Т	нецентральная неявная схема	Подбор размера частей таким образом, чтобы максимальная температура каждой части не превышала заданную	XML Exell	$[L][D][L]^1$
6	Рис. 1 б)	1 бронза 2 полипропилен	схема Саульева	Подбор размера частей таким образом, чтобы минимальная температура каждой части не превышала заданную	XML MathCAD	Гаусса-Зейделя
7	Рис. 1 в)	1 латунь	неявная четырехточечная схема	Подбор размера частей таким образом, чтобы	XML Exell	метод релаксации

		2 полипропилен	схема	разница минимальных температур между отдельными частями не превышала заданного числа		ции
8	Рис. 1 г)	1 медь 2 полипропилен	схема Кранка–Николсона	Подбор размера частей таким образом, чтобы на левом конце температура находилась в заданном диапазоне	XML Exell	прогонки
9	Рис. 1 а)	1 медь 2 полипропилен 3 латунь	схема Франкела–Дюфорта	Подбор размера частей таким образом, чтобы размер каждой части был не меньше заданного, а температура на левом конце не превышала заданную	XML MathCAD	Гаусса
10	Рис. 1 б)	1 медь 2 полипропилен	схема Ричардсона	Подбор размера частей таким образом, чтобы разница максимальных температур между отдельными частями не превышала заданного числа	XML Exell	МСГ
11	Рис. 1 в)	1 латунь 2 полипропилен	нецентральная неявная схема	Подбор размера частей таким образом, чтобы максимальная температура каждой части не превышала заданную	XML MathCAD 1	$[L][L]^T$
12	Рис. 1 а)	1 медь 2 силикатное стекло	схема Саульева	Подбор размера частей таким образом, чтобы минимальная температура каждой части не превышала заданную	XML Exell	$[L][D][L]^T$
13	Рис. 1 б)	1 бронза 2 полипропилен 3 латунь	схема Кранка–Николсона	Подбор размера частей таким образом, чтобы разница минимальных температур между отдельными частями не превышала заданного числа	XML MathCAD	Гаусса–Зейделя
14	Рис. 1 в)	1 медь 2	неявная четырехугольная схема	Подбор размера частей таким образом, чтобы разница максимальных температур между	XML	метод Гаусса

		латунь		отдельными частями не превышала заданного числа	Exell	
15	Рис. 1 г)	1 гетинакс с 2 медь	схема Франкела– Дюфорта	Подбор размера частей таким образом, чтобы размер каждой части был не меньше заданного, а температура на левом конце не превышала заданную	XML MathCAD	прогонк и
16	Рис. 1 а)	1 гетинакс с 2 латунь	схема Ричардсона	Подбор размера частей таким образом, чтобы разница максимальных температур между отдельными частями не превышала заданного числа	XML Exell	Гаусса
17	Рис. 1 б)	1 бронза 2 полипропилен 3 медь	нецентральная неявная схема	Подбор размера частей таким образом, чтобы максимальная температура каждой части не превышала заданную	XML MathCAD	МСГ
18	Рис. 1 в)	1 медь 2 алюминий	схема Саульева	Подбор размера частей таким образом, чтобы минимальная температура каждой части не превышала заданную	XML Exell	$[L][L]^T$
19	Рис. 1 в)	1 медь 2 алюминий	неявная четырехточечная схема	Подбор размера частей таким образом, чтобы разница минимальных температур между отдельными частями не превышала заданного числа	XML MathCAD	$[L][D][L]^T$
20	Рис. 1 г)	1 ДТ16Т 2 алюминий	схема Кранка– Николсона	Подбор размера частей таким образом, чтобы на левом конце температура находилась в заданном диапазоне	XML Exell	Гаусса-Зейделя
21	Рис. 1 а)	1 полипропилен 2 медь	схема Франкела– Дюфорта	Подбор размера частей таким образом, чтобы размер каждой части был не меньше	XML MathCAD	метод релаксации

		3		заданного, а		
--	--	---	--	--------------	--	--

№ вар иан та	Физическ ая система	Матер иал стержн я	Шаблон МКР	Предмет исследования	Формат сохранени я результат ов	Метод решени я СЛАУ
		латунь		температура на левом конце не превышала заданную		
22	Рис. 1 б)	1 сталь 2 аллюми ний	схема Ричардсона	Подбор размера частей таким образом, чтобы разница максимальных температур между отдельными частями не превышала заданного числа	XML Exell	прогонк и
23	Рис. 1 в)	1 латунь 2 полипр опилен	нецентраль ная неявная схема	Подбор размера частей таким образом, чтобы максимальная температура каждой части не превышала заданную	XML MathCAD	Гаусса
24	Рис. 1 г)	1 бронза 2 полипр опилен	схема Саульева	Подбор размера частей таким образом, чтобы минимальная температура каждой части не превышала заданную	XML Exell	МСТ
25	Рис. 1 а)	1 бронза 2 полипр опилен 3 ДТ16Т	неявная четырёхточ ечная схема	Подбор размера частей таким образом, чтобы разница минимальных температур между отдельными частями не превышала заданного числа	XML MathCAD	$[L][L]^T$
26	Рис. 1 б)	1 золото 2 латунь	схема Кранка– Николсона	Подбор размера частей таким образом, чтобы на левом конце температура находилась в заданном диапазоне	XML Exell	$[L][D][L]^1$
27	Рис. 1 в)	1 золото 2 медь	схема Франкела– Дюфорта	Подбор размера частей таким образом, чтобы размер каждой части был не меньше заданного, а температура на левом конце не превышала заданную	XML MathCAD	Гаусса- Зейделя
28	Рис. 1 г)	1 золото	схема	Подбор размера частей таким образом, чтобы	XML Exell	метод релакса

		2 бронза	Ричардсона	разница максимальных температур между		ции
--	--	-------------	------------	------------------------------------------	--	-----

№ вар иан та	Физическ ая система	Матер иал стержн я	Шаблон МКР	Предмет исследования	Формат сохранени я результат ов	Метод решени я СЛАУ
				отдельными частями не превышала заданного числа		
29	Рис. 1 а)	1 медь 2 полипр опилен 3 ДТ16Т	нецентраль ная неявная схема	Подбор размера частей таким образом, чтобы максимальная температура каждой части не превышала заданную	XML MathCAD	прогонк и
30	Рис. 1 б)	1 медь 2 золото	схема Саульева	Подбор размера частей таким образом, чтобы минимальная температура каждой части не превышала заданную	XML Exell	Гаусса
31	Рис. 1 в)	1 титан 2 аллюми ний	неявная четырёхточ ечная схема	Подбор размера частей таким образом, чтобы разница минимальных температур между отдельными частями не превышала заданного числа	XML MathCAD	МСГ
32	Рис. 1 г)	1 медь 2 серебро	схема Кранка– Николсона	Подбор размера частей таким образом, чтобы на левом конце температура находилась в заданном диапазоне	XML Exell	$[L][L]^T$
33	Рис. 1 а)	1 сталь 2 полипр опилен 3 ДТ16Т	схема Франкела– Дюфорта	Подбор размера частей таким образом, чтобы размер каждой части был не меньше заданного, а температура на левом конце не превышала заданную	XML MathCAD	$[L][D][L]^1$
34	Рис. 1 б)	1 серебро 2 золото	схема Ричардсона	Подбор размера частей таким образом, чтобы разница максимальных температур между отдельными частями не превышала заданного числа	XML Exell	Гаусса- Зейделя
35	Рис. 1 в)	1 медь 2	нецентрально неявная	Подбор размера частей таким образом, чтобы	XML	метод релакса

		золото	схема	максимальная температура каждой	MathCAD	ции
--	--	--------	-------	------------------------------------	---------	-----

№ вар иан та	Физическ ая система	Матер иал стержн я	Шаблон МКР	Предмет исследования	Формат сохранени я результат ов	Метод решени я СЛАУ
				части не превышала заданную		
36	Рис. 1 г)	1 медь 2 КПТ-8	схема Саульева	Подбор размера частей таким образом, чтобы минимальная температура каждой части не превышала заданную	XML Exell	прогонки
37	Рис. 1 а)	1 ДТ16Т 2 полипропилен 3 сталь	неявная четырёхточечная схема	Подбор размера частей таким образом, чтобы разница минимальных температур между отдельными частями не превышала заданного числа	XML MathCAD	Гаусса
38	Рис. 1 б)	1 олово 2 медь	схема Кранка–Николсона	Подбор размера частей таким образом, чтобы на левом конце температура находилась в заданном диапазоне	XML Exell	МСГ
39	Рис. 1 в)	1 медь 2 КПТ-8	схема Франкела–Дюфорта	Подбор размера частей таким образом, чтобы размер каждой части был не меньше заданного, а температура на левом конце не превышала заданную	XML MathCAD	$[L][L]^T$
40	Рис. 1 г)		схема Ричардсона	Подбор размера частей таким образом, чтобы разница максимальных температур между отдельными частями не превышала заданного числа	XML Exell	$[L][D][L]^1$
41	Рис. 1 а)	1 бронза 2 гетинакс 3 ДТ16Т	нецентральная неявная схема	Подбор размера частей таким образом, чтобы максимальная температура каждой части не превышала заданную	XML MathCAD	Гаусса-Зейделя
42	Рис. 1 б)	1 асбест	схема	Подбор размера частей таким образом, чтобы	XML Exell	метод релакса

		2 медь		температура каждой		ции
--	--	--------	--	--------------------	--	-----

№ вар иан та	Физическ ая система	Матер иал стержн я	Шаблон МКР	Предмет исследования	Формат сохранени я результат ов	Метод решени я СЛАУ
				части не превышала заданную		
43	Рис. 1 в)	1 латунь 2 олово	схема Кранка– Николсона	Подбор размера частей таким образом, чтобы на левом конце температура находилась в заданном диапазоне	XML MathCAD	МСГ
44	Рис. 1 г)	1 серебро 2 олово	неявная четырёхточ ечная схема	Подбор размера частей таким образом, чтобы размер каждой части был не меньше заданного, а температура на левом конце не превышала заданную	XML Exell	$[L][L]^T$
45	Рис. 1 б)	1 асфальт 2 сталь	схема Франкела– Дюфорта	Подбор размера частей таким образом, чтобы разница максимальных температур между отдельными частями не превышала заданного числа	XML MathCAD	$[L][D]$ $[L]^1$